Ronny Calixto Carbonari

Projeto de Multi-Atuadores Piezelétricos Homogêneos e Gradados Utilizando o Método de Otimização Topológica

Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Mecânica.

São Paulo
2008

Ronny Calixto Carbonari

Projeto de Multi-Atuadores Piezelétricos Homogêneos e Gradados Utilizando o Método de Otimização Topológica

Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Área de concentração:
Engenharia de Controle e Automação Mecânica

Orientador:
Prof. Emílio Carlos Nelli Silva

São Paulo
2008

Ficha Catalográfica

Carbonari, Ronny Calixto

Projeto de Multi-Atuadores Piezelétricos Homogêneos e Gradados Utilizando o Método de Otimização Topológica. São Paulo, 2008. 220 p.

Tese (Doutorado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos.

1. Otimização Topológica. 2. Nanoposicionadores Piezelétricos. I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos. II. Título.

À minha família.

Agradecimentos

Ao orientador, Prof. Dr. Emílio Carlos Nelli Silva, pela dedicação e empenho para a realização desse trabalho. O papel de orientador, ao longo do doutorado, em todos os momentos, sempre esteve presente.

Ao Prof. Dr. Gláucio H. Paulino, pela colaboração nas publicações dos artigos, e principalmente pelo incentivo e motivação para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Shinji Nishiwaki, pela colaboração nas publicações dos artigos e no desenvolvimento deste trabalho.

Ao Pesquisador Dr. Gilder Nader, pela importante ajuda no desenvolvimento da parte experimental desta pesquisa.

À EPUSP (Escola Politécnica da Universidade de São Paulo) por garantir a estrutura necessária para o desenvolvimento desta pesquisa.

Ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) pelo apoio financeiro deste trabalho, através de bolsa de doutorado.

Aos meus amigos de pesquisa Cícero, Luís, Stump, Nishitani, Andres, Nakasone, Kiyono, Vatanabe e Koga, pelos bons momentos de discussões científicas e não-científicas.

Aos grandes incentivadores e otimistas, Marco Aurélio Brizzotti Andrade & Rogério Felipe Pires.

Aos amigos de café da tarde, Erick, Christian, Polastro I e II, Fausto, Paulo, Ramon, ...

E por fim, a todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

Resumo

Microdispositivos piezelétricos tem uma vasta aplicação em mecânica de precisão, como, por exemplo, manipulação de células, microcirurgias, equipamentos de nanotecnologia e principalmente em microeletromecanismos (MEMS). Os microdispositivos piezelétricos considerados nesta tese essencialmente consistem de uma estrutura multi-flexível atuada por duas ou mais piezocerâmicas, que geram deslocamentos e forças em direções e regiões pré-determinadas do domínio, ou seja, a estrutura multi-flexível atua como um transformador mecânico amplificando e alterando os deslocamentos gerados pelas piezocerâmicas nos movimentos de atuação. O desenvolvimento destes microdispositivos piezelétricos em sua grande maioria não utiliza ferramentas sistemáticas e genéricas. A complexidade dos movimentos de atuação torna o desenvolvimento dos microdispositivos piezelétricos complexo, principalmente devido ao surgimento de movimentos indesejados ou acoplados durante a sua atuação. Portanto, é necessário um método sistemático e eficiente como o método de otimização topológica (MOT), que incorpore na sua formulação as principais exigências de projeto dos microdispositivos, como apresentado nesse trabalho. O MOT implementado é baseado na abordagem CAMD (Distribuição Contínua da Distribuição de Material), onde as pseudo-densidades são interpoladas nos nós de cada elemento finito, resultando numa distribuição contínua de material no domínio. Um método adjunto foi implementado para o cálculo das sensibilidades. São consideradas três formulações. A primeira denominada de MAPs (Multi-Atuadores Piezelétricos) considera as regiões piezocerâmicas fixas, otimizando apenas a estrutura multi-flexível no domínio de projeto. Nesta formulação materiais não-piezelétricos (como, por exemplo, Alumínio) e vazio são distribuídos no domínio de projeto, mantendo as regiões piezocerâmicas fixas e homogêneas. Para validar os resultados obtidos com essa formulação foram fabricados protótipos de nanoposicionadores XY, que foram caracterizados experimentalmente utilizando técnicas de interferometria laser, considerando excitação quasi-estática. No entanto, essa primeira formulação impõe restrições no problema, limitando a optimalidade da solução obtida pela otimização topológica. Assim, surgiu a necessidade de desenvolver uma segunda formulação, que permite distribuir simultaneamente material não-piezelétrico, piezelétrico e vazio no domínio de projeto, denominada de LOMPs (Localização Ótima do Material Piezelétrico). A formulação dos LOMPs obtém simultaneamente a localização do material piezelétrico na estrutura flexível otimizada pela OT, e inclui também uma variável de projeto para determinar o ângulo ótimo entre as direções de polarização e do campo elétrico. Nesta formulação como as posições dos eletrodos não são conhecidas, "a priori", é utilizado como abordagem aplicar um campo elétrico constante para determinar a localização do material piezelétrico e conseqüentemente dos eletrodos. Finalmente, foi explorado o conceito de materiais com gradação funcional (MGFs) no projeto dos MAPs. Os MGFs apresentam uma distribuição contínua de materiais na sua microestrutura, não possuindo interface entre os materiais distribuídos, o que possibilita aumentar a vida útil do dispositivo piezelétrico. Assim, foi implementado uma terceira formulação denominada de MAPs MGFs, que permite obter a gradação ótima de materiais piezelétricos e não-piezelétricos no domínio piezocerâmico dos MAPs, conjuntamente com a topologia da estrutura multi-flexível. Essa formulação foi estendida para projetar atuadores bilaminares MGFs. Todas as formulações desenvolvidas utilizam uma função multi-objetivo, que permite controlar a rigidez e a flexibilidade minimizando o movimento acoplado, de cada movimento de atuação. Os exemplos numéricos são limitados a modelos bi-dimensionais, utilizando o estado plano de tensões e deformações mecânicas e elétricas, uma vez que a grande maioria das aplicações dos microdispositivos piezelétricos são bi-dimensionais.

Palavras Chave: Nanoposicionadores piezelétricos. Sistemas Micro-eletromecânico (MEMS). Materiais com Gradação Funcional (MGF). Atuadores Piezelétricos. Otimização Topológica. Sistemas Multi-Físicos.

Abstract

Microtools offer significant promise in a wide range of applications such as cell manipulation, microsurgery, nanotechnology processes, and many other fields. The microtools considered in this doctoral thesis essentially consist of a multi-flexible structure actuated by two or more piezoceramic devices that when each piezoceramic is actuated, it generates an output displacement and force at a specified point of the domain and direction. The multi-flexible structure acts as a mechanical transformer by amplifying and changing the direction of the piezoceramic output displacements. Thus, the development of microtools requires the design of actuated flexible structures that can perform complex movements. The development of these microtools is still in the beginning and it can be strongly enhanced by using design tools. In addition, when multiple piezoceramic devices are involved, coupling effects in their movements become critical, especially the appearance of undesired movements, which makes the design task very complex. One way to avoid such undesirable effects is the use of a systematic design method, such as topology optimization, with appropriate formulation of the optimization problem. The topology optimization method implemented is based on the CAMD (Continuous Approximation of Material Distribution) approach where fictitious densities are interpolated at each finite element, providing a continuum material distribution in the domain. The corresponding sensitivity analysis is presented using the adjoint method. Three formulations are considered. The first formulation, called Piezoelectric Multi-Actuators (PMAs), keeps fixed piezoceramic positions in the design domain and only the flexible structure is designed by distributing some non-piezoelectric material (Aluminum, for example). XY Piezoelectric Nanopositioner are manufactured and experimentally analyzed to validate the results of the topology optimization obtained using this formulation. Experimental analyses are conducted using laser interferometry to measure displacement, while considering a quasi-static excitation. However, this first formulation imposes a constraint to the position of piezoelectric material in the optimization problem limiting the optimality of the solution. Thus, the second formulation presented, called LOMPs, allows the simultaneous distribution of non-piezoelectric and piezoelectric material in the design domain, to achieve certain specified actuation movements. The optimization problem is posed as the simultaneous search for an optimal topology of a flexible structure as well as the optimal position of piezoceramics in the design domain and optimal rotation angle of piezoceramic material axes that maximize output displacements or output forces at a specified point of the domain and direction. When the distribution of a non-piezoelectric conductor material and a piezoceramic material is considered in the design domain, the electrode positions are not known “a priori”. To circumvent this problem, an electric field is applied as electrical excitation. Finally, the concept of functionally graded materials (FGM) is applied to PMAs design. FGMs are special materials that possess continuously graded properties without interfaces which can increase lifetime of piezoelectric devices. Thus, a third formulation is implemented to find the optimum gradation and polarization sign variation of piezoceramic FGMs, while simultaneously optimizing the multi-flexible structural configuration. This formulation is extended to design bimorph type FGM actuators. For all developed formulations, a multi-objective function is defined that controls the stiffness and flexibility, minimizing the coupling movement of each actuated movement. The present examples are limited to two-dimensional models because most part of the applications for such micro-tools are planar devices.

Keywords: Nano-positioners. Micro-electro-mechanical systems (MEMS). Functionally graded material (FGM). Piezoelectric actuators. Topology optimization. Multiphysics.

Conteúdo

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Abreviaturas

CAD *"Computer-Aided Design"*

CAMD *"Continuous Approximation of Material Distribution"*

LNLS Laboratório Nacional de Luz Síncrotron

LSI Laboratório de Sistemas Integráveis

MDF Método de Diferenças Finitas

MEF Método de Elementos Finitos

MEMS *"Micro-Electro-Mechanical Systems"*

MOT Método de Otimização Topológica

OT Otimização Topológica

PL Programação Linear

PLS Programação Linear Seqüencial

CO Critério de Optimalidade

PQS Programação Quadrática Sequencial

SIMP *"Simple Isotropic Material with Penalization"*

MAP Multi-Atuadores Piezelétricos

LOMP Localização Ótima do Material Piezelétrico

PZT5A Titanato Zircanato de Chumbo

PZT Titanato Zircanato de Chumbo

2D Duas Dimensões

EPDM Estado Plano de Deformações Mecânicas

EPTM Estado Plano de Tensões Mecânicas

STM *"Scanning Tunneling Microscopy"*

AFM *"Atomic Force Microscopy"*

EEF Eletro-Erosão a Fio

MMA Método de movimento assintótico

PQS Método de programação quadrática seqüencial

GMMA MMA Generalizado

GBMMA "Gradient Based MMA"

GCMMA "Globally Convergent version of the MMA"

SPM *"Scanning Probe Microscopes"*

MGF Material com Gradação Funcional

Lista de Símbolos

Os seguintes símbolos serão utilizados:

símbolo	descrição
(x, z)	sistemas de coordenadas
A_I	variável de projeto
$\mathbf{B}_u$, $\mathbf{B}_\phi$	funções da derivada das funções de forma
$\mathbf{c}^E$	tensor elástico à campo elétrico constante
$\mathbf{C}^H$	tensor elástico efetivo
$\mathbf{C}_0$	tensor elástico do material base
d	cargas elétricas distribuídas
$\mathbf{D}$	vetor deslocamento elétrico
$\mathbf{e}$	tensor piezelétrico
$\boldsymbol{\epsilon}$	tensor dielétrico
$\mathbf{e}_0$	tensor piezelétrico do material base
$\overline{\mathbf{e}}_i$	vetor unitário
$\mathbf{E}$	campo elétrico
$\mathbf{F}$	forças mecânicas nodais
$\mathcal{F}$	função multi-objetivo
$\mathbf{n}$	vetor normal
$\mathbf{Q}$	cargas elétricas nodais
$\{\mathcal{Q}\}$	vetor de carregamento mecânico e elétrico prescritos
$\mathbf{K}_{uu}$	matriz de rigidez
$\mathbf{K}_{u\phi}$	matriz piezelétrica
$\mathbf{K}_{\phi\phi}$	matriz dielétrica
$[\mathcal{K}]$	matrizes
$L_2(\mathbf{u}_1, \phi_1)$	transdução média
$L_3(\mathbf{u}_3, \phi_3)$	flexibilidade média
$L_4(\mathbf{u}_1, \phi_1)$	função restrição de acoplamento
$N_I(\mathbf{x})$	funções de forma do elemento finito
N_{des}	número de nós no domínio de projeto
NEL	número total de elementos no domínio de projeto

continua...

símbolo	descrição
nf	número de nos conectado ao elemento I
S e Ω	domínio de projeto
$\mathbf{t}$	carregamento mecânico
$\mathbf{u}$	deslocamento mecânico
u_i e v_i	deslocamentos horizontais e verticais do nó i, respectivamente
$\mathbf{U}$	deslocamento mecânicos nodais
$\{\mathcal{U}\}$	deslocamentos elétricos e mecânicos livres
$\mathbf{v}$	deslocamento virtual
V	espaço
V_a	espaço do caso 1
V_b	espaço do caso 2
V_c	espaço do caso 3
V_I	volume do elemento finito
$\mathbf{x}$	vetor de coordenadas
w	coeficiente de peso da função multi-objetivo
β	coeficiente de peso da função restrição de acoplamento
$\boldsymbol{\epsilon}^S$	tensor dielétrico à deformação constante
$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})$	deformção
ϕ	potencial elétrico
ϕ_{ij}	j-ésimos potenciais nos i-ésimo nós
$\phi_{a,b\ ,c\ ,d}$	graus de liberdade elétricos do elemento finito
ϕ_0	voltagem elétrica aplicada
$\boldsymbol{\Phi}$	vetor potencial elétrico nodal
$\Gamma_{\mathbf{u}}$	superfície dos deslocamentos mecânicos prescritos
Γ_ϕ	superfície dos potenciais elétricos prescritos
$\Gamma_{\mathbf{t}_i}$	superfície de aplicação do carregamento mecânico do caso i
Γ_{d_i}	superfície de aplicação do potencial elétrico do caso i
φ	potencial elétrico virtual
$\{\boldsymbol{\Lambda}\}$	vetor auxiliar no cálculo do MEF
Θ	volume do domínio de projeto
Θ_{pzt}	restrição de volume máximo para o PZT
ρ_I	variável de projeto nodal relacionada com a distribuição de material

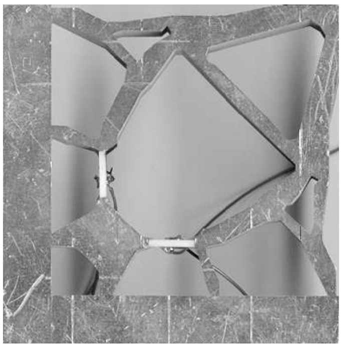
continua...

símbolo	descrição
ρ_{1e}	variável de projeto relacionada com a direção de polarização
ρ	pseudo-densidade
$\boldsymbol{\sigma}$	tensor das tensões
Ω_e	domínio do elemento
$\boldsymbol{\nabla}\phi$	gradiente do potencial elétrico
$\boldsymbol{\nabla}$	operador gradiente

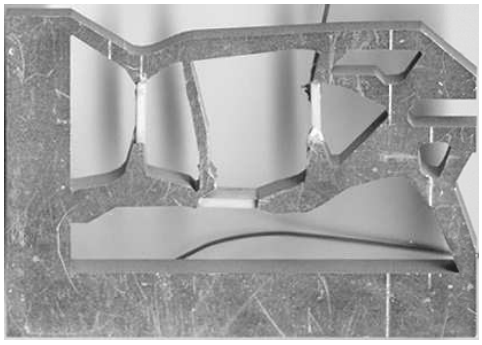
1 Introdução

A tecnologia de nano-posicionamento e micromanipulação envolve a utilização de dispositivos que gerem deslocamentos da ordem de nanômetros até micrômetros. Esses dispositivos podem ser chamados de nanoposicionadores ou micromanipuladores, e são empregados na área de *nano* ou *micro* tecnologia dependendo da aplicação (Chu & Fan 2006). Ambos apresentam o mesmo princípio de funcionamento, diferindo na sua aplicação. Um nanoposicionador é essencialmente um atuador destinado à tarefa de nanoposicionamento (Smith & Chetwynd 1992, Chang et al. 1999*a*, Chang et al. 1999*b*, Ku et al. 2000, Gao et al. 2000, Zhang et al. 2003, Carbonari, Silva & Nishiwaki 2005, Chu & Fan 2006), como mostrado na Figura 1.1(a). Já o microatuador é essencialmente um atuador de dimensões milimétricas ou até micrométricas que executa uma tarefa específica, como atuar como garra, pinça, grampo, etc (Ishihara et al. 1996, Kim et al. 2004, Pérez et al. 2005, Pérez et al. 2006). Eventualmente podem-se combinar ambos conceitos num único dispositivo, por exemplo, além de realizar o posicionamento preciso também atua como uma garra (Carbonari, Silva & Nishiwaki 2005), como mostrado na Figura 1.1(b). Em geral esses dispositivos possuem atuação piezelétrica, uma vez que cerâmicas piezelétricas ao serem excitadas geram deslocamentos da ordem de nanômetros, que podem ser amplificados até micrometros, através da estrutura flexível. Materiais piezelétricos são materiais que geram deslocamentos ao serem excitados com potencial elétrico, bem como, geram potencial elétrico ao serem submetidos a uma força.

Os dispositivos piezelétricos, como, microgarras têm sido desenvolvidos para manipulação de células e ferramentas para microcirurgias (Eisinberg et al. 2001, Menciassi et al. 2003, Volka et al. 2003), micromanipulação (Ferreira et al. 2004, Kim et al. 2004, Pérez et al. 2005, Pérez et al. 2006), nanoposicionadores piezelétricos (Chang et al. 1999*a*, Chang et al. 1999*b*, Elmustafa & Lagally 2001, Salapaka et al. 2002*b*, Zhang et al. 2003), ou no posicionamento de lentes na interferômetria laser (Claeyssen et al. 2001), e no desenvolvimento de



(a) Nanoposicionador piezelétrico XY

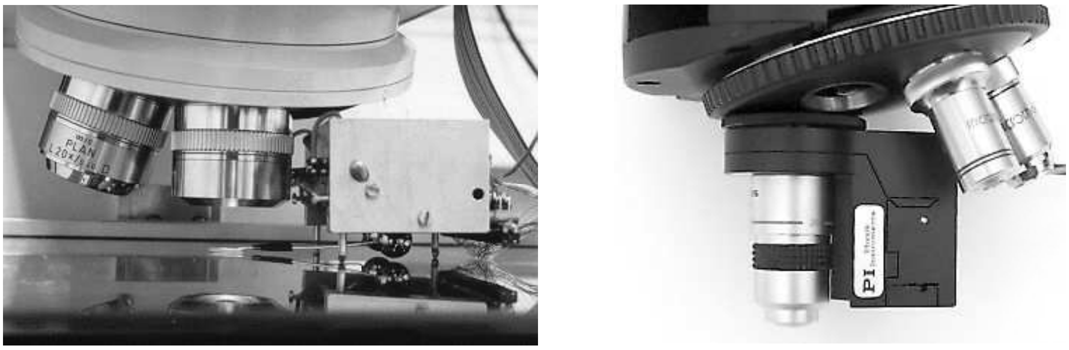


(b) Microgarra piezelétrica, com movimentos XY e abrir / fechar da garra

Figura 1.1: Multi-atuadores piezelétricos.

micromotores piezelétricos (Tenzer & Ben Mrad 2004, Kwon et al. 2004). Outro campo de aplicação são os *"Micro-Electro-Mechanical Systems"* (MEMS) (Ishihara et al. 1996, Reynaerts et al. 1998, Rai-Choudhury 2000). Especificamente, em microscopia eletrônica destacam-se as aplicações em microssondas eletrônicas de varredura (*"Scanning Probe Microscopes"* (SPM)) (Shim & Gweon 2001), como o microscópio de força atômica (*"Atomic Force Microscopy"* (AFM)) (Shibata et al. 2004) e microscópio eletrônico de tunelamento (*"Scanning Tunneling Microscopy"* (STM)) (Bonnail et al. 2004), que permitem além da visualização nanométrica de uma superfície (ver o exemplo ilustrativo da Figura 1.2), a manipulação de átomos e moléculas, que podem ser arrastados de um ponto e depositados em outro ponto previamente selecionado, constituindo numa das mais poderosas ferramentas para o estudo e desenvolvimento de Nanotecnologia. Desta forma, os microscópios STM e AFM incorporam dispositivos de nanoposicionamento e micromanipulação, ou seja, os mesmos dispositivos descritos acima. Portanto, os microdispositivos piezelétricos são ferramentas empregadas em Nanotecnologia, em microscópios de varredura por ponta de prova e dispositivos de nanoposicionamento e micromanipulação, ambos cujo desenvolvimento é uma das principais áreas de pesquisa na Mecatrônica (Salapaka et al. 2002*a*, Rifai & Toumi 2004, Chu & Fan 2006). Conseqüentemente, a aplicação da tecnologia de microdispositivos piezelétricos está em crescente desenvolvimento.

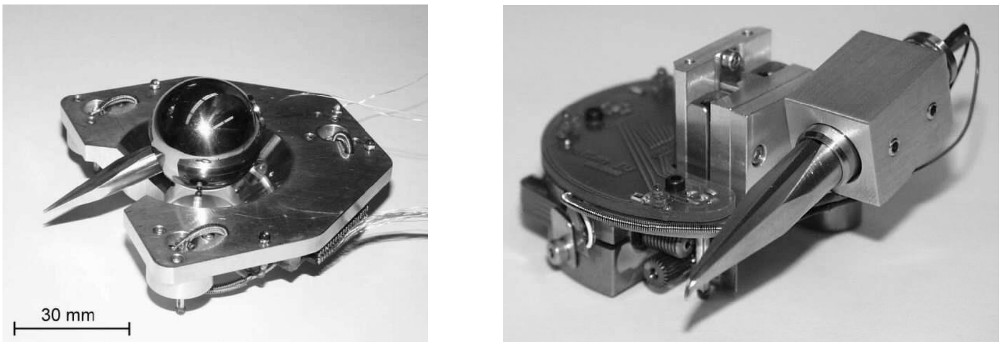
A tecnologia de nanoposicionamento também é chave nos campos da nano-impressão, microlitografia e alinhamento automático (Smith & Chetwynd 1992, Ishihara et al. 1996, Reynaerts et al. 1998, Ku et al. 2000, Chu & Fan 2006). Outros exemplos de aplicações da tecnologia nanoposicionamento



(a) Nanoposicionador de pontas de prova de microscópios STM e AFM

(b) Posicionador de lentes

Figura 1.2: Exemplo de atuadores piezelétricos para posicionamento aplicados na microscopia eletrônica.



(a) Micro-manipulador piezelétrico atuado por pilhas piezocerâmicas

(b) Micro-manipulador e microgarra piezelétrica

Figura 1.3: Exemplo de micro-manipuladores piezelétricos.

e micromanipulação são: mecanismo de leitura de sistema ópticos em CDs, DVDs; sistemas ópticos de auto-foco; máquinas com CNC (Woronko et al. 2003); discos rígido de computador; mecanismos de acionamento de micropistões em impressoras *"desk jet"*; mecanismo de leitura de disco rígido de computadores (Kurihara et al. 2004); mecanismos internos em máquinas fotográficas; instrumentos de microscopia eletrônica; posicionadores de máscaras e "wafers" em Microeletrônica; posicionadores de lentes em sistemas ópticos; equipamentos para manipulação de células; nanorobótica (Cavalcanti & Freitas Jr. 2005); nanometrologia; equipamentos destinados à manipulação em Nanotecnologia (manipulação de nanotubos, por exemplo, como os ilustrados na Figura 1.3); entre outras. Portanto, consiste numa tecnologia cuja aplicação vem crescendo enormemente no mundo atual.

Para poder gerar movimentos que envolvem deslocamentos da ordem de *nano* a *micro*, esses dispositivos são essencialmente constituídos de mecanismos flexíveis atuados por piezocerâmicas (Claeyssen et al. 2001). Num mecanismo flexível o movimento é dado pela flexibilidade estrutural, ao invés da presença de juntas e pinos (Howell 2001) (ver Figura 1.1). Além disso, tem a vantagem de consistir numa única peça, facilitando a sua fabricação. A utilização de mecanismos tradicionais com juntas e pinos apresenta o problema de folgas, que inviabiliza a transmissão de deslocamentos da ordem de grandeza exigida em nanoposicionamento e micromanipulação. Mecanismos flexíveis possuem várias aplicações, mas certamente uma área em que a sua utilização tem contribuído bastante é na área de nanoposicionadores e microatuadores, principalmente em "MEMS" (Rai-Choudhury 2000), onde a dimensão microscópica inviabiliza a fabricação e montagem de juntas e pinos (Kota et al. 2000, Kota et al. 2001). Uma discussão ampla sobre mecanismos flexíveis é apresentada por Howell (2001). Nanoposicionadores e micromanipuladores piezelétricos são essencialmente atuadores piezelétricos flextensionais, ou seja, consistem em mecanismos flexíveis atuados por piezocerâmicas. A estrutura flexível acoplada às piezocerâmicas (como mostrado na Figura 1.1) é um mecanismo flexível ou multi-flexível que atua como um transformador mecânico, amplificando e direcionando os deslocamentos gerados pelas piezocerâmicas. O dispositivo que consiste num mecanismo flexível atuado por piezocerâmicas é denominado nessa tese de MAPs. Os deslocamentos gerados por esses dispositivos são da ordem de dezenas de nanômetros até micrômetros, dependendo da intensidade do campo elétrico aplicado (Canfield & Frecker 2000) e do tipo de material piezelétrico utilizado (PZN, PZT e PMN) (Woody & Smith 2004).

Um histórico dos primeiros projetos de nanoposicionadores e micromanipuladores piezelétricos é apresentado no trabalho de mestrado entitulado de "Projeto de Atuadores Piezelétricos Flextensionais Usando o Método de Otimização Topológica" (Carbonari 2003).

1.1 Método de Otimização Topológica (MOT) Aplicado ao Projeto de Atuadores Piezelétricos

O MOT desenvolvido inicialmente para aplicações em projetos de maximização da rigidez estrutural (Bendsøe & Kikuchi 1988, Bendsøe 1989, Suzuki & Kikuchi 1991), foi estendido com sucesso para o projeto de mecanismos flexíveis (Ananthasuresh et al. 1994, Ananthasuresh & Kota 1995*a*). Frecker et al.

(1997) e Nishiwaki et al. (1998) apresentaram uma formulação multi-objetivo aplicada a mecanismos flexíveis para maximizar a razão entre a energia mútua e a energia de deformação (flexibilidade média). Essencialmente, o projeto de um mecanismo flexível pode ser entendido como a distribuição de flexibilidade e rigidez no interior de um domínio fixo para atender às especificações de projeto do mecanismo. Assim, foi desenvolvida uma formulação que atende às exigências de estabilidade estrutural no projeto de mecanismos flexíveis. Silva & Kikuchi (1999*b*), Silva & Kikuchi (1999*a*), Silva, Nishiwaki & Kikuchi (1999) e Silva et al. (2000) expandiram os conceitos de energia mútua e flexibilidade média aplicada a mecanismos flexíveis para o projeto atuadores piezelétricos flextensionais, desenvolvendo um método que permite projetar diferentes tipos de atuadores piezelétricos flextensionais não-convencionais, como, por exemplo, garras, grampos, pinças, etc... A partir destes trabalhos, seguem-se vários trabalhos que utilizam o MOT no projeto de atuadores piezelétricos flextensionais, incluindo a caracterização de protótipos, como, por exemplo, Canfield & Frecker (2000) que estudaram a formulação do problema de OT e seu método de solução utilizando o critério da optimalidade (OC), num domínio discretizado com elementos de treliça. Na seqüência, Frecker & Canfield (2000) projetaram atuadores piezelétricos utilizando a OT com elementos de treliça e sólidos, verificando o desempenho destes atuadores piezelétricos através do MEF e experimentalmente. Lau et al. (2000) estudou o projeto de atuadores piezelétricos flextensionais através da OT procurando obter a estrutura flexível que forneça a máxima amplificação dos deslocamentos gerados pela piezocerâmica ou pilhas de piezocerâmicas.

A utilização do MOT tornou eficaz, genérica e sistemática o projeto de mecanismos flexíveis (Sigmund 1997, Nishiwaki et al. 1998, Nishiwaki et al. 2001) e atuadores piezelétricos flextensionais (Silva et al. 2000) possibilitando expandir as áreas de aplicação da tecnologia de atuadores piezelétricos flextensionais, o que permitiu projetar diferentes tipos desses dispositivos para realizar diferentes tarefas. Nesse sentido, Du et al. (2000) utilizou a OT no projeto de amplificadores mecânicos (estrutura flexível) para atuadores piezelétricos, sob carregamento dinâmico, ou seja, para carregamentos com excitação harmônica sem incluir o efeito do amortecimento. Bharti & Frecker (2004) projetaram utilizando a OT e caracterizaram experimentalmente um atuador piezelétrico flextensional aplicado no controle da estabilidade inercial de um rifle. A OT é aplicada no projeto dinâmico de mecanismos flexíveis e atuadores piezelétricos por Maddisetty & Frecker (2004), cujo objetivo foi maximizar a eficiência mecânica tendo como restrição a capacitância do atuador piezocerâmico. A OT também é empregada para projetar sensores que tenham a máxima eficiência da transformação da energia mecânica em elétrica (voltagem) na piezocerâmica pela estrutura flexível (Abdalla et al. 2005). Outras metodologias e aplicações do MOT no projeto de atuadores piezelétricos flextensionais é apresentada na revisão feita por Frecker (2003). Em 2005 foi desenvolvido uma formulação para projetar atuadores piezelétricos flextensionais considerando não-linearidade geométrica através do MOT (Cardoso & Fonseca 2004, Cardoso 2005). Gibert & Austin (2007) utilizaram a OT para obter a direção ótima da polarização do material piezelétrico e a topologia da estrutura flexível, além de analisar o comportamento do material piezelétrico e da estrutura flexível.

1.2 Materiais com Gradação Funcional (MGF) Aplicado a Atuadores Piezelétricos

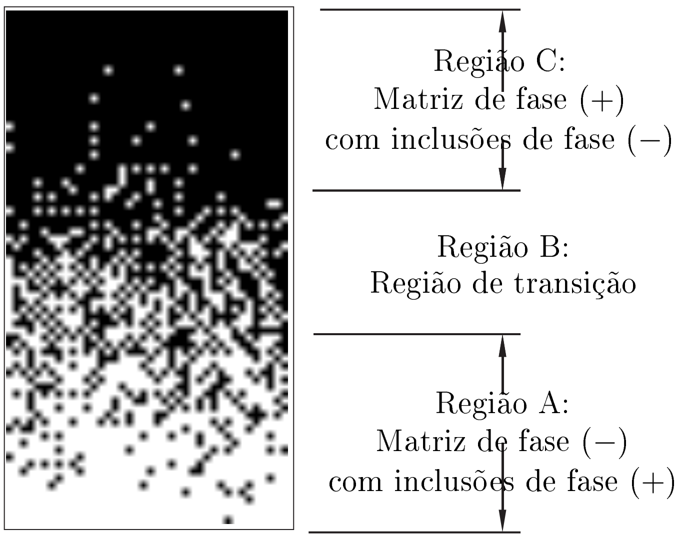


Figura 1.4: Representação esquemática da variação da microestrutura em um material gradado.

