

ANÁLISE DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR PARA O ACOPLAMENTO CONDUÇÃO-RADIAÇÃO EM UM MEIO UNIDIMENSIONAL SEMITRANSARENTE

Oliveira, J. V. L., vanderlan.leite@ufcg.edu.br¹
Silva, Z. E., zaqueu@les.ufpb.br²
Lima, J. A., jalima@dem.ufrn.br³

¹Universidade Federal de Campina Grande, Rua Luiz Grande, s/n, Sumé-PB, 58540-000

²Universidade Federal da Paraíba, UFPB/CCT, Cx. Postal 5115, C. Branco, João Pessoa-PB, 58051-970

³Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Av Sen. Salgado Filho, s/n, Lagoa Nova, Natal-RN, 59078-900

Resumo: Este trabalho apresenta uma metodologia para resolver o problema unidimensional de transferência de calor em regime permanente para o acoplamento condução-radiação em um meio semitransparente cinzento, anisotrópico não linear, absorvedor, emissor, difusor e limitado por duas superfícies planas paralelas opacas, difusas na emissão, difusas e especulares na reflexão. O método das ordenadas discretas é aplicado para discretizar o espaço angular da equação da transferência radiativa. A equação da energia e a equação da transferência radiativa são resolvidas simultaneamente como um problema de valor de contorno através da subrotina DBVPFD da biblioteca do IMSL. Foram calculados e analisados os campos de temperatura, radiação incidente, reflectância hemisférica, fluxo de calor condutivo, radiativo e total.

Palavras-chave: Acoplamento Condução-radiação, Ordenadas Discretas, Meio Semitransparente.

1. INTRODUÇÃO

O processo de transferência de calor que ocorre por condução e radiação simultaneamente é de grande importância em várias áreas da engenharia, como também, devido a importância na associação de campos aplicados de modo a medidas de propriedades termofísicas (Degiovanni, 1995 e Fricke, 1998). Nas últimas décadas, vários trabalhos foram desenvolvidos em diversas geometrias devido ao grande interesse em aplicações, tais como: fornos industriais, câmara de combustão, chamas, problemas atmosféricos, isolamentos com materiais fibrosos ou espumas, materiais porosos e cerâmicos, indústrias de vidro, leitos fluidizados, engenharia ótica, solar e nuclear.

Lii e Özisik (1972) resolveram o problema de acoplamento condução-radiação para um meio absorvedor, emissor e com difusão isotrópica para placas planas paralelas utilizando um método iterativo combinado com a técnica de expansão dos modos normais de Case (1960), para a solução da equação de transferência radiativa. Boulet et al. (1993), investigaram o acoplamento condução-radiação para um meio emissor, absorvedor e difusor com simetria axial, composto de fibras de sílica, e com o contorno à temperatura prescrita. O problema de acoplamento condução-radiação permanente para um meio cinzento absorvedor, emissor e com espalhamento anisotrópico não linear entre duas placas planas paralelas que refletem difusivamente e especularmente foi investigado teoricamente por Krishnaprakas et al. (2001). A equação da energia foi resolvida pelo método de Numerov e a equação de transferência radiativa pelo método das ordenadas discretas em conjunto com esquema de Crank-Nicolson. Liu e Tan (2004) apresentaram um estudo para o acoplamento condução-radiação em regime transiente causado por um pulso de irradiação para um meio semitransparente cinzento unidimensional emissor, absorvedor com índice de refração variável com o espaço. Foi utilizada a técnica da diferença central implícita para resolver a equação da energia e o método do traçado da curvatura do raio para solucionar a equação da transferência radiativa. Oliveira (2004) resolveu o problema em regime transiente, com o acoplamento condução-radiação, utilizando-se a Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT) para resolver a equação da energia para o caso cinzento e para meios cerâmicos. O objetivo desse trabalho é apresentar um estudo teórico da determinação simultânea dos perfis de temperatura e dos fluxos condutivo e radiativo em um meio semitransparente cinzento confinado entre duas placas planas paralelas com contornos emissores e com refletividades difusas e especulares. A simulação numérica é baseada na solução das equações da energia e da transferência radiativa (ETR), resultando assim, em um problema típico de acoplamento condução-radiação. Estas equações resultam em um sistema de equações integro-diferencial sendo resolvidas, simultaneamente; devido, a presença na equação da energia do divergente do fluxo de calor radiativo e por sua vez a equação da transferência radiativa (ETR) apresentar sua dependência com o campo de temperatura.

2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O problema físico considerado consiste de um meio semitransparente unidimensional de espessura τ_L , homogêneo, cinzento, emissivo, absorvedor e difusor, com propriedades radiativas constantes. O plano paralelo que espalha, emite e absorve isotropicamente está entre duas placas paralelas infinitas opacas e cinzentas com superfícies que refletem a radiação difusiva e especularmente, conforme mostrado na Fig.1:

