

**Deslocamento de fluidos gelificados no
problema de reinício de escoamento em
oleodutos**

Helena Maria Borja Veiga

orientador: Paulo R. de Souza Mendes
Professor Titular, PUC-Rio

junho de 2008

ABSTRACT

The startup flow of viscoplastic liquids in tubes is simulated numerically. In the simulations, the viscoplastic liquid is initially at rest and occupies the whole volume inside the tube. At time $t = 0$, it starts being displaced by another liquid, by raising the inlet pressure to a given value, which remains fixed throughout the simulation. The liquid is assumed to obey a recently proposed viscosity function that accounts for the viscoplastic character of the liquid, and predicts small deformations below the yield stress. Results are given and discussed for different combinations of the governing parameters.

RESUMO

O escoamento transiente de partida de líquidos viscoplásticos em tubos é simulado numericamente. Nas simulações o líquido ocupa inicialmente todo o volume dentro do tubo. No instante $t = 0$, ele começa a ser deslocado por outro líquido, através do aumento da pressão na entrada do tubo, mantida em um valor fixo até o fim da simulação. Supõe-se que o líquido obedece a uma função viscosidade recém-proposta para líquidos viscolásticos que é capaz de prever pequenas deformações abaixo da tensão limite de escoamento. Resultados são obtidos e discutidos para diferentes combinações dos parâmetros que governam esta situação física.

Sumário

1	Introdução	5
2	O modelo físico	6
2.1	Balanços de Forças	7
2.2	Modelo constitutivo para os fluidos	8
2.3	Taxa de cisalhamento e velocidade	10
2.4	Modelagem Numérica	11
3	Resultados	12
3.1	Caso 1	14
3.2	Caso 2	19
3.3	Caso 3	22
3.4	Caso 4	25
4	Conclusão	27

Lista de Figuras

1	Esboço da descrição da geometria analisada	6
2	Balanco de forças em um elemento de fluido	7
3	Viscosidade x taxa de cisalhamento para um líquido viscoplástico	9
4	Velocidade da interface $\bar{U}(t) \times$ tempo t . Caso 1 ($n_2 = 0.5, K_1 = 1$), $P_e = 1000$ e 2000	15
5	Pressão na interface $P(z^*(t)) \times$ tempo t . Caso 1 ($n_2 = 0.5, K_1 = 1$), $P_e = 1000$ e 2000	15
6	Pressão na interface, $P(z^*(t))$, e cem vezes a tensão cisalhante na parede do fluido 2, $100\tau_2$, \times tempo t (escala semi-logaritmica). Caso 1 ($n_2 = 0.5, K_1 = 1$), $P_e = 1000$ e 2000	17
7	Pressão, $P(z, t)$, \times posição, z , para $t = 0.15t_f$, $t = 0.6t_f$, $t = 0.8t_f$. Caso 1 ($n_2 = 0.5, K_1 = 1$), $P_e = 2000$	17
8	Velocidade da interface $\bar{U}(t) \times$ tempo t . Caso 1 ($n_2 = 0.5, K_1 = 1$), $P_e = 200$ e 100	18
9	Pressão na interface, $P(z^*(t))$, e cem vezes a tensão cisalhante na parede do fluido 2, $100\tau_2$, \times tempo t (escala semi-logaritmica). Caso 1 ($n_2 = 0.5, K_1 = 1$), $P_e = 200, 100$ e 20	18
10	Posição da interface $z^*(t) \times$ tempo t . Caso 2 ($n_2 = 0.5, K_1 = 0.1$), $P_e = 300, 500, 1000$ e 2000	20

11	Velocidade da interface $\bar{U}(t) \times$ tempo t . Caso 2 ($n_2 = 0.5, K_1 = 0.1$), $P_e = 300, 500, 1000$ e 2000	20
12	Pressão na interface, $P(z^*(t))$, e cem vezes a tensão cisalhante na parede do fluido 2, $100\tau_2$, \times tempo t (escala semi-logaritmica). Caso 2 ($n_2 = 0.5, K_1 = 0.1$), $P_e = 300, 500, 1000$ e 2000	21
13	Pressão na interface, $P(z^*(t))$, \times tempo t (escala semi-logaritmica). Comparação ente os Casos 1 ($n_2 = 0.5, K_1 = 1$) e 2 ($n_2 = 0.5, K_1 = 0.1$), $P_e = 2000$	21
14	Posição da interface $z^*(t) \times$ tempo t . Comparação entre os Casos 1 ($n_2 = 0.5, K_1 = 1$) e 3 ($n_2 = 1, K_1 = 1$), $P_e = 1000$ e 2000	23
15	Velocidade da interface $\bar{U}(t) \times$ tempo t . Caso 3 ($n_2 = 1, K_1 = 1$), $P_e = 500, 1000, 1500$ e 2000	23
16	Taxa de cisalhamento, Viscosidade e Tensão cisalhante na parede \times tempo t . Caso 3 ($n_2 = 1, K_1 = 1$), $P_e = 2000$	24
17	Tensão cisalhante na parede do fluido 2, τ_2 , \times tempo t (escala semi-logaritmica). Caso 3 ($n_2 = 1, K_1 = 1$), $P_e = 20, 100, 150$ e 300	24
18	Posição da interface $z^*(t) \times$ tempo t . Comparação entre os Casos 3 ($n_2 = 1, K_1 = 1$) e 4 ($n_2 = 1, K_1 = 0.1$), $P_e = 300, 500, 1000$ e 2000	26
19	Pressão na interface, $P(z^*(t))$, \times tempo t (escala semi-logaritmica). Comparação ente os Casos 2 ($n_2 = 0.5, K_1 = 0.1$) e 4 ($n_2 = 1, K_1 = 0.1$), $P_e = 300, 500, 100$ e 2000	26

Lista de Tabelas

1	Tabela dos casos analisados	14
---	---------------------------------------	----

1 Introdução

Petróleo é basicamente hidrocarboneto, mas pode se apresentar em várias formas e fases dependendo das características geológicas e térmicas do reservatório. Sendo assim podemos definir petróleo como sendo um sistema multicomponente e multifásico. A produção de petróleo deve levar em conta as características deste sistema na hora de dimensionar as máquinas utilizadas na operação de produção. Em certos poços extrai-se principalmente gás, em outros principalmente óleo, e mesmo os óleos nunca têm as mesmas características de uma região para outra. O petróleo é formado essencialmente por quatro classes de moléculas – saturadas, aromáticos, resinas e asfaltenos – em diferentes quantidades. As moléculas maiores e mais aromáticas, os asfaltenos, são na verdade sólidos submicroscópicos dispersos no óleo pelas resinas, que constituem o próximo grupo de moléculas maiores e mais aromáticas. Esta dispersão asfaleno-resina é dissolvida no petróleo por pequenos anéis aromáticos que são solventes, mas opostos pelos saturados, que não são solventes. Assim, os asfaltenos são mantidos no petróleo num balanço delicado, e este balanço pode ser facilmente perturbado pela adição de saturados ou pela remoção de resinas ou aromáticos. Misturas de óleos também podem mudar muito as concentrações globais destes tipos moleculares, perturbando este balanço e precipitando asfaltenos.

Assim, com esses quatro elementos podem-se formar petróleos de diversas constituições e características reológicas. Certos petróleos com características viscoplásticas apresentam tensões limite de escoamento bastante altas. Quando submetidos a tensões muito baixas, esses óleos possuem características próximas às de um sólido, e podem portanto levar muito tempo para escoar. A importância destes petróleos pesados vem crescendo significativamente nos últimos anos, em face de sua abundância no país, da escassez de óleo convencional, e do cenário político internacional.

Altas pressões de bombeamento são necessárias para iniciar (ou reiniciar, após longo período de repouso) o escoamento de um desses materiais em um oleoduto, pois é na situação de quase repouso (baixíssimas taxas de deformação e curtos tempos de cisalhamento) que se observam as maiores viscosidades. Esta situação de engenharia representa ainda um importante desafio, e vem despertando o interesse de diversos pesquisadores (e.g. Chang et al., 1999; Davidson et al., 2004; Frigaard et al., 2007; Vinay et al., 2007, 2006).

