

SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS DE ESCOAMENTOS NÃO INERCIAIS DE FLUIDOS DE BINGHAM ATRAVÉS DE UMA EXPANSÃO PLANAR ABRUPTA

Filipe de Santis Silveira, Flávia Zinani, Sérgio Frey

Laboratório de Mecânica dos Fluidos Aplicada e Computacional (LAMAC)

Departamento de Engenharia Mecânica - UFRGS. Rua Sarmento Leite, 425 - 90050-170 – Porto Alegre, RS, Brasil
fsilveira@mecanica.ufrgs.br

1. RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo o estudo do escoamento de plásticos de Bingham, através de expansões abruptas planares. A modelagem mecânica baseia-se nas equações da continuidade para escoamentos de um fluido Newtoniano generalizado (GNL) sujeito a limite de escoamento. O modelo de Bingham impõe que só haja escoamento após o fluido exceder uma tensão crítica de escoamento, a partir da qual se comporta como um fluido Newtoniano incompressível. Este modelo se aplica a diversos materiais de interesse industrial como cimentos, lamas de perfuração, propelente plástico para foguetes e molho de tomate, dentre outros. Todas as simulações foram realizadas através do método de Galerkin Mínimos-Quadrados (GLS) empregando elementos finitos bilineares (Q1/Q1) para os campos de pressão e velocidade.

2. MODELAGEM MECÂNICA

O escoamento não inercial de um fluido GNL em um domínio aberto $\Omega \subset \mathbb{R}^2$, de fronteira Γ pode ser expresso matematicamente pelo seguinte sistema de equações (Slattery, 1999):

$$\begin{aligned} 2\mathbf{h}(\dot{\mathbf{g}}) \operatorname{div} \mathbf{D} + \operatorname{grad} p &= \mathbf{r}\mathbf{f} && \text{em } \Omega \\ \operatorname{div} \mathbf{u} &= 0 && \text{em } \Omega \\ \mathbf{u} &= \mathbf{u}_g && \text{sobre } \Gamma_g \\ [-p\mathbf{I} + 2\mathbf{h}(\dot{\mathbf{g}})\mathbf{D}] \mathbf{n} &= \mathbf{t}_h && \text{sobre } \Gamma_h \end{aligned} \quad (1)$$

onde ρ é densidade do fluido, \mathbf{u} a velocidade, p a pressão, $\mathbf{h}(\dot{\mathbf{g}})$ a função viscosidade dos fluidos GNL, \mathbf{D} o tensor taxa de deformação, \mathbf{f} as forças de corpo, \mathbf{I} o tensor identidade, \mathbf{n} o vetor normal unitário exterior, \mathbf{t} a força de contato e Γ_g e Γ_h as porções de Γ sujeitas às condições de Dirichlet e Neumann.

O comportamento viscoplástico do fluido é modelado pela equação de Bingham (Bird *et al.*, 1987):

$$\begin{aligned} \mathbf{t} &= \mathbf{t}_0 + \mathbf{h}_p \dot{\mathbf{g}} && \text{for } \mathbf{t} > \mathbf{t}_0 \\ \dot{\mathbf{g}} &= 0 && \text{for } \mathbf{t} \leq \mathbf{t}_0 \end{aligned} \quad (2)$$

onde \mathbf{t} é a tensão de cisalhamento, \mathbf{t}_0 a tensão mínima de escoamento, \mathbf{h}_p a viscosidade do material em escoamento e $\dot{\mathbf{g}}$ a taxa de deformação. Para contornar o caráter descontínuo da Eq. (2), foi

empregada a regularização proposta por Papanastasiou (1987), a qual torna a função contínua também para baixos valores de tensão cisalhante:

$$\mathbf{h} = \mathbf{h}_p + \frac{t_0}{\dot{\mathbf{g}}} [1 - \exp(-m\dot{\mathbf{g}})] \quad (3)$$

Os parâmetros de escoamentos viscoplásticos são convenientemente relacionados através do número de Bingham, $Bn = t_0 L / \mathbf{h} u_0$.