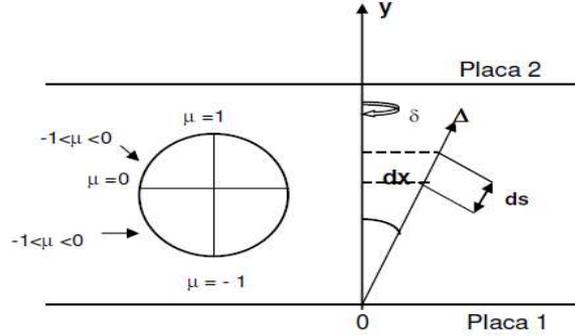


Figura 1. Modelo físico do sistema estudado

As equações da energia e de transferência radiativa, respectivamente, são descritas a seguir:

$$K \frac{d^2 T(\tau)}{d\tau^2} = \kappa [4\pi I_b(T) - G(\tau)] \quad (1)$$

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial I(\tau, \Omega)}{\partial \tau} + I(\tau, \Omega) = (1 - \omega) I_b(\tau) + \frac{\omega}{4\pi} \int_{\Omega=4\pi} p(\Omega, \Omega') I(\tau, \Omega') d\Omega' \quad (2)$$

Sujeitas as seguintes condições de contornos:

$$T(0) = T_1 \text{ e } T(\tau_L) = T_2 \quad (3)$$

$$I(0, \Omega) = \varepsilon_1 I_{b1}(0, T_1) + 2\rho_1^d \int_0^1 I(0, \Omega'') \Omega' d\Omega' + 2\rho_1^s I(0, \Omega) \quad (4)$$

$$I(\tau_L, \Omega) = \varepsilon_2 I_{b2}(\tau_L, T_2) + 2\rho_2^d \int_0^1 I(\tau_L, \Omega'') \Omega' d\Omega' + 2\rho_2^s I(\tau_L, \Omega) \quad (5)$$

onde, K é a condutividade térmica do meio, κ o coeficiente de absorção, G é a radiação incidente e I_b a radiação do corpo negro, β é coeficiente de extinção, ω o albedo e p a função de fase.

Definindo-se os seguintes parâmetros unidimensionais:

$$\theta = \frac{T}{T_r} \quad (6)$$

$$Q^r = \frac{q^r}{4n^2\sigma T^4} \quad (7)$$

$$\tau = \beta y \quad (8)$$

$$N = \frac{K\beta}{4n^2\sigma T^4} \quad (9)$$

$$\psi = \frac{\pi I}{n^2\sigma T_r^4} \quad (10)$$

$$G = \frac{2\pi \int_{-1}^1 I(\tau, \mu) d\mu}{4\pi I_b(T_r)} \quad (11)$$

Portanto, usando-se os grupos adimensionais acima definidos, as Eq. (1) e (2), válidas para um domínio $0 < \tau < \tau_L$, e suas condições de contorno, são reescritas na seguinte forma adimensional:

$$\frac{d^2 \theta(\tau)}{d\tau} = \frac{(1-\omega)}{N} [\theta^4(\tau) - G(\tau, \mu)] \quad (12)$$

$$\mu \frac{d\psi(\tau, \mu)}{d\tau} + \psi(\tau, \mu) = (1-\omega)\theta^4(\tau) + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 p(\mu, \mu') \psi(\mu, \mu') d\mu' \quad (13)$$

Sendo, N o parâmetro de acoplamento condução-irradiação, $\psi(\tau, \mu)$ é a intensidade adimensional na posição τ e direção μ , e $S(\tau, \mu)$ o termo fonte para um meio de índice de refração unitário.

As condições de contorno para a equação da energia são do tipo temperatura imposta (θ_1, θ_2), e para o problema radiativo, as intensidades de radiação saindo das faces opacas, difusas na emissão e difusas e especulares na reflexão são:

$$\theta(0) = \theta_1 = 1 \quad \text{e} \quad \theta(\tau_L) = \theta_2 \quad (14)$$

$$\psi(0, \mu) = \varepsilon_1 \theta_1^4 + 2\rho_1^d \int_0^1 \psi(0, -\mu') \mu' d\mu' + \rho_1^s \psi(0, -\mu) \quad \text{para} \quad \mu > 0 \quad (15)$$

$$\psi(\tau_L, \mu) = \varepsilon_2 \theta_2^4 + 2\rho_2^d \int_0^1 \psi(\tau_L, \mu') \mu' d\mu' + \rho_2^s \psi(\tau_L, -\mu) \quad \text{para} \quad \mu < 0 \quad (16)$$

3. METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

As equações representam um sistema não linear de equações diferenciais integrais para ser resolvido para um conjunto de condições de contorno. Como primeiro passo, separamos a intensidade radiativa em duas componentes: uma componente adiantada, $\Psi^+(\tau, \mu)$ para $\mu > 0$; e outra componente atrasada, $\Psi^-(\tau, \mu)$ para $\mu < 0$. Então a Eq. (13) torna-se:

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial \Psi^+(\tau, \mu)}{\partial \tau} + \Psi^+(\tau, \mu) &= (1 - \omega) \theta^4(\tau) + \\ &\frac{\omega}{2} \left[\int_0^1 \rho(\mu, \mu') \Psi^+(\tau, \mu') d\mu' + \int_{-1}^0 \rho(\mu, \mu') \Psi^-(\tau, \mu') d\mu' \right], \quad \mu > 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \mu \frac{\partial \Psi^-(\tau, \mu)}{\partial \tau} + \Psi^-(\tau, \mu) &= (1 - \omega) \theta^4(\tau) + \\ &\frac{\omega}{2} \left[\int_0^1 \rho(\mu, \mu') \Psi^+(\tau, \mu') d\mu' + \int_{-1}^0 \rho(\mu, \mu') \Psi^-(\tau, \mu') d\mu' \right], \quad \mu < 0 \end{aligned} \quad (18)$$

