# ESTUDO NUMÉRICO DAS FORÇAS DE EMPUXO E TERMOCAPILARES EM UMA CAVIDADE CONTENDO DOIS FLUIDOS IMISCÍVEIS SUPERPOSTOS

**Dênio L. Panissi** – panissi@iem.efei.br **Genésio J. Menon** – genesio@iem.efei.br **João B. Dias** – jbdias@iem.efei.br Escola Federal Engenharia de Itajubá, Departamento de Engenharia Mecânica Av. Pinheirinho 1303, Bairro BPS, CEP 37500-000 – Itajubá, MG, Brasil

Resumo. O trabalho consiste no estudo numérico da convecção natural causada pelas forças de empuxo e termocapilares em uma cavidade fechada, contendo dois fluidos imiscíveis superpostos, e com as paredes laterais sujeitas a um fluxo de calor constante. O estudo é baseado nas equações bidimensionais de conservação da quantidade de movimento, energia e massa. É considerado o escoamento em regime laminar e as propriedades dos fluidos constantes, exceto a tensão termocapilar na superfície dos fluidos e a densidade nos termos de empuxo. As equações são escritas em termos de variáveis adimensionais, utilizando a formulação função corrente-vorticidade. O problema é resolvido através do método de elementos finitos e os resultados são apresentados para um conjunto de parâmetros adimensionais, onde são mostrados o perfil de velocidade horizontal no centro da cavidade, o número de Nusselt médio, as distribuições de linhas de correntes e as isotermas. Alguns resultados foram comparados com um trabalho numérico disponível na literatura e se acharam em boa concordância.

Palavras-chave: Convecção natural, Empuxo, Termocapilaridade, Elementos finitos.

# 1. INTRODUÇÃO

O estudo da convecção natural em cavidades contendo fluidos imiscíveis superpostos tem aplicação em muitos processos naturais e industriais.

Como exemplo em processo natural, temos os tanques de armazenamento de combustíveis. Quando esses estão parcialmente cheios, encontramos uma região com líquido e outra com gás. O conhecimento da forma e da magnitude da transferência de calor permite prever o comportamento desses tanques em situações de acidentes, envolvendo incêndio e possibilitando o desenvolvimento de meios de proteção.

No processo industrial de fabricação de semicondutores, na fase líquida, o escoamento que ocorre, devido a convecção natural, pode causar estruturas cristalográficas não-homogêneas nos materiais solidificados, gerando propriedades eletrônicas indesejáveis. A fim de amenizar este problema, tem sido usada a técnica de crescimento de cristal encapsulado em líquido, que consiste em se cobrir o material líquido a ser solidificado com um outro líquido

inerte. Esta técnica reduz a velocidade do escoamento e também diminui a taxa de evaporação dos componentes voláteis, resultando em um significativo aumento da qualidade final dos produtos.

O processo de convecção natural que ocorre em uma cavidade, contendo fluidos imiscíveis superpostos, pode ser analisado como resultante de duas formas básicas de convecção, sendo elas: a convecção causada por forças de empuxo e a convecção de origem termocapilar.

A convecção por empuxo, ou também conhecida como convecção de Boussinesq, ocorre quando um fluido fica sujeito a um gradiente horizontal de temperatura, na presença de um campo gravitacional. Este gradiente provoca uma variação na densidade, induzindo o aparecimento de forças de empuxo, e dando-se o início do processo de transferência convectiva do calor, a partir do instante em que estas forças superam as forças de resistência viscosa. A intensidade da convecção por empuxo é caracterizada pelo numero de Rayleigh (Ra).

O gradiente horizontal de temperatura, também, tem outros efeitos. Quando este gradiente é aplicado na interface entre dois líquidos, ou na interface entre um líquido e um gás, ou em uma superfície livre de um líquido, ocorre naquele local uma variação da tensão superficial. Se a força resultante, deste desbalanceamento local de tensão, for maior que a resistência viscosa do fluido, então, ocorrerá um arraste de fluido, dando origem a um escoamento. Tal forma de transferência de calor é conhecida como convecção termocapilar ou convecção de Marangoni. A intensidade deste tipo de convecção é caracterizada pelo número de Marangoni (*Ma*).

Em geometrias de grandes dimensões há um predomínio da convecção por empuxo sobre a convecção termocapilar, já em situações de micro-gravidade ou em geometrias de pequenas dimensões, a convecção termocapilar predomina. A relação *Ma/Ra* fornece um meio de avaliação da influência de cada tipo de convecção no escoamento na cavidade.

