



V CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA  
V NATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING  
25 a 28 de agosto de 2008 – Salvador – Bahia - Brasil  
August 25 – 28, 2008 - Salvador – Bahia – Brazil

## UM ESTUDO DE MANOBRAS ORBITAIS CLÁSSICAS E MODERNAS

**Bruno Nunes Vaz, brunovaz@bighost.com.br<sup>1</sup>**

**Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, prado@dem.inpe.br<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Faculdade de Engenharia de Guaratingueta - FEG, Av. Ariberto Pereira da Cunha, 333, Guaratingueta - SP

<sup>2</sup>Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE, Av. dos Astronautas, 1758, São Jose dos Campos - SP

**Resumo:** *O problema de transferir um veículo espacial (dotado de propulsores) de uma órbita para outra tem crescido de importância nos últimos anos. Aplicações podem ser encontradas em diversas atividades espaciais, tais como na colocação de um satélite em órbita geoestacionária, no deslocamento de uma estação espacial, na manutenção de órbita de um satélite, no envio de sondas interplanetárias, etc. Neste trabalho são apresentadas a definição formal do problema e as principais linhas de modelagem. O problema será sempre discutido em termos de transferência com mínimo consumo de combustível, embora outras variantes do problema existam na literatura, tais como: tempo mínimo para transferência, velocidade final mínima, encontro com outro veículo espacial, etc. Em termos conceituais, a transferência de um satélite com consumo mínimo de combustível consiste em se alterar o estado (posição, velocidade e massa) de um veículo espacial das condições  $r_0$ ,  $v_0$  e  $m_0$  no instante  $t_0$ , para  $r_f$ ,  $v_f$  e  $m_f$  no instante  $t_f$  ( $t_f > t_0$ ) com o menor gasto de combustível ( $m_0 - m_f$ ) possível. A transferência pode ser completamente vinculada (no caso de "rendezvous") ou parcialmente livre (tempo livre, velocidade final livre, etc). No caso mais geral, deve-se fazer a escolha da direção, sentido e magnitude do empuxo (o controle disponível) a ser aplicado, respeitando-se os limites dos equipamentos disponíveis. No presente trabalho são apresentados alguns métodos clássicos de transferências orbitais, tais como: a transferência de Hohmann, a transferência de Hoelker e Silber (Bi-Elíptica e Tri-Impulsiva) e a transferência Bi-Parabólica. Em relação aos métodos modernos, os seguintes são definidos e explicados: a manobra assistida por gravidade, usualmente conhecida como swing-by e por último a captura gravitacional.*

**Palavras-chave:** manobra orbital, swing-by, captura gravitacional, mecânica orbital

### 1. INTRODUÇÃO

O estudo do movimento de corpos celestes sempre foi um dos problemas que mais atraíram a curiosidade humana. As primeiras observações do céu mostraram que, apesar da grande maioria das estrelas ocuparem posições relativas fixas, existem algumas exceções, que foram denominadas de "planetas" (errantes), que possuem um movimento próprio no céu. Com base nessas observações surgiu o interesse em descobrir maneiras de prever esse movimento e a busca por equações matemáticas que pudessem explicar os dados observados. Assim surgiu a ciência da Astronomia, que se dedicava à observação do céu e tentativas de interpretação dos fenômenos observados. Com o passar do tempo a ciência foi evoluindo e a Astronomia passou a ter divisões bem definidas, como astrofísica, mecânica celeste, etc. A mecânica celeste passou à ser parte da astronomia dedicada ao estudo do movimento dos corpos celestes. Grandes nomes da ciência deram contribuições importantes nessa área, tais como Poincaré, Kepler, Newton, Einstein, etc. Com o avanço da tecnologia, a humanidade passou a explorar o espaço de uma forma mais efetiva que a simples observação do céu e passou a construir veículos espaciais que são lançados da Terra e estudam tanto o seu espaço vizinho como o Sol, a Lua, outros planetas, etc. Com isso, a mecânica celeste criou um novo ramo dedicado ao estudo do movimento dos veículos espaciais, consistindo na modelagem das forças envolvidas para a previsão da posição e velocidade do veículo espacial em função do tempo. Também passou a considerar maneiras artificiais de alterar a trajetória de um veículo espacial através do uso de motores capazes de produzir uma alteração na velocidade do veículo espacial.

Sendo assim, o presente trabalho mostrará as formas utilizadas para alterar a órbita de um veículo espacial através do uso de propulsores. Também mostrará a técnica chamada de Swing-By, que consiste em utilizar a energia gravitacional de um corpo celeste (um planeta ou um satélite natural) para efetuar uma manobra orbital sem o uso de combustível.

### 2. MODELAGENS EXISTENTES

A literatura sobre o assunto apresenta diversas modelagens na abordagem desse problema. As diferenças quanto aos vínculos dinâmicos (equações de movimento), podem ser divididas em:

i) Modelagem simples de dois corpos: aonde é assumida a presença de um astro massivo (como a Terra, a Lua, etc) e de um veículo espacial de massa desprezível viajando nos arredores desse astro;

ii) Modelagem de dois corpos perturbados: aonde é adotado o modelo matemático do item anterior, acrescido de uma ou mais perturbações no sistema. Entre as perturbações mais comuns estão: não esfericidade do astro principal, atrito atmosférico, existência de pressão de radiação (quando o Sol está presente no sistema), presença de outros corpos, etc;

iii) Modelagem com três corpos: que é uma modelagem muito comum para o estudo de trajetórias lunares e interplanetárias. É assumida a presença de apenas três corpos no sistema, que são tratados como pontos de massa.

