

CONTROLE DE CAOS NA DINÂMICA DOS RITMOS CARDÍACOS

Bianca Borem Ferreira¹, biaborem@gmail.com

Aline Souza de Paula², alinesp27@gmail.com

Marcelo Amorim Savi¹, savi@mecanica.ufrj.br

¹ Universidade Federal do Rio de Janeiro
COPPE – Departamento de Engenharia Mecânica
21.941.972 – Rio de Janeiro – RJ – Brasil, Cx. Postal 68.5031

² Universidade de Brasília
Departamento de Engenharia Mecânica
70.910.900 – Brasília – DF – Brasil

Resumo: *Métodos de controle de caos podem ser empregados para obter sistemas dinâmicos capazes de reagir rapidamente a algumas novas situações, modificando suas respostas. A dinâmica dos ritmos cardíacos constituem uma possível aplicação desses métodos. Os ritmos cardíacos podem ser periódicos ou caóticos, e cada tipo de comportamento pode estar relacionado com um funcionamento fisiologicamente normal ou patológico. Este artigo trata do controle de caos aplicado ao marca-passo cardíaco modelado a partir de uma equação de Van der Pol modificada. Esse modelo matemático reproduz a atividade do marca-passo cardíaco. O controle de caos é realizado através do método por realimentação com estados defasados. Os resultados mostram a capacidade da técnica de controle de estabilizar as órbitas periódicas instáveis do sistema dinâmico eliminando respostas patologicamente indesejadas do coração.*

Palavras-chave: *Ritmos cardíacos, Van der Pol, controle de caos, realimentação, sistemas com defasagem.*

1. INTRODUÇÃO

Sistemas dinâmicos de diversas áreas da ciência moderna, incluindo a medicina, possuem equações de governo não-lineares. Modelos não-lineares permitem explicar e reproduzir alguns comportamentos que os modelos lineares não conseguem e, deste modo, possibilitam um melhor entendimento da natureza de sistemas dinâmicos complexos. No organismo humano, vários padrões caóticos foram identificados tais como a distribuição anatômica das árvores arteriais, venosa, brônquica e do sistema His-Purkinje além de variáveis fisiológicas como, por exemplo, o intervalo entre os batimentos cardíacos, a pressão arterial, o fluxo sanguíneo, a respiração e a marcha, dentre outros (Godoy, 2003).

A dinâmica dos ritmos cardiovasculares tem sido amplamente estudada pelo fato do coração desempenhar um papel fundamental na fisiologia dos seres vivos e por apresentar um comportamento rítmico complexo. O sistema de condução cardíaco pode ser tratado como uma rede de elementos auto-excitatórios composta pelo nódulo sino-atrial (SA), nódulo átrio-ventricular (AV) e o feixe de His-Purkinje (HP) (Grudzinski & Zebrowski, 2004; Gois & Savi, 2009), ilustrados na Figura 1. O nódulo SA inicia o impulso elétrico que se difunde sob a forma de onda, estimulando as aurículas. O impulso então alcança o nódulo AV permitindo que o sangue entre nos ventrículos, iniciando um impulso elétrico que desce pelo feixe de His, para as fibras de Purkinje e células miocárdicas. No estado normal, o nódulo SA determina a frequência dos batimentos cardíacos, sendo chamado de marca-passo cardíaco normal. O nódulo AV trabalha como um marca-passo potencial que dispara em caso de falha na emissão do impulso elétrico vindo do nódulo SA.

Alguns estudos têm sido desenvolvidos no sentido de modelar matematicamente os ritmos cardíacos. Após os trabalhos clássicos de Van der Pol, Grudzinski & Zebrowski (2004) propuseram uma variação no oscilador original com o objetivo de modelar a atividade de um marca-passo cardíaco. Santos *et al.* (2004) argumentam que a utilização da equação de Van der Pol como modelo fenomenológico do batimento cardíaco é justificável por suas características como ciclo limite, sincronização e caos serem encontradas nos cenários biológicos. Além disso, muitos estudos apontam para o fato de que certas arritmias cardíacas estão associadas a uma resposta caótica, o que é importante porque sugerem diferentes estratégias terapêuticas, mudando as abordagens clássicas (Savi, 2005; Gois & Savi, 2009). Garfinkel *et al.* (1992, 1995) discutem a aplicação de técnicas de controle de caos a fim de evitar respostas cardíacas arritmicas, abordagem que pode ser incorporada a marca-passos para evitar a fibrilação ventricular, por exemplo.

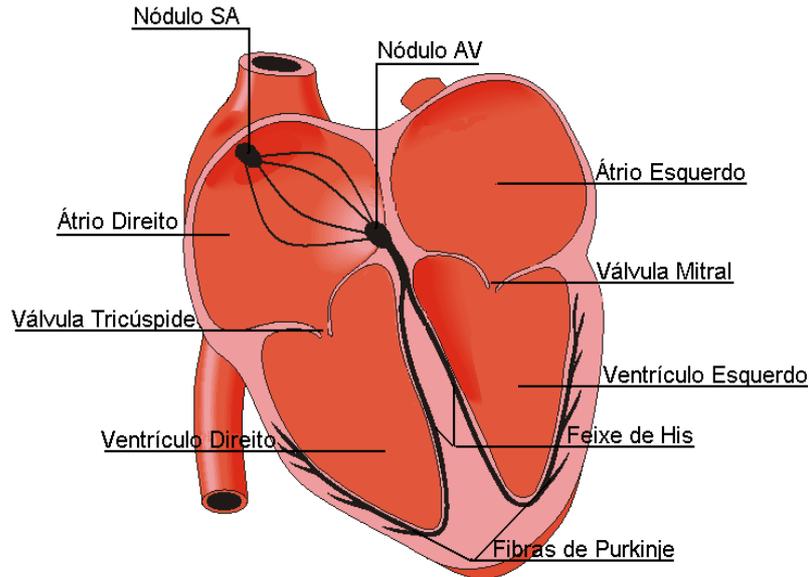


Figura 1. Esquema do coração (Gois & Savi, 2009).

O controle de caos se baseia na riqueza de padrões periódicos existentes no comportamento caótico e pode ser entendido como a utilização de pequenas perturbações no sistema para estabilizar uma trajetória dentro desses comportamentos periódicos (De Paula & Savi, 2009a,b). A capacidade de estabilizar, a princípio, qualquer órbita dentro das infinitas órbitas periódicas instáveis (OPIs) presentes no comportamento caótico confere ao sistema uma grande flexibilidade que pode ser explorada em diversas aplicações.

