

IDENTIFICAÇÃO DE PROPRIEDADES RADIATIVAS: USO DE VÁRIAS AMOSTRAS

Luís Mauro Moura – lmoura@ccet.pucpr.br
Pontifícia Universidade Católica do Paraná
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Rua Imaculada Conceição, 1155 - Prado Velho, Cx. P. 16210
CEP 80215-901, Curitiba - PR - Brasil

Resumo. *Apresenta-se neste trabalho uma análise da identificação das propriedades radiativas de materiais com um forte pico de difusão. Utiliza-se um modelo com geometria unidimensional sendo a equação da transferência radiativa resolvida pelo método das ordenadas discretas. Aplica-se a solução direta deste problema ao método de linearização de Gauss para a identificação das propriedades radiativas: espessura ótica, albedo e função de fase. Propõe-se a determinação destas propriedades considerando duas amostras de espessuras diferentes, reduzindo-se desta maneira a incerteza na estimativa das propriedades radiativas.*

Palavras-chave: *Radiação Térmica, Identificação de Parâmetros, Método das Ordenadas Discretas, Propriedades Radiativas.*

1. INTRODUÇÃO

A identificação das propriedades radiativas de materiais semitransparentes e difusores tem sido tema de inúmeros trabalhos nestes últimos anos em função do crescente interesse tecnológico nesta área. Estes materiais (por exemplo: lã de vidro, espuma de carbono, materiais cerâmicos compostos de particulados) são utilizados sobretudo como isolantes térmicos a altas temperaturas onde a transferência de calor por radiação pode ter um peso significativo.

Para quantificar a transferência de calor por radiação usualmente utiliza-se a Equação da Transferência Radiativa (ETR), conhecendo-se as condições de contorno e os parâmetros desta equação que são as propriedades radiativas (Sacadura *et al.*, 1986, Hendriks & Howell, 1996, Hahn *et al.*, 1997, Silva Neto & Özisik, 1992, Nicolau *et al.*, 1994 Cunnington & Lee, 1996, Boulet *et al.*, 1996, Doermann & Sacadura, 1996, Moura *et al.*, 1998a, 1999).

Neste trabalho analisa-se a técnica de identificação das propriedades radiativas através da inversão da ETR. Considera-se especificamente um material com um forte pico de difusão (por exemplo lã de vidro ou espuma de carbono) pois esta classe de materiais é de interesse do autor para identificação experimental. A técnica de inversão é baseada no método de linearização de Gauss a qual foi utilizada inicialmente por Nicolau *et al.* (1994) para a

identificação das propriedades radiativas de fibras tipo lã de vidro. O êxito da identificação depende dos valores das propriedades radiativas a identificar e também de parâmetros relacionados à configuração experimental, tais como: ângulo de divergência do feixe, número de direções medidas, ângulos nos quais estas medições são efetuadas, nível de ruído, etc. A maioria destas variáveis foram anteriormente analisadas por Moura (1998). A análise da melhor configuração experimental e do número de parâmetros máximo possível de serem estimados foram efetuadas analisando-se os coeficientes de sensibilidade e o número de condicionamento (*NC*) (Nicolau *et al.*, 1994 e McCormick, 1992).

Afim de se reduzir os erros na determinação das propriedades radiativas propõe-se neste trabalho um método utilizando duas amostras com espessuras diferentes, aumentando assim a informação física no processo de identificação. Analisa-se também a dispersão dos resultados para valores simulados de transmitância adicionados de um *ruído branco*.

