



COMPROMETIDA COM A PROMOÇÃO DO DESENVOLVIMENTO DA ENGENHARIA E DAS CIÊNCIAS MECÂNICAS

**VI CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**VI NATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING**  
**18 a 21 de agosto de 2010 – Campina Grande – Paraíba - Brasil**  
**August 18 – 21, 2010 – Campina Grande – Paraíba – Brazil**

## **MODELAGEM DO COMPORTAMENTO DE ESTRUTURAS COM ABSORVEDORES PASSIVOS ATRAVÉS DA TÉCNICA MODULAR DOS GRAFOS DE LIGAÇÃO**

Ribeiro, Leandro de Oliveira, [proflribeiro@hotmail.com](mailto:proflribeiro@hotmail.com)<sup>1</sup>

Da Silva, Fernando Ribeiro, [d4fernan@ime.eb.br](mailto:d4fernan@ime.eb.br)<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto Militar de Engenharia, Praça General Tibúrcio 80, Praia Vermelha Rio de Janeiro - RJ - CEP 22290-270

***Resumo:** Os modelos clássicos utilizados para simulação e análise de estruturas com absorvedores dinâmicos de vibrações passivos, embora apresentem bons resultados, não são modulares, de modo que se possa alterar as configurações ou a quantidade de absorvedores sem modificar o sistema de equações que os representa. A literatura apresenta diversas metodologias que modelam a estrutura pelo método dos elementos finitos e os absorvedores por osciladores localizados de forma conveniente para que as vibrações sejam reduzidas. Neste trabalho é apresentada uma metodologia onde a estrutura e o absorvedor são modelados previamente por grafos de ligação, e o sistema é composto pela justaposição dos grafos, formando um sistema totalmente modular. Este procedimento facilita a manipulação de programas que utilizam os diagramas de blocos para representar não apenas os componentes, mas também os subsistemas dinâmicos. Devido a essa sua característica modular, o grafo da estrutura é preservado, podendo-se, simplesmente, alterar o grafo dos absorvedores por outro representativo de sistemas compostos por absorvedores múltiplos, por exemplo. Este trabalho propõe um modelo em grafo de ligação para o sistema estrutura-absorvedor, cuja equação de estado deverá ser posteriormente utilizada na simulação do comportamento dinâmico da estrutura, sendo as respostas obtidas para uma determinada configuração de posicionamento do absorvedor comparadas com resultados da literatura.*

***Palavras-chave:** Grafos de Ligação; Diagramas de Blocos; Absorvedores Dinâmicos de Vibrações; Sistema Modular*

### **1. INTRODUÇÃO**

A técnica dos grafos de ligação tem se revelado uma alternativa bastante adequada à análise de sistemas compostos por subsistemas de natureza distinta. Devido a sua característica modular, a técnica permite que o modelo representativo de cada subsistema seja desenvolvido separadamente, e mediante o acoplamento destes modelos, torna-se possível a avaliação do comportamento global do sistema dinâmico.

Procura-se nesse trabalho, portanto, delinear um procedimento modular para análise dinâmica de estruturas através da técnica generalizada dos Grafos de Ligação, objetivando uma posterior análise numérica da eficiência de um sistema passivo de absorvedores de vibrações instalado na estrutura – tal análise, por sua vez, viria a corroborar, através da técnica em referência, os resultados disponíveis na literatura, obtidos por outros métodos.

A construção do procedimento parte da metodologia elaborada por Da Silva e Speranza Neto (1993), em que o modelo da estrutura é discretizado pelo Método dos Elementos Finitos, e aproveitado pela técnica dos Grafos de Ligação, através da generalização dos elementos desta técnica para representação das relações constitutivas associadas aos elementos estruturais.

Os resultados da posterior simulação seriam obtidos em ambiente Matlab - inicialmente para uma estrutura simples, composta de uma viga metálica, desprovida de absorvedores, e solicitada por forçamento harmônico central. A seguir, a mesma estrutura seria simulada com a instalação de um absorvedor de vibrações no centro geométrico da viga. Os resultados para essa configuração, comparados então com os disponíveis na literatura, evidenciariam a validade e a vantagem da metodologia modular de análise.