Pyragas (1992) propôs um método de controle contínuo no tempo, método por realimentação com espaços defasados (*Time Delayed Feedback* - TDF), para estabilizar as OPIs de sistemas caóticos baseado na realimentação da diferença entre o estado atual e o estado defasado do sistema. Socolar *et al.* (1994) propôs uma alternativa ao método original, o método por realimentação com estados defasados estendidos (*Extended Time Delayed Feedback* - ETDF), visando contornar a dificuldade do TDF em estabilizar OPIs de periodicidade elevada.

Neste artigo aplicamos o ETDF para controlar os ritmos cardíacos considerando o sinal do nóculo SA modelado através de um oscilador de Van der Pol modificado, conforme proposto por Grudzinski & Zebrowski (2004). A idéia é aplicar técnicas de controle de caos para evitar patologias críticas aos seres humanos.

2. MÉTODO DE CONTROLE COM REALIMENTAÇÃO DEFASADA NO TEMPO

O controle de caos pode ser entendido como uma técnica de dois estágios. O primeiro é a fase de aprendizagem onde identificam-se as órbitas periódicas instáveis imersas no atrator, definem-se as características do sistema dinâmico e os parâmetros do controlador. O segundo estágio é a fase de controle onde se estabiliza as OPIs. Os métodos de controle de caos podem ser classificados em discretos (De Paula & Savi, 2008, 2009a) e contínuos (De Paula & Savi, 2009b). Pyragas (1992) propôs o método de controle com realimentação defasada no tempo (TDF) que é aplicado a sistemas dinâmicos que podem ser modelados por um conjunto de equações diferenciais ordinárias não-lineares conforme apresentado a seguir:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Q(x, y) \\ \dot{y} &= P(x, y) + F(t). \end{aligned} \quad (1)$$

Socolar *et al.* (1994) propuseram uma estratégia de controle que considera informações de vários estados anteriores do sistema, conforme mostrado a seguir:

$$\begin{aligned} C(t) &= K[(1 - R)S_\tau - y] \\ S_\tau &= \sum_{m=1}^{\infty} R^{m-1} y_{m\tau} \end{aligned} \quad (2)$$

onde τ é a defasagem de tempo, $y = y(t)$, $y_{m\tau} = y(t - m\tau)$ e $S_\tau = S(t - \tau)$; $0 \leq R < 1$ e K são os parâmetros do controlador. Para qualquer valor de R , a perturbação da Eq. (2) é nula quando a trajetória do sistema está sobre uma OPI uma vez que $y(t - m\tau) = y(t)$ para todo m se $\tau = T_i$, onde T_i é a periodicidade da i -ésima OPI. De acordo com a

escolha dos parâmetros K e R torna-se possível estabilizar o sistema em uma de suas OPIs. Verifica-se que o método ETDF é equivalente ao TDF original quando $R = 0$ que possui a seguinte lei de controle:

$$C(t) = K[y_\tau - y], \quad (3)$$

O sistema dinâmico obtido, incluindo o controlador, Eqs. (1) e (2), possui uma equação diferencial de diferenças (*Differential Difference Equation - DDE*). Para resolver esse tipo de equação é necessário considerar uma função inicial $y_0 = y_0(t)$ no intervalo $[-m\tau, 0]$. Essa função é estimada a partir da expansão em série de Taylor conforme proposto por Cunningham (1954) e apresentado a seguir:

$$y_{m\tau} = y - m\tau\dot{y}. \quad (4)$$

Com isso, o seguinte sistema é obtido:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Q(x, y) \\ \dot{y} &= P(x, y) + K[(1 - R)S_\tau - y] \end{aligned}$$

onde $\begin{cases} S_\tau = \sum_{m=1}^{\infty} R^{m-1} [y - m\tau\dot{y}], \text{ para } (t - m\tau) < 0 \\ S_\tau = \sum_{m=1}^{\infty} R^{m-1} y_{m\tau}, \text{ para } (t - m\tau) \geq 0 \end{cases}$ (5)

Verifica-se que as DDEs possuem derivadas que dependem da solução do sistema em tempos anteriores, sendo necessário lidar com os estados defasados no tempo durante a integração do sistema. O método de Runge-Kutta de quarta ordem com interpolação linear das variáveis defasadas no tempo é utilizado para integração numérica do sistema (De Paula & Savi, 2009b).

Durante a fase de aprendizagem, além da identificação das OPIs, determinam-se os valores dos parâmetros do controlador, K e R , iniciando-se a partir daí a fase de controle. Nesta fase, os parâmetros definidos para o controlador são utilizados para determinar as perturbações necessárias à estabilização da OPI escolhida. De Paula & Savi (2009b) mostram que a determinação dos parâmetros do controlador pode ser feita a partir da análise dos expoentes de Lyapunov. Neste trabalho, os parâmetros foram determinados por tentativa e erro.

3. MODELO MATEMÁTICO

A equação de Van der Pol foi empregada originalmente para descrever osciladores de relaxação em circuitos elétricos e tem sido frequentemente utilizada em modelos teóricos dos ritmos cardíacos (Gois & Savi, 2009) já que as características presentes nos sistemas biológicos apresentam grande semelhança com sua resposta dinâmica, tais como ciclo limite, sincronização e caos. Além disso, a equação de Van der Pol adapta sua frequência intrínseca à frequência do sinal acionado sem alterar sua amplitude, o que se torna muito importante já que o marca-passo principal do coração é um elemento que possui a frequência muito elevada, a qual todos os outros osciladores devem se ajustar (Grudzinski & Zebrowski, 2004).

Segundo Santos *et al.* (2004), a utilização da equação de Van der Pol como modelo fenomenológico do batimento cardíaco é justificável por suas características serem encontradas nos cenários biológicos e por seguirem alguns critérios: (i) a equação de Van der Pol mostra simplicidade paramétrica; (ii) cada oscilador, quando não acoplado a outros, apresenta um ciclo limite único e estável; (iii) a amplitude da oscilação independe da taxa de oscilação; e (iv) o oscilador está apto a ter uma resposta em frequências com valores diferentes, quando comparadas com suas frequências naturais e livres.