MGF são materiais avançados, cujas propriedades variam de forma gradual ao longo do material. Esta classe de materiais é caracterizada pela variação espacial da microestruturas, desta forma é possível construir componentes cuja microestrutura varie de forma gradual, de tal modo que, por exemplo, em uma região há um material metálico (Região A da Figura 1.4) e em outra região há um material cerâmico (Região C da Figura 1.4), sendo que não existe uma interface definida entre as duas regiões (Região B da Figura 1.4), ou seja, próximo a região cerâmica a matriz da microestrutura será composta por cerâmica com inclusão de material metálico, e próximo a região metálica a matriz da microestrutura será composta por metal com inclusão de material cerâmico (como observado na Figura 1.4), e assim, a porcentagem do material definido na inclusão da microestrutura aumenta gradualmente até a região definida de interface ou de transição (Suresh & Mortensen 1988). Portanto, estes materiais combinam a vantagem de características desejáveis das suas fases constitutivas, além da variação suave das propriedades, que fornece vantagens como a redução da concentração de tensão (Kim & Paulino 2002). Avanços recentes no processamento de materiais têm permitido fabricar uma ampla variedade de MGFs (Kieback et al. 2003). O conceito de MGF pode ser estendido para materiais bifásicos (ou multifásicos) que possuem a vantagem de não apresentarem interface entre os materiais da inclusão e da matriz, o que reduz um problema comum em materiais compostos que é o surgimento de trincas ou danos nessas interfaces.

Os materiais MGFs apresentam uma maior durabilidade (Qiu et al. 2003), o que motivou a utilização dos métodos de otimização no projeto da distribuição das matrizes de materiais, para obter uma gradação ótima dos MGFs. O trabalho realizado por Cho & Choi (2004) considera a otimização da fração de volume de cada fase de material dentro do domínio, para a redução do nível de tensão térmica. O projeto de estruturas MGFs utilizando a OT foi considerado inicialmente por Turteltaub (2001), Turteltaub (2002*a*) e Turteltaub (2002*b*), no primeiro trabalho é obtido uma distribuição de temperatura, para uma placa sujeita a carregamentos térmicos, porém esse trabalho considera apenas o campo térmico, e nos demais, consideram o problema termo-elástico transiente. Já, Paulino & Silva (2005) aplicaram o conceito de MGFs no projeto de estruturas visando a maximização da rigidez utilizando o MOT.

Recentemente, o conceito de materiais MGFs tem sido explorado em materiais piezelétricos, com o objetivo de aumentar a vida útil dos atuadores piezelétricos (Almajid et al. 2001, Qiu et al. 2003). Em geral, as propriedades elásticas, piezelétricas e dielétricas são gradadas ao longo da espessura das piezocerâmicas MGFs. Nesse sentido, os transdutores piezelétricos que apresentam o melhor desempenho são compostos de dois ou mais materiais, como é o caso do atuador piezelétrico tipo bilaminar (Elka et al. 2004) ou “rainbow” (Haertling 1994). Os trabalhos desenvolvidos (Almajid et al. 2001, Zhifei 2002) tem mostrado que a gradação das propriedades da piezocerâmica MGF influenciam no desempenho dos atuadores piezelétricos, como, por exemplo, nos deslocamentos gerados. Um problema crítico nos transdutores piezelétricos é a fadiga, uma vez que estão sujeitos à excitação dinâmica, que depende essencialmente da distribuição de tensões no transdutor. Quando dois ou mais materiais são utilizados há presença de interfaces, o que provoca concentração de tensões, reduzindo significativamente a vida à fadiga, e portanto, a vida útil do transdutor (Qiu et al. 2003). Portanto, a utilização de MGF piezelétricos tem permitido melhorar o desempenho desses transdutores unindo a vantagem da variação das propriedades no interior do domínio (eliminando as interfaces de material) com suavização da distribuição de tensões (Almajid & Taya 2001, Shin et al. 2004).

Portanto, nessa tese também foi estudado o conceito de piezocerâmicas MGFs aplicado ao projeto de nanoposicionadores e micromanipuladores (como os ilustrados na Figura 1.1), no qual considera-se a otimização conjunta da estrutura multiflexível e da gradação ótima da piezocerâmicas MGF. Verifica-se que devido a gradação das propriedades nessas piezocerâmicas, as mesmas tendem a flexionar ao serem excitadas. Portanto, o objetivo é explorar essa deformação de flexão no desenvolvimento dos nanoposicionadores e micromanipuladores utilizando o MOT, para gerar maiores deslocamentos com o menor acoplamento entre os movimentos. Este trabalho tem grande potencial para aumentar a gama de aplicações de MGFs na área de atuadores piezelétricos.

1.3 Objetivo

O objetivo desse trabalho é estudar a aplicação do MOT no projeto genérico e sistemático de multi-atuadores piezelétricos denominados de MAPs (Multi-Atuadores Piezelétricos), LOMPs (Localização Ótima do Material Piezelétrico), MAPs MGFs, e Bilaminares MGFs.

No projeto dos MAPs deseja-se obter uma formulação que permita gerar vários movimentos de atuação, minimizando os movimentos acoplados, excitando duas ou mais piezocerâmicas com potencial elétrico. A formulação dos MAPs considera a localização das regiões piezocerâmicas fixas e suas localizações são dadas no projeto. Dessa forma, decidiu-se otimizar através do MOT a localização do material piezelétrico conjuntamente com a estrutura flexível, gerando o projeto denominado de LOMPs. Nesta formulação foi adicionada uma variável de projeto que permite obter o ângulo ótimo entre as direções do campo elétrico e da polarização. Com isto, aumentou-se a flexibilidade de projeto dos nanoposicionadores piezelétricos, o que permite analisar a potencialidade do MOT na obtenção dos resultados, pois nesta formulação o problema possui menos restrições de projeto do que nos MAPs. Com a adição do conceito de materiais MGFs no projeto dos MAPs e LOMPs espera-se desenvolver os atuadores piezelétricos denominados de MAPs MGFs e Bilaminares MGFs. Nos MAPs MGFs e Bilaminares MGFs é estudado como a distribuição de materiais nas regiões MGFs influenciam o desempenho dos mesmos, como, por exemplo, analisando a maximização dos deslocamentos dos movimentos de atuação e a minimização dos movimentos acoplados. Particularmente, o projeto dos MAPs MGFs pretende analisar como a gradação das regiões MGFs influenciam na topologia da estrutura multi-flexível. Em ambos os projetos deseja-se analisar a influência dos parâmetros da formulação do problema de OT, nas respostas obtidas para diversos domínios de projeto.

Além dos objetivos de estudar as formulações numéricas, pretende-se fabricar protótipos utilizando os resultados gerados com a formulação dos MAPs. Dessa forma, será possível comparar os resultados gerados da formulação numérica com os experimentais, e portanto, validar a metodologia de projeto dos MAPs.

No final deste trabalho, espera-se contribuir com ferramentas genéricas e sistemáticas capazes de projetar atuadores piezelétricos para diversas funções e áreas de aplicações.

1.4 Contribuições Científicas

Como descrito na introdução deste capítulo, os dispositivos piezelétricos ainda são desenvolvidos baseado na intuição física do projetista. Isso demonstra a potencialidade e a necessidade do desenvolvimento de métodos como os propostos nesse trabalho, que permitem explorar novas aplicações desses dispositivos na Mecânica de Precisão, e em outras áreas em que sejam necessárias. Atualmente, as principais áreas de aplicação são a micromanipulação e o nanoposicionamento, utilizando as piezocerâmicas como material de transformação da energia elétrica (excitado com voltagem) em mecânica (deslocamento gerados na ordem de *nano*metros). Além disso, esse trabalho realizou o ciclo completo de desenvolvimento de atuadores piezelétricos tipo MAPs (projeto, análise, fabricação e verificação). Este tema teve grande aceitação na comunidade científica internacional, permitindo estabelecer interação com pesquisadores de outros países.

Resumidamente, esta tese de doutorado apresenta as seguintes contribuições científicas:

1. O desenvolvimento da formulação dos MAPs (Carbonari, Silva & Nishiwaki 2005), introduziu na comunidade científica internacional uma metodologia

sistemática e genérica de projeto baseado no MOT, para nanoposicionadores e micromanipuladores piezelétricos. Os resultados numéricos, como, por exemplo, um nanoposicionador XY, uma microgarra com 3 movimentos de atuação, e um nanoposicionador com 4 movimentos de atuação são apresentados. Após o desenvolvimento da formulação dos MAPs, o próximo passo foi projetar e fabricar vários dispositivos piezelétricos que foram caracterizados utilizando técnicas de interferometria laser;

2. Desenvolvimento da formulação dos LOMPs (Carbonari, Silva & Nishiwaki 2007), que destaca as seguintes contribuições: a introdução de uma metodologia de projeto do MOT que permite obter um atuador piezelétrico, com a localização ótima do material piezelétrico, conjuntamente com o projeto da estrutura flexível no domínio de projeto; formulação de um modelo de material que permitiu a distribuição de material não-piezelétrico, piezelétrico e vazio no domínio de projeto; no caso do material piezelétrico, foi empregado como variável de projeto o ângulo de rotação entre as direções de polarização do material piezelétrico e do campo elétrico; e a apresentação de projetos de atuadores piezelétricos obtidos utilizando o método desenvolvido.

3. O conhecimento adquirido nos trabalhos anteriores possibilitou o desenvolvimento dos MAPs MGFs (Carbonari et al. 2006), onde destacam-se as seguintes contribuições: formulação empregada no projeto dos MAPs MGFs, no qual é otimizado conjuntamente a estrutura multi-flexível e a gradação das regiões MGFs, no problema de OT; formulação de um modelo de material que permite a distribuição de materiais não-piezelétricos, piezelétricos nas regiões MGFs, e materiais não-piezelétricos e vazio na estrutura multi-flexível; no caso do material piezelétrico, foi empregada uma variável de projeto que permite a mudança no sentido da polarização do material piezelétrico e do campo elétrico; apresentação dos resultados numéricos para os MAPs MGFs;

4. A formulação dos MAPs MGFs foi aplicada no projeto dos Bilaminares MGFs (Carbonari, Silva & Paulino 2007) para obter a gradação ótima entre dois materiais (Piezelétrico e Piezelétrico, ou Piezelétrico e não-Piezelétrico) através do MOT, o que tornou a metodologia de projeto desenvolvida sistemática e genérica, destacando-se as seguintes contribuições: obtenção através da formulação desenvolvida a gradação ótima através do MOT utilizando o conceito de material MGF; formulação de um modelo de

material; adição de uma variável de projeto que permite mudar o sentido da polarização do material piezelétrico e do campo elétrico; e por fim, apresentação dos projetos de atuadores bilaminares MGFs.

1.5 Organização da Tese

No Capítulo 2 é dada uma abordagem resumida dos métodos de otimização, e posteriormente, é feito um detalhamento do MOT, destacando-se, uma revisão bibliográfica sobre OT (Seção 2.2), os conceitos principais do MOT (Seção 2.3), e considerações sobre o método e seus problemas numéricos, nas Seções 2.5 e 2.6, respectivamente. Nos Capítulos 3 e 4 estão descritos os projetos dos MAPs e LOMPs, respectivamente, onde são abordados o modelo de material, a formulação do problema da OT na forma contínua e discreta, e os resultados obtidos. Na Seção 3.4 são apresentados os resultados numéricos e experimentais dos protótipos fabricados dos atuadores MAPs. Os projetos apresentados nos Capítulos 5 e 6 incluem o conceito MGF na formulação da OT no desenvolvimento dos MAPs MGFs e Bilaminares MGFs, respectivamente. Nesses capítulos são descritos a formulação de OT utilizada e como o conceito MGF foi aplicado na OT, bem como os resultados obtidos. Como o projeto dos Bilaminares MGFs é um caso particular da formulação desenvolvida para os MAPs MGFs. No Capítulo 6 são detalhados apenas os pontos principais da formulação desse problema. Finalmente, no Capítulo 7 encontram-se as conclusões e observações gerais sobre essa tese, bem como são apresentados propostas de trabalhos futuros.

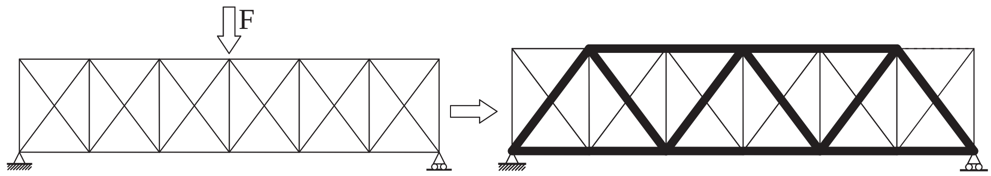
Os textos complementares para entendimento da tese são apresentados em apêndices. Nos apêndices A e B estão descritos os conceitos de piezeletricidade e do MEF piezelétrico, respectivamente. No apêndice C é descrita a formulação básica da transdução média utilizada nas formulações descritas nessa tese. No apêndice D está descrito a teoria da PLS (Programação Linear Seqüencial) utilizada nos programas desenvolvidos. Os protótipos dos MAPs fabricados e não-caracterizados estão ilustrados no apêndice F, e a descrição da técnica interferométrica utilizada, bem como os procedimentos de montagem dos MAPs são apresentados no apêndice E.

2 Método de Otimização Topológica

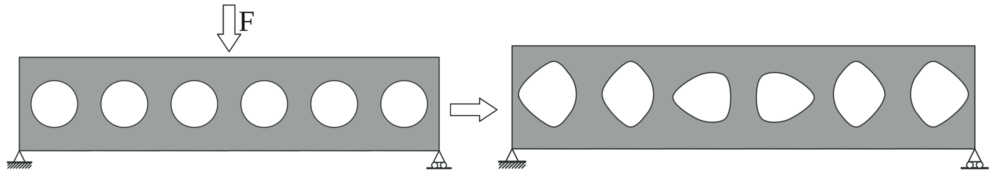
A otimização de estruturas mecânicas busca a melhor configuração possível de maneira a atender uma função objetivo especifica. Desta forma, considere o exemplo descrito na Figura 2.1 para o problema de otimização estrutural. O problema consiste em encontrar a estrutura otimizada com a máxima rigidez com o mínimo volume de material, para as mesmas condições de carregamento e restrições mecânicas, aplicadas à estrutura. Existem essencialmente três abordagens para solução desse problema de otimização estrutural.

A primeira categoria de otimização estrutural (ver Figura 2.1(a)) consiste em assumir para a estrutura uma forma fixa previamente definida, neste caso, a estrutura está discretizada com elementos de treliça, onde as características geométricas, como por exemplo, a área da secção transversal de cada elemento são as variáveis de projeto do problema, ou seja, os parâmetros que podem ser alterados para otimizar a estrutura. Essa abordagem é conhecida por otimização paramétrica (Vanderplaats 1984). Assim, utilizando um algoritmo computacional de otimização para encontrar as áreas individuais de cada elemento de treliça, que maximiza a rigidez da estrutura respeitando a restrição de volume, obtém-se o resultado mostrado na Figura 2.1(b).

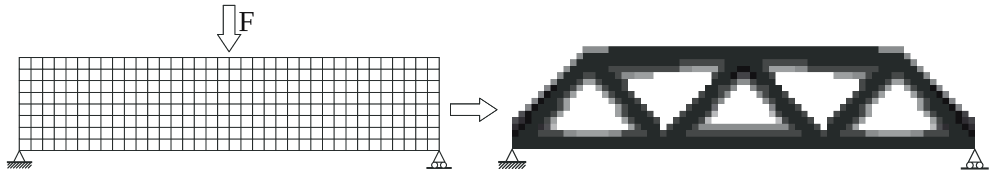
A segunda categoria é a otimização de forma (ver Figura 2.1(c)), onde os contornos externos e internos da estrutura são parametrizados por curvas *splines* e os parâmetros dessas curvas constituem as variáveis de projeto. Através de um algoritmo computacional de otimização são determinados os parâmetros ótimos das curvas *splines*, e conseqüentemente a forma ótima da estrutura (ver Figura 2.1(d)) que maximiza a rigidez para um dado volume (Haftka et al. 1990). Isto aumenta o espaço de solução, sendo um método mais geral do que o último, e portanto uma maior maximização da função objetivo é esperado. No entanto, a principal desvantagem da otimização de forma é como lidar com a contínua mudança da forma do domínio. Se o método de elementos finitos



(a) Domínio de Projeto (b) Resultado Obtido



(c) Domínio de Projeto (d) Resultado Obtido



(e) Domínio de Projeto (f) Resultado Obtido

Figura 2.1: Exemplo de 3 categorias de otimização estrutural: (a) e (b) otimização paramétrica; (c) e (d) otimização de forma, e (e) e (f) otimização topológica.

(MEF) (Bathe 1995) é utilizado para analisar a estrutura durante o processo de otimização, se faz necessário utilizar algoritmos de remalhamento, e se houver uma grande mudança na forma do domínio fica extremamente difícil manter uma malha razoável sem elementos muito deformados.

Finalmente, a última categoria consiste em se obter a configuração ótima, buscando encontrar a distribuição ótima de material no interior da estrutura (ver Figura 2.1(e)), de tal forma a permitir a criação de *buracos* nas regiões onde não houver a necessidade de material (ver Figura 2.1(f)). Essa abordagem é chamada de otimização topológica (OT). As variáveis de projeto podem ser, por exemplo, medidas que indicam a distribuição de material em cada ponto do domínio. A OT é a mais genérica, sendo que a quantidade de material removida e o valor final da função objetivo são maiores do que nos outros métodos de otimização, conseqüentemente, obtém-se a estrutura mais leve e com melhor desempenho. Existem vários algoritmos para a solução da otimização, disponíveis para problemas não-lineares com restrições (Vanderplaats 1984, Haftka et al. 1990). Estes algoritmos são baseados nos chamados critérios de optimalidade, métodos de programação matemática e métodos de aproximação seqüencial. O critério de optimalidade é um algoritmo de otimização que apresenta uma formulação específica desenvolvida para resolver um dado problema de otimização. No entanto, é eficiente computacionalmente e foi aplicado nos primeiros problemas de OT, principalmente no problema de minimização de flexibilidade média (ou maximização de rigidez) (Cheng & Olhoff 1981, Cheng & Olhoff 1982, Bendsøe & Kikuchi 1988, Suzuki & Kikuchi 1991). Já os métodos baseados na programação matemática e métodos de aproximação seqüencial são métodos classificados como genéricos podendo ser aplicados na solução de qualquer problema de otimização. Os métodos seqüenciais como os métodos de PLS (Haftka et al. 1990), MMA (Svanberg 1987, Bruyneel et al. 2002) e o PQS (Haftka et al. 1990) têm sido os mais aplicados para resolver o problema de OT. Além disso, variações do MMA, como o GMMA (Zhang et al. 1996), GBMMA e GCMMA (Bruyneel et al. 2002) também podem ser empregados.

Neste capítulo será apresentada uma abordagem introdutória e uma revisão bibliográfica sobre a OT nas Seções 2.1 e 2.2, respectivamente. As principais características do MOT são, conceitos principais, modelo de material, considerações, e problemas numéricos, descritas nas Seções 2.3, 2.4, 2.5 e 2.6, respectivamente.

2.1 Introdução à Otimização Topológica

O MOT é uma eficiente ferramenta de otimização computacional. A OT otimiza estruturas criando *buracos* localizados de forma ótima, de maneira a extremizar uma função objetivo definida e sujeita a restrições, como, por exemplo, a redução de volume. Essencialmente, o MOT distribui material no interior de um domínio fixo, discretizado em elementos finitos, que permanece fixo durante o processo de otimização. O material em cada ponto do domínio fixo pode variar, por exemplo, de um material do tipo A (por exemplo, *vazio*) a um material do tipo B (por exemplo, um material *sólido*), assumindo materiais intermediários entre A e B de acordo com uma lei de mistura adotada, denominada de modelo de material. Na OT, as variáveis de projeto são as variáveis que definem o modelo de material em cada ponto do domínio fixo (Bendsøe & Kikuchi 1988, Bendsøe 1989).

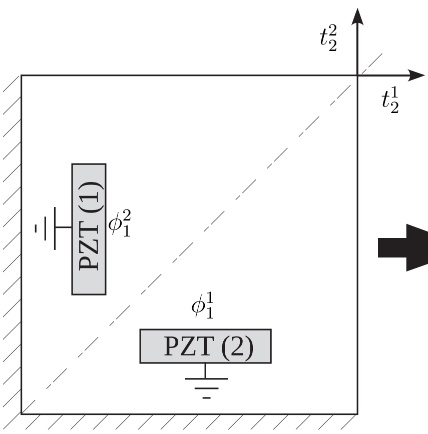
A OT é um método iterativo que pode ser implementado, por exemplo, combinando-se algoritmos de otimização com o MEF, ou seja, a cada iteração o algoritmo de otimização distribui material no interior do domínio fixo, que é analisado pelo MEF, necessário para o cálculo da função objetivo e restrições, até o processo convergir. Então, obtém-se a distribuição ótima do material no domínio que atende às condições de projeto. A Figura 2.2 mostra o procedimento de projeto de atuadores piezelétricos utilizando o MOT desenvolvido neste trabalho. A OT neste trabalho é aplicada para maximizar a função objetivo, no qual deseja-se obter o máximo deslocamento nos movimentos de atuação com a minimização do movimento acoplado sujeito a restrição de volume, portanto, trata-se de uma função multi-objetivo.

Primeiramente é gerado um domínio inicial de projeto, como mostrado na Figura 2.2(a), sendo discretizado em elementos finitos (ver Figura 2.2(b)). A distribuição de material no domínio discretizado é alterado a cada iteração, pelo programa de OT, e após obter a convergência é gerado um arquivo que contém a distribuição de material otimizado no domínio inicial (representado por valores entre *zero* e *um* em cada elemento finito, ver Figura 2.2(c)). A imagem da topologia obtida deve ser interpretada utilizando software de *"Computer-Aided Design"* (CAD), como mostrado na Figura 2.2(d), e posteriormente é realizada uma análise da topologia interpretada utilizando o MEF (ver Figura 2.2(e)). Finalmente, na Figura 2.2(f) ilustra o protótipo do atuador piezelétrico fabricado utilizando, por exemplo, o processo de Eletroerosão à Fio. Essa interpretação do resultado pode ser realizada utilizando-se técnicas de processamento de imagem e técnicas de otimização de forma (Bremicker et al. 1991), ou simplesmente desenhando-se uma nova estrutura baseada na imagem fornecida pelo MOT. São realizadas pequenas alterações na topologia da estrutura para facilitar o processo de fabricação que podem eventualmente alterar o seu desempenho.

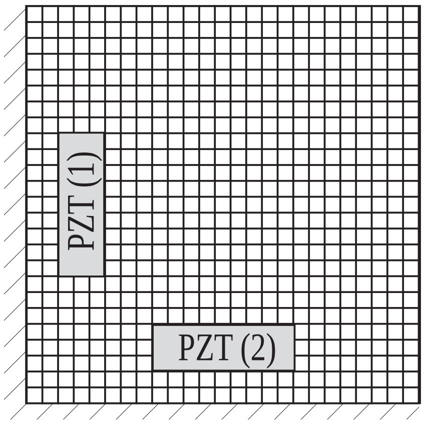
2.2 Histórico

No final da década de 80, Bendsøe & Kikuchi (1988) introduziram uma metodologia alternativa para a otimização de forma, que parte do princípio de fixar o domínio inicial da estrutura, e portanto, manter inalterado a malha de elementos finitos utilizado no processo de otimização. Assim, surge a metodologia para OT de estruturas mecânicas, baseada no conceito de domínio fixo estendido de projeto, e inicialmente, no método da homogeneização (Guedes & Kikuchi 1990) como modelo de material.

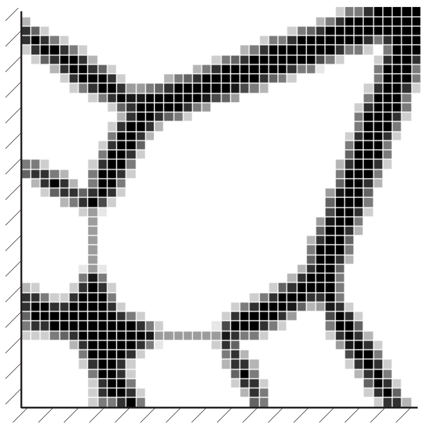
Essa metodologia foi fortemente inspirada nas conclusões obtidas nos trabalhos que lidam com otimização da distribuição de espessuras em placas e chapas (Cheng & Olhoff 1981, Cheng & Olhoff 1982) e otimização para projetos de barras de torção construídas com dois materiais em diferentes proporções volumétricas (Lurie et al. 1982*b*, Lurie et al. 1982*a*, Lurie et al. 1982*b*, Strang



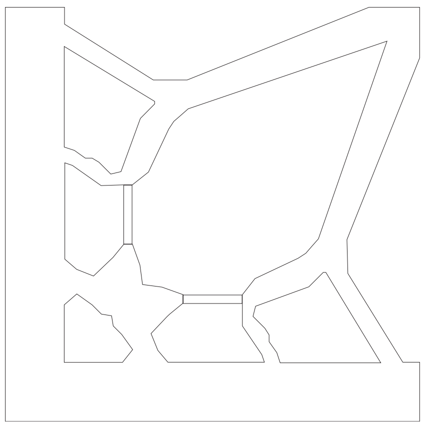
(a) Domínio de Projeto



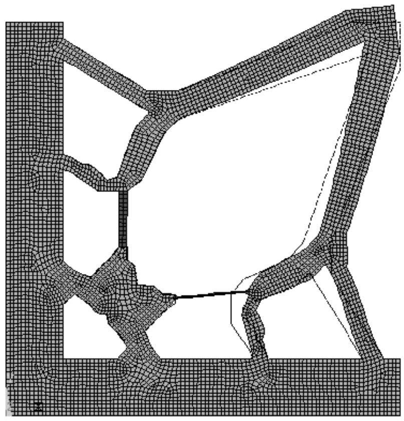
(b) Domínio Discretizado



(c) Resultado da OT



(d) CAD



(e) MEF

(f) Protótipo

Figura 2.2: Procedimento de projeto de multi-atuadores piezelétricos utilizando a otimização topológica.

& Kohn 1986). Cheng & Olhoff (1981) investigaram a formulação matemática para o problema de maximização de rigidez (com restrição de volume) de placas delgadas, onde a variável de projeto é a espessura da placa, e concluíram que para este problema de otimização existem várias soluções ótimas locais. Conclusão também obtida por Rozvany et al. (1982), ou seja, os resultados obtidos indicam que a solução ótima é uma placa que ao longo da espessura é composta por regiões com infinitos reforços infinitesimais (nervuras), cujo comportamento é similar a um material composto por infinitas microestruturas, que por sua vez pode ser representada por um modelo de material. Em termos matemáticos a introdução de uma microestrutura na formulação de um problema estrutural permite a relaxação do variacional do problema de otimização. Bendsøe (1989) descreve várias maneiras de se conseguir a relaxação do variacional através da introdução de um modelo de material baseado na distribuição de densidades na microestrutura, dentre eles o chamado de método densidades. Assim, os modelos de material constituem a base da relaxação dos problemas da OT e podem ser divididos basicamente em duas categorias, método da homogeneização e método das densidades, descritos nas Seções 2.4.1 e 2.4.2, respectivamente. Uma revisão sobre os modelos de material utilizados no MOT pode ser vista em Hassani & Hinton (1998*b*). O cálculo da relaxação dos funcionais na otimização estrutural estão detalhados na literatura (Strang & Kohn 1986, Kohn & Strang 1986*a*, Kohn & Strang 1986*b*, Kohn & Strang 1986*c*).

A metodologia para OT foi definida por Bendsøe & Kikuchi (1988) e Suzuki & Kikuchi (1991), que implementaram o método para resolver com sucesso vários exemplos de otimização estrutural, cuja função objetivo do problema é a maximização de rigidez sujeita à restrição de volume de material. Na seqüencia, Diaz & Bendsøe (1992) apresentaram uma formulação para o problema de maximização de rigidez de estruturas elásticas submetida a várias cargas não-simultâneas. Thomsen (1992) tratou numericamente uma primeira extensão do método aplicada a otimização de estruturas compostas por mais de um material. Problemas de OT considerando freqüência de ressonância em estruturas contínuas foram descritos pela primeira vez por Diaz & Kikuchi (1992) e Ma et al. (1995). A primeira formulação de OT no projeto de placas baseado no modelo de Mindlin pode ser visto em Soto & Diaz (1993). Enquanto isso, problemas de instabilidades de estruturas (flambagem) utilizando o MOT foram resolvidos inicialmente por Neves et al. (1995). Rodrigues & Fernandes (1995) descreveram pela primeira vez a OT de estruturas termoelásticas submetidas a cargas térmicas. A análise transiente em estruturas como problema de OT foi realizada por Min et al. (1999) e Turteltaub (2001).

Além das aplicações na área estrutural clássica, a utilização do MOT expandiu-se para outras áreas de projeto. Por exemplo, a aplicação do método por Ananthasuresh & Kota (1995*a*) em projetos de mecanismos flexíveis e depois MEMS, motivou o surgimento de vários trabalhos nesta área (Sigmund 1997, Larsen et al. 1997, Nishiwaki et al. 1998, Kikuchi et al. 1998). Problemas de maximização da condutividade térmica na transferência de calor são resolvidos em Park (1995). Atualmente a metodologia da OT é empregada em várias linhas de pesquisas, por exemplo, o projeto de transdutores piezelétricos (Silva et al. 1998, Silva, Nishiwaki, Fonseca & Kikuchi 1999, Silva & Kikuchi 1999*b*), projeto de micromecanismos flexíveis com atuação térmica e eletrotérmica (Jonsmann 1999, Sigmund 2001*b*, Sigmund 2001*a*), projeto de atuadores flextensionais piezelétricos (Silva et al. 2000, Canfield & Frecker 2000), projeto de estruturas sob atuação de campos magnéticos (Yoo & Kikuchi 2000, Byun & Hahn 2001, Wang et al. 2004), projeto de micromecanismos com carga dinâmica (Nishiwaki et al. 2000, Tcherniak 2002), entre outros. Para uma revisão abrangente do MOT ver a referência (Bendsøe & Sigmund 2003).

2.3 Conceitos do MOT

O MOT é baseado em dois conceitos principais (Bendsøe & Kikuchi 1988, Bendsøe 1989), domínio estendido fixo e modelo de material.

Ao contrário da otimização de forma (ver Figura 2.1(d)), no MOT (ver Figura 2.1(f)) não são alterados os contornos do domínio da estrutura durante o processo de otimização. Este domínio fixo (Ω) que conterá a estrutura desconhecida (Ω_d) e que se encontra limitado pelos pontos de apoio da estrutura e os pontos de aplicação dos carregamentos, é chamado domínio fixo estendido de projeto, como mostrado na Figura 2.3. Assim, o objetivo da OT é determinar a estrutura ótima, gerando buracos através da remoção e adição de material no domínio Ω.

Conseqüentemente, o problema de otimização pode ser definido como obter a distribuição ótima de propriedades de materiais no domínio fixo estendido (Bendsøe & Kikuchi 1988). Assim, na implementação numérica, o domínio fixo é discretizado em elementos finitos que permanecerão inalterados durante o processo de otimização, simplificando o cálculo das derivadas da função objetivo definida para o problema, sendo alterado somente a distribuição de material no elementos, como mostrado abaixo:

$$\frac{\partial}{\partial A_n} \int_\Omega q d\Omega = \int_\Omega \frac{\partial q}{\partial A_n} d\Omega \tag{2.1}$$

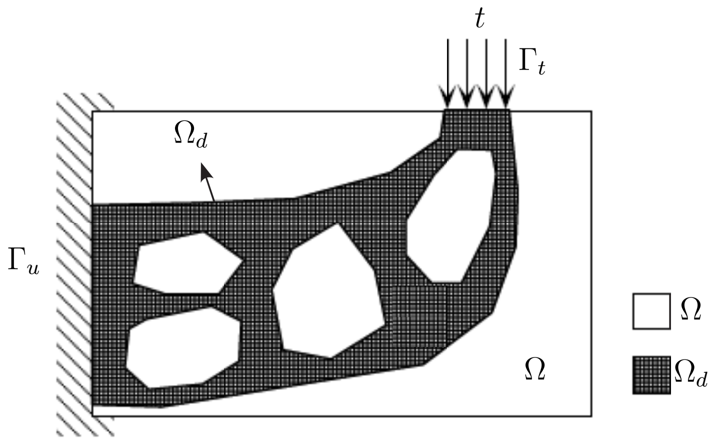


Figura 2.3: Domínio estendido fixo Ω e o domínio desconhecido Ω_d.

onde A_n é uma variável de projeto que representa a distribuição de material, e q é uma função contínua de primeira ordem (derivável).