3. RESULTADOS NUMÉRICOS

Nesta seção, foi investigado o efeito da variação do número de Bingham na dinâmica dos escoamentos planares em expansões abruptas 1:2. O modelo mecânico (Eq. (1)) que governa o fenômeno foi aproximado pelo método GLS introduzido em Zinani e Frey (2006), empregando-se uma malha estruturada de 10.977 elementos finitos lagrangeanos bilineares (Q_1/Q_1).

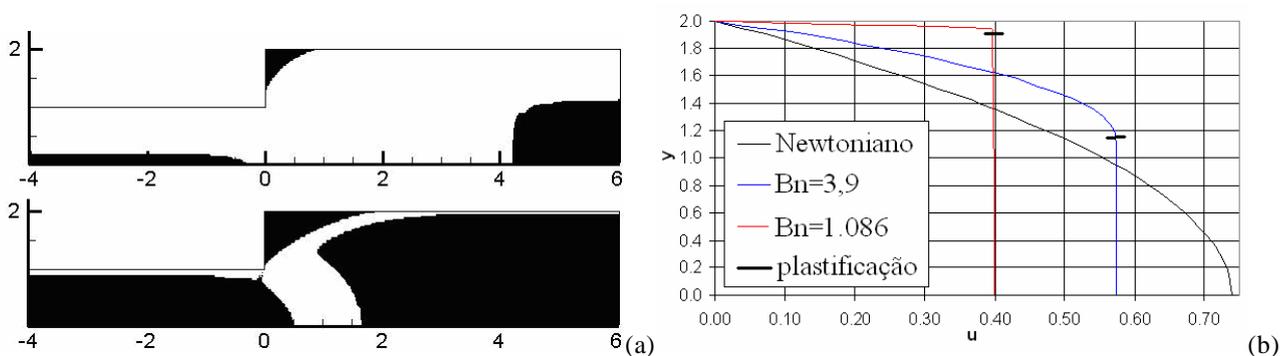


Figura 1: Isobandas de τ : (a) $Bn=3,9$ (superior), $Bn=1.086$ (inferior); (b) perfis de velocidade horizontal

Conforme observado na Figura 1, a medida que o número de Bingham aumentou de $Bn=3,9$ (Figura 1(a) superior) para $Bn=1.086$ (Figura 1(a) inferior), as regiões sujeitas a tensões abaixo do limite de escoamento do material – zonas pretas, na figura – sofreram um forte aumento em suas dimensões. Isto se deve a fato de que, com o aumento de Bn , o limite de escoamento cresce diretamente, diminuindo assim, as regiões do material que excedem este valor e escoam (zonas brancas). Finalmente, na Figura 1(b), são comparados os perfis de velocidade horizontal para $Bn=0$ (Newtoniano), 3,9 e 1.086, em $x=20$ (região desenvolvida a jusante da expansão). Fica claro que o aumento de Bn tende a concentrar os efeitos viscosos em uma fina camada limite junto à parede do duto. Fora desta camada, encontramos uma tendência à formação de uma região de *plug-flow* (movimento de corpo de rígido) – estendendo-se até a linha de simetria da expansão. Cabe ainda estressar que, enquanto a região de camada limite está sujeita a tensões superiores à tensão de escoamento – e por isso escoando – as regiões centrais apresentam tensões inferiores ao limite de escoamento do material.

4. REFERÊNCIAS

- Papanastasiou, T.C., 1987, “Flow of Materials with Yield”, J. of Rheology, vol. 31 (5), pp.385-404.
 R.B. Bird, G.C. Dai, B.J. Yarusso, The rheology and flow of viscoplastic materials, Rev. Chem. Eng. 1 (1983) 1-70.
 Slattery, J.C., 1999, “Advanced transport phenomena”, Cambridge University Press.
 Zinani, F.; Frey, S., 2006, “Galerkin Least-Squares Finite Element Approximations for Isochoric Flows of Viscoplastic Liquids”. J. of Fluids Eng. – Transactions of the ASME, Vol. 128, in press.