

TURBULÊNCIA E SEU DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO

Atila P. Silva Freire

Programa de Engenharia Mecânica (COPPE/UFRJ)

C. P. 60503, 21945-970, Rio de Janeiro, RJ

atila@serv.com.ufrj.br

PREÂMBULO

O progresso da turbulência sobre o ponto de vista da sua perspectiva histórica é revisto. Interessado em desvelar a mais remota linha de pensamento que tenha nos conduzido ao atual estado do saber, este artigo abrange XXVI séculos de desenvolvimento da ciência. Sistemas, escolas, doutrinas e teorias do conhecimento são apresentados por intermédio de seus expoentes

1. INTRODUÇÃO

A Ciência não é uma construção arbitrária de um pensador isolado. Ela resulta do somatório lento, inexorável, de todas as civilizações e suas culturas, do que elas possuem de mais sofisticado e precioso, nos domínios do pensamento abstrato e em todos os campos do conhecimento. Na Ciência não há como avançar sem os alicerces que o passado nos fornece. A construção meticulosa do saber é uma firme imposição, um imperativo. A colaboração milenar de distintos sistemas, escolas, doutrinas e teorias urdiram os fios dessa imensa teia, a Ciência, cujas ramificações devem ser exploradas por inteiro para que se chegue, sob conhecimento de causa, ao termo das disputas.

Portanto, o estudo do passado da Ciência não deve ser visto como atividade saudosista significando não mais do que um empenho à liberdade da alma e uma sobrecarga importuna. Pois, sobre os fundamentos da Ciência, podemos nos libertar de qualquer acervo especulativo que se anteponha a nós, atingindo valores inovadores e profundos.

A Ciência é o conhecimento das coisas pela causa, que são as razões das coisas. Sob esta ótica, portanto, este texto deverá ser construído; buscando à luz da perspectiva histórica, as causas dos fenômenos naturais e tecnológicos. Em particular, estaremos interessados em abordar um fenômeno que tem sido um enorme desafio para físicos, matemáticos e engenheiros: a Turbulência. O último problema da física teórica não resolvido.

Claramente, este documento poderia ter sido escrito de várias formas, ter seguindo diferentes caminhos. No entanto, não posso deixar escapar, por ínfimo instante, o seu significado, o seu propósito. Análises críticas sobre os diferentes métodos de abordagem da turbulência podem ser encontradas em grande número na literatura. Repeti-las talvez não fosse de imediato interesse ao leitor; ele sempre poderá recorrer às fontes originais. Além disso, não creio que o objetivo maior aqui fosse analisar o enorme acervo de ferramentas disponíveis para tratar a turbulência; mesmo porque elas são insuficientes e incompletas. A Turbulência, lembremos, ainda é um assunto na fronteira do saber.

Neste texto estaremos interessados em seguir a linha de pensamento mais remota possível que nos tenha trazido ao atual estado do conhecimento. Estaremos interessados em investigar como os antigos percebiam a turbulência e lidavam com ela. Com isso estaremos retornando a épocas onde o método científico era sequer imaginado, onde a física e a

matemática tiveram seu nascedouro. As razões são simples. Não podemos esperar descrever o futuro sem conhecer o presente e o passado, sem nos apoiar nos ombros de gigantes da filosofia e da ciência.

Mas, como realizar de modo satisfatório tal tarefa? Novamente, os caminhos são muitos. As escolhas, incertas e mal definidas. Em qualquer hipótese, não poderemos deixar de nos preocupar com a história real e verídica dos cientistas e de suas idéias. Essencialmente, buscaremos descrever os sistemas de idéias, manifestos através de seus maiores expoentes. Para isso, algumas personalidades serão eleitas como representativas de sistemas, escolas, doutrinas e teorias; elas serão nossos guias pela história da Turbulência.

2. O PERÍODO CLÁSSICO

O primeiro período do pensamento grego tomou a denominação de período naturalista, assim chamado porque a nascente especulação dos filósofos se voltava instintivamente para o mundo exterior. Preocupados em achar uma substância única, a causa, o princípio do mundo natural vário, múltiplo e mutável, os jônios em diversas épocas sustentaram ser este elemento a água (Tales de Mileto, 624-546 a.C.), o indeterminado (Anaximandro, 610-547 a.C.) e o ar (Anaxímenes, 585-528 a.C.).

Segundo Pitágoras (571-497 a.C.), a essência, o princípio primordial da realidade é representado pelo número, isto é, pelas relações matemáticas. Da racional concepção de que tudo é regulado segundo relações numéricas passa-se a visão fantástica de que o número seja a essência das coisas. Achada esta substância una e imutável das coisas os pitagóricos passam a encontrar dificuldades para explicar a multiplicidade; eles então recorrem aos opostos, aos números pares e ímpares.

Para Heráclito a realidade única é o vir-a-ser perpétuo e o princípio primordial é o fogo: tudo muda, tudo está sujeito a um fluxo eterno.

Na escola eleática surgida na Ásia Menor em 580-576 a.C. o seu maior expoente foi Parmênides. De acordo com ele, o princípio fundamental das coisas, é o ser uno, idêntico, imutável, eterno, determinado, concebido como uma esfera suspensa no vácuo. Parmênides distingue a ciência - que nos dá a verdade, ou seja, o ser uno e imutável, e é construída da razão - da opinião - donde provém o erro, ou seja, o ser múltiplo e mutável, e depende do sentido.

Empédocles, de Agrigento na Sicília, viveu provavelmente entre 494 e 432 a.C. Para explicar a variedade e a mudança dos fenômenos e das coisas ele dividiu o ser único dos eleatas em quatro elementos fundamentais: a terra, a água, o ar, o fogo. A combinação dos elementos efetua-se por obra de duas forças fundamentais e primordiais: o amor e o ódio.

A realidade como constituída por uma infinidade de partículas mínimas, eternas e imutáveis foi concebida por Anaxágoras (500 -428 a.C.). A natureza diferente das coisas podia então ser explicada pela qualidade diversa das partículas.

O maior expoente da escola atomística foi Demócrito (Trácia, 460-370 a.C.). Aceitando o ser único de Parmênides, Demócrito divide-o em uma infinidade de corpúsculos simples e homogêneos (átomos) iguais na qualidade, diversos por grandeza, forma, posição. Esses átomos (elementos não divisíveis) são separados pelo espaço vazio, onde se movem por causa do diverso tamanho e, por conseguinte, por causa da diversa gravidade dos átomos. Os átomos mais pesados caem, movem-se *ab aeterno* no espaço

infinito mais rapidamente que os menos pesados. Esses, portanto, entrando em choque com aqueles são arrastados em movimentos vorticiais.

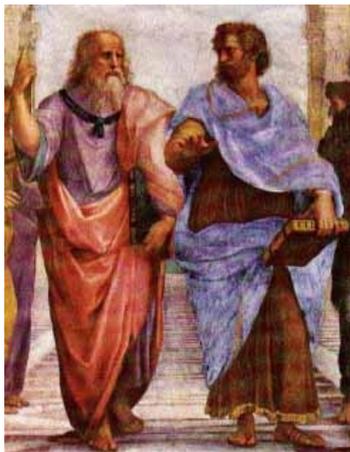
O segundo período da história do pensamento grego é conhecido como período sistemático. Neste período realizou-se uma grande e lógica sistematização do pensamento fixando-se o conceito de ciência e de inteligível. O interesse filosófico passou da natureza e da metafísica para o homem e a alma, a gnosiologia e a moral.

Sócrates (470-399 a.C.) nasceu em Atenas; ele foi um amargo crítico do saber vulgar, da opinião, buscando incansavelmente o saber racional, universal, imutável. Sua filosofia, de finalidade prática, moral, se realiza apenas pelo conhecimento, pela razão. A única construção racional de Sócrates é a gnosiologia, não a metafísica; com isso, ele deu-nos um método da ciência, não uma ciência verdadeira e própria. A gnosiologia de Sócrates fundamenta-se nos seguintes pontos: ironia, maiêutica, introspecção, ignorância, indução, definição. Embora não tenha deixado escrito algum, Sócrates descobriu um método sendo virtualmente o fundador da ciência, em geral, mediante a doutrina do conceito.

Platão (428-348 a.C.), como seu mestre Sócrates, também nasceu em Atenas. Distinguindo um conhecimento sensível - a opinião - e um conhecimento intelectual - a ciência, Platão julga que o conhecimento intelectual não pode derivar do conhecimento sensível, por terem esses dois conhecimentos características opostas. Em Atenas, por volta de 387 a.C., Platão fundou sua célebre escola, que, dos jardins de Academo, onde surgiu, adquiriu o famoso nome de *Academia*. A Academia sobreviveu por quase um milênio, até o século VI d.C.

O período sistemático terminou com Aristóteles (384-322 a.C.). Este grande pensador grego nasceu em Estagira, na Trácia. Aos dezoito anos foi para Atenas para estudar na academia platônica onde ficou por vinte anos. Aristóteles escreveu sobre todas as ciências, construindo algumas desde seu mais remoto fundamento, organizando outras em corpo coerente de doutrinas. A primeira edição das obras de Aristóteles data do século I a.C. Elas podem ser classificadas em: I) Escritos lógicos. II) Escritos sobre a física. III) Escritos metafísicos. IV) Escritos morais e políticos. V) Escritos retóricos e poéticos. Segundo Aristóteles a filosofia é essencialmente teórica, deve decifrar o enigma do universo. A filosofia aristotélica é dedutiva, mas o ponto de partida da dedução é tirado--mediante o intelecto - da experiência. Segundo sua classificação, a filosofia divide-se em teórica, prática e poética. A teórica, por sua vez, divide-se em física, matemática, teologia e metafísica; a filosofia prática divide-se em ética e política; a poética em estética e técnica. Aristóteles é o criador da lógica, por ele denominada analítica. No sentido estrito a filosofia aristotélica é a dedução do particular pelo universal, explicação do cotidiano mediante a condição. A lógica aristotélica é, portanto, essencialmente dedutiva, demonstrativa, apodética. Seu processo característico clássico é o silogismo. Portanto, segundo Aristóteles, os conceitos e juízos devem ser tirados da experiência.

Os conceitos de movimento introduzidos por Aristóteles vigoraram por quase 20 séculos. De acordo com seus argumentos, para um corpo se colocar e conservar em movimento através do ar uma força permanente precisava ser aplicada a ele. Para a descrição do movimento de um projétil, talvez o problema mecânico mais importante à época, a explicação oferecida supunha que o próprio ar fosse capaz de sustentar o movimento por um deveras engenhoso mecanismo. Ao se defletir para dar passagem ao projétil, o ar deveria rapidamente se deslocar para as regiões posteriores deixadas vazias preenchendo-as rapidamente; isso constantemente exerceria uma força sobre a parte traseira



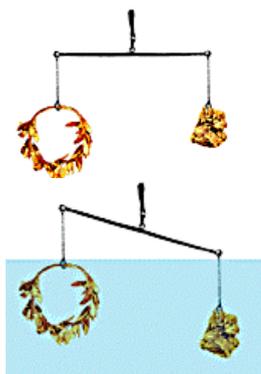
Platão (à esquerda) e Aristóteles



Arquimedes



Hiero II



A prova final



A coroa de louros

do projétil. Hoje sabemos não ser isso verdade. De acordo com Newton a aplicação de uma força é apenas necessária para garantir a mudança do movimento de um corpo; para um corpo em movimento uniforme a força resultante sempre será zero.

