



IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS MODAIS VIA FUNÇÕES ORTOGONAIS: SOBRE O TRUNCAMENTO DAS SÉRIES

Aldemir Aparecido Cavalini Junior

aacjunior@aluno.feis.unesp.br

Douglas Domingues Bueno

ddbueno@dem.feis.unesp.br

Vicente Lopes Junior

vicente@dem.feis.unesp.br

Gilberto Pechoto de Melo

gilberto@dem.feis.unesp.br

Departamento de Engenharia Mecânica – GMSINT (Grupo de Materiais e Sistemas Inteligentes)
UNESP/FEIS - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Av. Brasil n°56, centro, CEP 15385-000

Resumo: Determinar os parâmetros estruturais; como massa, rigidez e amortecimento de sistemas mecânicos é uma tarefa complexa em vários casos. Por isto, vários pesquisadores têm se dedicado ao estudo e desenvolvimento de métodos de identificação de parâmetros modais, tanto no domínio do tempo como no da frequência. Nos últimos anos várias técnicas vêm sendo desenvolvidas a fim de aprimorar os métodos já conhecidos. Estas técnicas procuram determinar os valores desconhecidos através da manipulação dos sinais de entrada (excitação) e de saída (resposta) destes sistemas. Dentre elas, algumas amplamente utilizadas atualmente são: ERA (Algoritmo de Realização de Auto-sistemas), PEM (Método de Predição de Erros), CE (Exponencial Complexo), e Funções Ortogonais. No caso de identificação via funções ortogonais bons resultados dependem principalmente da escolha correta do número de termos no qual a série ortogonal será expandida. Este trabalho apresenta a análise de um critério de parada, adotado para determinar o número de termos de expansão mais apropriado a ser utilizado na identificação. São considerados efeitos de ruído nos sinais de resposta do sistema e usadas séries de funções ortogonais de Legendre e Chebyshev. O trabalho é concluído com aplicação numérica em um sistema massa-mola de um grau de liberdade cuja equação de movimento foi escrita usando a representação no espaço de estados.

Palavras-chave: identificação de parâmetros, funções ortogonais, termo de expansão, truncamento de séries ortogonais e espaço de estados.

1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos vários métodos têm sido propostos para resolver problemas de identificação de parâmetros de estruturas mecânicas através de funções ortogonais. No entanto, nenhum deles possa ser considerado como sendo universalmente adequado a todas as situações. A importância deste método se dá pelo fato de que conhecendo os parâmetros dos sistemas pode-se acompanhar a evolução de possíveis falhas devido à variação destes parâmetros (Fernandes et al., 2006); ou ainda projetar um sistema de controle ativo de vibrações (Bueno et al., 2006). Funções ortogonais também podem ser usadas para identificação de sistemas não lineares, como é mostrado em Pacheco e Steffen (2004). Morais (2006) apresenta a aplicação das séries de funções ortogonais na identificação de forças de excitação em um braço robótico. A idéia principal do uso de séries de

funções ortogonais é baseada na utilização das propriedades de integração e derivação das bases vetoriais que envolvem as matrizes operacionais de integração e derivação, respectivamente. Na literatura são apresentadas diversas séries de funções ortogonais e se destacam as séries de Fourier, Legendre, Laguerre, Hermite, Chebyshev, Jacobi, entre outras. Steffen e Rade (1991) apresentaram a identificação de um sistema de N graus de liberdade utilizando séries de Fourier. Esta técnica foi experimentalmente testada, como relatado por Melo e Steffen (1993). Funções ortogonais também são utilizadas para a identificação de parâmetros de circuitos e na redução de modelos de sistemas discretos (Hwang e Shih, 1984).