### **2. ABSORVEDORES PASSIVOS DE VIBRAÇÕES (AMORTECEDORES DE MASSA SINTONIZADOS)**

Os Amortecedores de Massa Sintonizados (AMS) constituem um dos mecanismos de controle passivo mais amplamente utilizados, consistindo de um sistema massa-mola-amortecedor. Via de regra o dispositivo é fixado a um sistema vibrante, objetivando reduzir a demanda de dissipação de energia nos membros estruturais primários sob a ação de forçamento externo. Tal redução se obtém quando a frequência do absorvedor de massa é sintonizada a uma frequência estrutural particular, que, quando excitada, faz com que o absorvedor vibre fora de fase em relação à estrutura, sendo essa grande quantidade de energia vibratória transferida ao AMS. O esquema de um AMS acoplado a uma estrutura é ilustrado na Fig(1).

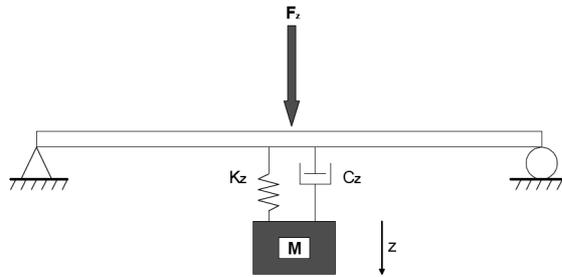


Fig 1. AMS instalado numa viga simples

### 3. PRIMEIRO CASO: MODELO DE VIGA SIMPLES, SEM ABSORVEDORES

A fim de se analisar a influência de um sistema de controle de vibrações sobre uma estrutura, inicialmente tomou-se por referência uma viga bi-apoiada, submetida a um carregamento harmônico central, conforme Fig (2):

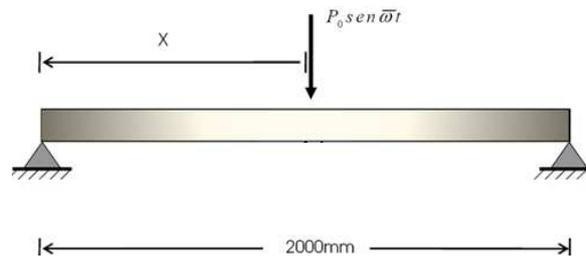


Fig 2. Viga bi-apoiada com carregamento central, sem AMS

#### 3.1. Modelagem

O desenvolvimento do modelo exposto na Fig (2) aproveitou o conceito de Grafo Multi-Ligação para uma estrutura genérica, originalmente proposto por Da Silva e Speranza Neto(1993), conforme Fig (3):

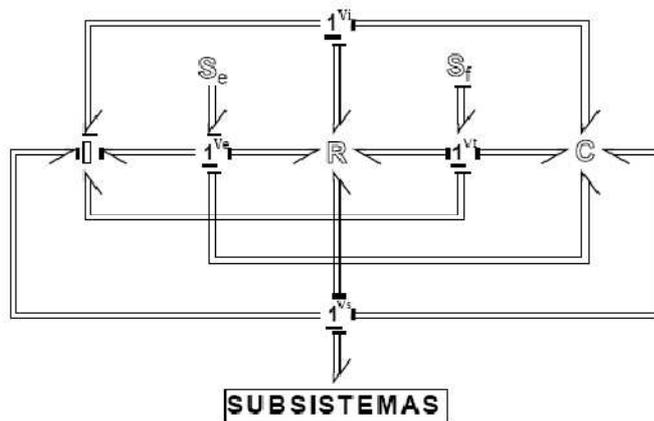


Fig. 3 Grafo Multi-Ligação genérico para estruturas

A representação de sistemas Estruturais proposta pelos autores, relaciona as matrizes de massa  $M$ , rigidez  $K$  e amortecimento  $M$  do método dos elementos finitos para estruturas lineares, com os campos inercial  $\mathbb{I}$ , capacitivo  $\mathbb{C}$ , e dissipativo  $\mathbb{R}$ , da técnica dos grafos de ligação.

No grafo multiligação da Fig(3), os graus de liberdade da estrutura são divididos em quatro tipos, associados a cada uma das junções vectoriais  $l$ , as quais são identificadas por  $V_i$  quando relacionadas com os graus de liberdade internos;  $V_s$  quando relacionadas com os graus de liberdade que interagem com subsistemas externos;  $V_e$  quando relacionadas com os graus de liberdade que recebem esforço externo; e  $V_f$  quando relacionadas com os graus de liberdade que recebem fluxo prescrito (Da Silva, 1994).