O segundo conceito importante no método é como variar o material de *zero* a *um* no interior do domínio durante a otimização. Os dois principais tipos de modelos de material que definem a mistura em micro-escala de dois ou mais materiais são: homogeneização (Murat & Tartar 1985, Bendsøe & Kikuchi 1988, Suzuki & Kikuchi 1991, Guedes & Kikuchi 1990, Hassani & Hinton 1998*a*, Hassani & Hinton 1998*b*, Hassani & Hinton 1998*c*) e método de densidade (Bendsoe & Sigmund 1999).

2.4 Modelo de material

O modelo de material é uma equação que define a mistura em micro-escala de dois ou mais materiais (um deles pode ser *vazio*) permitindo que hajam estágios intermediários ao se passar da condição de *zero* material (*vazio*) a *sólido* em cada ponto do domínio. De forma básica, a estrutura a ser otimizada pode ser definida por uma função discreta $\chi(x)$ definida em cada ponto x do domínio Ω, da seguinte forma:

$$\chi(x) = \begin{cases} 1 \text{ se } x \in \Omega_D \\ 0 \text{ se } x \in \Omega \backslash \Omega_D \end{cases} \tag{2.2}$$

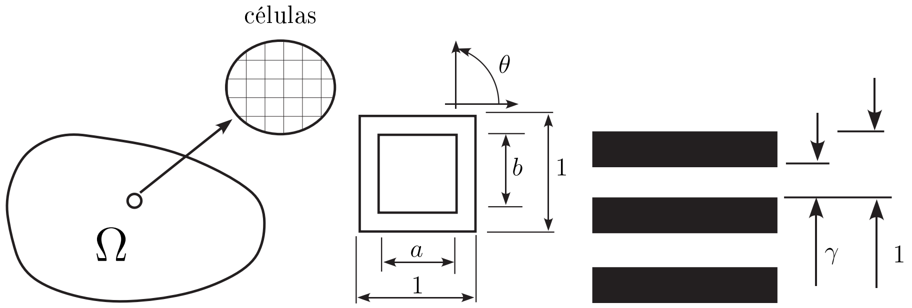
onde Ω_D é a região onde há presença de material, inserida no domínio Ω (ver Figura 2.3). Sendo o material isotrópico, pode-se escrever:

$$\mathbf{C}(x) = \chi(x)\,\mathbf{C}_o \tag{2.3}$$

onde $\mathbf{C}_o$ é o tensor constitutivo do material base. Ou seja, fisicamente a função discreta define se o ponto do domínio é preenchido com material (*sólido*) ou é um *vazio*, não havendo estágios intermediários. A parametrização discreta da Equação (2.3) tende a criar microestruturas à medida em que a malha é refinada, e conseqüentemente, melhor será a representação da microestrutura, quanto mais fina a discretização da malha, o que gera a dependência da discretização e a não-unicidade da solução para o problema discretizado (Bendsøe 1995, Sigmund & Petersson 1998, Rozvany 2001, Bendsøe & Sigmund 2003). Ou seja, quanto maior é a discretização do domínio, a solução tende a conter regiões com alternância de sólido e vazio $(0-1)$. Uma forma de obter a solução para este problema consiste na relaxação da variável de projeto, ou seja, permitir que as variáveis de projeto assumam valores intermediários entre *zero* e *um*. Uma maneira de relaxar o problema é definir um modelo de material substituindo a função discreta por uma contínua (Cheng & Olhoff 1982, Bendsøe & Kikuchi 1988, Bendsøe 1989). A princípio, os estágios intermediários não têm significado físico sendo apenas decorrentes de um recurso matemático para relaxação do problema. Segundo Bendsøe (1995), um modelo de material que fornecer uma função contínua e consistente das propriedades do material em cada ponto do domínio, garante o alcance da solução. Este conceito permite portanto a relaxação do problema de otimização. Existem vários modelos de materiais que podem ser utilizados, dentre eles o método das densidades, detalhado na Seção 2.4.2 e o método da homogeneização, descrito resumidamente na Seção 2.4.1.

2.4.1 Modelo de Material Baseado no Método de Homogeneização

O método da homogeneização é baseado em microestruturas formadas pela mistura de materiais homogêneos (Murat & Tartar 1985, Bendsøe & Kikuchi 1988), e portanto este método utiliza uma microestrutura física. Uma revisão sobre esse método pode ser encontrada em Hassani & Hinton (1998*a*), (1998*b*) e (1998*c*). Consiste num método complexo e robusto que permite o cálculo das propriedades efetivas de um material composto, conhecida a geometria e composição de sua microestrutura. Assim, tomando-se como exemplo uma placa perfurada podemos calcular as propriedades da composição dos materiais da placa perfurada (*sólido* e *vazio*) a partir do material base da placa e conhecendo a distribuição dos furos na mesma. No MOT cada ponto do domínio da estrutura é definido como sendo um material composto gerado pela repetição periódica de uma microestrutura, ver Figura 2.4. Desta maneira, existem duas configurações



(a) Microestrutura (b) célula 1 (c) célula 2

Figura 2.4: Microestruturas para o método da homogeneização.

de microestrutura que podem ser utilizadas, a partir das quais podem ser geradas outras microestruturas (Fujii et al. 2001). Uma delas é a microestrutura composta por material sólido com vazio interno, ver Figura 2.4(b), e a outra é a microestrutura composta por camadas alternadas de *sólido* e *vazio*, como mostrado na Figura 2.4(c).

A microestrutura composta por camadas alternadas entre *sólido* e *vazio* é mostrada na Figura 2.4(c), e cujo parâmetro de otimização é a medida γ. Thomsen (1992) e Olhoff et al. (1993) utilizaram essa categoria de microestrutura para otimização topológica em seus trabalhos. Já a microestrutura composta por material sólido com vazio interno, Figura 2.4(b), consiste numa célula unitária com um buraco retangular no seu interior (Bendsøe & Kikuchi 1988, Suzuki & Kikuchi 1991), cujas dimensões são definidas pelas variáveis de projeto a e b e o ângulo θ. Assim, em cada ponto do domínio Ω define-se um material composto gerado pela repetição periódica de uma microestrutura de dimensões a, b e θ (ou γ na célula 2) correspondente aquele ponto. Variando-se os valores de a, b e θ (ou γ na célula 2) ao longo do domínio estendido fixo durante a otimização altera-se a distribuição de material nesse domínio, de maneira que ao final da otimização existirão pontos com *vazio* ($a = b = 1$ ou $\gamma = 1$ na célula 2), pontos com *sólido* ($a = b = 0$ ou $\gamma = 0$ na célula 2) e alguns pontos com materiais intermediários. Nesse sentido o problema consiste em se otimizar a distribuição de material num domínio perfurado com infinitos micro-furos.

2.4.2 Método de Densidade

Nesse método o modelo de material consiste numa lei matemática define a mistura de material em cada ponto do domínio fixo estendido. A equação matemática define o valor das pseudo-densidades (variável de projeto que varia de *zero* a *um*) em cada ponto do domínio Ω em função da propriedade efetiva do material base utilizado no projeto. Essencialmente o método simula uma microestrutura, definindo o nível da relaxação do problema. Um modelo bastante utilizado é o denominado de *"Simple Isotropic Material with Penalization"* (SIMP), e é dado por (Bendsøe 1989, Zhou & Rozvany 1991, Mlejnek 1992, Bendsøe & Sigmund 2003):

$$\begin{aligned} & E(\mathbf{x}) = \rho(\mathbf{x})^{p} E_{o} \\ & 0 \leq \rho(\mathbf{x}) \leq 1 \\ & p > 1 \end{aligned} \tag{2.4}$$

onde p é um coeficiente de penalização e E_o é o módulo de Young. No SIMP, o módulo de elasticidade do material (E) em cada ponto do domínio varia com a densidade ρ, enquanto que ν (coeficiente de Poisson) não depende de ρ. Desta forma, podemos dizer que a pseudo-densidade do material em cada ponto do domínio pode variar de *zero* a *um*.

Como já comentado, matematicamente, a ocorrência de valores intermediários para a variável de projeto estabelece a relaxação do problema, e permite obter um espaço de solução fechado, o que é importante para garantir a existência da solução (Bendsøe 1989). No entanto, a solução ótima apresentará um grande número de regiões com propriedades intermediárias denominadas de *escalas de cinza*, o que não é interessante, pois dificulta a interpretação final da topologia. Dessa forma, é interessante recuperar o caráter discreto da distribuição de material, o que é obtido através do coeficiente de penalização p. Um valor de p muito alto aproxima cada vez mais o problema contínuo do problema discreto, retornando ao problema da não-existência de solução discutido. Uma discussão do valor ótimo do coeficiente p foi apresentada por Bendsoe & Sigmund (1999), no qual demonstraram que p deve ser maior ou igual á 3, e no caso do EPTM, se ν for igual à $1/3$ (coeficiente de Poisson do aço) o coeficiente p deverá ser igual à 3. Para o caso tridimensional de tensões também foram deduzidas expressões equivalentes para o valor de p.

Trata-se de um método mais simples de implementar computacionalmente do que o modelo de material baseado no método de homogeneização, pois há uma variável de projeto por ponto do domínio, e os valores das propriedades são obtidas de forma direta. A seguir são apresentadas algumas considerações sobre o MOT.

2.5 Considerações sobre o Método de Otimização Topológica

Como já comentado, na tentativa de contornar a não existência da solução do problema discreto $(0-1)$ de OT, o problema é relaxado definindo-se um modelo de material. Isso garante a existência da solução ótima, no entanto, essa solução apresentará materiais intermediários, o que torna difícil a sua fabricação. Um material composto (intermediário) essencialmente pode ser interpretado como um material cuja célula unitária apresenta *microfuros*. Com o intuito de obter uma solução que possa ser fabricada procura-se recuperar o caráter discreto da distribuição de material, utilizando-se por exemplo, o fator de penalidade p no modelo de material o que permite apenas um controle local do material. No entanto, ao se fazer isso retornam-se as dificuldades do problema discreto, como por exemplo, a não-unicidade de solução. Assim, por exemplo, no caso do problema de máxima rigidez para um certo volume de material, podemos obter uma solução de topologia com poucos furos grandes ou com muitos furos pequenos. Isso se traduz numa dependência da solução em relação à discretização da malha de elementos finitos com que se resolve o problema, como já comentado. Para contornar esse problema são adicionadas restrições extras ao problema, como por exemplo, restrições no gradiente das densidades ao longo do domínio através de filtros de controle de gradientes (Bendsøe & Sigmund 2003).

A opção mais apropriada seria utilizar uma restrição de perímetro dos *furos*, como implementado por Haber et al. (1996). Essa restrição permite controlar o tamanho dos furos, e evita a formação de materiais intermediários (ou microfuros), permitindo eliminar o problema da dependência de malha, e também permite recuperar o caráter discreto do problema, na medida que juntamente com uma restrição de volume, evita a formação de materiais intermediários, como já comentado. No entanto devido à complexidade da implementação da restrição de perímetro, a opção baseada na penalização juntamente com filtros de controle de gradiente é a mais utilizada pela literatura (Bendsøe & Sigmund 2003). No entanto, dependendo do modelo de material utilizado, os problemas acima podem ser reduzidos. Assim, por exemplo, na utilização do modelo de material baseado no método de homogeneização, o comportamento da função característica sugerido está definido na micro-escala do domínio da micro-estrutura, sendo um modelo mais realístico. Esse modelo permite obter soluções ótimas locais com pouco material intermediário (ou escalas de cinza), mesmo sem a utilização de um fator de penalidade, no entanto, ainda apresenta o problema de dependência da

Figura 2.5: Arranjo de *instabilidade de xadrez.*

solução da discretização da malha de MEF. É importante destacar que em todos os casos as topologias obtidas são soluções ótimas locais, que buscam atender o ponto de vista de Engenharia, e que se distanciam da solução ótima global que apresenta materiais intermediários (escalas de cinza). Assim, tem-se uma solução de compromisso, ou seja, obter uma solução ótima local bem definida com materiais 0 ou 1, sendo o mais próxima possível da solução ótima global e que atenda aos requisitos de viabilidade de construção para a estrutura projetada.

Finalmente existe um problema numérico denominado *Instabilidade de Xadrez* que está relacionado exclusivamente com a formulação do MEF, e que será descrito a seguir com mais detalhe.

2.6 Instabilidade de Xadrez

A instabilidade de xadrez é caracterizada pela formação de regiões *com* material (ilustrado com elementos de cor escura) e elementos *sem* material (ilustrado na cor branca), dispostos em forma de tabuleiro, como mostrado na Figura 2.5.

As publicações relacionadas com o estudo da instabilidade xadrez sugerem duas formas distintas para sua eliminação nos problemas de OT, que tradicionalmente são empregadas pela literatura (Diaz & Sigmund 1995, Bourdin 2001, Bendsøe & Sigmund 2003). Uma delas é aumentar a ordem do elemento finito e a outra é utilizar métodos de filtragem ou de controle de gradientes das densidades no domínio. A *instabilidade xadrez* é indesejável na solução do problema, pois não se configura numa distribuição ótima de material, mas num fenômeno que aparece devido à formulação (funções de interpolação) do elemento finito utilizado no processo de otimização.

Kikuchi et al. (1997) investigaram o comportamento local do arranjo de elementos finitos dispostos em forma de *instabilidade xadrez*, e constataram que a ocorrência desse fenômeno nos resultados dos problemas de OT é que as aproximações numéricas introduzidas pelo MEF, fazem com que o arranjo do material em forma de *instabilidade xadrez* seja mais rígido ao cisalhamento do que o arranjo uniforme (somente material), considerando o mesmo volume de material em ambos os arranjos. Porém, aumentar a ordem do elemento significa aumentar o número de nós do elemento finito, sendo uma alternativa cara devido ao alto custo computacional. A maioria dos trabalhos que envolvem o MOT utiliza o elemento quadrilátero de 4 nós, por ter uma formulação simples de ser implementada e eficiente computacionalmente do que elementos de ordem maior, pois é importante considerar a natureza iterativa do MOT.

Além disso, foi demonstrado em estudos realizados por Jog et al. (1994), Diaz & Sigmund (1995) e Jog & Haber (1996) que os problemas de instabilidades numéricas são inerentes a problemas de variacionais mistos. O problema de OT pode ser interpretado como um problema que contém um variacional misto envolvendo o campo de densidades (grau da função densidade do modelo de material, p) e o campo de deslocamentos (grau da função de interpolação de deslocamentos no MEF). Assim, dependendo do valor do fator de penalidade p, a instabilidade xadrez pode ocorrer mesmo utilizando elementos de 9 nós (Jog & Haber 1996). O trabalho de Jog et al. (1994) e Jog & Haber (1996) propõem uma série de testes (baseados em observações práticas ou no estudo matemático do problema variacional misto) para avaliar se uma determinada combinação de interpolações de densidades e deslocamentos resulta em configurações instáveis ou estáveis. A formação da *instabilidade xadrez* não é um aspecto exclusivo da OT, este fenômeno também se manifesta na solução de MEF para diversos outros problemas com variacional misto. Um exemplo deste fenômeno é observado na distribuição de pressões obtidas através da análise de MEF do problema de escoamento de fluidos de Stokes (Oden et al. 1982), cujo variacional envolve velocidades e pressões. Para determinadas combinações de interpolação para o campo de deslocamentos e para o campo de pressões, o problema se mostra instável.

Portanto, é necessário encontrar uma forma alternativa para a eliminação da *instabilidade xadrez* nos problemas de OT. A introdução de métodos de controle da variação espacial das variáveis de projeto (pseudo-densidades) no domínio de projeto, através da implementação de filtros na otimização é uma das mais utilizadas pela literatura (Bendsøe & Sigmund 2003), uma vez que a *instabilidade xadrez* se caracteriza por variações bruscas nos gradientes das variáveis de projeto. Além disso, esse método também permite controlar de forma razoável a complexidade da topologia obtida pelo MOT (Bourdin 2001), bem como, a dependência da malha. Nesse sentido recursos como a restrição de perímetro também se aplicam para o controle da *instabilidade xadrez* (Haber et al. 1996). Sigmund (2007) faz uma análise dos métodos para reduzir os problemas numéricos da OT, e apresenta uma revisão completa sobre este assunto. Dentre os métodos estudados, Sigmund (2007) sugere a técnica de projeção (Guest et al. 2004).

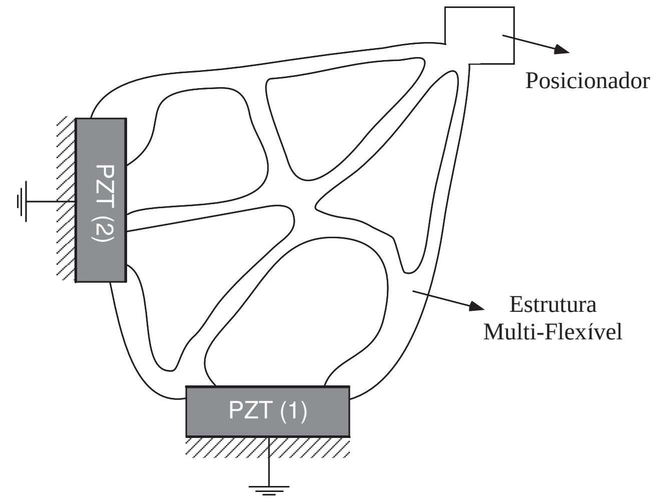
Assim, nesse trabalho utilizou-se a técnica de projeção desenvolvida por Guest et al. (2004) para controlar os problemas de instabilidades. Essa técnica foi aplicada no projeto dos MAPs MGFs e Bilaminares MGFs, permitindo controlar a distribuição da gradação da região MGF obtida pelo MOT. Ou seja, não foi utilizado nenhum recurso para controlar o problema de instabilidades na estrutura multi-flexível. A técnica de projeção consiste em relacionar através de, por exemplo, uma função linear, as pseudo-densidades utilizadas no MEF com as variáveis de projeto, definidas num novo domínio. A função linear ou função de projeção é baseada num raio de abrangência, que é independente da discretização da malha de elementos finitos, como será detalhado no projeto dos MAPs MGFs e Bilaminares MGFs.

3 Projeto dos Multi-Atuadores Piezelétricos (MAPs)

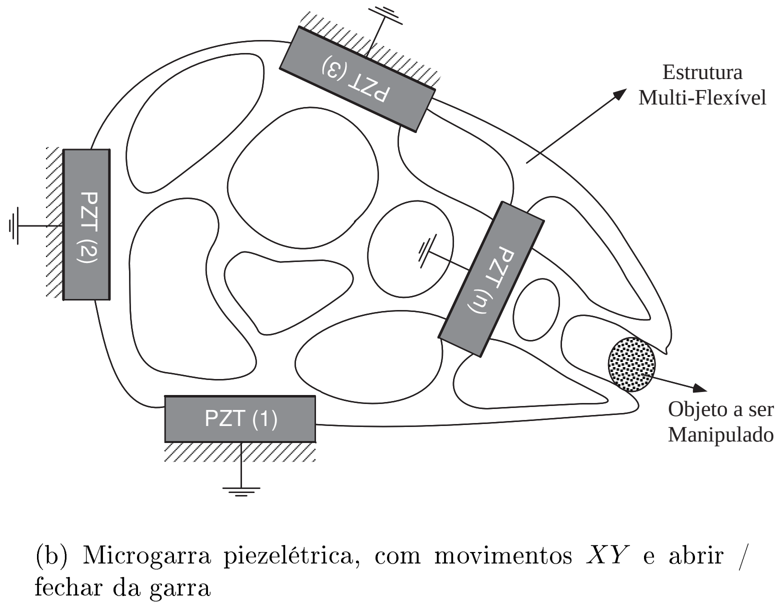
Os dispositivos piezelétricos denominados de MAPs, nessa tese consistem numa estrutura multi-flexível atuado por duas ou mais piezocerâmicas, que geram determinados movimentos de atuação ou forças, em determinados pontos do domínio. Os movimentos de atuação são pré-especificados no projeto, como ilustrados nas Figuras 3.1, que ilustram dois diferentes tipos de dispositivos piezelétricos abordados neste trabalho: os nanoposicionadores piezelétricos XY e a microgarra piezelétrica com 3 movimentos de atuação (movimentos nas direções X e Y, e movimento de abrir e fechar da garra).

O projeto dos micro-dispositivos piezelétricos são complexos, devido ao número de movimentos de atuação gerados pela aplicação de potencial elétrico, nas piezocerâmicas. Durante a atuação surgem movimentos indesejados, denominados de movimentos acoplados. Os movimentos acoplados são críticos por comprometerem a eficiência dos movimentos de atuação. Todos esses fatores demonstram a complexidade em projetar eficientemente mecanismos piezelétricos com vários movimentos de atuação para aplicações de nanoposicionamento e micromanipulação. Essa complexidade também é mostrada nos projetos de Chang et al. (1999*b*) e (1999*a*), Ku et al. (2000) e Claeyssen et al. (2001), onde foram empregados modelos analíticos para a elaboração dos atuadores, ou técnicas experimentais e modelos de elementos finitos. Desta forma, neste trabalho buscou-se uma ferramenta poderosa e sistemática baseado na OT (Otimização Topológica) para desenvolver o projeto desses dispositivo.

Portanto, no projeto dos MAPs utilizou-se o MOT (Método de Otimização Topológica) para desenvolver os atuadores piezelétricos multi-flexíveis, como os apresentados na Figura 3.1, com o objetivo de obter a melhor resposta para os movimentos de atuação e a minimização dos movimentos acoplados. O modelo de material é baseado no método das densidades (Bendsøe & Sigmund 2003), permitindo a distribuição do material não-piezelétrico e *vazio* no domínio de



(a) Nanoposicionador piezelétrico XY



(b) Microgarra piezelétrica, com movimentos XY e abrir / fechar da garra

Figura 3.1: Conceito de multi-atuadores piezelétricos.

projeto para a obtenção da estrutura multi-flexível, como descrito na seção 3.2.1. A abordagem CAMD (Aproximação Contínua do Modelo de Material) definida na seção 3.2.1 permite uma distribuição contínua do material no domínio de projeto, e reduz os problemas da *instabilidade xadrez* (Jog & Haber 1996, Rahmatalla & Swan 2003, Rahmatalla & Swan 2004, Matsui & Terada 2004), ao contrário das formulações tradicionais empregadas no MOT. Em trabalhos anteriores, a OT foi empregada para projetar atuadores piezelétricos simples com excitação por cargas elétricas (Silva et al. 2000, Silva 2003). Este tipo de excitação não representa o problema real, contudo apresenta uma formulação mais simples e computacionalmente mais eficiente, do que o método implementado com excitação por potenciais elétricos (voltagem). Os exemplos apresentados no capítulo de resultados são atuadores piezelétricos XY (Chang et al. 1999a, Chang et al. 1999b), microgarra, e um posicionador com 4 graus de liberdade.

Este capítulo, contém a formulação numérica e contínua do problema de OT para o projeto dos MAPs. A OT aplicada aos MAPs considera que as regiões piezelétricas são fixas e não-otimizáveis durante todo o processo de otimização, e somente a estrutura multi-flexível é otimizada. Para definir o problema de OT aplicado aos MAPs é necessário definir uma função multi-objetivo, descrita na forma contínua na Seção 3.1.4. A função multi-objetivo é composta pelos termos: transdução média (está relacionada com o deslocamento gerado devido potencial elétrico aplicada ao meio piezelétrico) que é definida no apêndice C e simplificada na Seção 3.1.1; flexibilidade média (está relacionada com a rigidez mecânica necessária durante os movimentos de atuação) é descrita na Seção 3.1.2; e função restrição de acoplamento (está relacionada com os movimentos acoplados que surgem durante os movimentos de atuação) é descrita na Seção 3.1.3. A formulação da transdução média, flexibilidade média e função restrição de acoplamento são definidas através das equações de equilíbrio do meio. As funções descritas acima são dadas na forma numérica na Seção 3.2, na qual está detalhado o modelo de material utilizado (ver Seção 3.2.1). A análise de sensibilidade das funções que compõem a função multi-objetivo, bem como das restrições, são descritas nas Seções 3.1.5 e 3.2.3, respectivamente. O cálculo desses gradientes é importante devido à necessidade da linearização da função multi-objetivo em relação as variáveis de projeto, como veremos mais adiante na implementação numérica da rotina de PLS (Programação Linear Seqüencial). Os resultados numéricos e experimentais considerando o EPTM para os dispositivos piezelétricos são dados nas Seções 3.3 e 3.4, respectivamente.

3.1 Definição do Problema Contínuo da OT para o Projeto dos MAPs

A complexidade do projeto é a motivação para utilizar o MOT. Os movimentos de atuação são uma composição das funções eletro-mecânica e estrutural, para cada movimento de atuação. A função eletro-mecânica está relacionada com o deslocamento gerado em uma determinada direção e região da estrutura multi-flexível devido ao potencial elétrico aplicado nos eletrodos de uma piezocerâmica. A função estrutural está relacionada com a rigidez estrutural, para garantir a forma do atuador, quando sujeito ao trabalho das forças externas. Porém, há movimentos indesejados que a estrutura multi-flexível gera e que afetam o desempenho dos atuadores, estes movimentos são denominados de movimentos acoplados e são minimizados utilizando uma função restrição de acoplamento, que permite reduzir eficientemente esses movimentos.

Assim, o problema de otimização para o projeto de multi-atuadores piezelétricos tem que satisfazer as funções transdução média, flexibilidade média e função restrição de acoplamento, portanto, é necessário definir uma função multi-objetivo, que atenda a todos os parâmetros do problema de projeto do MAP. Estas funções são descritas na forma contínua como mostrado nas próximas subseções.

3.1.1 Formulação Contínua do Problema para Atender à Função Eletro-mecânica

Esta função está relacionada com a conversão de energia eletro-mecânica entre duas regiões $\Gamma^i_{\phi_1}$ (potenciais elétricos) e $\Gamma^i_{\mathbf{t}_2}$ (carregamentos mecânicos) (ver Figura 3.2), pertencentes ao domínio de projeto Ω. Como o objetivo é obter a estrutura multi-flexível que forneça o maior deslocamento nos movimentos de atuação, então quanto maior esta função, maior é o deslocamento gerado na região $\Gamma^i_{t_2}$ devido aos potenciais elétricos aplicados nas regiões $\Gamma^i_{\phi_1}$. A maximização da função eletro-mecânica é obtida pela maximização da transdução média definida na Equação (C.6).

O cálculo da transdução média é realizado em dois casos de carregamento, como mostrado na Figura 3.2(a), o primeiro está relacionado com à resposta do atuador devido a aplicação dos potenciais elétricos ϕ^i_1 nas regiões $\Gamma^i_{\phi_1}$, e o segundo com a aplicação de carregamentos mecânicos $\mathbf{t}^i_2$ nas regiões $\Gamma^i_{\mathbf{t}_2}$, simulando os i movimentos de atuação, e desta forma, a transdução média relaciona os potenciais elétricos aplicados nas piezocerâmicas com os seus respectivos movimentos de atuação.

Analisando a Equação (C.6) observa-se que os deslocamentos elétricos são nulos no segundo caso $d_2^i = 0$ (ver Figura 3.2(a)), então a transdução média (Silva 2003, Carbonari, Silva & Nishiwaki 2005) entre as regiões $\Gamma_{\phi_1}^i$ e $\Gamma_{\mathbf{t}_2}^i$ é dada por:

$$\begin{aligned} L_2^i(\mathbf{u}_1^i, \phi_1^i) &= L_t^i(\mathbf{t}_2^i, \mathbf{u}_1^i) + L_d^i(d_2^i, \phi_1^i) = \\ &= A(\mathbf{u}_2^i, \mathbf{u}_1^i) + B(\phi_2^i, \mathbf{u}_1^i) + B(\phi_1^i, \mathbf{u}_2^i) - C(\phi_2^i, \phi_1^i) = \\ &= A(\mathbf{u}_2^i, \mathbf{u}_1^i) + B(\phi_2^i, \mathbf{u}_1^i) \end{aligned} \tag{3.1}$$

sendo que, a dedução detalhada da transdução média é dada no Apêndice C, bem como, as definições de A, B e C. Analisando a Equação (3.1), observa-se que o termo $L_d^i(d_2^i, \phi_1^i)$ é nulo pois $d_2^i = 0$, e portanto a transdução média é função apenas de $L_t^i(\mathbf{t}_2^i, \mathbf{u}_1^i)$. As Equações (C.2) e (C.3) do Apêndice C mostram que apenas $\mathbf{u}_1^i$ são necessários para o cálculo da transdução média, pois $\mathbf{t}_2^i$ são dados de projeto e representam as direções dos movimentos de atuações, como mostrado na Figura 3.2(a).