Para a solução da ETR foi utilizada na presente metodologia, a idéia inicial explorada por Kumar et al. (1990), que é o Método das Ordenadas Discretas (MOD), (Fiveland, 1987 e 1988; Fiveland e Jessee, 1994). Após ter escolhido as direções de discretização, o termo integral da Eq. (13) é substituído por uma soma sobre essas direções e fazendo-se um rearranjo nos seus termos de forma que a direção fique sempre positiva, pode-se ser reescrita da seguinte forma,

$$\begin{aligned} \mu_m \frac{\partial \Psi_m^+(\tau, \mu_m)}{\partial \tau} + \Psi_m^+(\tau, \mu_m) &= (1 - \omega) \theta^4(\tau) + \\ &\frac{\omega}{2} \sum_{m'=1}^{NQ} w_{m'} \left[\rho(\mu_m, \mu_{m'}) \Psi_m^+(\tau, \mu_{m'}) + \rho(\mu_m, -\mu_{m'}) \Psi_m^-(\tau, -\mu_{m'}) \right] \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} -\mu_m \frac{\partial \Psi_m^-(\tau, \mu_m)}{\partial \tau} + \Psi_m^-(\tau, \mu_m) &= (1 - \omega) \theta^4(\tau) + \\ &\frac{\omega}{2} \sum_{m'=1}^{NQ} w_{m'} \left[\rho(\mu_m, \mu_{m'}) \Psi_m^-(\tau, \mu_{m'}) + \rho(\mu_m, -\mu_{m'}) \Psi_m^+(\tau, -\mu_{m'}) \right] \end{aligned} \quad (20)$$

Para as condições de contorno, também são aplicadas as regras de quadraturas, que tomam a seguinte forma:

$$\Psi_m^+(0, \mu_m) = \varepsilon_1 \theta_1^4 + 2\rho_1^d \sum_{m'=1}^{NQ} \mu_{m'} w_{m'} \Psi_m^-(0, -\mu_{m'}) + \rho_1^s \Psi_m^-(0, -\mu_m) \quad (21)$$

$$\Psi_m^-(\tau_L, -\mu_m) = \varepsilon_2 \theta_2^4 + 2\rho_2^d \sum_{m'=1}^{NQ} \mu_{m'} w_{m'} \Psi_m^+(0, \mu_{m'}) + \rho_2^s \Psi_m^+(\tau_L, -\mu_m) \quad (22)$$

onde, $w_m, \mu_m, \mu_{m'} > 0$; $m, m' = 1, \dots, NQ$ são os pesos e os pontos correspondentes do esquema da quadratura, respectivamente. Nas equações acima, as funções de fase são representadas como expansões em termos dos polinômios de Legendre de ordem n , considerando-se a simetria azimutal:

$$\rho(\mu, \mu') = \sum_{n=1}^N a_n P_n(\mu) P_n(\mu') \quad (23)$$

Para resolver numericamente o sistema de equações resultante foram utilizados algoritmos bem estabelecidos e testados, disponíveis no sistema de biblioteca IMSL (1997). A subrotina empregada foi a DBVPFD que resolve problemas diferenciais ordinários não lineares com condições de contorno em um intervalo $[a, b]$, na forma: $W_m(x) = f_m(x, W)$, $x \in [a, b]$ e $bc_m [W_1(a), \dots, W_N(a), W_1(b), \dots, W_N(b)] = 0$, $m = 1, \dots, N$, onde, f e bc são funções (equações diferenciais e condições de contorno) que descrevem o problema. O sistema algébrico não linear é resolvido pelo método de Newton com controle automático do passo. Quando o sistema é linearizado, o mesmo é resolvido por uma forma especial da eliminação de Gauss, a qual preserva a esparsidade. As duas principais vantagens da metodologia proposta são: o sistema acoplado de equações diferenciais resultantes (energia e intensidade radiativa) é resolvido simultaneamente; e a subrotina pode tratar sistemas rígidos de equações diferenciais, uma vez que o acoplamento condução-radiação em meios participantes pode levar à equações com este tipo de característica. Ao fazer uso da DBVPFD, obtém-se assim, o vetor de $2NQ+2$ equações para as derivadas dos potenciais, ou seja, duas para a temperatura, NQ para as intensidades nas direções positivas e NQ para as intensidades negativas e temos um sistema de equações diferenciais ordinário.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Foi implementado um código computacional na linguagem Fortran 90 onde as principais etapas numéricas envolvidas foram: o sistema de equações diferenciais não lineares compreendendo a equação da energia e a Equação de Transferência Radiativa (ETR) é resolvido, simultaneamente; uma malha inicial de 41 pontos foi adotada para todas as situações analisadas, sendo o número de pontos adicionais necessários à tolerância especificada, automaticamente gerada pela subrotina. A escolha dessa malha se deve ao fato que a subrotina DBVPFD tem uma precisão melhor acima de 40 pontos, como também, facilitar a comparação dos resultados com a literatura; e as soluções dos sistemas de equações diferenciais ordinárias acopladas, eq. (12), (19) e (20), foram obtidos dentro de uma precisão pré-estabelecida de 10^{-6} como entrada para a subrotina DBVPFD que resolve o problema de valor inicial, de forma que os resultados apresentados estão completamente convergidos para os dígitos mostrados.