Nenhuma outra perturbação é considerada. É muito comum o caso particular denominado "Problema restrito de três corpos";

iv) Modelagem com N corpos: que assume a presença de um número arbitrário N de corpos celestes. Outras perturbações geralmente não são incluídas e todos os N corpos são tratados como pontos de massa. Importantes aplicações para este tipo de modelagem ocorrem em missões multi-planetárias (diversos planetas e/ou satélites visitados por um mesmo satélite) como, por exemplo, as missões Voyager I e II, Galileu, etc... Em geral essa modelagem é utilizada para refinar uma solução encontrada por uma modelagem mais simples, como a de dois ou três corpos. Integração numérica e linearizações em torno de uma órbita nominal são recursos usados com frequência. É também muito comum o uso de manobras gravitacionalmente assistidas, que serão mostradas mais a frente no presente trabalho.

Quanto à modelagem do atuador (empuxo a ser aplicado ao veículo espacial) podemos notar a presença de duas grandes categorias:

i) Empuxo Infinito: aonde é assumido que o motor seja capaz de aplicar um empuxo instantâneo e de magnitude infinita. O efeito desse impulso é medido através de uma variação instantânea na velocidade do veículo espacial ( $\Delta V$ ), que é suposto ter uma trajetória contínua. É o modelo mais aplicado na literatura, devido a sua simplicidade e razoável precisão;

ii) Empuxo contínuo: aonde é assumido que o motor seja capaz de aplicar um empuxo finito por um tempo diferente de zero. O efeito desse empuxo é medido por integrações numéricas das equações de movimento ou linearizações válidas por um curto período de tempo. Diversas variantes podem ser encontradas na literatura quanto ao grau de liberdade do empuxo: magnitude constante ou variável, possibilidade de mudar a direção do empuxo livremente ou com restrições (restrito a um plano ou cone, etc), possibilidade de desligar o motor e alternar arcos propulsados com arcos balísticos, etc....

### 3. A TRANSFERÊNCIA DE HOHMANN

Um dos mais conhecidos resultados nesse campo é o trabalho de Hohmann, que obteve a solução ótima do problema de transferência de um veículo espacial entre duas órbitas circulares e coplanares em um campo gravitacional Newtoniano (que atua com uma lei do inverso do quadrado da distância). Essa solução ainda é usada até hoje, sob certas circunstâncias, e foi considerada como a solução final do problema até 1959. Ela estuda o caso de uma transferência bi-impulsiva entre duas órbitas circulares e coplanares com tempo livre e é mostrada na Fig. 1. Os passos principais envolvidos nessa transferência estão resumidos abaixo. Na órbita inicial ( $O_0$ ) aplica-se um impulso na direção do movimento e de magnitude dada por:

$$\Delta V_0 = V_0 \left| \frac{\sqrt{2 \left( \frac{R_f}{R_0} \right)} - 1}{\sqrt{\left( \frac{R_f}{R_0} \right) + 1}} \right| \quad (1)$$

Onde:  $R_0$  = raio da órbita inicial,  $R_f$  = raio da órbita final,  $V_0$  = velocidade do veículo na órbita inicial. Com isso o veículo entra numa órbita de transferência elíptica (O) com periapsis  $R_0$  e apoapsis  $R_f$ . Então, espera-se que o veículo completa meia revolução e atinja o apoapsis, quando é aplicado o segundo e último impulso, na direção do movimento e com magnitude dada por:

$$\Delta V_f = V_0 \left| 1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\left( \frac{R_f}{R_0} \right) + 1}} \sqrt{\left( \frac{R_0}{R_f} \right)} \right| \quad (2)$$

Esse segundo impulso faz com que o veículo entre em uma órbita circular de raio  $R_f$ . Com isso tem-se que o tempo de transferência é a metade do período orbital da órbita O, isto é

$$t = (1/2) \left\{ [1 + R_f / R_0] / 2 \right\}^{3/2} T_0 \quad (3)$$

Onde  $T_0$  = período da órbita inicial.

#### 4. A TRANSFERÊNCIA DE HOELKER E SILBER (BI-ELÍPTICA E TRI-IMPULSIVA)

No final da década de 50, Hoelker e Silber mostraram que a solução de Hohmann é a solução ótima apenas quando a razão entre os raios das órbitas final e inicial é menor que 11.94. Nos outros casos a transferência bi-elíptica tri-impulsiva é mais econômica. Essa transferência segue os seguintes passos:

i) Aplica-se o primeiro impulso ( $\Delta V_0$ ) na órbita inicial, na direção do movimento do veículo, e com uma magnitude tal que ele entre em uma órbita elíptica  $O_1$  com periapsis  $R_0$  e apoapsis R. É preciso que  $R > R_f$ , caso contrário a transferência de Hohmann seria mais eficiente;

ii) Quando o veículo atinge o apoapsis R, aplica-se o segundo impulso ( $\Delta V$ ), também na direção do movimento, e com magnitude tal que faça com que o veículo entre em uma órbita elíptica  $O_2$  com apoapsis em R e periapsis em  $R_f$ ;

iii) Quando o veículo atinge o periapsis aplica-se o terceiro impulso, agora contrário a direção do movimento, e com magnitude tal que faça com que o veículo entre em uma órbita circular de raio  $R_f$ . A Fig. 2 ilustra essa transferência.

