



VI CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA
VI NATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING
18 a 21 de agosto de 2010 – Campina Grande – Paraíba - Brasil
August 18 – 21, 2010 – Campina Grande – Paraíba – Brazil

DIMINUIÇÃO DO TEMPO DE CÁLCULO DA SIMULAÇÃO DO PROCESSO DE SOLIDIFICAÇÃO DE METAL PURO PELO MÉTODO DO CAMPO DE FASE

Alexandre Furtado Ferreira, furtado@metal.eeimvr.uff.br¹

Abner da Costa Assis, abner.assis@bol.com.br²

Leonardo de Olivé Ferreira, loferreira@metal.eeimvr.uff.br²

¹Universidade Federal Fluminense, Avenida dos Trabalhadores, 420, Vila St^a. Cecília, Volta Redonda, R. J., Brasil, CEP. 27.255-125.

²Universidade Federal Fluminense, Avenida dos Trabalhadores, 420, Vila St^a. Cecília, Volta Redonda, R. J., Brasil, CEP. 27.255-125.

Resumo: *O Método do Campo de Fase é aplicado na simulação do crescimento dendrítico de uma substância pura super-resfriada, e é adequado para descrever o crescimento complexo da interface instável sólido/líquido na solidificação. Este método é interessante, pois considera todas as equações governantes como uma em todo o domínio, sem o acompanhamento da posição da interface durante os cálculos. Mas o método sofre de baixa eficiência computacional e exige muita memória computacional. Esta desvantagem é resultado do grande domínio requerido para o cálculo de dendritas com apenas poucas ramificações laterais. Neste trabalho, apresentamos uma nova técnica numérica, para melhoria da eficiência computacional e redução da exigência de memória. A técnica numérica é baseada na mudança de temperatura do material puro, e nos permite usar, nas etapas iniciais da computação, um grid muito pequeno. Posteriormente, a rede se expande em torno da dendrita. A eficiência computacional da técnica, a evolução micro-estrutural durante a solidificação e crescimento competitivo entre as ramificações laterais são discutidos.*

Palavras-chave: *Simulação Computacional, Dendritas, Campo de Fase.*

1. INTRODUÇÃO

A compreensão e o modelamento do crescimento dendrítico manteve-se como um tema central da pesquisa da solidificação durante décadas. Compreender o processo de solidificação é de grande importância porque as microestruturas resultantes vão determinar as propriedades do material. Embora tenha havido progressos significativos na compreensão das estruturas dendríticas, em décadas passadas, o nosso conhecimento sobre o crescimento dendrítico é baseado em experimentos e modelos teóricos idealizados. Por outro lado, modelos de Campo de Fase são conhecidos por serem muito eficientes em descrever evolução dendrítica em não-equilíbrio. Eles são muito eficientes no tratamento numérico, porque todas as equações governantes são escritas para todo o domínio, sem distinguir a interface das fases sólida e líquida. Além de um acompanhamento direto da posição de interface não ser necessário durante a simulação numérica do processo de solidificação. O Método do Campo de Fase foi desenvolvido principalmente para o estudo da solidificação de materiais puros, sendo depois estendido para a solidificação de ligas binárias e ternárias. A morfologia da interface da frente de solidificação calculado pelo Método do Campo de Fase reproduz os padrões conhecidos de uma estrutura dendrítica. O estado do domínio é representado pela distribuição de uma única variável, conhecida como o parâmetro de ordem, ϕ , ou variável do campo de fase. Neste estudo, no estado sólido é representado por $\phi = 1$, enquanto, na região de líquido, $\phi = 0$. A região na qual ϕ muda progressivamente de 0 a 1 é definido como a interface sólido / líquido.