O modelo proposto por Grudzinski & Zebrowski (2004) modifica a equação de Van der Pol clássica adicionando dois pontos fixos, uma sela e um nó, ao espaço de fase e um termo de amortecimento assimétrico relacionado à voltagem, simulando importantes características fisiológicas de um marca-passo cardíaco. O modelo proposto é representado pela seguinte equação:

$$\ddot{x} + \alpha(x - v_1)(x - v_2)\dot{x} + \frac{x(x+d)(x+e)}{ed} = F(t), \quad (6)$$

onde α modifica o formato do pulso, o que resulta na alteração tempo que o coração recebe o estímulo, v_1 e v_2 compõem um termo assimétrico que substitui o termo de amortecimento existente na equação de Van der Pol clássica, e controla o período de contração auricular ou ventricular, d é um parâmetro que surge quando o forçamento harmônico da equação clássica é substituído por um termo cúbico e $F(t)$ é um forçamento externo. Para preservar a característica auto-excitatória do sistema, v_1 e v_2 tem que possuir sinais opostos.

O modelo proposto pode ser representado por um conjunto de equações diferenciais, conforme mostrado a seguir:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= F(t) - \alpha(x_1 - v_1)(x_1 - v_2)x_2 - \frac{x_1(x_1+d)(x_1+e)}{ed} + C(t), \end{aligned} \quad (7)$$

onde $C(t)$ representa o sinal de controle.

4. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Nesta seção utiliza-se a equação de Van der Pol modificada proposta anteriormente na Eq. (7) com a finalidade de avaliar a capacidade do método de controle de caos com realimentação para estabilizar as OPIs desejadas nos ritmos cardíacos. As simulações numéricas são realizadas com o método de Runge-Kutta de quarta ordem com interpolação linear para determinar as variáveis defasadas e definição da função inicial conforme discutido. Além disso, em todas as simulações realizadas considera-se $[x_1(0) \ x_2(0)] = [-0.1 \ 0.025]$.

Inicialmente, considera-se a atividade de um marca-passo cardíaco normal. Para isso, utilizam-se os seguintes parâmetros propostos por Grudzinski & Zebrowski (2004): $\alpha = 3$, $v_1 = 0.83$, $v_2 = -0.83$, $d = 3$, $e = 6$ e $F(t) = 0$. A Figura 2 mostra a resposta típica através da história temporal e do espaço de fase.

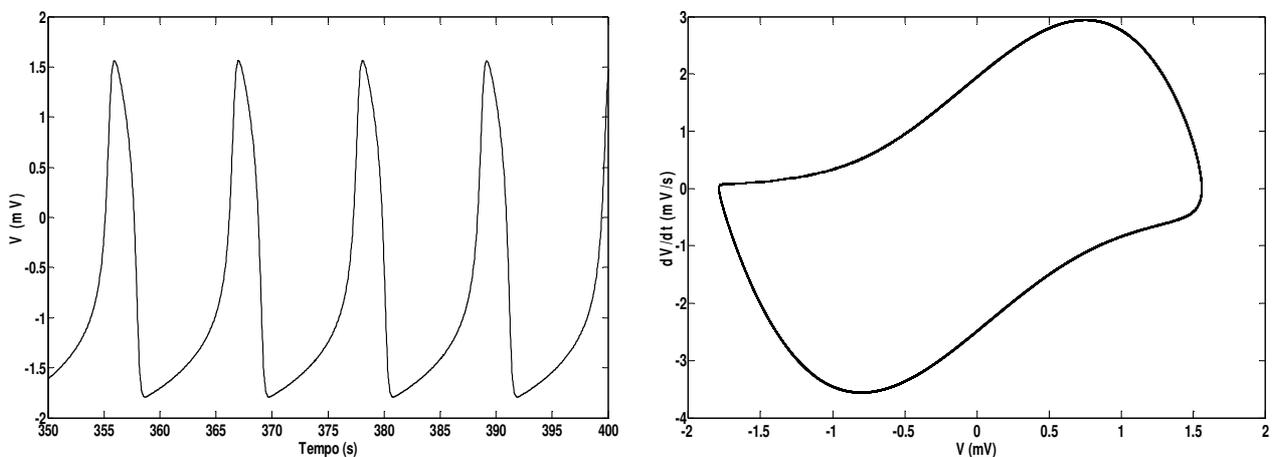


Figura 2. Atividade de um marca-passo cardíaco normal: (a) Resposta no tempo (b) Espaço de fase.

A representação de um comportamento patológico pode ser feita a partir da variação dos parâmetros do sistema. Nessa condição, considera-se: $\alpha = 0.5$, $v_1 = 0.97$, $v_2 = -1$, $d = 3$, $e = 6$ e $F(t) = A \sin(\omega t)$, onde $A = 2.5$ e $\omega = 1.9$. A Figura 3 apresenta a resposta do sistema sob essas novas condições mostrando um comportamento do tipo caótico. Além disso, na Figura 3 estão ilustrados o espaço de fase e a seção de Poincaré. Gois & Savi (2009) mostram que a resposta caótica pode estar associada a patologias como a fibrilação ventricular que é uma das mais perigosas arritmias cardíacas.

Neste contexto, o controle de caos pode ser considerado de grande importância para evitar comportamentos patológicos inconvenientes para o ser humano. Assim sendo, passa-se a investigar a estratégia de controle de caos que se inicia com a fase de aprendizagem. A identificação das OPIs é feita através do método dos pontos recorrentes próximos (Auerbach *et al.*, 1997) que identificou 26 OPIs, considerando órbitas de periodicidade até 30. A Figura 4 apresenta o espaço de fase das quatro OPIs analisadas neste trabalho: período-2, período-3, período-10 e período-19.