Estes resultados são mostrados e comparados com os apresentados na literatura para várias condições de espessura óptica, albedo, fator de acoplamento, e condições de contorno: superfícies emissoras difusas, refletoras difusas e refletoras especulares considerando-se várias funções de fase. Foram consideradas as seguintes funções de fase:

- FF1: $p(\mu, \mu') = 1$ (24)

- FF2: $p(\mu, \mu') = 1 \pm \mu\mu'$ (25)

Para se verificar a influência da espessura óptica do meio, sobre o fluxo radiativo líquido e a energia incidente, três valores de espessuras ópticas foram considerados para o meio: 0,1; 1,0 e 3,0. Uma vez que o meio é conservativo, o problema é do tipo de transferência de calor por condução pura, e assim o efeito da transferência de calor por radiação não é levado em conta. De acordo com as Tab. (1) e (2) os resultados produzidos pelo presente trabalho apresentam concordância com os resultados de Heaslet Warming (1965) e segue a mesma tendência com os resultados de Fiveland (1987), que resolveu o problema através do método das diferenças finitas associado ao método das ordenadas discretas. Pode-se, verificar que para as quadraturas de ordens mais elevadas, S_{12} e G_{300} , são reproduzidos os resultados exatos.

Tabela 1. Comparação do fluxo de calor radiativo para um meio isotrópico

$\omega = 1,0; \theta_1 = 1,0; \theta_2 = 0; \rho_1^s = \rho_2^s = 0; \rho_1^d = 0,2$									
ε_1	ε_2	τ_L	Fluxo de Calor Radiativo – $Q^i(0)$						
			Fiveland		Presente Trabalho				Exato ^a
			G_6	S_6	G_6	S_6	S_{12}	G_{300}	
0,8	1,0	0,1	0,74240	0,74372	0,74241	0,74373	0,74483	0,74512	0,74512
		1,0	0,47293	0,48545	0,46297	0,48555	0,48613	0,48599	0,48599
		3,0	0,26374	0,28008	0,26399	0,28042	0,28049	0,28045	0,28045
	0,5	0,1	0,41072	0,42653	0,41071	0,42652	0,42688	0,42697	0,42697
		1,0	0,30917	0,32693	0,30909	0,32685	0,32711	0,32705	0,32705
		3,0	0,20015	0,21844	0,20069	0,21901	0,21905	0,21903	0,21903
	0,1	0,1	0,06231	0,09675	0,06220	0,09667	0,09669	0,09669	0,09669
		1,0	0,05796	0,09075	0,05763	0,09042	0,09044	0,09044	0,09044
		3,0	0,05028	0,07940	0,07957	0,07958	0,07959	0,07958	0,07958

Nas Tabelas (1) e (2) são mostrados os resultados do fluxo de calor radiativo líquido na parede inferior, $Q^r(0)$, e da energia incidente na parede superior, $G(\tau_L)$, respectivamente, produzidos pela presente metodologia e resultados considerados clássicos (exatos) de Heaslet e Warming (1965) citados em Fiveland (1987), como também, os próprios resultados do trabalho de Fiveland (1987). Podendo assim, verificar as características de convergência das quadraturas desenvolvidas no presente trabalho.

Tabela 2. Comparação da energia incidente para um meio isotrópico

$\omega = 1,0; \theta_1 = 1,0; \theta_2 = 0; \rho_1^s = \rho_2^s = 0; \rho_1^d = 0,2$									
ϵ_1	ϵ_2	τ_L	Energia Incidente – $G(\tau_L)$						Exato ^a
			Fiveland		Presente Trabalho				
			G_6	S_6	G_6	S_6	S_{12}	G_{300}	
0,8	1,0	0,1	1,4440	1,4110	1,4417	1,4124	1,3946	1,3963	1,3965
		1,0	0,8660	0,8558	0,8576	0,8474	0,8500	0,8499	0,8499
		3,0	0,5031	0,4912	0,4897	0,4858	0,4860	0,4861	0,4861
	0,5	0,1	2,5640	2,5172	2,5635	2,5160	2,5068	2,5080	2,5080
		1,0	1,9140	1,8832	1,9089	1,8778	1,8804	1,8801	1,8801
		3,0	1,2880	1,2668	1,2767	1,2555	1,2558	1,2558	1,2558
	0,1	0,1	3,7420	3,6628	3,7420	3,6637	3,6618	3,6622	3,6622
		1,0	3,5212	3,4120	3,5220	3,4129	3,4140	3,4138	3,4138
		3,0	3,1520	3,0000	3,1552	3,0027	3,0030	3,0029	3,0029

Para ilustrar a exatidão do método numérico aplicado neste trabalho são apresentados resultados do campo de temperatura para um meio isotrópico na Tab. (3) e comparados com vários outros métodos: método P-N do trabalho de Ratzel e Howell (1982), método de dois fluxos de Milne-Eddington e Schuster-Schwarzschild, P-1 utilizado por Campo e Tremante (1987), aproximação sucessiva de Yuen e Wong (1980), Tsai (1991) e solução exata por Crosbie (1984). São considerados três valores para o acoplamento onde as emissividades e a espessura óptica são unitárias e albedo, $\omega = 0$, com as temperaturas, $\theta_1 = 1,0$ e $\theta_2 = 0,5$. Foi utilizada a quadratura S_{12} de Fiveland (1987), onde, observa-se, que os resultados do presente trabalho apresentam uma boa concordância com os resultados de Tsai (1991) e com os resultados exatos com um erro máximo de 0,06% com relação à formulação exata.

