



## MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS PARA ANÁLISE MODAL DO CONJUNTO TURBINA-GERADOR DE HIDRELÉTRICAS

**Luiz Gaspar Ribas Mariz**

Universidade de Brasília – UnB, tulide@terra.com.br

**Alberto Carlos Guimarães Castro Diniz**

Universidade de Brasília – UnB

Departamento de Engenharia Mecânica - ENM

Campus Universitário Darcy Ribeiro

Asa Norte - Brasília - DF – Brasil - 70910-900

*adiniz@unb.br*

***Resumo.** Apresenta-se aqui a análise modal do conjunto turbina-gerador da máquina #3 da Usina Hidrelétrica de Coaracy Nunes da ELETRONORTE, usando o método de elementos finitos. De maneira a garantir a confiabilidade dos resultados foram desenvolvidos diferentes modelos com grau de detalhamento crescente. São apresentados os resultados obtidos usando os diferentes modelos, considerando diferentes níveis de refinamento da malha e diferentes tipos de elementos. Os resultados obtidos são comparados e analisados com o objetivo de definir a melhor técnica de modelagem e solução do problema de análise modal de uma estrutura real com aplicações industriais. Foi possível a identificação das frequências e modos de vibração do conjunto hidrogerador segundo uma metodologia de modelagem confiável.*

***Palavras-chave:** análise modal, dinâmica de rotores, elementos finitos, hidrogerador, modelagem.*

### 1. INTRODUÇÃO

O comportamento do conjunto rotor-gerador de turbinas hidráulicas é um fator fundamental para o funcionamento eficiente e adequado de unidades geradoras. Assim, torna-se importante o estudo da dinâmica desta estrutura por meio de metodologias avançadas com técnicas de solução computacionais.

A modelagem de estruturas por meio dos métodos analíticos clássicos permite que os deslocamentos, deformações e tensões sejam calculados de maneira exata. No entanto, estes métodos são utilizados apenas em formulações simples, não sendo adequados à maioria dos problemas práticos (Dimarogonas, 1992).

O método de elementos finitos permite a análise de diversos sistemas, independentemente da forma da estrutura e da condição de carregamento, com soluções de alta precisão (Alves, 2000). As estruturas de rotores são sistemas extremamente complexos, que apresentam inúmeras peculiaridades. O estudo da dinâmica de rotores se dá por meio do sistema rotor-eixo-mancal.

O rotor é a estrutura de maior importância no mecanismo, consistindo de uma série de pás ligadas a um eixo. O rotor é o elemento que irá transformar a energia de movimento de um fluido em energia mecânica. O rotor está conectado ao eixo, com a finalidade de transmitir torque a outras partes, no caso de turbinas hidráulicas, ao gerador. O eixo está geralmente sujeito a esforços de torção, flexão e axiais. Os mancais são a base de sustentação do conjunto, restringindo a movimentação do eixo e suportando todo o peso e os esforços do conjunto (Vance, 1988).

Na modelagem clássica da dinâmica de rotores, o rotor é considerado um disco rígido com massa, o eixo é abordado como uma viga de seção circular constante, e os mancais são analisados por suas capacidades de amortecimento e resistências. Os elementos são caracterizados por suas

expressões de energia cinética e de deformação. Para determinar deslocamentos, velocidades, e acelerações de cada ponto das estruturas, são selecionados sistemas de coordenadas fixos e inerciais. Dessa forma é possível estabelecer as expressões de movimento do sistema.

Esse trabalho apresenta os resultados obtidos na tentativa de se determinar uma metodologia de modelagem de hidrogeradores de usinas hidrelétricas usando o método de elementos finitos. Diferentes tipos de solução e de elementos foram usados para se determinar a metodologia mais simples e mais representativa do comportamento dinâmico do conjunto turbina-gerador que permitisse a obtenção de resultados confiáveis e de baixo custo computacional.