Apesar do Método do Campo de Fase estar sendo utilizado para simulação de processos de solidificação, como mencionado acima, ela sofre de baixa eficiência computacional. Por exemplo, para cálculo de uma dendrita com ramificações laterais, o espaço computacional deve ser discretizado próximo de um milhão pontos. Assim, a condição de estabilidade computacional em um regime explícito finito só pode ser garantida com um intervalo de tempo muito pequeno. Neste estudo, nós apresentamos uma técnica numérica para a melhoria da eficiência computacional para o cálculo da evolução dendrítica no processo de solidificação de uma substância pura super-resfriada. No início do processo de solidificação, há um núcleo sólido colocado num domínio computacional muito pequeno. O objetivo desta

técnica que o domínio computacional cresça, à medida que a solidificação avança para a região líquida. O crescimento ao redor da interface sólida/líquido é controlado de acordo com a difusividade térmica do material na região líquida.

2. MÉTODO DO CAMPO DE FASE

A evolução no tempo da equação de transporte de energia é descrito como no trabalho de Kim (1999):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \nabla^2 T + \frac{\Delta H}{c_p} h'(\phi) \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (1)$$

Na Eq. (1), D é a difusividade térmica, ΔH é o calor latente, considerado positivo para a solidificação, C_p é o calor específico. Eq. (1) é acoplada à equação do campo de fase por um termo $\partial \phi / \partial t$. A evolução 2-D do campo de fase é descrito como no trabalho de Kim (1999):

$$\begin{aligned} \frac{1}{M(\theta)} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t} = & \left(\nabla \left(\varepsilon(\theta)^2 \nabla \phi \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon(\theta) \varepsilon'(\theta) \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon(\theta) \varepsilon'(\theta) \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \\ & - w g'(\phi) - h'(\phi) \frac{\Delta H}{T_m} (T - T_m) \end{aligned} \quad (2)$$

Onde, M é a variável mobilidade do campo de fase, ε e w são parâmetros associados com a energia interfacial e espessura da interface, respectivamente, e T_m é a temperatura de fusão. A função $h(\phi)$ varia suave de $h(0) = 0$ para $h(1) = 1$ e $h'(0) = h'(1) = 0$. Neste estudo, optamos por um meio amplamente utilizado para definir $h(\phi)$ e $g(\phi)$ assim como nos trabalhos de Furtado, Silva e Castro (2006) e Lee e Suzuki (1999):

$$h(\phi) = \phi^3(10 - 15\phi + 6\phi^2) \quad (3)$$

$$g(\phi) = \phi^2(1 - \phi)^2 \quad (4)$$

Levando em conta a anisotropia, $\varepsilon(\theta)$ é definido como no trabalho de Furtado, Silva e Castro (2006),

$$\varepsilon(\theta) = \varepsilon_0 \left(1 + \delta_\varepsilon \cos j(\theta - \theta_0) \right) \quad (5)$$

O parâmetro δ_ε representa a força de anisotropia e j é o número do modo de anisotropia. θ_0 é a direção de máxima anisotropia. O θ é o ângulo entre a normal da interface com relação ao eixo x . Pelo o trabalho de Kim (1999), θ é definido por:

$$\tan(\theta) = \frac{\phi_y}{\phi_x} \quad (6)$$

Os três parâmetros da equação de campo de fase, M , ε_0 e w , são relacionados à coeficiente cinético interfacial (μ), a energia de interfacial (σ_0), e largura de interface (λ_0). Eles são expressos como o trabalho do Furtado, Silva e Castro (2006):

$$w = 6.6 \frac{\sigma_0}{\lambda_0} \quad (7)$$

$$\varepsilon_0 = \sqrt{2.73 \lambda_0 \sigma_0} \quad (8)$$

$$M_0 = \frac{T_m \mu_0^k}{2.73 \Delta H \lambda_0} \quad (9)$$

Os valores numéricos para os parâmetros do modelo e as propriedades físicas são apresentados na seção de resultados. Neste estudo, adotamos um níquel super-resfriado.

2.1 Métodos Numéricos

As Eqs. (1) e (2) foram resolvidas pelo método de diferenças finitas explícito, com uma malha suficientemente refinada para descrever detalhes das dendritas. Considerando o caso de metal puro, a convergência é possível para valores de $\partial t \leq \partial x^2/\varepsilon(\theta)^2$. No entanto, a fim de observar o crescimento de dendritas térmica, o cálculo deve ser feito de acordo com a escala de tempo de difusão térmica. Por este motivo, foi necessário o uso de $\partial t \leq \partial x^2/4D$.