Por outro lado, Aristóteles claramente estabeleceu o conceito do contínuo. Ele também foi seminal em estabelecer que: “é impossível estabelecer porque um corpo colocado em movimento no vácuo devesse atingir o estado de repouso. Por que, de fato, deveria ele atingir o repouso em um lugar em detrimento de outro? Conseqüentemente, ele deverá permanecer em repouso, ou, se em movimento, deverá se mover indefinidamente até que um obstáculo se interponha a ele”. Portanto, se um corpo imerso em um meio fluido atinge um estado de repouso, a interpretação à luz da afirmativa anterior é a de que alguma força agiu sobre ele, a força de arrasto.

Arquimedes (287-212 a.C.) nasceu em Siracusa na Sicília. De acordo com alguns historiadores, inclusive Plutarco, Arquimedes visitava constantemente o Egito tendo estudado com os discípulos de Euclides em Alexandria e, em particular, com Conon de Samos, o maior matemático de todos. Sua época foi marcada pelas disputas de poder entre Roma e Cartago. Desde que a antiga colônia fenícia firmara sua autoridade sobre o litoral setentrional da África, quase toda a Sicília, a Sardenha, a Córsega e a Espanha meridional, a rivalidade com Roma era fatal. Na seqüência de sangrentas batalhas que se seguiriam entre os anos de 264 e 146 a.C. as máquinas bélicas de Arquimedes teriam um decisivo papel na segunda guerra púnica quando em 213 a.C. infligiram pesadas perdas às tropas de Marcellus. No plano civil, Arquimedes foi o inventor da alavanca e de bombas d'água. É sua a famosa frase “dêem-me espaço e suspenderei o mundo”.

Apesar de ter construído sua reputação por intermédio das máquinas que inventou, Arquimedes acreditava ser a matemática pura o único objeto merecedor de sua atenção. Ele aperfeiçoou um método de integração que lhe permitia calcular áreas e volumes de muitos corpos. Na mecânica, Arquimedes descobriu teoremas importantes relacionados ao centro de gravidade de um corpo; seu teorema mais famoso conhecido como o teorema de Arquimedes fornecia o peso de um corpo imerso em um líquido.

No século I a.C. um importante arquiteto romano chamado Vitruvius relatou a história de como Arquimedes foi chamado para desvelar uma fraude na confecção de uma coroa de ouro. A coroa havia sido encomendada pelo rei de Siracusa, Hiero II, para ser colocada sobre a cabeça de uma estátua representando um deus em um grande templo a ser construído. Suspeitando que o artesão tivesse substituído parte do ouro necessário por prata, Hiero pediu a Arquimedes que determinasse se a coroa era de ouro puro. Muitos autores, hoje, consideram a explicação fornecida por Vitruvius imprecisa e não elucidativa. De acordo com este autor, Arquimedes teria simplesmente colocado um objeto de ouro puro e com o mesmo peso da coroa em um recipiente completamente cheio. A seguir, o objeto teria sido retirado do recipiente e a coroa colocada em seu lugar. Com o maior volume da falsa coroa, a água no recipiente teria transbordado. Isso provaria a fraude. Entretanto, as coroas fabricadas na época possuíam a forma das coroas de louros. Tipicamente essas coroas possuíam um diâmetro máximo de 18,5 cm e massa de 1000 g; consideremos ainda que o diâmetro do recipiente fosse de 20 cm. Logo, uma coroa de ouro pura colocada no recipiente provocaria uma variação no nível d'água de 0,165 cm. Considere ainda que o artesão tivesse colocado 300 g de prata na coroa. Isso resultaria em um aumento de nível de 0,206 cm. A diferença, portanto, no deslocamento de água de um caso para outro seria uns meros 0,41 mm, uma diferença muito difícil de ser observada àquela época. Uma prática mais imaginativa para detectar a fraude seria utilizar as leis do empuxo e da alavanca de



O Egito Antigo



Demetrius de Phalerum



Ptolomeu I Soter



Ptolomeu II Philadelphus



Cleópatra



Julius Caesar



A Biblioteca de Alexandria



Arquimedes. Inicialmente equilibraríamos uma balança com a coroa em um de seus braços e um peso igual em ouro no outro braço. A seguir, ambos corpos, atrelados à balança, seriam mergulhados na água. Caso a coroa fosse falsa, o maior volume de água deslocado por ela provocaria um desequilíbrio na balança com o resultante deslocamento da coroa para a superfície.

3. A BIBLIOTECA DE ALEXANDRIA

Os primeiros reis da dinastia lágida estavam determinados a estabelecer o Egito como o reino mais proeminente de seu tempo. Alexandria, a mais ilustre das cidades fundadas por Alexandro Magno, em 331 a.C., a oeste do delta do Nilo, havia se tornado a capital do reino quando foi tomada em 306 a.C. por Ptolomeu Soter. Por uma decisão política dos Ptolomeus, escritores, poetas, artistas e cientistas foram trazidos a Alexandria de todo o mundo conhecido para enriquecerem duas instituições sem precedente: o “Museu” e a “Biblioteca”. O Museu, ou, o templo das musas, foi o primeiro instituto científico e a maior das universidades dos tempos antigos.

Supõe-se que foi Demetrius de Phalerum, filósofo peripatético e chanceler romano, a convencer Ptolomeu I Soter a estabelecer um grande centro do saber. Iniciada em 290 a.C., a biblioteca atingiu seu ápice durante o reinado de Ptolomeu II Philadelphus. Alexandria era uma biblioteca de Estado, mas sem público. Sua finalidade não era a difusão filantrópica e educativa do saber na sociedade, e sim a acumulação de todos os escritos da Terra, no centro do palácio real. Mas, então, por que instituir uma biblioteca que não acolherá leitores? A resposta é simples. Os ganhos políticos e simbólicos são imensos. Nessa terra do Egito os novos senhores querem firmar a primazia da língua e da cultura gregas. Querem dotar sua capital de uma centralidade simbólica: toda a memória do mundo em uma cidade nova, de imigrantes. Alexandria era o pólo intelectual e científico mais importante do mediterrâneo. Para o enriquecimento da biblioteca não se pouparam meios. O mandato do rei, segundo a *Carta de Aristeu*, é de “reunir na íntegra, se possível, todas as obras aparecidas no mundo inteiro”. Para isso recorria-se a confiscos, a aquisições e a transcrições sistemáticas.

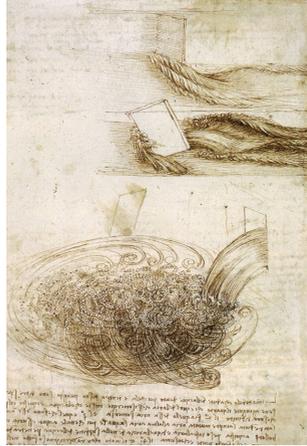
Embora nenhum dado concreto exista, acredita-se que, no seu ápice, a biblioteca chegou a reunir 700.000 pergaminhos o que nos dias de hoje representaria de 100 a 125.000 livros. Apesar de sérias contradições, podemos traçar o desaparecimento por completo da biblioteca a um período de 450 anos. O primeiro incêndio deu-se em 48 a.C. durante a batalha naval de Alexandria quando as tropas de Julius Caesar, em apoio a Cleópatra VII, atacaram seu irmão Ptolomeu XIII. De acordo com algumas fontes, cerca de 40.000 pergaminhos foram destruídos no desastre. Outros autores insistem em 400.000. Marco Antonio compensou Cleópatra com a doação de 200.000 pergaminhos de *Pergamum*. O Museu e o quartelão real foram destruídos no século III. Finalmente, o remanescente da biblioteca foi destruído entre os anos de 391 e 415 d.C. quando o Imperador Theodosius emitiu um decreto considerando-a uma casa pagã.

4. O RENASCIMENTO

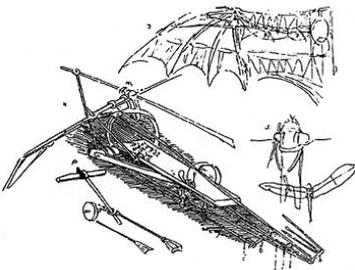
Após os anos de escuridão provocados pela política dogmática da igreja, o aparecimento da imprensa moderna em 1455 fortemente contribuiu para a vulgarização dos autores e a disseminação dos conhecimentos. A impressão por blocos gravados era conhecida e usada.



Turbulência por da Vinci



Autoretrato



Ornitóptero

Praticavam-na os chineses e os ocidentais a tinham adquirido. Na primeira metade do século XV imprimiam-se livros inteiros por esse processo demorado e dispendioso. Foi porém Gutenberg (1400-1468) quem imaginou servir-se para a impressão de tipos separados, que seu associado Faust pensou fabricar de uma liga de chumbo e antimônio. Em poucos anos as obras de escritores gregos, latinos e hebraicos estariam ao alcance da inteligência européia.

Apesar dos enormes avanços em engenharia por alguns povos no período que abrangeu os séculos III a.C. a XV d.C., as contribuições para a ciência mecânica não foram significativas. Leonardo da Vinci (1452-1519) foi, certamente, o precursor de muitos conceitos importantes em mecânica dos fluidos. Nascido na pequena vila de Vinci na Toscana, próxima a Florença, Leonardo foi filho ilegítimo de Ser Piero da Vinci, um jovem advogado, e de Catarina, uma jovem camponesa. À idade de 16 anos, Leonardo se mudou para Florença onde iniciou treinamento como pintor e escultor; aos 30, foi para Milão onde trabalhou por 20 anos para a família de Ludovico Sforza projetando armas e máquinas de guerra. Foi neste período que Leonardo formulou suas primeiras idéias sobre mecânica dos fluidos.

Os conceitos de da Vinci em engenharia eram extremamente avançados para a sua época. Constantemente preocupado com os problemas clássicos da mecânica, a conquista da terceira dimensão era um sonho e uma obsessão. Da observação dos pássaros, da Vinci retirou a maioria dos seu conceitos em mecânica dos fluidos.

O período de 1488 a 1514 foi particularmente devotado por da Vinci ao desenvolvimento de seus conhecimentos em mecânica dos fluidos. Profundamente influenciado pelos escritos de Euclides, da Vinci começou a elaborar, como os clássicos, a noção de que a matemática era a causa única das coisas. Seu grau de imersão com a matemática chegou ao ponto dele exclaimar em 1496: “Nenhum conhecimento pode ser certo se não for baseado em matemática ou em outro conhecimento ele próprio baseado nas ciências matemáticas. A ciência mecânica, é a mais nobre e está acima de todas, a mais útil”. Mais enfaticamente, ele repetiu: “Que nenhum homem que não seja um matemático leia os elementos de meu trabalho”.