2. EQUAÇÃO DE TRANSFERÊNCIA RADIATIVA

A ETR para um meio homogêneo, emissor, absorvedor, difusor, com propriedades radiativas com dependência espectral e em equilíbrio termodinâmico é expressa como (Özisik, 1973):

$$\frac{1}{\beta_\lambda} \Omega \nabla i_\lambda(\tau, \Omega) + i_\lambda(\tau, \Omega) = (1 - \omega_\lambda) i_{b_\lambda}(T, \tau) + \frac{\omega_\lambda}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} i_\lambda(\tau, \Omega) p_\lambda(\Omega', \Omega) d\Omega' \quad (1)$$

onde τ é a espessura ótica do meio, $i_b(T, \tau)$ é a intensidade de radiação emitida pelo corpo negro à temperatura do meio, β é o coeficiente de extinção, ω é o albedo, p é a função de fase. Para partículas orientadas de maneira aleatória no espaço, a função de fase depende somente do ângulo de difusão, θ , formado entre a direção de incidência e a direção de difusão da intensidade radiativa. Uma maneira usual é a representação da função de fase como uma expansão na forma de polinômios de Legendre, Fig.1, infelizmente essa forma necessita de um número elevado de coeficientes para descrever a difusão de materiais do tipo fibras e espumas. A função de fase de materiais fibrosos e espumas apresenta geralmente um forte pico de difusão na direção de incidência da intensidade radiativa e um pico reduzido de retrodifusão demonstrando um comportamento altamente anisotrópico. A função de fase de Henyey-Greenstein (HG) ou uma combinação de funções deste tipo podem ser empregadas para uma representação com poucos termos a determinar (Nicolau *et al.*, 1994 e Hendricks & Howell, 1996). Neste trabalho, emprega-se uma função escrita através de uma ponderação de funções HG conforme proposição de Nicolau *et al.* (1994):

$$p(\theta_o) = f_1 f_2 p_{HG, g_1}(\theta_o) + (1 - f_1) f_2 p_{HG, g_2}(\theta_o) + (1 - f_2) \quad (2)$$

onde os parâmetros g_1 e g_2 influem na forma das funções HG (p_{HG, g_1} e p_{HG, g_2}) nas direções de incidência e de retrodifusão, respectivamente. O parâmetro f_1 é uma ponderação entre as funções p_{HG, g_1} e p_{HG, g_2} e f_2 pondera a função entre a parte isotrópica e anisotrópica. Um exemplo da forma desta função é demonstrado na Fig. 2, podendo-se comparar com a função de fase de Legendre, Fig. 1. Neste trabalho, devido a dificuldade em estimar ainda um número muito grande de parâmetros, optou-se por fixar $g_1 = g_2 = g$ (Nicolau, 1996) reduzindo-se de 6 para 5 o número de variáveis a identificar.

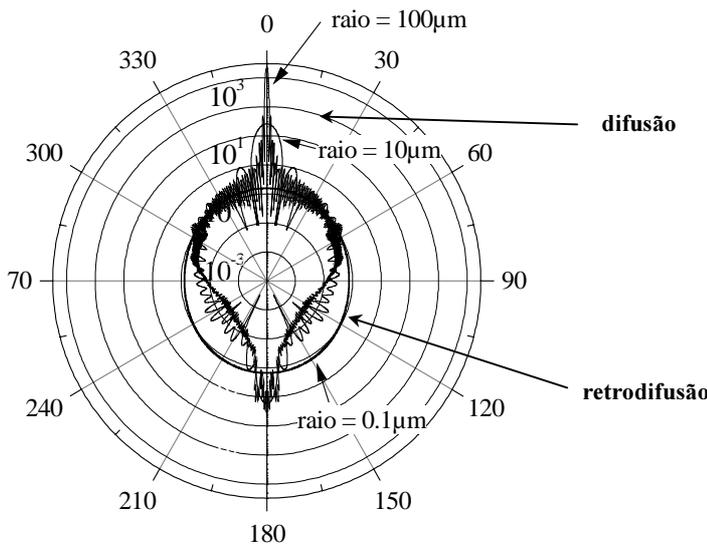


Figura 1- Difusão para uma partícula esférica para diferentes diâmetros $n=(8,4 \cdot 10^{-7}i+1.754)$ e $\lambda=3 \mu\text{m}$.