É importante notar que a transferência é tanto mais eficiente, isto é, apresenta um menor valor na soma dos incrementos de velocidade necessários em cada etapa, quanto maior for o valor de R. Essa manobra é mais eficiente que a manobra de Hohmann devido ao fato do segundo impulso ser aplicado longe do centro de atração, o que diminui o combustível necessário, porque a força de atração é muito mais fraca nesse ponto (ela é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os corpos).

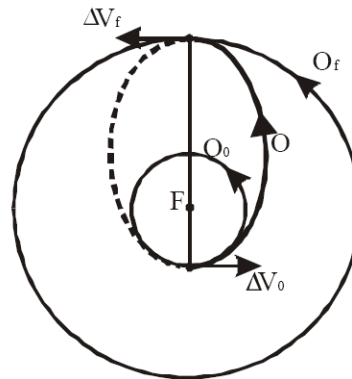


Figura 1. Transferência de Hohmann (Prado, 2007).

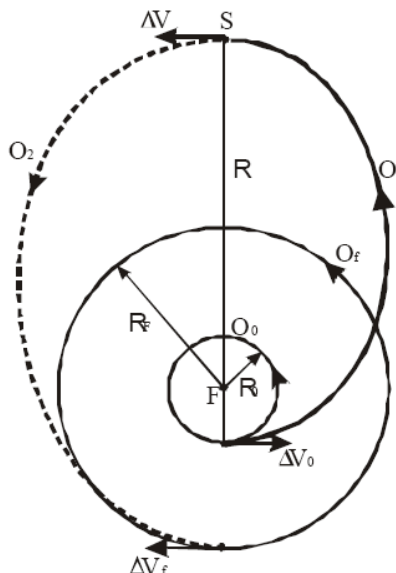


Figura 2. Transferência Bi-Elíptica (Prado, 2007).

## 5. A TRANSFERÊNCIA BI-PARABÓLICA

Uma vez que se sabe que, quanto maior o valor de R (distância do veículo ao foco, no momento do segundo impulso) mais eficiente é a transferência, é lógico se pensar no limite de R tendendo ao infinito. É justamente isso o que caracteriza a transferência bi-parabólica, que segue os seguintes passos:

i) Na órbita inicial ( $O_0$ ) aplica-se um impulso na direção do movimento e com magnitude ( $\Delta V_0$ ) tal que faça com que o veículo entre em uma órbita parabólica  $O_1$ ;

ii) Quando o veículo atinge o infinito (teoricamente, é claro) aplica-se um segundo impulso, infinitesimal, que faz com que o veículo passa da órbita  $O_1$  para uma outra órbita parabólica  $O_2$ . Esse impulso não consome combustível, devido ao fato de R ser infinito;

iii) Quando o veículo passa pelo periapsis da órbita parabólica  $O_2$  aplica-se o terceiro impulso, na direção oposta ao movimento e com magnitude ( $\Delta V_f$ ) tal que faça com que o veículo entre na órbita circular  $O_f$ . É óbvio que essa transferência não pode ser realizada na prática, pois o tempo necessário seria infinito, devido ao passo ii.

## 6. A MANOBRA ASSISTIDA POR GRAVIDADE

Nesta seção, a manobra assistida por gravidade é definida e explicada. Essa manobra é também conhecida usualmente como manobra de swing-by. Será feito um tratamento matemático desse problema com base numa seqüência de interações de dois corpos. Os resultados principais são derivados a partir desse modelo simples.

A importância das trajetórias assistidas pela gravidade (ou manobra de swing-by) pode ser bem entendida pelo número de missões que voaram ou estão programadas para voar usando essa técnica. Um exemplo bem sucedido foi o das missões Voyager, que voaram para os planetas exteriores (a partir de Júpiter) do Sistema Solar com o uso de swing-bys sucessivos nos planetas visitados, onde ganharam energia. A Fig. 3 mostra essa famosa missão. Além dela, as trajetórias swing-by têm uma variedade de aplicações, tais como: o uso do planeta Vênus para uma viagem da Terra até Marte; o uso do planeta Júpiter para fazer uma forte alteração na inclinação do plano orbital de uma nave espacial, de modo que ela seja transferida para uma órbita que tenha um plano orbital perpendicular a eclíptica, como a missão Ulysses; o uso de swing-by com a Terra, ou outro planeta interior, para fornecer energia suficiente ao veículo espacial para que ele atinja o exterior do Sistema Solar, conforme visto na Fig. 4, que mostra uma trajetória para Plutão; o uso da Lua lançar uma nave espacial para uma órbita elíptica ou hiperbólica que termine em escape da Terra; o uso de múltiplos swing-bys com propulsão nos satélites de um grande planeta (Júpiter ou Saturno) para investigar esses satélites.