Portanto, é importante determinar a pressão máxima requerida para iniciar o movimento de um dado material, uma vez conhecidas as suas propriedades reológicas. Isto só é possível a partir da análise do escoamento

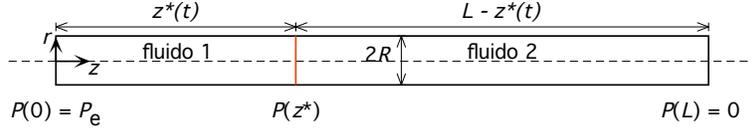


Figura 1: Esboço da descrição da geometria analisada

baseada nos princípios de conservação de massa e quantidade de movimento.

O objetivo deste trabalho é encontrar as condições necessárias para reiniciar de um fluido gelificado dentro de um tubo. A análise computacional do problema, considera um material viscoplástico sendo empurrado por um segundo material com uma certa pressão. Essa análise permite a variação dos parâmetros de entrada, das características geométricas do tubo e das características reológicas dos fluidos.

A presente análise permite calcular a tensão cisalhante na parede do duto, a evolução da viscosidade e a velocidade média de escoamento para dois fluidos em cada instante de tempo. Apresentaremos resultados comparando o tempo levado para quebrar a estrutura sólida em diversas pressões de bombeamento e indicaremos a pressão mais adequada para cada configuração.

2 O modelo físico

Foi considerado o escoamento incompressível, isotérmico, sem influência da aceleração da gravidade e unidimensional. O tubo tem raio R e comprimento L (Fig. 1). Em um instante t genérico, a interface que separa os dois fluidos está na posição $z^*(t)$. Na entrada do tubo, a pressão manométrica é mantida a $P(0, t) = P_e$ (parâmetro conhecido); na interface a pressão é $P(z^*(t))$; na saída do tubo a pressão manométrica é nula, $P(L, t) = 0$.

No instante inicial, a interface encontra-se na entrada do tubo. $z^*(0) = 0$, e ao longo do tempo vai deslocando-se até atingir a saída, $z^*(t_f) = L$ (t_f é o tempo total necessário para deslocar todo o fluido 2). Logo, no instante inicial só existe fluido 2 no duto, e no instante final só existe fluido 1.

Os parâmetros considerados conhecidos são: a geometria do tubo (R e L); a pressão na entrada, P_e ; e os parâmetros reológicos dos dois fluidos, a serem apresentados abaixo.

Deseja-se determinar: a posição da interface em função do tempo, $z^*(t)$; a vazão em função do tempo, $Q(t)$; a pressão na interface em função do tempo, $P(z^*(t))$; e o tempo total necessário para deslocar todo o fluido 2,

t_f . Outras grandezas de interesse, derivadas das anteriores são a tensão cisalhante e viscosidade na parede em função do tempo, para os dois fluidos.

2.1 Balanços de Forças

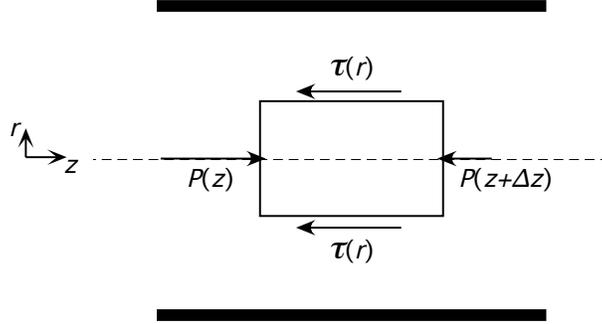


Figura 2: Balanço de forças em um elemento de fluido

Supomos ainda que o escoamento se desenvolve instantaneamente em cada instante de tempo, a despeito do movimento da interface. Ou seja, supomos que a força de inércia é desprezível em face das forças de pressão e viscosa. Logo, tudo se passa como se não houvesse aceleração, de modo que a soma das forças agindo sobre um elemento de fluido é igual a zero. Fazendo um balanço de forças em um volume de controle cilíndrico de comprimento Δz e raio r (r é a coordenada radial, Fig. 2) fornece:

$$2\pi r \Delta z \tau = \pi r^2 (P(z) - P(z + \Delta z)) = \pi r^2 \left[P(z) - \left(P(z) + \frac{dP}{dz} \Delta z \right) \right] \quad (1)$$

Simplificando, obtemos a tensão cisalhante $\tau(r)$ em função da posição radial r :

$$\tau(r, t) = -\frac{dP}{dz} \frac{r}{2} \quad (2)$$

onde $\frac{dP}{dz}$ é o gradiente de pressão, que varia com o tempo t mas é uniforme em cada fluido (pois o escoamento é desenvolvido a cada instante). No entanto, em cada fluido $\frac{dP}{dz}$ tem um valor diferente. Para o fluido 1,

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{P_e - P(z^*(t))}{z^*(t)} \quad (3)$$

e, para o fluido 2,

$$-\frac{dP}{dz} = \frac{P(z^*(t))}{L - z^*(t)} \quad (4)$$

Aplicando a Eq. (2) em $r = R$ (isto é, na parede), obtemos para o fluido 1:

$$\tau_1 = \frac{[P_e - P(z^*(t))] R}{z^*(t) 2} \quad (5)$$

Para o fluido 2 obtemos

$$\tau_2 = \frac{P(z^*(t)) R}{(L - z^*(t)) 2} \quad (6)$$

Nestas expressões, τ_1 e τ_2 são as tensões cisalhantes na parede que ocorrem nos trechos dos fluidos 1 e 2, respectivamente.

2.2 Modelo constitutivo para os fluidos

Para representar o comportamento mecânico dos fluidos, utilizamos o modelo do líquido newtoniano generalizado, dado por

$$\boldsymbol{\tau} = 2\eta(\dot{\gamma})\mathbf{D} \quad (7)$$

Nesta equação, $\boldsymbol{\tau}$ é o tensor extra-tensão, η a função viscosidade, e \mathbf{D} o tensor taxa de deformação. $\dot{\gamma} \equiv \sqrt{2\text{tr}\mathbf{D}^2}$ é a taxa de deformação. Para o presente escoamento uni-dimensional, a Eq. (7) se reduz a

$$\tau = \eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma} \quad (8)$$

e a taxa de deformação $\dot{\gamma}$ se reduz a

$$\dot{\gamma} = \left| \frac{du}{dr} \right| = -\frac{du}{dr} \quad (9)$$

Para representar o comportamento mecânico de um líquido viscoplástico, utilizaremos a função viscosidade recentemente proposta por de Souza Mendes (2007) dada por

$$\eta(\dot{\gamma}) = \left\{ 1 - \exp\left(\frac{-\eta_o\dot{\gamma}}{\tau_o}\right) \right\} \left[\frac{\tau_o}{\dot{\gamma}} + K\dot{\gamma}^{n-1} \right] + \eta_\infty \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\eta_\infty}{K\dot{\gamma}^{n-1}}\right) \right\} \quad (10)$$

Os parâmetros reológicos que aparecem na equação acima são: a viscosidade a taxa de cisalhamento nula, η_o , é a tensão limite de escoamento, τ_o , o índice de comportamento, n , o índice de consistência, K , e a viscosidade a taxa de cisalhamento infinita, η_∞

