

EXTENSÃO DO MÉTODO DE HESS & SMITH PARA CÁLCULO DO ESCOAMENTO EM GRADES COM SEPARAÇÃO

Ramiro Gustavo Ramirez Camacho – ramirez@iem.efei.br

Nelson Manzanares Filho – nelson@iem.efei.br

Denis Rinaldi Petrucci – rinaldi@projesom.com.br

Escola Federal de Engenharia de Itajubá, Departamento de Engenharia Mecânica
Av. B.P.S., 1303 – 37500-000 – Itajubá - MG

***Resumo.** Uma extensão do método dos painéis de Hess & Smith para análise do escoamento em grades lineares com descolamento de camada limite é apresentada neste trabalho. A condição de contorno clássica de impenetrabilidade na superfície do perfil é modificada pela injeção de uma vazão fictícia na região do descolamento, com intensidade controlada de modo semi-empírico e assumindo a hipótese de pressão constante na esteira, a partir do ponto de separação. Esse ponto é determinado iterativamente, utilizando-se métodos integrais para o cálculo da camada limite e aplicando as distribuições de velocidade obtidas pelo método de Hess & Smith modificado. Exemplos são apresentados comparando os resultados obtidos com dados experimentais para as distribuições de pressões e ângulos máximos de deflexão de grades com perfis NACA-65, observando-se uma boa concordância.*

***Palavras-chave:** Método dos painéis, Separação da camada limite, Grades lineares, Turbo-máquinas.*

1. INTRODUÇÃO.

Os recentes avanços computacionais na área da dinâmica dos fluidos (CFD) têm tornado viável a simulação de escoamentos complexos, como aqueles que ocorrem nas passagens de uma turbomáquina. No entanto, na fase de definição dos perfis das pás e aletas de uma turbomáquina, é ainda necessário o emprego de critérios seletivos para atender requisitos de carregamento aerodinâmico, limites de descolamento e cavitação, efeito do choque na entrada do rotor, etc. É desejável implementar esses critérios de projeto através de procedimentos computacionais que sejam mais elaborados que as técnicas unidimensionais usuais, porém de custo computacional baixo em relação ao uso das equações de Navier-Stokes completas. As técnicas de cálculo do escoamento potencial com correções de camada limite representam uma tal solução de compromisso (Mesquita et al., 1998).

A presença de regiões significativas de descolamento em grades de turbomáquinas axiais, mesmo operando na situação de máxima eficiência, é um fato constatado teórica e experimen-

talmente por inúmeros pesquisadores (Lieblein, 1959; Schlichting, 1959). Normalmente, as grades ótimas operam nas proximidades das condições de “stall”, nas quais o arrasto sofre um aumento brusco e o ângulo de deflexão atinge um valor máximo.

Em publicação recente, foi proposto um modelo para simular o descolamento da camada limite em perfis aerodinâmicos isolados (Ramirez et al., 1999). A metodologia foi baseada na técnica dos painéis de Hess & Smith (1967), modificada para simular o efeito do descolamento com grandes ângulos de ataque. Mostrou-se que é possível modificar a condição de impenetrabilidade (velocidade normal nula) na superfície do perfil, por uma injeção de vazão fictícia na região de descolamento, dada pelas relações semi-empíricas de Hayashi & Endo (1977). Resultados para as distribuições de pressões foram comparados com dados experimentais, verificando-se a consistência da metodologia.

Neste trabalho, será apresentada uma extensão daquela metodologia para o caso de grades representativas das turbomáquinas axiais. A metodologia permite prever as condições de operação de “stall” de uma grade, em particular os ângulos máximos de deflexão do escoamento. Futuramente, será possível aplicá-la no projeto inverso de pás de turbomáquinas axiais, levando em conta a presença do descolamento na distribuição de velocidades prescrita.

2. FORMULAÇÃO DAS EQUAÇÕES PARA O CÁLCULO DO ESCOAMENTO EM GRADES LINEARES

Grades lineares são planos retificados de cortes cilíndricos em máquinas de fluxo axiais. A Fig 2, mostra um esquema de uma grade linear infinita no plano complexo $z=x+i\hat{y}$, sendo x o eixo axial e $\hat{i} = (-1)^{1/2}$. A grade é composta de perfis idênticos e igualmente espaçados de um passo t , com uma corda de comprimento l e ângulo de montagem β com relação a x .

Deseja-se estudar o campo de velocidades \vec{W} do escoamento relativo à grade, exteriormente aos perfis. As hipóteses de escoamento bidimensional, permanente, incompressível ($\vec{\nabla} \cdot \vec{W} = 0$) e potencial ($\vec{\nabla} \times \vec{W} = 0$) serão aqui consideradas. As grandezas do escoamento são representadas por: β_1 , ângulo do escoamento na entrada; β_2 , ângulo do escoamento na saída; $\theta = \beta_1 - \beta_2$, ângulo de deflexão do escoamento na grade; \vec{W}_1 , velocidade do escoamento na entrada; \vec{W}_2 velocidade do escoamento na saída.