Tal divisão dos graus de liberdade da estrutura requer o particionamento de cada uma das matrizes dos campos  $\mathbb{I}$ ,  $\mathbb{C}$  e  $\mathbb{R}$  em quatro linhas de submatrizes  $S_{ij}$ , onde:

- $S_{1j}$  – Submatrizes referentes aos graus de liberdade internos
- $S_{2j}$  – Submatrizes referentes aos graus de liberdade que interagem com subsistemas externos
- $S_{3j}$  – Submatrizes referentes aos graus de liberdade que recebem esforços externos
- $S_{4j}$  – Submatrizes referentes aos graus de liberdade que recebem fluxo prescrito

Para o elemento estrutural de viga plana, representado na Fig. (4), as matrizes de rigidez e massa são obtidas do Método dos Elementos Finitos, em função do número de graus de liberdade do elemento, e dos parâmetros da viga :

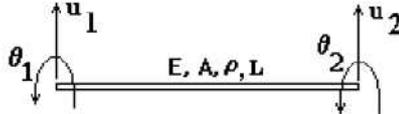


Fig. 4. Elemento estrutural de viga plana

Onde:

- $K$  = Matriz elementar de rigidez
- $E$  = Módulo de elasticidade longitudinal
- $I$  = Momento de inércia da seção transversal da viga em relação ao eixo que passa sobre o centróide
- $L$  = Comprimento da viga
- $M$  = Matriz elementar de massa
- $A$  = Área da seção transversal da viga
- $\rho$  = Massa específica do material de confecção da viga

O grafo de ligação relativo à configuração dinâmica do modelo em análise, é representado pela Fig. (5):

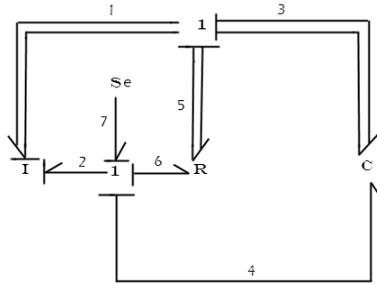


Fig. 5. Grafo de Ligação para viga bi-apoiada, sem AMS

A matriz de amortecimento  $B$  pode ser obtida por uma combinação linear entre as matrizes de massa e rigidez, denominada amortecimento proporcional (Eq. 5):

$$B = \alpha M + \beta K \tag{5}$$

No caso em questão, a viga foi discretizada em 4 elementos (5 nós), conforme Fig.(6):

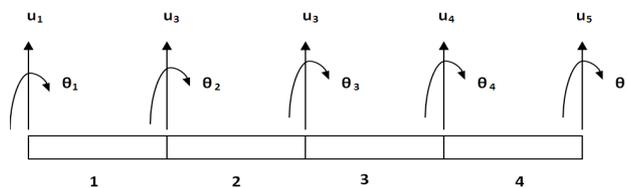


Fig.6. Viga bi-apoiada discretizada em 4 elementos

Assim, o modelo de estado obtido através do grafo ilustrado na Fig.(5) é representado pela Eq.(6):

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_1 \\ \dot{p}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_{11}\varphi^{-1}I_{11}^{-1}+R_{12}\Phi^{-1}I_{22}^{-1}I_{21}I_{11}^{-1} & R_{11}\varphi^{-1}I_{11}^{-1}I_{12}I_{22}^{-1}-R_{12}\Phi^{-1}I_{22}^{-1} & -C_{11} & -C_{12} \\ -R_{21}\varphi^{-1}I_{11}^{-1}+R_{22}\Phi^{-1}I_{22}^{-1}I_{21}I_{11}^{-1} & R_{21}\varphi^{-1}I_{11}^{-1}I_{12}I_{22}^{-1}-R_{22}\Phi^{-1}I_{22}^{-1} & -C_{21} & -C_{22} \\ \varphi^{-1}I_{11}^{-1} & -\varphi^{-1}I_{11}^{-1}I_{12}I_{22}^{-1} & [0] & [0] \\ -\Phi^{-1}I_{22}^{-1}I_{21}I_{11}^{-1} & \Phi^{-1}I_{22}^{-1} & [0] & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] \\ 1 \\ [0] \\ 0 \end{bmatrix} \cdot e_7 \quad (6)$$

Onde  $p_1$  e  $q_3$  são os vetores com as quantidades de movimento e deslocamentos referentes aos graus de liberdade internos da estrutura, e  $p_2$  e  $q_4$  representam, respectivamente, a quantidade de movimento e o deslocamento vertical no ponto central da viga (onde é aplicado o forçamento harmônico).