Um dos princípios fundamentais da mecânica dos fluidos, o de que massa é conservada foi cuidadosamente investigado por da Vinci. Observando o escoamento em um rio, da Vinci percebeu que em regiões de constrição a corrente aumentava de velocidade. Mais ainda, ele percebeu que em regiões onde a área transversal ao escoamento diminuía por um fator de 4 vezes a velocidade aumentava por um fator de 4 vezes. Portanto, pela primeira vez na história, uma afirmação quantitativa sobre a equação da continuidade foi feita.

Em adição, da Vinci, um contumaz observador da natureza, fez vários desenhos de padrões de escoamentos turbulentos. Seus desenhos sobre o escoamento de um fluido ao redor de placas perpendiculares e alinhadas ao fluxo incidente são de uma impressionante fidelidade. A formação de regiões de escoamento separado, recirculante e esteira pode ser facilmente identificada em suas notas.

Suas contribuições para a ciência básica da mecânica dos fluidos foram complementadas por seu pendor por aplicações práticas. Sua fervorosa crença na total possibilidade de reproduzir tecnologicamente suas observações da natureza podem ser ilustradas pela frase: “um pássaro é um instrumento que funciona de acordo com as leis matemáticas, um instrumento dentro da capacidade do homem de ser reproduzido em todos os seus movimentos, embora não com o correspondente grau de resistência, por sua

deficiência na potência de manter o equilíbrio. Podemos então dizer que a tal instrumento construído pelo homem nada falta, exceto a vida de um pássaro, e que esta vida deve portanto ser fornecida através daquela do homem”. Esta afirmação o levaria à infrutífera tentativa de construir um ornitóptero movido pela força humana.

Em sua tentativa de qualificar as propriedades do escoamento ao redor de um corpo, ele brilhantemente afirmou: “Que qualidade de ar cerca os pássaros em vôo? O ar circundando os pássaros é menos espesso acima deles que a espessura de outros ares, e abaixo mais espesso que o mesmo ar, e é menos espesso atrás do pássaro que acima dele em proporção à velocidade do pássaro em seu movimento avante, em comparação com o movimento das asas em relação ao solo; e, do mesmo modo, a espessura do ar na frente do pássaro é maior que a espessura do ar abaixo dele, em proporção à dita espessura dos ditos ares”. Fica claro ao leitor que da Vinci esteve muito próximo de se apropriar do conceito de pressão, um resultado que seria matematicamente formulado 250 anos mais tarde por Euler.

Dentre outras importantes contribuições de da Vinci podemos destacar:

- 1) Uma primeira tentativa de quantificar altas e baixas pressões.
“O ar a altas velocidades que atinge um corpo é comprimido proporcionalmente à sua velocidade”.
- 2) O princípio da reciprocidade aerodinâmica, que rege o princípio de funcionamento dos túneis de vento.
“Mover o objeto contra o ar parado é como mover o ar contra o objeto parado”.
“A mesma força exercida pela coisa sobre o ar, é exercida pelo ar contra a coisa”.
- 3) A primeira admissão de um mecanismo separado de propulsão, o princípio das asas fixas.
“Portanto, se o ar se move contra asas fixas, o mesmo ar suporta o peso dos pássaros através do ar”.
- 4) A direta proporcionalidade entre a resistência ao avanço e a área “molhada” dos corpos expostos.
- 5) A introdução ao conceito de corpos aerodinâmicos. Desenhos de peixes e cascos de navios. Formas aerodinâmicas avançadas.

O século XVI apresenta uma nova concepção filosófica do mundo e da vida, ainda não bem esboçada. Foi nesta época que a ciência política e a técnica científica tiveram seu grande início.

O grande metodólogo da ciência natural foi Galileu Galilei (1564-1642). Nascido em Pisa na Toscana, Galileu foi o primogênito de uma prole de sete. Seu pai, Vicenzio Galilei, músico e compositor, foi a primeira pessoa a aplicar a teoria dos números para a análise de harmonia musical.

Galileu ensinou nas Universidades de Pisa e de Pádua; a seguir, em Florença como matemático e filósofo. Galileu estava convencido de que o conhecimento humano deveria se firmar na experiência. Galileu estudava o mundo para colher os fenômenos e suas leis; diferentemente de Aristóteles que pretendia construir uma metafísica geral e especial. Ele julga que apenas a aplicação da matemática à física poderá resultar na constituição do elemento verdadeiramente racional, universal e necessário da ciência moderna. Toda a ciência, então, deve ser construída sobre a experiência e a razão, ou, como afirma Galileu, sentido e discurso. Quanto ao procedimento para construir o saber, Galileu identifica três instâncias: i) a observação, ii) a hipótese, iii) a

experimentação, que é a verificação da hipótese. Esta, quando confirmada experimentalmente, transforma-se em lei.

As duas principais publicações de Galileu foram: *Dialogo sopra i massimi sistemi del mondo*(1632) e *Dialogo delle scienze nuove*(1638). Na primeira, e apoiado por suas próprias observações astronômicas, Galileu argumentou logicamente que o nosso sistema solar era heliocêntrico. No segundo volume, ele apresentou os princípios básicos da ciência dos materiais e a formulação matemática da cinemática. As contribuições de Galileu para a mecânica foram gigantes; ele introduziu os conceitos de inércia e de quantidade de movimento. Portanto, ele foi o primeiro a constatar que o efeito de uma força é modificar um movimento ao invés de simplesmente sustentá-lo. Em relação à mecânica dos fluidos, em experimentos envolvendo corpos em queda e o movimento de pêndulos ele foi capaz de verificar que a resistência aerodinâmica era diretamente proporcional à massa específica do fluido.

René Descartes (1596-1649) foi o fundador do racionalismo e da filosofia moderna; ele afirma ser o único método da ciência o método racionalista, dedutivo, próprio da matemática. Suas obras de maior importância para o estabelecimento do método foram: *Discours de la méthode*(1637) e *Principia Philosophiae*(1641).

Descartes nasceu em La Haye na Turena. Educado em um colégio jesuíta, ele recebeu instrução segundo os princípios da escolástica contemporânea. Até os 33 anos Descartes percorre a Europa engajado em atividades mundanas e incertas. Em 1629, ele retira-se para a Holanda onde passa os próximos 20 anos se dedicando exclusivamente ao estudo, à meditação filosófica e à composição de suas obras.

O método cartesiano será explanado a seguir.

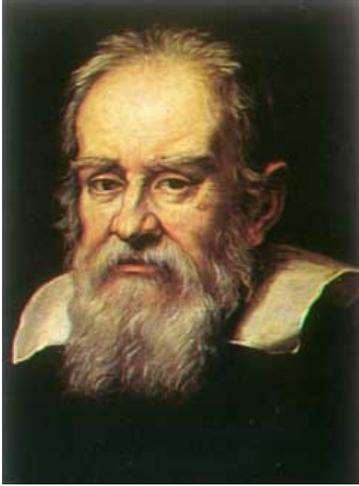
O ponto de partida é fornecido pela intuição, que seria a apreensão universal de essências elementares e de relações simples. Esses elementos intuitivos, portanto, têm que servir de fundamento a todo saber.

Da intuição depende o processo discursivo, a dedução em geral que Descartes separa em análise e síntese. A análise é o procedimento que isola as noções intuitivas e de onde deve partir a dedução em seu sentido estrito, chamada por ele de síntese. Um quarto elemento do método cartesiano é representado pela enumeração completa; esta seria o controle que garante que nenhum elo da cadeia dedutiva tenha sido omitido. Ela é, portanto, a conclusão, igualmente certa como o ponto de partida. Portanto, o método cartesiano consiste em quatro etapas: intuição, análise, síntese, conclusão.

Logo, para se aplicar o método cartesiano é mister encontrar um início concreto, para construir um sistema concreto. Com Descartes fica definitivamente inaugurada a época científica.

Na esteira de Galileu e Descartes, o século XVII testemunhou uma explosão no desenvolvimento da física e da matemática. Neste marcante período, a contribuição de Isaac Newton foi fundamental.

Newton (1642-1727) nasceu na localidade de Woolsthorpe. Sua criação foi responsabilidade exclusivamente materna, pois seu pai havia falecido cinco meses antes de seu nascimento. Em sua infância, seu interesse por mecânica já era aparente; o jovem Newton possuía o hábito de desenhar diagramas mecânicos nas portas e janelas de sua casa. Incentivado pelo tio, Newton conseguiu ingressar no Trinity College em Cambridge em 1661. Após sua formatura em 1665, Newton passou dois anos em Lincolnshire se escondendo da peste que se alastrava pela Europa e que forçou a Universidade a fechar seus



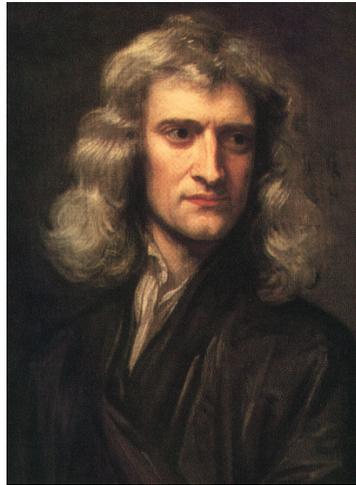
G. Galilei



R. Descartes



L. Euler



I. Newton

portões. Foi neste período que ele concebeu suas mais importantes idéias sobre matemática, ótica e mecânica.

Em 1667, Newton retornou ao Trinity College na condição de “Minor Fellow”. No ano seguinte ele recebeu um diploma de M.A. (Master in Arts), tendo sido nomeado para a cátedra em matemática aplicada conhecida como “Lucasian Professorship”. Como preceptor da cátedra, Newton era obrigado a ministrar pelo menos uma aula por semana durante o ano acadêmico. Sua longa série de aulas, ministradas de 1669 a 1687, deram forma ao texto final que viria a se tornar seu famoso compêndio *Philosophiae naturalis principia mathematica*, publicado em 1687. Newton foi eleito “Fellow of the Royal Society (F.R.S.)” em 1672 e “M.P. (Member of Parliament)” em 1689.

Newton foi o grande formulador da mecânica clássica. Suas três leis fundamentais concernentes ao movimento fornecem a base para toda a mecânica. Para a mecânica dos fluidos, sua segunda lei, que relaciona a força à taxa de variação da quantidade de movimento para um corpo em movimento, se tornou a equação básica para todo o estudo teórico doravante feito. De fato, a segunda lei de Newton seria utilizada no futuro por Euler, Navier e Stokes para obter as equações fundamentais do movimento de um fluido.

Especificamente, uma contribuição importante de Newton, registrada no Livro II do *Principia* diz respeito à relação existente entre a tensão cisalhante em um ponto do fluido e o gradiente local de velocidade. Na seção IX do Livro II, Newton afirma que a resistência resultante da ação do atrito em partes do fluido seria, conservadas as outras variáveis iguais, proporcional à taxa de deformação experimentada por um elemento fluido no escoamento. A afirmação de Newton pode ser transcrita em termos matemáticos por

$$\tau \propto \frac{dV}{dn} . \quad (1)$$

Definindo-se a constante de proporcionalidade por μ , chegamos à conhecida lei de Newton para a relação tensão/deformação em um fluido. Líquidos e gases que satisfazem esta lei são chamados de fluidos newtonianos.