A ramificação lateral anti-simétrica dos braços primários em torno da ponta dendrito é conhecida por ser possível somente com a existência de uma fonte de ruído na equação de campo de fase. Portanto, o ruído aleatório foi adicionado a eq. (2), da mesma forma como descrito como o trabalho do Warren e Boettinger (1995):

$$Noise = 16ar\phi^2(1-\phi)^2 \quad (10)$$

Onde r é um número aleatório gerado entre 1 e -1 e a é um fator de amplitude do ruído. Da Eq. (10), pode-se observar que o ruído tem seu valor máximo para $\phi = 0.5$, sendo nulo para $\phi = 0$ e $\phi = +1$.

Realizando os cálculos com um grid numérico de 200 x 200 pontos com os parâmetros determinados na seção anterior e as propriedades físicas do níquel, não foi possível obter uma dendrita braços secundários desenvolvidos, devido ao domínio computacional pequeno. Dendritas com ramificações laterais totalmente desenvolvidos exigem grids numéricos com vários milhões de pontos. Portanto, computação numérica com grande número de grids é limitada não só pela eficiência computacional, mas também pelo tamanho da memória. No presente estudo, desenvolvemos uma técnica numérica simples, a fim de melhorar a eficiência.

As equações de fase e de transporte de energia foram resolvidas em um domínio dividido em grids quadrados $I \times J$ com um espaçamento entre grids $\Delta x = \Delta y$, não só para o campo térmico, mas também para o cálculo do campo de fase. O campo térmico $T(I,J)$ e de campo de fase $\phi(I, J)$ em cada ponto na grade (I,J) são conhecidos do passo anterior.

Para cada ponto (I,J) , um valor real $\phi(I,J)$, que descreve o estado de fase no domínio, é atribuído $\phi(I,J) = 0$ para indicar o grid em estado líquido e $\phi(I,J) = 1$ para o estado sólido. Para todas os pontos com $0.001 < \phi(I,J) < 0.999$, são definidos como a região interfacial. Na etapa atual de tempo, o campo de fase $\phi(I,J)$ apenas na região interfacial é calculado a partir dos valores anteriores, pela forma explícita de diferença finita da Eq. (2).

A resposta transiente da equação de campo de fase é controlada pelo produto $M\varepsilon(\theta)^2$. Esse parâmetro no Método do Campo de Fase semelhante à difusividade térmica D na equação de transporte de energia. Como assinalado no trabalho de Furtado (2005), na formação de uma morfologia dendrítica é importante que a difusividade térmica seja maior do que o seu termo similar, $M\varepsilon(\theta)^2$. Um maior valor de D força a frente térmica estar sempre à frente da interface de solidificação. Por isso, existe sempre um gradiente térmico à frente da interface de solidificação. Neste estudo, a camada limite térmica é definida como uma região com $T(I,J) > T_0 + 1.1$, onde T_0 é uma dada temperatura inicial de super-resfriamento.

No Método do Campo de Fase, o espaço computacional utilizado para este tipo de simulação deve ser discretizado em cerca de um milhão de pontos de grids. Neste estudo, na fase inicial de solidificação, o domínio usado para calcular a evolução dendrítica é bastante pequeno, cerca de 200x200 pontos. Se a condição $T(I,J) > T_0 + 1.1$ no grid (I,J) na região é satisfeita, o grid adaptativo cresce ao redor da dendrita. Sempre que a condição é satisfeita, temperatura $T(I,J)$ e fase $\phi(I,J)$ no passo de tempo atual são calculados a partir do método de diferenças finitas explícito dos passos anteriores. Baseado nos pontos acima foi desenvolvido uma técnica com a memória numérica moderada e eficiência computacional avançada, sobretudo na fase inicial de solidificação. Os cálculos foram realizados em um computador Intel (R), 2 Quad com 1.38GB RAM.