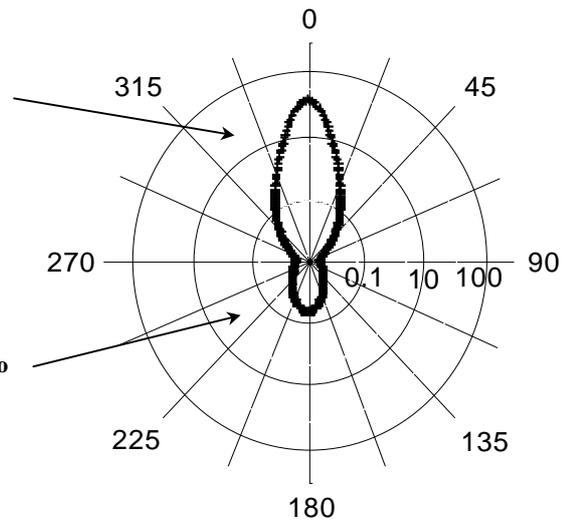


Figura 2- Função de fase HG ($f_1=0.9$, $g_1=0.84$, $f_2=0.95$, $g_2=-0.6$).

Como condição de contorno considera-se um feixe colimado (ângulo de divergência, θ_o) incidindo normalmente sobre a amostra (simetria azimutal) e efetuam-se medições de transmitâncias e reflectâncias bidirecionais com um ângulo de detecção inferior a θ_o . Um esquema da configuração experimental é mostrado na Fig. 3. Desta forma, as condições de contorno podem ser expressas como (Moura, 1999):

$$\begin{cases} i(\tau = 0, \mu) = i_o; & \mu_o < \mu < 1 \\ i(\tau = 0, \mu) = 0; & 0 < \mu < \mu_o \\ i(\tau = \tau_o, \mu) = 0; & -1 < \mu < 0 \end{cases} \quad (3)$$

onde i_o é intensidade radiativa do feixe incidente em um ângulo de incidência θ_o ($\mu_o = \cos \theta_o$), μ é o cosseno do ângulo polar ($\mu = \cos \theta$) e τ_o é a espessura ótica do meio.

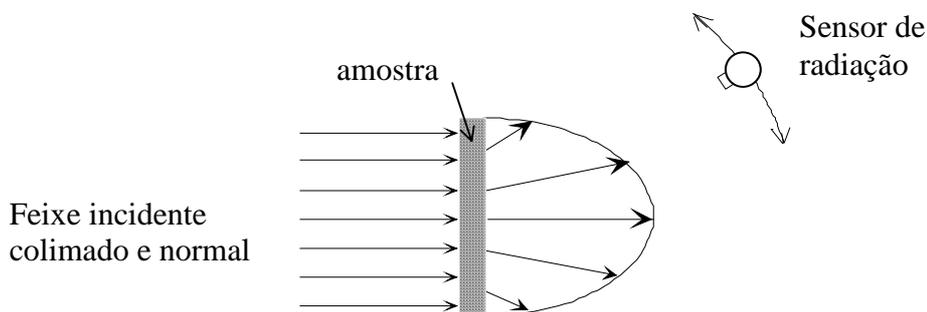


Figura 3- Condições de contorno conforme montagem experimental.

Neste trabalho, a Eq. (1) é resolvida numericamente pelo método das ordenadas discretas (MOD) aplicado a um volume de controle. Esta técnica de solução da ETR é descrita em Moura *et al.* (1997 e 1998b). Utiliza-se uma quadratura para a discretização angular de 24 direções (Nicolau *et al.*, 1994) elaborada a partir de uma análise de sensibilidade da

identificação onde conclui-se que deve haver um número importante de direções de medição próximo à direção de incidência.

3. IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS

As propriedades radiativas a serem identificadas são calculadas a partir de medidas de transmitâncias ($0 < \mu < 1$) e reflectâncias ($-1 < \mu < 0$) segundo a equação:

$$T(\mu) = \frac{i(\mu)}{i_o d \omega_o} \quad (4)$$

onde $d\omega_o$ é o ângulo sólido correspondente ao ângulo de incidência θ_o .