Problemas de convecção, que envolvem forças de empuxo e termocapilares de magnitudes próximas, são chamados de Convecção de Empuxo-Termocapilar ou Boussinesq-Marangoni.

O estudo da convecção natural em cavidades com fluidos imiscíveis superpostos tem atraído o interesse de muitos pesquisadores.

Oosthuizen & Kuhn (1984), utilizando o método de diferenças finitas, analisaram numericamente a transferência de calor, devido o processo de convecção natural, em uma cavidade de seção circular com a metade inferior cheia de líquido e a metade superior cheia de gás.

Villers & Platten (1988, 1990) estudaram a convecção natural em uma cavidade retangular com dois líquidos imiscíveis, realizando uma abordagem experimental e analítica. O sistema experimental era composto de água e heptanol e as medições do perfil de velocidade em cada camada foram realizadas com um anemômetro do tipo Laser Doppler.

Bargash & Vasseur (1993), investigaram numericamente, através do método de volume de controle, o comportamento de uma cavidade fechada, contendo dois fluidos imiscíveis superpostos, e sujeita a um fluxo de calor constante.

Prakash & Koster (1994, 1996, 1997) estudaram numericamente, através do método de diferenças finitas, o escoamento convectivo natural em uma cavidade rasa composta de três camadas de líquidos imiscíveis. Posteriormente, realizaram uma pesquisa numérica e experimental do escoamento em um sistema de dois fluidos imiscíveis com uma superfície livre.

Nesta linha de estudo, existem outros bons trabalhos desenvolvidos pelos pesquisadores: Wang et al. (1993), Sparrow et al. (1986), Doi & Koster (1993), etc.

No presente trabalho, é estudada numericamente a convecção natural causada pelas forças de empuxo e termocapilares em dois fluidos imiscíveis. A Fig. 1 apresenta a cavidade analisada. A nomenclatura utilizada encontra-se na Tabela 1.

Neste trabalho, os resultados são obtidos, utilizando o método de elementos finitos, a partir de um programa desenvolvido pelos autores, em linguagem FORTRAN.

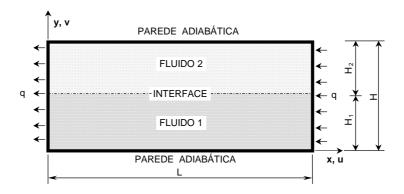


Figura 1 - Cavidade fechada com fluxo de calor constante nas paredes verticais.

Tabela 1. Nomenclatura utilizada.

Símbolos latinos		Símbolos gregos		
$c_p$	Calor específico (J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	α	difusividade térmica (m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> )	
g	aceleração gravitacional (m s <sup>-2</sup> )	β	coeficiente de expansão volumétrica (K <sup>-1</sup> )	
H	altura total da cavidade (m)	$\Delta T^*$	diferença de temperat. característica (°C)	
L	largura da cavidade (m)	$\Delta  heta$	diferença de temperatura adimensional	
Ма	número de Marangoni	$\varepsilon$	relação entre as alturas da cavidade	
Pr	número de Prandtl	γ	gradiente da tensão interfacial (N m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	
q	fluxo de calor constante (W m <sup>-2</sup> )	K	condutividade térmica (W m <sup>-1</sup> °C <sup>-1</sup> )	
Ra	número de Rayleigh	λ	relação largura/altura da cavidade	
t	tempo (s)	μ	viscosidade dinâmica (kg m <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> )	
T	temperatura (°C)	Ψ	função corrente adimensional	
$T_R$	temperatura de referência (°C)	$\rho$	densidade (kg m <sup>-3</sup> )	
и	velocidade horizontal (m s <sup>-1</sup> )	$\theta$	temperatura adimensional	
U	velocidade horizontal adimensional	τ	tempo adimensional	
$\nu$	velocidade vertical (m s <sup>-1</sup> )	ν	viscosidade cinemática (m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> )	
V	velocidade vertical adimensional	ω	vorticidade adimensional	
x	coordenada horizontal (m)	Sub-i	Sub-índices	
X	coordenada horizontal adimensional	1	fluido inferior	
у	coordenada vertical (m)	2	fluido superior	
Y	coordenada vertical adimensional	c	condução pura	
		i	camada de fluido	
		in	Interface	