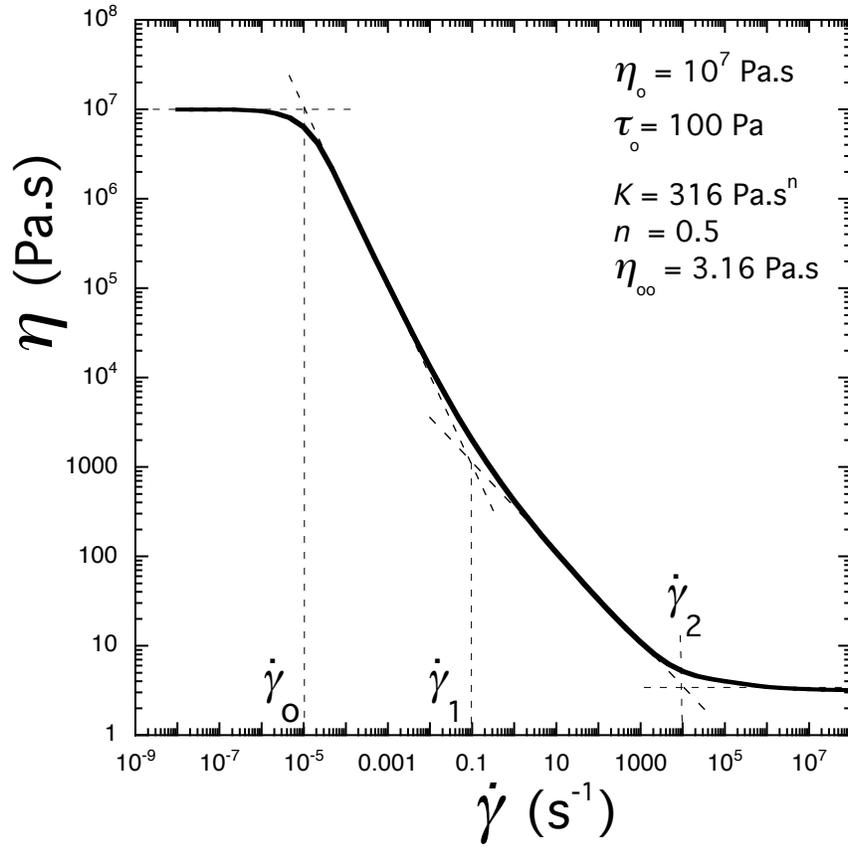


Figura 3: Viscosidade x taxa de cisalhamento para um líquido viscoplástico

A função viscosidade dada pela Eq. (10) é mostrada na Fig. 3. Duas taxas de cisalhamento notáveis são ilustradas nesta figura, a saber, $\dot{\gamma}_0$, e $\dot{\gamma}_1$ e $\dot{\gamma}_2$. Estas grandezas se relacionam com os parâmetros reológicos conforme mostram as definições a seguir:

$$\dot{\gamma}_0 \equiv \frac{\tau_0}{\eta_0}; \quad \dot{\gamma}_1 \equiv \left(\frac{\tau_0}{K}\right)^{1/n} \quad (11)$$

$$\dot{\gamma}_2 \equiv \left(\frac{K}{\eta_\infty}\right)^{1/(1-n)}; \quad \dot{\gamma}^* \equiv \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_1} \quad (12)$$

Observamos que diferentes modelos clássicos são casos particulares da Eq. (10):

- líquido newtoniano: $n = 1$, $\tau_o = 0$, e $\eta_\infty = 0$
- líquido “power law”: $\tau_o = 0$, e $\eta_\infty = 0$
- plástico de Bingham: $n = 1$, $\eta_o \rightarrow \infty$, e $\eta_\infty = 0$
- modelo Herschel-Bulkley: $\eta_o \rightarrow \infty$, e $\eta_\infty = 0$
- modelo SMD (de Souza Mendes and Dutra, 2004): $\eta_\infty = 0$

Usando $\dot{\gamma}_1$ como a taxa de cisalhamento característica e τ_o como a tensão característica, a Eq. (10) pode ser adimensionalizada de acordo com de Souza Mendes (2007), tomando a seguinte forma:

$$\eta^* = \left(1 - e^{-(J+1)\dot{\gamma}^*}\right) \left(\frac{1}{\dot{\gamma}^*} + \dot{\gamma}^{*n-1}\right) + \eta_\infty^* \left\{1 - e^{(-\eta_\infty^* \dot{\gamma}^{*1-n})}\right\} \quad (13)$$

onde

$$\eta^* \equiv \frac{\eta \dot{\gamma}_1}{\tau_o}; \quad \dot{\gamma}^* \equiv \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_1}; \quad J \equiv \frac{\dot{\gamma}_1 - \dot{\gamma}_o}{\dot{\gamma}_o}; \quad \eta_\infty^* = \left(\frac{\dot{\gamma}_1}{\dot{\gamma}_2}\right)^{1-n} \quad (14)$$

Nota-se que apenas três parâmetros reológicos adimensionais aparecem da forma adimensionalizada da função viscosidade, a saber, o número de salto, J , o índice de comportamento, n , e a viscosidade adimensional a taxa de cisalhamento infinita, η_∞^* .

2.3 Taxa de cisalhamento e velocidade

Combinando as Eqs. (2) e (8), obtemos a seguinte expressão:

$$-\frac{dP}{dz} \frac{r}{2} = \eta(\dot{\gamma}) \dot{\gamma} \quad (15)$$

Usando na equação acima as expressões para $\frac{dP}{dz}$ e $\eta(\dot{\gamma})$ relativas a cada um dos fluidos, obtemos a respectiva expressão para a taxa de cisalhamento em função da coordenada radial $\dot{\gamma}(r, t)$. Fica claro que a Eq. (15) tem que ser resolvida iterativamente para $\dot{\gamma}(r, t)$, pois, devido à complexidade da função $\eta(\dot{\gamma})$, uma expressão analítica explícita não existe.

Conhecendo a taxa de cisalhamento $\dot{\gamma}$, obtemos o perfil de velocidade $u(r, t)$ integrando a Eq. (9):

$$\int_{u(r)}^0 du' = - \int_r^R \dot{\gamma}(r', t) dr' \quad (16)$$

ou

$$u(r, t) = \int_r^R \dot{\gamma}(r', t) dr' \quad (17)$$

Considerando que os fluidos são incompressíveis, então a velocidade axial média $U(t)$ é dada por

$$\bar{U}(t) = \frac{1}{A} \int u(r, t) dA = \frac{2}{R} \int_0^R ru(r, t) dr \quad (18)$$

Observa-se que a velocidade axial média $\bar{U}(t)$ é a mesma para os dois fluidos. Além disso, a interface move-se com esta velocidade:

$$\bar{U}(t) = \frac{dz^*}{dt} \quad (19)$$

2.4 Modelagem Numérica

Conforme j mencionado, consideramos que no instante inicial, $t = 0$, o tubo está totalmente cheio com o fluido 2. Neste instante, a pressão em $z = 0$ é fixada em $P(0) = P_e$, o que causa um gradiente de pressão no fluido 2 igual a $-dP/dz = P_e/L$.

Resolvemos em seguida, iterativamente, a Eq. (15) em $t = 0$ para cada posição radial r . para isso, utilizamos uma malha não uniforme com 20 pontos nodais, concentrados em torno da posição radial r_o onde a tensão cisalhante é igual a τ_o , a saber (ver Eq. (2)):

$$r_o = 2 \frac{\tau_o}{-\frac{dP}{dz}} \quad (20)$$

Obtemos assim a taxa de cisalhamento $\dot{\gamma}(r, 0)$ no fluido 2 em cada um dos pontos nodais. O método iterativo usado é o método de Newton-Raphson.

Usamos agora a regra de Simpson de integração numérica para obter, através da Eq. (17), o perfil de velocidade axial $u(r, 0)$ no fluido 2, usando a mesma malha descrita acima.

Depois obtemos a velocidade média axial $\bar{U}(0)$, usando outra vez a regra de Simpson para efetuar a integração da Eq. (18).

A Eq. (19) é então integrada no tempo pelo método Runge Kutta de 4ª ordem, para obtermos o deslocamento da interface, $\Delta z^*(0)$, correspondente ao primeiro intervalo de tempo $\Delta t(0)$. A cada instante, escolhemos sempre o $\Delta t(t)$ de forma que seja proporcional a $1/\bar{U}(t)$, para que o avanço da interface $\Delta z^*(t)$ seja mais ou menos uniforme ao longo do tempo.

A nova posição da interface é simplesmente $\Delta z^*(\Delta t)$. Para obter a evolução da posição da interface para os passos de tempo subseqüentes, procedemos da seguinte maneira (j é um inteiro maior ou igual a 2):

1. estimamos um valor para a pressão na interface, $P(z^*(j\Delta t))$;
2. usando as Eqs. (3) e (4), obtemos os gradientes de pressão nos dois fluidos;
3. seguindo o mesmo procedimento descrito acima para o fluido 1 no instante $t = 0$, obtemos as velocidades axiais médias para os fluidos 1 e 2.
4. corrigimos a estimativa para $P(z^*(j\Delta t))$ e voltamos ao item 2 até que as velocidades axiais médias para os fluidos 1 e 2 sejam iguais, a menos de uma tolerância (fixada em $10^{-7}\bar{U}(0)$ para os resultados apresentados abaixo). Esta correção é feita usando o método de Newton.
5. uma vez determinada a velocidade axial média $\bar{U}(j\Delta t)$, obtemos o deslocamento da interface $\Delta z^*(j\Delta t)$, e em seguida a sua nova posição $z^*((j+1)\Delta t) = z^*(j\Delta t) + \Delta z^*(j\Delta t)$.

