

**BIFURCAÇÃO EM CONVECÇÃO NATURAL PARA UM CANAL ANULAR BIDIMENSIONAL****Rodrigo L. Ribera, Elie L. M. Padilla, Aristeu Silveira Neto**UFU, Universidade Federal de Uberlândia, Departamento de Engenharia Mecânica  
Av. João Naves de Ávila, 2160, Bairro Santa Mônica, CEP 38400-902, Uberlândia, MG  
E-mail para correspondência: rodrigo@mec.ufu.br**Introdução**

A transferência de calor por convecção natural entre cilindros horizontais concêntricos tem sido muito estudada nas últimas três décadas devido à grande variedade de aplicações industriais, tais como sistemas de resfriamento de cabos de transmissão, sistemas de armazenamento de energia, projetos de reatores nucleares, entre outros. (Desrayaud et. al., 2000). Uma extensa descrição dos diferentes regimes de escoamento, dependendo do número de Rayleigh e da relação de raios ( $\eta$ ), foi desenvolvida por Powe et al. (1969, 1971, apud Cheddadi et al., 1992). Eles encontraram que o escoamento de ar pode ser classificado em quatro diferentes tipos, que são: escoamento estável bidimensional para pequenos valores de Rayleigh, com duas células crescentes simétricas em relação ao plano vertical que passa pelo centro dos cilindros; escoamento oscilatório, escoamento espiral tridimensional ou escoamento bidimensional multicelular, para valores do número de Rayleigh acima de certo valor crítico e dependendo da relação de raios (Yoo, 1996).

Apesar de muitos estudos numéricos terem sido realizados em canais anulares bidimensionais, a maior parte foi restrita a escoamentos unicelulares. Entretanto, Rao et al. (1985) observaram que para canais anulares estreitos ( $\eta < 1,2$ ), com elevado número de Rayleigh, há o surgimento de escoamento multicelular. Para canais anulares largos ( $\eta > 2$ ) Cheddadi et al. (1992) desenvolveram estudo avaliando o efeito da condição inicial no surgimento de escoamentos bicelulares (eles obtiveram esta condição através da imposição de uma temperatura perturbada no início do escoamento). Assim, há o surgimento do fenômeno de bifurcação, ou seja, um determinado valor de número de Rayleigh em que, dependendo da condição inicial, pode-se obter solução unicelular ou multicelular.

Yoo (1999) estudou a influência do número de Prandtl no surgimento do escoamento bicelular e encontrou que para valores menores que 0,5 há o surgimento natural desta condição, enquanto que para valores maiores deve-se modificar a condição inicial. Entretanto, ele mostra que não é necessária a imposição de um campo de temperatura perturbado, mas apenas a utilização de uma determinada solução como condição inicial de outra condição (por exemplo, uso da solução com  $Pr=0,3$  como condição inicial de  $Pr=0,7$ ).

**Objetivos**

Objetiva-se neste trabalho investigar numericamente o fenômeno de bifurcação e a influência da condição inicial na convecção natural em um canal anular bidimensional, com relação de raios  $\eta=2$ , para um fluido com  $Pr=0,3$ . O ponto de bifurcação é determinado em função do número de Rayleigh e comparações com os resultados de outros autores são realizadas. Além disso, os valores de Nusselt médio e de velocidade radial foram comparados para as soluções unicelular e multicelular.

**Metodologia**

Como o estudo é realizado para uma única condição física ( $\eta=2$ ) e apenas para fluido de  $Pr=0,3$ , o único parâmetro variável foi a diferença de temperatura entre os cilindros interno ( $T_i$ ) e externo ( $T_e$ ), sendo  $T_i > T_e$ . A variação deste parâmetro resulta na variação do número de Rayleigh.

No primeiro procedimento realizou-se um estudo partindo de uma condição nula, ou seja, a condição inicial era sempre a mesma e correspondia à situação de diferença de temperaturas nula entre os cilindros. Assim, os casos para número de Rayleigh entre 1.000 e 10.000 foram rodados e o valor de Rayleigh crítico ( $Ra_{cr}$ ) foi determinado. No segundo procedimento, passou-se a utilizar a solução final de um caso como condição inicial do caso posterior (solução do caso  $Ra=1.000$  como condição inicial para o caso de  $Ra=2.000$ , etc), até o valor de  $Ra=10.000$ . A partir deste valor, realizou-se o mesmo procedimento de forma inversa, realizando-se a descida do número de Rayleigh até o valor de  $Ra=1.000$ . No terceiro procedimento, a solução obtida no primeiro procedimento (escoamento multicelular) para o caso de  $Ra=10.000$  foi utilizada

como condição inicial para realizar a descida do número de Rayleigh, de forma semelhante ao procedimento adotado na segunda etapa.