A identificação das propriedades radiativas é realizada calculando o vetor de parâmetros a identificar, $\hat{\chi}_{k=1,\dots,6} = \tau_o, \omega, g_1, f_1, f_2, g_2$, de forma a minimizar a diferença quadrática entre os valores de transmitâncias medidos experimentalmente, T_e , e os valores calculados teoricamente, T_t , sobre, Nd , medidas e considerando, M , amostras de espessuras iguais ou não:

$$\mathbf{F}(\hat{\chi}_{k=1,\dots,K}) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{Nd} [T_{t,n} - T_{e,n}]^2 \quad (5)$$

O método utilizado para a minimização da Eq. (5) é o método de linearização de Gauss que iguala a zero as derivadas de $F(\hat{\chi}_k)$ com respeito a cada incógnita $\hat{\chi}_k$, sendo $k=1,\dots,6$. Como o sistema é não-linear, um processo iterativo é realizado em m iterações, sendo necessário utilizar um fator de relaxação para garantir a convergência do método (Moura, 1999). A Fig. 4 mostra o NC em função do número de parâmetros a identificar e da espessura ótica para valores das propriedades radiativas listadas na Tabela 1. Nota-se que para τ_o próximos de 6 é que se obtém melhores valores de NC (quanto mais próximo NC da unidade melhor será o condicionamento da matriz). Entretanto põe-se a questão: será que realizando a identificação com duas amostra de espessuras diferentes conforme a Eq. (5) não consegue-se melhores resultados que somente com a medição de uma amostra em torno da espessura ótica ótima?

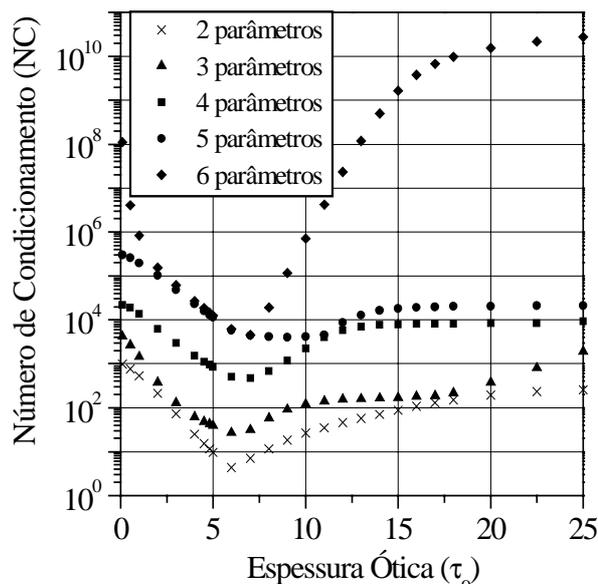


Figura 4- Número de condicionamento para um ângulo de divergência $\theta_o=1,5^\circ$ em função do número de parâmetros a identificar (Moura, 1999).

4. RESULTADOS

Afim de avaliar o efeito da minimização com duas amostras três casos testes são analisados. Partindo de valores conhecidos das propriedades radiativas, Tabela 1, calcula-se dois casos testes, um para uma espessura ótica de $\tau_0=5$ e outro para $\tau_0=15$. Aos valores de transmitância/reflectâncias calculados pelo modelo direto adiciona-se um *ruído branco* (média zero) próxima da configuração experimental disponível (Moura, 1998). Efetua-se então a estimativa das propriedades radiativas através do código inverso para um número de 20 leituras. Desta maneira, pode-se estimar a dispersão das propriedades radiativas identificadas em função do ruído. Em seguida, efetua-se a estimativa considerando os dois sinais de transmitâncias obtidos para espessuras diferentes, utilizando a Eq. (5) com $M=2$. Com os desvios obtidos para os casos simulados pode-se determinar qual configuração apresenta erros menores.

No início das iterações do processo de identificação é necessário fornecer uma estimativa inicial das propriedades radiativas. Em princípio estes valores não devem alterar o resultado final mas valores próximos do valor correto reduzem o número de iterações necessárias para a convergência. O valor inicial utilizado para o cálculo de cada propriedade é listado na Tabela 1. Como a espessura ótica, τ_0 , é variável, optou-se por estimar o coeficiente de extinção $\beta = \tau_0/l$, onde l é a espessura da amostra. O coeficiente de extinção é determinado inicialmente por um modelo, dito de 2ª ordem, que elimina a energia difundida na direção de incidência através de uma extrapolação das intensidades radiativas medidas nas direções próximas à incidência (Nicolau *et al.*, 1994)

Tabela 1. Propriedades radiativas para a análise efetuada.