Embora a identificação de parâmetros através das funções ortogonais seja um assunto estudado por inúmeros pesquisadores, os trabalhos científicos publicados enfocam, principalmente, os resultados encontrados, ou seja, procuram obter a menor diferença possível entre os parâmetros reais e os estimados sem que seja descrito o critério adotado para determinar o número de termos utilizados na expansão dos sinais de entrada e saída do sistema. Ainda, em vários trabalhos disponíveis na literatura, o número de termos para o truncamento das séries ortogonais é definido com base em uma avaliação qualitativa comparando poucos valores. Contudo, neste trabalho é apresentada uma metodologia de avaliação do número ótimo de termos de expansão para o truncamento das séries e a conseqüente representação adequada dos sinais de entrada e saída do sistema. Nesta metodologia é feita uma avaliação da eficiência (*qualitativa e quantitativamente*) da representação do sinal real pelo sinal expandido em série; e assim, é possível se obter a identificação ótima. Para isso, é considerado como critério de parada o erro entre os vetores de estados real e expandido. A idéia proposta pode ser aplicada a qualquer aplicação de identificação de parâmetros (*físicos ou modais*) baseada na utilização das funções ortogonais.

2. FUNÇÕES ORTOGONAIS

Nesta seção serão apresentados os principais conceitos de funções ortogonais. A idéia básica da utilização destas funções para a identificação de sistemas mecânicos está relacionada com as propriedades de integração e derivação. Assim, os sinais de força de excitação, deslocamento (ou velocidade, aceleração, ou até mesmo o vetor de estados) podem ser expandidos em série. Para clareza de compreensão, seja um conjunto de funções reais $\varphi_k(t), k = 1, 2, 3, \dots$ definidas no intervalo $[a, b] \in \mathfrak{R}$. Tal conjunto é dito ortogonal neste intervalo se (Spiegel, 1976):

$$\int_a^b \varphi_m(t) \varphi_n(t) dt = K_f \quad (1)$$

onde K_f é uma constante igual a zero se $m \neq n$ e diferente de zero se $m = n$.

O conjunto de funções $\phi_k(t)$ é dito ortonormal se for válida a relação (Spiegel, 1976):

$$\int_a^b \phi_m(t) \phi_n(t) dt = \delta_{mn} \quad (2)$$

onde δ_{mn} , denominado Delta de Kronecker, se define como “0” se $m \neq n$ ou “1” se $m = n$ e $\phi_k(t)$ é o conjunto de funções ortonormais.

Se o conjunto $\varphi_k(t)$ é ortonormal em relação à função densidade ou função peso $w(t)$, na qual $w(t) \geq 0$, então o conjunto de funções ortonormais é obtido através da equação:

$$\phi_k(t) = \sqrt{w(t)} \varphi_k(t), \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

e se verifica a relação:

$$\int_a^b \phi_m(t)\phi_n(t)w(t)dt = \delta_{mn} \tag{4}$$

Se uma função $f(t)$ é contínua ou seccionalmente contínua no intervalo $[a,b]$, então $f(t)$ pode ser expandida em séries de funções ortonormais, ou seja:

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \phi_n(t) \tag{5}$$

Tais séries, chamadas séries ortonormais, constituem generalizações das séries de Fourier. Admitindo que o somatório na Equação 5 convirja para $f(t)$, podem-se multiplicar ambos os membros por $\phi_m(t)$ e integrá-los no intervalo $[a,b]$, obtendo-se:

$$c_m = \int_a^b f(t)\phi_m(t)dt \tag{6}$$

na qual c_m são os coeficientes generalizados de Fourier.

Um conjunto finito de funções ortonormais possui a seguinte propriedade em relação à sua integração sucessiva no intervalo $[0,t]$:

$$\int_0^t \underbrace{\int_0^t \dots \int_0^t}_{n \text{ vezes}} \{\phi_m(\tau)\} (d\tau) \cong [P]^n \{\phi_m(t)\} \tag{7}$$

na qual $\{\phi_m(t)\} = \{\phi_0(t) \phi_1(t) \dots \phi_r(t)\}^T$ é o conjunto finito da série ortogonal, $[P]$ é uma matriz quadrada de ordem “ r ” com elementos constantes denominada matriz operacional de integração.