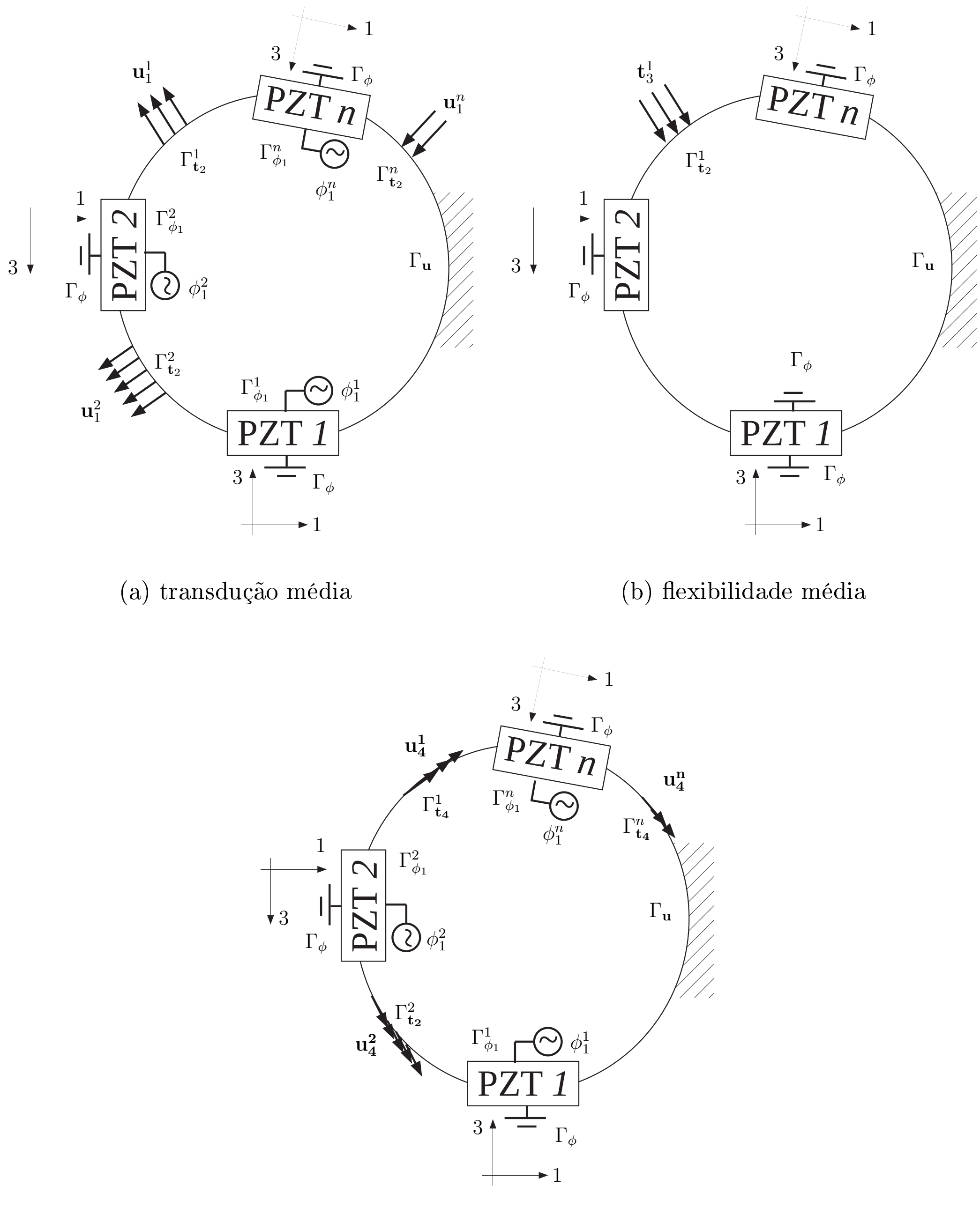
Portanto, a maximização da transdução média é obtido resolvendo:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar}: & L_2^i(\mathbf{u}_1^i, \phi_1^i) = L_t^i(\mathbf{t}_2^i, \mathbf{u}_1^i) = \int_{\Gamma_{\mathbf{t}_2}^i} \mathbf{t}_2^i \mathbf{u}_1^i d\Gamma \\ \rho(\mathbf{x}) & \\ \text{tal que:} & A(\mathbf{u}_1^i, \mathbf{v}_1^i) + B(\phi_1^i, \mathbf{v}_1^i) = L_t^i(\mathbf{t}_1^i, \mathbf{v}_1^i) \qquad i = 1..n \\ & B(\varphi_1^i, \mathbf{u}_1^i) - C(\phi_1^i, \varphi_1^i) = L_d^i(\mathbf{d}_1^i, \phi_1^i) \\ & \text{para } \mathbf{u}_1^i, \phi_1^i \in V_a \text{ e } \forall \mathbf{v}_1^i, \forall \varphi_1^i \in V_a \\ & 0 \leq \rho \leq 1 \\ & \Theta(\rho) = \int_S \rho dS - \Theta_S \leq 0 \end{array}$$

sendo:

$$\begin{aligned} V_a \;=\; & \{\mathbf{v} = v_i \overline{\mathbf{e}}_i,\ \varphi : v_i,\ \varphi \in H^1(\Omega) \text{ com } \mathbf{v} = 0 \text{ em } \Gamma_u \text{ e } \varphi = 0 \text{ ou } \varphi = \varphi_S \\ & \text{em } \Gamma_\phi,\ i = 1 \text{ ou } 3\}, \end{aligned}$$

onde, n é o número de movimentos de atuação, S é o domínio de projeto incluindo o material piezelétrico, Θ_S é o limite da quantidade de material do domínio inicial de projeto, $\Theta(\rho)$ é o volume final obtido na OT para o domínio S, e $\rho(\mathbf{x})$ é a função pseudo-densidade do material utilizado no projeto e $\mathbf{x}$ são as coordenadas de cada ponto do domínio. As outras restrições são as equações de equilíbrio do meio piezelétrico considerando os diferentes casos de carregamento, e são resolvidas separadamente do problema de otimização. Nessa formulação as regiões



(a) transdução média

(b) flexibilidade média

(c) função restrição de acoplamento

Figura 3.2: Estrutura acoplada atuada por piezocerâmicas. Casos de carregamento para cálculo da transdução média, flexibilidade média (somente para piezocerâmica "1") e função restrição de acoplamento, respectivamente.

piezelétricas não são incluídas no domínio de projeto, pois o material piezelétrico não é otimizável e permanece constante durante o processo de otimização.

3.1.2 Formulação Contínua do Problema para Atender à Função Estrutural

Considerando-se somente a maximização da transdução média, a solução ótima obtida poder ser uma estrutura *vazia*, representando uma estrutura com nenhuma rigidez e sem significado físico. Portanto, a função estrutural deve ser definida para fornecer rigidez suficiente entre $\Gamma^i_{\mathbf{t}_2}$ ($\Gamma^i_{\mathbf{t}_2} = \Gamma^i_{\mathbf{t}_3}$) e $\Gamma^i_{\phi_1}$, assegurando a existência de estrutura entre as regiões descritas. Ou seja, a função estrutural deve gerar rigidez o suficiente para resistir às reações sofridas durante os movimentos de atuação, de forma que o atuador mantenha a deflexão nas regiões solicitadas, enquanto está sujeito a potenciais elétricos aplicados nas regiões Γ^i_{ϕ}, como mostrado na Figura 3.2(b). A solução para resolver o problema estrutural é minimizar a flexibilidade média (ou trabalho das forças externas). A flexibilidade média para cada movimento de atuação i é calculada considerando a Figura 3.2(b), onde o carregamento mecânico $\mathbf{t}^i_3 = -\mathbf{t}^i_2$ é aplicado nas regiões $\Gamma^i_{\mathbf{t}_2}$ e as regiões $\Gamma^i_{\phi_1}$ são eletricamente aterradas. Portanto, a flexibilidade média para cada movimento de atuação i (Silva, Nishiwaki & Kikuchi 1999, Carbonari, Silva & Nishiwaki 2005) é dada por:

$$\begin{aligned} L_3(\mathbf{u}^i_3, \phi^i_3) &= \int_{\Gamma^i_{t_2}} \mathbf{t}^i_3 \mathbf{u}^i_3 \, d\Gamma = \\ &= A(\mathbf{u}^i_3, \mathbf{u}^i_3) + B(\phi^i_3, \mathbf{u}^i_3) + B(\phi^i_3, \mathbf{u}^i_3) - C(\phi^i_3, \phi^i_3) = \\ &= A(\mathbf{u}^i_3, \mathbf{u}^i_3) + B(\phi^i_3, \mathbf{u}^i_3) \end{aligned} \tag{3.2}$$

sendo que, as definições de A, B e C são dadas no Apêndice C.

Portanto, para minimizar a flexibilidade média é necessário resolver o problema de otimização abaixo:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar :} & L_3(\mathbf{u}^i_3, \phi^i_3) = \int_{\Gamma^i_{t_2}} \mathbf{t}^i_3 \mathbf{u}^i_3 \, d\Gamma \\ \rho(\mathbf{x}) & \\ \text{tal que:} & \Gamma^i_{\mathbf{t}_2} = \Gamma^i_{\mathbf{t}_3} \\ & A(\mathbf{u}^i_3, \mathbf{v}^i_3) + B(\phi^i_3, \mathbf{v}^i_3) = L^i_t(\mathbf{t}^i_3, \mathbf{v}^i_3) \quad i = 1..n \\ & B(\varphi^i_3, \mathbf{u}^i_3) - C(\phi^i_3, \varphi^i_3) = 0 \\ & \text{para } \mathbf{u}^i_3, \phi^i_3 \in V_c \text{ e } \forall \mathbf{v}^i_3, \forall \varphi^i_3 \in V_c \\ & 0 \le \rho \le 1 \\ & \Theta(\rho) = \int_S \rho \, dS - \Theta_S \le 0 \end{array}$$

onde:

$$V_c = \{\mathbf{v} = v_i\bar{\mathbf{e}}_i,\ \varphi : v_i,\ \varphi \in H^1(\Omega) \text{ com } \mathbf{v} = 0 \text{ em } \Gamma_u \text{ e } \phi = 0 \text{ em } \Gamma_\phi \text{ e } \Gamma^j_{\phi_1},\ i = 1 \text{ ou } 3\},$$

3.1.3 Formulação Contínua do Problema para Minimizar os Movimentos Acoplados

Para minimizar os movimentos acoplados que surgem durante os movimentos de atuação e interferem no desempenho dos atuadores piezelétricos, optou-se por definir uma função restrição de acoplamento, que possibilita minimizar os valores absolutos da transdução média entre as piezocerâmicas atuadas ϕ^i_1 e os deslocamentos indesejados na direção $\mathbf{t}^i_4$, que são normais aos deslocamentos desejados. Os deslocamentos indesejados são gerados em cada movimento de atuação. Portanto, a transdução média $L^i_4(\mathbf{u}^i_1, \phi^i_1)$ entre $\Gamma^i_{\phi_1}$ e os deslocamentos normais aos deslocamentos desejados na região $\Gamma^i_{\mathbf{t}_2}$ devem ser minimizados (ver Figura 3.2(c)). A transdução média para cada movimento de atuação i é calculada utilizando a Equação (3.1), considerando o caso de carga ilustrado na Figura 3.2(c), onde o carregamento mecânico $\mathbf{t}^i_4$ é normal a $\mathbf{t}^i_2$ e aplicado na região $\Gamma^i_{\mathbf{t}_2}$. Portanto, a transdução média para cada movimento de atuação i (Carbonari, Silva & Nishiwaki 2005) é dada pela expressão:

$$\begin{aligned} L^i_4(\mathbf{u}^i_1, \phi^i_1) &= \int_{\Gamma^i_{\mathbf{t}_4}} \mathbf{t}^i_4 \mathbf{u}^i_1 \, d\Gamma + \int_{\Gamma^i_{d_4}} d^i_4 \phi^i_1 \, d\Gamma = \\ &= \int_{\Gamma^i_{t_1}} \mathbf{t}^i_1 \mathbf{u}^i_4 \, d\Gamma + \int_{\Gamma^i_{d_1}} d^i_1 \phi^i_4 \, d\Gamma = L^i_1(\mathbf{u}^i_4, \phi^i_4) \end{aligned} \tag{3.3}$$

Portanto, a minimização da transdução média é obtido resolvendo o problema de otimização (Carbonari, Silva & Nishiwaki 2005):

$$\begin{array}{lll} \text{Minimizar:} & L^i_4(\mathbf{u}^i_1, \phi^i_1) = L^i_t(\mathbf{t}^i_4, \mathbf{u}^i_1) = \int_{\Gamma^i_{\mathbf{t}_4}} \mathbf{t}^i_4 \mathbf{u}^i_1 \, d\Gamma & \\ \rho(\mathbf{x}) & & \\ \text{tal que:} & A(\mathbf{u}^i_1, \mathbf{v}^i_1) + B(\phi^i_1, \mathbf{v}^i_1) = L^i_t(\mathbf{t}^i_1, \mathbf{v}^i_1) & i = 1..n \\ & B(\varphi^i_1, \mathbf{u}^i_1) - C(\phi^i_1, \varphi^i_1) = L^i_d(d^i_1, \varphi^i_1) & \\ & \text{para } \mathbf{u}^i_1, \phi^i_1 \in V_a \text{ e } \forall \mathbf{v}^i_1, \forall \varphi^i_1 \in V_a & \\ & 0 \le \rho \le 1 & \\ & \Theta(\rho) = \int_S \rho \, dS - \Theta_S \le 0 & \end{array}$$

3.1.4 Função Multi-Objetivo na Forma Contínua

Para combinar a maximização da transdução média e flexibilidade média, e a minimização da função restrição de acoplamento, para todos os movimentos de atuação, a função multi-objetivo é formulada para encontrar a solução ótima que incorpora todas as necessidades de projeto, para todos os movimentos de atuação i. A seguinte função multi-objetivo é proposta para o problema de otimização (Silva 2003, Carbonari, Silva & Nishiwaki 2005):

$$\mathcal{F} = \frac{-\frac{1}{\varepsilon_L}\ln\left[\sum_{i=1}^{n} e^{\left(-\varepsilon_L L_2^i(\mathbf{u}_1^i,\phi_1^i)\right)}\right]}{\sum_{i=1}^{n}\alpha_i L_3^i(\mathbf{u}_3^i,\phi_3^i)^2+\sum_{i=1}^{n}\beta_i L_4^i(\mathbf{u}_1^i,\phi_1^i)^2} \tag{3.4}$$

e mais generalizada na forma:

$$\begin{aligned}\mathcal{F} &= w*\ln\left[-\frac{1}{\varepsilon_L}\ln\left[\sum_{i=1}^{n} e^{\left(-\varepsilon_L L_2^i(\mathbf{u}_1^i,\phi_1^i)\right)}\right]\right]\\ &\quad -\frac{1}{2}(1-w)\ln\left[\sum_{i=1}^{n}\alpha_i L_3^i(\mathbf{u}_3^i,\phi_3^i)^2+\sum_{i=1}^{n}\beta_i L_4^i(\mathbf{u}_1^i,\phi_1^i)^2\right]\end{aligned} \tag{3.5}$$

$$\begin{aligned}&0\le w\le 1\\ &\sum_{i=1}^{n}\alpha_i=1;\\ &\varepsilon_L>0\end{aligned}$$

onde w, ε_L, α_i, e β_i são coeficientes de peso, que permitem flexibilizar a função multi-objetivo. Os valores dos coeficientes w, ε_L, α_i, e β_i permitem controlar a contribuição das funções, transdução média, flexibilidade média e restrição de acoplamento, no projeto. A função multi-objetivo dada pela Equação (3.4) é utlizada quando valores menores ou iguais a zero são atribuídos ao termo ln da Equação (3.5), relativo à somatória dos valores exponenciais das transduções médias. Isto ocorre usualmente nas primeiras iterações do MOT. Assim, o problema final da otimização é dado por:

$$
\begin{array}{lll}
\text{Maximizar:} & \mathcal{F}(\rho) & \\
\rho(\mathbf{x}) & & \\
\text{tal que:} & \mathbf{t}_3^i = -\mathbf{t}_2^i \quad (\Gamma_{\mathbf{t}_3}^i = \Gamma_{\mathbf{t}_2}^i) & i = 1..n \\
& \mathbf{t}_4^i \cdot \mathbf{t}_2^i = 0 \quad (\Gamma_{\mathbf{t}_4}^i = \Gamma_{\mathbf{t}_2}^i) & \\
& A(\mathbf{u}_1^i, \mathbf{v}_1^i) + B(\phi_1^i, \mathbf{v}_1^i) = L_t^i(\mathbf{t}_1^i, \mathbf{v}_1^i) & \\
& B(\varphi_1^i, \mathbf{u}_1^i) - C(\phi_1^i, \varphi_1^i) = L_d^i(d_1^i, \varphi_1^i) & \\
& \quad \text{para } \mathbf{u}_1^i, \phi_1^i \in V_a \text{ e } \forall \mathbf{v}_1^i, \forall \varphi_1^i \in V_a & \\
& A(\mathbf{u}_3^i, \mathbf{v}_3^i) + B(\phi_3^i, \mathbf{v}_3^i) = L_t^i(\mathbf{t}_3^i, \mathbf{v}_3^i) & \\
& B(\varphi_3^i, \mathbf{u}_3^i) - C(\phi_3^i, \varphi_3^i) = 0 & \\
& \quad \text{para } \mathbf{u}_3^i, \phi_3^i \in V_c \text{ e } \forall \mathbf{v}_3^i, \forall \varphi_3^i \in V_c & \\
& 0 \leq \rho \leq 1 & \\
& \Theta(\rho) = \int_S \rho dS - \Theta_S \leq 0 &
\end{array}
$$

As outras restrições são equações de equilíbrio do meio piezelétrico, considerando diferentes casos de carregamento. Estas equações de equilíbrio são resolvidas separadamente do problema de otimização, ou seja, são equações de estado do problema, no entanto, a otimização é obtida satisfazendo estas equações de equilíbrio.

3.1.5 Análise de Sensibilidade na Forma Contínua

O gradiente da função $\mathcal{F}$ relativo à variável de projeto ρ_n é dado para a primeira função multi-objetivo (ver Equação (3.4)) por:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \rho_n} = & \frac{1}{\sum_{i=1}^n e^{\left(-\varepsilon_L L_2^i(\mathbf{u}_1^i, \phi_1^i)\right)}} \sum_{i=1}^n \left(e^{\left(-\varepsilon_L L_2^i(\mathbf{u}_1^i, \phi_1^i)\right)} \frac{\partial L_2^i(\mathbf{u}_1^i, \phi_1^i)}{\partial \rho_n} \right) \\
& \frac{1}{\sum_{i=1}^n \alpha_i L_3^i(\mathbf{u}_3^i, \phi_3^i)^2 + \sum_{i=1}^n \beta_i L_4^i(\mathbf{u}_1^i, \phi_1^i)^2} + \\
+ & \frac{2}{\varepsilon_L} \ln \left[\sum_{i=1}^n e^{\left(-\varepsilon_L L_2^i(\mathbf{u}_1^i, \phi_1^i)\right)} \right] \\
& \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i L_3^i \frac{\partial L_3^i(\mathbf{u}_3^i, \phi_3^i)}{\partial \rho_n} + \sum_{i=1}^n \beta_i L_4^i \frac{\partial L_4^i(\mathbf{u}_1^i, \phi_1^i)}{\partial \rho_n}}{\left(\sum_{i=1}^n \alpha_i L_3^i \left(\mathbf{u}_3^i, \phi_3^i\right)^2 + \sum_{i=1}^n \beta_i L_4^i \left(\mathbf{u}_1^i, \phi_1^i\right)^2 \right)^2}
\end{aligned}
\tag{3.6}
$$

e, para a segunda função objetivo (ver Equação (3.5)) por:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \rho_n} &= \frac{-\varepsilon_L * w}{e^{\left(-\varepsilon_L L_2^i(\mathbf{u}_1^i,\phi_1^i)\right)} \ln\left[\sum_{i=1}^n e^{\left(-\varepsilon_L L_2^i(\mathbf{u}_1^i,\phi_1^i)\right)}\right]} \\
& \quad \sum_{i=1}^n e^{\left(-\varepsilon_L L_2^i(\mathbf{u}_1^i,\phi_1^i)\right)} \frac{\partial L_2^i(\mathbf{u}_1^i,\phi_1^i)}{\partial \rho_n} - \qquad (3.7)\\
&- \quad (1-w)\frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i L_3^i \frac{\partial L_3^i(\mathbf{u}_3^i,\phi_3^i)}{\partial \rho_n} + \sum_{i=1}^n \beta_i L_4^i \frac{\partial L_4^i(\mathbf{u}_1^i,\phi_1^i)}{\partial \rho_n}}{\left(\sum_{i=1}^n \alpha_i L_3^i\left(\mathbf{u}_3^i,\phi_3^i\right)^2 + \sum_{i=1}^n \beta_i L_4^i\left(\mathbf{u}_1^i,\phi_1^i\right)^2\right)^2}
\end{aligned}$$

onde $\frac{\partial L_2^i(\mathbf{u}_1^i,\phi_1^i)}{\partial \rho_n}$, $\frac{\partial L_3^i(\mathbf{u}_3^i,\phi_3^i)}{\partial \rho_n}$ e $\frac{\partial L_4^i(\mathbf{u}_1^i,\phi_1^i)}{\partial \rho_n}$ são as derivadas da transdução média, flexibilidade média e função restrição de acoplamento, respectivamente, em relação a variável ρ_n, sendo desenvolvidas na seqüência abaixo.

A transdução média é dada pela Equação (3.1), cuja derivada em relação a variável de projeto é:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L_2^i(\mathbf{u}_1^i,\phi_1^i)}{\partial \rho_n} &= L_t^i(\frac{\partial \mathbf{t}_2^i}{\partial \rho_n}, \mathbf{u}_1^i) + L_t^i(\mathbf{t}_2^i, \frac{\partial \mathbf{u}_1^i}{\partial \rho_n}) + \\
&+ \quad L_d^i(\frac{\partial \mathbf{d}_2^i}{\partial \rho_n}, \phi_1^i) + L_d^i(\mathbf{d}_2^i, \frac{\partial \phi_1^i}{\partial \rho_n}) = \\
&= L_t^i(\mathbf{t}_2^i, \frac{\partial \mathbf{u}_1^i}{\partial \rho_n}) \qquad (3.8)
\end{aligned}$$

sabendo-se que, $\mathbf{d}_2^i$ é nulo pois o problema é definido aplicando potenciais elétricos ϕ_1^i, e $\frac{\partial \mathbf{t}_2^i}{\partial \rho_n}$ é nulo pois $\mathbf{t}_2^i$ não dependem da variável de projeto (ou seja, trata-se de um carregamento mecânico externo aplicado ao domínio de projeto Ω), como mostrado na Figura 3.2(a). Desenvolvendo a sensibilidade da transdução média a partir da Equação (3.8) obtém-se uma formulação genérica, que permite incluir o material piezelétrico na otimização. Assim, derivando a equação de equilíbrio descrita na Equação (C.2) e substituindo na Equação (3.8), obtém-se:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L_2^i(\mathbf{u}_1^i,\phi_1^i)}{\partial \rho_n} &= \int_\Omega \frac{\varepsilon(\mathbf{u}_2^i)^t}{\partial \rho_n} \mathbf{c}\; \varepsilon(\mathbf{u}_1^i) d\Omega + \int_\Omega \varepsilon(\mathbf{u}_2^i)^t \frac{\partial \mathbf{c}}{\partial \rho_n} \varepsilon(\mathbf{u}_1^i) d\Omega + \\
&+ \int_\Omega \varepsilon(\mathbf{u}_2^i)^t \mathbf{c} \frac{\partial \varepsilon(\mathbf{u}_1^i)}{\partial \rho_n} d\Omega + \int_\Omega \frac{\partial \bigtriangledown \phi_2^i}{\partial \rho_n} \mathbf{e}\; \varepsilon(\mathbf{u}_1^i) d\Omega + \\
&+ \int_\Omega \bigtriangledown \phi_2^i \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \rho_n} \varepsilon(\mathbf{u}_1^i) d\Omega + \int_\Omega \bigtriangledown \phi_2^i \mathbf{e}\; \frac{\partial \varepsilon(\mathbf{u}_1^i)}{\partial \rho_n} d\Omega
\end{aligned}$$

sabendo-se que $\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{\epsilon}^S$ e $\mathbf{c} = \mathbf{c}^E$. Para obter somente os termos que representam a derivada da transdução média ($L_t^i(\mathbf{t}_2^i, \frac{\partial \mathbf{u}_1^i}{\partial \rho_n})$) é necessário re-escrever a expressão acima, obtendo a expressão abaixo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_2^i(\mathbf{u}_1^i, \phi_1^i)}{\partial \rho_n} &= \int_\Omega \mathbf{t}_2^i \frac{\partial \mathbf{u}_1^i}{\partial \rho_n} d\Omega = A(\mathbf{u}_2^i, \frac{\partial \mathbf{u}_1^i}{\partial \rho_n}) + B(\phi_2^i, \frac{\partial \mathbf{u}_1^i}{\partial \rho_n}) = \\ &= \int_\Omega \varepsilon(\mathbf{u}_2^i)^t \mathbf{c} \frac{\partial \varepsilon(\mathbf{u}_1^i)}{\partial \rho_n} d\Omega + \int_\Omega \nabla \phi_2^i \mathbf{e} \, \frac{\partial \varepsilon(\mathbf{u}_1^i)}{\partial \rho_n} d\Omega \end{aligned} \tag{3.9}$$

A derivada da flexibilidade média (veja Equação (3.2)) em relação a variável de projeto é (Silva, Nishiwaki & Kikuchi 1999):

$$\frac{\partial L_3^i(\mathbf{u}_3^i, \phi_3^i)}{\partial \rho_n} = -\int_\Omega \varepsilon(\mathbf{u}_3^i)^t \frac{\partial \mathbf{c}}{\partial \rho_n} \varepsilon(\mathbf{u}_3^i) d\Omega \tag{3.10}$$

A derivada da função restrição de acoplamento é obtida seguindo os mesmos passos da transdução média, deduzida na Equação (3.9), e portanto, dada por:

$$\frac{\partial L_4^i(\mathbf{u}_1^i, \phi_1^i)}{\partial \rho_n} = \int_\Omega \varepsilon(\mathbf{u}_4^i)^t \mathbf{c} \frac{\partial \varepsilon(\mathbf{u}_1^i)}{\partial \rho_n} d\Omega + \int_\Omega \nabla \phi_4^i \mathbf{e} \, \frac{\partial \varepsilon(\mathbf{u}_1^i)}{\partial \rho_n} d\Omega \tag{3.11}$$

3.2 Formulação Discreta para o Projeto dos MAPs

Nessa seção será abordado o problema de otimização formulado na forma discreta, utilizando uma abordagem contínua para a distribuição das variáveis de projeto. Os seguintes tópicos serão abordados, o modelo de material adotado, a formulação da otimização, e a análise de sensibilidade, nas Seções 3.2.1, 3.2.2 e 3.2.3, respectivamente para o problema proposto, sendo que na análise de sensibilidade é utilizado um método adjunto.

3.2.1 Modelo de Material

O modelo de material adotado no projeto do MAP é baseado no SIMP (Bendsøe & Sigmund (2003)) utilizando a abordagem CAMD (Jog & Haber 1996, Rahmatalla & Swan 2003, Rahmatalla & Swan 2004, Matsui & Terada 2004), como mostrado pela equação:

$$\mathbf{c} = \rho(\mathbf{x})^p \, \mathbf{c}_{iso} \tag{3.12}$$

sendo:

$$\rho(\mathbf{x}) = \sum_{I=1}^{n_d} \rho_I N_I(\mathbf{x}) \tag{3.13}$$

onde ρ_I é a variável de projeto definida para cada nó pertencente ao domínio da estrutura flexível (somente o material não-piezelétrico é otimizável), N_I são as funções de forma (ver Equações (B.5) a (B.8), definida no Apêndice B) que devem ser escolhidas de forma a garantir valores não-negativos para a variável de projeto, n_d é o número de nós de cada elemento finito, $\mathbf{c}$ define as propriedades efetivas do material elástico e $\mathbf{c}_{iso}$ as propriedades constitutivas elásticas do material isotrópico. Analisando a Equação (3.12), observa-se que os materiais isotrópicos e *vazio* são obtidos quando $\rho(\mathbf{x}) = 1$ e $\rho(\mathbf{x}) = 0$, respectivamente. Sendo, p o coeficiente de penalização que recupera a presença de material e *vazio*.

3.2.2 Formulação Discreta do Problema de OT

Considerando, a formulação matricial do MEF (Método de Elementos Finitos) (ver Equação (B.18)) e a equação da transdução média (ver Equação (3.1)) para cada movimento de atuação i, é possível calcular numericamente a transdução média através da expressão:

$$\begin{aligned} L_2^i\left(\mathbf{U}_1^i, \mathbf{\Phi}_1^i\right) &= \left\{\mathbf{U}_1^i\right\}^t \left\{\mathbf{F}_2^i\right\} = \left\{\mathbf{U}_2^i\right\}^t \left\{\mathbf{F}_1^i\right\} = \\ &= \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{U}_2^i \\ \mathbf{\Phi}_2^i \end{array} \right\}^t \left[\begin{array}{cc} \mathbf{K_{uu}} & \mathbf{K_{u\phi}} \\ \mathbf{K_{u\phi}^t} & -\mathbf{K_{\phi\phi}} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{U}_1^i \\ \mathbf{\Phi}_1^i \end{array} \right\} = \\ &= \left\{\mathbf{U}_1^i\right\}^t \left[\mathbf{K_{u\phi}}\right] \left\{\mathbf{\Phi}_2^i\right\} - \left\{\mathbf{\Phi}_1^i\right\}^t \left[\mathbf{K_{\phi\phi}}\right] \left\{\mathbf{\Phi}_2^i\right\} \end{aligned} \tag{3.14}$$

desde que $\left\{\mathbf{\Phi}_1^i\right\}^t \left\{\mathbf{Q}_2^i\right\} = 0$. Na seqüência, as equações da flexibilidade média (ver Equação (4.2)) e da função restrição de acoplamento (ver Equação (4.3)) são dadas na forma discreta para cada movimento de atuação i, pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned} L_3^i\left(\mathbf{U}_3^i, \mathbf{\Phi}_3^i\right) &= \left\{\mathbf{U}_3^i\right\}^t \left\{\mathbf{F}_3^i\right\} = \\ &= \left\{\mathbf{U}_3^i\right\}^t \left[\mathbf{K_{uu}}\right] \left\{\mathbf{U}_3^i\right\} + \left\{\mathbf{U}_3^i\right\}^t \left[\mathbf{K_{u\phi}^t}\right] \left\{\mathbf{\Phi}_3^i\right\} = \\ &= \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{U}_3^i \\ \mathbf{\Phi}_3^i \end{array} \right\}^t \left[\begin{array}{cc} \mathbf{K_{uu}} & \mathbf{K_{u\phi}} \\ \mathbf{K_{u\phi}^t} & -\mathbf{K_{\phi\phi}} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{U}_3^i \\ \mathbf{\Phi}_3^i \end{array} \right\} \end{aligned} \tag{3.15}$$

$$\begin{aligned} L_4^i\left(\mathbf{U}_1^i, \mathbf{\Phi}_1^i\right) &= \left\{\mathbf{U}_1^i\right\}^t \left\{\mathbf{F}_4^i\right\} = \left\{\mathbf{U}_4^i\right\}^t \left\{\mathbf{F}_1^i\right\} = \\ &= \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{U}_4^i \\ \mathbf{\Phi}_4^i \end{array} \right\}^t \left[\begin{array}{cc} \mathbf{K_{uu}} & \mathbf{K_{u\phi}} \\ \mathbf{K_{u\phi}^t} & -\mathbf{K_{\phi\phi}} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{U}_1^i \\ \mathbf{\Phi}_1^i \end{array} \right\} \end{aligned} \tag{3.16}$$

desde que $\left\{\mathbf{\Phi}_3^i\right\}^t \left\{\mathbf{Q}_3^i\right\} = 0$ e $\left\{\mathbf{\Phi}_1^i\right\}^t \left\{\mathbf{Q}_4^i\right\} = 0$.

Portanto, o problema de otimização é definido na forma discreta pela expressão:

$$
\begin{array}{lll}
\text{Maximizar:} & \mathcal{F} & \\
\rho_I & & \\
\text{tal que:} & \left\{\mathbf{F}_3^i\right\} = -\left\{\mathbf{F}_2^i\right\} \quad \left(\Gamma_{\mathbf{t}_3}^i = \Gamma_{\mathbf{t}_2}^i\right) & i = 1..n \\
& \left\{\mathbf{F}_4^i\right\}^t \left\{\mathbf{F}_2^i\right\} = 0 \quad \left(\Gamma_{\mathbf{t}_4}^i = \Gamma_{\mathbf{t}_2}^i\right) & \\
& [\mathcal{K}_1^i] \{\mathcal{U}_1^i\} = \{\mathcal{Q}_1^i\} & \\
& [\mathcal{K}_3^i] \{\mathcal{U}_3^i\} = \{\mathcal{Q}_3^i\} & \\
& 0 < \rho_{\min} \leq \rho_I < 1 & I = 1..N_e \\
& \sum_{i=1}^{N_e} \left\{ \int_{S_e} \rho(\mathbf{x})\, dS_e \right\} - \Theta_S \leq 0 &
\end{array}
$$

onde a integral da expressão acima, representa o volume do elemento, calculado utilizando a quadratura de Gauss (4 pontos), S_e é o volume do domínio de projeto incluindo o material piezelétrico, e N_e é o número de nós da malha de elementos finitos. $[\mathcal{K}_1^i]$ e $[\mathcal{K}_3^i]$ são matrizes reduzidas considerando as condições de contorno ilustradas na Figura 3.2 e calculadas utilizando a Seção B.2 do Apêndice B, ou seja, considerando valores zeros e não-zeros nos graus de liberdade referentes aos deslocamentos e potenciais elétricos prescritos nas regiões $\Gamma_{\phi_1}^i$. O domínio inicial de projeto é discretizado em elementos finitos quadriláteros de quatro nós, sendo que cada nó otimizável é uma variável de projeto (somente os nós pertencentes a estrutura multi-flexível são otimizáveis). As variáveis de projeto ρ_I, definidas em cada nó de elementos finitos são limitadas por valores máximos e mínimos, $\rho_{\max} = 1,0$ e $\rho_{\min} = 0,001$, respectivamente. Os valores iniciais fornecidos às variáveis são aleatórios ou fixo dentro destes limites, desde que respeitem a restrição de volume (estas observações são detalhadas no capítulo de resultados). $\rho_{min} = 0,001$ é necessário para definir a rigidez do elemento *vazio* e assim evitar problemas numéricos como a singularidade da matriz de rigidez no MEF.

