

## PROGRAMA EM JAVA PARA TRELIÇAS BIDIMENSIONAIS UTILIZANDO ELEMENTOS FINITOS

**Fabiano Pagliosa Branco, pagliosa@gmail.com**

Universidade Católica Dom Bosco, Av. Tamandaré 6000, Jardim Seminário, CEP 79117-900, Campo Grande, MS

**Fernando Montanare Barbosa, montanare@gmail.com**

Universidade Católica Dom Bosco, Av. Tamandaré 6000, Jardim Seminário, CEP 79117-900, Campo Grande, MS

**Luís Alberto Schwind Pedroso Stussi da Silva Pereira, lasdsp@gmail.com**

Universidade Católica Dom Bosco, Rua Maranhão 55, apto 401, Vila Rica, CEP 79022-560, Campo Grande, MS

**Vinicius de Souza Moraes, vinicius.souza.moraes@gmail.com**

Universidade Católica Dom Bosco, Av. Tamandaré 6000, Jardim Seminário, CEP 79117-900, Campo Grande, MS

**RESUMO:** Este trabalho descreve o desenvolvimento de um programa utilizando a linguagem em Java para resolução de sistemas de treliças utilizando o método de elementos finitos. É possível determinar as deformações nodais de cada elemento, as reações nos apoios e os esforços internos em cada barra. O programa possui uma interface gráfica amigável que permite o desenho e a imposição de restrições e forças externas de forma rápida a visualização da estrutura completa. Como exemplo uma estrutura simples é resolvida através do programa proposto.

**PALAVRAS-CHAVE:** Método dos Elementos Finitos, Java, Interface Gráfica

**ABSTRACT:** This paper describes the development of a program using the Java language for solving systems of trusses using the finite element method. You can determine the nodal deformations of each element, the reactions at the supports and the internal forces in each bar. The program has a friendly graphical user interface that allows the design and imposition of restrictions and external forces to rapidly visualize the complete structure. As an example of a simple structure is solved by the proposed program.

**KEYWORDS:** Finite Element Method, Java, graphical user interface

### INTRODUÇÃO

Muitos fenômenos em engenharia e ciências podem ser descritos em termos de equações diferenciais parciais, entretanto a solução analítica dessas equações nem sempre é possível. O método de elementos finitos é uma aproximação numérica com a qual essas equações diferenciais parciais podem ser resolvidas de modo aproximado (Belytschko & Fish, 2007).

Do ponto de vista de engenharia, o método de elementos finitos é amplamente usado para resolver problemas como análise de tensões, transferência de calor, escoamento de fluidos e eletromagnetismo por simulações de computador.

O método é baseado na idéia de subdividir objetos complicados em blocos simples ou em pedaços pequenos e gerenciáveis (Yijun Liu, 2003). Para isso, a partir de uma aproximação numérica, deve-se construir e resolver um sistema de equações algébricas lineares ou não lineares de forma que a matemática envolvida se limita a operações matriciais (Roynance, 2001).

O objetivo deste trabalho foi implementar um código de elementos finitos para um sistema estático treliçado utilizando a linguagem Java, que oferecesse um interface gráfica, de modo a facilitar a interpretação da estrutura estudada, além de possibilitar a compreensão do método de elementos finitos.

### METODOLOGIA

O primeiro passo no uso do método é desenvolver

uma matriz que descreve um único elemento chamado de matriz local. Calculadas as matrizes de todos os elementos, é realizada a montagem, respeitando suas respectivas posições de nó em uma matriz contendo todos os elementos, chamada matriz global. No caso da análise estática todos os elementos de força externa também devem ser aplicados nos respectivos nós, porém em uma matriz coluna separada (Roynance, 2001). As condições de contorno também devem ser observadas, pois sem elas não haveria equilíbrio do sistema.

No caso do programa implementado a estrutura considerada foi a treliça bidimensional, que é um elemento de barra posicionado sob ângulos arbitrários no espaço e ligados por uniões parecidas por pinos que não podem transmitir momentos (Belytschko & Fish, 2007). A matriz do elemento treliça é apresentada na Eq. (1), onde  $A$  e  $L$  são a área da seção transversal e o comprimento do elemento,  $E$  é o módulo de elasticidade do material e  $\alpha$  é ângulo de inclinação do elemento em relação ao sistema global.

$$k^e = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \cos \alpha \operatorname{sen} \alpha & -\cos^2 \alpha & -\cos \alpha \operatorname{sen} \alpha \\ \cos \alpha \operatorname{sen} \alpha & \operatorname{sen}^2 \alpha & -\cos \alpha \operatorname{sen} \alpha & -\operatorname{sen}^2 \alpha \\ -\cos^2 \alpha & -\cos \alpha \operatorname{sen} \alpha & \cos^2 \alpha & \cos \alpha \operatorname{sen} \alpha \\ -\cos \alpha \operatorname{sen} \alpha & -\operatorname{sen}^2 \alpha & \cos \alpha \operatorname{sen} \alpha & \operatorname{sen}^2 \alpha \end{bmatrix} \quad (1)$$

Para a solução do método aplica-se a equação Eq. (2), onde  $K$  é a matriz global construída a partir das matrizes de cada elemento,  $F$  as forças atuantes no sistema e  $U$  são os deslocamentos de cada nó calculados que indicam o comportamento do sistema.

$$\{F\} = [K]\{U\} \quad (2)$$

Como linguagem de programação para implementação do método foi utilizado a linguagem Java desenvolvido pela *Oracle Corporation*, principalmente pela facilidade em implementar a interface gráfica.