3. RESULTADOS

Os parâmetros e propriedades adotada neste estudo estão resumidos nas Tabelas 1 e 2, respectivamente.

Tabela 1 - Os Parâmetros do Modelo (Ni).

Constante de Anisotropia (δ_0)	0.025
Espessura da Interface (ε_0)	$2,01 \times 10^{-4} \text{ (J/m)}^{1/2}$
Fator de Energia Livre (w)	$0,61 \times 10^8 \text{ J/m}^3$
Mobilidade da interface (M)	$13,47 \text{ m}^3/\text{s J}$
Espaçamento do Grid (Δx)	$2 \times 10^{-8} \text{ m}$
Espaçamento do Grid (Δy)	$2 \times 10^{-8} \text{ m}$
Passo no Tempo (Δt)	$1 \times 10^{-12} \text{ s}$
Fator Amplitude do ruído (a)	0,025

Tabela 2 - Propriedades do Material (Ni).

Energia Interfacial (σ_0)	$0,37 \text{ J/m}^2$
Coefficiente Interfacial Cinético (μ)	2 m/s K
Temperatura de Fusão (T_m)	1728 K
Calor Latente (ΔH)	$2,35 \times 10^9 \text{ J/m}^3$
Difusividade Térmica (D)	$1,55 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$
Calor Específico (C_p)	$5,42 \times 10^6 \text{ J/m}^3\text{K}$
Largura da Interface ($2\lambda_0$)	$8 \times 10^{-8} \text{ m}$

Análise do crescimento dendrítico é muito popular nos estudos do campo de fase e há muitos exemplos de aplicação para os materiais puros como aqueles destacados em Kobayashi (1993) e Andersson (2002) bem como modelos de campo de fase para a solidificação de ligas binárias como o trabalho de McFadden (1993) e Wheeler (1993) e ligas ternárias como o trabalho de Lee e Suzuki (1999).

A primeira simulação numérica, neste estudo, utilizando-se o Método do Campo de Fase, foi conduzida para o estudo do crescimento livre de uma dendrita de um material puro. A figura 1 mostra uma dendrita calculada, crescendo de uma semente na região central do domínio.

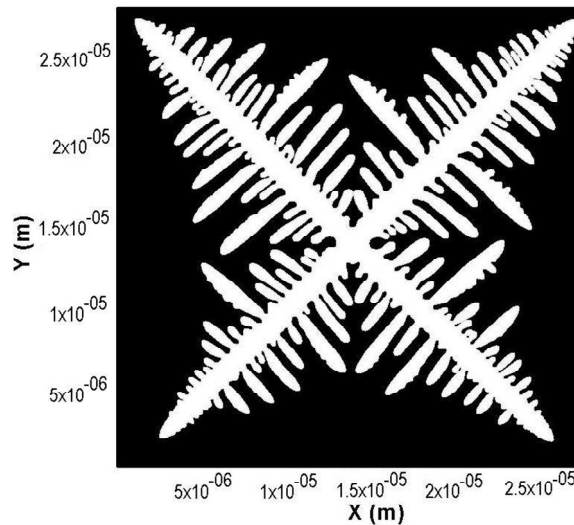


Figura 1 - Dendrita calculada com um grid de 1400 x 1400 pontos, onde o dendrita começou a crescer de um núcleo adicionado na região central do domínio, tempo de solidificação foi $3,79 \times 10^{-7} \text{ s}$.

A figura 1 mostra a simulação de uma dendrita de níquel calculado com um grid numérico de 1400 x 1400 pontos. Nessa simulação, a dendrita apresentou braços secundários e terciários. Os braços secundários aumentam à medida que a distância da ponta dendrita primária é aumentada. A assimetria nas ramificações laterais dos braços primários observados na figura 1 é devido à fonte de ruído adicionado à equação de campo de fase. Os braços terciários ocorrem somente em um lado dos braços secundários. Esta assimetria parece estar relacionada com a distribuição de campo térmico. A direção preferencial de crescimento dos braços terciários coincide com a de liberação de calor latente. Isso

foi observado em experimentos sobre o crescimento dendrítico com super-resfriamento. Em todas as simulações realizadas no presente estudo, o valor do número do modo de anisotropia é $j = 4$. Nesta simulação escolhemos $\theta_0 = \pi/4$ na Eq. (5). Assim, a orientação da interface com relação à máxima anisotropia é no sentido diagonal do domínio, resultando em crescimento dendrítico preferencial ao longo desta direção. Os limites da parede do sistema são adiabáticos para ambos os campos térmicos e de fase.