Essa metodologia de modelagem foi aplicada no estudo de um problema real; no caso o conjunto hidrogerador da Usina Hidrelétrica de Coaracy Nunes da ELETRONORTE. Todos os resultados são comparados e analisados, de maneira que a metodologia se baseia na comparação de um modelo mais simples com um mais complexo, verificando e analisando as diferenças, de forma que seja possível comprovar-se a validade dos resultados.

## 2. ANÁLISE MODAL DE ROTORES

A análise modal de rotores pode ser feita usando as equações de Lagrange, para obtenção das equações de movimento, e a solução clássica de problemas de autovalores, para se obter as primeiras frequências naturais do sistema

A aplicação da formulação de Rayleigh-Ritz (Lalanne & Ferraris, 1988) para um sistema discretizado, conservativo e livre de forças externas leva as seguintes equações, onde a matrizes de massa [M] e rigidez [R] são obtidas a partir da energia cinética e da energia potencial:

$$[M]\ddot{q} + [K]q = 0 \quad (1)$$

Com a hipótese de pequenas oscilações harmônicas, o campo de deslocamentos  $q(t)$  é dado por:

$$q = X_0 \text{sen}(\omega \cdot t + \phi) \quad (2)$$

As matrizes de massa e rigidez são obtidas através das expressões de energia potencial elástica (P) e energia cinética (C):

$$P = \frac{1}{2} \{q\}^T [K] \{q\} \quad C = \frac{1}{2} \{q\}^T [M] \{q\} \quad (3)$$

Obtendo-se as matrizes de massa e de rigidez do sistema, temos então um problema de autovalores e autovetores clássico:

$$(k - \omega^2 m)\phi = 0 \quad (4)$$

Onde  $\omega$  é a matriz dos autovalores e  $\phi$  é a matriz dos autovetores (matriz modal).

As frequências de vibração (autovalores) são encontradas através das raízes da equação:

$$|k - \omega^2 m| = 0 \quad (5)$$

que, substituídas na equação (4), permitem calcular os autovetores, que definem os modos naturais de vibração.

### 3. ANÁLISE MODAL DO CONJUNTO ROTOR-GERADOR DA UHE COARACY NUNES

A usina hidrelétrica de Coaracy Nunes está localizada no estado do Amapá, no rio Araguari, com capacidade instalada de 40MW. A planta de Coaracy Nunes opera, na maior parte do tempo, em plena carga. A ELETRONORTE tem interesse em aumentar a eficiência de seus geradores e melhorar as condições de operação das turbinas. A usina de Coaracy Nunes entrou em operação em 1975 e possui três unidades geradoras. Para o exemplo realizado, foram tomadas as especificações técnicas, características dimensionais e propriedades físicas da máquina #3 (ELETRONORTE, 1998).

A estrutura esquemática da máquina #3 de Coaracy Nunes é mostrada na Fig. (4).

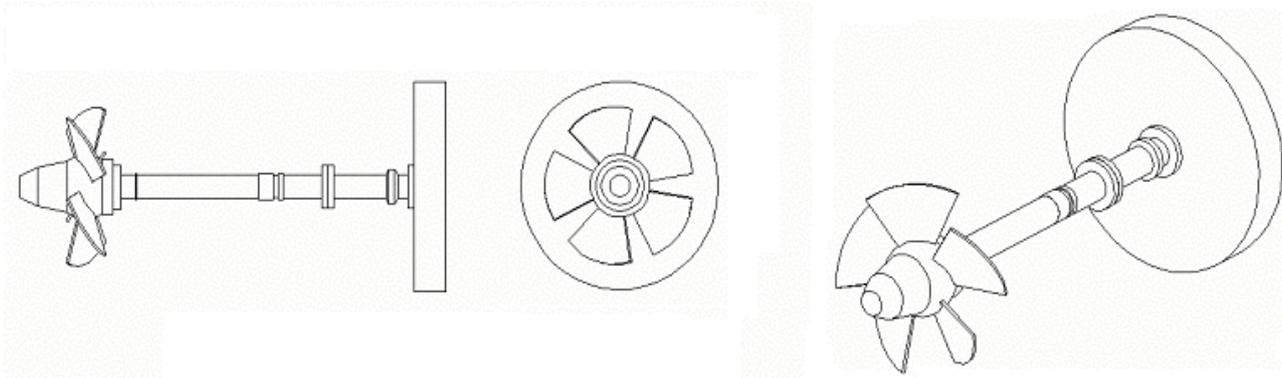


Figura 1: Desenhos do conjunto rotor-gerador da máquina #3 da UHE Coaracy Nunes.