Tabela 3. Comparação da distribuição de temperatura para um meio isotrópico

$\tau_L = 1,0; \theta_1 = 1,0; \theta_2 = 0,5; \omega = 0; \epsilon_1 = \epsilon_2 = 1,0$						
N	τ/τ_L	Exato	Pres. Tr	P- 3	Milne(P ₁)	P-1
1,0	0,1	0,9508	0,9508	0,9507	0,9506	0,9509
	0,2	0,9027	0,9027	0,9028	0,9028	0,9031
	0,6	0,7095	0,7095	0,7101	0,7114	0,7107
	0,8	0,6074	0,6074	0,6078	0,6091	0,6083
	0,9	0,5544	0,5544	0,5547	0,5554	0,5549
0,1	0,1	0,9504	0,9504	0,9497	0,9476	0,9499
	0,2	0,9105	0,9111	0,9107	0,9087	0,9113
	0,8	0,6538	0,6538	0,6562	0,6634	0,6582
	0,9	0,5838	0,5838	0,5855	0,5905	0,5867
0,01	0,1	0,9313	0,9317	0,9302	0,9239	0,9308
	0,2	0,9046	0,9051	0,9045	0,8987	0,9054
	0,6	0,8232	0,8230	0,8228	0,8266	0,8232
	0,8	0,7548	0,7543	0,7564	0,7676	0,7569
	0,9	0,6762	0,6760	0,6796	0,6921	0,6802

Nas Figuras (2a) e (2b) é mostrada a variação de temperatura com a espessura óptica para as condições de emissividades das placas, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1,0$, com albedo igual a zero e temperatura nos contornos, $\theta_1 = 1,0$ e $\theta_2 = 0,5$. Para cada valor de $\tau_L = 0,1$ e $\tau_L = 1,0$ foi calculado a distribuição de temperatura para cinco diferentes valores do acoplamento condução-radiação, $N = 0,001; 0,01; 0,1; 1,0$ e 10 . De acordo com estas figuras é notado que para valores de N elevados, significando condição de condução dominante o perfil de temperatura é quase linear, enquanto que, para valores baixos, radiação dominante, a distribuição da temperatura é variável. Na Fig. (1b) pode-se perceber que todos os perfis de temperatura, exceto para o caso de $N = 0,001$, são quase lineares e não possuem diferenças significativas entre eles.

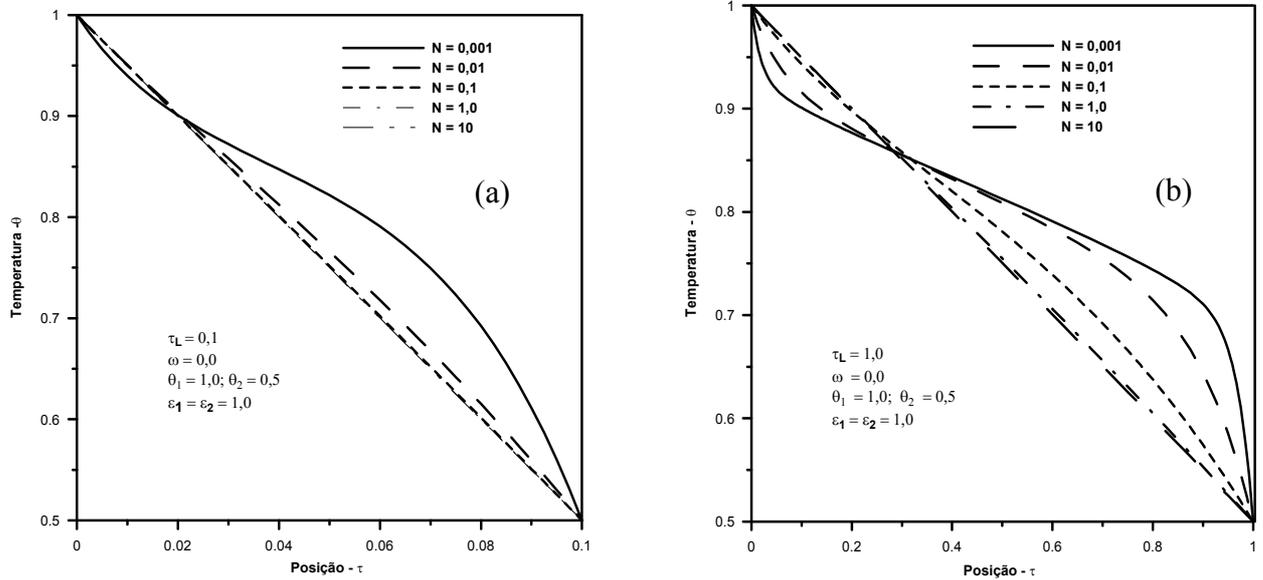


Figura 2. Efeito do parâmetro N sobre a temperatura. a) $\tau_L = 0,1$ e b) $\tau_L = 1,0$

Nas Figuras (3a) e (3b) é ilustrado o efeito do albedo sobre a distribuição de temperatura. Para espessura óptica, $\tau_L = 1,0$, tem-se dois valores para parâmetro do acoplamento, $N = 0,1$ e $N = 0,01$, com o albedo assumindo três valores, $\omega = 0,0; 0,5$; e $1,0$, esse cálculo é realizado para dois valores para a temperatura da placa 2, $\theta_2 = 0,1$ e $0,5$, considerando um meio isotrópico com emissividades unitárias. Para o valor do albedo, $\omega = 0$, situação emissor-absorvedor, é alcançada, enquanto que, $\omega = 1,0$ o meio é puramente espalhador e como consequência, pode ser visto pela Eq. (15) e (16) que a temperatura torna-se independente do processo radiativo e resulta em um perfil linear. Pode ser verificado nessas figuras que para a situação de radiação dominante (baixos valores de N) o efeito do albedo é mais significativo, principalmente para condição de contorno da temperatura $\theta_2 = 0,1$, onde é maior a diferença entre as placas.