A fim de testar a eficiência computacional desta técnica numérica, nós comparamos o tempo computacional para o cálculo do crescimento dendrítico super-resfriado pelo Método do Campo de Fase, com e sem uma rede adaptativa.

A Figura 2 mostra o crescimento dendrítico obtido pelo Método do Campo de Fase com grids adaptativos para tempos de solidificação e tamanhos diferentes de grids.

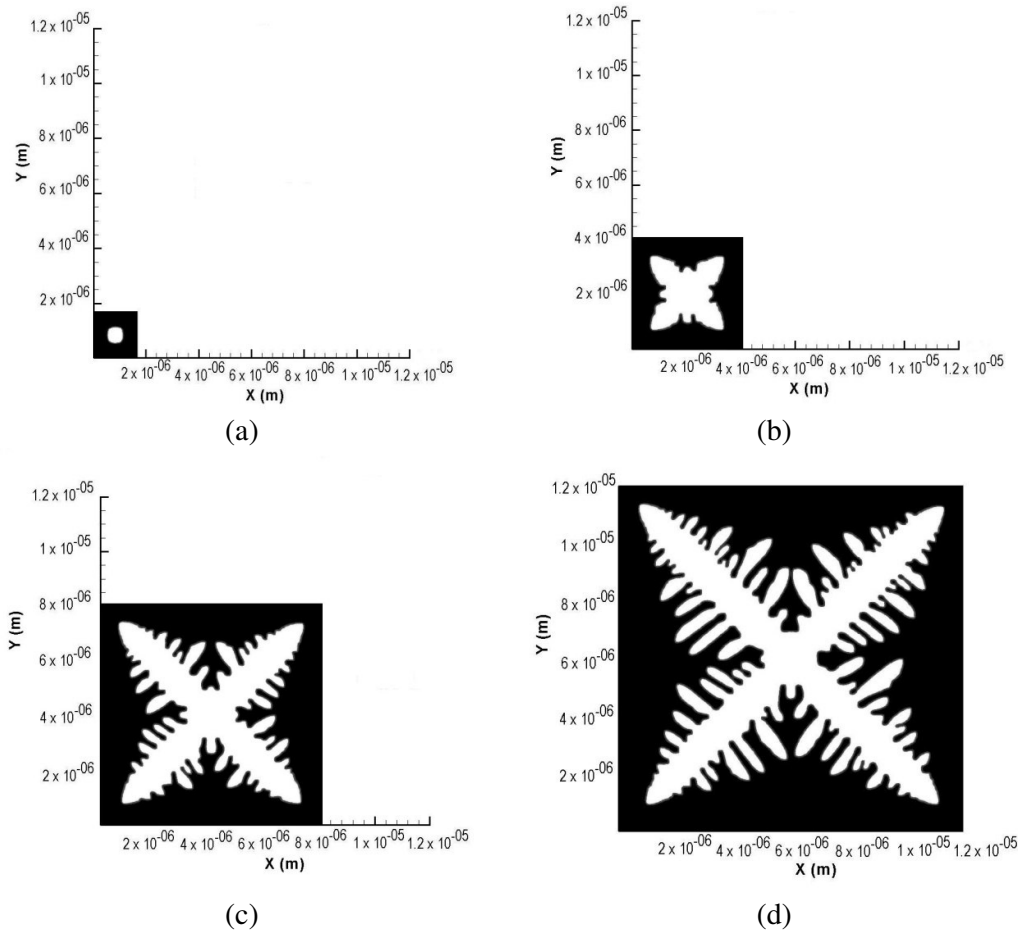


Figura 2 - Desenvolvimento do crescimento dendrítico com grids adaptativos. Os grid numéricos e os tempos de solidificação são: a) 85 x 85 pontos, $4,47 \times 10^{-9}$ s; b) 205 x 205 pontos, $3,62 \times 10^{-8}$ s; c) 405 x 405 pontos, $9,35 \times 10^{-8}$ s; e d) 605 x 605 pontos e $1,50 \times 10^{-7}$ s.