3 Resultados

A seguir apresentamos os resultados dos casos analisados. A análise foi feita considerando grandezas adimensionais. A adimensionalização foi feita usando as seguintes grandezas características (de Souza Mendes, 2007):

comprimento: R

taxa de cisalhamento: $\dot{\gamma}_{1,2}$ ($\dot{\gamma}_{1,2}$ é o $\dot{\gamma}_1$ do fluido 2, ver Eq. (14))

tempo: $1/\dot{\gamma}_{1,2}$

tensão de cisalhamento: $\tau_{o,2}$, a tensão limite de escoamento do fluido 2

viscosidade: $\tau_{o,2}/\dot{\gamma}_{1,2} = K_2\dot{\gamma}_{1,2}^{n_2-1} = \eta_2(\dot{\gamma}_{1,2})/2$, a metade da viscosidade do fluido 2 avaliada em $\dot{\gamma}_{1,2}$

velocidade: $\dot{\gamma}_{1,2}R$

Doravante só nos referiremos a grandezas adimensionais, mas, para não sobrecarregar a notação, utilizaremos os mesmos símbolos das respectivas grandezas dimensionais. Por exemplo, de agora em diante L representa a razão L/R , $\tau_{o,1}$ representa a razão $\tau_{o,1}/\tau_{o,2}$, \bar{U} representa a razão $\bar{U}/\dot{\gamma}_{1,2}R$, P_e representa a razão $P_e/\tau_{o,2}$ e assim por diante. Além disso, obviamente em termos adimensionais $R = 1$, $\tau_{o,2} = 1$, $\dot{\gamma}_{1,2} = 1$, $K_2 = 1$, e assim por diante.

Fixamos alguns dos parâmetros do problema nos seguintes valores:

$$L = 100; \tau_{o,1} = 10^{-5}; n_1 = 1; \eta_{o,1} = 1(= J_1+1); \eta_{o,2} = 10^5(= J+1) \quad (21)$$

Vale observar que os valores escolhidos acima se referem a um comportamento newtoniano de viscosidade K_1 para o fluido 1, e um comportamento viscoplástico para o fluido 2.

Antes de prosseguir, é interessante observar que existe um valor crítico da pressão na entrada, $P_{e,c}$, tal que, no instante $t = 0$, a tensão cisalhante na parede (no fluido 2) é igual à tensão limite de escoamento, ou, adimensionalmente falando, é igual a 1. Esta pressão crítica é dada por

$$P_{e,c} = 2L = 200 \quad (22)$$

Portanto, quando $P_e < P_{e,c}$, no instante inicial $t = 0$ a viscosidade em toda a extensão do fluido 2 é muito alta, igual a $\eta_{o,2} = 10^5$ para os valores fixados acima, pois a tensão limite de escoamento não é atingida. Neste caso, a velocidade da interface é muito baixa, praticamente nula. Conforme a interface avança, o gradiente de pressão no fluido 2 vai aumentando (ver Eq. (4)), até que a tensão cisalhante na parede atinja a tensão limite de escoamento. No entanto, isto só ocorre depois de um tempo demasiadamente grande.

Nas próximas seções, analisamos quatro casos, caracterizados por diferentes combinações de parâmetros reológicos que regem o problema. A Tabela 1 define estes casos.

Para cada caso, estudamos o efeito da pressão de entrada P_e , explorando valores acima e abaixo da pressão crítica $P_{e,c}$.

Tabela 1: Tabela dos casos analisados

Casos	n_2	K_1
1	0.5	1
2	0.5	0.1
3	1	1
4	1	0.1

3.1 Caso 1

No Caso 1, o fluido 2 é viscoplástico com $n_2 = 0.5$, e o fluido 1 é newtoniano com viscosidade relativamente alta, $K_1 = 1$. Nota-se que $K_1 = 1$ significa que a viscosidade do fluido 1 é igual à metade da viscosidade do fluido 2 avaliada a $\dot{\gamma}_2 = 1$, pois $\eta_2(1) = 2$. Inicialmente examinamos situações em que a pressão na entrada é tal que a tensão cisalhante na parede é maior do que a tensão limite de escoamento do fluido 2.

Na Fig. 4 mostramos a evolução da velocidade da interface para pressões de entrada 5 e 10 vezes maior que a pressão crítica ($P_{e,c} = 200$), isto é, $P_e = 1000$ e 2000 , respectivamente.

Observamos que a velocidade inicial é relativamente alta mas cai rapidamente com o tempo, e depois, conforme o tempo passa, tende a se estabilizar em um valor constante.

Este comportamento é consistente com o fato de que, nos dois casos, a pressão de entrada imposta gera relativamente altas tensões cisalhantes na parede do fluido 2. Como nesse caso o fluido 2 é viscoplástico com baixo índice de comportamento ($n_2 = 0.5$), altas tensões cisalhantes implicam altas taxas de cisalhamento, e, conseqüentemente, baixas viscosidades e baixas perdas de carga.

Por outro lado, o fluido 1 nesse caso tem uma viscosidade relativamente alta, e por isso, a perda de carga no fluido 1 domina a resistência total ao escoamento, o que faz a velocidade diminuir e, conseqüentemente, a viscosidade do fluido 2 aumentar, aumentando assim a contribuição do fluido 2 para a resistência total ao escoamento. Esperamos que, havendo tempo (ou comprimento de tubo) suficiente, as perdas de carga nos dois fluidos tendem a se igualar.

Então, a velocidade adimensional da interface necessariamente tende a se estabilizar em um valor tal que gere na parede da região do fluido 2 uma taxa de cisalhamento igual 1. Tendo em vista a escolha da velocidade característica, este valor adimensional tem que ser de ordem 1, conforme

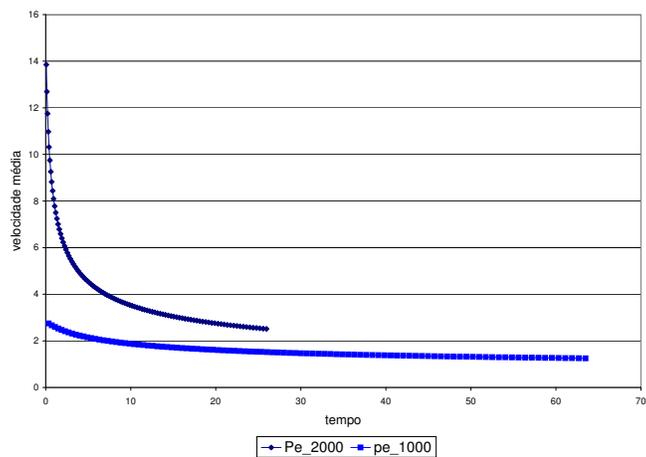


Figura 4: Velocidade da interface $\bar{U}(t) \times$ tempo t . Caso 1 ($n_2 = 0.5, K_1 = 1$), $P_e = 1000$ e 2000 .

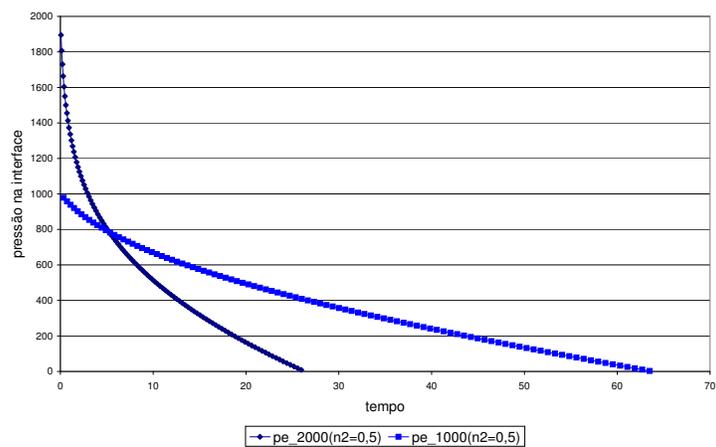


Figura 5: Pressão na interface $P(z^*(t)) \times$ tempo t . Caso 1 ($n_2 = 0.5, K_1 = 1$), $P_e = 1000$ e 2000 .

bem ilustra a Fig. 4.