Propriedades radiativas	Valor correto	Valor inicial
ω	0,95	0,85
β [m ⁻¹]	1000	2ª ordem
g	0,95	0,8
f_1	0,9	0,98
f_2	0,95	0,98

Apresentam-se na Fig. 6 e Tab. 2 os resultados obtidos para espessura ótica, $\tau_0=5$. A Fig. 6 compara o campo de distribuição original (correto) com aquele obtido pela média de 20 simulações de medidas do campo de transmitância realizadas considerando um *ruído branco*. A curva de erros centrado em torno da curva estimada permite visualizar a dispersão existente na leitura de transmitância. Além disso, nota-se que a curva estimada apresenta valores ligeiramente abaixo da curva correta. Na Tabela 2 mostra-se os valores obtidos na identificação, apresenta-se o valor estimado para cada propriedade radiativa, o desvio padrão, σ , o erro aleatório relativo ϵ_a , o erro aleatório percentual, o erro sistemático, ϵ_s , o erro sistemático percentual, a incerteza de medição (IM) total e a incerteza de medição percentual.

Na Fig. 7 e Tab. 3 apresentam-se os resultados para uma amostra com espessura ótica de $\tau_0=15$. Desta vez a curva média estimada esta ligeiramente acima da curva correta e observa-se que para valores de transmitância ($0 \leq \mu \leq 1$) o nível de ruído aproxima-se muito da intensidade medida mesmo na direção de incidência do feixe colimado ($\mu=1$), ocasionando erros maiores na determinação da espessura ótica, em torno de 25%.

A Tab. 4 apresenta os resultados obtidos utilizando duas amostras no processo de identificação, uma com $\tau_0=5$ e outra com $\tau_0=15$. Nota-se a redução significativa da incerteza

de medição para todas as propriedades radiativas em relação as Tabs. 2 e 3. Valores calculados do número de condicionamento (NC) para a identificação com as espessuras óticas de $\tau_o=5$, $\tau_o=15$ e as duas espessuras juntas são, respectivamente, 1×10^2 , $2,8 \times 10^6$ e $1,33 \times 10^4$. Desta forma, demonstra-se que uma análise somente em função do NC da matriz de sensibilidade não é suficiente para analisar qual é a configuração experimental que dará uma menor incerteza na identificação das propriedades radiativas. O NC pode ser utilizado somente para analisar uma configuração experimental definida, determinando-se então em qual condição realizar-se-á o experimento ótimo.

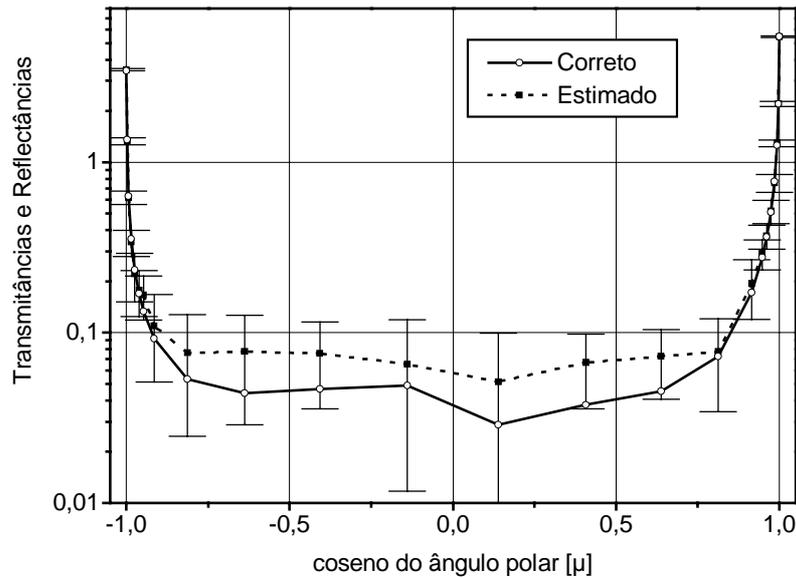


Figura 6. Transmitâncias e reflectâncias obtidas para uma espessura ótica de $\tau_o=5$ com curva de erro calculada para 20 leituras.