As Tabelas 1 e 2 descrevem as principais características e as matrizes operacionais de integração das funções ortogonais de Legendre e Chebyshev, respectivamente.

Tabela 1: Principais características das séries de Legendre.

Fórmula recursiva no intervalo $t \in [0, t_f]$	Matriz operacional de integração
$(n-1)\Phi_{n+1}(t) = (2n+1)\left(\frac{2t}{t_f}-1\right)\Phi_n(t) - n\Phi_{n-1}(t)$	$[P] = \frac{t_f}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{1}{2r-3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{-1}{2r-3} & 0 \end{bmatrix}$
$\Phi_0(t) = 1$	
$\Phi_1(t) = \frac{2t}{t_f - 1}$	
$n=1, 2, 3, \dots, r-1$	

Tabela 2: Principais características das séries de Chebyshev.

Fórmula recursiva no intervalo $t \in [0, t_f]$	Matriz operacional de integração
$\Phi_{n+1}(t) = 2n \left(\frac{2t}{t_f} - 1 \right) \Phi_n(t) - n \Phi_{n-1}(t)$ $\Phi_0(t) = 1$ $\Phi_1(t) = \frac{2t}{t_f - 1}$ $n = 1, 2, 3, \dots, r-1$	$[P] = \frac{t_f}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ -1/4 & 0 & 1/4 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ -1/3 & -1/2 & 0 & 1/6 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (-1)^{r-1} & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 0 & 1 \\ (r-1)(r-3) & 0 & 0 & 0 & \dots & 2(r-3) & 0 & 2(r-1) \\ (-1)^r & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 \\ r(r-2) & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 2(r-2) & 0 \end{bmatrix}$

3. METODOLOGIA DE IDENTIFICAÇÃO – MODELOS NO ESPAÇO DE ESTADOS

Geralmente, duas formulações são utilizadas para representar numericamente os sistemas mecânicos: os modelos dinâmicos de segunda ordem e utilizando a representação no espaço de estados. Marqui et al. (2006) comparou estes dois métodos, quanto à identificação de parâmetros modais através de funções ortogonais, obtendo vantagens na utilização do modelo no espaço de estados. Este modelo analítico pode ser escrito através das Equações 8 e 9 (Ogata, 1997):

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (8)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (9)$$

sendo A , B e C , indicadas na Equação 10, são: a matriz dinâmica do sistema, a matriz de entrada e a matriz de saída, respectivamente; $x(t)$ é o vetor de estados, $y(t)$ é o vetor de saída e $u(t)$ é o vetor de entrada.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}D \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ -M^{-1}B_0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$C = [C_{oq} \quad C_{ov}]$$

onde A é $2n \times 2n$, B é $2n \times s$, C é $m \times 2n$; n é o número de graus de liberdade, s é o número de entradas e m é o número de saídas. As matrizes: identidade, I , de massa, M , rigidez, K , e amortecimento, D , são $n \times n$; a matriz de posição de entrada, B_0 , é $n \times s$, C_{oq} é a matriz de saída de deslocamento ($r \times n$) e C_{ov} é a matriz de saída de velocidade ($r \times n$).

A metodologia de identificação utilizando este modelo é realizada integrando a Equação 8 no intervalo de tempo $[0, t]$. Assim, o seguinte resultado é obtido:

$$\int_0^t \dot{x}(t) dt = \int_0^t Ax(t) dt + \int_0^t Bu(t) dt \quad (11)$$

$$x(t) - x(0) = A \int_0^t x(t) dt + B \int_0^t u(t) dt$$

Os sinais de resposta no tempo do deslocamento $x(t)$ e o vetor de forças de excitação $u(t)$ podem ser expandidos em um número “r” de termos truncados de séries de funções ortogonais como se segue:

$$\begin{aligned} x(t) &\cong X \begin{matrix} & \Phi(t) \\ (2n \times r) & (r \times 1) \end{matrix} \\ u(t) &\cong U \begin{matrix} & \Phi(t) \\ (i \times r) & (r \times 1) \end{matrix} \end{aligned} \quad (12)$$

onde X e U são as matrizes dos coeficientes de expansão. Substituindo X e U na Equação 11:

$$X\Phi(t) - x(0) = A \int_0^t X\Phi(\tau) d\tau + B \int_0^t U\Phi(\tau) d\tau \quad (13)$$