A velocidade do escoamento não perturbado é dada pela média vetorial das velocidades na entrada e na saída: $\vec{W}_\infty = (\vec{W}_1 + \vec{W}_2) / 2$. A circulação no perfil é definida como $\Gamma_p = \oint_c W_t ds$, onde W_t é a velocidade tangencial externa ao contorno do perfil. A Fig. 1, apresenta a geometria de uma grade linear e o diagrama de velocidades.

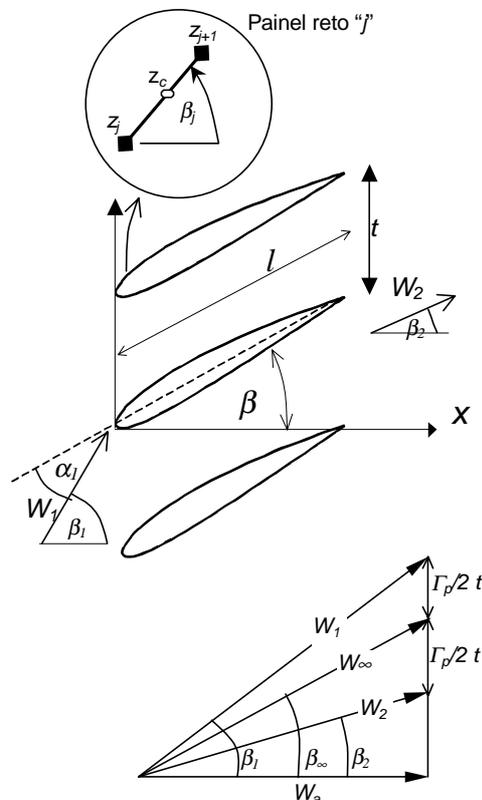


Figura 1 – Grade linear e diagrama de velocidades

2.1 Método dos painéis de Hess & Smith em grades

O método dos painéis de Hess & Smith (1966) é aplicado discretizando-se o contorno do perfil com painéis retos e distribuições uniformes de fontes e vórtices em cada painel, sendo as intensidades de fontes

tratadas como incógnitas e as intensidades de vórtices especificadas por uma função senoidal que se anula no bordo de fuga e atinge um valor máximo γ na região do bordo de ataque (Petrucci et al., 1998).

A expressão para a velocidade *complexa conjugada* no ponto de controle do painel i , z_{c_i} , pelas distribuições de fontes e vórtices de todos os painéis j , é dada por:

$$\overline{W}(z_{c_i}) = \sum_{j=1}^n \frac{g_j e^{-i\beta_j}}{2\pi} \log \left[\frac{\sinh(z_{c_i} - z_j)/t}{\sinh(z_{c_i} - z_{j+1})/t} \right] \quad (1)$$

onde g_j representa as densidades de fontes e vórtices, $\sigma_j + i\gamma_j$, β_i o ângulo do painel i em relação ao eixo x , t o passo da grade e n o número de painéis. Fazendo a composição de velocidades nas direções tangencial e normal induzidas pelas distribuições de fontes e vórtices, pode-se escrever o seguinte sistema de equações matriciais (onde as chaves $\{ \}$ representam vetores coluna $n \times 1$ e os colchetes $[]$ matrizes quadradas $n \times n$):

$$\{W_t\} = [B]\{\sigma\} + \gamma\{D\} + \{W_t^\infty\}, \quad (2)$$

$$\{W_n\} = [A]\{\sigma\} - \gamma\{C\} + \{W_n^\infty\} \quad (3)$$

$$[A] = A_{ij} = -\text{Im} \left[\frac{e^{-i\beta_j}}{2\pi} \log \left(\frac{\sinh(z_{c_i} - z_j)/t}{\sinh(z_{c_i} - z_{j+1})/t} \right) e^{i\beta_i} \right], \quad (4)$$

$$[B] = B_{ij} = \text{Re} \left[\frac{e^{-i\beta_j}}{2\pi} \log \left(\frac{\sinh(z_{c_i} - z_j)/t}{\sinh(z_{c_i} - z_{j+1})/t} \right) e^{i\beta_i} \right] \quad (5)$$

$$W_{t_i}^\sigma = \sum_{j=1}^n B_{ij} \sigma_j, \quad \{W_{t_i}^\sigma\} = [B]\{\sigma\}. \quad (6ab)$$

$$W_{n_i}^\sigma = \sum_{j=1}^n A_{ij} \sigma_j, \quad \{W_{n_i}^\sigma\} = [A]\{\sigma\} \quad (7ab)$$

$$W_{n_i}^\gamma = -\gamma \sum_{j=1}^n B_{ij} = -\gamma C_i, \quad \{W_{n_i}^\gamma\} = -\gamma\{C\}. \quad (8ab)$$

$$W_{t_i}^\gamma = \gamma \sum_{j=1}^n A_{ij} = \gamma D_i, \quad \{W_{t_i}^\gamma\} = \gamma\{D\}. \quad (9ab)$$