O Livro II do *Principia* contém a maioria das contribuições de Newton para a mecânica dos fluidos.

No final do século XVII um problema de especial interesse era a previsão do arrasto provocado pelo casco de um navio. A Inglaterra já havia se tornado a maior potência marítima mundial e seu domínio dos mares dependia sobremaneira do projeto e da construção de naus com alto desempenho. Este fato certamente colaborou para o interesse de Newton em mecânica dos fluidos. Entretanto, um problema de maior grandeza o atormentava. Descartes havia formulado uma teoria que afirmava ser o espaço interplanetário preenchido por uma matéria que se movimentava com movimentos do tipo vorticais ao redor dos planetas. Mas, as observações de Johannes Kepler publicadas em 1627 mostravam que o movimento dos planetas através do espaço não era dissipado, outrossim executava órbitas estáveis e periódicas. A única justificativa plausível para a teoria de Descartes seria, portanto, não existir atrito entre os planetas e o meio que os circundava, ou seja, o arrasto deveria ser nulo. O objetivo central de Newton, em mecânica dos fluidos, passou então a ser: provar que existe arrasto quando um corpo se move em um meio contínuo. Isso derrubaria a teoria de Descartes.

Em seus estudos sobre a matéria, Newton apresentou a primeira dedução teórica da equação do arrasto. Ele concluiu que o arrasto variava com o quadrado da velocidade, com a área da seção reta do corpo e com a massa específica do fluido.

No século XVIII, vários avanços fundamentais se deram na ciência. Daniel Bernoulli (1700-1782) nasceu em Groningen na Holanda. Parte de uma família de famosos matemáticos, Bernoulli recebeu da Universidade de Basel em 1716, o título de mestre em filosofia e lógica. Prosseguindo com seus estudos, agora em medicina, e após passagens por Basel, Heidelberg e Strasbourg, Bernoulli recebe em 1721 seu doutorado em anatomia e botânica. Em 1725, Bernoulli ingressa na Academia de Ciências de São Petersburgo, à época, um proeminente templo do saber. Em Petersburgo, Bernoulli publica seu famoso livro *Hydrodynamica* (termo cunhado por ele), terminado em 1634 mas publicado em 1638. Sua grande contribuição para a mecânica dos fluidos foi o estabelecimento de uma relação entre a variação da pressão e da velocidade em um escoamento.

O trabalho de Bernoulli impressionou particularmente d'Alembert cujos resultados viriam a fornecer vitais elementos para o desenvolvimento da física matemática. Jean le Rond d'Alembert (1717-1783) foi filho ilegítimo de Claudine de Tencin com Chevalier Destouches, um oficial de cavalaria. Logo após seu nascimento, em Paris, d'Alembert foi abandonado pela mãe que, mais tarde, viria a ser tornar uma famosa cortesã. De fato, Claudine tinha sido mantida à força em um convento por 16 anos; seu temor de ser enviada de volta, também à força, deve tê-la induzido a este ato dramático. De qualquer modo, o pai de d'Alembert conseguiu que ele fosse criado por uma família de modestas posses chamada Rousseau; d'Alembert permaneceria com esta família pelos próximos 47 anos. Com o apoio de seu pai, d'Alembert foi educado no Collège des Quatre-Nations, onde ele estudou direito e medicina, e, mais tarde, matemática. Em um programa de estudos planejado pessoalmente, d'Alembert aprendeu os trabalhos de Newton e Bernoulli. Seu esforço, notado pela Academia de Ciências de Paris, tornou-o um membro em 1741. Suas contribuições mais notáveis no período foram: i) ele foi o primeiro a formular a equação da onda, ii) o primeiro a expressar o conceito de uma equação diferencial parcial, iii) o primeiro a resolver uma equação diferencial parcial (pelo método da separação das variáveis), iv) o primeiro a expressar as equações diferenciais da dinâmica de um fluido por meio de um campo (de velocidades). A primeira vez que a equação da continuidade foi expressa em termos de uma equação diferencial aplicada localmente em um campo de escoamento ocorreu em seu artigo *Traité de l'équilibre et des mouvements des fluides pour servir de suite au traité de dynamique*(1744). Por quase toda sua carreira d'Alembert tentou resolver o clássico problema de um corpo se movendo através de um fluido. Entretanto, fosse qual fosse a análise que ele aplicasse ao problema o resultado final era sempre o mesmo: arrasto zero. Em um total estado de frustração, d'Alembert escreve em 1768 não ver como o problema pudesse ser resolvido; ele utiliza o termo “paradoxo” para admitir sua incapacidade em desenvolver uma teoria satisfatória, expressão que ficou famosa como o “Paradoxo de d'Alembert”. Claramente suas dificuldades resultavam da não consideração dos efeitos viscosos.

Leonard Euler (1707-1783) nasceu em Basel na Suíça. Seu pai era um ministro protestante cujo passatempo era a matemática. O estimulante ambiente familiar, que fortemente encorajava a atividade intelectual exerceu papel preponderante em seu ingresso na universidade aos 13 anos. Àquela época, a Universidade de Basel possuía 100 alunos e 19 professores. Um dos profesoeres era Johann Bernoulli, que foi seu tutor em matemática. Portanto, Johann e Daniel Bernoulli e Euler foram não apenas contemporâneos, mas amigos

íntimos. De fato, quando Daniel Bernoulli obteve seu emprego em São Petersburgo ele convenceu as autoridades acadêmicas a também oferecerem uma posição a Euler.

Foi em São Petersburgo que Euler concebeu a pressão como uma propriedade local que poderia variar de ponto para ponto e ser estabelecida a partir de uma equação diferencial que a relacionava com a velocidade do escoamento. A integração desta equação diferencial permitiu a Euler deduzir rigorosamente a equação de Bernoulli.

Quando Bernoulli retornou a Basel em 1733, Euler sucedeu-o como catedrático em física. Em 1741 Euler já havia publicado 90 artigos e os dois volumes de seu livro *Mechanica*. Neste ano, distúrbios políticos na Rússia forçaram Euler a se mudar para Berlim. Na Associação de Ciências de Berlim, Euler continuou trabalhando com grande dinamismo tendo preparado pelo menos 380 publicações. Em 1766, após severas divergências com Frederico, o Grande, Euler retornou a São Petersburgo onde terminou seus dias

Euler foi o responsável pela rigorosa formulação matemática do movimento de um fluido. As equações governantes de um fluido em regime incompressível e compressível foram apresentadas por Euler em três publicações: *Principles of the motion of fluids*(1752), *General principles of the state of equilibrium of fluids*(1752) e *General principles of motion of fluids*(1755).

5. A TURBULÊNCIA EM SUA INFÂNCIA

Claude Louis Marie Henri Navier (1785-1836) nasceu em Dijon na França. Seu pai, advogado, durante o período do terror na revolução francesa foi um destacado membro da Assembléia Nacional. Com a súbita morte de seu pai em 1793, Navier teve a boa fortuna de ser deixado aos cuidados de seu tio Emiland Gauthey, o, então, maior engenheiro francês. Sob a influência do tio, Navier ingressou, com dificuldade, na École Polytechnique em 1802. Apesar dos percaussos iniciais, Navier mostrou-se um brilhante aluno tendo sido particularmente influenciado por Fourier, seu professor de análise matemática. Em 1804 Navier ingressou na École de Ponts et Chaussées, obtendo, dois anos mais tarde, e com louvor, seu título de engenheiro. Nos 13 anos subsequentes Navier estabeleceu uma enorme reputação como engenheiro do Corps des Ponts et Chaussées. Neste período ele tomou a tarefa de editar e publicar os trabalhos de Gauthey, já falecido, tendo obtido grande sucesso em introduzir os princípios básicos da ciência à engenharia, uma matéria até então completamente empírica.

Em 1819, Navier tornou-se regente dos cursos de mecânica aplicada na École des Ponts et Chaussées, sendo conduzido ao posto de catedrático em 1830. No ano seguinte ele substituiu Cauchy na École Polytechnique. Sua postura reformista, que defendia uma maior ênfase em física e análise matemática, logo lhe trouxe dissabores quando ele se envolveu em uma amarga disputa com Poisson a respeito do ensino da teoria de calor de Fourier.

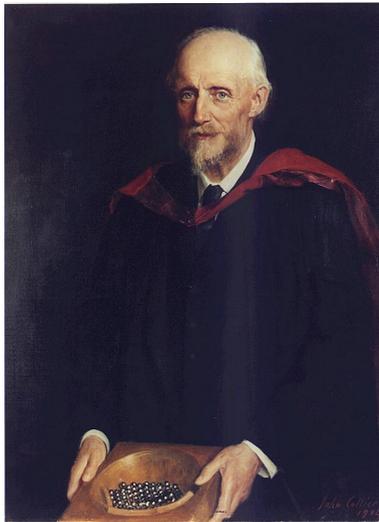
Um grande especialista na construção de estradas e pontes, Navier ficou universalmente conhecido pela primeira dedução das equações de movimento de um fluido em 1822, *Mémoire sur les lois du mouvement des fluids*. Apesar de não conhecer o conceito de tensões cisalhantes em um fluido, Navier deduziu as equações para um fluido viscoso baseando suas premissas em modificações das equações de Euler e em considerações sobre as forças de interação entre as moléculas de um fluido. Portanto, é irônico que Navier seja vastamente conhecido por obter um resultado clássico através de premissas totalmente equivocadas.



Barré de Saint-Venant



Joseph Boussinesq



Osborne Reynolds

Adh mar Jean Claude Barré de Saint-Venant (1797-1886) ingressou na  cole Polytechnique em 1813. Sua trajetória universitária seria seriamente abalada pelos violentos eventos de 1814 quando, guiado por sua consciência política, Saint-Venant se recusou a participar com seus colegas da defesa de Paris momentos antes da abdica o de Napoleo. Como consequência de seus atos Saint-Venant foi expulso da  cole Polytechnique tendo finalmente se formado em 1816 na  cole des Ponts et Chaussées. Saint-Venant trabalhou por 27 anos como um destacado engenheiro civil para o Service des Poudres et Salp tres e para o Service de Ponts et Chaussées. Tardiamente, em 1839-1840, Saint-Venant freqüentou o Coll ge de France onde estudou com Liouville. Na  cole des Ponts et Chaussées ele sucedeu Coriolis como professor de matemática.

Em sua postergada vida acad mica, Saint Venant se destacou com trabalhos em mecânica, elasticidade, hidrostática e hidrodinâmica. Sete anos após a morte de Navier, Saint Venant re-deduziu as equa es do movimento para um fluido viscoso introduzindo, pela primeira vez, o conceito de tensões internas viscosas. Este trabalho de 1843, *Note   joindre un mémoire sur la dynamique des fluids*, derrubava por terra os argumentos moleculares de Navier, identificando, definitivamente, o coeficiente de viscosidade e seu papel como multiplicador dos gradientes de velocidade do escoamento. Ele ainda, corretamente, identificou aquele produto como as tensões viscosas que atuam sobre o fluido como resultado do atrito.

