

SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DIFUSIVOS TRANSIENTES DE GEOMETRIA BICÔNICA UTILIZANDO A TÉCNICA DA TRANSFORMADA INTEGRAL GENERALIZADA**Edlene Cenedese, Marcelo F. Pelegrini, Thiago A. Alves, Cassio R. M. Maia e Ricardo A. V. Ramos**

UNESP, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Departamento de Engenharia Mecânica

Av. Brasil, 56, Bairro Centro, Caixa Postal 31, CEP 15385-000, Ilha Solteira, SP

E-mail para correspondência: antonini@dem.feis.unesp.br, cassio@dem.feis.unesp.br, ramos@dem.feis.unesp.br

A solução de problemas difusivos e difusivos-convectivos sempre representou um desafio para a engenharia, uma vez que, as equações diferenciais fundamentais que regem os princípios de conservação são, em regra, de natureza mais complexa. Durante muito tempo, técnicas analíticas clássicas, como por exemplo, a técnica da separação de variáveis, foi aplicada com sucesso somente em problemas que apresentavam estruturas matemáticas mais simples. Assim, diante da necessidade de se obter solução mais precisa para modelos físicos mais realísticos é imperativo o contínuo desenvolvimento de novas metodologias que possa contemplar, por exemplo, o acoplamento entre as equações de conservação, a não linearidade das relações constitutivas, processos com mudança de fase, a presença de contornos com geometria não regular, problemas com fronteiras móveis, condições de contorno não lineares, entre outros.

Neste sentido, técnicas híbridas analítico-numéricas vêm ganhando destaque em diversas áreas de interesse da engenharia, por garantirem maior confiabilidade dos resultados por elas obtidos. Em particular, a Técnica da Transformada Integral Generalizada – TTIG (Cotta, 1998), é uma ferramenta com estas características e vêm demonstrando ser poderosa e eficiente na solução de problemas de transferência de calor e massa, os quais, geralmente, não possuem solução pelas técnicas analíticas clássicas. No que diz respeito a processos puramente difusivos a TTIG vem sendo aplicada com sucesso em vários problemas tais como aqueles que apresentam domínios de geometria irregular ou não convencional (Aparecido & Cotta, 1990; Cotta & Ramos, 1998; Maia *et al.*, 2003 e Pelegrini, 2005), problemas difusivos tridimensionais e não-lineares (Mikhailov & Cotta, 1994) e (Serfaty, 1997), problemas difusivos que envolvem movimento de fronteiras (Diniz *et al.*, 1999), entre outros.

Desta forma, visando dar uma contribuição para o desenvolvimento e disseminação da TTIG como uma ferramenta qualificada para a resolução de problemas difusivos de difícil solução, apresenta-se no presente trabalho, a solução analítica formal do problema bidimensional de difusão de calor em regime transiente em cilindros com seção transversal de formato bicônico em um meio difusivo com propriedades termofísicas constantes, sem fontes distribuídas.

A análise será feita admitindo-se, ainda, uma distribuição de temperatura inicial uniforme em todo o domínio Ω e com temperatura prescrita no contorno Γ . Neste modelo, a equação da difusão é dada por:

$$\nabla^2 T(x, y, t) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial t}, \quad \{(x, y) \in \Omega, \quad t > 0\}, \quad (1)$$

$$T(x, y, 0) = T_i, \quad \{(x, y) \in \Omega\}, \quad (2)$$

$$T(x, y, t) = T_p, \quad \{(x, y) \in \Gamma, \quad t > 0\}, \quad (3)$$

onde, α representa a difusividade térmica, T_p a condição de temperatura prescrita no contorno e T_i a condição de temperatura inicial uniforme no domínio.

Este problema apresenta uma dificuldade quanto à aplicação das condições de contorno que é eliminada através de uma transformação de coordenada apropriada. Em seguida, de acordo com a metodologia de aplicação da TTIG, considera-se problemas auxiliares de autovalores nas coordenadas u e v , as quais permitem estabelecer os pares transformada-inversa. Com este procedimento, obtém-se um sistema de equações diferenciais ordinárias

de primeira ordem linear, acoplado e infinito. A solução numérica deste sistema pode ser obtida com o auxílio de rotinas computacionais já consagradas, como por exemplo, o DIVPAG da Biblioteca IMSL FORTRAN, truncando-se o sistema em uma dada ordem finita de acordo com a precisão desejada. Desta forma a determinação da evolução do campo de temperatura pode ser obtida fazendo uso da fórmula de inversão, as quais permitirão calcular parâmetros físicos de interesse para diversos formatos bicônicos.

Referências Bibliográficas

- Aparecido, J.B., Cotta, R.M., “Analytical Solutions to Parabolic Multidimensional Diffusion Problems Within Irregularly Shaped Domains”, *Advanced Computational Methods in Heat Transfer*, Vol. 1, pp. 27-38, 1990.
- Cotta, R.M., “The Integral Transform Method in Thermal and Fluids Science and Engineering”, Ed. Begell House Inc., New York, USA, 1998.
- Cotta, R.M., Ramos, R., “Integral Transform in the Two-dimensional Nonlinear Formulation of Longitudinal Fins With Variable Profile”, *International Journal of Numerical Methods in Heat and Fluid Flow*, Vol. 8, No.1, pp. 27-42, 1998.
- Diniz, A.J., Silva, J.B.C., Zapparoli, E.L., “Analytical Solution of Ablation Problem With Nonlinear Coupling Equation”, *Hybrid Methods in Engineering Modeling Programming Analysis Animation*, Vol. 1, pp. 265-277, 1999.
- Maia, C.R.M., Aparecido, J.B., Milanez, L.F., “Critical Specific Power in Fuel Rods With Biconcave Cross-section”, *Proceedings of the 12th International Heat Transfer Conference – IHTC* (in CD-ROM), code 0868, 6p., Grenoble, France, 2001.
- Maia, C.R.M., “Solução de Problemas Difusivos e Difusivos-convectivos em Domínio de Geometria Elíptica e Bicôncava pela Técnica da Transformada Integral Generalizada”, *Tese de Doutorado*, Universidade Estadual de Campinas - Unicamp, Faculdade de Engenharia Mecânica, Campinas, Brasil, 251p., 2003.
- Mikhailov, M.D., Cotta, R. M., “Integral Transform Solutions of Eigenvalue Problems”, *Communications in Numerical Methods in Engineering*, Vol. 10, pp.827-835, 1994.
- Pelegrini, M.F., “Aplicação da Técnica da Transformada Integral para Solução de Problemas Difusivos Transientes com Propriedades Termofísicas Variáveis”, *Dissertação de Mestrado*, Universidade Estadual Paulista – Unesp, Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira, Brasil, 128p., 2005.
- Serfaty, R., “Problemas Não Lineares Multidimensionais em Difusão e Convecção-Difusão: Benchmarks via Transformada Integral”, *Tese de Doutorado*, Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, Coppe, Rio de Janeiro, Brasil, 1997.
- Visual Numeric, IMSL Math/Library, Edition 10, Version 2.0, Suite 400, 9990 Richmond Avenue, Houston, USA, TX-77042, 1994.