Aplicando $I = e^T \phi(t)$ e a propriedade de integração da base vetorial:

$$\begin{aligned} X\Phi(t) - x(0)e^T \Phi(t) &= AX \int_0^t \Phi(\tau) d\tau + BU \int_0^t \Phi(\tau) d\tau \\ X\Phi(t) - x(0)e^T \Phi(t) &= AXP\Phi(t) + BUP\Phi(t) \end{aligned} \quad (14)$$

Desenvolvendo a Equação 14 e agrupando em um sistema de matrizes:

$$\begin{bmatrix} A & B & x(0)e^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} XP \\ UP \\ e^T \end{bmatrix} = X \quad (15)$$

Considerando $H_{ss} = [A \ B \ x(0)e^T]$; $J_{ss} = [XP \ UP \ e^T]^T$; e $E_{ss} = [X]$ é possível escrever que $H_{ss}J_{ss} = E_{ss}$. Resolvendo esta equação se obtém H_{ss} e assim, A , B e C .

3.1 Quanto ao Truncamento das Séries de Funções Ortogonais

Ao se representar um sinal de entrada ou saída por uma série de funções ortogonais, a etapa mais importante é a definição do número de termos de expansão (r) para o truncamento da série. Em geral, este número é definido arbitrariamente, ou melhor, não se encontra facilmente na literatura uma proposta que permita avaliar quantitativa e qualitativamente a eficiência do “r” escolhido, para cada aplicação em particular. Ao se expandir o vetor de estados por uma série ortogonal, é possível reconstruí-lo através da multiplicação dos coeficientes de expansão pela base vetorial, e neste caso, obtendo o vetor $x_{exp}(t)$, que pode ser chamado de vetor expandido. Este vetor, que representa o vetor de estados real da estrutura e é a base para o processo de identificação, é mostrado na Equação 16:

$$x_{exp}(t) = X \begin{matrix} & \Phi(t) \\ (2n \times r) & (r \times 1) \end{matrix} \quad (16)$$

Neste trabalho, para avaliar o truncamento da série ortogonal, é proposta a verificação do erro entre o vetor real de estados ($x(t)$) e o vetor expandido ($x_{exp}(t)$) através da definição do escalar D , mostrado na Equação 17. Este escalar é a diferença RMS entre o vetor real e o vetor expandido.

$$D = \left\| x(t) - x_{exp}(t) \right\|_2 \quad (17)$$

Note que conceitualmente espera se utilizar $D = 0$, ou seja, que o vetor expandido seja exatamente o vetor de estados medido. Isto é possível para alguns casos, como para alguns sinais que podem ser representados por funções contínuas e com derivada temporal contínua. No entanto, a maior parte dos sinais, como os aleatórios, apenas é possível definir $D \rightarrow 0$. Neste trabalho é mostrada uma avaliação do erro D , que pode ser interpretado como a distância entre os vetores real e expandido.

4. APLICAÇÃO NUMÉRICA

A metodologia proposta foi numericamente aplicada em um sistema massa-mola como mostra a Figura 1, no entanto, sem perda de generalização (*podendo ser aplicado a outros sistemas*). Os valores dos parâmetros físicos foram considerados como: 20 Kg, 1000 N/m e 0,04 Ns/m; para massa (M), rigidez (K), e amortecimento (C), respectivamente. Para uma adequada representação de uma aplicação real de engenharia*, foram considerados níveis de ruído nos sinais de resposta (*saída*) do sistema através da soma de um vetor com valores aleatórios. Um sinal de excitação foi aplicado sobre a massa como sendo uma força de entrada senoidal com frequência de 5 Hz.

*Note que neste trabalho não foi considerado ruído no sinal de excitação (*entrada*).