Para a determinação dos modos e frequências de vibração da máquina #3 de Coaracy Nunes foi realizada a análise modal usando diferentes modelos de elementos finitos com grau de detalhamento crescente. Iniciou-se com um modelo que considera o gerador e a turbina como massas concentradas, até um modelo que desenha de forma simplificada cada uma das cinco pás da turbina Kaplan que compõe o conjunto hidrogerador.

#### 3.1. Modelo com Massas Concentradas

O primeiro modelo desenvolvido utiliza massas concentradas para representar o gerador e a turbina. O modelo usa elementos de viga bidimensional e elementos de massa concentrada, com geometria e propriedades de acordo com as da máquina #3 de Coaracy Nunes (ELETRONORTE, 1998b).

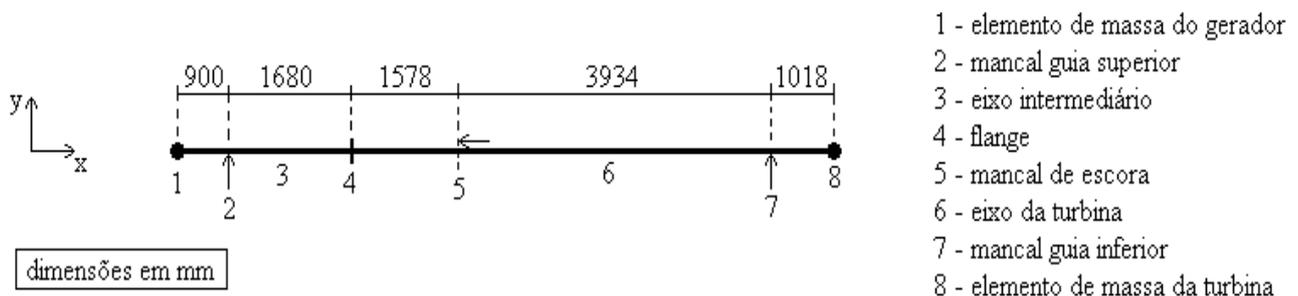


Figura 2: Modelo concentrado do hidrogerador de Coaracy Nunes

Os elementos de viga bidimensional utilizados apresentam um nó em cada extremidade, com seis graus de liberdade. Para os elementos de massa podem ser definidos a massa e os momentos de inércia nas três direções. Os momentos de inércia do gerador e da turbina foram obtidos a partir de

equações para o cálculo das propriedades físicas de discos. O gerador é considerado um disco de 960 mm de espessura e 6000 mm de diâmetro externo e 240 mm de diâmetro interno e a turbina é considerada um disco de 1030 mm de espessura e 2320 mm de diâmetro. O disco criado para representar a turbina é maciço e possui dimensões arbitrárias que, no entanto, geram uma massa igual à da turbina real. Essas propriedades foram concentradas nos pontos indicados na figura 2.

As deformadas modais para os quatro primeiros modos desse modelo são mostradas na figura 3 e as frequências de vibração são mostradas na Tabela 1.