### 3.2. Simulação

Através de um código computacional desenvolvido em Matlab o comportamento dinâmico da estrutura deverá ser posteriormente simulado, para um carregamento harmônico aplicado ao centro geométrico da viga. A Fig. (7) e a Tab. (1) informam os parâmetros da viga a ser simulada:

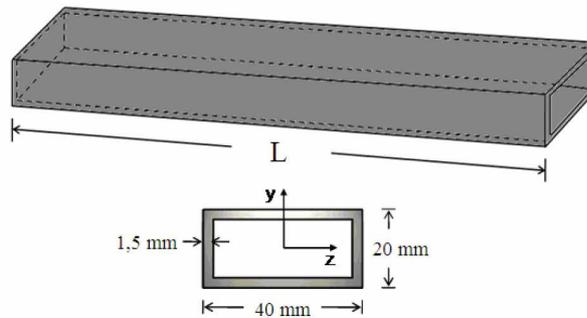


Fig.7. Viga seção retangular vazada, comprimento(L) 2,0 m

Tabela 1. Parâmetros da viga

Área da seção transversal (m <sup>2</sup> )	1,71 x 10 <sup>-4</sup>
Momento de inércia em relação ao eixo Z (m <sup>4</sup> )	1,152 x 10 <sup>-8</sup>
Módulo de elasticidade (N/m <sup>2</sup> )	1,999 X 10 <sup>11</sup>
Coefficiente de Poisson	0.3
Massa específica (kg/m <sup>3</sup> )	7849
Fração de amortecimento (%)	5

Conforme antes mencionado, a viga deverá ser submetida a um forçamento harmônico do tipo  $f(t)=P_0 \cdot \text{sen}\omega t$ , onde  $P_0$  corresponde à amplitude da força, e  $\omega$ , a frequência de excitação. Os valores que servirão de referência para essa simulação serão  $P_0 = 100\text{N}$  e  $\omega = 102,2 \text{ rad/s}$ . Assim, o carregamento imposto à viga assume a forma representada pela Eq.7:

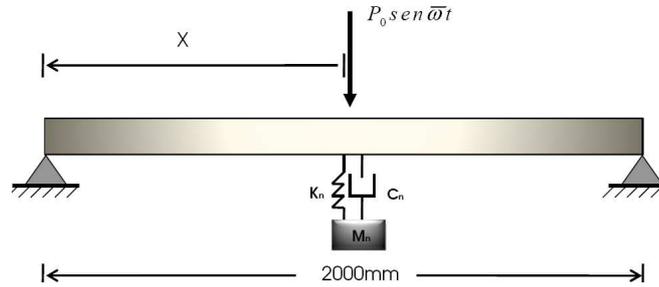
$$f(t) = 100 \text{ sen}102,2t \quad (7)$$

### 3.3. Resposta do sistema

A resposta da simulação deverá expressar o deslocamento máximo no nó central da viga, sendo esse resultado comparado com os disponíveis na literatura.

**4. SEGUNDO CASO: MODELO DE VIGA SIMPLES, COM 1 ABSORVEDOR INSTALADO NO NÓ CENTRAL**

Após definição da equação de estado para a viga bi-apoiada, desprovida de absorvedor de vibrações, procedeu-se a análise dinâmica de estrutura sob a influência do AMS, conforme Fig. (8):

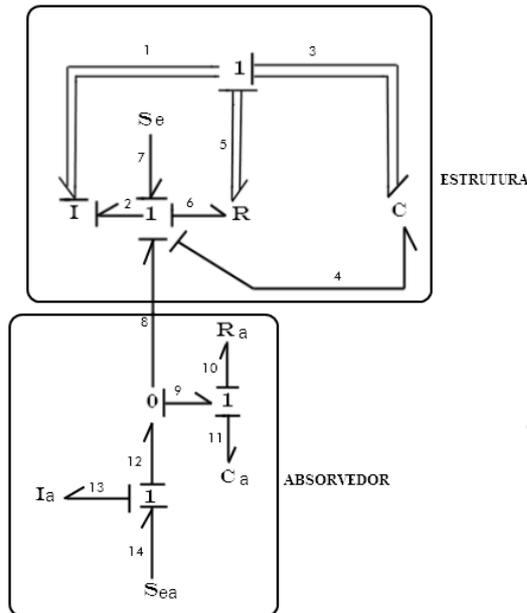


**Fig.8. Modelo de viga bi-apoiada, com carregamento central e um AMS instalado no centro**

**4.1. Modelagem**

Foi montado o grafo de ligação representativo do absorvedor de vibrações (AMS) instalado no centro geométrico da viga— coincidente com o ponto de aplicação da força -, sendo esse modelo acoplado ao grafo representativo da estrutura referente ao primeiro caso.