3.2.3 Análise de Sensibilidade do Problema Discreto de OT

A sensibilidade do modelo de material descrito na Equação (3.12) é dada por:

$$\frac{\partial \mathbf{c}}{\rho_n} = p\, \rho(\mathbf{x})^{p-1} \left\{ \frac{\partial \sum_{I=1}^{n_d} \rho_I N_I(\mathbf{x})}{\partial \rho_n} \right\} \mathbf{c}_{iso} \tag{3.17}$$

Analisando a Equação (3.17) verifica-se que a abordagem CAMD impõe uma suavização nos gradientes das variáveis de projeto, funcionando como um filtro implícito na formulação.

Na seqüência, derivando a transdução média na forma matricial dada na

Equação (3.14) em relação à ρ_n, obtém-se:

$$\frac{\partial L_2^i\left(\mathbf{U}_1^i, \mathbf{\Phi}_1^i\right)}{\partial \rho_n} = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{F}_2^i \\ \mathbf{Q}_2^i \end{array} \right\}^t \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial \mathbf{U}_1^i}{\partial \rho_n} \\ \frac{\partial \mathbf{\Phi}_1^i}{\partial \rho_n} \end{array} \right\} \tag{3.18}$$

uma vez que $\frac{\partial \mathbf{F}_2^i}{\partial \rho_n}$ e $\frac{\partial \mathbf{Q}_2^i}{\partial \rho_n}$ são iguais a zero, ou seja, estes carregamentos mecânicos e elétricos não dependem da variável de projeto. As derivadas de $\frac{\partial \mathbf{U}_1^i}{\partial \rho_n}$ e $\frac{\partial \mathbf{\Phi}_1^i}{\partial \rho_n}$ são obtidas derivando a Equação (B.18), resultando na expressão:

$$\begin{aligned} \left[\begin{array}{cc} \mathbf{K_{uu}} & \mathbf{K_{u\phi}} \\ \mathbf{K_{u\phi}^t} & -\mathbf{K_{\phi\phi}} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial \mathbf{U}_1^i}{\partial \rho_n} \\ \frac{\partial \mathbf{\Phi}_1^i}{\partial \rho_n} \end{array} \right\} &= \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial \mathbf{F}_1^i}{\partial \rho_n} \\ \frac{\partial \mathbf{Q}_1^i}{\partial \rho_n} \end{array} \right\} - \\ &- \left[\begin{array}{cc} \frac{\partial \mathbf{K_{uu}}}{\partial \rho_n} & \frac{\partial \mathbf{K_{u\phi}}}{\partial \rho_n} \\ \frac{\partial \mathbf{K_{u\phi}}}{\partial \rho_n}^t & -\frac{\partial \mathbf{K_{\phi\phi}}}{\partial \rho_n} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{U}_1^i \\ \mathbf{\Phi}_1^i \end{array} \right\} \end{aligned} \tag{3.19}$$

Caso seja considerado uma excitação elétrica utilizando cargas elétricas, a Equação (3.19) é simplificada porque as cargas elétricas e carregamentos mecânicos externos (como mostrado nas Figuras 3.2(a) e 3.2(b)) não dependem da variável de projeto. Portanto, $\frac{\partial \mathbf{Q}_1^i}{\partial \rho_n}$ e $\frac{\partial \mathbf{F}_1^i}{\partial \rho_n}$ são nulos, assim:

$$\left[\begin{array}{cc} \mathbf{K_{uu}^i} & \mathbf{K_{u\phi}^i} \\ \mathbf{K_{u\phi}^i}^t & -\mathbf{K_{\phi\phi}^i} \end{array} \right]_1 \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial \mathbf{U}_1^i}{\partial \rho_n} \\ \frac{\partial \mathbf{\Phi}_1^i}{\partial \rho_n} \end{array} \right\} = - \left[\begin{array}{cc} \frac{\partial \mathbf{K_{uu}^i}}{\partial \rho_n} & \frac{\partial \mathbf{K_{u\phi}^i}}{\partial \rho_n} \\ \frac{\partial \mathbf{K_{u\phi}^i}}{\partial \rho_n}^t & -\frac{\partial \mathbf{K_{\phi\phi}^i}}{\partial \rho_n} \end{array} \right]_1 \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{U}_1^i \\ \mathbf{\Phi}_1^i \end{array} \right\} \tag{3.20}$$

Prescrevendo os potenciais elétricos $\widehat{\mathbf{\Phi}}_{1j}^i$, a Equação (3.19) deve ser utilizada com $\frac{\partial \widehat{\mathbf{\Phi}}_{1j}^i}{\partial \rho_n}$ iguais à zero (condições de contorno de Dirichlet). Porém, sabe-se que somente nos eletrodos da piezocerâmica atuada, os potenciais elétricos são prescritos, e dessa forma há graus de liberdades elétricos livres. Assim, a seguir é descrito como solucionar a Equação (3.19) com essas condições de contorno, considerando que, os graus de liberdade mecânicos e elétricos livres são denominados de $\mathcal{U}_{1r}^i$.

A derivada da Equação (3.20) pode ser re-escrita na forma:

$$\left[\begin{array}{cc} \mathcal{K}_{ss}^i & \mathcal{K}_{sr}^i \\ \mathcal{K}_{rs}^i & \mathcal{K}_{rr}^i \end{array} \right]_1 \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \frac{\partial \mathcal{U}_{1r}^i}{\partial \rho_n} \end{array} \right\} = - \left[\begin{array}{cc} \frac{\partial \mathcal{K}_{ss}^i}{\partial \rho_n} & \frac{\partial \mathcal{K}_{sr}^i}{\partial \rho_n} \\ \frac{\partial \mathcal{K}_{rs}^i}{\partial \rho_n} & \frac{\partial \mathcal{K}_{rr}^i}{\partial \rho_n} \end{array} \right]_1 \left\{ \begin{array}{c} \mathcal{Q}_{1s}^i \\ \mathcal{Q}_{1r}^i \end{array} \right\} \tag{3.21}$$

onde s representa os graus de liberdade prescritos, e r representa os graus de liberdade livres. A Equação (3.21) pode ser resolvida, impondo que a derivada dos potenciais elétricos prescritos são iguais à zero, e assim, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathcal{K}^i_{rr} \end{bmatrix}_1 \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \frac{\partial \mathcal{U}^i{}_{1r}}{\partial \rho_n} \end{array} \right\} = - \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{\partial \mathcal{K}^i_{rs}}{\partial \rho_n} & \frac{\partial \mathcal{K}^i_{rr}}{\partial \rho_n} \end{bmatrix}_1 \left\{ \begin{array}{c} \mathcal{Q}^i_{1s} \\ \mathcal{Q}^i_{1r} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\widehat{\mathcal{K}}^i_1\right] \frac{\partial \left\{\mathcal{U}^i_1\right\}}{\partial \rho_n} = - \left\{\kappa^i_1\right\} \tag{3.22}$$

onde

$$\left\{\kappa^i_1\right\} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{\partial \mathcal{K}^i_{rs}}{\partial \rho_n} & \frac{\partial \mathcal{K}^i_{rr}}{\partial \rho_n} \end{bmatrix}_1 \left\{ \begin{array}{c} \mathcal{Q}^i_{1s} \\ \mathcal{Q}^i_{1r} \end{array} \right\} \tag{3.23}$$

Portanto,

$$\left\{ \begin{array}{c} \mathbf{0} \\ \frac{\partial \mathcal{U}^i{}_{1r}}{\partial \rho_n} \end{array} \right\} = - \left[\widehat{\mathcal{K}}^i_1\right]^{-1} \left\{\kappa^i_1\right\} \tag{3.24}$$

Substituindo a Equação (3.24) na Equação (3.18) obtém-se:

$$\frac{\partial L^i_2(\mathbf{U}^i_1, \mathbf{\Phi}^i_1)}{\partial \rho_n} = - \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{F}^i_2 \\ \mathbf{Q^i_2} \end{array} \right\}^t \left[\widehat{\mathcal{K}}^i_1\right]^{-1} \left\{\kappa^i_1\right\} \tag{3.25}$$

Portanto,

$$\frac{\partial L^i_2\left(\mathbf{U}^i_1, \mathbf{\Phi}^i_1\right)}{\partial \rho_n} = - \left\{\kappa^i_2\right\} \left\{\kappa^i_1\right\} \tag{3.26}$$

onde

$$\left\{\kappa^i_2\right\} = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{F}^i_2 \\ \mathbf{Q}^i_2 \end{array} \right\}^t \left[\widehat{\mathcal{K}}^i_1\right]^{-1} \tag{3.27}$$

A equação acima, permite calcular a sensibilidade da transdução média utilizando o método adjunto. O termo $\{\kappa^i_2\}$ da equação acima é constante para cada caso de carregamento i, durante o cálculo da análise de sensibilidade do problema de otimização, e pode ser calculado resolvendo o sistema:

$$\left[\widehat{\mathcal{K}}^i_1\right] \left\{\kappa^i_2\right\} = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{F}^i_2 \\ \mathbf{Q}^i_2 \end{array} \right\}^t \tag{3.28}$$

Portanto, o cálculo da sensibilidade da transdução média utilizando o método adjunto (ver Equação (3.26)) é computacionalmente mais eficiente do que resolver a Equação (3.21) para cada variável, e então, substituir os valores obtidos para calcular a Equação (3.18) (Carbonari, Silva & Nishiwaki 2005).

Porém, a Equação (3.23) é simplificada quando o material piezelétrico é considerando não-otimizável, como é o caso da formulação dos MAPs e diferentemente da formulação dos próximos capítulos. Dessa forma, a seguinte expressão é obtida:

$$\left\{\kappa_1^i\right\} = -\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{K_{uu}}}{\partial \rho_n} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_1^i \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} = -\left[\frac{\partial \mathbf{K_{uu}}}{\partial \rho_n}\right] \left\{\mathbf{U}_1^i\right\} \tag{3.29}$$

A análise de sensibilidade da flexibilidade média é dada por (Silva, Fonseca, Espinosa, Crumm, Brady, Halloran & Kikuchi 1999):

$$\frac{\partial L_3^i\left(\mathbf{U}_3^i, \Phi_3^i\right)}{\partial \rho_n} = -\begin{Bmatrix} \mathbf{U}_3^i \\ \mathbf{\Phi}_3^i \end{Bmatrix}^t \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{K_{uu}}}{\partial \rho_n} & \frac{\partial \mathbf{K_{u\phi}}}{\partial \rho_n} \\ \frac{\partial \mathbf{K_{u\phi}}}{\partial \rho_n}^t & -\frac{\partial \mathbf{K_{\phi\phi}}}{\partial \rho_n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_3^i \\ \mathbf{\Phi}_3^i \end{Bmatrix} \tag{3.30}$$

Como, somente o material elástico e não-piezelétrico é otimizável nesse problema, a equação acima é simplificada,

$$\frac{\partial L_3^i\left(\mathbf{U}_3^i, \mathbf{\Phi}_3^i\right)}{\partial \rho_n} = -\left\{\mathbf{U}_3^i\right\}^t \left[\frac{\partial \mathbf{K_{uu}}}{\partial \rho_n}\right] \left\{\mathbf{U}_3^i\right\} \tag{3.31}$$

Finalmente, a sensibilidade da função restrição de acoplamento é análoga a dedução da análise de sensibilidade da transdução média, e dada por:

$$\frac{\partial L_4^i\left(\mathbf{U}_1^i, \mathbf{\Phi}_1^i\right)}{\partial \rho_n} = -\left\{\kappa_4^i\right\}\left\{\kappa_1^i\right\} \tag{3.32}$$

considerando

$$\left[\widehat{\mathcal{K}}_1^i\right]\left\{\kappa_4^i\right\} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_4^i \\ \mathbf{Q}_4^i \end{Bmatrix}^t \tag{3.33}$$

3.2.4 Implementação Numérica do MOT Aplicado ao Projeto dos MAPs

O fluxograma mostrado na Figura 3.3 ilustra o algoritmo implementado em linguagem C (o software é executado no sistema operacional Linux) para resolver o problema de otimização (como detalhado na Apêndice D). Os valores iniciais das variáveis de projeto são uniformes ou aleatórios dependendo da análise realizada, como mostrado no Seção 3.3.

3.3 Resultados Numéricos

Os MAPs foram projetados utilizando a formulação descrita nas Seções 3.1 e 3.2. Os materiais adotados nos domínios piezelétrico e da estrutura multi-flexível são o PZT5A e Alumínio, respectivamente, e suas propriedades são dadas na Seção A.4 do Apêndice A. Inicialmente adotou-se o PZT5A devido à

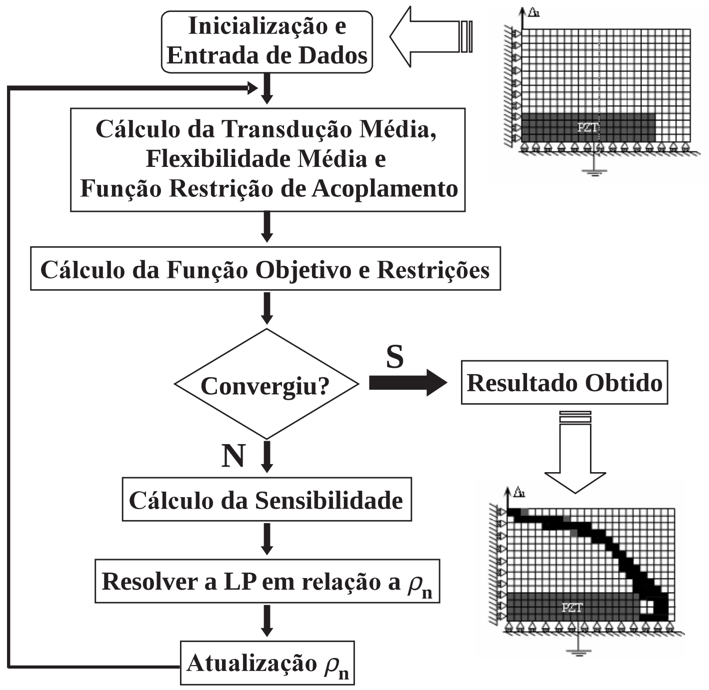
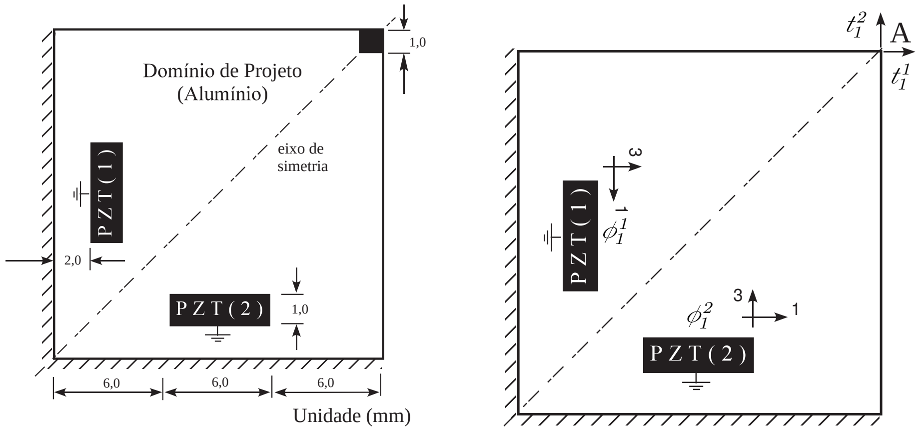


Figura 3.3: Fluxograma do método implementado para o MAP.

disponibilidade deste material no grupo de pesquisa, já que o objetivo é fabricar os protótipos desenvolvidos e caracterizá-los experimentalmente para validar a metodologia de projeto proposta. Os exemplos numéricos ilustram o projeto dos nanoposicionadores XY, micro-garra piezelétrica, e micro-mecanismo piezelétrico nas Seções 3.3.1, 3.3.2 e 3.3.3, respectivamente. Para cada exemplo é ilustrado o domínio de projeto, e o carregamento elétrico e mecânico aplicados. No domínio de projeto está detalhado o domínio piezelétrico e o domínio otimizável. As regiões não-otimizáveis são ilustradas como regiões escuras. Estas regiões não-otimizáveis garantem a presença de material na região de contato do atuador com objeto a ser atuado.

Para o coeficiente de peso ε_L é adotado um valor igual à 10^8, para normalizar a função transdução média com as outras funções que compõem a função multi-objetivo, e para os demais parâmetros são adotados: o diferencial de potencial elétrico aplicado nos eletrodos das piezocerâmicas é de $100V$; os resultados das topologias ótimas são pós-processadas considerando a média das pseudo-densidades no respectivo elemento, e o valor de corte para a média das pseudo-densidades dependem do não surgimento de articulações na estrutura e dos valores para os movimentos de atuação pós-processados estarem próximos aos gerados pela OT. As topologias pós-processadas foram visualizadas utilizando o software ANSYS®.



(a) Domínio de Projeto (b) Carregamentos Aplicados

Figura 3.4: Domínios de projeto para o nanoposicionador piezelétrico XY.

3.3.1 Nanoposicionadores Piezelétricos XY

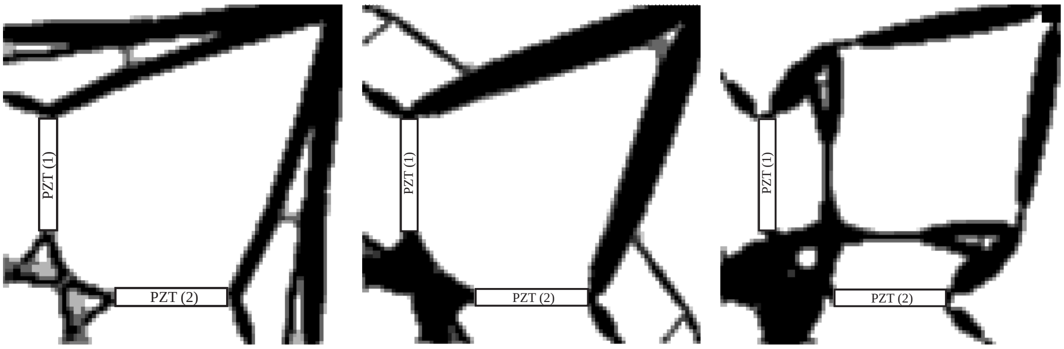
Os resultados apresentados para os nanoposicionadores piezelétricos XY foram gerados considerando restrição de simetria na distribuição de material na OT, ou seja, como a restrição de simetria é de 45°, aproximadamente metade dos nós ($= (N + N^{1/2})/2$ - os nós pertencentes ao domínio piezelétrico) são considerados variáveis de projeto. Quando a restrição de simetria não é considerada, os resultados não apresentam simetria, devido à alta sensibilidade do algoritmo de otimização (PLS) utilizado, em relação a pequenas variações nos valores dos gradientes da função multi-objetivo (Bruyneel et al. 2002).

O domínio de projeto é mostrado na Figura 3.4(a), sendo discretizado com 8100 elementos finitos isoparamétricos, distribuídos numa malha retangular de 90×90 elementos finitos. As condições de contorno mecânicas e elétricas estão mostradas na Figura 3.4(b). A restrição de volume Θ_{upp} é considerada igual à 25% do domínio otimizável, sendo o volume do domínio Ω sem o domínio piezelétrico (domínio S). O problema de otimização inicia-se dentro do domínio viável com todas as restrições satisfeitas.

Nos exemplos numéricos dos nanoposicionadores XY serão abordados, a influência dos coeficientes w e β, e a sensibilidade do problema de otimização quanto ao valor inicial das variáveis de projeto ρ_0.

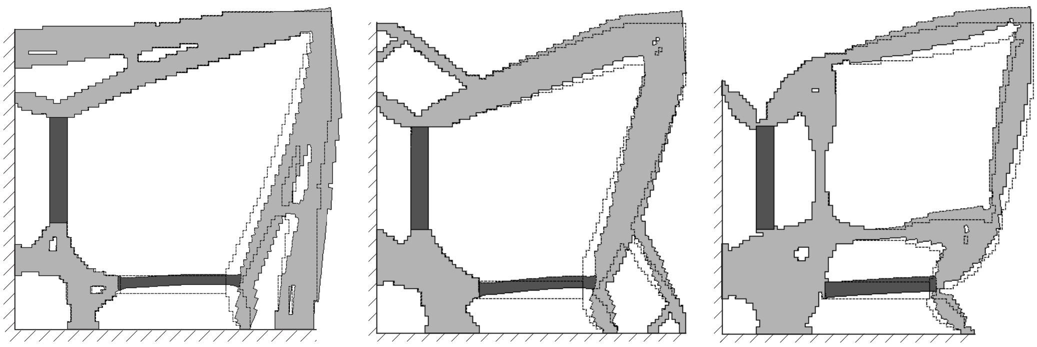
Influência do Coeficiente de Peso w

O coeficiente de peso (w) como descrito na Seção 3.1.4, permite flexibilizar a função multi-objetivo, e desta forma, variar a rigidez da estrutura multi-flexível.



(a) $w = 0,1$ (b) $w = 0,5$ (c) $w = 0,8$

Figura 3.5: Topologias ótimas para o nanoposicionador piezelétrico XY ($\Theta_{upp} = 25\%$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$ e $\beta_1 = \beta_2 = 0,0$).



(a) Figura 3.5(a) (b) Figura 3.5(b) (c) Figura 3.5(c)

Figura 3.6: Configuração deformada das topologias pós-processadas mostradas na Figura 3.5.

Portanto, variando w obtém-se do MOT diferentes resultados, como os mostrados na Figura 3.5, considerando os valores de w iguais à $0,1$, $0,5$ e $0,8$, respectivamente, e demais parâmetros, α_1, α_2, β_1, e β_2 sendo iguais à $0,5$, $0,5$, $0,0$, e $0,0$, respectivamente. Assim, neste exemplo não é considerado a função restrição de acoplamento, ou seja, os deslocamentos indesejados não são minimizados.

A Figura 3.6 mostra as deformadas das topologias ótimas obtidas na Figura 3.5. Observando as deformadas, verifica-se que, quanto maior o valor de w maiores são os deslocamentos, e conseqüentemente, quanto menor o valor de w menores são os deslocamentos. Portanto, a formulação implementada permite variar a rigidez da estrutura multi-flexível.

A Figura 3.7 apresenta os gráficos de convergência obtidos pela OT do resultado mostrado na Figura 3.5(b). Analisando os gráficos de convergência, verifica-se que os valores absolutos da transdução média são maximizados e os da flexibilidade média são minimizados, como mostrados nas Figuras 3.7(c) e

3.7(d), respectivamente. O valor da transdução média dado na Figuras 3.7(c) representa a intensidade do movimento de atuação, e o valor obtido para a função restrição de acoplamento representa a intensidade do movimento acoplado (ver Figura 3.7(d)). A função restrição de acoplamento não é considerada ativa neste exemplo, pois $\beta_1 = \beta_2 = 0$, como observado na Figura 3.7(d). A função objetivo e restrição de acoplamento convergem, como mostrado nas Figuras 3.7(a) e 3.7(b), respectivamente. Os picos apresentados nos gráficos de convergência são causados pelo aumento gradativo do coeficiente de penalização.

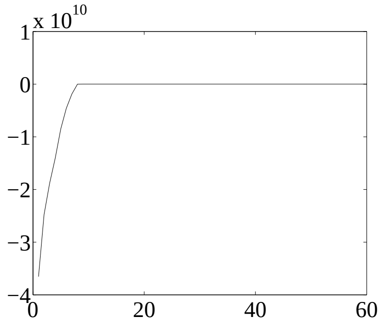
Influência do Valor Inicial das Variáveis de Projeto (ρ_0)

O objetivo deste exemplo é mostrar a sensibilidade do MOT, ao valor inicial das variáveis de projeto, uma vez que, este problema de otimização tem vários mínimos locais, e portanto, o resultado depende dos valores iniciais atribuído às pseudo-densidades ρ_0. Assim, a Figura 3.8 ilustra as topologias obtidas utilizando os mesmos parâmetros de OT da Figura 3.5(b), porém, valores aleatórios para as pseudo-densidades ρ_0 são considerados. Foram gerados três diferentes configurações de valores aleatórios, dentro dos limites de projeto $(0,001 \leq \rho_0 \leq 1,0)$, com ρ_0 satisfazendo a restrição de volume. Os resultados demonstram que a solução ótima depende dos valores iniciais, como esperado. Nota-se na Figura 3.8 que a estrutura multi-flexível principal se mantém, e as estruturas secundárias peculiares a cada caso surgem devido a diferentes valores de ρ_0.

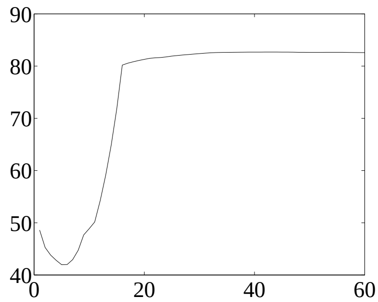
Influência do Coeficiente β

Neste exemplo, será analisado a influência da função restrição de acoplamento no desempenho dos MAPs e na topologia obtida. Os resultados são mostrados na Figura 3.9, e foram obtidos considerando os mesmos parâmetros da OT do problema apresentado na Figura 3.5, porém, com coeficientes de acoplamento β_1 e β_2 assumindo valores maiores que zero. Os resultados mostrados nas Figuras 3.9 foram obtidos variando continuamente os coeficientes de penalização e β durante a otimização, sendo que nos resultados das Figuras 3.9(a) e 3.9(b) $p \leq 3$, e no resultado da Figura 3.9(c) $p \leq 4$. Utilizou-se $p \leq 4$ para diminuir as escalas de cinza, devido as influências de β e w.

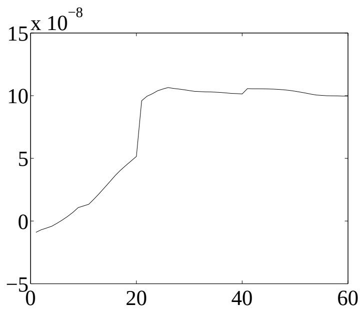
A Figura 3.10 ilustra as correspondentes deformadas das topologias obtidas na Figura 3.9. O coeficiente w influe na intensidade do movimento de atuação, como observado nos resultados das Figuras 3.6 e 3.10. No entanto, nos resultados



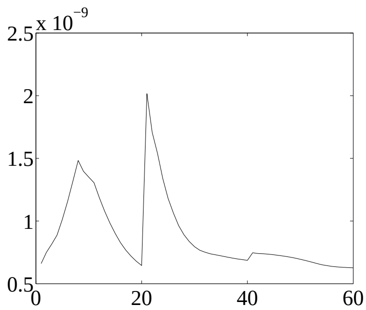
(a) Função Objetivo



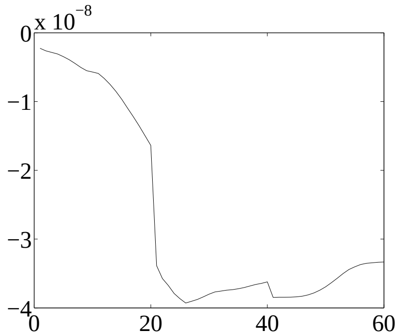
(b) Restrição de Volume



(c) Transdução Média

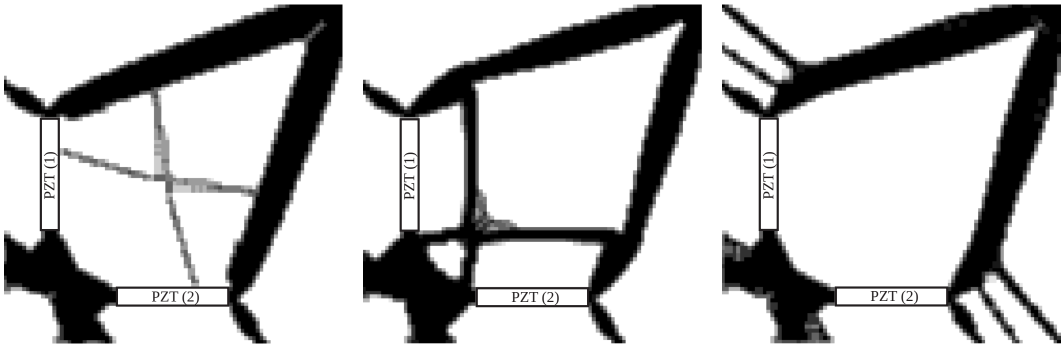


(d) Flexibilidade Média



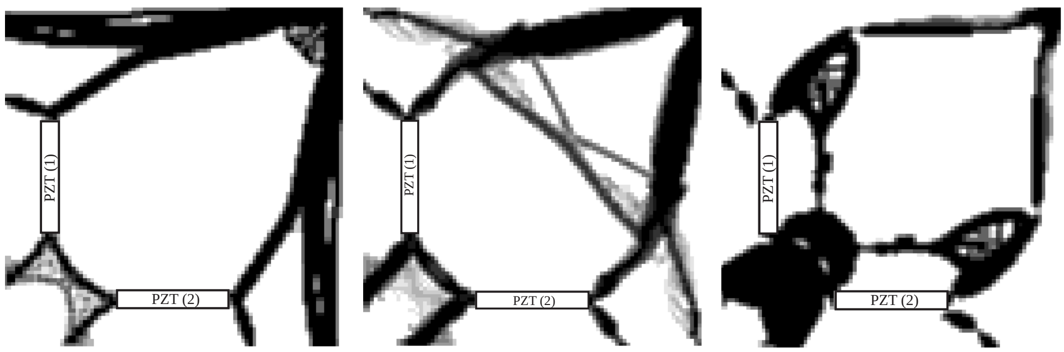
(e) Restrição de Acoplamento

Figura 3.7: Gráficos de convergência do resultado mostrado na Figura 3.5(b). A abscissa representa o número de iterações e a ordenada os valores das respectivas funções.



(a) (b) (c)

Figura 3.8: Otimização Topológica ($w = 0,5$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$, e $\beta_1 = \beta_2 = 0,0$), desde que $\Sigma\rho_{I0} \leq \Theta_{upp}$.



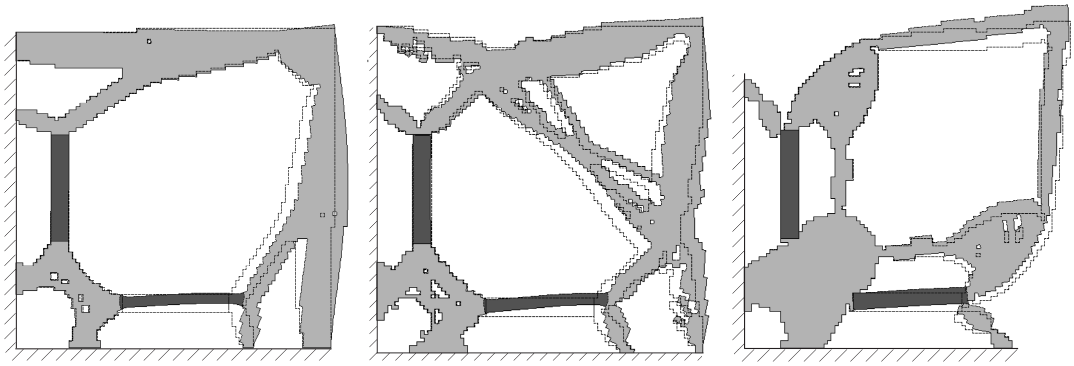
(a) $w = 0,1$ e $\beta = 0,001$ (b) $w = 0,5$ e $\beta = 0,01$ (c) $w = 0,8$ e $\beta = 0,1$

Figura 3.9: Topologia ótima ($\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$).

da Figura 3.10 há uma minimização do movimento acoplado em relação ao movimento de atuação.