A Fig. 5 apresenta a variação da pressão na interface ao longo do tempo para as pressões de entrada $P_e = 1000$ e 2000 . Podemos ver nesta figura que, nos instantes iniciais, a pressão na interface cai rapidamente com o tempo, mas com o passar do tempo tende a cair mais suavemente e finalmente se estabiliza em uma taxa de decréscimo aproximadamente constante. Este comportamento é inteiramente consistente com o observado para a velocidade da interface (Fig. 4).

O fato de a velocidade da interface tender a se estabilizar mostra que a viscosidade do fluido 2 na parede tende a se estabilizar no mesmo valor da viscosidade do fluido 1, ou seja, $\eta_2(\dot{\gamma}_2) \rightarrow 1$, o que por sua vez significa que $\dot{\gamma}_2 \rightarrow 1$. A Fig. 6 ilustra o comportamento da tensão cisalhante na parede na região do fluido 2. Como a pressão na interface é também representada nesta figura, para que a mesma escala possa ser utilizada para ambas as grandezas a tensão cisalhante na parede aparece multiplicada por 100. Observamos nesta figura que, de acordo com a fenomenologia já discutida acima, a tensão cisalhante na parede para as duas pressões de entrada tende a se estabilizar em um valor constante, e este valor é de ordem 1 por causa da adimensionalização utilizada.

A Fig. 7 mostra a distribuição da pressão ao longo do tubo, $P(z, t)$, para três instantes de tempo diferentes, a saber, $t = 0.15t_f$, $t = 0.6t_f$, $t = 0.8t_f$. Conforme já comentado acima, observamos nesta figura que o gradiente de pressão ou perda de carga no fluido 1 é sempre maior que no fluido 2, mas esta diferença vai diminuindo conforme o tempo passa. Se o tubo tivesse comprimento suficiente, as perdas de cargas se igualariam em tempos suficientemente longos.

Por outro lado, quando a pressão de entrada é igual ou inferior à pressão crítica, o comportamento observado é muito diferente. Na Fig. 8 mostramos a evolução da velocidade da interface para pressões de entrada igual e 2 vezes menor que a pressão crítica, isto é, $P_e = 200$ e 100 , respectivamente.

Observamos nestes casos que a velocidade na interface é praticamente nula durante todo o tempo de deslocamento do fluido, atingindo valores significativamente diferentes de zero somente nos instantes finais do deslocamento. Além disso, os tempos totais de deslocamento t_f são ordens de grandeza superiores aos observados nos casos de pressões de entrada superiores à pressão crítica.

Esta tendência se explica observando que, na situação em que a tensão cisalhante no fluido 2 não atinge a tensão limite de escoamento, a viscosidade deste fluido é muito grande, igual a $\eta_2 = 10^5$ neste caso, de forma que é o fluido 2 quem domina a resistência total ao escoamento. Tal nível de

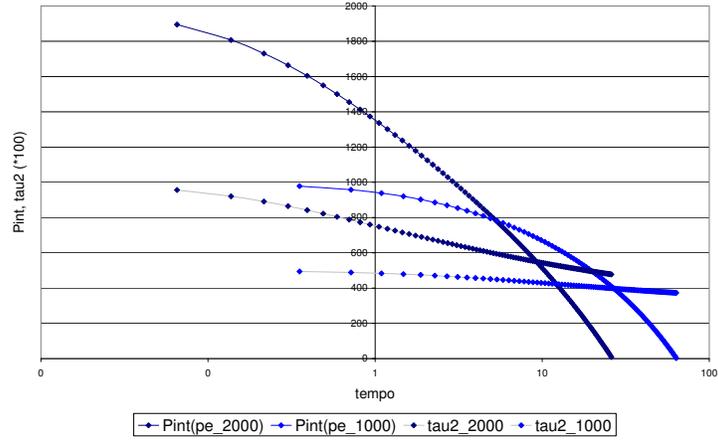


Figura 6: Pressão na interface, $P(z^*(t))$, e cem vezes a tensão cisalhante na parede do fluido 2, $100\tau_2$, \times tempo t (escala semi-logaritmica). Caso 1 ($n_2 = 0.5, K_1 = 1$), $P_e = 1000$ e 2000 .

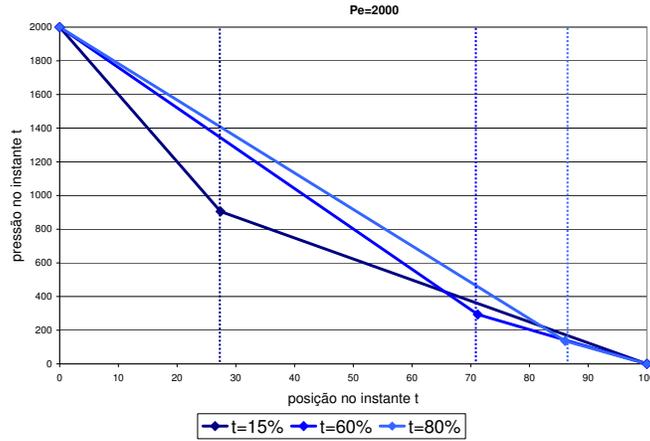


Figura 7: Pressão, $P(z, t)$, \times posição, z , para $t = 0.15t_f$, $t = 0.6t_f$, $t = 0.8t_f$. Caso 1 ($n_2 = 0.5, K_1 = 1$), $P_e = 2000$.

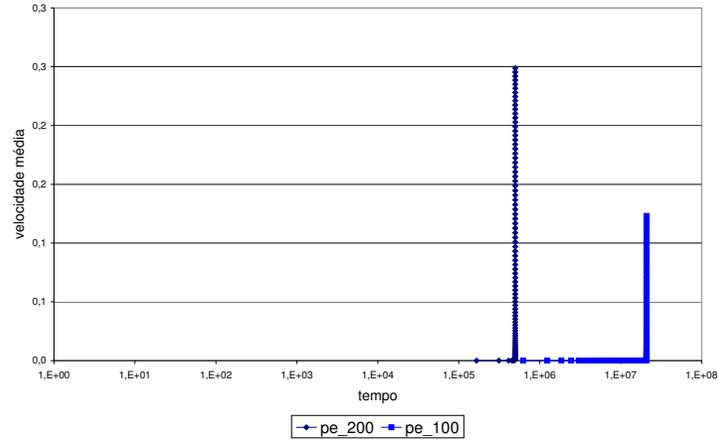


Figura 8: Velocidade da interface $\bar{U}(t) \times$ tempo t . Caso 1 ($n_2 = 0.5, K_1 = 1$), $P_e = 200$ e 100.

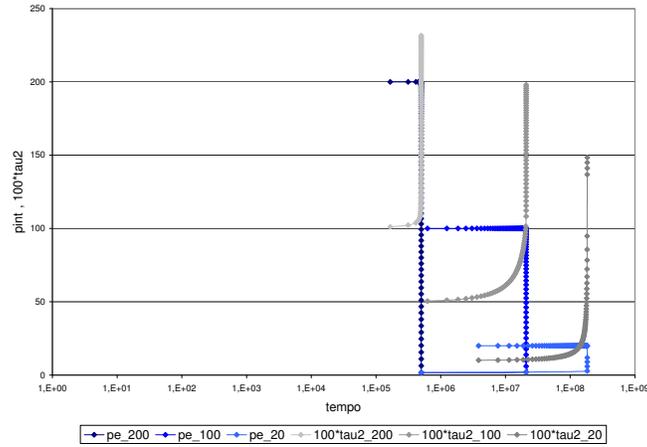


Figura 9: Pressão na interface, $P(z^*(t))$, e cem vezes a tensão cisalhante na parede do fluido 2, $100\tau_2$, \times tempo t (escala semi-logaritmica). Caso 1 ($n_2 = 0.5, K_1 = 1$), $P_e = 200, 100$ e 20.

viscosidade implica velocidades extremamente baixas, e, conseqüentemente, tempos de deslocamento extremamente altos como os observados na Fig. 8.