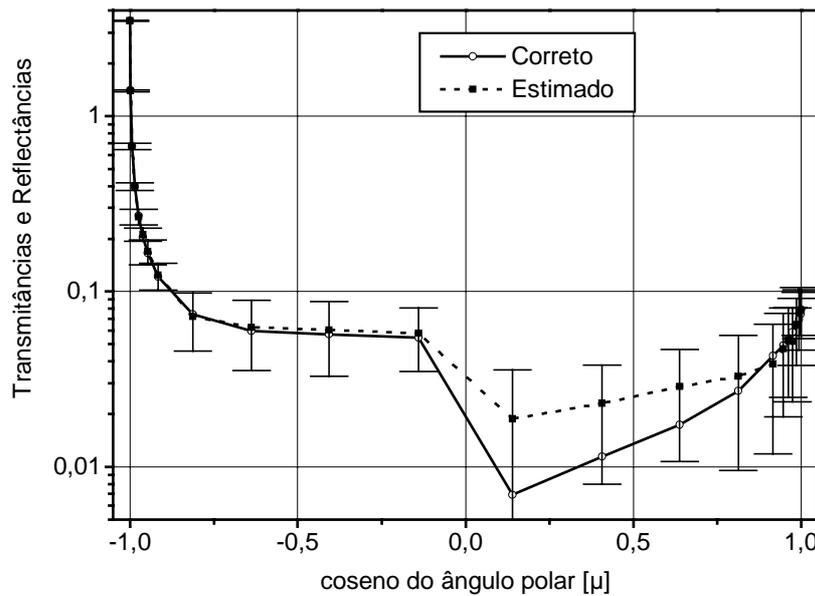


Figura 7. Transmitâncias e reflectâncias obtidas para uma espessura ótica de $\tau_o=15$ com curva de erro calculada para 20 leituras.

Tabela 2. Valores e incertezas das propriedades radiativas obtidos para $\tau_0=5$ e 20 leituras.

	Valor estimado	σ	ϵ_a	ϵ_a [%]	ϵ_s	ϵ_s [%]	IM total	IM total [%]
ω	0,978	0,015	0,015	1,5	-0,028	-2,98	0,06	6,24
β	1021,07	25,54	0,025	2,5	-21,07	-2,11	74,34	7,43
g	0,9518	0,0017	0,002	0,2	-0,002	-0,19	0,01	0,55
f_1	0,9049	0,0068	0,008	0,8	-0,005	-0,55	0,02	2,13
f_2	0,9154	0,0192	0,021	2,1	0,035	3,64	0,07	7,86

Tabela 3. Valores e incertezas das propriedades radiativas obtidos para $\tau_0=15$ e 20 leituras.

	Valor estimado	σ	ϵ_a	ϵ_a [%]	ϵ_s	ϵ_s [%]	IM total	IM total [%]
ω	0,953	0,009	0,009	0,9	-0,003	-0,31	0,02	2,23
β	1007,40	117,40	0,117	11,7	-7,399	-0,74	252,30	25,23
g	0,950	0,0019	0,002	0,2	0,0003	-0,03	0,001	0,46
f_1	0,900	0,0142	0,016	1,6	0,000005	0,00	0,03	3,28
f_2	0,943	0,0342	0,036	3,6	0,007	0,70	0,08	8,21

Tabela 4. Valores e incertezas das propriedades radiativas obtidos utilizando duas amostras, $\tau_0=5$ e $\tau_0=15$, e 20 leituras.