Comparando o gráfico de convergência da Figura 3.5(b), representado na Figura 3.7 com o da Figura 3.11 obtido da Figura 3.9(b), observa-se que há a minimização do valor absoluto da função restrição de acoplamento, como esperado, próximo a zero.

Porém, observa-se que pequenas oscilações na convergência da Figura 3.11 podem ser causadas pelo aumento gradativo do valor de β conjuntamente com o valor de p, pois as oscilações iniciam-se a partir da iteração 60, exatamente no último aumento de β e p. As oscilações indicam que o problema de otimização está preso a ótimos locais, sendo a redução dos limites móveis do PLS uma possível solução com um aumento no número de iterações. Outra opção é aumentar β e p de forma mais gradual, o que também aumenta o custo computacional.



(a) Figura 3.9(a) (b) Figura 3.9(b) (c) Figura 3.9(c)

Figura 3.10: Configuração deformada das topologias pós-processadas mostradas na Figura 3.9.

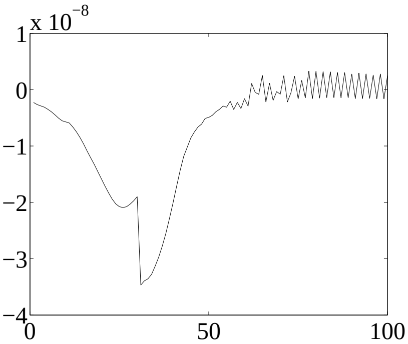


Figura 3.11: Gráfico de convergência da função restrição de acoplamento da Figura 3.9(b). A abscissa representa o número de iterações e a ordenada o valor da função restrição de acoplamento.

Conclusões e Observações

A Tabela 3.1 descreve os valores dos deslocamentos em Y e X no ponto A da Figura 3.4(a), considerando a aplicação de $100V$ nos eletrodos das piezocerâmicas, e o fator de acoplamento R_{yx} para todos os resultados. O fator de acoplamento R_{yx} é a porcentagem do deslocamento indesejado em relação ao desejado. Através do fator de acoplamento nota-se a minimização do deslocamento indesejado, quando a função restrição de acoplamento está ativa.

Na Tabela 3.1, nota-se que o aumento do coeficiente w na função objetivo, aumenta os valores absolutos dos deslocamento desejados e indesejados, porém diminui o peso de β na função objetivo, pois a função restrição de acoplamento e a flexibilidade média são multiplicadas por $1 - w$. A diminuição de w torna a estrutura muito rígida, conseqüentemente, diminui os deslocamento desejados e indesejados, e portanto, a influência de β. O aumento de β gera escalas de cinza, como observado nos resultados da Figura 3.9. Esta instabilidade pode

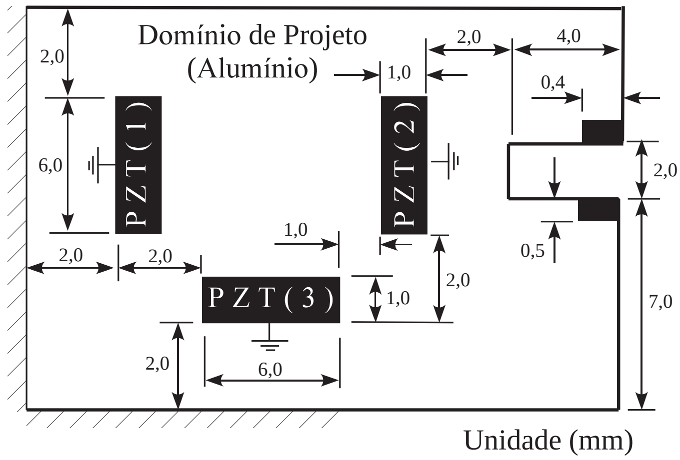
Tabela 3.1: Deslocamentos X e Y no ponto A ($100V$ aplicado) e fator de acoplamento (R_{xy}).

nanoposicionadores	u_x (nm)	u_y(nm)	R_{yx}(%)	w	α_1	α_2	β_1	β_2
Figura 3.5(a)	-2,02	20,1	10,25	0,1	0,5	0,5	0,0	0,0
Figura 3.6(a)	-2,01	17,78	11,30	0,1	0,5	0,5	0,0	0,0
Figura 3.9(a)	-0,61	19,71	3,10	0,1	0,5	0,5	0,001	0,001
Figura 3.10(a)	-1,52	18,47	8,23	0,1	0,5	0,5	0,001	0,001
Figura 3.5(b)	-33,33	99,64	33,45	0,5	0,5	0,5	0,0	0,0
Figura 3.6(b)	-26,68	82,22	32,45	0,5	0,5	0,5	0,0	0,0
Figura 3.9(b)	-2,50	65,23	3,83	0,5	0,5	0,5	0,01	0,01
Figura 3.10(b)	-0,66	50,28	1,31	0,5	0,5	0,5	0,01	0,01
Figura 3.5(c)	-45,02	236,63	19,03	0,8	0,5	0,5	0,0	0,0
Figura 3.6(c)	-42,33	211,47	20,02	0,8	0,5	0,5	0,0	0,0
Figura 3.9(c)	-23,52	359,66	6,54	0,8	0,5	0,5	0,1	0,1
Figura 3.10(c)	-40,07	285,70	14,02	0,8	0,5	0,5	0,1	0,1

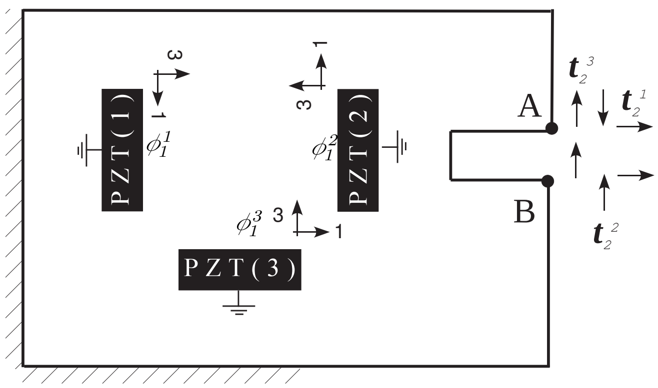
estar relacionada com a dificuldade do MOT em simultaneamente minimizar o deslocamento indesejado e maximizar o deslocamento desejado. Porém, a função restrição de acoplamento melhora o fator de acoplamento dos atuadores.

3.3.2 Micro-Garra Piezelétrica

O segundo exemplo dos MAPs é o projeto de uma micro-garra piezelétrica, no qual deseja-se obter 3 movimentos de atuação minimizando os movimentos acoplados, sendo que cada movimento de atuação é gerado por um diferente domínio piezelétrico. Desta forma, o desenvolvimento da estrutura multi-flexível é complexo, tornando inviável o uso de conceitos intuitivos. Portanto, o domínio de projeto consiste de 3 regiões piezelétricas e um domínio otimizável S de alumínio, sendo discretizado com 5200 elementos finitos, como mostrado na Figura 3.12(a). As condições de contorno mecânicas e elétricas são mostradas na Figura 3.12(b). As piezocerâmicas 1 e 3 geram os movimentos nas direções X e Y, respectivamente, e a piezocerâmica 2 gera o movimento de "abrir-fechar" da micro-garra piezelétrica. Neste projeto, os parâmetros w, α_i (i = 1 a 3) e ρ_0 iguais à $0,5$, $1/3$ e $0,15$, respectivamente, são adotados fixos para todos os casos analisados. Para este exemplo, serão analisados dois casos de estudo, o primeiro sem considerar a minimização dos movimentos acoplados e o segundo considerando a influência do coeficiente β na minimização dos movimentos acoplados, respectivamente. Sendo que as topologias ótimas obtidas pelo software são plotadas considerando, a média das densidades nodais no elemento ou os



(a) Domínio de Projeto



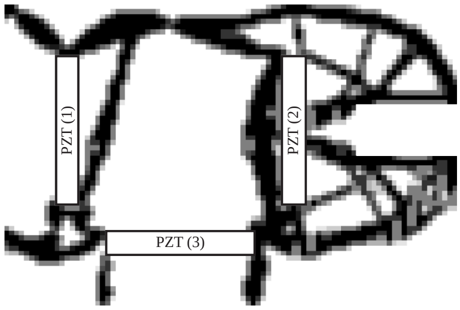
(b) Carregamentos considerados

Figura 3.12: Domínios de projeto para a micro-garra piezelétrica.

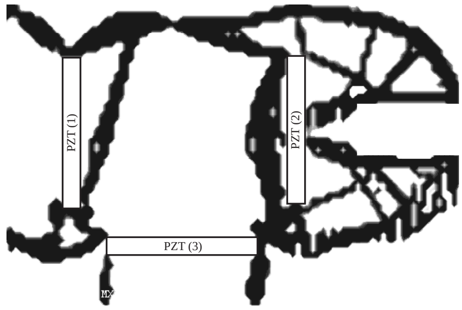
valores das variáveis de projeto em cada nó.

Resultados Obtidos sem a Minimização dos Movimentos Acoplados

Inicialmente os movimentos acoplados não são minimizados, ou seja, a função restrição de acoplamento não está ativa, e portanto, os coeficientes β_i ($i = 1$ a 3) são todos iguais à $0,0$. Os resultados das topologias ótimas obtidos são mostrados na Figura 3.13. Na Figura 3.13(a) é plotado a média das pseudo-densidades dos nós no elemento, e observam-se *escalas de cinza* na topologia. Já, na Figura 3.13(b) onde é plotado o valor das pseudo-densidades nos nós, nota-se o surgimento de *camadas de vazio* na estrutura multi-flexível, o que explica a *escala de cinza* da Figura 3.13(a). Estas *camadas de vazio* são um problema de instabilidade que surge nas topologias, quando se utiliza a abordagem CAMD (Rahmatalla & Swan 2004).



(a) Topologia pós-processada considerando a média das densidades no elemento



(b) Topologia pós-processada considerando as densidades nodais

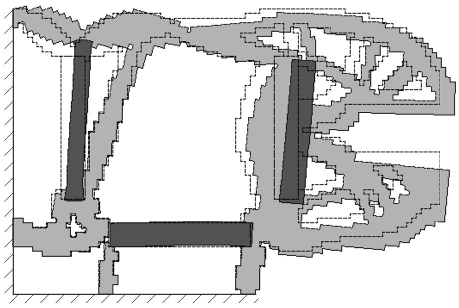
Figura 3.13: Resultados ótimos ($w = 0,5$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1/3$, e $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0,0$).

As deformadas apresentadas na Figura 3.14 foram obtidas a partir da Figura 3.13(a), ou seja, utilizando a média das pseudo-densidades dos nós no elemento, como entrada no software de elementos finitos. Como observado anteriormente, as *escalas de cinza* apresentadas na Figura 3.13(a) podem ter influenciado nos movimentos de atuação, porém não é evidente nas deformadas apresentadas na Figura 3.14, devido ao alto movimento acoplado relacionado com os movimentos desejados. Desta forma, o próximo exemplo mostrará que a minimização dos movimentos acoplados é fortemente influenciada pelas instabilidades na estrutura multi-flexível como *escalas de cinza* ou *camadas de vazio*.

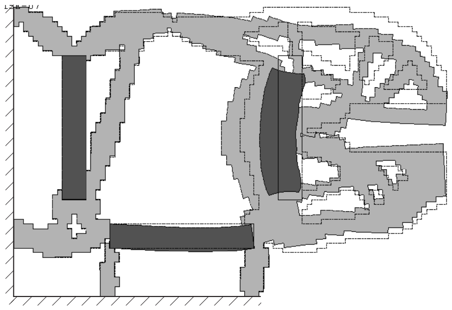
Resultados Obtidos Minimizando os Movimentos Acoplados

Agora é considerada a função restrição de acoplamento ativa, com os valores de β_1, β_2 e β_3 todos iguais à $0,1$. Os resultados ótimos obtidos são plotados por, elemento e nó, nas Figuras 3.15(a) e 3.15(b), respectivamente. Observam-se nas topologias um excesso de *escalas de cinza*, no entanto não houve um aumento de *camadas de vazio* na estrutura multi-flexível, quando comparado com as topologias da Figura 3.13. Ou seja, a instabilidade que mais influi na minimização dos movimentos acoplados são às *escalas de cinza*, que não surgem devido somente as *camadas de vazio*. As *escalas de cinza* geram uma flexibilidade artificial na estrutura, necessária para atender aos parâmetros de projeto, no caso a minimização do movimento acoplado.

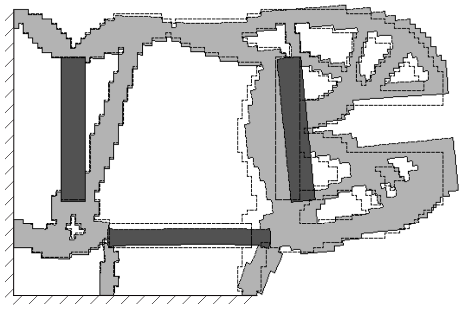
Nas deformadas mostradas na Figura 3.16 nota-se que as *escalas de cinza* influenciaram no desempenho dos movimentos de atuação, principalmente no



(a) Deformada gerada atuando a piezocerâmica 1



(b) Deformada gerada atuando a piezocerâmica 2



(c) Deformada gerada atuando a piezocerâmica 3

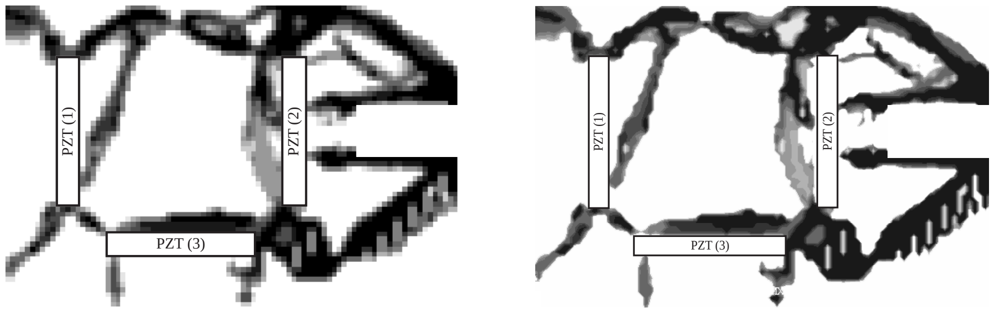
Figura 3.14: Deformada da topologia apresentada na Figura 3.13(a).

primeiro e terceiro movimentos. Sendo que, no primeiro movimento não houve uma minimização do movimento acoplado da parte inferior, e no terceiro movimento quase não houve movimento de atuação na parte superior, ambos os problemas poderiam ser minimizados melhorando o pós-processamento das *escalas de cinza*, fazendo um remalhamento nestas regiões.

Conclusões e Observações

Os dois resultados da micro-garra piezelétrica estão sintetizados numericamente na Tabela 3.2. Observa-se que a função restrição de acoplamento permite minimizar os movimentos indesejados, principalmente quando se utiliza como referência os valores dos deslocamentos das topologias não pós-processadas como mostradas nas Figuras 3.13 e 3.15. Porém, quando se comparam os resultados dos deslocamentos obtidos a partir das topologias pós-processadas, há a minimização do acoplamento, a menos quando se comparam os resultados da Figura 3.13(b) com a da Figura 3.15(b). Neste caso, a discrepância no resultado se deve ao pós-processamento da Figura 3.15 que apresenta *escalas de cinza.*

É importante observar que o movimento de atuação gerado pela piezocerâmica



(a) Topologia pós-processada considerando a média das densidades no elemento

(b) Topologia pós-processada considerando as densidades nodais

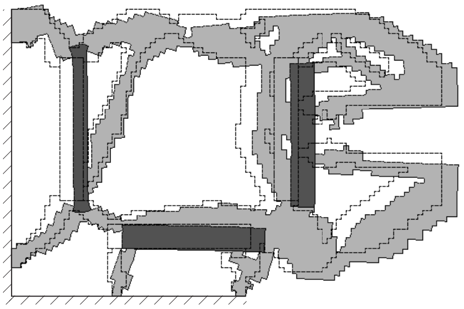
Figura 3.15: Resultados ótimos ($w = 0,5$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1/3$, e $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0,1$).

Tabela 3.2: Valores dos deslocamentos nas direções X e Y para os pontos A e B (veja Figura 3.12(b))(100V aplicados) e fatores de acoplamento (R_1) e (R_2), respectivamente.

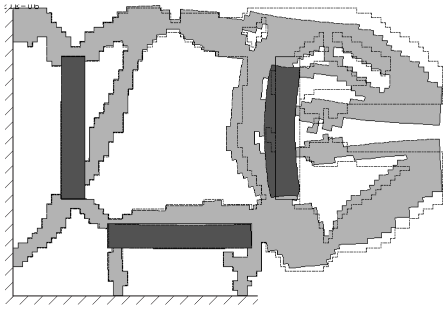
Microgarra	U_1^A	U_2^A	$R_1(\%)$	U_1^B	U_2^B	$R_2(\%)$	β_i
Figura 3.13($\mathbf{t}_2^1$)	$99,34$	$-72,84$	$73,32$	$64,03$	$-123,52$	$192,91$	$0,0$
Figura 3.14(a)	$67,73$	$-52,48$	$77,48$	$45,80$	$-87,76$	$191,62$	$0,0$
Figura 3.15($\mathbf{t}_2^1$)	$82,52$	$27,60$	$33,44$	$91,61$	$-23,22$	$25,45$	$0,1$
Figura 3.16(a)	$59,88$	$-2,51$	$4,19$	$60,71$	$-43,14$	$71,06$	$0,1$
Figura 3.13($\mathbf{t}_2^2$)	$-107,59$	$-11,35$	$10,55$	$64,97$	$-26,71$	$41,11$	$0,0$
Figura 3.14(b)	$-61,27$	$-2,67$	$4,36$	$24,12$	$-9,53$	$39,51$	$0,0$
Figura 3.15($\mathbf{t}_2^2$)	$-147,93$	$0,88$	$0,60$	$27,27$	$-1,70$	$6,23$	$0,1$
Figura 3.16(b)	$-119,74$	$-17,92$	$14,97$	$72,71$	$-19,82$	$27,26$	$0,1$
Figura 3.13($\mathbf{t}_2^3$)	$68,44$	$19,14$	$27,96$	$97,01$	$50,13$	$51,67$	$0,0$
Figura 3.14(c)	$51,60$	$26,54$	$51,43$	$65,50$	$48,99$	$74,79$	$0,0$
Figura 3.15($\mathbf{t}_2^3$)	$33,46$	$-2,83$	$8,46$	$158,69$	$10,04$	$6,32$	$0,1$
Figura 3.16(c)	$4,60$	$-0,31$	$6,74$	$100,03$	$9,04$	$9,04$	$0,1$

U_1 (nm): Movimento de atuação (desejado).
U_2 (nm): Movimento acoplado (indesejado).

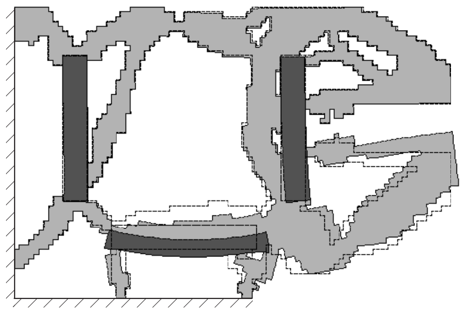
2 é o mais complexo, pois é composto de 2 deslocamentos com sentidos opostos. Uma possível solução para melhorar R_1 seria alterar os parâmetros α_2 e β_2, com diferentes pesos em relação aos coeficientes das piezocerâmicas 1 e 3. No entanto, esses resultados são suficientes para mostrar a potencialidade do método empregado na obtenção de resultados que satisfaçam as condições de projeto.



(a) Deformada gerada atuando a piezocerâmica 1



(b) Deformada gerada atuando a piezocerâmica 2



(c) Deformada gerada atuando a piezocerâmica 3

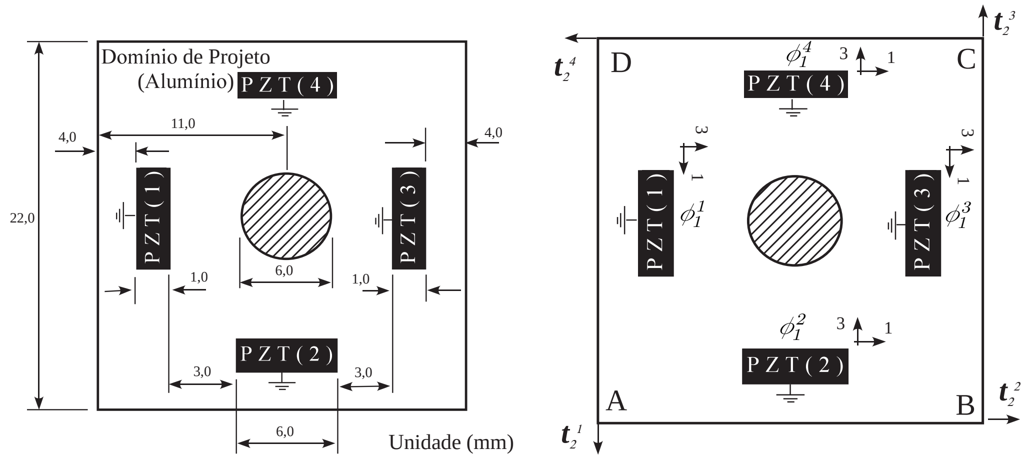
Figura 3.16: Deformada da topologia apresentada na Figura 3.15(a).

3.3.3 Nanoposicionadores Piezelétricos com 4 Movimentos de Atuação

No projeto dos nanoposicionadores piezelétricos com 4 movimentos de atuação são considerados 4 piezocerâmicas, sendo uma para cada movimento de atuação, como ilustrado na Figura 3.17. O domínio de projeto da Figura 3.17(a) é discretizado em 12100 elementos finitos. As condições de contorno mecânicas e elétricas estão descritas na Figura 3.17(b). Observa-se que as condições mecânicas não são simétricas, portanto, não sendo possível aplicar restrição de simetria. Os parâmetros do problema de otimização utilizados são w, α_i $(i = 1$ a $4)$ e ρ_0 iguais à $0,5$, $1/4$ e $0,15$, respectivamente.

Resultados sem Minimizar o Movimento Acoplado

No primeiro resultado deseja-se mostrar a topologia ótima com a função restrição de acoplamento não ativa. O resultado da OT representado na Figura 3.18 apresenta *escalas de cinza*. No entanto, a topologia pós-processada analisada no MEF, mostrada nas deformadas da Figura 3.19 não apresentou



(a) Domínio de Projeto (b) Carregamentos considerados

Figura 3.17: Domínios de projeto para o micro-mecanismo piezelétrico.

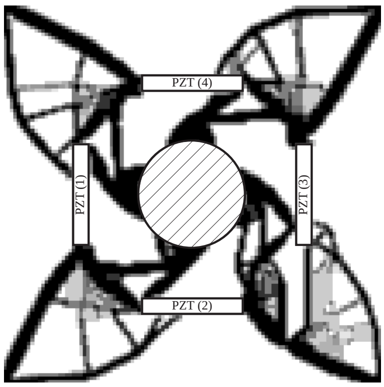
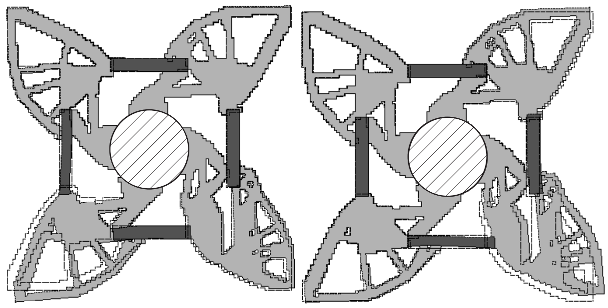


Figura 3.18: Resultados ótimos ($w = 0,5$, $\alpha_i = 1/4$, e $\beta_i = 0,0$), $i = 1$ a 4.

grandes discrepâncias nos resultados numéricos (veja Tabela 3.3). Observa-se nas deformadas que, quando um movimento de atuação é gerado, os demais pontos de atuação quase não apresentam movimento, respectivamente para todos os movimentos de atuação. A topologia obtida não é simétrica, e apresenta uma estrutura principal bem definida (como estrutura principal que conecta a piezocerâmica ao ponto de atuação), com *escalas de cinza* no seu interior.

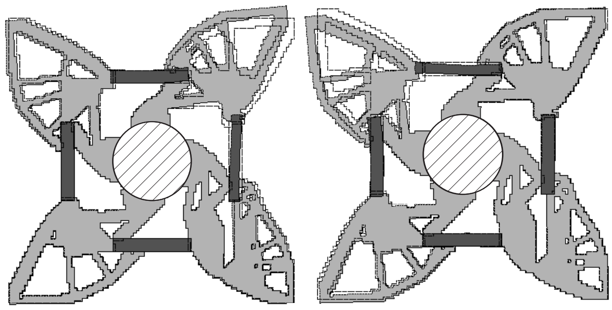
Resultados Minimizando o Movimento Acoplado

Neste resultado, a função restrição de acoplamento é considerada ativa, ou seja, com valores para os coeficientes β_1, β_2, β_3 e β_4 todos iguais à $0,001$. Nota-se na topologia da Figura 3.20 *escalas de cinza* na estrutura principal, próximos aos pontos A e B, o que não ocorreu na topologia da Figura 3.18. Esta diferença na localização da *escala de cinza* pode ter causado uma discrepância nos valores numéricos dos deslocamentos nos pontos de atuação A e B, exatamente onde estão



(a) Movimento na direção $\mathbf{t}_2^1$

(b) Movimento na direção $\mathbf{t}_2^2$



(c) Movimento na direção $\mathbf{t}_2^3$

(d) Movimento na direção $\mathbf{t}_2^4$

Figura 3.19: Deformada da topologia apresentada na Figura 3.18.

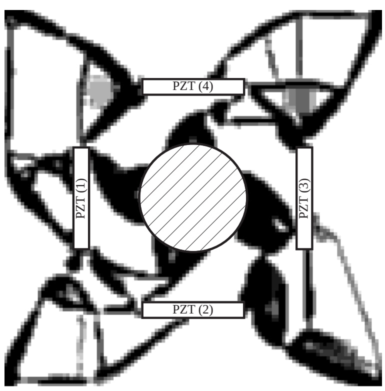
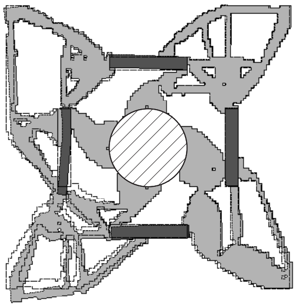
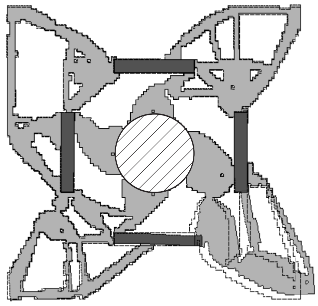


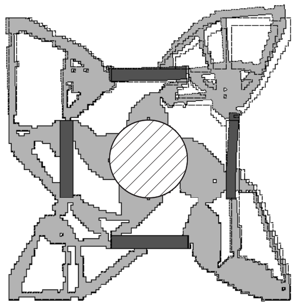
Figura 3.20: Resultados ótimos ($w = 0,5$, $\alpha_i = 1/4$, e $\beta_i = 0,001$), $i = 1$ a 4.



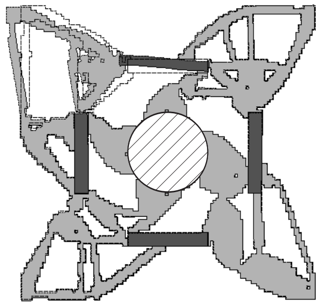
(a) Movimento na direção $\mathbf{t}_2^1$



(b) Movimento na direção $\mathbf{t}_2^2$



(c) Movimento na direção $\mathbf{t}_2^3$



(d) Movimento na direção $\mathbf{t}_2^4$

Figura 3.21: Deformada da topologia apresentada na Figura 3.20.

localizadas as *escalas de cinza* na estrutura principal, como é facilmente notado quando a Tabela 3.3 é analisada. As deformadas da topologia pós-processadas são mostradas na Figura 3.21 para cada movimento de atuação.

Conclusões e Observações

A Tabela 3.3 contém os valores dos deslocamento nos pontos A, B, C e D da Figura 3.17(b), considerando um potencial elétrico de $100V$ aplicados nos eletrodos das piezocerâmicas.

Analisando a Tabela 3.3 conclui-se que o MOT atendeu às especificações impostas ao projeto inicial, mesmo com o problema da instabilidade causada pelas *escalas de cinza*. A função restrição de acoplamento minimizou os deslocamentos indesejados, como obtido nos exemplos anteriores, e esperado. Portanto, o MOT mostrou-se eficiente no projeto nanoposicionadores piezelétricos com 4 movimentos de atuação.

Tabela 3.3: Valores dos deslocamentos para os pontos A, B, C e D (100V aplicado) e fator de acoplamento (R).

nanoposicionador	*Ponto*	U_1	U_2	$R(\%)$	w	α_i	β_i
Figura 3.18($\mathbf{t}_2^1$)	A	152,36	100,83	66,18	0,5	0,25	0,0
Figura 3.19(a)	A	126,29	84,41	66,63	0,5	0,25	0,0
Figura 3.18($\mathbf{t}_2^2$)	B	150,95	92,50	61,27	0,5	0,25	0,0
Figura 3.19(b)	B	124,33	79,35	63,82	0,5	0,25	0,0
Figura 3.18($\mathbf{t}_2^3$)	C	143,65	-90,23	62,81	0,5	0,25	0,0
Figura 3.19(c)	C	127,90	-81,45	63,68	0,5	0,25	0,0
Figura 3.18($\mathbf{t}_2^4$)	D	-151,44	-97,86	64,62	0,5	0,25	0,0
Figura 3.19(d)	D	-125,06	-80,32	64,22	0,5	0,25	0,0
Figura 3.20($\mathbf{t}_2^1$)	A	143,90	19,07	13,25	0,5	0,25	0,001
Figura 3.21(a)	A	118,36	45,18	38,17	0,5	0,25	0,001
Figura 3.20($\mathbf{t}_2^2$)	B	148,46	14,56	9,81	0,5	0,25	0,001
Figura 3.21(b)	B	145,84	58,14	39,86	0,5	0,25	0,001
Figura 3.20($\mathbf{t}_2^3$)	C	136,77	-55,87	40,85	0,5	0,25	0,001
Figura 3.21(c)	C	132,11	-62,67	47,44	0,5	0,25	0,001
Figura 3.20($\mathbf{t}_2^4$)	D	-152,40	-6,15	4,04	0,5	0,25	0,001
Figura 3.21(d)	D	-143,55	-15,43	10,75	0,5	0,25	0,001

U_1 (nm): Movimento de atuação (desejado).
U_2 (nm): Movimento acoplado (indesejado).

3.4 Resultados Experimentais

Nesse tópico é detalhado a caracterização experimental dos nanoposicionadores piezelétricos XY desenvolvidos utilizando a formulação descrita nesse capítulo. Os resultados gerados e apresentados nesta seção foram medidos utilizando a técnica de interferometria a laser, como detalhado no Apêndice E, bem como, o processo de fabricação empregado e todos os detalhes dos procedimentos necessários para a montagem dos mesmos.