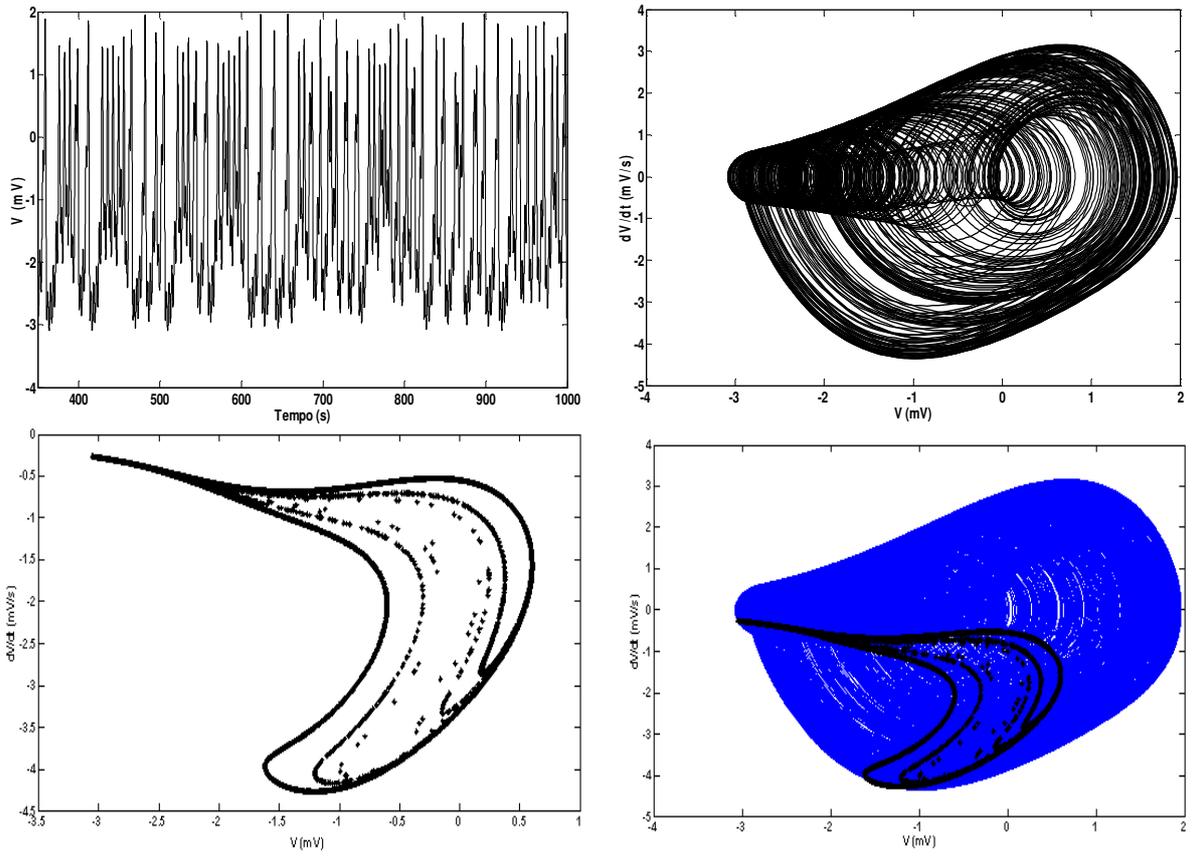


Figura 3. Atividade de um marca-passo cardíaco com comportamento patológico:
 (a) Resposta no tempo (b) Espaço de fase (c) Seção de Poincaré (d) Espaço de fase X seção de Poincaré.

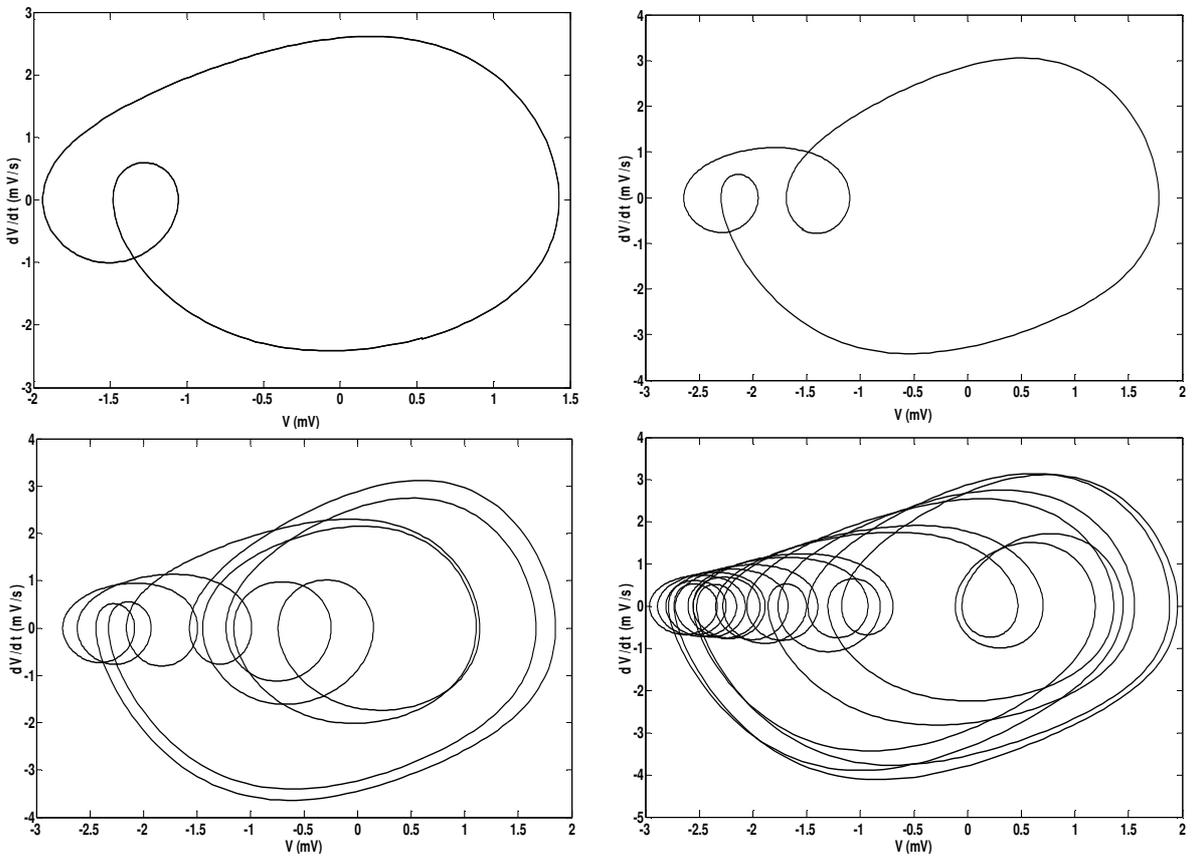


Figura 4. Espaço de fase das OPIs de: (a) Período-2 (b) Período-3 (c) Período-10 (d) Período-19.

Primeiramente, avalia-se a estabilização da OPI de período-2 mostrada na Figura 4. A partir daí emprega-se o método de controle com o objetivo de estabilizá-la. Considera-se $\tau = 2 \cdot 2\pi/\omega$, correspondente a periodicidade 2, e os parâmetros do controlador $K = 0.8$ e $R = 0.2$. A Figura 5 mostra a resposta do sistema controlado através da resposta no tempo do sistema e da perturbação imposta pelo controlador. Além disso, mostra-se o regime permanente através da história temporal e do espaço de fase. O controlador é capaz de estabilizar a OPI e, conseqüentemente, retirar o sistema de um comportamento caótico indesejado através de pequenas perturbações.

