

**PROBLEMA INVERSO DA ESTIMAÇÃO DO ALBEDO DE ESPALHAMENTO SIMPLES EM MEIOS HETEROGÊNEOS UTILIZANDO MÉTODOS HÍBRIDOS DE OTIMIZAÇÃO****Luciana F. Lage<sup>1</sup>, Antônio J. S. Neto<sup>2</sup> e Francisco J. C. Soeiro<sup>3</sup>**

Instituto Politécnico, IPRJ, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, UERJ,

Caixa Postal 97282, CEP 28601-970, Nova Friburgo, RJ

E-mail: <sup>1</sup>lucianaflage@gmail.com, <sup>2</sup>ajsneto@iprj.uerj.br, <sup>3</sup>soeiro@uerj.br**Introdução**

Problemas inversos em transferência radiativa possuem diversas aplicações relevantes, como por exemplo, no diagnóstico em medicina e ensaios não-destrutivos na indústria (Tancrez e Taine, 2004, Zhang et.al, 2004). A interação da radiação com o meio é modelada pela versão linear de equação de Boltzmann. A partir da medida que sai do meio e dos valores calculados através da equação de Boltzmann procura-se resolver o problema inverso para a estimativa de propriedades radiativas.(Silva Neto, 2002).

**Objetivos**

Neste trabalho é utilizado um método híbrido de otimização combinando o método estocástico *Simulated Annealing* (SA) e o método determinístico baseado no gradiente Levenberg-Marquardt (LM), para a solução do problema inverso em transferência radiativa para estimativa do albedo de espalhamento com dependência espacial em um meio unidimensional. A função desconhecida é expandida através de séries de funções conhecidas e o problema de otimização de dimensão finita é então resolvido para a estimação de coeficientes de expansão usando dados experimentais da intensidade da radiação que sai do meio sob análise (Silva Neto e Soeiro, 2003)

**Metodologia**

Considere um meio unidimensional plano-paralelo, cinza, heterogêneo, espalhador isotrópico de espessura óptica  $\tau_0$ , com uma fonte interna  $S(\tau)$ , e superfícies de contorno refletoras difusas em sua parte interna, e sujeitas à radiação externa. A formulação matemática usada para descrever a interação da radiação com o meio participativo é dada pela versão linear da equação de Boltzmann (Chandrasekhar, 1960) que para o caso de simetria azimutal é escrita

$$\mu \frac{\partial I(\tau, \mu)}{\partial \tau} + I(\tau, \mu) = S(\tau) + \frac{\omega(\tau)}{2} \int_{-1}^1 I(\tau, \mu') d\mu', \quad \text{em} \quad 0 < \tau < \tau_0, \quad -1 \leq \mu \leq 1 \quad (1a)$$

$$I(0, \mu) = f_1(\mu) + 2\rho_1 \int_0^1 I(0, -\mu') \mu' d\mu', \quad \mu > 0 \quad (1b)$$

$$I(\tau_0, \mu) = f_2(\mu) + 2\rho_2 \int_0^1 I(\tau_0, -\mu') \mu' d\mu', \quad \mu < 0 \quad (1c)$$

onde  $I$  é a intensidade da radiação,  $\tau$  é a variável óptica,  $\mu$  é o cosseno do ângulo polar,  $\omega(\tau)$  é o albedo de espalhamento simples com dependência espacial,  $f_1$  e  $f_2$  são as intensidades das fontes externas de radiação incidentes nas superfícies de contorno em  $\tau=0$  e  $\tau=\tau_0$ , respectivamente, e  $\rho_1$  e  $\rho_2$  são as reflectividades difusas no lado interno destas superfícies de contorno. O albedo de espalhamento é representado então na forma polinomial

$$\omega(\tau) = \sum_{k=0}^K D_k \tau^k \quad (2)$$

## Resultados

Na Fig. 1 e na Tabela 1 são apresentados os resultados para a estimativa do albedo de espalhamento com dependência espacial.

Nos casos 1, 2 e 3 são considerados os casos com valor constante, variação linear e dependência parabólica do albedo de espalhamento  $\omega(\tau)$  com a variável óptica  $\tau$ , respectivamente. Em todos os casos foram considerados dados experimentais com ruído.

Estes resultados foram obtidos a partir de uma conciliação de um método estocástico com um método determinístico, onde o (SA) *Simulated Annealing* forneceu uma estimativa inicial para o LM (Levenberg-Marquardt).