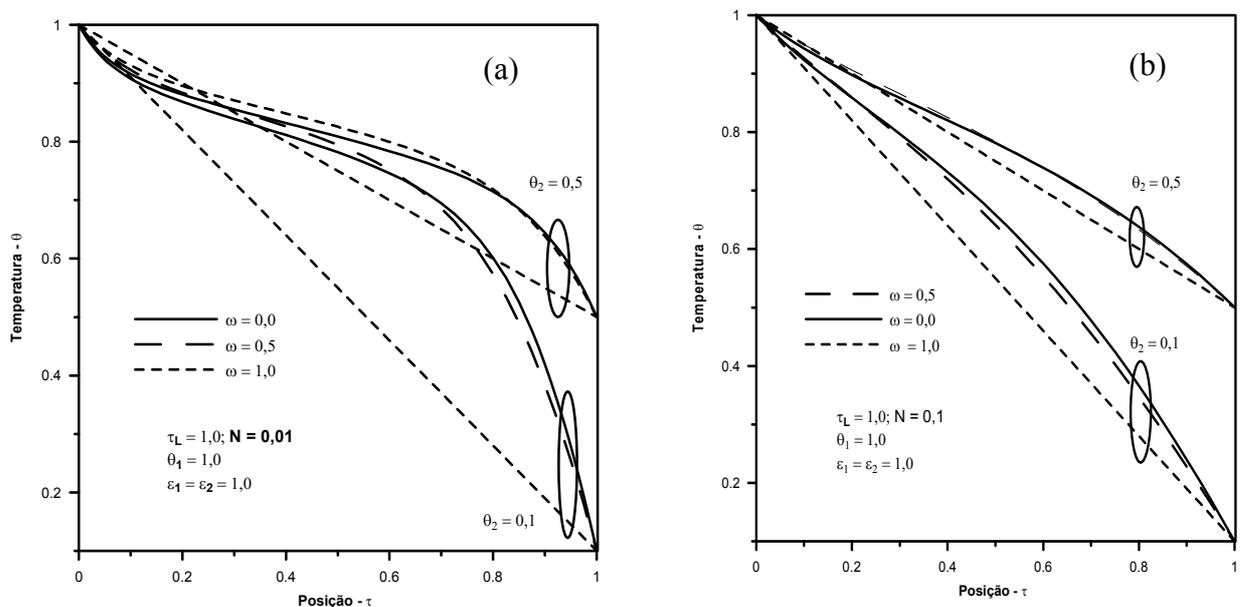


Figura 3. Efeito do albedo a perfil de temperatura a) $N = 0,01$ e b) $N = 0,1$

Para o problema com acoplamento condução-radiação considera-se a divergência do fluxo de calor total igual a zero, isto é, $\nabla \cdot Q^T = 0$, o qual implica que $Q^T (= Q^C + Q^R)$ é constante para toda a espessura óptica do meio, entretanto, o fluxo de calor condutivo e radiativo pode assumir valores diferentes. Isso pode ser visto nas Fig. (4a) – (4d), mostrando claramente a lei da conservação da energia.

Nas Figuras (4a) – (4d) são mostrados a contribuição dos fluxos de calor condutivo e radiativo para o fluxo de calor total, onde são considerados cinco diferentes valores para o parâmetro de acoplamento condução-radiação, $N = 0,01; 0,1; 1,0; e 10$. Para todos os casos foi utilizada a quadratura S_{12} de Fiveland (1987), a espessura óptica, $\tau_L = 1,0$, as emissividades, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1,0$, com as temperaturas das placas, $\theta_1 = 1,0$ e $\theta_2 = 0,5$. Como era de se esperar, fica observado nas Fig. (4a) – (4d), que para altos valores do parâmetro de acoplamento de condução-radiação a contribuição maior para o fluxo de calor total é da parte condutiva, e quando este valor decresce, que correspondem às Fig. (4b), a contribuição do fluxo de calor radiativo é dominante. Para o valor do parâmetro de acoplamento, $N = 0,01$ o valor do fluxo de calor total é principalmente devido à parcela da radiação.