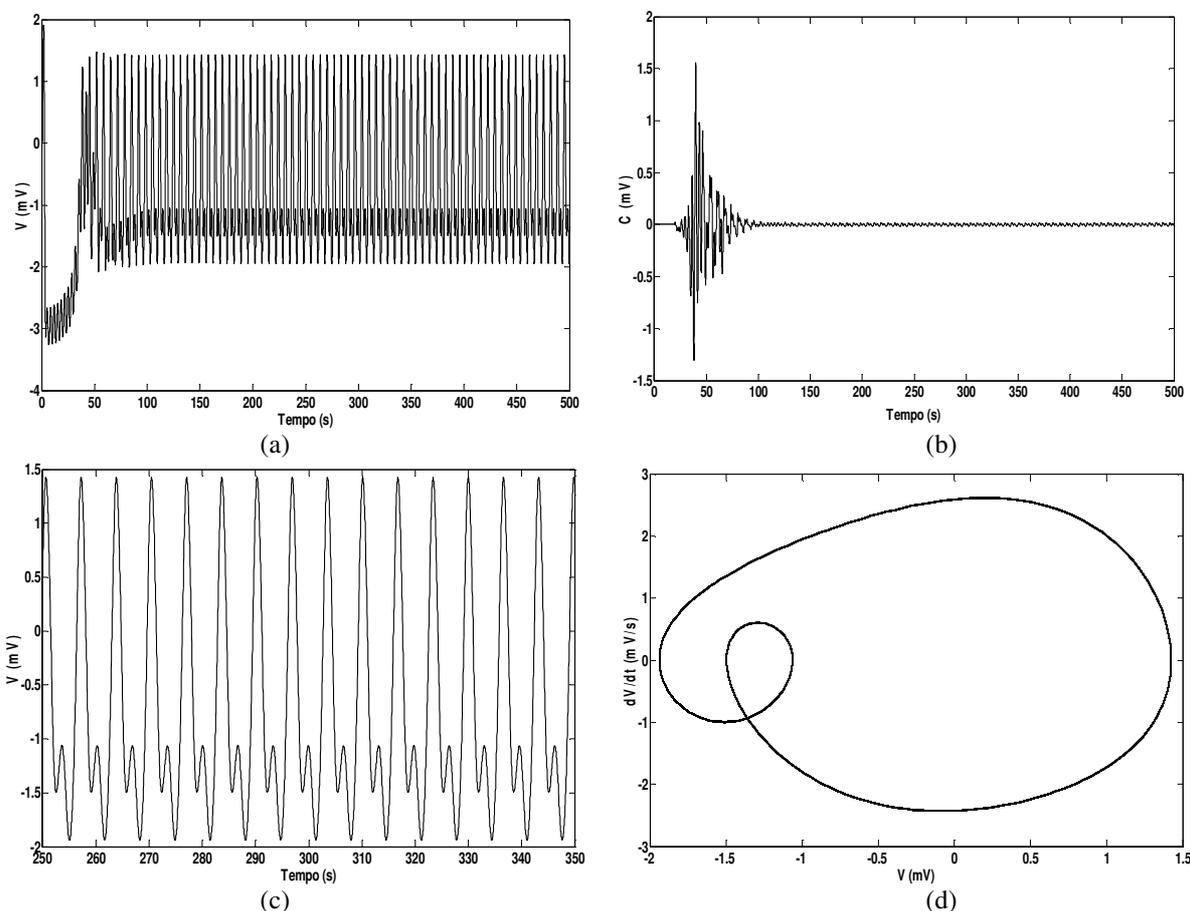


Figura 5. Estabilização da OPI de período-2 com $K = 0.8$ e $R = 0.2$: (a) Resposta no tempo; (b) Perturbação no tempo; (c) Resposta no tempo em regime permanente; (d) Espaço de fase em regime permanente.

A partir de agora, emprega-se o método de controle para estabilizar a mesma órbita com outros parâmetros do controlador: $K = 1$ e $R = 0.8$. A Figura 6 mostra a resposta do sistema controlado. Verifica-se que, embora o comportamento caótico seja suprimido, a órbita de período-2 encontrada não é a OPI identificada, o que explica as grandes perturbações realizadas pelo controlador em regime permanente.

Os resultados apresentados sobre a estabilização da órbita de período-2 mostram a importância dos parâmetros do controlador. Desta forma, torna-se importante determinar esses parâmetros de uma forma apropriada, como realizado por De Paula & Savi (2009b). A seguir, considera-se a estabilização da OPI de período-3 mostrada na Figura 4. Os parâmetros do controlador utilizados são $K = 0.8$ e $R = 0.2$, idênticos ao caso apresentado anteriormente, e $\tau = 3 \cdot 2\pi/\omega$, correspondente a periodicidade 3. Figura 7 mostra a resposta do sistema controlado. Mais uma vez, o controlador é capaz de estabilizar uma OPI do sistema, evitando o comportamento patológico inconveniente.