George Gabriel Stokes (1819-1903) nasceu em uma f milia com profunda conota o religiosa. Seu pai, Gabriel Stokes, era um ministro protestante em Skeen no condado de Sligo na Irlanda, enquanto sua mãe era a filha de um ministro da igreja. O alto grau de erudi o de seus pais e suas conexões religiosas foram decisivos em sua educa o. Mesmo antes de ingressar na escola, George já podia ler e escrever em latim ensinado por seu pai. Seus estudos, primeiro em Dublin e depois em Bristol foram fundamentais em sua prepara o para ingressar em Cambridge. Stokes ingressou no Pembroke College em 1837 onde foi tutelado por William Hopkins. Ao terminar sua gradua o em 1841, e, aconselhado por Hopkins, Stokes dedicou-se   pesquisa em hidrodinâmica publicando em 1842 o trabalho *On the steady motion of incompressible fluids*. Um curto tempo depois, Stokes descobriu que Duhamel tinha obtido resultados semelhantes aos seus mas sobre a distribu o de calor em um sólido.

Continuando suas investiga es Stokes corretamente deduziu as equa es do movimento em um fluido levando em conta seu atrito interno. Novamente, ele descobriu que outros pesquisadores já haviam obtido resultados semelhantes, notadamente, Navier, Poisson e Saint Venant. De qualquer forma, Stokes considerou que seus resultados haviam sido obtidos por meio de hipóteses suficientemente diferentes para justificar publica o. Portanto, em 1845 o famoso artigo *On the theory of internal friction of fluids in motion* foi publicado. Neste artigo, Stokes têm discuti o o equilíbrio e o movimento de sólidos elásticos, usando argumentos de continuidade para justificar as mesmas equa es de movimento para um corpo elástico e um fluido viscoso.

Em 1849, Stokes foi nomeado “Lucasian Professor of Applied Mathematics”. Esta cátedra, como já vimos, havia pertencido a Newton e subseqüentemente a ele, Stokes, foi ocupada respectivamente por Dirac, Lighthill e Hawking. Em 1851 Stokes foi eleito para a Royal Society.

Semelhantemente a Stokes, Osborne Reynolds têm recebeu forte forma o religiosa. Seu pai, o Rev. O. Reynolds era não apenas um simples sacerdote na igreja anglicana mas um respeitado acad mico, tendo se graduado em Cambridge em 1837 e

recebido grande reconhecimento manifesto por sua eleição para “Fellow” do Queens' College, diretor da Belfast Collegiate School e, mais tarde, da Dedham School em Essex. De fato, o Rev. Reynolds seguia na longa lista de tradição familiar com a igreja, que já havia eclodido em três Reitores nomeados para Debach-with-Boulge, Suffolk, ele próprio, seu pai e seu avô.

Embora Osborne (1842-1912) tivesse nascido em Belfast, sua iniciação escolar deu-se em Dedham. Neste período, sua educação foi ministrada diretamente por seu pai que, além de ser um excelente matemático, possuía um grande interesse em mecânica, e, em particular, em tudo que possuísse uma remota relação com o aperfeiçoamento de equipamentos agrícolas. Fortemente influenciado pelo pai, que não colocava limites ao conhecimento da matemática e da física como fundamentos das aplicações mecânicas, Osborne foi enviado para trabalhar como aprendiz na firma de engenharia de Edward Hayes em Stony, Stratford. Lá, ele permaneceu por um ano onde adquiriu grande experiência na fabricação de navios a vapor.

Depois de se graduar em matemática em Cambridge em 1867, Reynolds, como seu pai, foi eleito para uma fellowship no Queens' College, Cambridge. Novamente, Reynolds empregou-se em uma firma de engenharia, a de John Lawson em Londres onde permaneceu um ano trabalhando como engenheiro civil.

Em 1866, Reynolds tornou-se o primeiro catedrático em engenharia em Manchester, e o segundo na Inglaterra. Apesar de sua juventude e inexperiência Reynolds respondeu a um edital de convocação para preenchimento da cátedra recém criada no Owens College, mais tarde Universidade de Manchester, tendo sido admitido sem aparente contestação. Reynolds ocupou esta cátedra até sua aposentadoria em 1905, quando, com uma saúde já bastante frágil retornou à Cambridge.

Seus primeiros trabalhos foram em eletricidade e magnetismo; entretanto, rapidamente seu interesse se concentrou em hidráulica e hidrodinâmica, tendo, após 1873, praticamente se resumido a esta matéria. Reynolds estudou brilhantemente as mudanças que um escoamento experimenta quando passa do regime laminar para o regime turbulento. Em seus artigos de 1883 *An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water in parallel channels shall be direct or sinuous and the law of resistance in parallel channels* e de 1895 *On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion*, Reynolds introduziu o, sem dúvida, mais importante grupo adimensional da mecânica dos fluidos que hoje conhecemos como o “Número de Reynolds”. Em 1886 Reynolds formulou a moderna teoria de lubrificação. Três anos mais tarde, com a formulação da noção de campos médios e flutuantes em escoamentos turbulentos, Reynolds produziu um importante modelo teórico para a análise de escoamentos turbulentos que hoje ainda se constituem em estado da arte. De importante nota, vale lembrar aqui sob que condições Reynolds conduziu suas investigações científicas. À época que Reynolds iniciou sua carreira no Owens College, pouquíssimos recursos foram colocados à sua disposição. O próprio Owens College havia se instalado em uma antiga casa residencial em Quay Street que havia abrigado por um bom tempo Richard Cobden, um deputado por Stockport. Por esse motivo suas primeiras pesquisas precisavam ser feitas em aparatos muito primitivos em sua casa ou ao ar livre. Desta forma, os recursos necessários à realização de experimentos precisavam ser necessariamente simples, baratos e descomplicados. Apesar das dificuldades, o resultado final foi da qualidade hoje amplamente conhecida. Isso, de certa forma, ilustra a renomada tradição britânica de muita engenhosidade e poucos recursos.

Uma constante preocupação de Reynolds sempre foi a permanente e insofismável ligação que deve existir entre o progresso da engenharia e a melhoria de condições sociais da população. Quando convidado para proferir a palestra de abertura do ano letivo de 1868 no Owens College, Reynolds escolheu como título *The progress of engineering with respect to social conditions of this country*. Reynolds rejeitava completamente qualquer noção da engenharia como uma abstração do tipo “ivory tower” divorciada do contexto social humano. Suas investigações em engenharia e arquitetura naval tiveram um imediato impacto. Entretanto, uma de suas mais importantes e precoces contribuições foi uma pequena e esquecida publicação de 1872 intitulada *On sewer gas and how to keep it out of houses*. Esta curta monografia é um manual sobre a adequada instalação de drenos residenciais, que fornece ao leitor um guia detalhado sobre sistemas sanitários projetados para isolar o esgoto de residências. O livro esgotou-se completamente até sua quarta edição.

Joseph Valentin Boussinesq (1842-1929) nasceu em Saint-André-de-Sangonis. Seu pai era um camponês; sua mãe, filha de um industrial, morreu em 1857. Sua educação inicial foi conduzida por um tio padre que lhe ensinou o latim e o grego. Aos 16 anos, já freqüentando o Liceu de Montpellier, ele começa a estudar febrilmente matemática e mecânica. Passionalmente envolvido com a matemática e a mecânica, Boussinesq se interessa igualmente pela religião e pela filosofia. Aos 20 anos começa a ensinar no Collège d'Agde, atividade que lhe permite algum tempo de sobra para mergulhar na literatura. Nesta época publica seu primeiro artigo no “Comptes Rendus” de l'Académie. Elegantemente, Boussinesq resolve o problema de um jato d'água incidindo sobre uma placa plana.

Deixando Agde, Boussinesq se muda para Vigan onde conduz seus primeiros estudos em ótica. Sua tese de doutorado é apresentada em 1867 na Academia de Ciências de Paris. O tema de pesquisa versava sobre a propagação de calor em um meio heterogêneo. Ao mesmo tempo ele envia uma publicação à Academia sobre pequenas deformações de corpos elásticos sujeitos a uma solicitação exercida dentro das três direções principais.

Em 1868, durante uma visita aos Alpes franceses, Boussinesq começa a se interessar por hidrodinâmica. Após uma troca de correspondências com Saint Venant, reconhecidamente a única pessoa com a qual ele discutia questões técnicas, Boussinesq passa a demonstrar um interesse pronunciado em obter emprego como professor universitário.

Examinando o problema de escoamentos turbulentos, Boussinesq trava contato com os experimentos de Henri Emile Bazin (1865) e reconhece a origem da formação dos turbilhões pela ação da viscosidade. Contrariamente a Navier e a Stokes, Boussinesq deduz, portanto, que a ação da viscosidade não depende unicamente do fluido, mas também da posição dentro do escoamento e da taxa de turbulência (agitação turbilhonar). Ele, então, resolve descrever matematicamente a experiência de Bazin para os casos mais simples. Em seu trabalho de 1877 *Essai sur la théorie des eaux courantes*, os cálculos mostram uma concordância surpreendente com os dados experimentais. A teoria desenvolvida necessitava uma cuidadosa escolha das hipóteses, envolvendo simplificações no complexo sistema de equações diferenciais e uma grande intuição na utilização de um método analítico para o problema. Essas eram justamente as propriedades peculiares que caracterizavam o trabalho de Boussinesq. Seu mérito essencial no desenvolvimento de uma teoria para a turbulência foi reconhecer o problema de base, desde que seus predecessores haviam logrado dificuldades em reconhecer um ponto de partida.

Os primeiros resultados relativos a escoamentos em tubos foram publicados por Poiseuille em 1846; eles mostram com justeza tanto teoricamente como experimentalmente as características dos escoamentos laminares. Poiseuille foi o primeiro a formular uma lei de velocidade, correspondentemente:

$$V = \frac{2gJD^2}{64\nu}, \quad (2)$$

onde V representa a velocidade do movimento, g a aceleração da gravidade, J o fator de atrito, D o diâmetro da tubulação e ν a viscosidade cinemática. Boussinesq rendeu grande atenção ao fato de que, sob a formulação acima, enormes velocidades seriam atingidas em escoamentos que se processassem em grandes escalas. Para fixar idéia, se o fator de atrito for 0.001, o diâmetro 1 m e a viscosidade cinemática $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, a velocidade atingirá o valor de 312 m/s, praticamente a velocidade do som. Sua conclusão foi então de que, a grandes velocidades, as resistências ao escoamento deveriam ser proporcionalmente maiores que aquelas encontradas no regime laminar.

Darcy e Reynolds anos mais tarde estudariam as condições sob as quais a transição do regime laminar para o turbulento se dá. Enquanto Reynolds inspirado por suas experiências falava em “escoamentos sinuosos”, Boussinesq apelava ao termo “escoamento turbilhonante e tumultuado”. A expressão “regime turbulento” parece ter sido introduzida pela primeira vez por Boulangier(1909) em um tratado sobre os trabalhos hidráulicos de Boussinesq. Na realidade, Euler já havia reconhecido a influência da parede e da viscosidade como causa do aparecimento de escoamento complexos denominados hoje de turbulentos. Entretanto, Boussinesq foi o primeiro pesquisador a quantificar a turbulência.