A figura 2 mostra o desenvolvimento do crescimento dendrítico com grids adaptativos. Na figura 2(a), a dendrita começou a crescer a partir de um núcleo adicionado no centro do grid com 85x85 pontos, o tempo de solidificação igual a $4,47 \times 10^{-9}$ s, insuficiente para o crescimento de braços primários e secundários. Na figura 2(b), o grid numérico (205x205) é maior que a da figura 2(a) (85x85), devido a isso a ponta da dendrita avança para dentro do líquido super-resfriado durante o processo de solidificação. Na figura 2(b) observa-se apenas os braços primários, sem ramificação lateral para um tempo de solidificação de $3,62 \times 10^{-8}$ s. Na figura 2(c), o tempo de solidificação ($9,35 \times 10^{-8}$ s) é suficiente para o crescimento de braços secundários. Na figura 2(d), o tempo de solidificação é $1,50 \times 10^{-7}$ s e o grid numérico compreendem 605x605 pontos. Aqui, é possível observar braços secundários bem desenvolvidos longe da ponta dendrita, enquanto ramificações laterais pequenas competem umas com as outras próximas a ponta da dendrita. A assimetria nas ramificações laterais é mostrada nas Figuras. 2(c) e 2(d). Isto acontece devido à distribuição de campo térmico. Novamente ramificações laterais preferem a direção da liberação de calor latente. Em toda figura 2, a convergência computacional é melhorada através da adoção de grids pequenos ao redor da dendrita.

A figura 3 mostra a variação do tempo de computação (em segundos) como uma função do comprimento da dendrita primária (em unidades de tamanho do grid). Os círculos abertos e fechados representam o grid adaptativo e o grid de tamanho fixo, respectivamente. Pode-se ver que, com um grid adaptativo, o tempo de execução necessário para atingir um dado crescimento dendrítico primário é de cerca de um décimo do que com um grid de tamanho fixo. Eficiência computacional é garantida pelo uso de um grid adaptativo para o campo de fase e cálculo térmico. Devido os grids serem pequenos, no início dos cálculos, a convergência é melhorada. Usando o Método do Campo de Fase com grid adaptativo para simulação do processo de solidificação, o cálculo do crescimento dendrítico é realizado com grids suficientemente pequenos para o cálculo da fase e temperatura. Com o aumento do comprimento da dendrita primária, verifica-se que o tempo de execução versus parcela do comprimento da dendrita primária tendem a apresentar um comportamento semelhante ao exponencial.

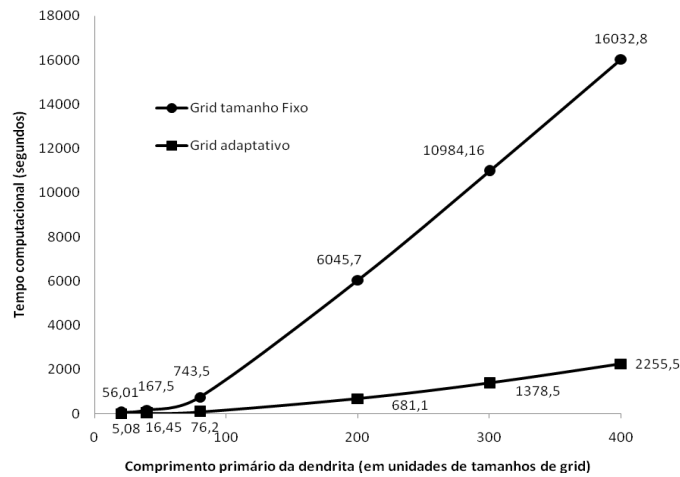


Figura 3 - Variação do tempo de CPU sem/com o grid adaptativo.