# 2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

## 2.1 Adimensionalização

Visando generalizar a análise teórica, foram empregadas as variáveis adimensionais: tempo, coordenada horizontal, coordenada vertical, velocidade horizontal, velocidade vertical e temperatura, conforme definidas pela Eq. (1). Nesta equação, para o escalonamento das grandezas, foram empregadas a altura total da cavidade (H), a difusividade térmica do fluido inferior ( $\alpha_1$ ) e a diferença de temperatura característica da cavidade ( $\Delta T^*$ ).

$$\tau = \frac{\alpha_1 t}{H^2}, \ X = \frac{x}{H}, \ Y = \frac{y}{H}, \ U = \frac{uH}{\alpha_1}, \ V = \frac{vH}{\alpha_1}, \ \theta = \frac{T - T_R}{\Delta T^*}, \ \Delta T^* = -\frac{qH}{\kappa_1},$$
(1)

onde T<sub>R</sub> é a temperatura de referência, medida no centro vertical e horizontal da cavidade.

Para facilitar a análise, também, foram utilizadas as relações geométricas entre as dimensões da cavidade, as quais são dadas por:

$$\varepsilon = \frac{H_1}{H}, \ \lambda = \frac{L}{H}. \tag{2}$$

### 2.2 Equações governantes

O estudo da convecção natural, induzida pelas forças de empuxo e termocapilares, é baseado nas equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia, sendo consideradas as seguintes hipóteses na formulação do problema: regime não permanente; escoamento bidimensional e laminar; escoamento incompressível; função dissipação viscosa desprezada; efeitos de compressibilidade desprezados; propriedades dos fluidos constantes, exceto a densidade nos termos de empuxo e a tensão termocapilar. Mediante estas considerações, para cada camada, as equações de conservação adimensionais, em termos de função corrente ( $\psi$ ) e vorticidade ( $\omega$ ), são as seguintes:

$$\frac{\partial^2 \psi_i}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial Y^2} = -\omega_i, \tag{3}$$

$$\frac{\partial \omega_{i}}{\partial \tau} + \frac{\partial \psi_{i}}{\partial Y} \frac{\partial \omega_{i}}{\partial X} - \frac{\partial \psi_{i}}{\partial X} \frac{\partial \omega_{i}}{\partial Y} = \frac{\alpha_{i}}{\alpha_{1}} \Pr_{i} \left[ \left( \frac{\partial^{2} \omega_{i}}{\partial X^{2}} + \frac{\partial^{2} \omega_{i}}{\partial Y^{2}} \right) + \frac{\alpha_{i}}{\alpha_{1}} \frac{\kappa_{i}}{\kappa_{1}} Ra_{i} \frac{\partial \theta_{i}}{\partial X} \right]$$
(4)

$$\frac{\partial \theta_{i}}{\partial \tau} + \frac{\partial \psi_{i}}{\partial Y} \frac{\partial \theta_{i}}{\partial X} - \frac{\partial \psi_{i}}{\partial X} \frac{\partial \theta_{i}}{\partial Y} = \frac{\alpha_{i}}{\alpha_{1}} \left( \frac{\partial^{2} \theta_{i}}{\partial X^{2}} + \frac{\partial^{2} \theta_{i}}{\partial Y^{2}} \right), \tag{5}$$

com

$$\frac{\partial \psi_i}{\partial X} = -V_i , \qquad \frac{\partial \psi_i}{\partial Y} = U_i , \qquad (6)$$

e os números adimensionais de Prandtl e Rayleigh, para cada camada de fluido, são dados, respectivamente por:

$$Pr_i = \frac{v_i}{\alpha_i} , \qquad (7)$$

$$Ra_i = \frac{g \beta_i q H^4}{\alpha_i \kappa_i \nu_i}, \tag{8}$$

onde i representa a camada de fluido, sendo i=1 para o fluido inferior e i=2 para o fluido superior.

#### 2.3 Condições de contorno

As condições de contorno adotadas nas paredes são as seguintes: não há escorregamento de fluidos nas paredes; parede vertical esquerda com fluxo de calor constante saindo; parede vertical direita com fluxo de calor constante entrando; parede inferior e superior adiabáticas.