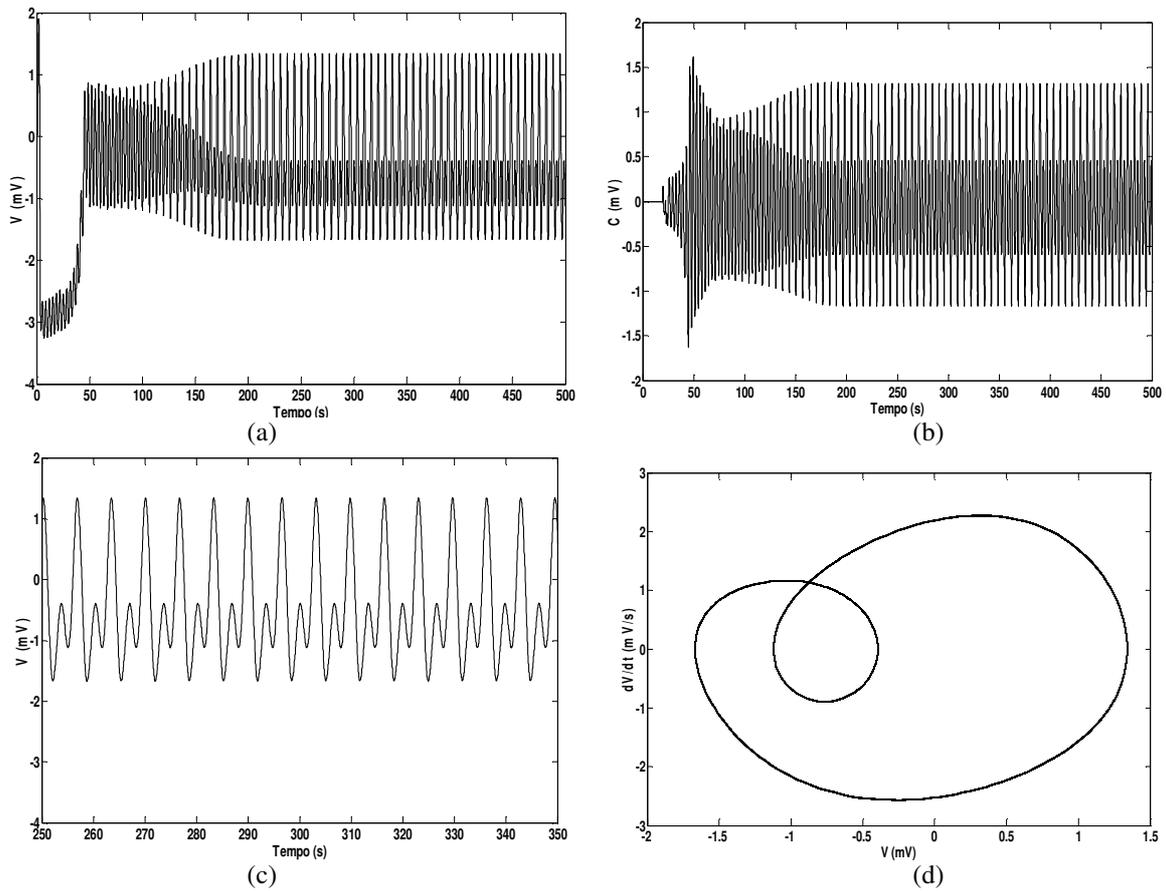


Figura 6. Supressão do comportamento caótico na tentativa de estabilização da órbita de período-2 usando $K = 1$ e $R = 0.8$: (a) Resposta no tempo; (b) Perturbação no tempo; (c) Resposta no tempo em regime permanente; (d) Espaço de fase em regime permanente.

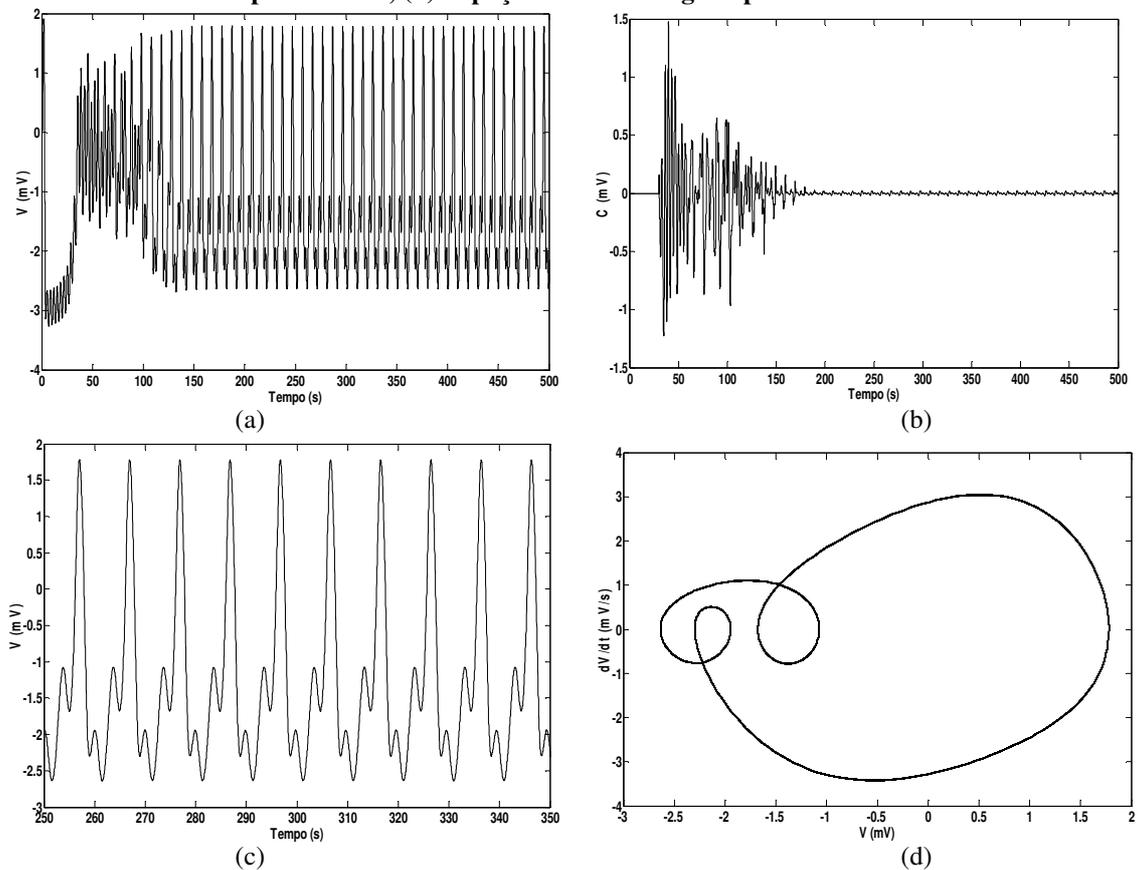


Figura 7. Estabilização da OPI de período-3 com $K = 0.8$ e $R = 0.2$: (a) Resposta no tempo; (b) Perturbação no tempo; (c) Resposta no tempo em regime permanente; (d) Espaço de fase em regime permanente.

De Paula & Savi (2009b) mostram que o aumento dos parâmetros do controlador pode suprimir o comportamento caótico. Esse procedimento foge da idéia central do controle de caos de utilizar pequenas perturbações para estabilizar órbitas periódicas instáveis, que pertencem a dinâmica do sistema. No entanto, no caso dos ritmos cardíacos pode ser utilizado para suprimir o comportamento caótico em uma situação de emergência. A seguir faz-se uma investigação de dois casos de supressão considerando OPIs de período-10 e período-19. As Figuras 8 e 9 apresentam tentativas de estabilização dessas órbitas para $K = 2.5$, $R = 0.9$ e valores de τ relacionados a periodicidade de cada órbita. Embora a estabilização das OPIs não seja alcançada, o comportamento caótico é suprimido e as órbitas obtidas são bem mais simples que as identificadas no sistema, ilustradas na Figura 4. Note que, como as respostas obtidas não consistem em OPIs, as perturbações realizadas não são pequenas.