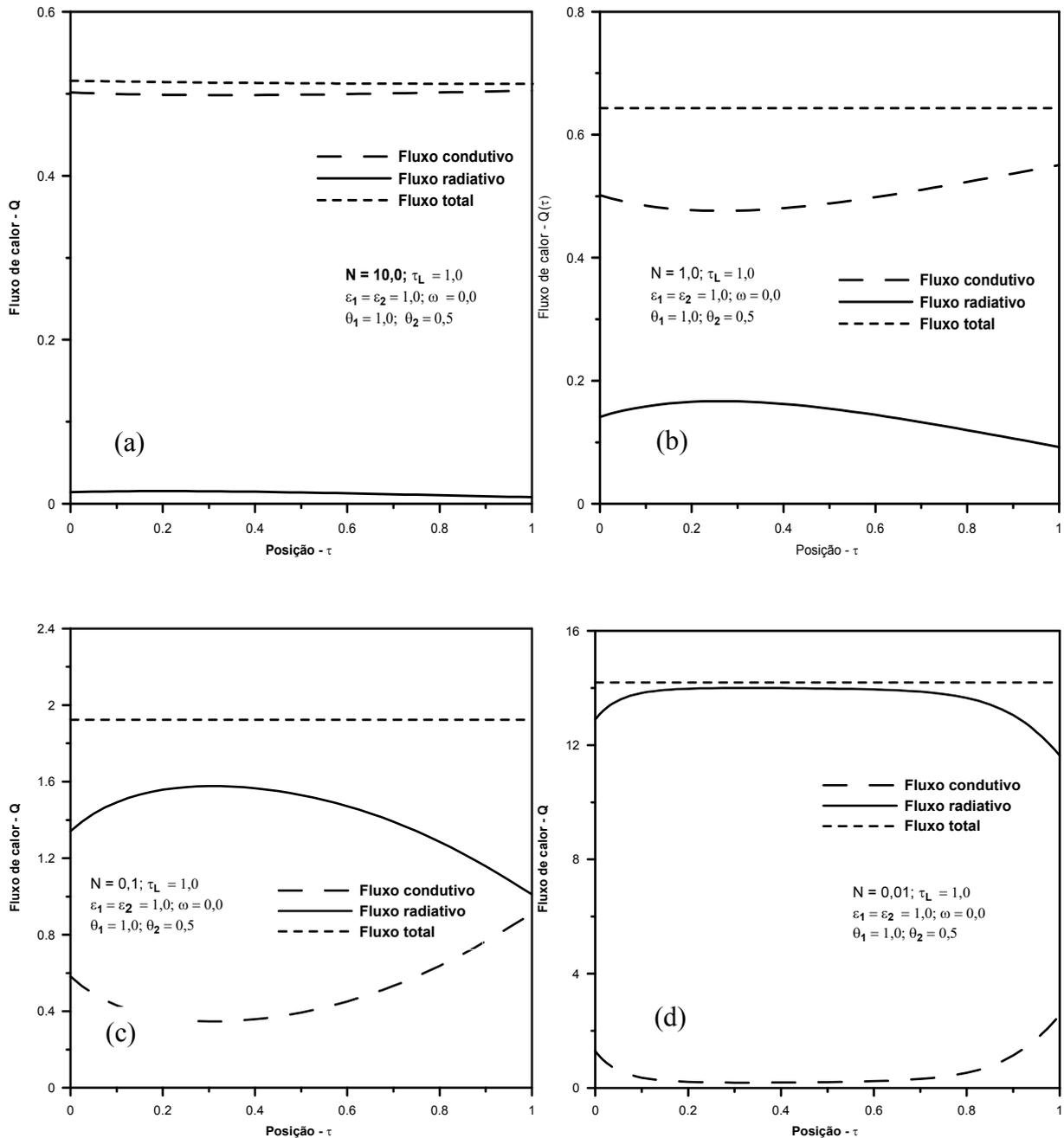


Figura 4. Fluxos de calor total, condutivo e radiativo. a) $N = 10$; b) $N=1,0$, c) $N=0,1$ e d) $N=0,01$

Outro fator interessante a ser observado é que o fluxo de calor condutivo é sempre maior na superfície da placa mais fria, enquanto que, o fluxo de calor radiativo é sempre mais alto na placa quente. Pode-se verificar que onde o fluxo de calor radiativo passa por um ponto de máximo o fluxo de calor condutivo tem um ponto de mínimo correspondente, no mesmo ponto, isso ocorre para satisfazer a lei da conservação da energia. Nas Figuras (4a) – (4d)

onde o fluxo de calor radiativo passa por um ponto de máximo o fluxo de calor condutivo tem um ponto de mínimo correspondente, no mesmo ponto, isso ocorre para satisfazer a lei da conservação da energia.

5. CONCLUSOES

Analisando os resultados para o caso em regime permanente pode-se verificar que a presente metodologia obteve resultados excelentes com quadratura de Fiveland (1987) de baixa ordem, diminuindo assim, o tempo computacional. Essa performance é muito importante quando se considera a vantagem de um baixo custo computacional. Os resultados mostram que a quadratura S_{12} de Fiveland (1987) é satisfatória para a modelagem do sistema, apresentando resultados com excelente concordância com a quadratura G_{300} de Gauss-Legendre. O efeito de anisotropia tem um efeito importante sobre a transferência de calor e distribuição de temperatura, especialmente para valores altos de albedo; pode-se observar que contornos reflexivos especular ou difuso causam pequena diferença na transferência de calor. Para o caso isotrópico a transferência de calor diminui com o aumento do albedo, enquanto que, para o caso anisotrópico o inverso tende a ocorrer; e os efeitos do parâmetro de acoplamento, albedo e emissividades das paredes sobre a distribuição de temperatura são bastante significativos.