Tabela 1: Frequências de vibração de flexão para o modelo de massas concentradas

	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
Frequências [Hz]	8,004	22,218	50,891	75,728

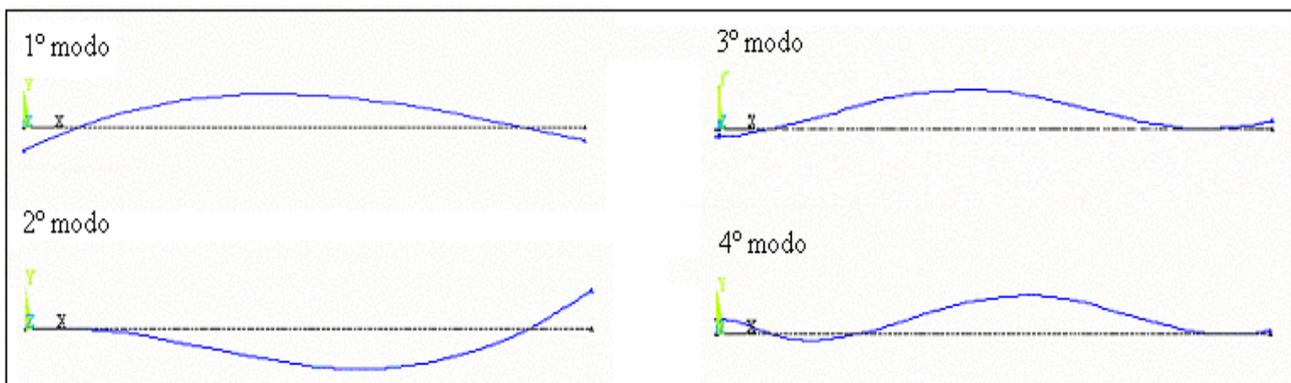


Figura 3: Primeiros quatro modos de vibração em flexão para o modelo de massa concentrada

### 3.2. Modelo Tridimensional Simplificado

O segundo modelo criado utiliza elementos sólidos (tridimensionais) e mancais flexíveis.

Os elementos sólidos utilizados apresentam formato tetraédrico, com quatro nós, um em cada vértice, e seis graus de liberdade em cada nó. Nesse modelo já são apresentados mais detalhes, como os flanges dos eixos. A geometria do conjunto já é bastante aproximada da realidade da estrutura, com exceção da turbina, que ainda é representada por um disco (figura 4).

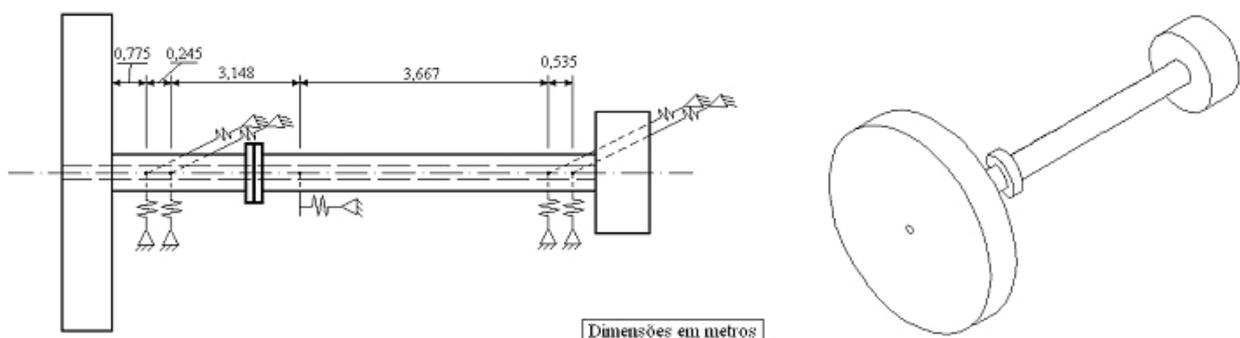


Figura 4: Modelo tridimensional simplificado

A flexibilidade dos mancais de guia e de escora é representada por elementos de mola posicionados nos pontos correspondentes e indicados na figura 4. A rigidez de cada mancal foi definida segundo o Memorial de Cálculo dos Eixos da UHE Coaracy Nunes #3 (ELETRONORTE, 1998b). Para os mancais guias (superior e inferior) foram definidos os valores de rigidez nas direções “X” e “Y”, perpendiculares ao eixo de rotação do hidrogenador. Para o mancal de escora, posicionado próximo à união flangeada, foi definida a rigidez na direção axial (Z).