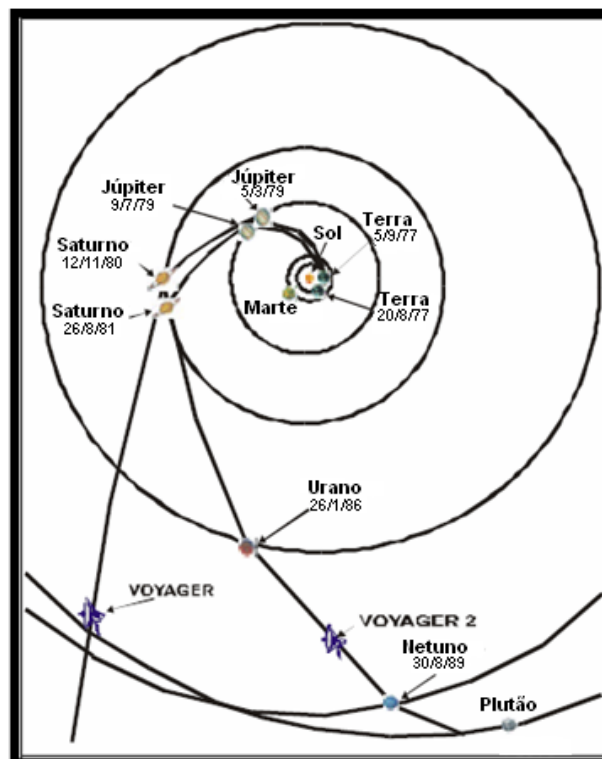


Figura 3. Trajetórias das Voyager 1 e Voyager 2 (Adaptado de Weinstein, 1992).

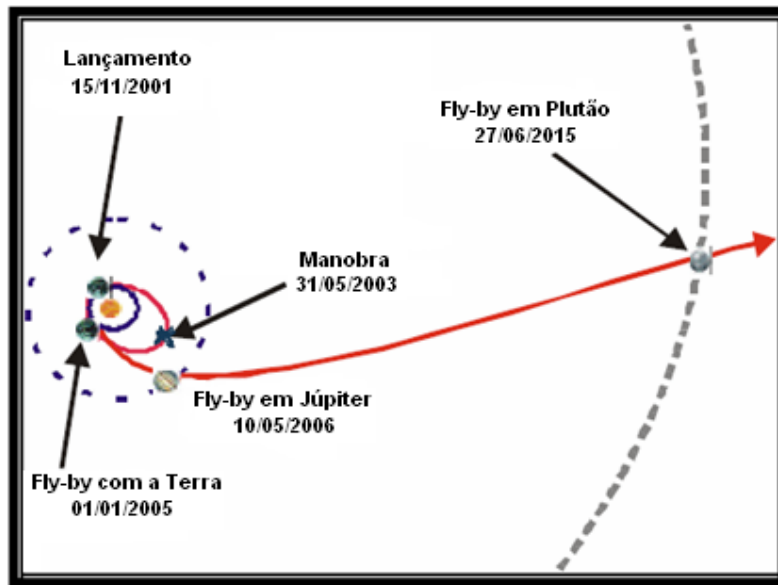


Figura 4. Trajetória para Plutão (Adaptado de Weinstein, 1992).

Todas as aplicações citadas acima estão no campo da Astronáutica, sendo que todas elas são muito recentes se comparadas à literatura do campo da Astronomia. A mecânica celeste do swing-by já é conhecida pelos astrônomos há cerca de 150 anos. Laplace entendeu o mecanismo completo da manobra assistida pela gravidade. Posteriormente, alguns pesquisadores derivaram equações analíticas para os efeitos do swing-by e/ou produziram resultados numéricos neste tópico, especialmente no problema de escape e captura de cometas por Júpiter, que é essencialmente o mesmo problema.

Para um estudo com modelagem simplificada, podemos supor que a missão total pode ser dividida em várias etapas. O modelo simples de dois corpos é utilizado para cada uma dessas etapas. Essa abordagem é usualmente chamada de patched conics. Esse trabalho é baseado em Broucke (1988) e Prado (1993). Considera-se que o sistema é formado por três corpos:  $M_1$ , um corpo massivo no centro do sistema cartesiano;  $M_2$ , um corpo menor, um planeta ou um satélite de  $M_1$  em uma órbita kepleriana em torno de  $M_1$ ;  $M_3$ , uma nave espacial com massa infinitesimal ou uma partícula que está viajando ao redor de  $M_1$ , quando faz um encontro com  $M_2$ . Este encontro altera a órbita de  $M_3$ . Esse fenômeno é chamado de uma manobra de swing-by. De acordo com estas hipóteses, as órbitas de  $M_1$  e  $M_2$  não se alteram. A Fig. 20 descreve o evento e mostra algumas das variáveis envolvidas.