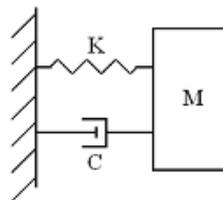


Figura 1: Sistema mecânico com um grau de liberdade.

Para séries de Legendre, a Tabela 3 apresenta para cinco casos distintos as respectivas: norma da diferença (D) a frequência natural do sistema da Figura 1 (Real) considerando que seus sinais de resposta não tivessem sido “poluídos” com ruído, chamado sinal real, a frequência natural obtida através do método de identificação de parâmetros (Estimada) e o erro relativo entre estas frequências naturais (Efn).

Seguindo um pensamento de forma linear é esperado que: ***quanto maior o número de termos de expansão, mais eficiente é a expansão dos sinais e, logo, melhor é o resultado da identificação do sistema.*** No entanto, uma vez que em aplicações reais sempre existem ruídos associados aos sinais medidos, isto é **incorreto**. Note que, o resultado da identificação é melhor ao se utilizar $r = 24$, quando comparado com $r = 18$. No entanto, o inverso ocorre ao se utilizar $r = 50, 92$ ou 133 . Isto acontece porque ao se utilizar $r = 24$ os efeitos do ruído são minimizados e conseqüentemente é possível uma melhor identificação do sistema. Já que, neste trabalho, o número de termos de expansão é definido minimizando o erro entre os vetores (sinal real e sinal expandido em série) é possível concluir não se pode definir um valor mínimo sem uma previa avaliação do “r” resultante.

Tabela 3: Freqüências naturais (Hz) encontradas utilizando a série de Legendre para diferentes números de termos de expansão.

Caso	Termos de Expansão (r)	Distância entre Vetores (D)	Freqüência Natural (Real)	Freqüência Natural (Estimada)	E_{fn} (%)
1	18	0,0315	1,1254	1,1241	0,1184
2	24	0,0145		1,1251	0,0247
3	50	0,0141		1,1231	0,2047
4	92	0,0139		1,1234	0,1804
5	133	0,0137		1,1206	0,4241

A Figura 2 mostra os sinais real (com ruído) e expandido, considerando dezoito termos ($r=18$) para a expansão dos sinais de entrada e saída. Nota-se claramente pouca eficiência da expansão (*considere eficiência da expansão como uma adequada representatividade do sinal real pela série*). Na Figura 3, utilizando vinte e quatro termos ($r=24$) para a expansão dos sinais, observa-se que as curvas ficam muito próximas gerando assim uma boa identificação do sistema. Para maiores números de termos, os sinais expandidos começam a se aproximar dos sinais com ruído. Na Figura 4, para cento e trinta e três termos ($r=133$) para expansão dos sinais, observa-se que o sinal expandido possui a tendência de se igualar ao ruído. Com isto, é possível construir um gráfico que indique a qualidade da identificação em função do número de termos utilizado na expansão dos sinais, como pode ser observado na Figura 5 onde o ponto 4 no eixo de crescimento do número de termos de expansão indica $r=24$.

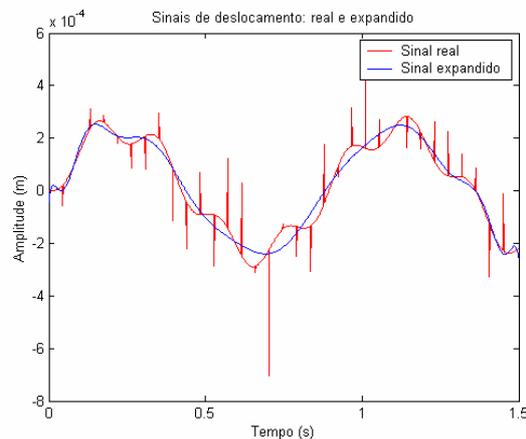


Figura 2: Diferença entre os sinais real com ruído e expandido – $r = 18$.