6. REFERÊNCIAS

- Boulet, P., Jeandel, G. and Morlot, G., 1993, "Model of Radiative in Fibrous Media-Matrix Method", *Int. Journal Heat Mass Transfer*, Vol. 36, N° 18, pp. 4287-4297.
- Campo, A and Tremante, A., 1987, "Two-flux model applied to combined conduction-radiation in a gray planar medium", *Journal Heat and Mass Transfer*, Vol 21, N° 4, pp. 221-225.
- Case, K.M., 1960, "Elementary Solutions of the Transport Equation and their Applications", *Annual Physics*, Vol. 9, pp. 1-23.
- Crosbie, A. L. and Schrenker, R.G., 1984, "Radiative Transfer in a Two-Dimensional Rectangular Medium Exposed to Diffuse Radiation", *Journal Quant. Spectrosc. Radiative Transfer*, Vol. 31, N° 4, pp. 339-372.
- Degiovanni, A. S., 1995, "A Theoretical Study of the Transiente Couple Conduction and Radiation Heat Transfer in Glass: Phonic Diffusivity Measurements by flash Technique", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 38, pp. 3401-3414.
- Fiveland, W. A., 1987, "Discrete Ordinate Methods for Radiative Heat Transfer in Isotropically and Anisotropically Scattering Media", *Journal of Heat transfer*, Vol. 109, pp. 809-812.
- Fiveland, W. A., e Jessee, J. P., 1994, "Finite Element Formulation of the Discrete-Ordinate Method for Multidimensional Geometries, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*", Vol 8, N° 3, pp. 426-433.
- Fricke, J., Mehling, H., Hautzinger, G., Nilsson, O. Hofmann, R., and Hahn, O. 1998, "Thermal Diffusivity of Semitransparent Materials Determined by the Laser-Flash Method Applying a new Analytical Model. *Int. J. Thermophys*", Vol. 19, pp. 941-949.
- Heaslet, M. and Warming, R., 1965, "Radiative Transfer and Wall Temperature Slip in an Absorbing Planar Medium", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 8, pp. 979-994.
- IMSL Library, 1997, *Math/Lib.*, Houston, Texas.
- Krishnaprakas, C. K., Narayana, K. B. and Dutta, P., 2001, "Combined Conduction and Radiation Heat Transfer in a Gray Anisotropically Scattering Planar medium with Diffuse-Specular Boundaries", *International Comm. in Heat and Mass Transfer*, Vol. 28, N° 1, pp. 77-86.
- Kumar et al, 1990, "The Differential-Discrete-Ordinate Method for Solutions of the Equation of Radiative Transfer", *Journal of Heat and Mass*, Vol. 112, pp. 424-429.
- Lii, C. C. and Ozisik, M. N., 1972, "Transient Radiation and in an Absorbing, Emitting, Scattering Slab with Reflective Boundaries, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, pp. 1175-1179.
- Liu, L.H and Tan, H. P., 2004, "Transient Temperature Response in Semitransparent Variable Refractive Index Medium Subjected to a Pulse Irradiation" *J. of Quant. Spectroscopy & Radiative Transfer*, Vol. 83, pp. 333-344.
- Oliveira, J. V. L., 2004, "Análise Transferência de Calor para o Acoplamento Condução-Radiação em um Meio Absorvedor, Emissor e Difusor: Aplicação aos Materiais Cerâmicos", Dsc. Tese, LES/UFPB, Brasil.
- Ratzell, A. C. and Howell, J. R., 1982, "Heat Transfer by Conduction and Radiation in One-Dimensional Planar Media Using Differential Aproximation", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 104, pp. 388-391.
- Tsai, J. H., 1991, "Double Spherical Harmonics Approximation Applied to Combined Conduction-Radiation in a Planar Medium", *International Communication Heat Mass Transfer*", Vol. 18, N° 5, pp. 741-756.
- Yuen, W. W. e Wong, L. W., 1980, "Heat Transfer by Conduction and Radiation in a One-Dimensional, Absorbing, Emitting and Anisotropically-Scattering Medium", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 102, pp. 303-307.

7. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso, incluído no seu trabalho.

ANALYSIS OF THE COUPLED CONDUCTION AND RADIATION HEAT TRANSFER IN AN ONE-DIMENSIONAL SEMITRANSSPARENT MEDIUM

Oliveira, J. V. L, vanderlan.leite@ufcg.edu.br¹
Silva, Z. E., zaqueu@les.ufpb.br²
Lima, J. A, jalima@dem.ufrn.br³

¹Universidade Federal de Campina Grande, Rua Luiz Grande, s/n, Sumé-PB, 58540-000

²Universidade Federal da Paraíba, UFPB/CCT, Cx. Postal 5115, C. Branco, João Pessoa-PB, 58051-970

³Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Av Sen. Salgado Filho, s/n, Lagoa Nova, Natal-RN, 59078-900

ABSTRACT: *This work presents a methodology to solve the one-dimensional problem of heat in steady state for the coupled conduction-radiation in a gray semitransparent medium, nonlinearly anisotropic, absorbing, emitting, diffuse and bounded by two opaque parallel plane surfaces, diffuse in emission, diffuse and specular in reflection. The discrete ordinates method is applied for the discretization of the angular space of the radiative transfer equation. The energy and radiative transfer equation are simultaneously resolved as a contour value problem through the employment of the subroutine DBVFPD of the IMSL library. The results are calculated and analysed in terms of the temperature field, incident radiation, hemispherical reflectance, and conductive, radiative and total heat fluxes.*

Key-works: Coupled conduction-radiation, Discrete ordinate, Semitransparent medium.