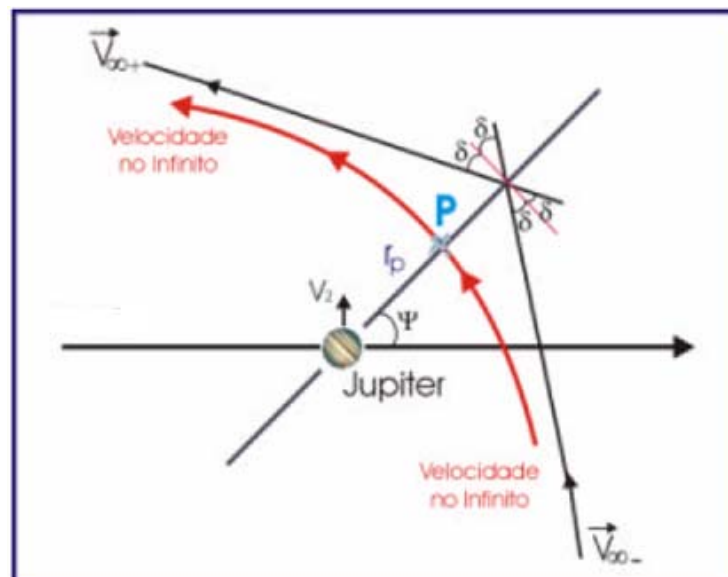


Figura 5. A Manobra de Swing-by, algumas de suas variáveis (Prado, 2007).

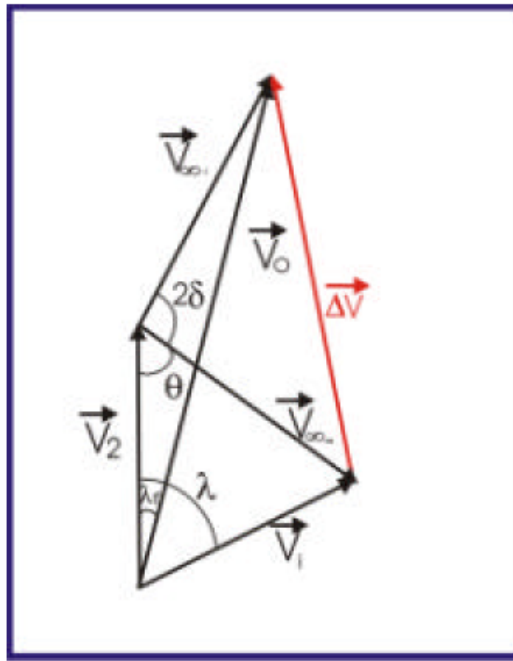


Figura 6. A soma de Vetores Velocidade Envolvidas (Prado, 2007).

As variáveis são:  $\vec{V}_2$  = a velocidade de  $M_2$  em relação a  $M_1$ ;  $\vec{V}_\infty^-$ ,  $\vec{V}_\infty^+$  = vetores velocidade da nave espacial relativa a  $M_2$ , antes e depois do encontro, respectivamente;  $\vec{V}_i$ ,  $\vec{V}_o$  = vetores velocidade da nave espacial relativo a  $M_1$ , antes e depois do encontro, em um referencial inercial, respectivamente;  $\delta$  = metade do ângulo curvatura (o ângulo entre  $\vec{V}_\infty^-$  e  $\vec{V}_\infty^+$ );  $r_p$  = a distância de máxima aproximação durante o encontro (ponto P) entre  $M_2$  e  $M_3$ ;  $\psi$  = o ângulo entre a linha do periapsis (linha conectando  $M_2$  a P) e a linha  $M_1$ - $M_2$ .

Para encontrar as equações necessárias é preciso em primeiro lugar usar a teoria das órbitas hiperbólicas, com o objetivo de se obter uma expressão para  $\delta$ . Esta expressão pode ser facilmente encontrada na literatura e é dada por (Broucke, 1988):

$$\text{sen}(\delta) = \frac{1}{1 + \frac{r_p V_\infty^2}{\mu_2}} \quad (4)$$

Onde:  $\mu_2 = Gm_2$ , sendo G a constante universal de gravitação. A partir desta equação e da última figura, é possível identificar que as variáveis independentes que descrevem completamente a manobra swing-by são as seguintes:

- i)  $\left| \vec{V}_\infty \right|$ , a magnitude de velocidade da nave espacial no infinito, antes ou depois da passagem próxima;
- ii)  $r_p$ , a distância do periapsis;
- iii)  $\Psi$ , o ângulo de aproximação.

O método aproximado conhecido na literatura como patched conics tem, então, as seguintes três etapas:

i) Na primeira etapa, o efeito gravitacional de  $M_2$  é desconhecido, e o movimento de  $M_3$  em torno de  $M_1$  é tomado como sendo uma órbita kepleriana;

ii) Na segunda etapa, supõe-se que  $M_3$  entra na esfera de influência de  $M_2$ . Então a velocidade  $\vec{V}_\infty^-$  é calculada a partir da equação:

$$\vec{V}_\infty^- = \vec{V}_i - \vec{V}_2 \quad (5)$$

A Fig. 6 mostra a soma de vetores que explica a origem da Eq. (5). O efeito de  $M_1$  é desconsiderado. O movimento de  $M_3$  ao redor de  $M_2$  é hiperbólico no caso dessa manobra. Nessa órbita hiperbólica, a nave espacial  $M_3$  é desviada por  $M_2$  e seu vetor velocidade (com relação a  $M_2$ ) gira de um ângulo  $2\delta$ , mas mantém sua magnitude constante. Então, a nave espacial cruza novamente a esfera de influência de  $M_2$  e a abandona para retornar a uma órbita kepleriana em torno de  $M_1$ . Neste ponto, a velocidade  $\vec{V}_\infty^+$  é dada por:

$$\vec{V}_\infty^+ = \vec{V}_o - \vec{V}_2 \quad (6)$$

iii) Após atingir essa condição, a nave espacial está em uma nova órbita kepleriana ao redor de  $M_1$  e o swing-by está completo.