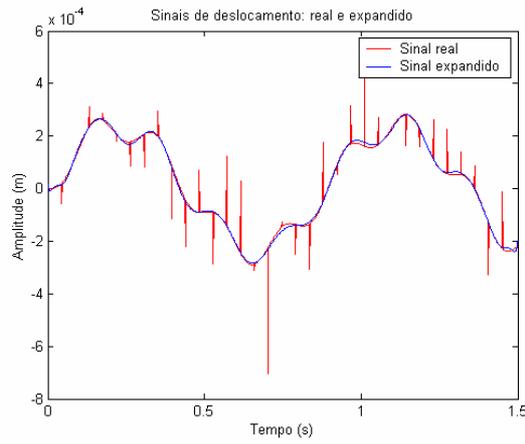


Figura 3: Diferença entre os sinais real com ruído e expandido – $r = 24$.

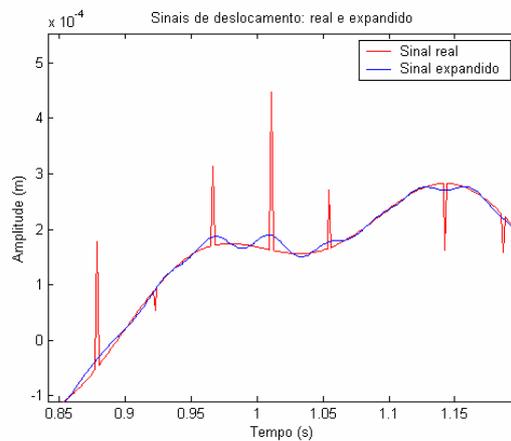


Figura 4: Diferença entre os sinais real com ruído e expandido – $r = 133$.

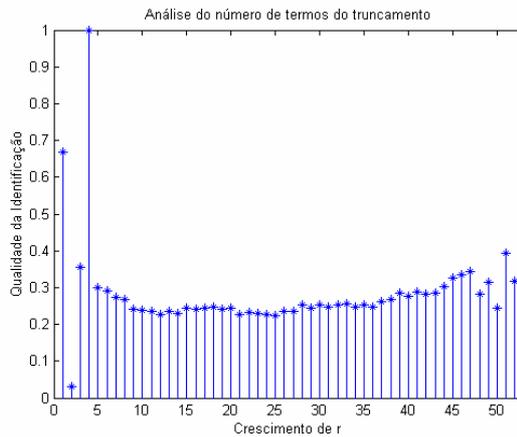


Figura 5: Qualidade da identificação em função do número de termos de expansão – Série de Legendre.

Para séries de Chebyshev, a Tabela 4 apresenta para cinco casos distintos as respectivas: norma da diferença (D) a frequência natural do sistema da Figura 1 (Real) considerando que seus sinais de resposta não tivessem sido “poluídos” com ruído, chamado sinal real, a frequência natural obtida através do método de identificação de parâmetros (Estimada) e o erro relativo entre estas frequências naturais (Efn).

Seguindo o mesmo pensamento de forma linear descrito para séries de Legendre, é esperado que: *quanto maior o número de termos de expansão, mais eficiente é a expansão dos sinais e, logo, melhor é o resultado da identificação do sistema.* No entanto, como para séries de Legendre, isto é **incorreto** também para séries de Chebyshev. Note que, o resultado da identificação é melhor ao se utilizar $r = 24$, quando comparado com $r = 20$. No entanto, o inverso ocorre ao se utilizar $r = 26, 60$ ou 120 . Isto acontece porque ao se utilizar $r = 24$ os efeitos do ruído são minimizados e conseqüentemente é possível uma melhor identificação do sistema. Já que, neste trabalho, o número de termos de expansão é definido minimizando o erro entre os vetores (sinal real e sinal expandido em série) é possível concluir não se pode definir um valor mínimo sem uma previa avaliação do “r” resultante.

Tabela 3: Freqüências naturais (Hz) encontradas utilizando a série de Chebyshev para diferentes números de termos de expansão.