Nessa seção, os resultados caracterizados dos nanoposicionadores piezelétricos XY estão organizados em duas partes, na Seção 3.4.1 são apresentados os nanoposicionadores projetados e fabricados utilizando no pós-processamento a topologia ótima gerada a partir dos valores das variáveis de projeto, e os nanoposicionadores apresentados na Seção 3.4.2 foram pós-processados utilizando as topologias ótimas ilustradas na Seção 3.3. Assim, foram utilizadas duas diferentes abordagens para gerar as topologias ótimas utilizadas no pós-processamento, e como mostrado na literatura (Rahmatalla & Swan 2004), para cada abordagem as instabilidades numéricas apresentam-se de diferentes formas, quando as variáveis de projeto são plotadas por nó surgem na topologia *ilhas* e *camadas* de materiais, e quando são plotadas a média das variáveis de

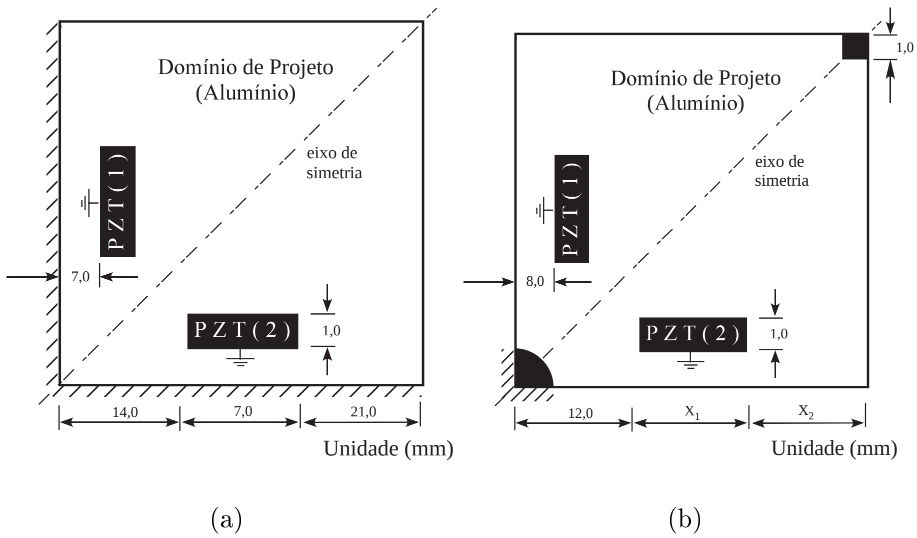


Figura 3.22: Domínio inicial de projeto dos nanoposicionadores piezelétricos XY utilizando as mesmas especificações para os movimentos de atuações da Figura 3.4(b).

projeto no elemento a topologia apresenta *escalas de cinza*.

3.4.1 Protótipos dos Nanoposicionadores Piezelétricos $\boldsymbol{XY}$: 1^o conjunto de protótipos

Nesse projeto foram consideradas as restrições de carregamentos mecânicos e elétricos mostrados na Figura 3.4(b), e o domínio de projeto ilustrado na Figura 3.22(a). Os nanoposicionadores projetados são atuados por duas piezocerâmicas e são denominados de $XY05$, $XY05b$ e $XY08$. Os resultados desta seção possuem as seguintes características: a topologia ótima obtida pelo MOT são geradas mostrando os valores das variáveis de projeto no nó da malha de elementos finitos, e baseado nessas imagens foram gerados os desenhos pós-processados utilizando software de CAD. A partir desses desenhos em CAD foram realizados análises de MEF.

Os nanoposicionadores $XY05$, $XY05b$ e $XY08$ foram projetados considerando os parâmetros de entrada no software de OT iguais à $w = 0,5$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$, $\beta_1 = \beta_2 = 0,0$; $w = 0,5$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$, $\beta_1 = \beta_2 = 0,01$ e $w = 0,8$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$, $\beta_1 = \beta_2 = 0,0$, respectivamente, e portanto somente para o $XY05b$ o movimento acoplado é minimizado. As topologias ótimas obtidas pelo MOT, e os desenhos pós-processados das topologias ótimas, bem como suas deformadas estão ilustradas nas Figuras 3.23(a), 3.23(b) e 3.23(c), Figuras 3.24(a), 3.24(b) e 3.24(c), e Figuras 3.25(a), 3.25(b) e 3.25(c), respectivamente para os atuadores $XY05$, $XY05b$ e $XY08$. Os

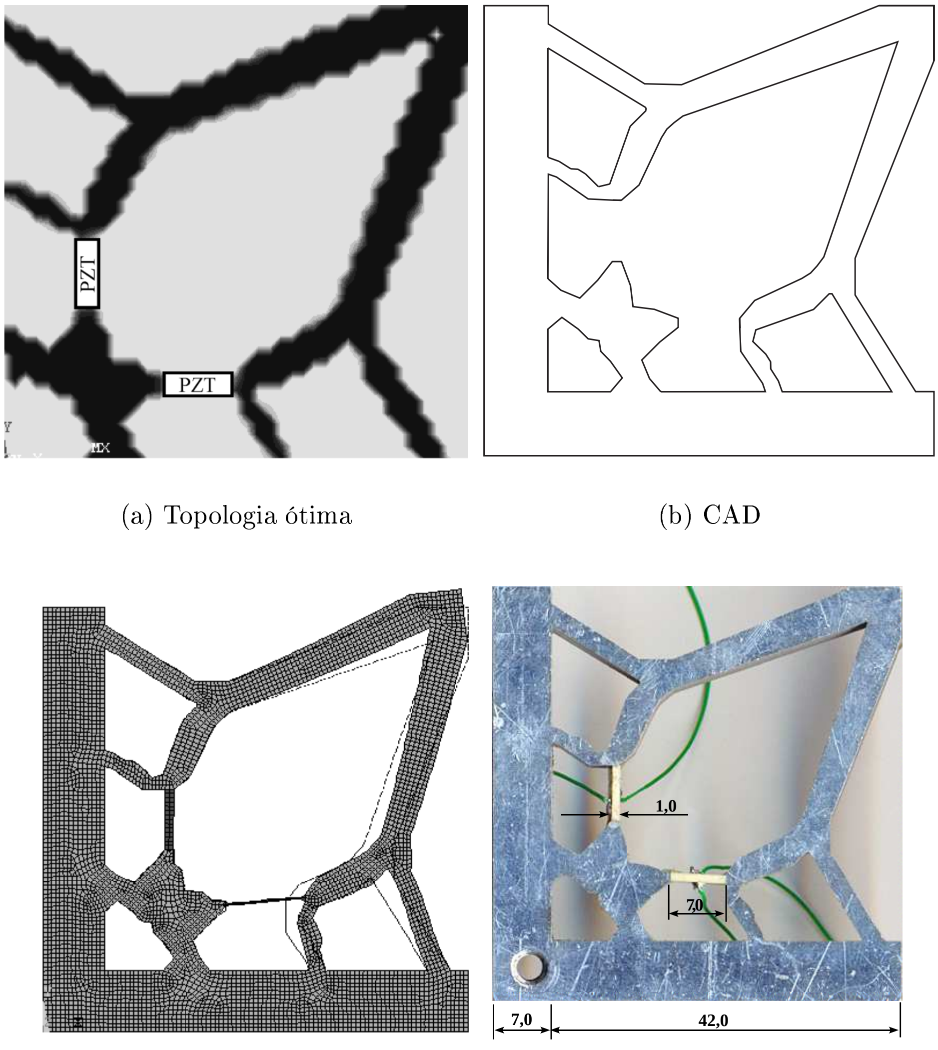
Tabela 3.4: Resultados numéricos e experimentais dos nanoposicionadores piezelétricos XY (deslocamentos X e Y no ponto A para $100V$ aplicado).

$Nanoposicionador$ XY		u_y nm	u_x nm	R_{yx} (%)	w	β
XY05	Fig. 3.23(a)	109,91	-38,38	34,92	0,50	0,00
	Fig. 3.23(c)	99,00	-35,19	35,55	0,50	0,00
	Fig. 3.23(d)	128	-54	42	0,50	0,00
XY05b	Fig. 3.24(a)	59,29	-1,08	1,82	0,50	0,01
	Fig. 3.24(c)	51,94	0,61	1,17	0,50	0,01
	Fig. 3.24(d)	40	-7	18	0,50	0,01
XY08	Fig. 3.25(a)	284,45	-174,457	61,33	0,80	0,00
	Fig. 3.25(c)	228,93	-133,420	58,28	0,80	0,00
	Fig. 3.25(d)	226	-123	54	0,80	0,00

protótipos fabricados dos atuadores $XY05$, $XY05b$ e $XY08$ estão ilustrados nas Figuras 3.23(d), 3.24(d) e 3.25(d), respectivamente, e os resultados da caracterização experimental dos movimentos de atuação e acoplado destes protótipos são dados na Tabela 3.4.

Analisando o projeto do atuador $XY05$, verifica-se que os resultados numéricos descritos na Tabela 3.4 apresentam valores próximos aos experimentais, apesar da influência do pós-processamento da topologia ótima. O resultado experimental obtido foi maior do que o numérico em 29% para o deslocamento do movimento principal e 53% para o acoplado (ver Tabela 3.4). Os valores dados na Tabela 3.4 referentes ao atuador $XY05b$ mostram que, o resultado numérico é 30% maior do que o experimental para o deslocamento do movimento principal. Para o movimento acoplado, verificou-se que o sistema interferométrico apresentou muita instabilidade devido a ruídos externos, o que prejudicou a medição devido a ordem de grandeza do mesmo. Finalmente, o atuador $XY08$ foi o que apresentou a melhor concordância entre os resultados numéricos e experimentais, como mostrado Tabela 3.4, e este melhor desempenho está relacionado com a ordem de grandeza dos deslocamentos gerados pelo atuador, e com isto o interferômetro apresentou-se mais estável.

Em todos os resultados há a influência causada pela cola utilizada para fixar as piezocerâmicas a estrutura multi-flexível, efeito que não foi considerado nas simulações numéricas. A caracterização experimental foi realizada numa freqüência quasi-estática (60Hz), e dessa forma o efeito do amortecimento causado pela cola é minimizado, mas ainda é significativo. Além disso, há também o erro do sistema interferométrico utilizado, que pode chegar a 5%.



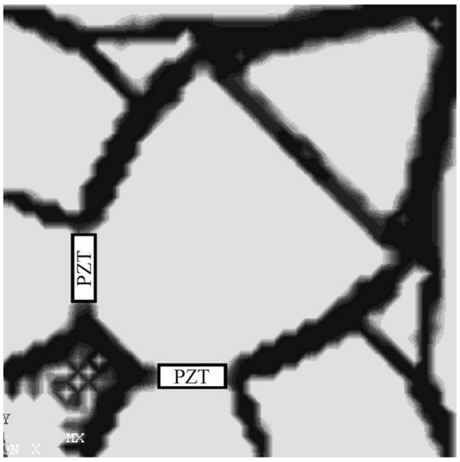
(a) Topologia ótima

(b) CAD

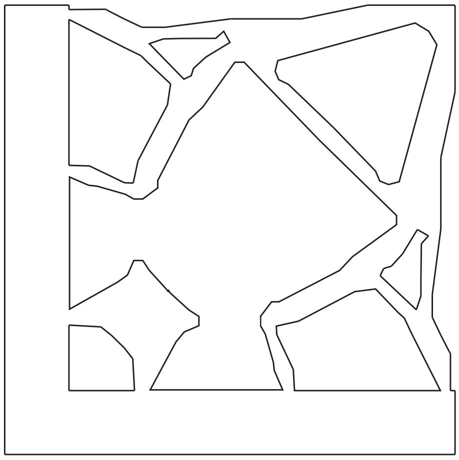
(c) Deformada

(d) Protótipo

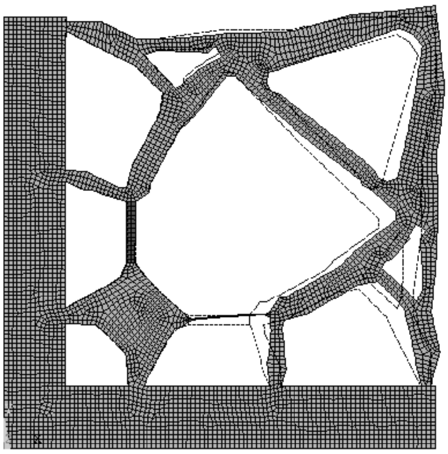
Figura 3.23: Nanoposicionador piezelétrico $XY05$ ($w = 0,5$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$, e $\beta_1 = \beta_2 = 0,0$).



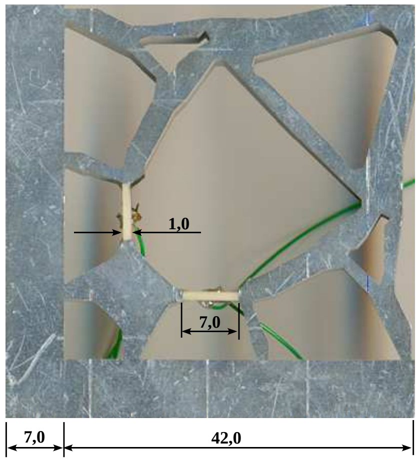
(a) Topologia ótima



(b) CAD

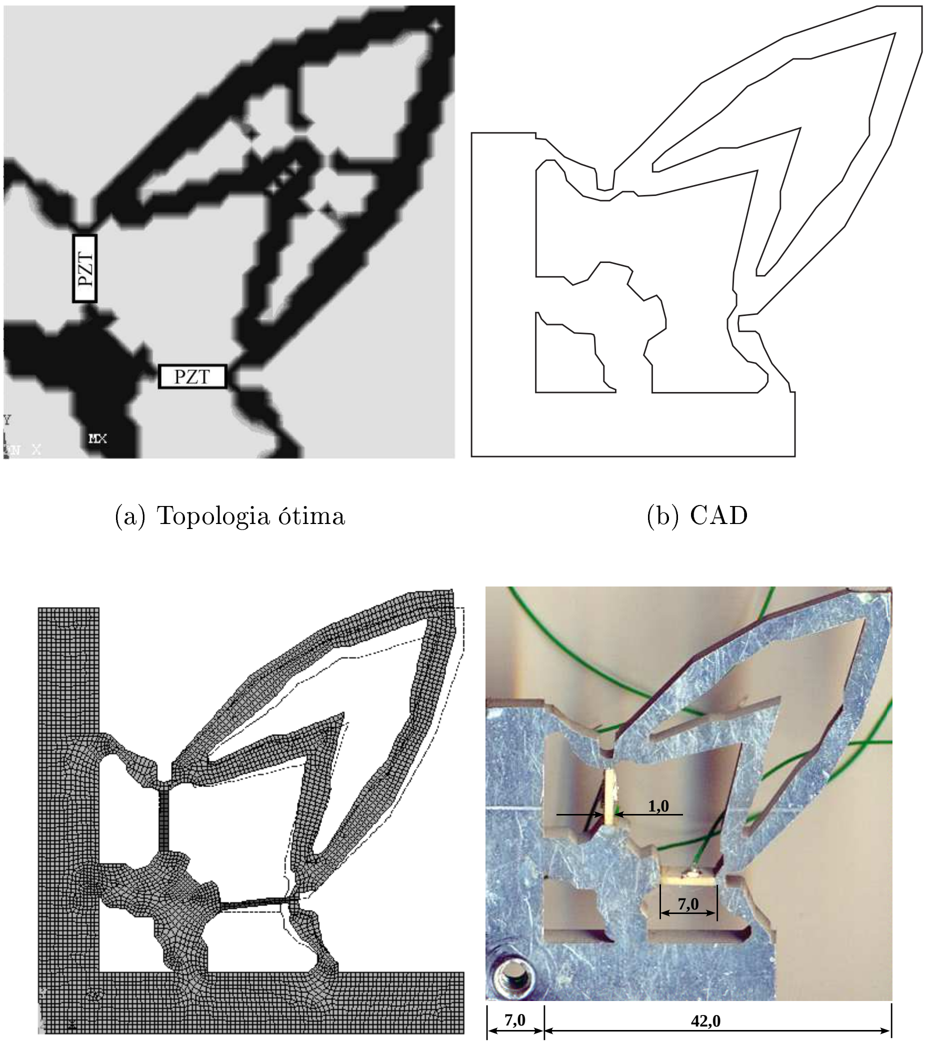


(c) Deformada



(d) Protótipo

Figura 3.24: Nanoposicionador piezelétrico $XY05b$ ($w = 0,5$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$, e $\beta_1 = \beta_2 = 0,01$).



(a) Topologia ótima (b) CAD

(c) Deformada (d) Protótipo

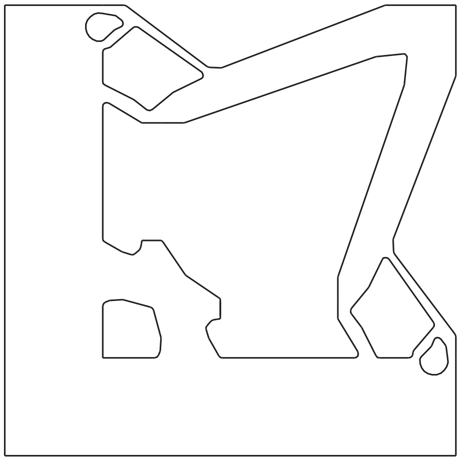
Figura 3.25: Nanoposicionador piezelétrico $XY08$ ($w = 0,8$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$, e $\beta_1 = \beta_2 = 0,0$).

3.4.2 Protótipos dos Nanoposicionadores Piezelétricos XY: 2^o conjunto de protótipos

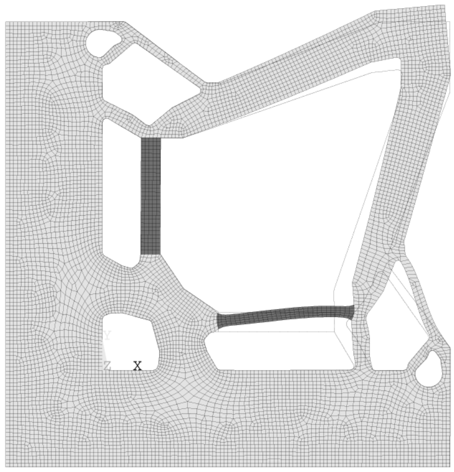
Os nanoposicionadores XY dessa seção foram projetados posteriormente aos apresentados na Seção 3.4.1. O projeto dos nanoposicionadores XY ilustrados nas Figuras 3.26 e 3.27 foram detalhados na Seção 3.3. O nanoposicionador XY da Figura 3.29 têm as mesmas características de projeto do exemplo numérico dado na Figura 3.9. A diferença entre os resultados das topologias está no incremento contínuo do coeficiente de penalização até 4, aplicado ao exemplo da Figura 3.9, sendo que na Figura 3.29(a) incrementou-se p até 3. O resultado é uma estrutura multi-flexível com menos estruturas internas. Já, o projeto do nanoposicionador XY apresentado na Figura 3.28, possui as características de projeto da Figura 3.22(b), utilizando os valores para x_1 e x_2 iguais à $20,0$mm e $6,0$mm, respectivamente. A malha está discretizada com 5776 elementos (76 x 76 elementos). Os parâmetros de OT utilizados neste exemplo são $p = 1$ a 3, $\alpha_i = 0,5$, $\Theta_{upp} = 0,25$, $w = 0,7$ e $\beta_i = 0,0$. Os valores dos resultados numérico e experimental estão detalhados na Tabela 3.5.

Os resultados da Figura 3.26 foram os que apresentaram a melhor concordância entre o numérico e experimental, se compararmos desde os valores dos movimentos obtidos pela OT com os pós-processados e os experimentais, respectivamente apresentados nas Figuras 3.5(b), 3.6(b) e 3.26(b), e 3.26(c). Na seqüência, os resultados da Figura 3.28 também apresentaram concordância entre o numérico e experimental, principalmente se comparado os resultados pós-processados e experimentais. Porém analisando os resultados obtidos pela OT concluí-se que o processo de pós-processamento influenciou nos demais resultados. Já os resultados da Figura 3.29, apresentaram concordância entre o pós-processado e o experimental, como mostrado na Tabela 3.5 para as Figuras 3.29(d) e 3.29(e), pois nesse caso, comparando a Figura 3.29(a) com a Figura 3.29(c) verifica-se que faltou remover buracos na figura pós-processada, o que acabou gerando uma estrutura multi-flexível mais rígida. Portanto, nos resultados comentados até o momento, concluí-se que o processo de caracterização experimental dos nanoposicionadores XY validam os protótipos fabricados e o MOT no projeto dos mesmos.

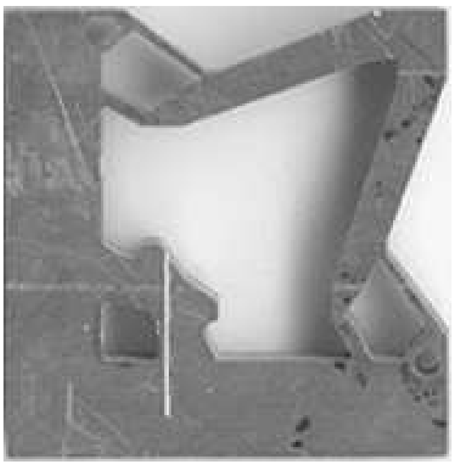
No entanto, os resultados apresentados na Figura 3.27 mostram que o processo desde o projeto até a caracterização são complexos, principalmente o pós-processamento, onde pequenos desvios nos contornos das topologias podem descaracterizar o resultado final.



(a) Desenho em CAD

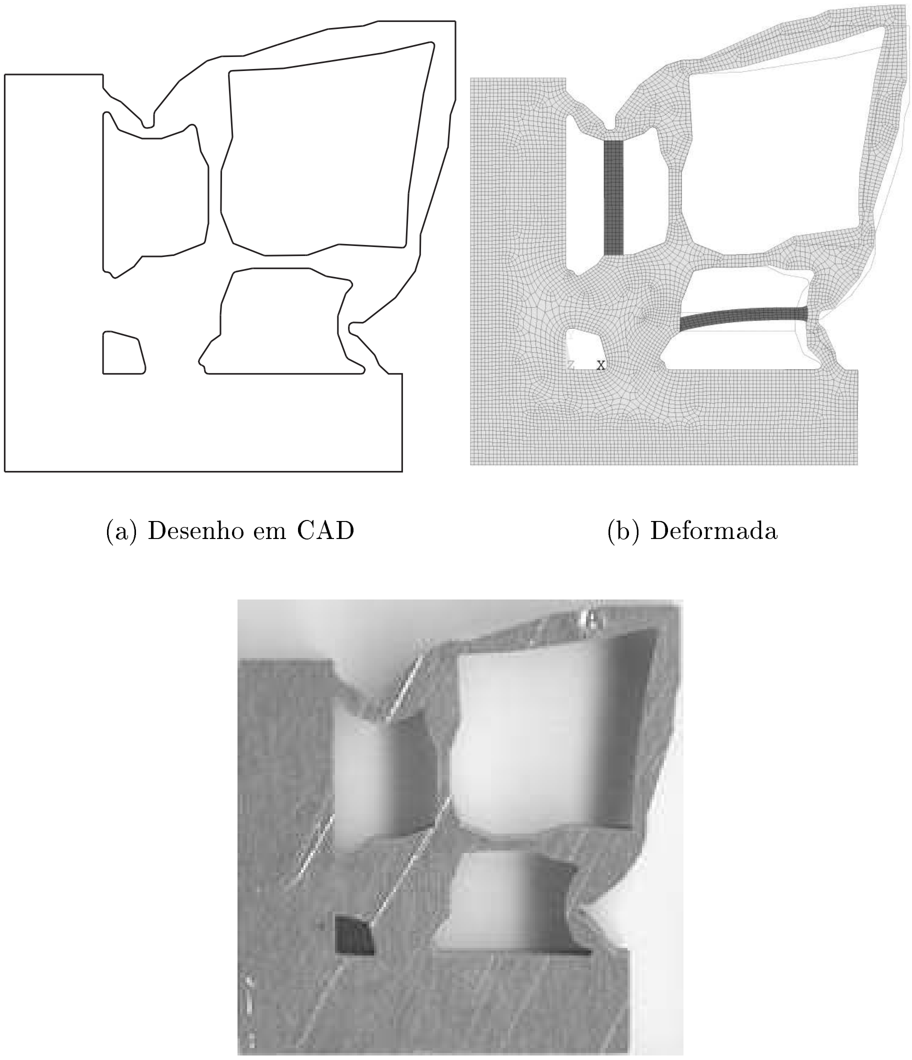


(b) Deformada



(c) Protótipo

Figura 3.26: Nanoposicionador piezelétrico *XYW05B0* (apresentado inicialmente na Figura 3.5(b), para $\Theta_{upp} = 25\%$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$, $\beta_1 = \beta_2 = 0,0$ e w=0,5).



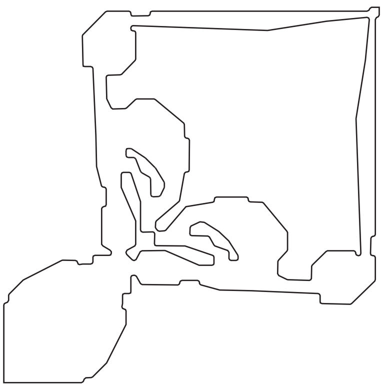
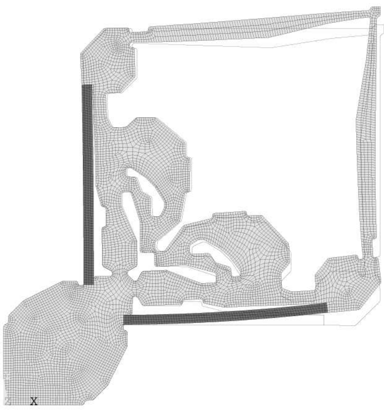
(a) Desenho em CAD

(b) Deformada

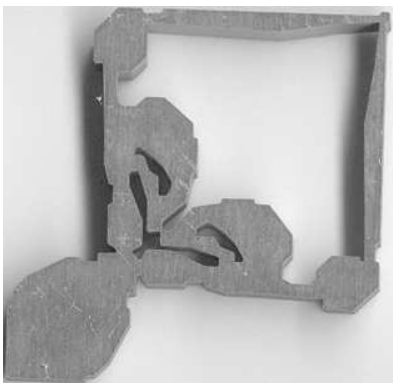
(c) Protótipo

Figura 3.27: Nanoposicionador piezelétrico *XYW08B0* (apresentado inicialmente na Figura 3.5(c), para $\Theta_{upp} = 25\%$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$, $\beta_1 = \beta_2 = 0,0$ e w=0,8).


(a) Topologia ótima (b) Deformada

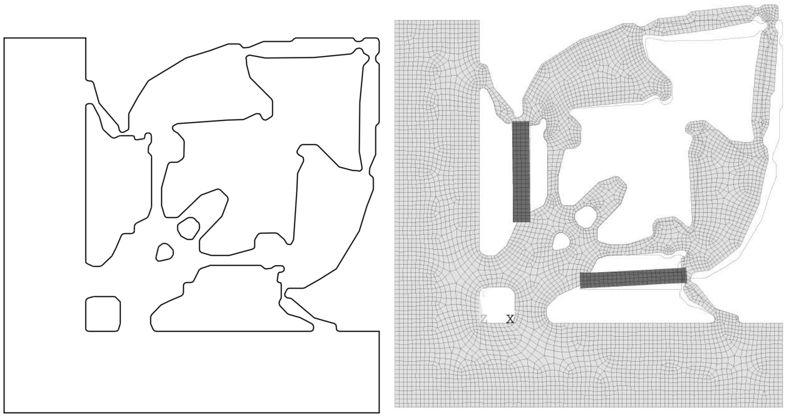
(c) Desenho em CAD (d) Deformada



(e) Protótipo

Figura 3.28: Nanoposicionador piezelétrico *XYW07B0S* ($\Theta_{upp} = 25\%$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$, $\beta_1 = \beta_2 = 0,0$ e w=0,7).

(a) Topologia ótima (b) Deformada



(c) Desenho em CAD (d) Deformada

(e) Protótipo

Figura 3.29: Nanoposicionador piezelétrico *XYW08B01*. Nesse projeto foram utilizados os mesmos parâmetros de OT do nanoposicionador da Figura 3.9(c) considerando $\Theta_{upp} = 25\%$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$, $\beta_1 = \beta_2 = 0,1$ e w=0,8, porém utilizou-se $p = 3$ e não $p = 4$.

Tabela 3.5: Resultados numéricos e experimentais dos nanoposicionadores piezelétricos XY (deslocamentos X e Y no ponto A para 100V aplicado).

nanoposicionadores XY		u_x (nm)	u_y (nm)	R_{yx} (%)	w	β
XYW05B0	Fig. 3.5(b)	-33,33	99,64	33,45	0,5	0,0
	Fig. 3.6(b)	-26,68	82,22	32,45	0,5	0,0
	Fig. 3.26(b)	-24,96	75,65	32,99	0,5	0,0
	Fig. 3.26(c)	-26	80	33	0,5	0,0
XYW08B0	Fig. 3.5(c)	-45,02	236,63	19,03	0,8	0,0
	Fig. 3.6(c)	-42,33	211,47	20,02	0,8	0,0
	Fig. 3.27(b)	-24,92	115,58	21,56	0,8	0,0
	Fig. 3.27(c)	-52	155	34	0,8	0,0
XYW07B0S	Fig. 3.28(a)	-141,37	1.919,70	7,36	0,7	0,0
	Fig. 3.28(b)	-235,85	1.302,50	18,11	0,7	0,0
	Fig. 3.28(d)	-258,49	1.311,30	19,71	0,7	0,0
	Fig. 3.28(e)	-370	1206	31	0,7	0,0
XYW08B01	Fig. 3.29(a)	-7,83	395,34	1,98	0,8	0,1
	Fig. 3.29(b)	-49,78	305,97	16,27	0,8	0,1
	Fig. 3.29(d)	-75,117	267,19	28,11	0,8	0,1
	Fig. 3.29(e)	-67	268	26	0,8	0,1

4 Projeto dos Atuadores com a Localização Ótima do Material Piezelétrico (LOMPs)

No projeto de atuadores piezelétricos usando o MOT, em geral o material piezelétrico não é otimizável, e somente a estrutura multi-flexível é otimizada, como descrito na Seção 3.1, e observado nos trabalhos desenvolvidos por Silva et al. (2000), Canfield & Frecker (2000) e Carbonari, Silva & Nishiwaki (2005), nos quais os atuadores piezelétricos foram projetados com as características do ilustrado na Figura 4.1(a), onde as piezocerâmicas possuem posições fixas, e somente a estrutura flexível (ou multi-flexível) é projetada distribuindo material (por exemplo, material elástico, como o Alumínio). A posição fixa da região piezocerâmica impõe uma restrição no problema de otimização, limitando a optimalidade da solução. Um problema interessante e clássico no projeto de estruturas piezelétricas é encontrar simultaneamente, a localização ótima das piezocerâmicas no domínio de projeto e a topologia ótima da estrutura flexível. O que pode ser obtido distribuindo simultaneamente no domínio de projeto, material não-piezelétrico (Alumínio, por exemplo), material piezelétrico e *vazio*. A implementação dessa nova metodologia de projeto usando o MOT encontra duas dificuldades, uma é a definição de um modelo de material que permita transitar entre os três tipos de material, e a segunda é o fato de não se conhecer a posição dos eletrodos da piezocerâmica, *a priori*.