O estudo das diferenças entre as órbitas anteriores e posteriores a esse encontro (etapas i e iii) será desenvolvido a seguir. A primeira quantidade importante a ser calculada é a variação de velocidade

$$\Delta V = \left| \Delta \vec{V} \right| = 2 \left| \Delta \vec{V}_\infty \right| \text{sen}(\delta) = 2V_\infty \text{sen}(\delta) \quad (7)$$

A segunda quantidade importante a ser obtida é a variação do momento angular H. Partindo de sua definição, é possível obter a expressão  $H = X\dot{Y} - Y\dot{X}$ , o que resulta na equação  $\Delta H = X(\Delta\dot{Y}) + (\Delta X)\dot{Y} - Y(\Delta\dot{X}) - (\Delta Y)\dot{X}$  para sua primeira variação. Esta equação se torna  $\Delta H = R\Delta\dot{Y}$ , utilizando a condição de que o encontro é instatâneo ( $\Delta X = \Delta Y = 0$ ) e que  $t=0$ ,  $X=R$  e  $Y=0$ . Então, combinando esse resultado com a expressão que pode ser deduzida para  $\Delta\dot{Y}$  (Broucke, 1988):

$$\omega\Delta H = -2V_2V_\infty \text{sen}(\delta)\text{sen}(\psi) \quad (8)$$

A terceira e última quantidade derivada aqui é a variação da energia. Isso pode ser feito por subtração direta da energia após e antes do encontro. Assim sendo, podemos escrever que:

$$E_+ = \frac{1}{2} \left[ \left( \dot{X} + \Delta\dot{X} \right)^2 + \left( \dot{Y} + \Delta\dot{Y} \right)^2 \right], \text{ e } E_- = \frac{1}{2} \left( \dot{X}^2 + \dot{Y}^2 \right) \quad (9)$$

O resultado obtido com essa subtração pode ser simplificada (Broucke, 1988) para:

$$\Delta E = -2V_2V_\infty \text{sen}(\delta)\text{sen}(\psi) \quad (10)$$

Olhando para as Eqs. (8) e (10), um resultado fundamental pode ser encontrado:

$$\Delta E = \omega\Delta H \quad (11)$$

Algumas consequências importantes dessas equações podem ser obtidas estudando a Eq. (10) em maior detalhe. Os parâmetros  $\left| \vec{V}_2 \right|$  e  $\left| \vec{V}_\infty \right|$  são quantidades positivas (eles são as magnitudes dos dois vetores), assim como o  $\text{sen}(\delta)$

(porque  $0^\circ < \delta < 90^\circ$ ). Então, o único parâmetro que afeta o sinal de  $\Delta E$  é o  $\text{sen}(\psi)$ .

A conclusão é que, para valores de  $\psi$  no intervalo  $0^\circ < \psi < 180^\circ$ ,  $\Delta E$  é negativo (decrece sua energia) e, para  $\psi$  no intervalo  $180^\circ < \psi < 360^\circ$ ,  $\Delta E$  é positivo (aumenta em energia). Então, as conclusões finais são:

- Se o swing-by ocorre na frente de  $M_2$  ( $0^\circ < \psi < 180^\circ$ ), há um decréscimo na energia de  $M_3$  com uma perda máxima quando  $\psi = 90^\circ$  ( $\Delta\vec{V}$  oposto a  $\vec{V}_2$ );

- Se o swing-by ocorre atrás de  $M_2$  ( $180^\circ < \psi < 360^\circ$ ), há um aumento na energia de  $M_3$  com um ganho máximo quando  $\psi = 270^\circ$  ( $\Delta\vec{V}$  na direção de  $\vec{V}_2$ ).

A Fig. 6 mostra claramente como foi possível obter um aumento na velocidade (logo, em energia) a partir de uma passagem próximo de um corpo celeste. Lembre-se de que essa energia é medida com relação ao corpo principal  $M_1$  e é obtida à custa de uma redução de energia de translação do planeta ( $M_2$ ) em torno de  $M_1$ .

## 7. “PATCHED CONIC”

As manobras acima descritas não levam em conta a fase de inserção em órbita em torno de um segundo corpo, como por exemplo, a Lua em uma manobra Terra-Lua. O método “Patched Conic” resolve esse problema quebrando a manobra total em duas partes, da seguinte maneira:

- i) A primeira parte despreza os efeitos da Lua e utiliza um dos métodos descritos anteriormente para levar o veículo de sua órbita inicial até uma órbita que cruze com a trajetória da Lua;
- ii) Quando o veículo atinge um ponto no qual a gravidade da Lua domina em seu movimento (entrou na chamada “esfera de influência da Lua”), os efeitos da Terra são desprezados e a órbita é considerada como sendo kepleriana em torno da Lua. Diversos livros cobrem esse assunto em mais detalhes, como por exemplo, Taff (1985).