A fim de descrever a turbulência, Boussinesq começa a elaborar o conceito de grandezas médias e flutuações. Conforme suas observações as flutuações são geralmente fracas, podendo evoluir ao longo do tempo para importantes valores. A soma das flutuações sobre um certo intervalo de tempo é nula por definição. Em 1896, Boussinesq estabeleceu, sem qualquer conhecimento prévio as equações do movimento flutuante de Reynolds(1895).

Em sua busca pelas causas da turbulência Boussinesq observa na superfície livre de um rio a presença de “bolas de fluido” que se deslocam na direção do escoamento formando pequenos turbilhões. Adicionalmente, ele constata que as estruturas turbilhonares atingem o fundo e retornam. A origem da turbulência, portanto, deve ser procurada nas paredes que limitam os escoamentos. Segundo suas experiências seguintes, a importância da turbulência varia fortemente com a velocidade local, com o raio hidráulico como um índice de delimitação do fluido com relação à parede e com a rugosidade da parede.

Tomando por base esta análise, Boussinesq propõe, para o problema de um rio, se considerar a viscosidade como o produto da velocidade na parede u_0 , pela profundidade da água h , pela massa específica do fluido ρ , pela aceleração da gravidade g , e, finalmente, por um coeficiente característico da rugosidade na parede, A . Assim para um perfil retangular:

$$\varepsilon = \rho g A h u_0. \quad (3)$$

Designando J como o fator da linha piezométrica, a componente longitudinal da equação do movimento resulta em:

$$\rho g J + \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0, \quad (4)$$

onde z representa a coordenada transversal do escoamento.

Como o atrito deve ser nulo na superfície, uma primeira integração nos fornece

$$\rho g J z + \varepsilon \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad (5)$$

Sobre o fundo onde $z = h$, o atrito deve ser igual ao atrito na parede. Segue-se que

$$J h = (K A u_0)^2. \quad (6)$$

Uma integral segunda, nos fornece finalmente:

$$\frac{u}{u_0} - 1 = \frac{1}{2} K^2 A \left(1 - \frac{z^2}{h^2} \right). \quad (7)$$

A equação acima coincide qualitativamente de modo perfeito com as medidas de Bazin(1865). Os desvios no valor de K são da ordem de 10%.

A teoria de Boussinesq foi, à sua época, revolucionária. Ela permitiu pela primeira vez uma comparação entre os resultados teóricos obtidos e dados experimentais. Neste particular, ela ofereceu um enorme sopro de confiança nas equações gerais de movimento de Navier-Stokes.

Na ótica atual, Bazin e Boussinesq cometeram um erro de apreciação no uso da velocidade de deslizamento u_0 na parede. A condição de aderência à parede demonstrada pela primeira vez por Hele-Shaw em 1900 não era conhecida àquela época. Bem entendido, as técnicas experimentais disponíveis há 150 anos eram muito toscas para explorar a camada limite e detectar a presença de sua sub-camada laminar. De fato, este fato importante não deveria ter escapado a Boussinesq; entretanto, como a concordância com as observações foram julgadas boas o suficiente e as técnicas de medição de camada não haviam ainda sido desenvolvidas, ele se contentou com esses resultados.

6. OS QUATRO PILARES

Muitos consideram Ludwig Prandtl o pai da mecânica dos fluidos moderna. Suas contribuições para a ciência incluem a teoria da linha de sustentação, seu trabalho em turbulência e seus experimentos e estudos teóricos em dinâmica dos gases. Prandtl foi também um eminente pesquisador em mecânica dos sólidos, uma atividade que exerceu até o fim de sua carreira. Entretanto, a descoberta da camada limite é debitada por toda a comunidade científica como sua mais notável contribuição ao saber. A este grande feito seu nome ficou definitivamente marcado.

Prandtl (1875-1953) nasceu em Freising na Bavaria. Seu pai, Alexander Prandtl era professor de engenharia na Faculdade de Agronomia de Weihensrephan. Desde sua

juventude Prandtl demonstrara raro interesse por matemática, física e engenharia. Sua assombrosa aptidão para lidar com problemas práticos é justificada por muitos autores como decorrente de seu permanente contato com a natureza e a engenharia resultantes de suas atividades com o pai.

Antes da descrição da camada limite por Prandtl em 1904 a maioria dos trabalhos em mecânica dos fluidos se resumia a construir escoamentos potenciais. Embora a matemática fosse elegante e os escoamentos esteticamente agradáveis, pouca ou nenhuma relação eles guardavam com os escoamentos reais observados na natureza e na tecnologia. De fato, desde o tempo de d'Alembert que escoamentos potenciais freqüentemente resultavam em arrasto nulo, uma clara contradição com nossa experiência cotidiana.

Estudos preliminares de Coulomb e Stokes, e depois de Hele-Shaw, indicavam que uma condição de aderência deveria ser aplicada aos corpos sólidos. Entretanto, os problemas padrão de escoamento externo são mal colocados quando combinados às equações de Euler com esta condição. O procedimento natural seria então abandonar essas equações retornando ao sistema completo de equações de Navier-Stokes. No problema de escoamento lento ao redor de uma esfera, Stokes fez isso obtendo uma expressão para o arrasto. Mas escoamentos lentos não fornecem largas regiões de separação como aquelas observadas em inúmeras aplicações de interesse o que enormemente limitava a utilização desses resultados.

A contribuição de Prandtl foi observar que, sobre uma larga região do escoamento, a clássica teoria potencial poderia ser aplicada normalmente. Apenas em uma região muito estreita adjacente à parede os efeitos viscosos precisavam ser considerados. A esta região, Prandtl denominou camada limite.

A partir da compreensão de certos detalhes da estrutura da camada limite pode-se então tratar problemas tão difíceis como a separação de escoamentos e os mecanismos físicos por trás da condição de Kutta. Imperativamente, devemos não deixar de esquecer que a camada limite é a região do escoamento onde o fluido interage mecanicamente e termicamente com o sólido. Portanto, o reconhecimento da existência da camada limite constituiu-se no primeiro passo para o entendimento dos mecanismos de atrito na parede e troca de calor.

Sob um ponto de vista estritamente matemático, as equações de camada limite podem ser vistas como soluções limites das equações de Navier-Stokes quando a viscosidade decresce (ou o número de Reynolds tende a infinito). Daí, argumentos físicos baseados na ordem relativa de importância dos termos constantes nas equações de Navier-Stokes foram utilizados por Prandtl para deduzir as equações de camada limite.

Passado tanto tempo, não é de surpreender que uma grande parte da comunidade científica tenha perdido a noção de quão à frente de seu tempo Prandtl estava. Sua teoria foi inaugurada em um artigo de sete páginas *Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung* em uma apresentação de dez minutos no 3º Congresso Internacional de Matemática em Heidelberg em 1904. Nos anos seguintes, com o auxílio de uns poucos alunos ele continuou a desenvolver sua teoria. Por duas décadas Prandtl nutriu seus conceitos principais, observando-os crescer em seu próprio instituto e na pequena Universidade de Göttingen. Apenas em 1927 quando Prandtl apresentou-a na "Wilbur Wright Memorial Lecture" sua abrangência tornou-se mundial. Nos anos 30, Richard Courant, então diretor do Instituto de Matemática de Göttingen, tentou organizar um grupo de estudos em camada limite incorporando pesquisadores do Instituto de Aeronáutica. Infelizmente, a ascensão nazista ao poder e a tremenda escalada na onda de violência anti-

semita impediu que tal acontecesse. Com a fuga de Von Kármán para os Estados Unidos para fundar e organizar o Laboratório de Aeronáutica do California Institute of Technology, tal projeto foi retomado ao final dos anos 40. Só então contribuições de Friedrichs, Wasow, Lagerstrom e Cole ofereceram uma completa sistematização do problema de camada limite.

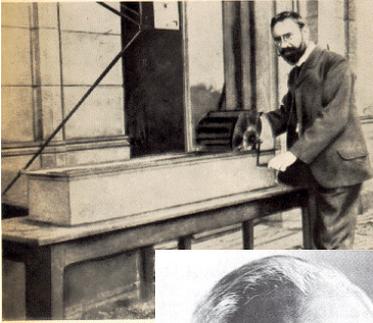
As contribuições de Prandtl para a turbulência foram enormes. Dentre outras podemos citar: i) a teoria do comprimento de mistura, ii) a distribuição logarítmica da velocidade, iii) a lei do atrito, iv) a especificação de modelos turbulentos diferenciais com o auxílio da equação da energia cinética turbulenta, v) a descrição de escoamentos sobre superfícies rugosas.

Geoffrey Ingram Taylor (1886-1975) descendeu de uma grande estirpe de cientistas e humanistas. George Boole foi seu avô e Alicia Stott sua tia. Aos 11 anos G.I. assistiu uma série de aulas sobre “The principles of the electric telegraph” que lhe exerceram um enorme impacto. Nesta época ele conheceu W. Thomsom e Lord Kelvin.

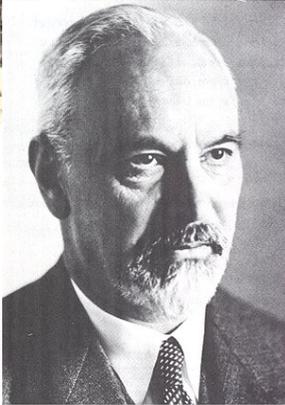
Em 1905, G.I. ingressou no Trinity College em Cambridge onde estudou matemática com Whitehead, Whittaker e Hardy. Depois de estudar matemática no primeiro ano, e já movido por seu vívido interesse por problemas geofísicos, ele transferiu-se para a física. Ainda sem ter completado seu curso, G.I. recebeu um convite para dedicar-se essencialmente à pesquisa no Trinity.

Um de seus primeiros trabalhos versou sobre um estudo teórico de ondas de choque. Neste artigo, agraciado com o *Smith's Prize*, ele teve a oportunidade de aperfeiçoar resultados previamente obtidos por Thomsom. Em 1910 ele foi eleito para uma “Fellowship” no Trinity sendo, no ano seguinte, admitido como meteorologista no Royal Meteorological Office. Nos anos seguintes seu trabalho em turbulência na atmosfera resultou no livro *Turbulent motion in fluids* que recebeu o *Adams Prize* em Cambridge em 1915. De fato, nos próximos 23 anos, até 1938, a produção científica de G.I. em turbulência atingiria níveis de qualidade inimagináveis e, até hoje, inigualáveis. Dentre seus principais trabalhos podemos destacar: *Eddy motion in the atmosphere*(1915), *Diffusion by continuous movements*(1921), *The transport of vorticity and heat through fluids in turbulent motion*(1932), *Statistical theory of turbulence*(1935) e *The spectrum of turbulence*(1938). As idéias e resultados centrais apresentados nesses trabalhos viriam a se tornar, todas elas, clássicas, abrindo grandes alamedas no conhecimento que custariam anos a ser preenchidas.