[A] e [B] são matrizes dos coeficientes de influência normal e tangencial respectivamente, que dependem apenas da geometria do corpo, passo da grade e número de painéis; $\{\sigma\}$ representa o vetor das distribuições de fontes; $\{D\}$ e $\{C\}$ representam os vetores de influência tangencial e normal dos vórtices; $W_{n_i}^\infty$ e $W_{t_i}^\infty$ são as componentes normal e tangencial do escoamento não perturbado; $\{W_n\}$ é o vetor das velocidades normais impostas no contorno.

Segundo o método clássico de Hess & Smith, para o escoamento potencial em torno de corpos, as incógnitas, σ_i (fontes) e γ (vórtices) nas Eqs. (2) e (3), são determinadas aplicando-se duas condições simultaneamente: (1) a condição de impenetrabilidade no contorno, i. e., velocidade normal nula sobre a superfície do corpo, $\{W_n\} = 0$; (2) a condição clássica de Kut-

ta, impondo que o escoamento não contorne o bordo de fuga. Uma maneira aproximada de impor essa condição consiste em exigir que as velocidades tangenciais nos pontos de controle dos painéis do bordo de fuga sejam iguais, mas de sentido contrário em relação ao percurso. As modificações para tratar as situações de descolamento são descritas a seguir.

3. INJEÇÃO DE VAZÃO.

A condição de contorno da velocidade normal W_n pode ser modificada no sentido de simular a esteira descolada, através da injeção de uma certa vazão fictícia. Hayashi e Endo (1977) obtiveram uma relação semi-empírica, que quantifica a vazão a ser injetada na região de descolamento.

Esses autores utilizam as direções tangenciais das velocidades de separação W_s nos pontos s_u (superior) e s_l (inferior), definidas pelos ângulos β_u e β_l respectivamente, como mostrado na Fig 2. A direção do escoamento é dado pelo ângulo β^* , num ponto arbitrário sobre a superfície do perfil, entre os pontos s_u e s_l , e admite-se que a componente normal de velocidade varie linearmente com a distância s ao longo da superfície.

Com base em dados experimentais, Hayashi e Endo (1977), obtiveram uma correlação semi-empírica entre a intensidade da vazão adimensional e os ângulos β_u e β_l , válida para diversos tipos de corpos rombudos e aerodinâmicos:

$$Q_E / l_s W_s = 0.25 + 0.55 \cos\left(\frac{\beta_u + \beta_l}{2}\right) + 1.70 \sin\left(\frac{\beta_u - \beta_l}{2}\right) - 1.26 \cos\left(\frac{\beta_u + \beta_l}{2}\right) \sin\left(\frac{\beta_u - \beta_l}{2}\right) \quad (10)$$

onde Q_E é a vazão a ser injetada, W_s a velocidade no ponto de separação e l_s , β_u , β_l , os parâmetros geométricos do perfil, como mostra a Figura 2. A correlação foi estabelecida de forma a produzir uma pressão aproximadamente constante na esteira descolada através do modelo teórico desenvolvido pelos autores.

4. EXTENÇÃO DO MÉTODO DE HESS & SMITH PARA AEROFÓLIOS COM SEPARAÇÃO.

A extensão proposta neste trabalho será válida apenas para uma região de descolamento no lado de sucção do perfil da grade (extradorso). Nessa região, a *vazão teórica* Q_T é dada pela componente da velocidade normal (W_n) e o comprimento ΔS do contorno com descolamento, com as velocidades W_n , crescendo linearmente a partir de zero no ponto de separação:

$$Q_T = \sum_{i=p_{sep}}^n W_{n_i} \Delta S / 2, \quad (11)$$

onde: p_{sep} , é o ponto de separação (arbitrário), ΔS o comprimento ao longo da superfície do perfil na região de descolamento e n o número de painéis.

Relacionado-se convenientemente as Eq (10) e (11) tem-se:

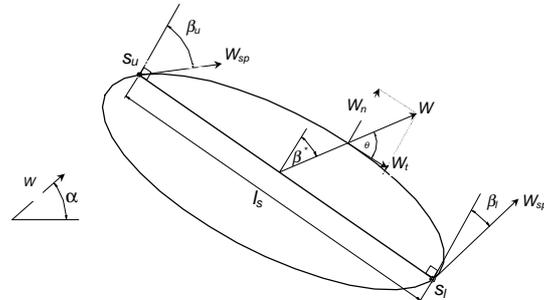


Figura 2 - Definição da componente normal de velocidade.