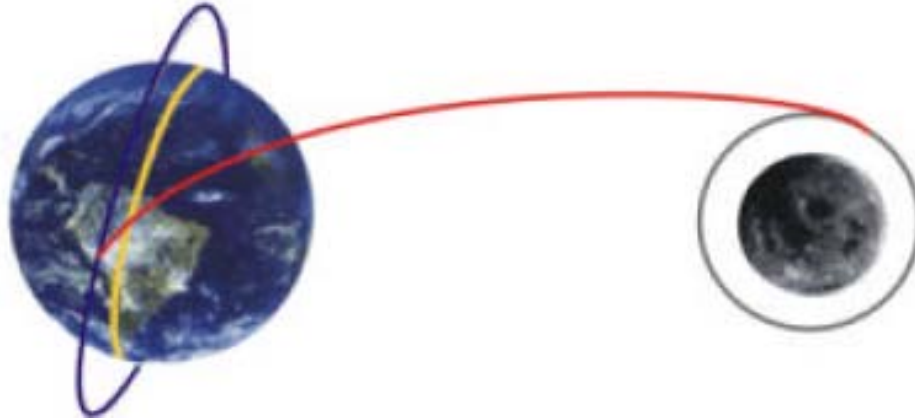


Figura 7. Transferência Terra-Lua (Prado, 2007).

## 8. “MÉTODOS MODERNOS”

Os métodos mais modernos de estudo de trajetórias espaciais estão baseados em dois conceitos de mecânica celeste: o de captura gravitacional e o de manobras assistidas por gravidade, este último já descrito acima.

A idéia básica de uma captura gravitacional é a de que uma órbita levemente hiperbólica (energia residual positiva) em torno de um corpo (por exemplo, a Lua) pode ser transformada em uma órbita levemente elíptica (energia residual negativa) devido a perturbações de outros corpos celestes (por exemplo, a Terra e o Sol, no caso de uma captura pela Lua). Essa captura é em geral temporária, mas, enquanto a energia permanece negativa, um impulso pode ser aplicado para completar uma captura definitiva. A manobra realizada nesse momento apresenta economia de combustível em relação a uma manobra realizada antes da captura.

Esses dois conceitos são muito bem aplicados simultaneamente em transferências Terra-Lua. Esse tipo de transferência segue os seguintes passos:

i) O veículo é lançado de uma órbita circular de raio  $R_0$  para uma órbita elíptica que cruza com a órbita da Lua em torno da Terra;

ii) O veículo faz um swing-by com a Lua e ganha velocidade suficiente para elevar a altitude do seu apoapsis a um valor acima da distância Terra-Lua, como na transferência bi-elíptica, mas com economia de combustível em relação a manobra padrão devido à utilização da manobra assistida por gravidade com a Lua;

iii) Quando o veículo se encontra no apoapsis dessa primeira órbita elíptica de transferência, um segundo impulso de magnitude desprezível é aplicado para aumentar a altitude do periapsis até um valor igual ao da distância Terra-Lua. Efeitos do Sol podem ser utilizados para reduzir o valor desse impulso intermediário;

iv) A transferência é completada com uma captura gravitacional do veículo pela Lua e a aplicação de um terceiro e último impulso para tornar a captura definitiva é efetuado. Essa manobra é muito similar a transferência bi-elíptica, com a vantagem da economia de combustível devido a três fontes:

- i) Uso do swing-by com a Lua para redução da magnitude do primeiro impulso;
- ii) Uso do efeito do Sol para redução da magnitude do segundo impulso;
- iii) Uso da captura gravitacional para redução do terceiro impulso.

Essa manobra também pode ser aplicada em outros sistemas além do Terra-Lua e a possibilidade de manobras coplanares ou em três dimensões fica em aberto.



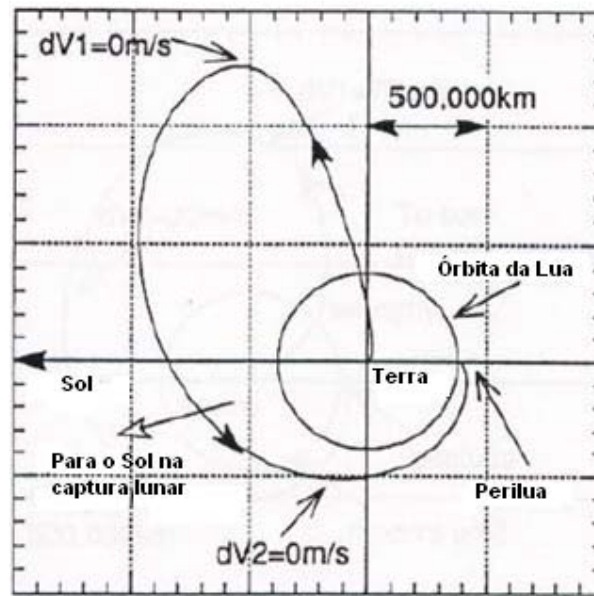


Figura 8. Trajetória com Captura Gravitacional (Yamakawa, 1992).