	Valor estimado	σ	ϵ_a	ϵ_a [%]	ϵ_s	ϵ_s [%]	IM total	IM total [%]
ω	0,9515	0,0074	0,008	0,8	-0,001	-0,16	0,02	1,80
β	999,183	9,0498	0,009	0,9	0,816	0,08	19,69	1,97
g	0,95003	0,00063	0,001	0,1	-0,00004	-0,004	0,001	0,14
f_1	0,90013	0,0024	0,003	0,3	0,000	-0,01	0,01	0,58
f_2	0,94732	0,0103	0,011	1,1	0,003	0,28	0,02	2,56

Na Fig. 8 apresenta-se a evolução do processo iterativo a partir do valor inicial para a identificação das cinco propriedades radiativas para o método utilizando duas amostras. Nota-se que o albedo, ω , e sobretudo a espessura ótica, τ_0 , são que apresentam uma convergência lenta. Isto deve-se sobretudo ao uso de um fator de relaxação, necessário para garantir a convergência do método, para a espessura ótica de 10 a 100 vezes inferior em relação aos outros parâmetros. Adotou-se também como condição que qualquer correção de uma das propriedades radiativas calculado no método de Gauss não deve ser superior a 10%, desta forma evita-se a divergência do processo quando o método de identificação calcula vetores de correção com valores muito elevados, entretanto esta condição faz aumentar o número de

iterações. A estimativa de espessuras óticas elevadas aumenta o número de iterações necessárias para a convergência do código direto (Moura, 1998b) e aumenta também para o método inverso. Por exemplo para $\tau_0=5$ o número de iterações necessárias para o método inverso são da ordem de 20 e para com $\tau_0=15$ o número de iterações aumenta para 160.

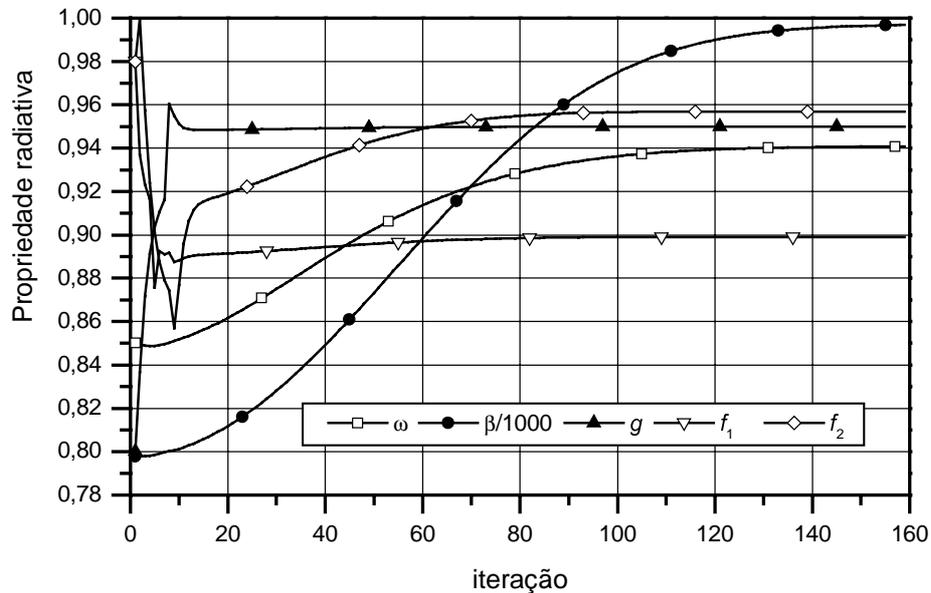


Figura 8. Evolução do processo iterativo a partir do valor inicial para a identificação das cinco propriedades radiativas para o método utilizando duas amostras.

5. CONCLUSÃO

Demonstrou-se que a utilização conjunta de duas amostras com espessuras diferentes fornece bons resultados em relação a redução da incerteza de medição quando comparado a determinação usando somente uma amostra. Verificou-se também que o Número de Condicionamento (NC) da matriz dos coeficientes de sensibilidade, utilizado inicialmente por McCormick, 1992, não é um bom critério para comparar configurações experimentais diferentes. Desta forma, faz-se necessário uma avaliação “injetando” um ruído branco numa solução já conhecida e verificando os desvios em relação a este valor. Para uma melhor avaliação do método com duas amostras deve-se fazer futuramente uma análise para identificar quais seriam as espessuras de amostras e/ou relação entre as espessuras ótimas.