$$W_{n_i} = \frac{2f(\beta_u, \beta_l)S_i}{l_s} W_s \quad (12)$$

onde S_i é o comprimento da coordenada local da região descolada. A Eq (12) pode ser escrita como:

$$\{W_n\} = \{K\} W_s; \quad \{K\} = \frac{2f(\beta_u, \beta_l)}{l_s} \{S\} \quad (13ab)$$

A Eq. (13a), representa o vetor de velocidades normais em função da velocidade de separação W_s , e dos parâmetros geométricos; β_u , β_l , l_s e S_i . A partir dessa expressão, é possível modificar a formulação de Hess & Smith na condição de contorno, fazendo $\{W_n\} = \{K\} W_s$. Sendo assim as Eqs.(2) e (3) podem ser rescritas como:

$$\{K\} W_s = [A]\{\sigma\} - \gamma\{C\} + \{W_n^\infty\}; \quad \{W_t\} = [B]\{\sigma\} + \gamma\{D\} + \{W_t^\infty\}, \quad (14ab)$$

Isolando o vetor das intensidades de fonte σ da Eq (14a) e substituindo na Eq (14b), obtém-se

$$\{W_t\} = (-[B][A]^{-1}\{W_n^\infty\} + \{W_t^\infty\}) + \gamma([B][A]^{-1}\{C\} + \{D\}) + W_s([B][A]^{-1}\{K\}) \quad (15)$$

Fazendo as operações matriciais dos termos entre parênteses da Eq (15), simplifica-se:

$$\{W_t\} = \{VIN F\} + \gamma\{VGAMA\} + W_s \{VNOR\} \quad (16)$$

Na Equação (15), verifica-se que tanto a intensidade de vórtices γ como a velocidade de separação W_s , são incógnitas. Para determiná-las, modifica-se a condição de Kutta, fazendo com que a velocidade no ponto de separação W_s seja idêntica à velocidade do bordo de fuga do lado inferior; $W_s = W_{psp} = -W_1$. Então, da Eq (16), obtém-se um sistema de duas equações com duas incógnitas W_s , e γ , onde o sub-índice 1 refere-se ao primeiro painel do bordo de fuga do lado inferior e ps ao painel onde é fixado o ponto de separação.

$$-W_s = VIN F_1 + \gamma VGAMA_1 + W_s VNOR_1, \quad W_s = VIN F_{ps} + \gamma VGAMA_{ps} + W_s VNOR_{ps} \quad (17ab)$$

Resolvendo o sistema das Eqs (17ab) obtém-se os valores de γ e W_s :

$$\gamma = \frac{VIN F_1 + VIN F_{ps} + VIN F_{ps} VNOR_1 - VNOR_{ps} VIN F_1}{-VGAMA_1 - VGAMA_{ps} - VGAMA_{ps} VNOR_1 + VNOR_{ps} VGAMA_1}, \quad (18)$$

$$W_s = \frac{VIN F_{ps} + \gamma VGAMA_{ps}}{1 - VNOR_{ps}}. \quad (19)$$

O valor do coeficiente de pressão, C_p é calculado levando em conta as componentes tangenciais e normais da velocidade:

$$Cp_1 = 1 - \left(\frac{W_t}{W_1} \right)^2 - \left(\frac{W_{nd}}{W_1} \right)^2. \quad (20)$$

5. CÁLCULO DA CAMADA LIMITE.

Para o cálculo da camada limite, coeficientes de atrito superficial e determinação do ponto de separação, empregou-se o código computacional de camada limite laminar–transicional–turbulenta de Cebeci & Bradshaw (1977), baseado no método integral de Thwaites para a região de camada limite laminar, no critério de Michel para a transição laminar-turbulenta e no método de Head para a região de camada limite turbulenta. Como critério de separação turbulenta, adotou-se o fator de forma $H = 2,4$.

6. ALGORÍTMO DE CÁLCULO.

A metodologia de cálculo do escoamento com separação em torno de perfis em grade é realizada utilizando-se dois códigos computacionais: (1) um código de cálculo do escoamento em grades baseado na técnica numérica de Hess & Smith, modificada para simular o efeito da esteira descolada, conforme descrito anteriormente; (2) o código de cálculo de camada limite.

Os seguintes parâmetros devem ser fornecidos para o 1º código: razão de solidez $\sigma = l/t$ e ângulo de montagem da grade β ; número de painéis e coordenadas do perfil; estimativa inicial da posição do ponto de separação (a partir do qual será determinada a injeção de vazão fictícia); o ângulo de ataque α_∞ .

O cálculo do escoamento potencial modificado fornece as distribuições de velocidades, com as quais o código de camada limite determina o ponto de separação do lado de sucção do perfil. As coordenadas naturais do perfil são retificadas de forma a simular o efeito de uma placa plana com gradientes de pressão.