A biblioteca escolhida para o tratamento matricial foi a JAMA, que é uma biblioteca desenvolvida em conjunto pela *The MathWorks*© (desenvolvedor do MATLAB©) e o *National Institute of Standards and Technology* (NIST), distribuída gratuitamente na internet (NIST, 2011).

Para a verificação do programa é simulado um exemplo de uma estrutura de treliças apresentado na Fig. (1) com apoios fixos em x e y. As outras propriedades necessárias são o módulo de elasticidade igual a 200GPa e a área da seção transversal de 400mm<sup>2</sup>.

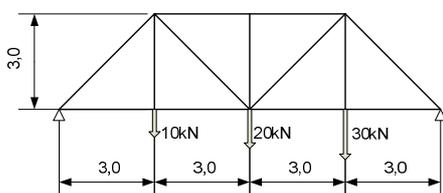


Figura 1. Estrutura de treliças

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

O primeiro passo é inserir a geometria da estrutura utilizando a posição de cada nó através da interface gráfica do programa, após adicionar cada elemento treliça é solicitado ao usuário também o módulo de elasticidade do material e área da seção transversal daquele elemento. Graficamente, como observado na Fig. (2) são adicionadas as forças e as restrições nos nós tomando como referência o sistema cartesiano orientado por x e y.

Após a inserção de todas as informações o programa é executado através do botão CALC e a sequência para obtenção da solução é a seguinte: o programa adiciona cada matriz de rigidez dos elementos em uma matriz global do sistema. Em seguida separa os nós que não estão fixos usando as condições de contornos inseridas nas restrições nos apoios e aplica a Eq. (1) invertendo a matriz global reduzida e multiplicando pela matriz força também simplificada.

O resultado obtido é o vetor deslocamentos *U* nas posições dos respectivos nós, posteriormente estes resultados de deslocamentos são utilizados para determinar forças em cada nó, ou seja, as reações nos apoios. As forças internas em cada elemento de treliça são obtidas pela soma vetorial das forças dos nós que delimitam a treliça no sistema cartesiano local.

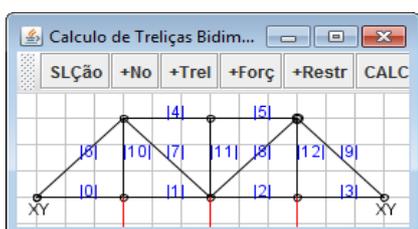


Figura 2. Treliça montada utilizando o programa.

Os resultados da forças internas, em Newtons, obtidos neste exemplo são apresentados abaixo, seguindo a numeração dos elementos segundo a Fig. (2):

Esforço interno na treliça: 0 = -4999.99  
Esforço interno na treliça: 1 = -4999.99  
Esforço interno na treliça: 2 = 4999.99  
Esforço interno na treliça: 3 = 4999.99  
Esforço interno na treliça: 4 = -39999.99  
Esforço interno na treliça: 5 = -39999.99  
Esforço interno na treliça: 6 = -35355.33  
Esforço interno na treliça: 7 = 21213.20  
Esforço interno na treliça: 8 = 7071.06  
Esforço interno na treliça: 9 = -49497.47  
Esforço interno na treliça: 10 = 10000.00  
Esforço interno na treliça: 11 = 2.31E-11  
Esforço interno na treliça: 12 = 30000.00

Os sinais de positivo e negativo indicam forças de tração (positivo) e compressão (negativo). É possível constatar que os resultados não são exatos por se tratar de um método numérico e também pela forma como o computador representa estes dados.

## CONCLUSÃO

O programa possibilita a solução de estruturas treliçadas bidimensionais através do método de elementos finitos utilizando a linguagem de programação Java, entretanto o programa deve passar por melhorias basicamente em dois pontos: Apresentar a estrutura deformada a partir dos resultados do vetor *U* e apresentar os valores de esforços internos e reações nos apoios graficamente.

De forma geral o programa contribui de forma positiva para o entendimento do método de elementos finitos e contribui para a compreensão de softwares mais sofisticados que se utilizam deste método.

## REFERÊNCIAS

- Liu, Y., 2003, "Introduction to The Finite Element Method", University of Cincinnati, Cincinnati.  
Roylance, D., 2001, "Finite Element Analysis", Massachusetts Institute of Technology, Cambridge.  
Weck, O., Kim, I. Y., 2004, "Finite Element Method", Massachusetts Institute of Technology, Cambridge.  
Belytschko, T., & Fish, J. (2007). "Um primeiro curso em Elementos Finitos" 1 ed., Rio de Janeiro: LTC.  
NIST, N. I. (2011). Acesso em 30 de 10 de 2011, disponível em National Institute of Standards and Technology (NIST): <http://math.nist.gov/>

## DECLARAÇÃO DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material impresso contido neste artigo.