Com estas condições de contorno, temos:

- na parede vertical esquerda (X=0, 0 < Y < 1) e na direita ( $X=\lambda$ , 0 < Y < 1):

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial X} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \frac{\partial \theta_2}{\partial X} = -1, \ \psi_i = \frac{\partial \psi_i}{\partial X} = \frac{\partial \psi_i}{\partial Y} = 0, \ \omega_i = -\frac{\partial^2 \psi_i}{\partial X^2}; \tag{9}$$

- na parede horizontal inferior (0<X< $\lambda$ , Y=0):

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial Y} = 0, \ \psi_1 = \frac{\partial \psi_1}{\partial X} = \frac{\partial \psi_1}{\partial Y} = 0, \ \omega_1 = -\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial Y^2}; \tag{10}$$

- na parede superior  $(0 < X < \lambda, Y=1)$ :

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial Y} = 0, \ \psi_2 = \frac{\partial \psi_2}{\partial X} = \frac{\partial \psi_2}{\partial Y} = 0, \ \omega_2 = -\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial Y^2}; \tag{11}$$

### 2.4 Condições de interface

Para a interface  $(0 < X < \lambda, Y = \varepsilon)$ , foram feitas as seguintes considerações: velocidade, temperatura, tensão termocapilar e fluxo de calor são contínuos na interface; não há fluxo de massa através da interface; a interface permanece plana, a deformação é desprezada.

Assim sendo, na interface, são válidas as relações:

$$\theta_1 = \theta_2$$
,  $\frac{\partial \theta_1}{\partial Y} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \frac{\partial \theta_2}{\partial Y}$ ,  $\frac{\partial \psi_1}{\partial X} = \frac{\partial \psi_2}{\partial X} = 0$ ,  $\frac{\partial \psi_1}{\partial Y} = \frac{\partial \psi_2}{\partial Y}$ ,  $\omega_1 - \frac{\mu_2}{\mu_1} \omega_2 = Ma_{in} \frac{\partial \theta}{\partial X}$ , (12)

onde Main é o número de Marangoni na interface e é dado por:

$$Ma_{in} = -\gamma_{in} \frac{q H^2}{\alpha_1 \kappa_1 \mu_1}. \tag{13}$$

#### 2.5 Parâmetros do problema

As equações governantes, juntamente com as condições de contorno e interface, definem o tipo de problema que está sendo tratado. Contudo, para estudar cada caso, em específico, devem ser fornecidos os parâmetros de entrada, que são expressos em termos das relações das propriedades termo-físicas dos fluidos:

$$\overline{\alpha} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}, \ \overline{\beta} = \frac{\beta_2}{\beta_1}, \ \overline{\kappa} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1}, \ \overline{\mu} = \frac{\mu_2}{\mu_1}, \ \overline{\rho} = \frac{\rho_2}{\rho_1},$$
 (14)

e das relações geométricas da cavidade:  $\varepsilon$  e  $\lambda$ ; e dos números adimensionais:  $Pr_1$ ,  $Ra_1$ ,  $Pr_2$ ,  $Ra_2$ . Sendo que, os números adimensionais do fluido superior são dados, em função do fluido inferior e das relações das propriedades termo-físicas, por:

$$Pr_2 = Pr_1 \frac{\overline{\mu}}{\overline{\alpha} \ \overline{\rho}}, \quad Ra_2 = Ra_1 \frac{\overline{\beta} \ \overline{\rho}}{\overline{\alpha} \ \overline{\kappa} \ \overline{\mu}}.$$
 (15)

#### 2.5 Número de Nusselt

A taxa de transferência na cavidade é avaliada através do número de Nusselt. O número de Nusselt local, ao longo das paredes verticais com fluxo de calor constante, é definido pela relação:

$$Nu(Y) = \frac{\Delta \theta_{c_i}}{\Delta \theta(Y)},\tag{16}$$

onde  $\Delta\theta_{\rm ci}$  é a diferença de temperatura adimensional, entre as paredes verticais, no regime de condução pura; e  $\Delta\theta$  (Y) é a diferença de temperatura adimensional, encontrada entre as paredes verticais, em cada posição ao longo do eixo (Y), no regime de convecção.