A Fig. 9 ilustra os comportamentos da pressão na interface e da tensão cisalhante na parede na região do fluido 2, para três pressões de entrada inferiores à pressão crítica, a saber, $P_e = 200$, $P_e = 100$ e $P_e = 20$.

A primeira observação se refere aos tempos enormes de deslocamento (t_f) devidos à altíssima viscosidade do fluido 2. Quanto menor a pressão de entrada, maior é o tempo t_f .

Observamos também que a pressão na interface $P(z^*(t))$ é essencialmente constante e igual à pressão de entrada P_e , pois nestes casos o fluido 1 tem viscosidade tão mais baixa que a do fluido 2 que contribui de maneira insignificante para a resistência total ao escoamento.

Somente bem ao final do processo de deslocamento observamos uma queda brusca a zero da pressão na interface $P(z^*(t))$. Esta queda ocorre quando a interface atinge uma posição tal que o gradiente de pressão no fluido 2 passa a gerar tensões cisalhantes na parede superiores à tensão limite de escoamento, $\tau_2 > 1$. Isso gera uma diminuição brusca da viscosidade do fluido 2, fazendo a velocidade da interface crescer também abruptamente, e a partir daí o processo de deslocamento termina muito rapidamente.

3.2 Caso 2

Passamos agora a analisar o Caso 2, caracterizado por uma viscosidade do fluido 1 dez vezes menor que a do Caso 1. Em linhas gerais, isto significa que a resistência total ao escoamento se deve quase que exclusivamente ao fluido 2, em contraste com o que se observou no Caso 1.

As Figs. 10 e 11 mostram respectivamente a posição da interface $z^*(t)$ e a sua velocidade $\bar{U}(t)$ em função do tempo para quatro pressões de entrada diferentes, todas acima da pressão crítica $P_{e,c}$, a saber, $P_e = 300$, 500, 1000 e 2000.

Estas figuras ilustram que o comportamento observado é radicalmente diferente do observado no Caso 1. O movimento é inicialmente relativamente lento, mas, conforme a interface avança, o gradiente de pressão no fluido 2 aumenta, aumentando assim a tensão cisalhante e a taxa de cisalhamento. Conseqüentemente, a viscosidade do fluido 2 diminui, causando um aumento na velocidade, em uma seqüência de eventos auto-alimentativa conhecida como “efeito avalanche”, em referência à fenomenologia que também se observa nesta ocorrência natural. Este fenômeno é particularmente evidente nos casos de pressões de entrada mais baixas, como ilustram as curvas para $P_e = 300$ e 500 da Fig. 11.

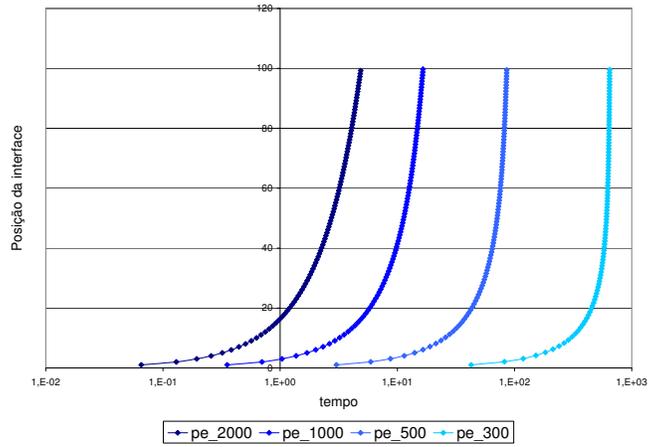


Figura 10: Posição da interface $z^*(t) \times$ tempo t . Caso 2 ($n_2 = 0.5, K_1 = 0.1$), $P_e = 300, 500, 1000$ e 2000 .

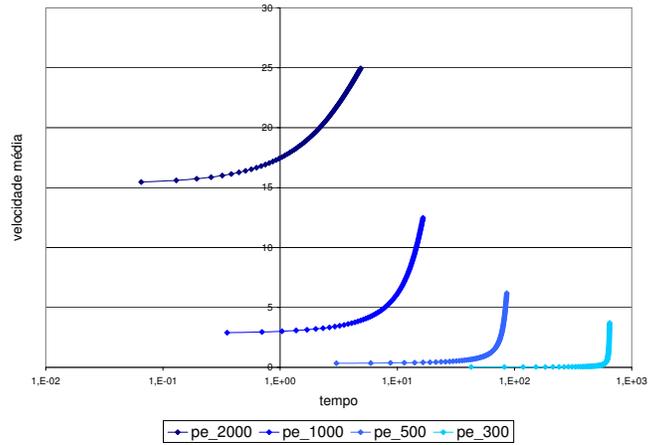
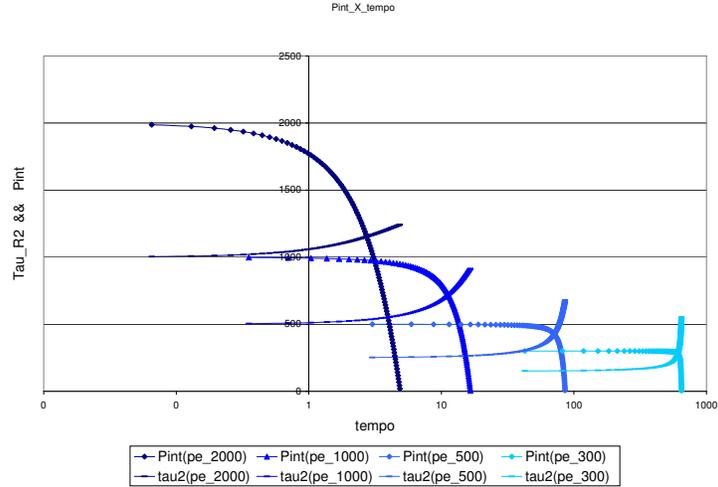


Figura 11: Velocidade da interface $\bar{U}(t) \times$ tempo t . Caso 2 ($n_2 = 0.5, K_1 = 0.1$), $P_e = 300, 500, 1000$ e 2000 .



Page 1

Figura 12: Pressão na interface, $P(z^*(t))$, e cem vezes a tensão cisalhante na parede do fluido 2, $100\tau_2$, \times tempo t (escala semi-logaritmica). Caso 2 ($n_2 = 0.5, K_1 = 0.1$), $P_e = 300, 500, 1000$ e 2000 .

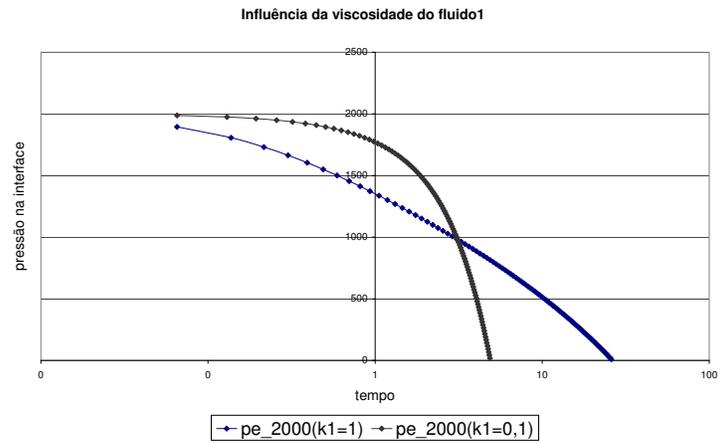


Figura 13: Pressão na interface, $P(z^*(t))$, \times tempo t (escala semi-logaritmica). Comparação ente os Casos 1 ($n_2 = 0.5, K_1 = 1$) e 2 ($n_2 = 0.5, K_1 = 0.1$), $P_e = 2000$.