Os quatro primeiros modos de flexão são mostrados nas figuras 5 e 6, onde as linhas verticais indicam os elementos de molas usados para representar a flexibilidade dos mancais.

As frequências naturais calculadas são mostradas na tabela 2.

Tabela 2: Frequências de vibração de flexão para o modelo 3D simplificado

	<b>Modo 1</b>	<b>Modo 2</b>	<b>Modo 3</b>	<b>Modo 4</b>
<b>Frequências [Hz]</b>	7,116	12,983	13,858	29,072

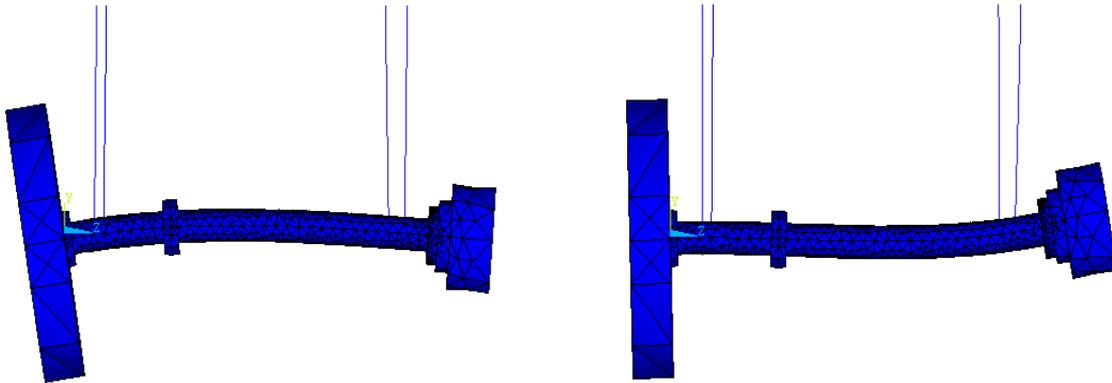


Figura 5: Primeiro e segundo modos de vibração em flexão para o modelo 3D simplificado

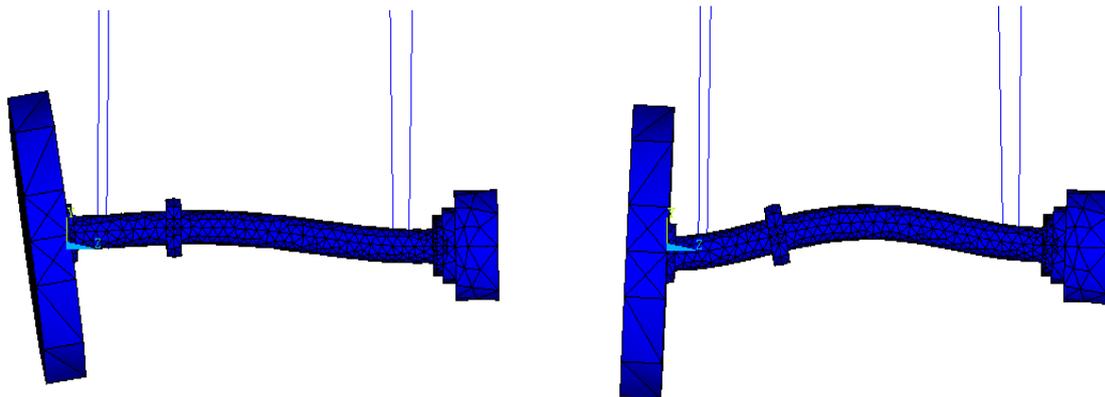


Figura 6: Terceiro e quarto modos de vibração em flexão para o modelo 3D simplificado

### 3.3. Modelo 3D sólido com representação das pás

O modelo tridimensional criado se baseia no hidrogerador da Usina Hidrelétrica de Coaracy Nunes, com elementos sólidos tetraédricos, mas ao invés de representar a turbina por um disco, sua geometria foi desenhada de maneira mais próxima à realidade, como mostrado na figura 7. As pás da turbina Kaplan foram representadas por setores circulares com dimensões próximas às reais e com propriedades de massa e inércia iguais às especificadas para a turbina real (ELETRONORTE, 1998b). A flexibilidade dos mancais de guia e de escora foi representada como no caso do modelo tridimensional simplificado (item 3.2).