O código de camada limite é acionado iterativamente até convergir com o ponto de separação fixado para o cálculo potencial. Caso o ponto de separação calculado pelo código de camada limite estiver a jusante (montante) do ponto de separação fixado, esse é reposicionado mais a jusante (montante), até se obter convergência, dentro de uma tolerância compatível com a discretização empregada. Nos testes realizados, foram necessárias de 15 a 20 iterações, no caso de 160 painéis, e de 7 a 10 iterações, no caso de 80 painéis.

Após a convergência, a camada limite do lado de pressão também é calculada para se determinar os coeficientes de atrito correspondentes. Do lado de sucção, os coeficientes de atrito na região descolada, normalmente desprezíveis, não podem ser calculados pelo modelo, sendo então desconsiderados.

O ângulo de deflexão do escoamento é calculado pela circulação efetiva e pelo passo da grade (Fig. 1). A circulação efetiva é calculada pela integral das velocidades tangenciais em torno de perfil. Na região descolada, a velocidade tangencial efetiva é obtida a partir da velocidade de separação (constante) e das velocidades normais de injeção.

Os coeficientes de sustentação e arrasto são calculados pela integração dos coeficientes de pressão e dos coeficientes de atrito superficial. Na região do descolamento assume-se o coeficiente de pressão constante entre o ponto de separação e o bordo de fuga. Nos exemplos subsequentes, esta hipótese aparece explicitamente nos gráficos.

7. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO.

A técnica da injeção de vazão foi testada em primeira instância em casos de perfil isolado, para situações de descolamento massivo (Ramirez et al 1999). Na Figura 3, mostram-se

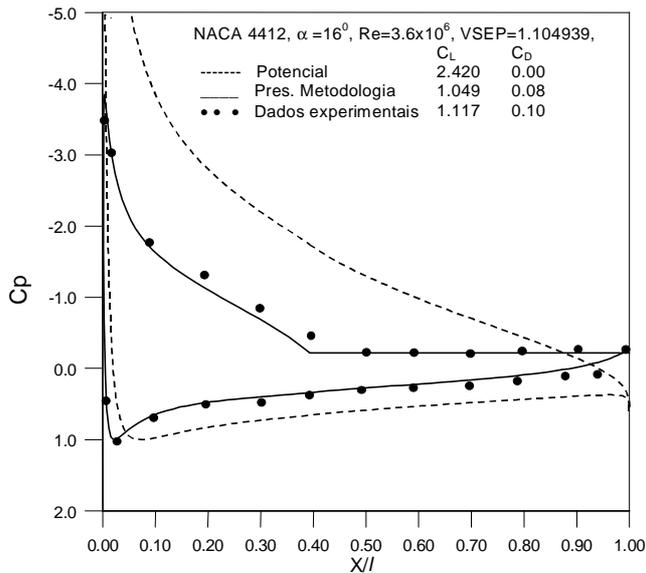


Figura 3 – Distribuição de pressões, perfil NACA 4412

resultados obtidos para o perfil NACA 4412, com 160 painéis e ângulo de ataque $\alpha = 16^\circ$. Verifica-se a forte influência que a injeção de vazão provoca na distribuição do coeficiente de pressão, na sustentação e no arrasto, em comparação com o modelo clássico de escoamento potencial. Note-se que a presente metodologia é capaz de fixar satisfatoriamente o ponto de separação e o valor da pressão na esteira e, por conseguinte, acaba reproduzindo a distribuição de pressões com boa precisão. Observe-se que seria possível ajustar certos parâmetros do modelo para se obter resultados ainda melhores, mas isso iria depender de um estudo semiempírico mais prolongado, pois muitos outros casos deveriam ser tratados

em conjunto. Por isso, os resultados podem ser considerados promissores.

Para a validação da metodologia no caso de escoamento em grades com separação, foram escolhidos perfis NACA-65(18)10 e NACA-65(12)10, com diferentes ângulos de montagem (β), razão de solidez (σ) e ângulos de ataque (α_1). Em todos os casos, foram utilizados 80 painéis na discretização da superfície do perfil. Para os cálculos da camada limite e determinação do ponto de separação, adotou-se um número de Reynolds $2,54 \times 10^5$ baseado na corda e na velocidade de entrada. Os resultados foram comparados com os dados experimentais publicados por Emery et al. (1957).

Na Figura 4, apresentam-se os resultados para as grades com perfil NACA-65(18)10, com ângulo do escoamento na entrada $\beta_1 = 45^\circ$ e razão de solidez da grade $\sigma = 0,5$ ($\sigma = l/t$). São apresentadas as distribuições de pressão para três ângulos de ataque (Figs. 4a,b,c) e a variação do ângulo de deflexão do escoamento na grade com o ângulo de ataque (Fig. 4d). Observa-se que a presente metodologia é capaz de corrigir satisfatoriamente as distribuições de pressão potenciais, resultando em ângulos de deflexão bem mais próximos dos experimentais. Sob esse aspecto, inclusive, verifica-se a habilidade da metodologia em prever o ângulo máximo de deflexão da grade, em boa concordância com a experiência. Obviamente, o escoamento potencial clássico é incapaz de captar qualquer tendência nesse sentido. Ainda nesse caso, observa-se uma representação satisfatória da distribuição de pressões para o ângulo de ataque $21,7^\circ$ (Fig. 4c), superior ao ângulo de “stall”, onde se verifica uma boa previsão do ponto de separação e da pressão na esteira. Há que se registrar, todavia, dificuldades em se representar corretamente as variações do lado de pressão, na região próxima ao bordo de fuga. Isso se deve, provavelmente, à ausência dos mecanismos de interação viscosa/não-viscosa na presente metodologia.