O número de Nusselt médio é obtido pela integração dos valores locais, sendo dado por:

$$\overline{N}u = \int_0^1 Nu(Y)dY. \tag{17}$$

# 3. VALIDAÇÃO DO CÓDIGO COMPUTACIONAL

Para efeito de validação do código computacional, foi estudado um caso, cujos resultados numéricos estavam disponíveis em um trabalho realizado por Bargach & Vasseur (1993). Nesse trabalho, Bargach & Vasseur empregaram o método de volume de controle para estudar numericamente uma cavidade fechada, contendo dois fluidos imiscíveis e com fluxo de calor constante, tal como a Fig. 1. A comparação, entre os resultados do presente trabalho e aqueles encontrados por Bargach & Vasseur, é feita em uma cavidade com três razões de aspecto diferentes (λ=1, 2, 5), contendo duas camadas de fluidos iguais.

A Fig. 2 mostra os resultados encontrados. Conforme pode ser observado, ambos estão em boa concordância, validando o código computacional.

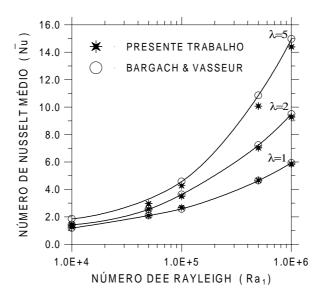


Figura 2 – Número de Nusselt médio para:  $\overline{\alpha}=1,0$ ;  $\overline{\beta}=1,0$ ;  $\overline{\kappa}=1,0$ ;  $\overline{\mu}=1,0$ ;  $\overline{\rho}=1,0$ ;  $\varepsilon=0,5$ ;  $Pr_1=1,0$ ;  $Pr_2=1,0$ ;  $Pr_2=1,0$ ;  $Pr_3=1,0$ ;  $Pr_4=1,0$ ;  $Pr_5=1,0$ ; Pr

#### 4. RESULTADOS

Com o propósito de observar o efeito da convecção termocapilar juntamente com a convecção por empuxo na cavidade, alguns casos formam simulados, nos quais, sendo tomados diferentes valores para o número de Marangoni na interface ( $Ma_{in}$ ) e um valor fixo para o número de Rayleigh e Prandtl nas duas camadas de fluidos ( $Ra_1 = Ra_2 = 1,0x10^5$  e  $Pr_1 = Pr_2 = 1,0$ ).

Também foram consideradas, para os fluidos inferior e superior, propriedades termofísicas idênticas ( $\overline{\alpha} = 1,0$ ;  $\overline{\beta} = 1,0$ ;  $\overline{\kappa} = 1,0$ ;  $\overline{\mu} = 1,0$ ;  $\overline{\rho} = 1,0$ ).

Quanto as relações geométricas tomou-se  $\varepsilon = 0.5$  e  $\lambda = 2.0$ . A Fig. 3 mostra a malha de 3360 elementos triangulares lineares empregada na discretização da cavidade.

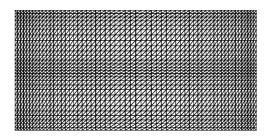


Figura 3 – Malha usada na discretização da cavidade com  $\varepsilon$ =0,5 e  $\lambda$ =2.

A Fig. 4 apresenta os resultados obtidos para  $Ra_1 = Ra_2 = 1.0x10^5$  e  $0.0 \le Ma_{in}/Ra_1 \le 1.0$ , no regime permanente. No primeiro caso mostrado  $(Ma_{in}/Ra_1 = 0.0)$ , existe somente convecção por empuxo, e no último caso apresentado  $(Ma_{in}/Ra_1 = 1.0)$ , as forças de empuxo e termocapilares são de mesma magnitude. Os demais casos representam as situações intermediárias.

Para  $Ma_{in}/Ra_I = 0.0$ , observa-se, através da Fig. 4 e da Fig. 5, as características do escoamento. No campo da função corrente, os escoamentos nas duas camadas de fluidos possuem o sentido anti-horário e são de mesma intensidade; na linha da interface, a velocidade horizontal é nula, devido o acoplamento mecânico entre as camadas. No campo das isotermas, as linhas de temperaturas são contínuas na interface, em razão do acoplamento térmico dos fluidos.

Para  $Ma_{in}/Ra_1$  =0,01 , nota-se o aparecimento de uma célula, logo acima da interface. A razão pela qual esta célula apareceu do lado de cima da interface está relacionada com o esco-amento proveniente do desbalanceamento da tensão termocapilar, que está se dando naquela região. Este desbalanceamento da tensão termocapilar na interface age no sentido de arrastar fluido da região mais quente para a região mais fria. Como, no caso analisado, o escoamento de origem termocapilar está ocorrendo no sentido contrário ao escoamento por empuxo do fluido da camada superior, logo aparece naquela camada uma célula de recirculação. Percebese ainda que, o escoamento proveniente do desbalanceamento da tensão termocapilar possui, na linha da interface, o mesmo sentido do escoamento por empuxo do fluido da camada inferior, e desta forma atua aumentando a velocidade do escoamento deste fluido.