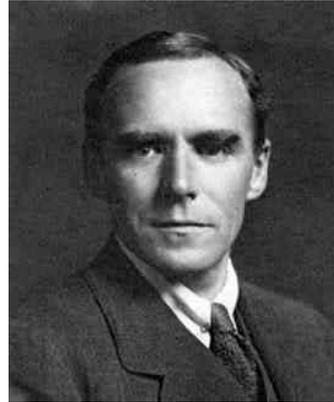
Além de ter sido o precursor da teoria estatística da turbulência, os estudos de G.I. em estabilidade hidrodinâmica também foram seminais. Seus trabalhos *Experiments with rotating fluids*(1921) e *Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders*(1923) brilhantemente estabeleceram, pela primeira vez, critérios matematicamente rigorosos para a previsão da transição turbulenta. Infelizmente, por volta de 1945 o interesse de G.I. por turbulência já havia desaparecido por completo o que provocou sua saída de cenário; isso, para aqueles que trabalham com turbulência, foi uma perda sensível. Com relação a esta passagem existe um fato curioso. Ao final da II Guerra Mundial, Heisenberg foi levado prisioneiro para Farm Hall, no limite da vila de Godmanchester a 40 quilômetros de Cambridge. Sabendo disso, Batchelor, um recém chegado estudante de doutorado, convenceu G.I. a visitá-lo. Na conversa que se seguiu G.I. foi informado das recentes descobertas de Kolmogorov sobre o fenômeno de cascata para a transferência da energia turbulenta. Antevendo o alto grau de abstração e caráter não aplicado que a teoria da turbulência atingiria nos anos vindouros ele decidiu abandonar o assunto. De fato, Batchelor relata que desde 1917 G.I. vinha trabalhando com a idéia de



LUDWIG
an seinem Institut



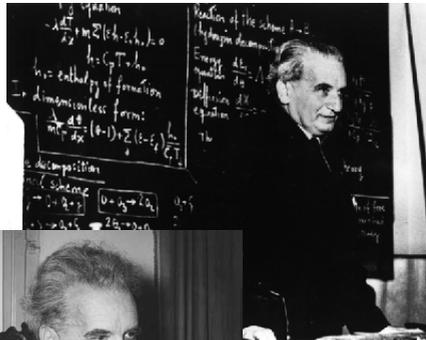
L. Prandtl



G. I. Taylor



A. N. Kolmogorov



T. von Kármán

componentes, e quando ele lhe chamou a atenção sobre os resultados de Kolmogorov sobre a estrutura da turbulência de pequenas escalas, G.I. retrucou “isso tudo é muito óbvio”.

Nascido em Jozsefvaros nos subúrbios de Budapest, von skolloskislaki Kármán Todor (1881-1963) tornou-se conhecido como Theodore von Karman. Seu ambiente familiar era de uma distinta erudição. Seu pai era um respeitado professor de educação na Universidade de Pazmany Peter em Budapest enquanto sua mãe, Helen Konn, descendia de uma longa linhagem de respeitáveis acadêmicos. Karman foi um menino prodígio, tendo estudado em uma escola experimental concebida por seu pai para as elites intelectuais da Hungria. Aos 22 anos ele se formou com honras na Real Universidade Joseph de Politécnica e Economia de Budapest. Depois de um curto período nas forças armadas húngaras e na indústria, ele se matriculou em 1906 em Göttingen terminando seu doutorado em 1908 sob a tutela de Prandtl. Nos próximos 4 anos, Karman permaneceu trabalhando com Prandtl na condição de “Privat Dozent” o mais baixo posto acadêmico no sistema universitário alemão. Em 1913, finalmente, e por influência pessoal de Felix Klein, Karman se libertou do espectro de Prandtl assumindo uma cátedra em aeronáutica e mecânica em Aachen.

Em 1926, Robert Millikan, ganhador do prêmio Nobel de física e um dos fundadores do California Institute of Technology, convidou Karman para estabelecer a sessão de Aeronáutica de CALTECH. O Instituto acabava de receber uma generosa doação da Fundação Guggenheim para especificamente iniciar um programa de pós-graduação em aeronáutica e Millikan julgou ser Karman a pessoa talhada para esta tarefa. Após um período de indefinição, em 1930 Karman finalmente aceitou a oferta provavelmente para escapar da perseguição nazista na Europa e da influência de Prandtl.

A adaptação de Karman ao modo de vida americano foi tão bem sucedida que, em 15 anos, seus compromissos com a formulação de políticas nacionais para o desenvolvimento da aeronáutica consumiam virtualmente todo o seu tempo. Deste ponto em diante sua carreira não teria retorno, até sua morte, em 1963, Washington foi sua segunda casa.

Em 1911 Karman realizou sua magistral pesquisa sobre a natureza da emissão de vórtices no escoamento atrás de um corpo rombudo, as conhecidas “ruas de von Karman”. Isso levaria, anos mais tarde, à concepção da idéia de estruturas coerentes em escoamentos turbulentos. Sua contribuição para o cálculo do arrasto sobre corpos de revolução em escoamentos supersônicos estava pelo menos 20 anos à frente de seu tempo. Para a camada limite turbulenta, sua relação para a descrição da subcamada viscosa tornou-se clássica. Entretanto, e, sem dúvida, sua indistinta marca de genialidade foi expressa em sua extensa e significativa contribuição para a teoria estatística da turbulência. Seus trabalhos *On the statistical theory of turbulence*(1937), *Progress in the statistical theory of turbulence*(1948), *On the statistical theory of isotropic turbulence*(c/ Howarth, 1938) e *On the concept of similarity in the theory of isotropic turbulence*(c/ Lin, 1949) tinham rivais em qualidade apenas em G.I. e Kolmogorov.

Andrei Nikolaevich Kolmogorov foi um dos maiores matemáticos do século XX. Suas contribuições para os vários ramos da física e da matemática são tão abrangentes que qualquer tentativa de classificá-las resultaria em um inútil esforço. Portanto, nesta compilação nos deteremos a uma ínfima contribuição de seu intelecto, seus trabalhos em turbulência.

Em adição ao seu penetrante trabalho em ciência, Kolmogorov dedicou uma grande parcela de seu tempo à melhoria do ensino de segundo grau na União Soviética. Seu

reconhecimento social pelo regime político em vigor atingiu os mais altos níveis; ele foi agraciado com as mais altas comendas existentes na antiga URSS.

Kolmogorov (1903-1987) nasceu na cidade de Tambov. Por uma grande infelicidade do destino, seus pais, que nunca se casaram, não estiveram de qualquer forma envolvidos com sua criação. Seu pai, Nikolai Kataev, filho de um padre da igreja ortodoxa, era agrônomo e estava no exílio. Depois da revolução ele foi repatriado e chegou a chefiar o Ministério da Agricultura, mas, morreu em escaramussas em 1919. Sua mãe, Mariya Yakovlevna Kolmogorova morreu de parto. Desta forma, sua criação foi deixada sob a responsabilidade da irmã de sua mãe, Vera Yakovlena.

Antes de ingressar na Universidade de Moscou em 1920, Kolmogorov trabalhou algum tempo como condutor de trens. Em seu curso universitário, e, por algum tempo, ele se interessou por matemática, metalurgia e história. Em uma séria pesquisa científica sobre manuscritos dos séculos XV e XVI, ele formulou uma completa teoria sobre as relações agrárias na antiga Novgorod. Mais tarde ele estabeleceu hipóteses sobre o modo como o alto Pinega havia sido colonizado que foram confirmadas por uma expedição científica.

No período soviético pós-revolucionário alguns eminentes matemáticos lideravam fortíssimos grupos de pesquisa em Moscou. Luzin e Egorov lideravam uma renomada escola em teoria de funções reais que incluía Suslin, Urysohn e Aleksandrov. Entretanto, o maior impacto em seu início de carreira foi recebido de Stepanov com o qual havia estudado séries trigonométricas.

A primeira publicação de qualidade de Kolmogorov remonta ao ano de 1922 e trata sobre operações sobre conjuntos. O ano de 1925 foi particularmente profícuo para ele que publicou 8 trabalhos, um extremamente importante em teoria da probabilidade. Ao terminar seu doutorado em 1929 Kolmogorov já havia publicado 18 trabalhos. Após duas longas visitas à Europa com Aleksandrov quando importantes contatos foram feitos com Hopf, Lévy e Fréchet, Kolmogorov ao retornar a Moscou assumiu uma cátedra na Universidade de Moscou em 1931. Os anos seguintes foram de intensa atividade com Kolmogorov desenvolvendo um especial interesse por processos aleatórios. Sua colaboração com grandes matemáticos como Hadamard, Fréchet, Banach, Hopf, Kuratowski e outros se expande.

No início dos anos quarenta Kolmogorov publicou seus quatro artigos em turbulência que viriam a se tornar de fundamental importância. Seus trabalhos, *The local structure of turbulence in an incompressible viscous fluid for very large Reynolds number*(1941), *On generation(decay) of isotropic turbulence in an incompressible viscous liquid*(1941), *Dissipation of energy in locally isotropic turbulence*(1941) e *The equation of turbulent motion in an incompressible viscous flow*(1942), contém um dos poucos resultados exatos e não triviais em turbulência, bem como idéias extremamente originais no uso de análise de escalas. Nos anos seguintes, uma grande parte dos trabalhos em turbulência colocaria seu foco no entendimento das razões que levaram a teoria de 1941 a uma falha parcial, o chamado problema de “intermitência”.

Nos próximos vinte anos Kolmogorov veria seu interesse migrar para topologia, sistemas dinâmicos, teoria da probabilidade, matemática estatística, teoria de algoritmos, lingüística matemática e mecânica celeste. Apenas em 1961 ele voltaria a mostrar um renovado interesse em turbulência.

Ao final de sua vida Kolmogorov havia publicado mais de 300 relevantes artigos e orientado mais de 60 teses de doutorado. Mais surpreendente ainda, na escola de matemática de segundo grau No 18 da Universidade de Moscou, a chamada “Escola

Kolmogorov”, ele ministrou, durante anos, até 26 horas de aula por semana. Todo o material didático, pedagógico, dos cursos era preparado por ele pessoalmente. Suas aulas, além, é claro, da matemática, versavam sobre música, arte e literatura. Kolmogorov era um brilhante professor; seus alunos sistematicamente venceram olimpíadas mundiais de matemática.

7. A ÉPOCA MODERNA

Os pesquisadores do passado fizeram a sua parte. Para escoamentos a velocidades relativamente baixas as equações de Navier-Stokes fornecem um modelo físico/matemático bem estabelecido. O que, então, reduz o problema da turbulência a tal grau de dificuldade? A razão principal é o alto grau de complexidade dessas equações, cuja não linearidade aparentemente as torna insolúveis. Premidos pela demanda por soluções para problemas relevantes da engenharia, pesquisadores passaram a se concentrar cada vez mais na obtenção de aproximações por simulações numéricas. Portanto, não é de se surpreender que com a revolução na informática ocorrida nos últimos anos uma ponderável parcela de pesquisadores tenha se concentrado exclusivamente no desenvolvimento de técnicas numéricas específicas para a descrição da turbulência. Esta tem sido a tendência recente mais importante.