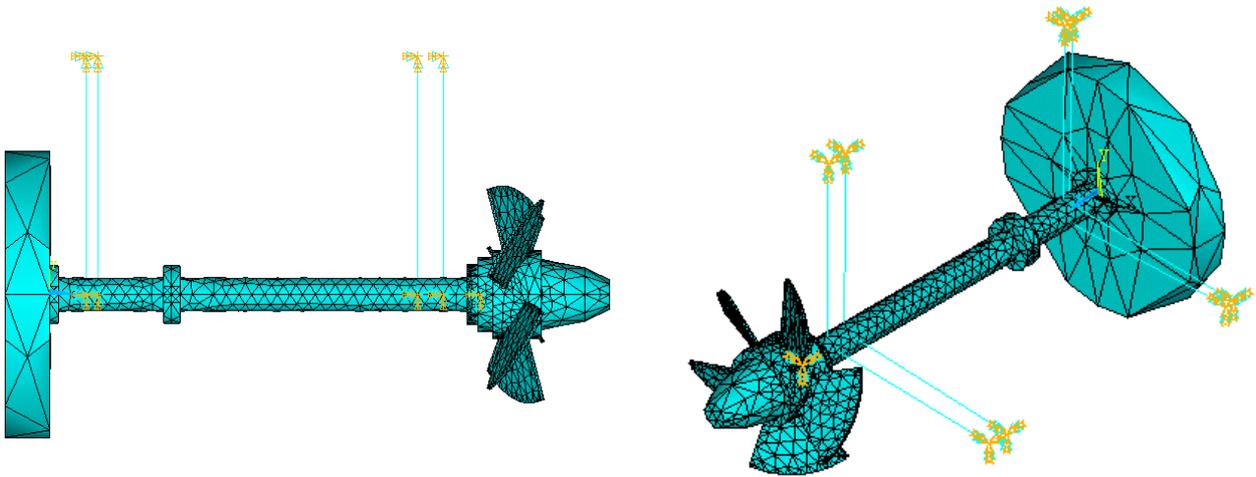


Figura 7: Modelo 3D sólido com representação das pás

Embora esta geometria possa ainda ser bastante melhorada, o modelo 3D com representação das pás tem como objetivo verificar a influência da modelagem dessas na utilização de um modelo mais complexo e fiel, em comparação com modelos simplificados e que podem ser elaborados mais rapidamente. Os resultados obtidos para esse modelo podem ser vistos na tabela 3 e a forma dos modos de vibração são mostrados nas figuras 8 e 9, onde as linhas verticais indicam os elementos de molas usados para representar a flexibilidade dos mancais.

Tabela 3: Frequências de vibração de flexão para o modelo 3D com representação das pás

	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
<b>Frequências [Hz]</b>	6,749	6,835	10,559	29,249

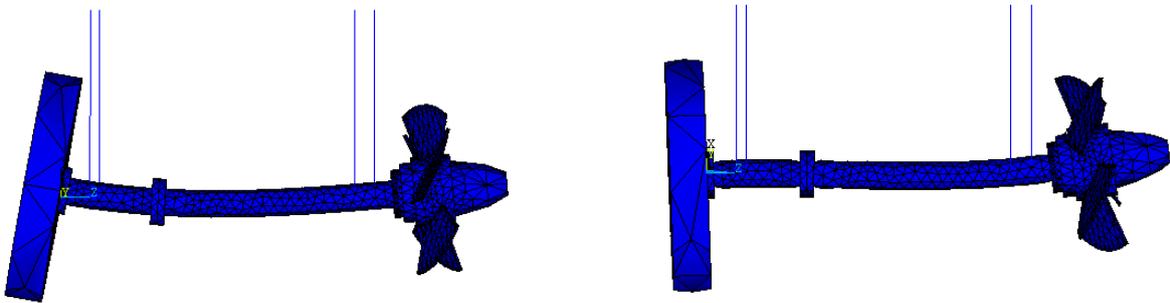


Figura 8: Primeiro e segundo modos de vibração em flexão para o modelo 3D com pás