O grafo de ligação representativo dessa nova configuração é ilustrado na Fig.(9):



**Fig.9. Grafo de Ligação para viga bi-apoiada acoplada a um AMS**

O modelo de estado da configuração com AMS, por sua vez, é representado pela Eq.(8):

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_1 \\ \dot{p}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \\ \dot{q}_{11} \\ \dot{p}_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_{11}\varphi^{-1} + R_{12}\Phi^{-1}I_{22}^{-1}I_{21}I_{11}^{-1} & R_{11}\varphi^{-1}I_{11}^{-1}I_{12}I_{22}^{-1} - R_{12}\Phi^{-1}I_{22}^{-1} & -C_{11} & -C_{12} & [0] & [0] \\ R_A\Phi^{-1}I_{22}^{-1}I_{21}I_{11}^{-1} - R_{21}\varphi^{-1}I_{11}^{-1} + R_{22}\Phi^{-1}I_{22}^{-1}I_{21}I_{11}^{-1} & -R_A\Phi^{-1}I_{22}^{-1} + R_{21}\varphi^{-1}I_{11}^{-1}I_{12}I_{22}^{-1} - R_{22}\Phi^{-1}I_{22}^{-1} & -C_{21} & -C_{22} & C_A & \frac{R_A}{I_A} \\ \varphi^{-1}I_{11}^{-1} & -\varphi^{-1}I_{11}^{-1}I_{12}I_{22}^{-1} & [0] & [0] & [0] & [0] \\ -\Phi^{-1}I_{22}^{-1}I_{21}I_{11}^{-1} & \Phi^{-1}I_{22}^{-1} & [0] & 0 & 0 & 0 \\ \Phi^{-1}I_{22}^{-1}I_{21}I_{11}^{-1} & -\Phi^{-1}I_{22}^{-1} & [0] & 0 & 0 & \frac{1}{I_A} \\ -R_A\Phi^{-1}I_{22}^{-1}I_{21}I_{11}^{-1} & R_A\Phi^{-1}I_{22}^{-1} & [0] & 0 & -C_A & -\frac{R_A}{I_A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_{11} \\ p_{13} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] & [0] \\ 1 & 0 \\ [0] & [0] \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_7 \\ e_{14} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Onde  $q_{11}$  e  $p_{13}$  são, respectivamente, o deslocamento e a quantidade de movimento referentes ao absorvedor de vibrações (AMS).

## 4.2. Simulação

Os parâmetros a serem utilizados na posterior simulação, para a determinação do AMS, de acordo com os critérios de Jangid(1999), Den Hartog(1956), e Cheng e Huang(2004), serão os seguintes: massa de 0,268 kg; frequência de 92,91 Rad/s; rigidez da mola 2313,5 N/m; e fator de amortecimento 8,36 Ns/m.

## 4.3. Resposta do sistema

A resposta da simulação, de forma análoga ao primeiro caso, deverá expressar o deslocamento máximo no nó central da viga sob a influência do absorvedor de vibrações, sendo esse resultado comparado também com os disponíveis na literatura.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Realizou-se uma análise do comportamento dinâmico de uma estrutura, segundo duas configurações distintas : com e sem dispositivo de controle de vibrações instalado no centro da estrutura. Espera-se, através dos resultados a serem obtidos na simulação numérica, evidenciar a eficiência da utilização de absorvedores passivos de vibrações na redução das oscilações resultantes do carregamento.

Espera-se também atestar a validade da técnica modular de análise através dos Grafos de Ligação, bem como sua versatilidade, pois tendo sido modelada a estrutura principal, pode-se, de forma relativamente fácil e rápida, acoplar qualquer outro sistema composto não apenas de um, mas dois, três ou mais absorvedores – bem como sistemas de naturezas distintas, como conjuntos hidráulicos de absorvedores ativos de vibrações, e até mesmo de materiais inteligentes (com memória de forma).