Mas, mesmo em outras áreas, os avanços tem sido enormes. Até 1940-1950, apenas propriedades médias como a velocidade e a pressão podiam ser medidas em escoamentos turbulentos. Os instrumentos disponíveis à época não podiam lidar nem de longe com as resoluções espaciais e temporais necessárias para bem caracterizar um escoamento. Normalmente, apenas estudos qualitativos eram realizados injetando-se um traçador no escoamento. A partir de meados dos anos 50 quando a técnica da anemometria térmica se tornou robusta e confiável, e grandezas turbulentas puderam ser medidas diretamente, o cenário mudou completamente. Os modelos turbulentos passaram a poder ser testados não apenas contra resultados de grandezas médias, mas, inclusive, contra os momentos de segunda e de terceira ordem. Mais recentemente, o desenvolvimento das técnicas de anemometria LaserDoppler e de velocimetria de partícula prometem uma revolução parecida.

No campo teórico, a descoberta de movimentos organizados em grandes escalas tem atraído alguma atenção. A esperança de que estruturas coerentes possam levar a métodos eficientes de predição e controle de escoamentos turbulentos, embora incerta, tem motivado o trabalho de vários autores. Algumas dificuldades ainda persistem. A questão objetiva de como identificá-las tem sido exaustivamente debatida. Uma segunda questão, de como descrevê-las analiticamente e construir sistemas dinâmicos aproximados, também não tem se mostrado simples.

Os resultados de Kolmogorov concernentes ao processo de interação entre as maiores e as menores escalas tem sido freqüentemente revisitados. Resultados recentes têm revelado existir uma certa anomalia nos vários expoentes utilizados para caracterizar as propriedades estatísticas das pequenas escalas. Esta anomalia parece estar associada a um fenômeno de intermitência nas menores escalas, um assunto sob intensa investigação.

Os efeitos da não linearidade nas equações, e outras características, têm sido estudados por várias alternativas, incluindo o uso de equações modelo, a equação de Burges, dinâmica de vorticidade, análise multi-fractal, métodos não-perturbativos, grupo de re-normalização, e outros.

No campo da simulação numérica, a simulação direta de escoamentos e a simulação de grandes escalas detêm a primazia pelas mais recentes e importantes realizações.

Ao começar esta seção não pretendia, como nas anteriores, indicar os desenvolvimentos mais recentes pela obra de seus autores. Isto será deixado para outra oportunidade. Além disso, a era dos grandes cientistas como delineada no passado parece ter tido seu fim. Hoje, os avanços são obtidos por enormes esforços coletivos, grupos de pesquisa, atividades consorciadas. É a pequena contribuição de cada pesquisador que cada vez mais expande a fronteira do conhecimento. Mas, creio ser importante, nesta ocasião, indicar ao leitor alguns textos de revisão em turbulência. Eles, certamente, fornecerão uma visão bastante abrangente do assunto que poderá ser complementada por outros artigos de conteúdo mais específico. São eles:

- Bradshaw, P., Understanding and prediction of turbulent flow - 1996, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 18, 45-54, 1997.
- Chou, P.-Y. e Chou, R.-L., 50 years of turbulence research in China, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 27, 1-15, 1995.
- Findikadis, A. N.e Street, R., Mathematical description of turbulent flow, *J. Hydraulics. Div.*, 108, 887-903, 1982.
- Gharib, M., Perspective: the experimentalist and the problem of turbulence in the age of supercomputers, *J. Fluids. Eng.*, 118, 233-242, 1996.
- Gad-El-Hak, M. e Bandyopadhyay, P. R., Reynolds number effects in wall-bounded turbulent flows, *Appl. Mech.Rev.*, 47, 307-365, 1994.
- Gibson, C. H., Turbulence in the ocean, atmosphere, galaxy and universe, *Appl. Mech. Rev.*, 49, 299-315, 1996.
- Ferziger, J., Simulation of complex turbulent flows: recent advances and prospects in wind engineering, *J. Wind. Eng. Ind. Aero.*, 46 & 47, 195-212, 1993.
- Hanjalic, K., Advanced turbulence closure models: a view of current status and future prospects, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 15, 178-203, 1994.
- Hunt, J. C. R., Practical and fundamental developments in the computational modelling of fluid flows, *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, 209, 297-314, 1995.
- Lakshminarayana, B., Turbulence modelling for complex shear flows, *AIAA J.*, 24, 1900-1917, 1986.
- Leschziner, M. A., Computational modelling of complex turbulent flow-expectations, reality and prospects, *J. Wind. Eng. Ind. Aero.*, 46 & 47, 37-51, 1993.
- Lesieur, M. e Métais, O., New trends in large-eddy simulations of turbulence, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 28, 45-82, 1996.
- Narasimha, R., Turbulence at the cross road: the utility and drawbacks of the traditional approaches, *N.A.L. Internal Report No PD DU 8902*, 1989.
- Panton, R. L., Overview of the self-sustaining mechanisms of wall turbulence, *Prog. Aero. Sci.*, 37, 341-383, 2001.
- Piomelli, U., Large-eddy simulation: achievements and challenges, *Prog. Aero. Sci.*, 35, 335-362, 1999.
- Persen, L. N., Concepts of turbulence and C.F.D. applications, *Prog. Aero. Sci.*, 23, 167-183, 1986.

- Silva Freire, A. P., Avelino, M. R. e Santos, L. C. C., The state of the art in turbulence modelling in Brazil, *J. Braz. Soc. Mech. Sci.*, XX, 1-38, 1998.
- Sreenivasan, K. R., Fluid turbulence, *Reviews of Modern Physics*, 71, S383-395, 1999.

8. CONCLUSÃO

Apesar de grandes personalidades terem desfilado por essas páginas, muitas outras, de semelhante proeminência, não puderam ser citadas. Sendo um problema de imenso interesse para matemáticos, físicos e engenheiros, a Turbulência arrastou para sua bruma de fascinação cientistas do naipe de Horace Lamb, Lorde Kelvin, Lorde Rayleigh, W. Froude, Gustave Eiffel, Albert Einstein, Werner Weisenberg, S. Chandrasekhar, Richard Feynman, Enrico Fermi, S. Goldstein, James Lighthill, George Batchelor, Alan Townsend, Hans Liepmann, A. Sommerfeld, W. Tolmien, V. Arnold, P. Y. Chou, L. Kovasznay e S. Corrsin para mencionar apenas uns poucos. Alguns desses nomes ofereceram importantes contribuições ao assunto, outros falharam fragorosamente.

Talvez em outra ocasião tenhamos a oportunidade de discorrer em mais detalhe sobre isso. De qualquer forma, este curto texto procurou oferecer ao leitor uma suscita visão do desenvolvimento da turbulência à luz de seu desenvolvimento histórico. Este objetivo, acreditado, foi cumprido.

Finalizo, deixando para reflexão uma famosa frase de Sir Horace Lamb. Ela diz:

“I am an old man now, and when I die and go to Heaven there are two matters on which I hope enlightenment. One is quantum electro-dynamics and the other is turbulence of fluids. About the former, I am really rather optimistic”.

9. AGRADECIMENTO

Este trabalho foi financiado pelo CNPq através dos Projetos de Pesquisa Nos 523476/96-5 e 350183/93-7.

10. BIBLIOGRAFIA

- d'Alembert, J., *Traité de l' équilibre et des mouvements des fluides pour servir de suite au traité de dynamique*, 1744.
- Anderson, J. D. Jr., *A hystory of aerodynamics*, C. U. P., 1998.
- Boussinesq, J. , *Essai sur la théorie dex eaux courants*, Mém. Acad. Sci. Paris, XXII, 46, 1877.
- Descartes, R., *Discours de la méthode*, 1637.
- Descartes, R., *Principia Philosophiae*, 1641.
- Euler, L., *Principles of the motion of fluids*, 1752
- Euler, L., *General principles of the state of equilibrium of fluids*, 1752.
- Euler, L., *General principles of motion of fluids*, 1755.
- Galilei, G., *Dialogo sopra i massimi sistemi del mondo*, 1632.
- Galilei, G., *Dialogo delle scienze nuove*, 1638.

- Kolmogorov, A. N., *The local structure of turbulence in an incompressible viscous fluid for very large Reynolds number*, Dokl. Akad. Nauk. SSSR, 30, 9-13, 1941.
- Kolmogorov, A. N., *On generation(decay) of isotropic turbulence in an incompressible viscous liquid*, Dokl. Akad. Nauk. SSSR, 31, 538-540, 1941.
- Kolmogorov, A. N., *Dissipation of energy in locally isotropic turbulence*, Dokl. Akad. Nauk. SSSR, 32, 16-18, 1941.
- Kolmogorov, A. N., *The equation of turbulent motion in an incompressible viscous flow*, Izv. Akad. Nauk. SSSR, Ser. Fiz. VI(1-2), 1942.
- Newton, I., *Philosophiae naturalis principia mathematica*, 1687.
- Navier, M.; *Mémoire sur les lois du mouvement des fluids*, Mém. de l'Acad. de Sci., 6, 389-416, 1822.
- Oliveira Lima, M., *História da civilização*, Melhoramentos, 1958.
- Padovani, U. e Castagnola L., *História da filosofia*, Melhoramentos, 1995.
- Prandtl, L., *Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung*, In: Proceedings of the 3rd International Mathematical Congress, Heidelberg, 1904.
- Reynolds, O., *An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water in parallel channels shall be direct or sinuous and the law of resistance in parallel channels*, Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, 174, 935-982, 1883.
- Reynolds, O., *On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion*, Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, 186, 123, 1895.
- Schlichting, H., *Boundary layer theory*, McGraw Hill, 1979.
- Stokes, G. G., *On the steady motion of incompressible fluids*, 1842.
- Stokes, G. G., *On the theories of internal friction of fluids in motion*, Trans. Cambr. Phil. Soc., 8, 287-305, 1845.
- Taylor, G. I., *Eddy motion in the atmosphere*, Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, 215, 1, 1915.
- Taylor, G. I., *Diffusion by continuous movements*, Proc. Lond. Math. Soc., 20, 196, 1921.
- Taylor, G. I., *The transport of vorticity and heat through fluids in turbulent motion*, Proc. R. Soc. Lond. A, 135, 685, 1932.
- Taylor, G. I., *Statistical theory of turbulence*, Proc. R. Soc. Lond. A, 151, 421, 1935.
- Taylor, G. I., *The spectrum of turbulence*, Proc. R. Soc. Lond. A, 164, 476, 1938.
- Taylor, G. I., *Experiments with rotating fluids*, 1921.
- Taylor, G. I., *Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders*, Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, 232, 289-343, 1923.
- de St. Venant, B.; *Note à joindre um mémoire sur la dynamique des fluids*, Comptes Rendus, 17, 1240-1244, 1843.
- von Karman, T., *On the statistical theory of turbulence*, Proc. Nat. Acad. Sci., Wash., 23, 98, 1937.
- von Karman, T., *Progress in the statistical theory of turbulence*, Proc. Nat. Acad. Sci., Wash., 34, 530, 1948.
- von Karman, T. e Howarth, L., *On the statistical theory of isotropic turbulence*, Proc. R. Soc. Lond. A, 164, 192-215, 1938.
- von Karman, T. e Lin, C. C., *On the concept of similarity in the theory of isotropic turbulence*, Rev. Mod. Phys., 21, 516, 1949.