Caso	Termos de Expansão (r)	Distância entre Vetores (D)	Freqüência Natural (Real)	Freqüência Natural (Estimada)	Efn (%)
1	20	0,0227	1,1254	1,1395	1,2419
2	24	0,0145		1,1262	0,0678
3	26	0,0143		1,1242	0,1066
4	60	0,0141		1,1241	0,1160
5	120	0,0138		1,1270	0,1454

Na Figura 6, considerando $r = 120$ para expansão dos sinais, observa-se que o sinal expandido se aproxima do sinal com ruído, ou seja, é possível minimizar a interferência do ruído na identificação com uma adequada escolha de r ; como também ocorreu ao se utilizar a série de Legendre. Com isto, é possível construir um gráfico para séries de Chebyshev que indique a qualidade da identificação em função do número de termos utilizado na expansão dos sinais, como pode ser observado na Figura 7 onde o ponto 2 no eixo de crescimento do número de termos de expansão indica $r=24$, similarmente ao que foi mostrado para Legendre.

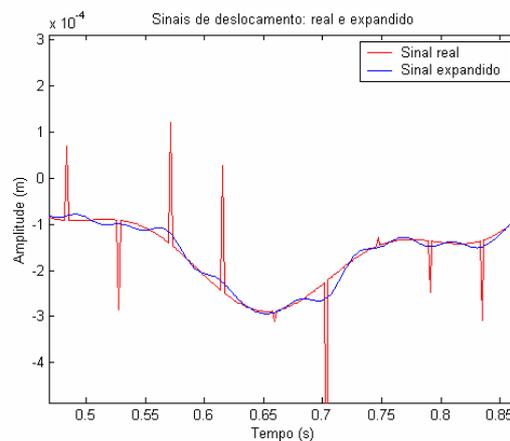


Figura 6: Diferença entre os sinais real com ruído e expandido – $r = 120$.

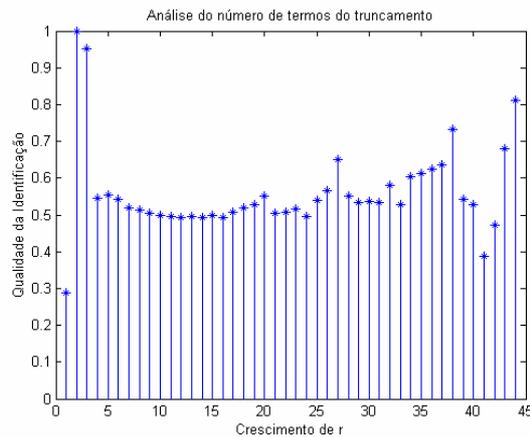


Figura 7: Qualidade da identificação em função do número de termos de expansão – Série de Chebyshev.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Séries de funções ortogonais são aplicadas em sistemas não lineares, análise da sensibilidade da identificação, identificação de parâmetros para identificação de falhas e projeto de controle de vibrações, além da identificação de parâmetros de circuitos elétricos. Este trabalho apresentou uma nova maneira de se utilizar a metodologia de identificação de parâmetros via funções ortogonais se diferenciando de outros trabalhos científicos atualmente publicados e que envolvem esta formulação.

O diferencial foi a proposta da avaliação do truncamento das séries ortogonais para uma adequada representação dos sinais reais. O número de termos de expansão foi obtido ao definir um erro entre o sinal real e o sinal representado pelo produto dos coeficientes de expansão e a base vetorial (*o que foi chamado aqui de sinal expandido*), no entanto, diminuir este erro não implica em melhorar a identificação, pois como foi mostrado, a presença de ruídos interfere na qualidade da identificação. Se este erro (*que pode ser interpretado como a distância entre o vetor que contém o sinal real e o vetor que contém este sinal expandido em série*) diminuir além do seu ponto ótimo, ou seja, além do ponto onde a identificação apresenta seus melhores resultados, no sinal expandido começa a “aparecer” o ruído do sinal real e conseqüentemente a identificação se torna pior. Este problema muitas vezes não é percebido, pois geralmente o sinal expandido não é observado antes de se iniciar o procedimento de identificação. Assim fica como sugestão aos demais trabalhos desta área, realizar uma análise nos sinais expandidos a fim de identificar o problema descrito acima e com isto otimizar os resultados obtidos.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores são gratos pelo suporte financeiro da FAPESP (Fundação do Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo) e CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior).