As figuras 4(a) e 4(b) mostram os padrões dendrítico obtidos pelo Método do Campo de Fase com grids adaptativos e grids de tamanho fixo, respectivamente. O comprimento das dendritas primárias na figura 4(a) é 1.02×10^{-5} m, e 9.9×10^{-6} m na figura 4(b). Os tempos de execução para as figuras 4(a) e 4(b) são 1.2×10^4 s e 1.0×10^5 s, respectivamente. A velocidade de crescimento da ponta dendrita na fig. 4(a) é cerca de 49,13 m/s, e cerca de 46,1 m/s na fig. 4b. A diferença nas velocidades de crescimento entre os dois métodos é apenas 6.17%. Observe que a largura do braço primário da dendrita no método com grids adaptativo são menores quando comparados com grids de tamanhos fixos. A velocidade de crescimento bem como a morfologia da dendrite calculada via Método do Campo de Fase com grid adaptativo são muito próximos àqueles do modelo com grids de tamanho fixo. Quanto a melhorias na eficiência computacional, no entanto, as pequenas diferenças na morfologia não podem ser consideradas como um obstáculo para utilização do Método do Campo de Fase com grid adaptativo. Este método pode ser muito útil para a simulação de solidificação através do Método do Campo de Fase.

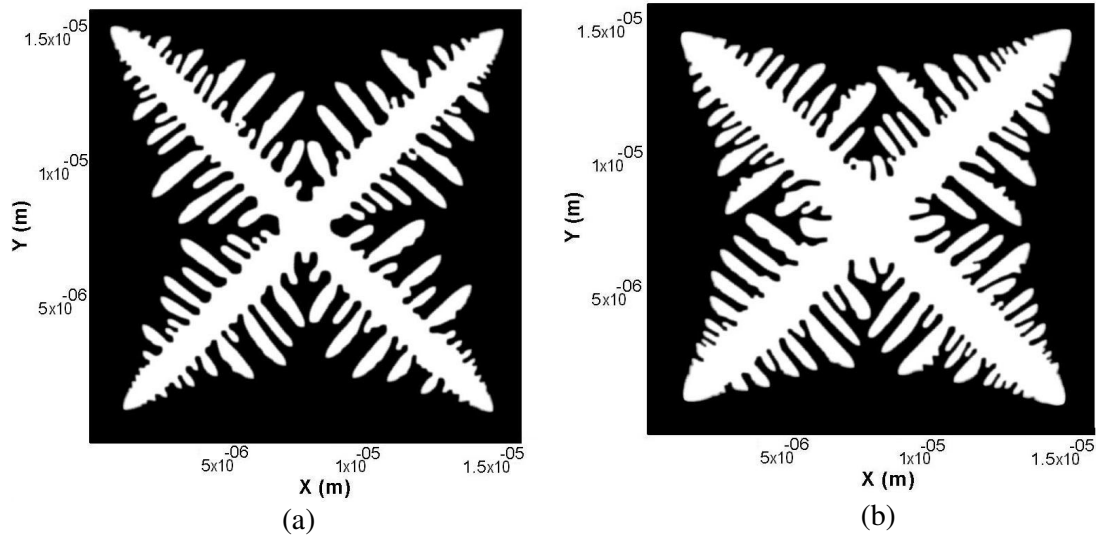


Figura 4 - Padrões dendríticos obtidos por (a) Método do Campo de Fase com grids adaptativos e (b) Método do Campo de Fase com grids de tamanho fixo.

4. CONCLUSÃO

Apesar de a capacidade comprovada do Método do Campo de Fase para cálculo da evolução do processo de solidificação, esta técnica sofre de baixa eficiência computacional. No cálculo de uma dendrita com ramificações laterais, o espaço computacional deve ser discretizado em uma malha com cerca de dois milhões de células. Um número tão elevado que leva a um aumento considerável no tempo de computação.