Na Fig. 5, apresentam-se os resultados para as grades com perfil NACA-65(12)10, com ângulo do escoamento na entrada, $\beta_1 = 60^\circ$ e razão de solidez da grade $\sigma = 1,0$. São apresentadas as distribuições de pressão para três ângulos de ataque (Figs. 5a,b,c) e a variação do ângulo de deflexão do escoamento na grade com o ângulo de ataque (Fig. 5d). Novamente, verificam-se os mesmos comportamentos do exemplo anterior: correção satisfatória das distribuições de pressão potenciais clássicas e dos correspondentes ângulos de deflexão, boa representação do ângulo máximo de deflexão do escoamento na grade e dos correspondentes ponto de

separação e pressão da esteira. Contudo, aparecem novamente as dificuldades do exemplo anterior, referentes às variações do lado de pressão, na região do bordo de fuga.

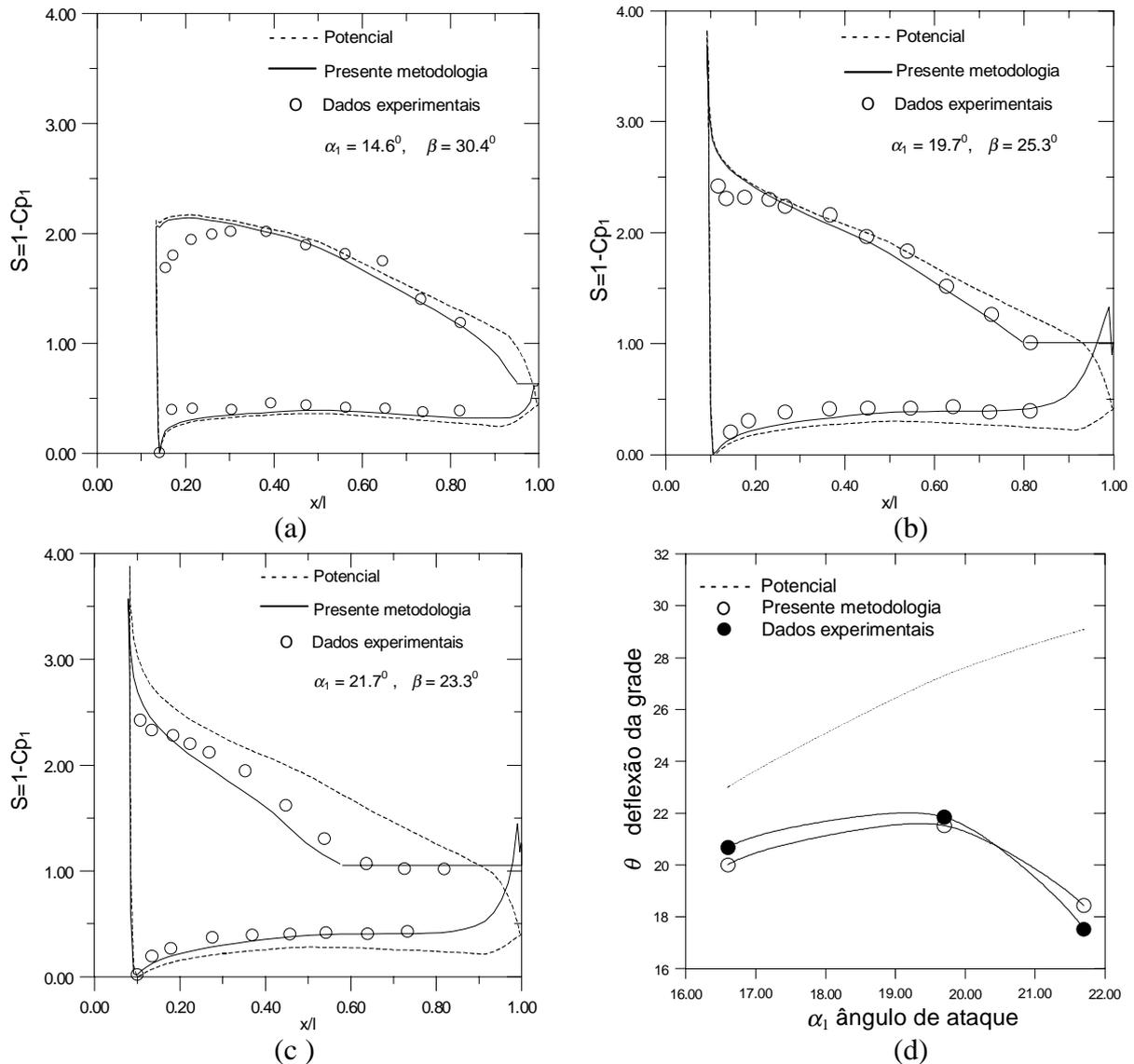


Figura 4 – Distribuições de pressão e variação do ângulo de deflexão da grade, NACA-65(18)10, $\beta_1=45^\circ$, $\sigma = 0,5$