À medida que a relação  $Ma_{in}/Ra_I$  é aumentada (casos  $Ma_{in}/Ra_I = 0,10$ ; 0,50; 1,0), a célula de origem termocapilar, citada anteriormente, ganha proporções maiores, tomando, praticamente, toda camada superior.

A Fig. 5 mostra o perfil de velocidade horizontal adimensional no centro da cavidade, ou seja: U em  $X=\lambda/2$  e  $0 \le Y \le 1$ . Nesta figura, pode ser observada, para a relação  $Ma_{in}/Ra_I=1,0$  (que é a relação na qual a convecção termocapilar está mais intensa), a grande velocidade horizontal na região da interface (Y=0,5), em virtude do arraste de fluido da região mais quente para a região mais fria, provocado pelas forças termocapilares.

A Fig. 6 apresenta os valores do número de Nusselt médio nas paredes verticais com fluxo de calor constante, para as relações de  $Ma_{in}/Ra_1$  simuladas. Como pode ser visto, o número de Nusselt aumentou com o aumento da relação  $Ma_{in}/Ra_1$ , devido a intensificação da velocidade do escoamento e a conseqüente diminuição das diferenças de temperaturas entre as paredes verticais.

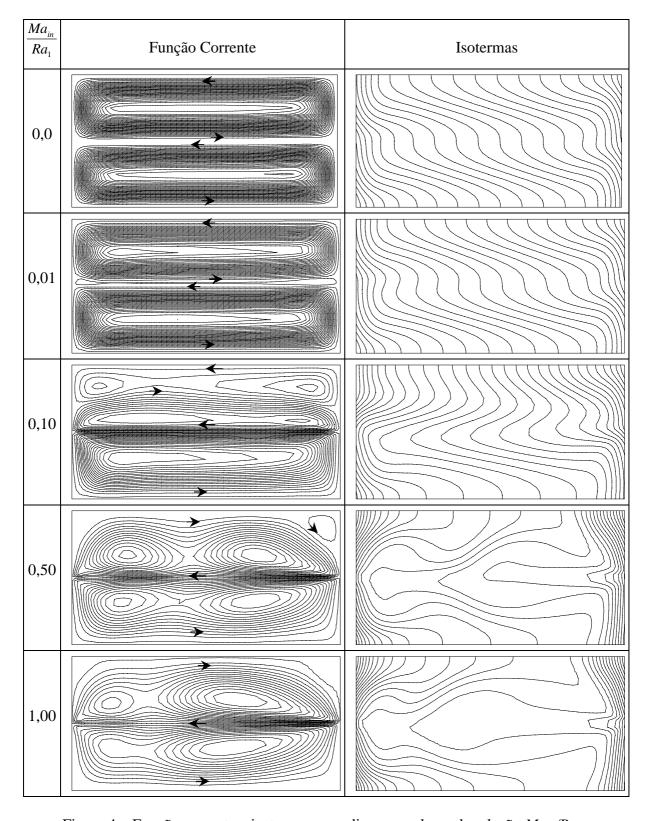


Figura 4 – Função corrente e isotermas para diversos valores da relação  $Ma_{in}/Ra_1$ .

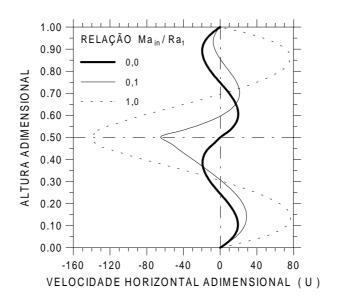


Figura 5 – Perfil da velocidade horizontal no centro da cavidade para  $Ma_{in}/Ra_1 = 0.0$ ; 0,1; 1,0.

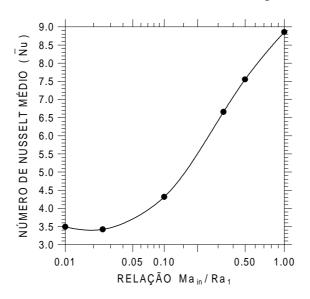


Figura 6 – Número de Nusselt médio para diversos valores de Ma<sub>in</sub>/Ra<sub>1</sub>.