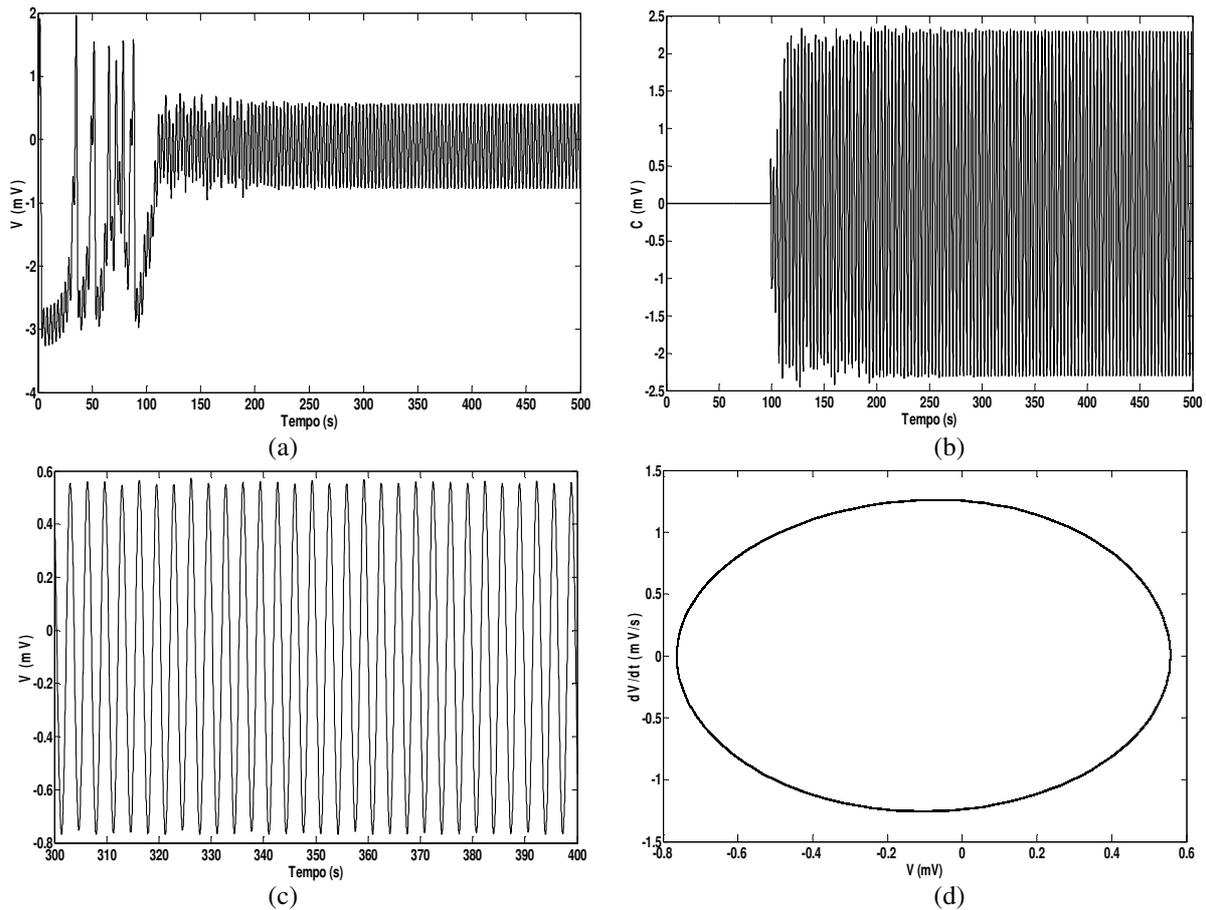


Figura 8. Supressão do comportamento caótico na tentativa de estabilização da órbita de período-10:
 (a) Resposta no tempo; (b) Perturbação no tempo; (c) Resposta no tempo em regime permanente; (d) Espaço de fase em regime permanente.