6. REFERÊNCIAS

- Boulet, P., Jeandel, G. & Morlot G., 1996, Etude théorique de l'influence des infibrés sur le comportement radiatif des isolants fibreux. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 39, No. 15, pp.3221-3231.
- Cunnington, G.R. & Lee, S.C., 1996 Radiative Properties of Fibrous Insulations: Theory Versus Experiment. *J. of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 10, No. 3, pp.460-465.
- Doermann, D. & Sacadura, J.F., 1996, Heat transfer in open cell foam insulation. *Journal of Heat Transfer*, February, Vol. 118, pp.88-93.

- Hahn, O., Raether, F., Arduini-Schuster, M.C. & Fricke, J., 1997, Transient coupled conductive/radiative heat transfer in absorbing, emitting and scattering media: application to laser-flash measurements on ceramic materials. *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 40, No. 3, pp.698-698.
- Hendricks, T.J. & Howell, J.R., 1996, Absorption/scattering coefficients and scattering phase functions in reticulated porous ceramics. *Journal of Heat Transfer*, February, Vol. 118, pp. 79-87.
- McCormick, N.J., 1992, Inverse radiative transfer problem: a review, *Nuclear Science and Engineering*, Vol. 112, pp.185-198.
- Moura, L.M., Baillis, D., & Sacadura, J.F., 1999. Analysis of the sensitive parameters in the thermal radiative properties identification. *XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*. ref. AACBGB. Unicamp, ABCM. Águas de Lindóia.
- Moura, L.M., Baillis, D., Sacadura, J.F., 1998a, Identification of thermal radiation properties of dispersed media: comparison of different strategies, *11th International Heat Transfer Conference*, 23-28 August, Kyongju, Korea, pp. 409-414.
- Moura, L.M., Baillis, D. & Sacadura, J.F., 1998b, Análise do método de ordenadas discretas: discretização espacial, *Encit98*, 3 a 6 de novembro, Rio de Janeiro, Brasil, pp. 1173-1178.
- Moura, L.M. *Identification des propriétés radiatives des matériaux semi-transparents diffusants en situation de non-symétrie azimutale du champ radiatif*. Thèse de doctorat 98ISAL0059, INSA Lyon, 15 de julho 1998.
- Moura, L.M, Baillis, D., Sacadura, J.F., 1997, Analysis of the discrete ordinate method: angular discretization, 14th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, December 8-12th, Bauru, Brazil, COB1425.
- Nicolau, V.P., Raynaud, M., Sacadura, J.F., 1994, Spectral radiative properties identification of fiber insulating materials, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 311-324.
- Özisik, M.N., 1973, Radiative Transfer and interaction with conduction and convection, *John Wiley and Sons*, New York, 575p.
- Sacadura, J.F., Uny, G. & Venet, A., 1986, Models and experiments for radiation parameter estimation of absorbing, emitting and anisotropically scattering media, *Proc. 8th Int. Heat Transfer Conf.*, San Francisco, Vol. 2, pp.565-570.
- Silva Neto, A.J. & Özisik, M.N., 1992, An inverse analysis of simultaneously estimating phase function, albedo and optical thickness, *ASME-HTD - Developments in Radiative Heat Transfer*, Vol. 203, pp.23-30.

THERMAL RADIATIVE PROPERTIES IDENTIFICATION USING TWO SAMPLES

Abstract. *This paper is focused on identification analysis for thermal radiation properties of dispersed media with a highly forward and backward peaked scattering. The direct model is based on a differential discrete ordinates method for an one-dimensional plane slab with azimuthal symmetry. An inverse method based on the Gauss linearization method is used to determine each of the unknowns. An identification used two different thickness samples is proposed means an uncertainties reduction on the identification.*

Key words: *Thermal Radiation, Parameter Identification, Discrete Ordinates Method, Radiative Properties.*