No presente estudo, um Modelo de Campo de Fase com grids adaptativos é introduzido para simulação computacional do crescimento dendrítico com uma substância pura super-resfriada. O método, que é baseado na diferença de difusividade térmica de materiais puros, nos permite reduzir em cerca de uma ordem de grandeza do tempo de execução para a simulação da solidificação através do Método do Campo de Fase.

Os campo de fase e térmico foram calculados adaptativamente somente em grids que satisfazem a condição $T(L,J) > T_0 + 1.1$. O cálculo mostrou que uma dendrita com braços secundários e terciários bem desenvolvidos pode ser obtida em um computador pessoal com um tempo de execução muito reduzido. A morfologia dendrítica calculado exibe uma microestrutura bastante semelhante às encontradas na literatura e experiências.

5. AGRADECIMENTOS

Agradeço a CAPES por incentivar e fomentar o desenvolvimento científico e tecnológico nacional.

6. REFERÊNCIAS

- Andersson, C., 2002, "Phase-Field Simulation of Dendritic Solidification", Doctoral Dissertation Royal Institute of Technology, Stockholm.
- Furtado, A.F., SILVA, A.J., CASTRO, J.A., 2006, *Metalurgia & Materiais*, vol. 62, no. 563, pp. 55-57.
- Furtado, A.F., 2005, "Modelamento do Processo de Solidificação e Formação de Microestrutura pelo Método do Campo de Fase", [Unpublished PhD Thesis]. Volta Redonda, Universidade Federal Fluminense.
- Kim, S.G., Kim, W.T., Lee, J.S., Ode, M., Suzuki, T., 1999, *ISIJ International*, vol. 39, no. 4, pp. 335-340.
- Kobayashi, R., 1993, *Physica D*, vol. 63, pp.410-423.
- Lee, J.S., Suzuki, T., 1999, *ISIJ International*, vol. 39, no. 3, pp. 246-252.
- Mcfadden, G.B., Wheeler, A.A., Braun, R.J., Coerliell, S.R., 1993, *Physical Review E*, vol. 48, pp. 2016-2024.
- Warren, J.A., Boettinger, W.J., 1995, *Acta Metallurgical Materials*, vol. 43, no. 2, pp. 689-703.
- Wheeler, A.A., Murray, B.T., Schaefer, R.J., 1993, *Physica D*, vol. 66, pp. 243-262.

7. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.



VI CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA
VI NATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING
18 a 21 de agosto de 2010 – Campina Grande – Paraíba - Brasil
August 18 – 21, 2010 – Campina Grande – Paraíba – Brazil

REDUCTION OF TIME CALCULATION OF THE SIMULATION PROCESS OF PURE METAL SOLIDIFICATION BY PHASE FIELD METHOD

Alexandre Furtado Ferreira, furtado@metal.eeimvr.uff.br¹

Abner da Costa Assis, abner.assis@bol.com.br²

Leonardo de Olivé Ferreira, loferreira@metal.eeimvr.uff.br²

¹Universidade Federal Fluminense, Avenida dos Trabalhadores, 420, Vila St^a. Cecília, Volta Redonda, R. J., Brasil, CEP. 27.255-125.

²Universidade Federal Fluminense, Avenida dos Trabalhadores, 420, Vila St^a. Cecília, Volta Redonda, R. J., Brasil, CEP. 27.255-125.

***Abstract.** The method of the phase field is used to simulate the dendritic growth of a pure substance super-cooled, and is suitable to describe the complex growth of the unstable interface solid / liquid solidification. This method is interesting because it considers all the governing equations as a whole in the field, without monitoring the position of the interface during the calculations. But the method suffers from low efficiency and requires a lot of computer memory computer. This disadvantage is a result of the large area required for the calculation of dendrites with only a few side branches. We present a new numerical technique for improving the computational efficiency and reduced memory requirement. The numerical technique is based on temperature change of pure material, and allows us to use, in the early stages of computing, a grid too small. Subsequently, the network expands around the dendrite. The computational efficiency of the technique, the micro-structural evolution during solidification and competitive growth between the lateral branches are discussed.*

Keywords: Computer Simulation, Dendrites, phase field.