Na Tabela 1, estão mostrados os coeficientes de arrasto calculados para cada caso. Os coeficientes de arrasto, em geral, são de difícil cálculo e medição, pois são muito pequenos em relação ao coeficiente de sustentação, principalmente no caso das grades. É importante observar que os dados experimentais de Emery et al. (1957) foram obtidos por integração das distribuições de pressão medidas na esteira e no contorno dos perfis, e não com balança aerodinâmica, estando também sujeitos a erros de integração numérica. Logo, no contexto da presente metodologia, podem-se considerar razoáveis os resultados obtidos, principalmente nas situações de “stall”. Todavia, é necessário reconhecer que uma boa previsão do arrasto depende de aprimoramentos na metodologia, relacionadas principalmente aos mecanismos de interação viscosa/não-viscosa e à capacidade de previsão da transição e do descolamento pelos códigos de camada limite.

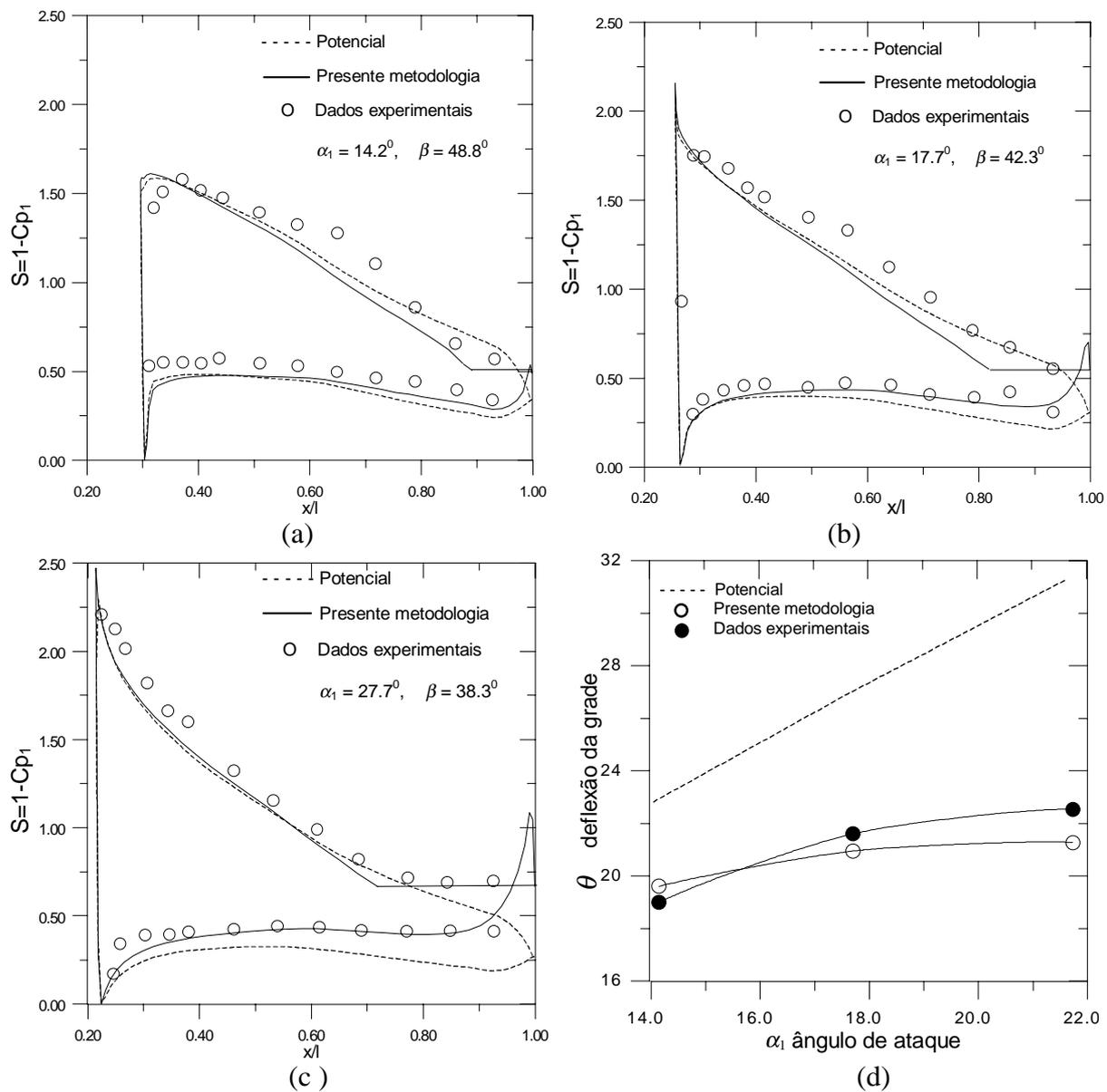


Figura 5 – Distribuições de pressão e variação do ângulo de deflexão da grade, NACA-65(12)10, $\beta_1=60^\circ$, $\sigma = 1,0$

Tabela 1.- Coeficientes de arrasto

	NACA-65(18)10			NACA-65(12)10		
α_1 (graus)	14.6	19.7	21.7	14.2	17.7	21.7
Presente metodologia	0.025	0.042	0.12	0.010	0.014	0.027
Dados experimentais	0.021	0.036	0.11	0.016	0.013	0.022

8. CONCLUSÕES

A modificação do método dos painéis de Hess & Smith (1966) pela técnica da injeção de vazão, para simular o efeito do descolamento em grades de perfis, conduziu a resultados pre-

liminares satisfatórios para as distribuições de pressão e ângulos de deflexão do escoamento em situações próximas ao “stall”. Esses resultados são promissores para futuros prosseguimentos, visando estabelecer uma metodologia confiável de projeto de turbomáquinas axiais. Nessa linha, podem-se apontar outros estudos necessários: (a) inclusão dos efeitos de interação viscosa/não-viscosa, por exemplo, através da técnica de transpiração da camada limite; (b) melhorias na modelagem da esteira, inclusive levando em conta suas possíveis variações de pressão; (c) avaliação dos métodos de cálculo das perdas de perfil, a partir dos resultados aerodinâmicos; (d) finalmente, a incorporação da metodologia em algoritmos de projeto inverso e de otimização.

Esses prosseguimentos poderiam conduzir a uma metodologia integrada de projeto de turbomáquinas axiais, baseada em modelos consistentes e de baixo custo computacional.

REFERÊNCIAS