## 9. AGRADECIMENTOS

Os autores são gratos ao suporte dado a pesquisa pelo CNPq, pelo contrato CNPq 105442/2006-2.

## 10. REFERÊNCIAS

- Broucke, R.A., 1988, "The Celestial Mechanics of Gravity Assist", AIAA/AAS Astrodynamics Conference, Minneapolis, USA, paper 88-4220.
- Brown, C.D., 1998, "Spacecraft Mission Design", Second Edition, American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- Carrou, J.P., 1995, "Spaceflight Dynamics", Toulouse: Cépaduès – Éditions.
- Chobotov, V.A., 1996, "Orbital Motion", Second Edition, American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- Danby, J.M.A., 1988, "Fundamentals of Celestial Mechanics", Richmond: Willmann-Bell Inc.
- De Luca, N., 1982, "Mecânica Celeste", Editora da Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Brazil.
- Kaplan, M.H., 1976, "Modern Spacecraft Dynamics & Control", New York: John Wiley & Sons.
- King-Hele, D., 1964, "Theory of Satellite Orbits in an Atmosphere", Butterworths, London, England.
- Kuga, H.K and Rama Rao, Kondapalli, 1995, "Introdução à Mecânica Orbital", INPE, São José dos Campos, Brazil, INPE-5615-PUD/64.
- Marchal, C., 1990, "The Three-Body Problem", Amsterdam, Elsevier.
- Moulton, F.R., 1970, "An Introduction to Celestial Mechanics", New York: Dover Publications.
- Prado, A.F.B.A., 2007, "Introdução à Dinâmica Orbital", Proceedings of the 6th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Their Applications – DINCON, São José do Rio Preto, Brazil, Short Course.
- Prado, A.F.B.A., 2000, "Trajetórias Espaciais Dentro da Dinâmica de Três Corpos", INPE, São José dos Campos, Brazil, INPE-8037-PUD/44.
- Prado, A.F.B.A., 1993, "Optimal Transfer and Swing-By Orbits in the Two and Three-Body Problems", Ph.D. thesis, University of Texas, USA.
- Roy, A.E., 1988, "Orbital Motion", Adam Hilbert.
- Szebehely, V., 1967, "Theory of Orbits", New York Academic Press.
- Taff, L.G., 1985, "Celestial Mechanics – A Computational Guide for the Practitioner", New York: John Wiley & Sons.
- Vieira Neto, E., 1999, "Estudo Numérico da Captura Gravitacional Temporária Utilizando o Problema Restrito de Três Corpos", Ph.D. thesis, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, Brazil.
- Yamakawa, H., 1992, "On Earth-Moon Transfer Trajectory with Gravitational Capture", Ph.D. thesis, University of Tokyo, Japan.
- Weinstein, S.S., 1992, "Pluto Flyby Mission Design Concepts for Very Small and Moderate Spacecraft", AIAA/AAS Astrodynamics Conference, Hilton Head, SC, USA, paper 92-4372.

## 11. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído neste trabalho.

## A STUDY OF CLASSICALS AND MODERNS ORBITAL MANEUVERS

**Bruno Nunes Vaz, brunovaz@bighost.com.br<sup>1</sup>**

**Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, prado@dem.inpe.br<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Faculdade de Engenharia de Guaratingueta - FEG, Av. Ariberto Pereira da Cunha, 333, Guaratingueta - SP

<sup>2</sup>Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE, Av. dos Astronautas, 1758, São Jose dos Campos - SP

**Abstract:** *The transferring problem of a spaceship (equipped with thrusters) from one orbit to another has been very important in the last years, and the attention paid to this subject has increased. A lot of applications can be found in several space activities, for example: to put a satellite in a geostationary orbit, to change the position of a spaceship, to maintain a specific satellite's orbit, in an interplanetary mission, etc. In the present paper, the problem's definition and the most important topics will be shown. The problem will always be discussed in terms of minimum fuel consumption, although there are other ways to solve this problem in the literature, as follows: minimum time to do the orbital transfer, minimum final velocity, approach with another spaceship, etc. In conceptual terms, to transfer a satellite with minimum fuel consumption it means to change the state (position, velocity and mass) of a spaceship from the conditions  $r_0$ ,  $v_0$  and  $m_0$ , in the instant of time  $t_0$ , to  $r_f$ ,  $v_f$  and  $m_f$  in the instant of time  $t_f$  ( $t_f > t_0$ ), with the possible minimum fuel consumption ( $m_f - m_0$ ). This transfer can be totally linked (in the case of "Rendezvous") or partially free (free time, free final velocity, etc). In the global case, the direction, the orientation and magnitude of the thrust to be applied must be chosen, respecting the equipment's limit. In the present work, some classical methods of orbital transfer are shown, as follows: Hohmann's Transfer, Hoelker and Silber's Transfer, and at last the Bi-Parabolic's Transfer. In relation to the modern methods, the following are shown and explained: the maneuver assisted by gravity, popularly known as Swing-By and at last the gravitational capture.*

**Keywords:** *orbital maneuver, swing-by, gravitational capture, orbital mechanics.*