A Fig. 12 mostra a pressão na interface, $P(z^*(t))$ e cem vezes a tensão cisalhante na parede na região do fluido 2, $100\tau_2(t)$, em função do tempo para as mesmas quatro pressões de entrada das Figs. 10 e 11, a saber, $P_e = 300, 500, 1000$ e 2000 . Conforme já explicado, o fator de cem é introduzido para permitir a representação das grandezas $P(z^*(t))$ e $\tau_2(t)$ em uma mesma escala.

O comportamento observado nesta figura mais uma vez é muito diferente do observado para o Caso 1 e pressões de entrada superiores à pressão crítica (ver Fig. 6). É qualitativamente parecido, no entanto, ao comportamento observado para o Caso 1 e pressões de entrada inferiores à pressão crítica (ver Fig. 9).

Observamos nesta figura que, para tempos menores, a pressão na interface $P(z^*(t))$ é essencialmente constante e igual à pressão de entrada P_e , pois, enquanto a velocidade da interface \bar{U} é baixa, o fluido 1 tem viscosidade suficientemente mais baixa que a do fluido 2, de forma que contribui pouco para a resistência total ao escoamento.

No entanto, conforme a interface avança, o gradiente de pressão no fluido 2 e a tensão cisalhante aumentam, causando a diminuição de sua viscosidade. Logo, as viscosidades dos dois fluidos passam a ser comparáveis, assim como as resistências ao escoamento nos trechos dos dois fluidos. Como consequência da resistência no fluido 1 não ser mais desprezível, a pressão na interface diminui e a tensão cisalhante aumenta, conforme observamos na Fig. 12.

A diferença de comportamento da pressão na interface $P_e(t)$ entre os Casos 1 e 2, ou seja, devida à mudança da viscosidade do fluido 1, pode ser melhor observada na Fig. 13. A curva que representa o caso de alta viscosidade do fluido 1 (Caso 1, $K_1 = 1$) é decrescente desde o início do processo de deslocamento, indicando que a resistência do fluido 2 ao escoamento é importante. Por outro lado, no caso de baixa viscosidade do fluido 1 (Caso 2, $K_1 = 0.1$), a curva é praticamente horizontal no início do processo, pois o fluido 1 oferece comparativamente pouca resistência ao escoamento. No entanto, a partir do momento em que o fluido 2 tem sua viscosidade significativamente diminuída, a resistência do fluido 2 cai dramaticamente, e, comparativamente, a resistência do fluido 1 passa a ser importante.

3.3 Caso 3

O Caso 3 é caracterizado por $n_2 = 1$ e $K_1 = 1$, ou seja, o fluido 1 tem a mesma viscosidade que no Caso 1, mas o índice de comportamento é diferente.

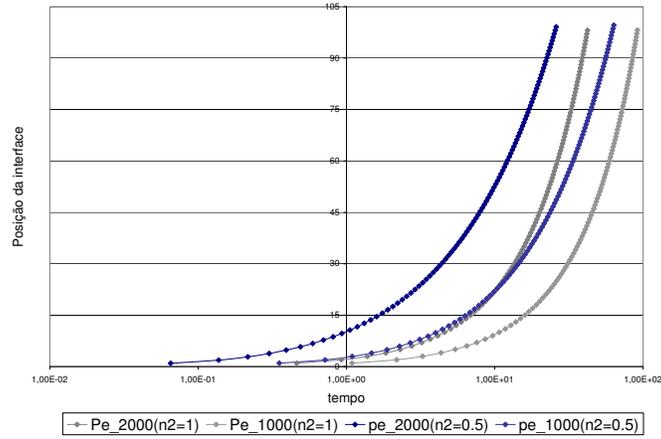


Figura 14: Posição da interface $z^*(t) \times$ tempo t . Comparação entre os Casos 1 ($n_2 = 0.5, K_1 = 1$) e 3 ($n_2 = 1, K_1 = 1$), $P_e = 1000$ e 2000 .

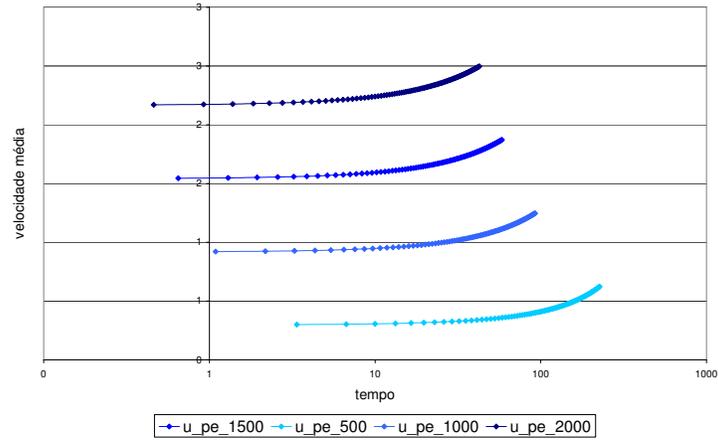
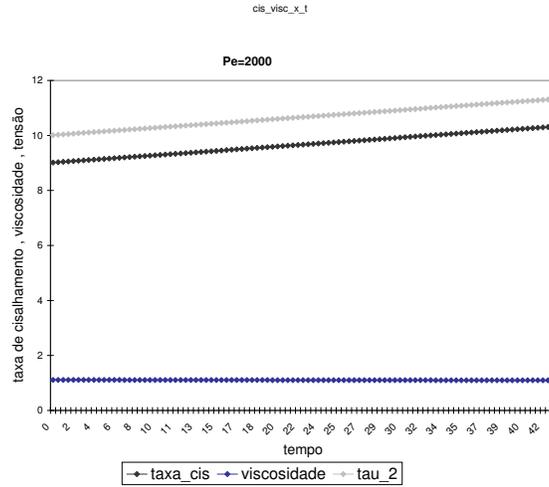


Figura 15: Velocidade da interface $\bar{U}(t) \times$ tempo t . Caso 3 ($n_2 = 1, K_1 = 1$), $P_e = 500, 1000, 1500$ e 2000 .



Page 1

Figura 16: Taxa de cisalhamento, Viscosidade e Tensão cisalhante na parede \times tempo t . Caso 3 ($n_2 = 1, K_1 = 1$), $Pe = 2000$.

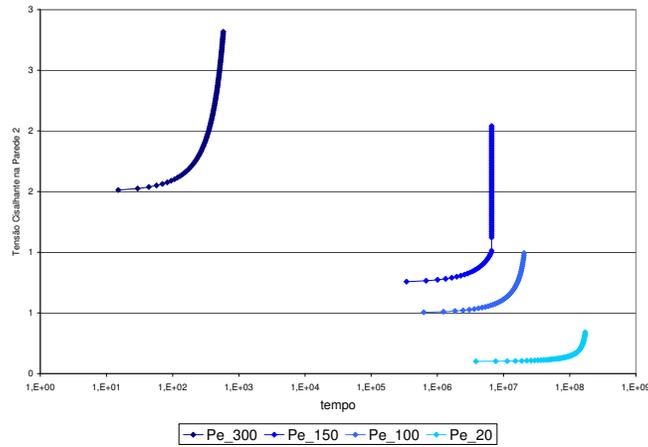


Figura 17: Tensão cisalhante na parede do fluido 2, τ_2 , \times tempo t (escala semi-logaritmica). Caso 3 ($n_2 = 1, K_1 = 1$), $Pe = 20, 100, 150$ e 300 .

As Figs. 14 e 15 mostram a posição $z^*(t)$ e a velocidade $\bar{U}(t)$ da interface em função do tempo, para valores da pressão de entrada P_e superiores à pressão crítica $P_{e,c}$.

Estas figuras ilustram que a interface avança com velocidade crescente a uma taxa muito baixa e, à medida que a interface avança, esta taxa vai crescendo monotonicamente.

Este comportamento se deve ao fato de que neste caso a viscosidade do fluido 2 é sempre maior que a do fluido 1, de acordo com a Eq. (10) para o caso de $n_2 = 1$ (nesse caso sempre ocorre que $\eta > 1$, e $\eta \rightarrow 1$ para valores altos de $\dot{\gamma}$, ver também Fig. 16).