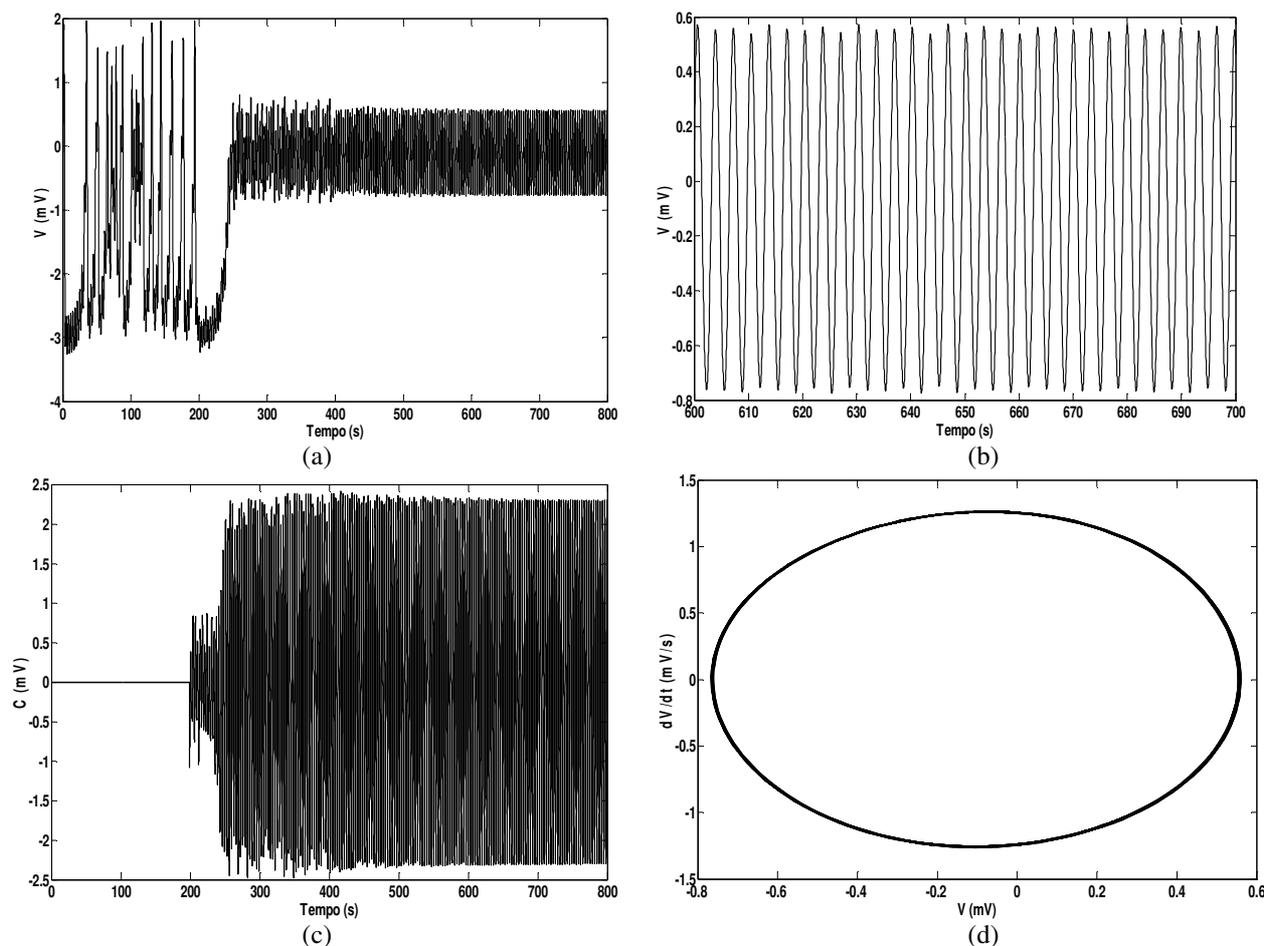


Figura 9. Supressão do comportamento caótico na tentativa de estabilização da órbita de período-19: (a) Resposta no tempo; (b) Perturbação no tempo; (b) Resposta no tempo em regime permanente; (d) Espaço de fase em regime permanente.

5. CONCLUSÕES

Neste artigo utiliza-se o método de controle por realimentação com estados defasados aplicado à dinâmica dos ritmos cardíacos. Considera-se um marca-passo cardíaco governado por uma equação de Van der Pol modificada. A idéia central é estabilizar órbitas periódicas instáveis (OPIs) imersas no atrator caótico. Os resultados mostram que o método é eficaz na estabilização de baixa periodicidade. Por outro lado, a estabilização de orbitas de elevada periodicidade não é alcançada. Contudo, observa-se que é possível suprimir o comportamento caótico utilizando-se valores elevados dos parâmetros de controle. Neste caso, o comportamento obtido não consiste em uma órbita natural do sistema e as perturbações não são pequenas. Desta forma, conclui-se que tanto a estabilização de OPIs quanto a supressão do caos são eficazes, eliminando respostas patologicamente indesejadas do coração.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o suporte do CNPq, FAPERJ e CAPES.

7. REFERÊNCIAS

- Auerbach, D., Cvitanovic, P., Eckmann, J. -P., Gunaratne, G. & Procaccia, I., 1987, "Exploring Chaotic Motion Through Periodic Orbits", *Physical Review Letters*, v.58, n.23, pp.2387-2389.
- Cunningham, W.J., 1954, "A Nonlinear Differential-Difference Equation of Growth", *Mathematics*, v.40, pp.708-713.
- De Paula, A.S. & Savi, M.A., 2008, "A Multiparameter Chaos Control Method Applied to Maps", *Brazilian Journal of Physics*, v.38, n.4, pp.537-543.
- De Paula, A.S. & Savi, M.A., 2009a, "A Multiparameter Chaos Control Method Based on OGY Approach", *Chaos, Solitons & Fractals*, v.40, n.3, pp.1376-1390.
- De Paula, A.S. & Savi, M.A., 2009b, "Controlling Chaos in a Nonlinear Pendulum Using an Extended Time-Delayed Feedback Method", *Chaos, Solitons & Fractals*, v.42, pp.2981-2988.
- Garfinkel, A., Spano, M.L., Ditto, W.L. & Weiss, J.N., 1992 "Controlling Cardiac Chaos", *Science*, v.257, pp.1230-1235.

- Garfinkel, A., Weiss, J. N., Ditto, W.L. & Spano, M.L., 1995, "Chaos Control of Cardiac Arrhythmias", Trends in Cardiovascular Medicine, v.5, n.2, pp.76-80.
- Godoy, M.F., 2003, "Teoria do Caos Aplicada à Medicina", Dissertação de Mestrado Livre Docência em Cardiologia, Faculdade de Medicina de São José do Rio Preto, Brasil.
- Gois, S.R.F.S.M. & Savi, M.A., 2009, "An Analysis of Heart Rhythm Dynamics Using a Three-Coupled Oscillator Model", Chaos, Solitons & Fractals, v.41, pp.2553-2565.
- Grudzinski, K. & Zebrowski, J.J., 2004, "Modeling Cardiac Pacemakers with Relaxation Oscillators", Physica A, v.336, pp.153-162.
- Pyragas, K., 1992, "Continuous Control of Chaos by Self-Controlling Feedback", Physics Letters A, v.170, pp.421-428.
- Santos, A.M, Lopes, S.R. & Viana, R.L., 2004, "Rhythm Synchronization and Chaotic Modulation of Coupled Van der Pol Oscillators in a Model for the Heartbeat", Physica A, v.338, pp.335-355.
- Savi, M.A., 2005, "Chaos and Order in Biomedical Rhythms", Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, v.XXVII, n.2, pp.157-169.
- Socolar, J.E.S., Sukow, D.W. & Gauthier, D.J., 1994, "Stabilizing Unstable Periodic Orbits in Fast Dynamical Systems", Physical Review E, v.50, n.4, pp.3245-3248.

8. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

CHAOS CONTROL IN CARDIAC RHYTHM DYNAMICS

Bianca Borem Ferreira¹, biaborem@gmail.com
Aline Souza de Paula², alinesp27@gmail.com
Marcelo Amorim Savi¹, savi@mecanica.ufrj.br

¹ Universidade Federal do Rio de Janeiro
COPPE – Department of Mechanical Engineering
21.941.972 – Rio de Janeiro – RJ – Brazil, P.O. Box 68.5031

² Universidade de Brasília
Department of Mechanical Engineering
70.910.900 – Brasília – DF – Brazil

Abstract: *Chaos control methods are applied in order to obtain dynamical systems that may quickly react to some new situation, changing their response. Heart rhythm dynamics constitute a potential application of these methods. Basically, heart rhythms could be either periodic or chaotic and each kind of behavior may be related to both normal or pathological physiological functioning. This article deals of the chaos control applied to cardiac pacemaker modeled by an modified Van der Pol equation. This mathematical equation reproduces the normal and pathological activity of the cardiac pacemaker. The time delayed feedback method is employed for chaos control. Results show the capability of the control procedure to stabilize unstable periodic orbits of the dynamical system eliminating undesired pathological responses of the heart.*

Keywords: *Cardiac rhythms, Van der Pol, chaos control, feedback control, delayed systems.*