## 5. CONCLUSÃO

Através dos resultados encontrados neste estudo, foi possível notar a influência das forças de empuxo e termocapilares no processo de convecção natural em uma cavidade fechada, contendo duas camadas de fluidos. Sendo observado, como dois fluidos imiscíveis superpostos se interagem.

Na interface entre as camadas de fluidos ocorrem dois tipos de acoplamentos: o mecânico e o térmico. O acoplamento mecânico se dá através do balanço da transferência da quantidade de momento e continuidade da velocidade. Já o acoplamento térmico ocorre por meio da continuidade da temperatura e balanço da transferência de calor.

Quanto às forças responsáveis pelo escoamento na convecção natural, elas podem ser de empuxo e ou termocapilares. O empuxo age no volume, impulsionando o fluido quente a subir e o fluido frio a descer. Já a força de origem termocapilar age na interface (ou superfície livre), arrastando horizontalmente o fluido, da região mais quente para a região mais fria.

#### **Agradecimentos**

Os autores agradecem à CAPES pelo suporte financeiro dado à execução deste trabalho.

## REFERÊNCIAS

- Bargash, M and Vasseur, P., 1993, Natural Convection in Shallow Cavity Containing Two Superposed Layers of Immiscible Liquids, Numerical Heat Transfer, Part A, vol. 24, pp. 357-373.
- Doi, T., and Koster, J. N., 1993, Thermocapillary Convection in Two Immiscible Liquid Layers with Free Surface, Phys. Fluids A, vol. 5, No. 8, pp. 1915-1927.
- Oosthuizen, P. H. and Kuhn, D.,1994, Unsteady Free Convective Flow in a Circular Container Half-filled With a Liquid ad Half-filled with a Gas, The Winter Annual Meeting of The ASME, vol. 39, pp. 1-11.
- Prakash, A. and Koster, J. N., 1997, Steady Natural Convection in a Two-layer system of Immiscible liquids, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 40, pp. 2799-2812.
- Prakash, A. and Koster, J. N., 1996, Steady Rayleigh-Bènard Convection in a Two-layer system of Immiscible liquid, Journal of Heat Transfer, vol. 18, pp. 366-373.
- Prakash, A. and Koster, J. N., 1994, Convection in Multiple Layers of Immiscible Liquids in a Shallow Cavity I, Int. J. Multiphase Flow, vol. 20, No. 2, pp. 383-396.
- Sparrow, E. M., Azevedo, L. F. A., and Prata, A. T., 1986, Two-Fluid and Single Fluid Natural Convection Heat Transfer in an Enclosure, Transactions of the ASME, vol. 108, pp. 848-852.
- Villers, D., and Platten, J. K., 1990, Influence of Interfacial Tension gradients on Thermal Convection in Two Immiscible Liquid Layers, Applied Scientific Research, vol. 47, pp.177-191.
- Villers, D., and Platten, J. K., 1988, Thermal Convection in Superposed Immiscible Liquid Layers, Applied Scientific Research, vol. 45, pp.145-152.
- Wang, P., Kahawita, R. and Nguyen, D. L, 1994., Numerical Simulation of Buoyancy-Marangoni Convection in Two Superposed Immiscible Liquid Layers With a Free Surface, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 37, No. 7, pp. 1111-1122.

# NUMERICAL STUDY OF BUOYANCY AND THERMOCAPILLARY FORCES IN A CAVITY COMPOSED OF TWO IMMISCIBLE SUPERPOSED FLUIDS

Abstract. Natural convection induced by thermocapillary and buoyancy forces, in a rectangular cavity, heated from the sides by a uniform heat flux, containing two immiscible superposed fluids, was numerically studied. In this cavity, laminar regime and constant physical properties were considered. Thermocapillary stress at interface of layers and density in buoyancy terms were assumed as dependents of temperature. The governing equations were written using non-dimensional variables and streamfunction-vorticity formulation. The problem was resolved using the Finite Element Method. The results present stream function, temperature distribution, velocity profile, and Nusselt number, for a set of non-dimensional numbers (Prandtl, Rayleigh, and Marangoni). Some numerical results were compared with an experimental research, reported in the literature, and found in good agreement.

**Key-words:** Natural convection, Buoyancy, Thermocapillary, Finite element method.