7. REFERÊNCIAS

- Bueno, D. D., Fernandes, F. V., Marqui, C. R., Melo, G. P. E Lopes Jr., V., 2006, “Identificação de Parâmetros para Controle Ativo de Vibrações em Estruturas Flexíveis”. In: VII Simpósio Internacional de Mecânica Computacional, Araxá, MG.
- Fernandes, F. V., Bueno, D. D., Marqui, C. M., Melo, G. P., Lopes Jr., V., 2006, “Monitoramento de Falhas Estruturais Utilizando Matrizes Grammianas e Técnicas de Identificação de Parâmetros”. In: VII Simpósio Internacional de Mecânica Computacional, Araxá, MG.

- Hwang, R. Y. e Shih, Y. P., 1984, “Model Reduction of Discrete Systems via Discrete Chebyshev Polynomials”. In: International Journal of Systems and Science, 15 (3), 301-308.
- Marqui, C. R., Bueno, D. D., Daniel, G. B., Morais, T. S., Melo, G. P., and Lopes Jr., V., 2006, “Identificação de Sistemas via Funções Ortogonais: Modelos de Segunda Ordem versus Realização no Espaço de Estados”, Uberlândia, 16° Simpósio de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.
- Melo, G. P. and Steffen Jr., V., 1993, “Mechanical Systems Identification Through Fourier Series Time-Domain Technique”, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences, Vol. 15, N° 2, pp. 124-135.
- Morais, T. S., 2006, “Diagnose de Falhas via Observadores de Estado com Excitações Desconhecidas, Identificadas via Funções Ortogonais”, Ilha Solteira, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista. Tese de Mestrado.
- Ogata, K., 1997, “Engenharia de Controle Moderno” Universidade de Minnesota, Editora Prentice-Hall do Brasil LTDA, pp. 813.
- Pacheco, R. P. e Steffen Jr., V., 2004, “On the identification of non-linear mechanical systems using orthogonal functions”, International Journal of Non-Linear Mechanics”, N° 39, pp. 1147-1159.
- Steffen, V. Jr. e Rade, D. A., 1991, “AN Identification Method of Multi-degree-of-freedom System Based on Fourier Series”. In: The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, 6 (4), 271-278.

MODAL PARAMETERS IDENTIFICATION VIA ORTHOGONAL FUNCTIONS: ABOUT THE SERIES TRUNCATION

Aldemir Aparecido Cavalini Junior

aacjunior@aluno.feis.unesp.br

Douglas Domingues Bueno

ddbueno@dem.feis.unesp.br

Vicente Lopes Júnior

vicente@dem.feis.unesp.br

Gilberto Pechoto de Melo

gilberto@dem.feis.unesp.br

Departamento de Engenharia Mecânica – GMSINT (Grupo de Materiais e Sistemas Inteligentes)
UNESP/FEIS - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Av. Brasil nº56, centro, CEP 15385-000

Abstract: *To determine the structural parameters of mechanical systems is a very hard work in some cases; and in these last years many techniques were developed. These techniques found parameters through manipulation of input and output signals. Currently, between the most used techniques there are the methods ERA (Eigensystem Realization Algorithm); PEM (Prediction Errors Method); CE (Complex Exponential) and the orthogonal functions. For the parameters identification using orthogonal functions, the results depend, mainly, of the correctly choice for the signal expansion (for the series truncation). This work presents the analysis of the series truncation in an identification problem. Noises effects are considered in the output signals of system and Legendre and Chebyshev series are used. The work is concluded with the numerical application in the mass-stiffness system of one degree of freedom considering the state space representation.*

Keywords: *parameters identification, orthogonal functions, terms of expansion, truncation of orthogonal series and state space.*