- Cebeci, T. & Bradshaw, P., 1977, Momentum transfer in boundary layers, McGraw-Hill/Hemisphere, Washington, D.C.
- Emery, J.C., Herrig, L.J., Erwin, J. R., and Felix, R., 1957, Systematic two-dimensional cascade tests of NACA-65-series compressor blades at low speeds, NACA TN 1368.
- Hayashi, M. & Endo, E., 1977, Performance calculation for multi-element airfoil sections with separation, Trans. Japan Soc. Aero. Space Sci., Vol 20, No. 49.
- Hess, J.L. & Smith, A.M.O., 1967, Calculation of potential flow about arbitrary bodies, Progress in Aeronautical Sciences, Pergamon Press, vol. 8, pp. 1-138.
- Lieblein, S., 1959, Loss and stall analysis of compressor cascades., Journal of Basic Engineering, pp 387- 400.
- Mesquita, L.A., Serra, C.M.V., Cruz, D.O.A., Manzanares, N.F., 1999, A simplified method for axial- flow turbomachinery design, ABCM, Journal of Braz. Soc. Mechanical Sciences, Vol XXI – N° 1, pp. 61-70.
- Petrucci, R.D., Manzanares, N.F., Oliveira W., 1998, Uma técnica numérica para solução do problema inverso do escoamento potencial em grades de turbomáquinas, Anais do VII Encontro de Ciências Termicas ENCIT, Rio de Janeiro – Brasil, pp 1305 –1310.
- Ramirez, G.R., Petrucci, D.R., Manzanares N.F., 1999, Um modelo de escoamento potencial para cálculo da distribuição de pressões em torno de aerofólios com separação massiva, Anais IV Congresso Iberoamericano de Ingenieria Mecanica, CIDIM 99, Vol 3- Termodinamicos, Santiago - Chile
- Schlichting, H., 1959, Application of boundary layer theory in turbomachinery, Journal of Basic Engineering, pp. 543-551.

Abstract. *An extension of the Hess & Smith panel method for linear cascade flow analysis with boundary layer separation is presented in this work. The classical impenetrability boundary condition on the airfoil surface is modified by a fictitious mass flow injection in the separation region, whose intensity is controlled in a semi-empiric way by assuming the hypothesis of constant wake pressure, starting from the separation point. This point is determined iteratively, using integral methods for the boundary layer calculations and applying the surface velocities from the modified Hess & Smith method. Examples are presented comparing the obtained results with experimental data for the pressure distributions and maximum deflection angles of NACA-65 airfoil cascades, and a good agreement is obtained.*

Word-key: *Panel method, Boundary layer separation, Linear cascades, Turbomachinery.*