Portanto, a resistência do fluido 2 ao escoamento é maior que a do fluido 1. Por isso, conforme a interface avança, a porção de tubo cheia com fluido 2 diminui, diminuindo também a resistência total ao escoamento, e causando o aumento da velocidade \bar{U} .

A Fig. 16 ilustra que, à pressão de entrada $P_e = 2000$, a taxa de cisalhamento na parede do fluido 2 é sempre bem maior que 1, de forma que a viscosidade é praticamente constante e igual a 1 desde o início do escoamento, conforme prevê a Eq. (10) para o caso de $n_2 = 1$.

Porém, à pressão de entrada $P_e = 300$ (Fig. 17), a taxa de cisalhamento na parede do fluido 2 é maior mas próxima a 1, de forma que a viscosidade é maior que 1 no início do escoamento, só se aproximando da unidade quando a interface já avançou o suficiente para gerar tensões cisalhantes mais altas na parede do fluido 2.

A Fig. 17 também mostra que, para pressões de entrada P_e inferiores à pressão crítica $P_{e,c}$, o comportamento observado é idêntico ao discutido para o Caso 1, conforme é de se esperar.

3.4 Caso 4

O último caso analisado, Caso 4, se refere a $n_2 = 1$ e $K_1 = 0.1$. Do ponto de vista qualitativo, este caso se assemelha ao anterior (Caso 3) no sentido que em ambos os casos a resistência do fluido 1 ao escoamento é menor que a do fluido 2. No entanto, como aqui a viscosidade do fluido 1 é bem menor, esperamos que esta diferença entre as resistências seja mais marcante no Caso 4.

De fato, esta tendência é bem ilustrada na Fig. 18, que compara as curvas de posição da interface $z^*(t) \times t$ referentes aos Casos 3 e 4 ($K_1 = 1$ e 0.1) para valores da pressão de entrada P_e superiores à pressão crítica $P_{e,c}$. As curvas para $K_1 = 1$ e 0.1 são coincidentes até próximo ao final do processo de deslocamento.

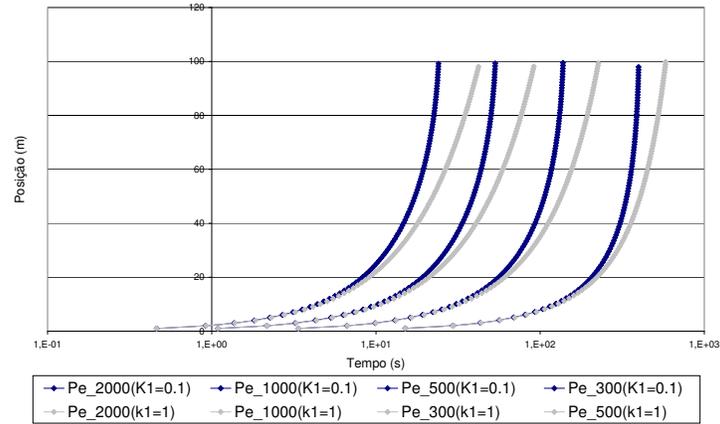


Figura 18: Posição da interface $z^*(t) \times$ tempo t . Comparação entre os Casos 3 ($n_2 = 1, K_1 = 1$) e 4 ($n_2 = 1, K_1 = 0.1$), $P_e = 300, 500, 1000$ e 2000 .

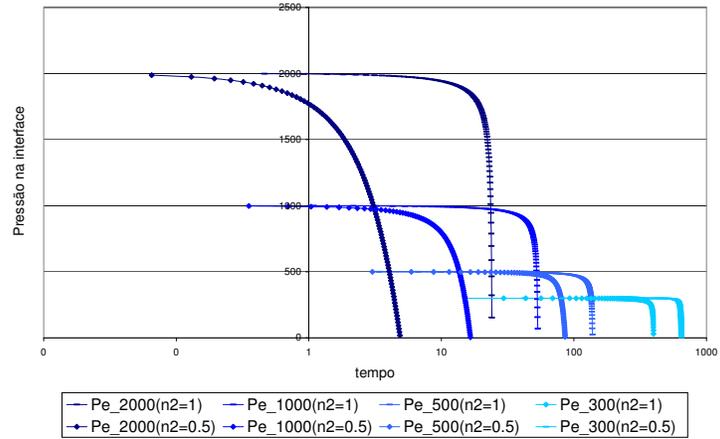


Figura 19: Pressão na interface, $P(z^*(t))$, \times tempo t (escala semi-logaritmica). Comparação entre os Casos 2 ($n_2 = 0.5, K_1 = 0.1$) e 4 ($n_2 = 1, K_1 = 0.1$), $P_e = 300, 500, 100$ e 2000 .

As curvas passam a divergir quando o trecho de tubo contendo fluido 2 já é pequeno, contribuindo marginalmente para a resistência ao escoamento, e a posição $z^*(t)$ referente ao Caso 3 passa a crescer mais lentamente, por causa da maior viscosidade do fluido 1.

Finalmente, a Fig. 19 compara as curvas de pressão na interface $P(z^*(t)) \times t$ referentes aos Casos 2 e 4 ($n_2 = 0.5$ e 1) para valores da pressão de entrada P_e superiores à pressão crítica $P_{e,c}$. Observamos primeiramente que o processo de deslocamento é sempre mais rápido (t_f menor) para o Caso 2, em consequência da menor viscosidade do fluido 2 causada pelo menor índice de comportamento n_2 . Outra observação se refere à queda mais suave de $P(z^*(t))$ no Caso 2, devida também à mais baixa viscosidade do fluido 2 nesse caso, que implica resistências ao escoamento mais próximas nos dois fluidos.

4 Conclusão

Neste trabalho simulamos numericamente o escoamento transiente de partida de líquidos viscoplásticos em tubos.

Nas simulações o líquido ocupa inicialmente todo o volume dentro do tubo e, no instante $t = 0$, ele começa a ser deslocado por outro líquido, através do aumento da pressão na entrada do tubo, mantida em um valor fixo até o fim da simulação.

Supomos que os líquidos obedecem à função viscosidade proposta recentemente por de Souza Mendes (2007) para líquidos viscolásticos, que é capaz de prever pequenas deformações abaixo da tensão limite de escoamento.

Elaboramos um algoritmo numérico iterativo para resolver o problema, envolvendo o método de Runge-Kutta de 4^a ordem e o método de Newton.

Obtivemos resultados para a situação de um líquido newtoniano deslocando um líquido viscoplástico. Investigamos diferentes combinações dos parâmetros reológicos e diferentes pressões de entrada, acima e abaixo da pressão crítica.

Os resultados mostraram que, em linhas gerais, comportamentos radicalmente distintos ocorrem dependendo das combinações de valores dos parâmetros. Estas diferenças de comportamento estão diretamente ligadas à relação entre as viscosidades dos dois fluidos.

Referências

- Chang, C., Nguyen, Q. D., Rønningsen, H. P., 1999. Isothermal start-up of pipeline transporting waxy crude oil. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 87, 127–154.
- Davidson, M. R., Nguyen, Q. D., Chang, C., Rønningsen, H. P., 2004. A model for restart of a pipeline with compressible gelled waxy crude oil. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 123, 269–280.
URL doi:10.1016/j.jnnfm.2004.09.007
- de Souza Mendes, P. R., 2007. Dimensionless non-Newtonian fluid mechanics. *J. Non-Newt. Fluid Mech.* 147 (1-2), 109–116.
- de Souza Mendes, P. R., Dutra, E. S. S., 2004. Viscosity function for yield-stress liquids. *Applied Rheology* 14 (6), 296–302.
- Frigaard, I. A., Vinay, G., Wachs, A., 2007. Compressible displacement of waxy crude oils in long pipeline startup flows. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*
URL doi:10.1016/j.jnnfm.2007.07.002
- Vinay, G., Wachs, A., Agassant, J.-F., 2006. Numerical simulation of weakly compressible bingham flows: The restart of pipeline flows of waxy crude oils. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 136, 93–105.
URL doi:10.1016/j.jnnfm.2006.03.003
- Vinay, G., Wachs, A., Frigaard, I. A., 2007. Start-up transients and efficient computation of isothermal waxy crude oil flows. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 143, 141–156.