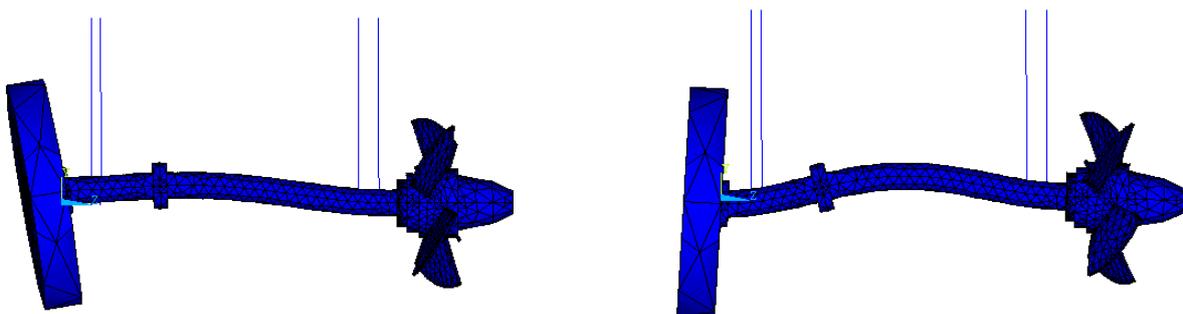


Figura 9: Primeiro e segundo modos de vibração em flexão para o modelo 3D com pás

#### 4. Análise dos Resultados dos Modelos de Coaracy Nunes

Os modelos desenvolvidos, se diferentes na forma de modelagem, são semelhantes nas hipóteses de modelagem, considerando as mesmas propriedades para os elementos do conjunto turbina gerador da UHE de Coaracy Nunes. As diferenças se dão na escolha dos tipos de elementos usados, principalmente na modelagem do eixo do conjunto, gerador e turbina.

O primeiro modelo é bastante simples, facilmente construído e exige pouco tempo de programação, pois usa elementos unidimensionais para representar o eixo do hidrogerador e massas concentradas para representar a turbina e o gerador. Contudo os resultados obtidos são muito diferentes dos obtidos pelos outros modelos, como mostra a tabela 4. Considerando as formas dos modos de flexão do hidrogerador, podemos dizer que esse modelo é útil apenas como uma primeira aproximação do comportamento global da estrutura.

Os modelos tridimensionais, usando elementos sólidos para a representação do eixo, do gerador e da turbina, exigem um tempo maior de pré-processamento, mais espaço de memória e mais tempo de cálculo, contudo levam a resultados mais coerentes.

A comparação entre os valores das freqüências de vibração dos modos de flexão obtidas usando os diferentes modelos são apresentadas na tabela 4.

É importante salientar que os modos mais importantes para a estrutura são os primeiros modos, uma vez que a freqüência de operação da máquina #3 da UHE Coaracy Nunes é 150 rpm (2,5 Hz) e a rotação de disparo é 405 rpm (6,75 Hz).