O passo seguinte na investigação da técnica para análise dinâmica de estruturas será, após a simulação para a configuração de estrutura dotada de apenas um absorvedor, a comparação entre os resultados obtidos pela metodologia dos Grafos de Ligação, e os constantes em outros trabalhos - obtidos por métodos diferentes - para diversas configurações distintas de posicionamento de múltiplos absorvedores passivos, bem como para subsistemas de absorvedores ativos. Ainda como desdobramento deste trabalho, pretende-se, através da técnica generalizada dos Grafos de Ligação, estudar o comportamento de estruturas dotadas de absorvedores de vibrações sujeitas a cargas móveis – como no caso de um veículo trafegando sobre uma ponte, por exemplo, conforme ilustra a Fig. (10):



Fig. (10). Esquema de estrutura submetida a carga móvel

## 6. REFERÊNCIAS

- Lara, V.L.A., 2007, “Controle de Vibrações em Vigas Metálicas com Distintas Configurações de Apoio Utilizando Amortecedores de Masa Sintonizados”, Dissertação de mestrado em Estruturas e Construção Civil, Deptº de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, DF.
- Da Silva, F.R, Speranza Neto, M., 1993, “Metodologia de Construção de Grafo de Ligação para Sistemas Estruturais”, XII COBEM, v.I, Brasília, DF, p. 57-60.
- Da Silva, F.R., 1994, “Procedimentos para Análise Estrutural Dinâmica Através da Técnica Generalizada dos Grafos de Ligação”, Tese de Doutorado em Engenharia Civil, Coordenação dos Cursos de Pós-Graduação em Engenharia(COPPE), Universidade Federal do Rio de Janeiro, RJ.
- Jangid, R.S., 1999, “Optimum Multiple Tuned Mass Dampers for Base-Excited Undamped Systems”, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 28, p. 1041-1049
- Den Hartog, P.J., 1956, “Mechanical Vibrations”, 4<sup>th</sup> Ed. Mc Graw Hill, NY, U.S.
- Chen, Y.H., Huang, Y.H., 2001, “Timoshenko Beam With Tuned Mass Dampers and Its Design Curves”, Journal of Sound and Vibration, 278, p. 873-888.
- Leite, I.C., 2007, “Análise Dinâmica de Veículos com Estrutura Flexível Através de Técnicas Modulares de Modelagem”, Dissertação de mestrado em Engenharia Mecânica, Deptº de Engenharia Mecânica e de Materiais, Instituto Militar de Engenharia, RJ.
- Bessa, W.M., Da Silva, F.R., “Modelagem da Interação Dinâmica entre Estruturas de Placa e Subsistemas Mecânicos em Movimento”, CONEM 2000 – I Congresso Nacional de Engenharia Mecânica

## 7. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

# MODELING OF STRUCTURES BEHAVIOR WITH TUNED MASS DAMPERS BY BOND GRAPHS MODULAR TECHNIQUE

Ribeiro, Leandro de Oliveira, [proflribeiro@hotmail.com](mailto:proflribeiro@hotmail.com)<sup>1</sup>

Da Silva, Fernando Ribeiro, [d4fernan@ime.eb.br](mailto:d4fernan@ime.eb.br)<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto Militar de Engenharia, Praça General Tibúrcio 80, Praia Vermelha Rio de Janeiro - RJ - CEP 22290-270

**Abstract:** The classic models used for analysis and simulation of structures with tuned mass dampers although present good results, are not modular, in way that can modify the configurations or the amount of dampers without modifying the system of equations that represents them. Literature presents diverse methodologies that models the structure by the finite elements method and the dampers by oscillators located of convenient form, so that the vibrations are reduced. In this work is presented a methodology where the structure and the damper are modeled previously by bond graphs and the system is composed by the juxtaposition of the graphs, forming a totally modular system. This procedure facilitates the manipulation of programs that use blocks diagrams to represent not only the components, but also the dynamic subsystems. Due its modular characteristic, the graph of the structure is preserved, being able itself, simply, to modify the graph of the dampers for another one, representative of subsystems composed by multiple tuned mass dampers, for example.

This work proposes a Bond Graph Model for the structure-tuned mass damper, whose state equation should be used later for the structure dynamics behavior simulation, and the answers, obtained for a certain damper position configuration, compared with literature results.

**Key-Words:** Bond Graphs; Blocks Diagrams; Tuned Mass Dampers; Modular System.



**VI CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA**  
**VI NATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING**  
**18 a 21 de agosto de 2010 – Campina Grande – Paraíba - Brasil**  
*August 18 – 21, 2010 – Campina Grande – Paraíba – Brazil*