Tabela 1 – Valores exatos e estimados para os coeficientes de expansão do albedo de espalhamento na forma polinomial dada na Eq. (2).

| Caso1 (6% de erro nos dados experimentais) |       |       |             |             |             |
|--------------------------------------------|-------|-------|-------------|-------------|-------------|
| Exato                                      |       |       | Estimado    |             |             |
| $D_0$                                      | $D_1$ | $D_2$ | $\hat{D}_0$ | $\hat{D}_1$ | $\hat{D}_2$ |
| 0.5                                        | 0.0   | 0.0   | 0.490       | 0.007       | -0.008      |
| Caso2 (4% de erro nos dados experimentais) |       |       |             |             |             |
| Exato                                      |       |       | Estimado    |             |             |
| $D_0$                                      | $D_1$ | $D_2$ | $\hat{D}_0$ | $\hat{D}_1$ | $\hat{D}_2$ |
| 0.9                                        | -0.8  | 0.0   | 0.899       | -0.789      | 0.014       |
| Caso3 (7% de erro nos dados experimentais) |       |       |             |             |             |
| Exato                                      |       |       | Estimado    |             |             |
| $D_0$                                      | $D_1$ | $D_2$ | $\hat{D}_0$ | $\hat{D}_1$ | $\hat{D}_2$ |
| 0.2                                        | 0.2   | 0.6   | 0.193       | 0.259       | 0.533       |

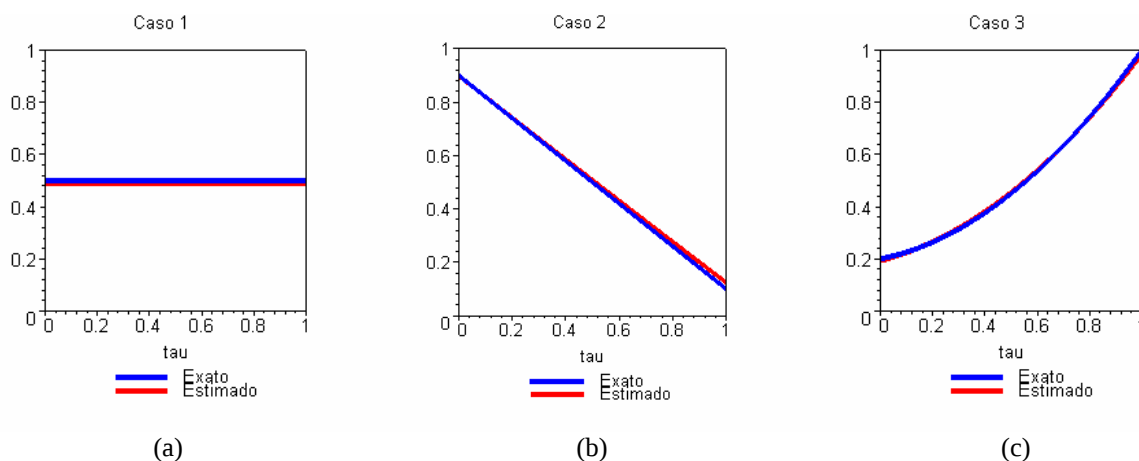


Figura 1 – Albedo de espalhamento com dependência espacial. (a) constante (b)variação linear (c) variação parabólica.

## Conclusão

A combinação de métodos AS-LM forneceu bons resultados para o problema inverso, conforme pode ser observado na Fig. 1 mesmo na presença de dados sintéticos com ruído.

## Referências Bibliográficas

- Tancrez, M., Taine, J., “Direct Identification of Absorption and Scattering Coefficients and Phase Function of a Porous Medium by a Monte Carlo Technique”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol.47,pp.373-383, 2004.
- Zhang F., Chen B., Zhao S., Yang S., Chen R. e Song D., “Noninvasive Determination of Tissue Optical Properties Based on Radiative Transfer Theory”, *Optics & Laser Technology*, 36, pp. 353-359, 2004.
- Silva Neto A.J., “Explicit and Implicit Formulations for Inverse Radiative Transfer Problems”, *Proc. 5th World Congress on Computational Mechanics, Mini – Symposium MS 125-Computational Treatment of Inverse Problems in Mechanics*, Vienna, Austria, 2002.
- Silva Neto A.J. e Soeiro F.J.C.P., “Solution of Implicitly Formulated Inverse Heat Transfer Problems with Hybrid Methods”, *Proc. 2nd MIT Conference on Mechanics – Mini-Symposium Inverse Problems from Thermal/Fluids and Solid Mechanics Applications*, Cambridge, USA, 2003.
- S. Chandrasekhar, “Radiative Transfer”, Dover, New York, 1960.