Tabela 4. Comparação das freqüências de vibração usando diferentes modelos

Modos	Modelo de Massas concentradas	Modelo tridimensional simplificado	Modelo tridimensional com pás
	Freqüências [Hz]	Freqüências [Hz]	Freqüências [Hz]
1°	8,004	7,116	6,7491
2°	22,218	12,983	6,8346
3°	50,891	13,858	10,559
4°	75,728	29,072	29,249

#### 5. CONCLUSÕES

Foram apresentados os resultados obtidos na análise modal do hidrogerador da UHE de Coaracy Nunes usando-se diferentes modelos de elementos finitos. O grau de complexidade dos modelos usados, e conseqüentemente sua representatividade, foi crescente, permitindo comparações com os modelos mais simples assegurando a qualidade dos resultados. Através da comparação de modelos simples com outros cada vez mais complexos, foi possível realizar uma rotina de análise permitindo uma modelagem robusta do problema, usando recursos dos pacotes comerciais de elementos finitos.

Os modelos de conjunto rotor-gerador criados neste estudo apresentam um nível razoável de detalhes, aproximando-se do comportamento real da estrutura.

A implementação de um modelo de mancais, com a rigidez adequada, é importante ao se utilizar modelos tridimensionais de maior.

Com relação à máquina #3 da UHE Coaracy Nunes, podemos concluir que a rotação de operação da máquina não gera problemas relacionados às suas freqüências naturais, embora sua rotação de disparo (405 rpm; 6,75 Hz) se aproxime dos primeiros modos de vibração.

Comparando-se os resultados obtidos usando os modelos tridimensionais com elementos sólidos verifica-se que o detalhamento da modelagem das pás da turbina não implica em grandes diferenças

nos valores das frequências globais de vibração de flexão do hidrogerador, sendo portanto dispensável se não houver interesse no estudo das vibrações locais associadas às pás.

O trabalho permitiu o desenvolvimento de uma metodologia de modelagem usando elementos finitos a ser aproveitada em estudos futuros aplicados à dinâmica de unidades geradoras de usinas hidrelétricas.

## 5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a ELETRONORTE, Centrais Elétricas do Norte do Brasil S.A., por ter gentilmente cedido as informações técnicas usadas nesse estudo.

## 6. REFERÊNCIAS

- Dimarogonas, D. A., 1992, *Vibration For Engineers*, Prentice-Hall;
- ELETRONORTE, 1998, Manual de montagem da turbina #3 da UHE de Coaracy Nunes, ELETRONORTE, Brasília;
- ELETRONORTE, 1998b, Memorial de Cálculo dos Eixos, UHE Coaracy Nunes #3, Eletronorte no. CNF-21-0032-MC-REV O, ELETRONORTE, Brasília;
- Alves Filho, A., 2000, “Elementos Finitos: A Base da Tecnologia CAE”, Érica, São Paulo;
- Lalanne, M. & Ferraris, G., 1998, *Rotordynamics Predictions in Engineering*. John Wiley and Sons, 2nd Edition;
- Vance, J. M., 1988 *Rotordynamics of Turbomachinery*. John Wiley and Sons.

## 7. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no trabalho.

# FINITE ELEMENTS MODELS FOR MODAL ANALYSIS OF A TURBINE-GENERATOR SET OF HYDRAULIC POWER PLANT

**Luiz Gaspar Ribas Mariz**

Universidade de Brasília – UnB, tulide@terra.com.br

**Alberto Carlos Guimarães Castro Diniz**

Universidade de Brasília – UnB  
Departamento de Engenharia Mecânica - ENM  
Campus Universitário Darcy Ribeiro  
Asa Norte - Brasília - DF – Brasil - 70910-900  
[adiniz@unb.br](mailto:adiniz@unb.br)

**Abstract.** *This paper presents the modal analysis of a hydraulic turbine-generator group used in the hydraulic power plant of Coaracy Nunes, Amapá-Brazil. In order to improve the results quality, many different models, increasing in details were created using the finite element method. The results obtained using different models are presented, considering different degrees of details in the models and meshing refinement. These results are compared and analyzed in order to define the best modeling and problem solutions techniques in modal analysis of a real structure with industrial applications. The results show allowed de definition of vibration modes and frequencies of a hydro generator according to a reliable method that is applicable to other rotor structures.*

**Keywords.** *Modal analysis, rotor dynamics, finite element, hydraulic turbine, modeling*