A nomenclatura adotada nos casos estudados foi a seguinte: no primeiro procedimento deu-se, simplesmente, o nome de Ra. No segundo procedimento, quando se estava aumentando o valor de Rayleigh, este foi chamado de RaU, e quando seu valor estava diminuindo, este foi chamado de RaD; para os casos em que a condição inicial era de escoamento unicelular, deu-se o nome de SIU, e para os casos em que a solução inicial era de escoamento multicelular, e conseqüentemente a velocidade no topo da região anular era negativa, deu-se o nome de SID.

## Resultados

Os resultados mostram que, quando o número de Rayleigh ultrapassa um valor crítico, dois tipos de escoamentos estáveis bidimensionais são obtidos: no primeiro caso, células crescentes são identificadas, nas quais o fluido no topo da cavidade anular sobe (escoamento unicelular) e, no segundo caso, o fluido no topo da cavidade anular desce, em conseqüência da formação de duas células contrarrotativas (escoamento multicelular). Para o caso Ra, obtém-se escoamento multicelular para valores de  $Ra > 7.555$ . Para a condição RaU, até o valor de  $Ra = 10.000$ , não se obtém escoamento multicelular. Utilizando a condição SID para efetuar a descida até  $Ra = 1.000$ , observa-se que a transição para escoamento unicelular ocorre para  $Ra \approx 3.200$ . A Fig. 1 apresenta as linhas de corrente para número de  $Ra = 4.000$ , sendo (a) SIU e (b) SID e a velocidade radial (no topo da região anular) em que ocorre a transição para (c) condição inicial Ra e (d) SID.. A Fig. 2 apresenta os valores da velocidade radial entre  $10.000 > Ra > 1.000$  para (a) escoamento unicelular e (b) escoamento multicelular.

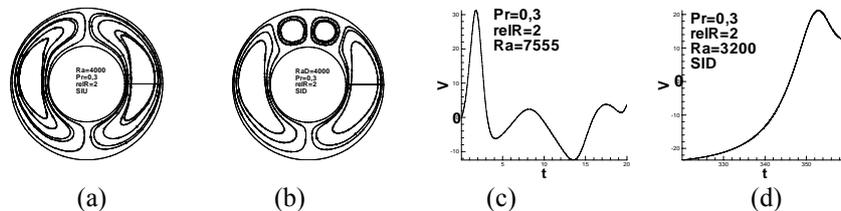


Figura 1 - Linhas de corrente para (a) Solução inicial tipo “U” e  $Ra = 4000$ ; (b) solução inicial tipo “D” e  $Ra = 4000$  e velocidades radial na transição para (c) condição inicial Ra ( $Ra = 7.555$ ) e (d) SID ( $Ra = 3.200$ ).

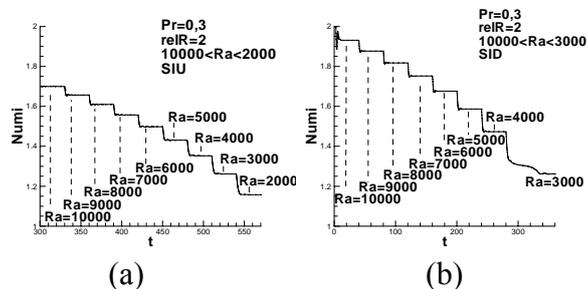


Figura 2: Valores de Nu interno para diversos números de Rayleigh. (a) Solução inicial tipo U; (b) solução inicial tipo D

## Conclusões

Os resultados mostram que a condição inicial influi fortemente na formação de regime multicelular ou unicelular. O ponto de bifurcação foi determinado, e o valor de  $Racr$ , para o caso de SID ( $Racr \approx 3.200$ ), é próximo do valor apresentado por Yoo (1999) ( $Racr \approx 3.250$ ). Pode-se perceber também que o valor do Nusselt interno, embora próximo, é maior para SID que em SIU.

## Referências bibliográficas

- Cheddadi, A., Caltagirone, J. P., Mojtabi, A., Vafai, K., “Free two-dimensional convective bifurcation in a horizontal annulus”, *Journal of Heat transfer*, Vol. 114, pp. 99-106, 1992.
- Desrayaud, G., Lauriat, G., Cadiou, “Thermoconvective instabilities in a narrow horizontal air-filled annulus”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 21, pp. 65-73, 2000.
- Rao, Y. F., Miki, Y., Fukuda, K., Takata, T. Hasegawa, S., “Flow patterns of natural convection in horizontal cylindrical annuli”, *International Journal of Heat and Mass transfer*, Vol. 28, pp. 705-714, 1985
- Yoo, J.S., “Dual steady solutions in natural convection between horizontal concentric cylinders”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 17, pp. 587-593, 1996.
- Yoo, J.S., “Prandtl number effect on bifurcation and dual solutions in natural convection in a horizontal annulus”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 42, pp. 3279-3290, 1999.