Portanto, neste capítulo, a formulação da OT é proposta para projetar atuadores piezelétricos com um movimento de atuação, onde o MOT otimiza simultaneamente a estrutura flexível e a localização ótima do material piezelétrico, que atenda ao movimento de atuação desejado, maximizando a função multi-objetivo, no domínio de projeto, como ilustrado na Figura 4.1(b). Também é empregada a abordagem CAMD (descrita na Seção 3.2.1) no MOT (Jog & Haber 1996, Rahmatalla & Swan 2003, Rahmatalla & Swan 2004, Matsui & Terada 2004). O modelo de material é baseado no método das densidades

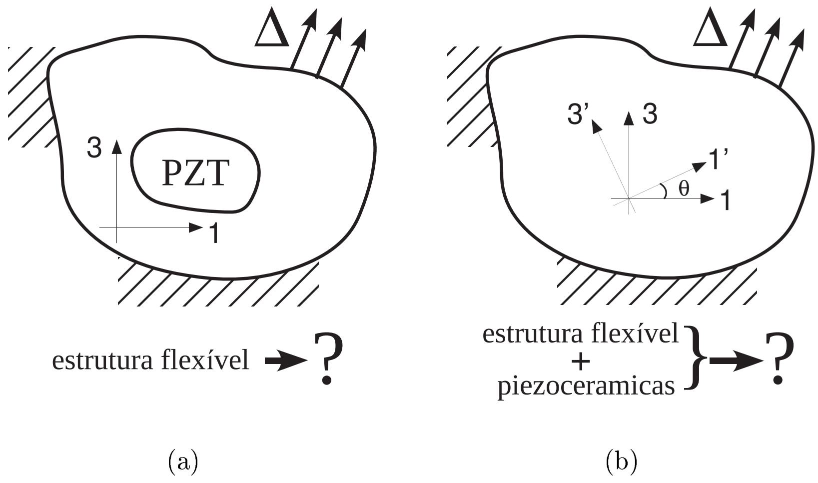


Figura 4.1: a) Método convencional de projeto de um piezoatuador usando a OT; b) Método proposto de projeto de um piezoatuador usando o OT.

(Bendsøe & Sigmund 2003), permitindo a distribuição simultânea do material piezelétrico, não-piezelétrico e *vazio* no domínio de projeto, como descrito na Seção 4.2.2. É adicionada a esta formulação, a variação das propriedades piezelétricas com a rotação do ângulo entre a direção do campo elétrico e a direção de polarização, veja a Seção A.2.3 e Figura 4.1(b).

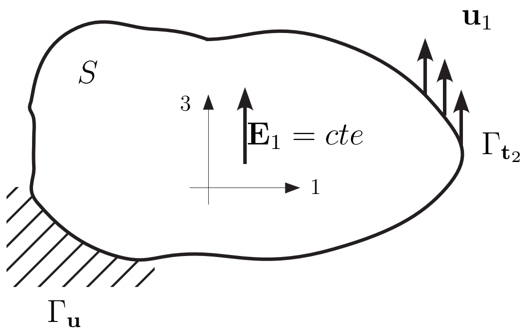
A primeira proposta para encontrar a localização ótima do material piezelétrico foi dada no projeto de ressonadores piezelétricos, trabalho desenvolvido por Silva & Kikuchi (1999*b*). Na seqüência, Kögl & Silva (2005) projetaram atuadores piezelétricos utilizando uma formulação de placas multi-camadas, sendo que apenas determinadas camadas são otimizadas, e nas camadas otimizadas é obtido a distribuição ótima de material piezelétrico e *vazio*. Por isso, foi definido um modelo de material baseado no SIMP, denominado de PEMAP ("Piezoelectric Material With Penalization"). A distribuição de material piezelétrico, não-piezelétrico e *vazio* foi inicialmente apresentada por Buehler et al. (2004), no qual adotou-se o método da homogeneização como modelo de material. Nesta formulação a posição dos eletrodos não é conhecida, *a priori*, no domínio de projeto, então um campo elétrico constante é aplicado como excitação elétrica em cada elemento finito, como proposto por Buehler et al. (2004), e portanto, todos os graus elétricos são prescritos e há um desacoplamento do problema mecânico e elétrico. Desta forma, as propriedades dielétricas do material piezelétrico não influenciam o problema de otimização. A formulação dos LOMPs (Carbonari, Silva & Nishiwaki 2007) difere da formulação proposta por Buehler et al. (2004), principalmente pelo modelo de material empregado, pela formulação da função multi-objetivo a ser extremizada, e como mostrado na Figura 4.1(b) é implementado na formulação a variável de projeto θ, possibilitando obter o ângulo ótimo entre a direção de polarização e a direção do campo elétrico. Assim, esta formulação contribui na melhora do desempenho do atuador piezelétrico, por exemplo, pelo aumento da flexibilidade, pois a localização ótima do material piezelétrico permite aumentar a deformação da estrutura flexível. Desta forma, a formulação dos LOMPs contribui para flexibilizar o problema, pois não é necessário definir o domínio piezelétrico, como mostrado na Figura 4.1(a), tornando o método mais genérico na obtenção dos resultados. Os resultados são apresentados na Seção 4.3, e demonstram a potencialidade do método desenvolvido e a sensibilidade dos resultados perante as variáveis de projeto.

Nesse capítulo é abordada a formulação contínua e discreta do problema de OT para o projeto dos LOMPs nas Seção 4.1 e 4.2, respectivamente. Nas seções a seguir são brevemente apresentados com as necessárias adaptações a função multi-objetivo, a transdução média, a flexibilidade média, a função restrição de acoplamento, e o modelo de material. Esse capítulo também contempla a análise de sensibilidade das funções definidas nas Seções 3.1 e 3.2, respectivamente nas Seções 3.1.5 e 3.2.3, bem como as suas restrições. O cálculo desses gradientes é importante devido à necessidade da linearização da função multi-objetivo em relação as variáveis de projeto, como mostrado na Seção 4.2.5.

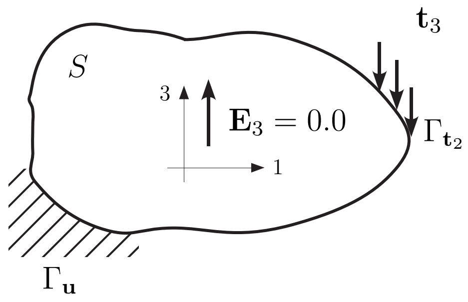
4.1 Definição do Problema Contínuo da OT para o Projeto dos LOMPs

O problema de otimização para o projeto dos LOMPs tem que satisfazer as funções transdução média, flexibilidade média, e função restrição de acoplamento, já definidos, e portanto é necessário definir uma função multi-objetivo, como no problema do capítulo anterior. No projeto dos LOMPs há novas variáveis de projeto definidas para, o modelo de material e na obtenção do ângulo ótimo entre as direções de polarização e campo elétrico, sendo definidas na formulação discreta, dada na Seção 4.2.

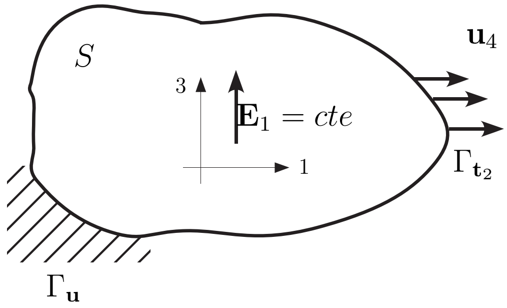
A função eletromecânica demonstrada na Seção 3.1.1 foi formulada para projeto de multi-atuadores piezelétricos onde o material piezelétrico não é otimizável, permanecendo constante durante todas as iterações, sendo apenas o material isotrópico otimizável. Nesta nova formulação, o material piezelétrico e o material isotrópico são conjuntamente otimizados e as posições dos eletrodos



(a) transdução média



(b) flexibilidade média



(c) função restrição de acoplamento

Figura 4.2: Condições de carregamento dos LOMPs para o cálculo da: (a) transdução média; (b) flexibilidade média; e (c) função restrição de acoplamento.

não são definidas, *a priori*. A formulação apresentada na Seção 3.1.1 considera $i = 1...n$ movimentos de atuação, e neste caso somente será considerado $i = 1$. Outra modificação é o acréscimo de mais duas variáveis de projeto, $\rho_2(\mathbf{x})$ e $\theta(\mathbf{x})$, e $\rho(\mathbf{x})$ será redefinido como $\rho_1(\mathbf{x})$. $\rho_1(\mathbf{x})$ (como definido na Seção 3.1) é a variável de projeto relacionada com a presença ou ausência de material (isotrópico e piezelétrico), $\rho_2(\mathbf{x})$ define o tipo de material presente, piezelétrico ou isotrópico, $\theta(\mathbf{x})$ é o ângulo de rotação entre a direção de polarização do material piezelétrico e o campo elétrico, em cada ponto do domínio. Dessa forma, a transdução média é dada pela equação abaixo:

$$L_2(\mathbf{u}_1, \phi_1) = \int_{\Gamma_{t_2}} \mathbf{t}_2 \mathbf{u}_1 \, d\Gamma + \int_{\Gamma_{d_2}} \underbrace{d_2}_{=0} \phi_1 \, d\Gamma = \int_{\Gamma_{t_2}} \mathbf{t}_2 \mathbf{u}_1 \, d\Gamma \tag{4.1}$$

onde, o campo elétrico $d_2 = 0$, como ilustrado nas Figura 4.2(a).

A função estrutural é idêntica a descrita na Seção 3.1.2, considerando $i = 1$, ou seja, sendo $i = 1$ e campo elétrico nulo ($\mathbf{E}_3(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$), como ilustrado na

Figura 4.2(b). Então reescrevendo a flexibilidade média para $i = 1$, obtém-se:

$$L_3(\mathbf{u}_3, \phi_3) = \int_{\Gamma_{\mathbf{t}_2}} \mathbf{t}_3 \mathbf{u}_3 \, d\Gamma \tag{4.2}$$

Como a função restrição de acoplamento está relacionada com a função eletromecânica, são válidas as mesmas observações feitas na Seção 3.1.3, considerando $i = 1$ e $d_4 = 0$ (pois não há cargas externas aplicadas como observado na Figura 4.2(c)), e portanto:

$$L_4(\mathbf{u}_1, \phi_1) = \int_{\Gamma_{\mathbf{t}_2}} \mathbf{t}_4 \mathbf{u}_1 \, d\Gamma \tag{4.3}$$

Para combinar as equações da transdução média, flexibilidade média, e função restrição de acoplamento definidas nessa seção, a seguinte função multi-objetivo é proposta baseado na Equação (3.4):

$$\mathcal{F}(\rho_1, \rho_2, \theta) = \frac{L_2(\mathbf{u}_1, \phi_1)}{L_3(\mathbf{u}_3, \phi_3)^2 + \beta L_4(\mathbf{u}_1, \phi_1)^2} \tag{4.4}$$

e mais generalizada na forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(\rho_1, \rho_2, \theta) &= w * \ln\left[L_2(\mathbf{u}_1, \phi_1)\right] - \\ &- \frac{1}{2}(1 - w) \ln\left[L_3(\mathbf{u}_3, \phi_3)^2 + \beta L_4(\mathbf{u}_1, \phi_1)^2\right] \end{aligned} \tag{4.5}$$

onde w e β são coeficientes de peso. Finalmente, o problema de otimização é definido por:

$$\begin{array}{ll}
\text{Maximizar:} & \mathcal{F}(\rho_1, \rho_2, \theta) \\
\rho_1(\mathbf{x}),\ \rho_2(\mathbf{x}) \text{ e } \theta(\mathbf{x}) & \\
\text{tal que:} & \mathbf{t}_3 = -\mathbf{t}_2 \quad (\Gamma_{\mathbf{t}_3} = \Gamma_{\mathbf{t}_2}) \\
& \mathbf{t}_4 \cdot \mathbf{t}_2 = 0 \quad (\Gamma_{\mathbf{t}_4} = \Gamma_{\mathbf{t}_2}) \\
& A(\mathbf{u}_1, \mathbf{v}_1) + B(\phi_1, \mathbf{v}_1) = L_t(\mathbf{t}_1, \mathbf{v}_1) \\
& B(\varphi_1, \mathbf{u}_1) - C(\phi_1, \varphi_1) = L_d(\mathbf{d}_1, \varphi_1) \\
& \quad \text{para } \mathbf{u}_1, \phi_1 \in V_a \text{ e } \forall \mathbf{v}_1, \forall \varphi_1 \in V_a \\
& A(\mathbf{u}_3, \mathbf{v}_3) + B(\phi_3, \mathbf{v}_3) = L_t(\mathbf{t}_3, \mathbf{v}_3) \\
& B(\varphi_3, \mathbf{u}_3) - C(\phi_3, \varphi_3) = 0 \\
& \quad \text{para } \mathbf{u}_3, \phi_3 \in V_c \text{ e } \forall \mathbf{v}_3, \forall \varphi_3 \in V_c \\
& 0 \leq \rho_1 \leq 1 \\
& 0 \leq \rho_2 \leq 1 \\
& 0 \leq \theta \leq 2\pi \\
& \Theta_{PZT}(\rho_2) = \int_S \rho_2 dS - \Theta_{PZT} \leq 0 \\
& \Theta_{\tilde{n}PZT+PZT}(\rho_1) = \int_S \rho_1 dS - \Theta_{\tilde{n}PZT+PZT} \leq 0
\end{array}$$

onde, S é o domínio de projeto, $\Theta_{\tilde{n}PZT+PZT}(\rho_1(\mathbf{x}))$ é o volume do material piezelétrico e não-piezelétrico obtido pela OT, e $\Theta_{\tilde{n}PZT+PZT}$ é o valor da restrição imposta ao MOT à quantidade total de material desejado (piezelétrico + não-piezelétrico). $\Theta_{PZT}(\rho_2(\mathbf{x}))$ é o volume de material piezelétrico obtido pela OT, e Θ_{PZT} é o valor da restrição imposta ao MOT à quantidade de material piezelétrico desejado. $\theta(\mathbf{x})$ é a variável de projeto relacionada com o ângulo de polarização, permitindo que a polarização seja otimizada. As outras restrições são equações de equilíbrio do meio piezelétrico considerando os diferentes casos de carregamento, e são resolvidas separadamente do problema de otimização.

4.1.1 Análise de Sensibilidade na Forma Contínua

A sensibilidade dos LOMPs segue a mesma linha dos MAPs, no entanto tem-se mais variáveis de projeto, $\rho_1(\mathbf{x})$, $\rho_2(\mathbf{x})$ e $\theta(\mathbf{x})$. Inicialmente, denominaremos as variáveis de projeto por ρ_n, e na Seção 4.2.4 será retomado o cálculo da sensibilidade para cada variável de projeto, no domínio discreto.

O gradiente da função $\mathcal{F}$ relativo à variável de projeto ρ_n é dado para a primeira função multi-objetivo (ver Equação (4.4)) por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \rho_n} &= \frac{\partial L_2(\mathbf{u}_1,\phi_1)}{\partial \rho_n}\left(L_3(\mathbf{u}_3,\phi_3)^2+\beta L_4(\mathbf{u}_1,\phi_1)^2\right) - \\ &- 2L_2(\mathbf{u}_1,\phi_1)\frac{\left(L_3(\mathbf{u}_3,\phi_3)\frac{\partial L_3(\mathbf{u}_3,\phi_3)}{\partial\rho_n}+\beta L_4(\mathbf{u}_1,\phi_1)\frac{\partial L_4(\mathbf{u}_1,\phi_1)}{\partial\rho_n}\right)}{\left(L_3(\mathbf{u}_3,\phi_3)^2+\beta L_4(\mathbf{u}_1,\phi_1)^2\right)^2} \end{aligned} \tag{4.6}$$

e, para a segunda função multi-objetivo (ver Equação (4.5)) por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \rho_n} &= \frac{1}{L_2(\mathbf{u}_1,\phi_1)}\frac{\partial L_2(\mathbf{u}_1,\phi_1)}{\partial \rho_n} + \\ &+ (1-w)\frac{\left(L_3(\mathbf{u}_3,\phi_3)\frac{\partial L_3(\mathbf{u}_3,\phi_3)}{\partial\rho_n}+\beta L_4(\mathbf{u}_1,\phi_1)\frac{\partial L_4(\mathbf{u}_1,\phi_1)}{\partial\rho_n}\right)}{\left(L_3(\mathbf{u}_3,\phi_3)^2+\beta L_4(\mathbf{u}_1,\phi_1)^2\right)} \end{aligned} \tag{4.7}$$

onde $\frac{\partial L_2(\mathbf{u}_1,\phi_1)}{\partial\rho_n}$, $\frac{\partial L_3(\mathbf{u}_3,\phi_3)}{\partial\rho_n}$ e $\frac{\partial L_4(\mathbf{u}_1,\phi_1)}{\partial\rho_n}$ são as derivadas da transdução média, flexibilidade média e função restrição de acoplamento, respectivamente, em relação a variável ρ_n. A transdução média dada pela Equação (4.1), cuja derivada em relação a variável de projeto é:

$$\frac{\partial L_2(\mathbf{u}_1,\phi_1)}{\rho_n} = L_t(\mathbf{t}_2,\frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial \rho_n}) \tag{4.8}$$

sabendo-se que d_2, $\frac{\partial \mathbf{t}_2}{\partial\rho_n}$, e $\frac{\partial\phi_1}{\partial\rho_n}$ são nulos. $\frac{\partial\phi_1}{\partial\rho_n}$ é nulo devido ao campo elétrico constante aplicado, como detalhado na Seção 4.2.1. Dessa forma, a Equação (3.9) é simplificada considerando $i = 1$, obtendo:

$$\frac{\partial L_2(\mathbf{u}_1, \phi_1)}{\partial \rho_n} = A(\mathbf{u}_2, \frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial \rho_n}) = \int_\Omega \varepsilon(\mathbf{u}_2)^t \mathbf{c} \frac{\partial \varepsilon(\mathbf{u}_1)}{\partial \rho_n} d\Omega \tag{4.9}$$

A derivada da flexibilidade média é obtida considerando $i = 1$ na Equação (3.10), resultando na equação abaixo:

$$\frac{\partial L_3(\mathbf{u}_3, \phi_3)}{\rho_n} = -\int_\Omega \varepsilon(\mathbf{u}_3)^t \frac{\partial \mathbf{c}}{\partial \rho_n} \varepsilon(\mathbf{u}_3) d\Omega \tag{4.10}$$

Finalmente, a derivada da função restrição de acoplamento é similar a derivada da transdução média, dada na Equação (4.9), e calculada por:

$$\frac{L_4(\mathbf{u}_1, \phi_1)}{\rho_n} = A(\mathbf{u}_4, \frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial \rho_n}) = \int_\Omega \varepsilon(\mathbf{u}_4)^t \mathbf{c} \frac{\partial \varepsilon(\mathbf{u}_1)}{\partial \rho_n} d\Omega \tag{4.11}$$

4.2 Formulação Discreta para o Projeto dos LOMPs

Serão abordados na forma discreta, a mudança dos eletrodos na malha de elementos finitos e o modelo de material adotado nas Seções 4.2.1 e 4.2.2, respectivamente. O ângulo entre a direção de polarização e o campo elétrico como uma nova variável de projeto é descrito na Seção A.2.3. A formulação da otimização e a análise de sensibilidade para o problema proposto são descritas nas Seções 4.2.3 e 4.2.4, respectivamente. Na análise de sensibilidade é utilizado um método adjunto, permitindo calcular a sensibilidade do problema de OT com uma melhor eficiência computacional, como no projeto anterior. A formulação empregada neste problema de OT é baseada na distribuição contínua das variáveis de projeto, e detalhada nas próximas sub-seções.

4.2.1 Mudança da Posição dos Eletrodos

No projeto dos LOMPs distribuí-se conjuntamente materiais não-piezelétrico, piezelétrico e *vazio*, no domínio de projeto, e portanto não se sabe a *priori* a posição dos eletrodos, porque a localização do material piezelétrico não é conhecida, como mostrado na Figura 4.3. Uma forma de contornar esse problema é definir eletrodos para todos os elementos finitos pertencentes ao domínio de projeto. Desta forma, é necessário definir um campo elétrico constante em cada elemento finito (Buehler et al. 2004, Carbonari, Silva & Nishiwaki 2007), como estão ilustrados nas Figuras 4.3 e 4.4, onde u_i e v_i são os deslocamentos

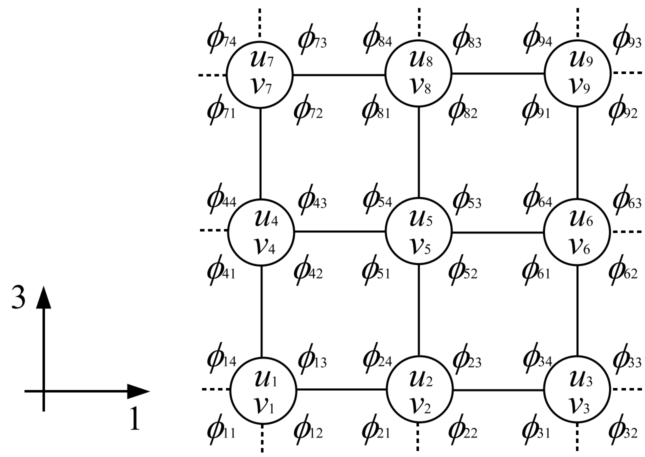
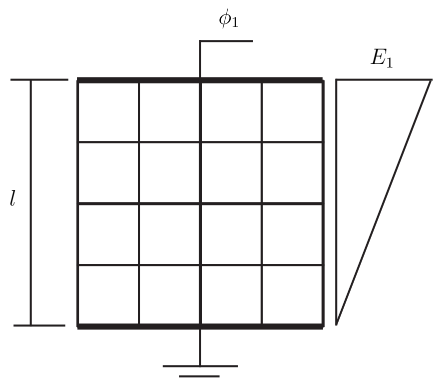


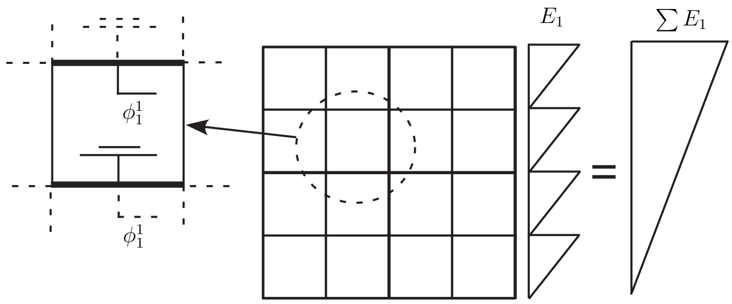
Figura 4.3: Configuração dos graus de liberdades mecânicos e elétricos para cada elemento finito no caso dos LOMPs. Sendo, u_i e v_i deslocamentos mecânicos do nó i, e ϕ_{ij} define o potencial elétrico aplicado na j-th posição do i-ésimo nó.

mecânicos do nó i, na direção 1 e 3, respectivamente, e ϕ_{ij} são os j-th potenciais elétricos aplicados no i-ésimo nó. Assim, nesse trabalho o MOT irá determinar as regiões ótimas do material piezelétrico utilizando o modelo de material descrito na próxima seção, e portanto a posição dos eletrodos pode ser determinada. Trata-se de uma primeira abordagem para se lidar com o problema. Alguns trabalhos na literatura (Raulli & Maute 2005) propõe técnicas para deslocar os eletrodos, mas estão limitados a uma superfície de eletrodo e um único valor de potencial elétrico.

Portanto, cada elemento finito tem 4 graus de liberdade elétricos, dados por $[\phi_{13}, \phi_{24}, \phi_{51}, \phi_{42}]$ para o elemento com conectividade (1 2 5 4), por exemplo. Os potenciais elétricos são definidos nulos em função da direção de polarização do material piezelétrico. Assim, considerando o material piezelétrico polarizado na direção 3, o campo elétrico é dado por $[0, 0, \phi_0, \phi_0]$ (Carbonari, Silva & Nishiwaki 2007), o que é equivalente a aplicar um campo elétrico constante ao longo da direção 3 em todos os elementos do domínio (ver Figura 4.3). Neste caso, todos os graus de liberdade elétricos são prescritos, como detalhado no Apêndice B.2. A formulação numérica dos MAPs foi deduzida utilizando o campo elétrico mostrado na Figura 4.4(a), e na próxima sub-seção será detalhado o modelo de material e a formulação discreta dos LOMPs utilizando o modelo de campo elétrico como mostrado na Figura 4.4(b).



(a) Potencial elétrico nos MAPs



(b) Potencial elétrico nos LOMPs

Figura 4.4: Estratégia adotada para variar a posição dos eletrodos.

4.2.2 Modelo de material

O modelo de material proposto nesta implementação combina a distribuição conjunta do material piezelétrico, não-piezelétrico e *vazio* no domínio de projeto utilizando o MOT. Assim, o modelo de material é composto de material piezelétrico, isotrópico e *vazio*. Como todos os graus de liberdade elétricos são prescritos (ver Seção 4.2.1) não é necessário definir um modelo de material para a propriedade dielétrica. Dessa forma, somente o modelo de material para as propriedades elásticas e piezelétricas são definidos, como mostrado abaixo,

$$\begin{aligned} \mathbf{c} &= \rho_1(\mathbf{x})^{pc1}\left[\rho_2(\mathbf{x}_2)^{pc2}\mathbf{c}_{pzt} + \left(1-\rho_2(\mathbf{x}_2)^{pc2}\right)\mathbf{c}_{iso}\right] + \\ &+ \left(1-\rho_1(\mathbf{x}_1)^{pc1}\right)\mathbf{c}_o \qquad (4.12) \\ \mathbf{e} &= \rho_1(\mathbf{x})^{pc1}\rho_2(\mathbf{x})^{pe}\mathbf{e}_{pzt} \qquad (4.13) \end{aligned}$$

sendo:

$$\rho_1(\mathbf{x}) = \sum_{I=1}^{n_d} \rho_{1I} N_I(\mathbf{x}) \qquad (4.14)$$

$$\rho_2(\mathbf{x}) = \sum_{I=1}^{n_d} \rho_{2I} N_I(\mathbf{x}) \qquad (4.15)$$

onde $\mathbf{c}$ e $\mathbf{e}$ definem as propriedades efetivas do material elástico ou piezelétrico, sendo $\mathbf{c}_{pzt}$, $\mathbf{c}_{iso}$ e $\mathbf{c}_o$ as propriedades constitutivas elásticas do material, piezelétrico, isotrópico e *vazio*, respectivamente, e $\mathbf{e}_{pzt}$ define as propriedades constitutivas do material piezelétrico, sendo nula para o material isotrópico. Analisando as Equações (4.12) e (4.13), observa-se que os materiais piezelétricos, isotrópicos e *vazio* são obtidos quando, $\rho_1(\mathbf{x}) = \rho_2(\mathbf{x}) = 1$, $\rho_1(\mathbf{x}) = 1$ e $\rho_2(\mathbf{x}) = 0$, e $\rho_1(\mathbf{x}) = \rho_2(\mathbf{x}) = 0$, respectivamente. Sendo, $pc1$, $pc2$ e pe, os coeficientes de penalização que tentam recuperar a presença ou ausência de material, material piezelétrico e isotrópico, e a propriedade piezelétrica, respectivamente. Dessa forma, o modelo apresentado difere-se dos apresentados na literatura (Silva, Nishiwaki & Kikuchi 1999, Silva et al. 2000, Carbonari, Silva & Nishiwaki 2005), para o projeto de atuadores piezelétricos utilizando o MOT, onde o domínio da piezocerâmica é fixo (ou seja, não é alterado durante o processo de otimização) e somente o material elástico é otimizado, e portanto não sendo necessário definir um modelo de material para o elemento piezelétrico, como descrito na Seção 3.2.1.

O ângulo entre a direção 3 e o campo elétrico aplicado é considerado variável de projeto, ou seja, além das variáveis otimizáveis $\rho_1(\mathbf{x})$ e $\rho_2(\mathbf{x})$, $\theta_e(\mathbf{x})$ é incluída como variável ótima a ser obtida através do MOT. Como mostrado na Equação (A.30). A variável de projeto θ é uma variável definida por elemento finito, dada por:

$$\theta = \theta_e \qquad (4.16)$$

onde θ_e é a variável de projeto relacionada com o ângulo de polarização do elemento finito. Neste trabalho são considerados duas abordagens para θ_e, a primeira considera θ_e otimizável para cada elemento finito do domínio de projeto, e na segunda uma única variável de projeto θ_e é definida para todos os elementos finitos do domínio de projeto. Em ambos os casos, o elemento finito é rotacionado pelo ângulo de polarização como mostrado na Equação (A.30).

4.2.3 Formulação Discreta do Problema de OT

Como considerado na Seção 3.2.2 e mostrado na Figura 4.5(a), a transdução média é dada por:

$$L_2 (\mathbf{U}_1, \mathbf{\Phi}_1) = \{\mathbf{U}_1\}^t \{\mathbf{F}_2\} \tag{4.17}$$

Na seqüência, as equações da flexibilidade média (Equação (4.2)) e função restrição de acoplamento (Equação (4.3)) são dadas na forma discreta considerando os carregamentos mostrados nas Figuras 4.5(b) e 4.5(c), respectivamente, pelas expressões:

$$L_3 (\mathbf{U}_3, \mathbf{\Phi}_3) = \{\mathbf{U}_3\}^t \{\mathbf{F}_3\} \tag{4.18}$$

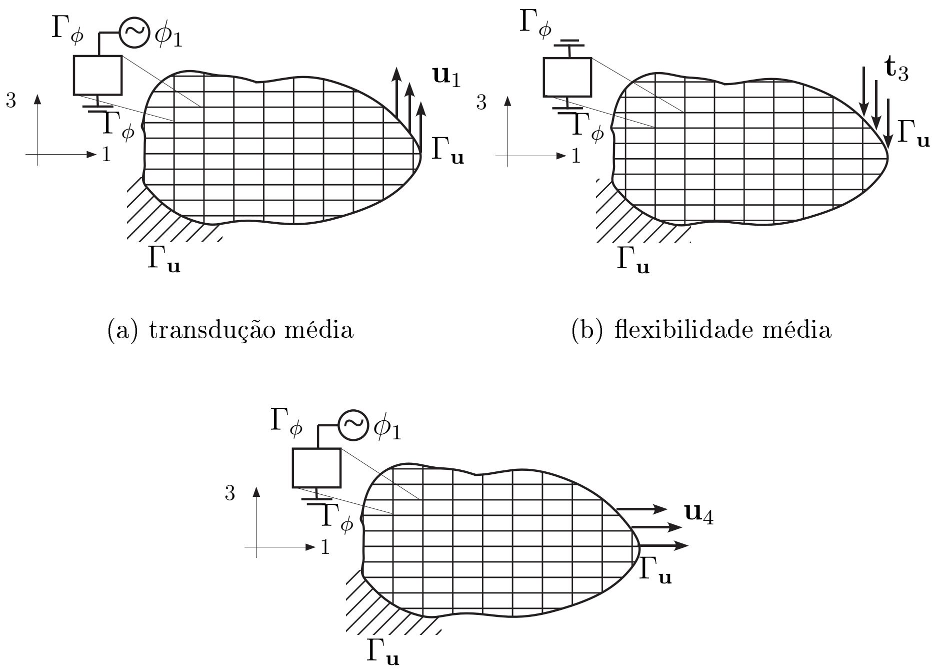
$$L_4 (\mathbf{U}_1, \mathbf{\Phi}_1) = \{\mathbf{U}_1\}^t \{\mathbf{F}_4\} \tag{4.19}$$

desde que, $\mathbf{\Phi}_3 = 0$ devido a todos os graus de liberdades elétricos estarem aterrados no cálculo da flexibilidade média (ver Figuras 4.5(b).

No cálculo da Equação (4.19) são válidas as mesmas observações da Equação (4.17). Portanto, a forma discretizada do problema de otimização é dada por:

$$\begin{array}{lll}
Maximizar: & \mathcal{F}(\rho_{1I}, \rho_{2I}, \theta_e) & \\
\rho_{1I},\ \rho_{2I} \text{ e } \theta_e & & \\
tal\ que: & \{\mathbf{F}_3\} = -\{\mathbf{F}_2\} \quad (\Gamma_{\mathbf{t}_3} = \Gamma_{\mathbf{t}_2}) & \\
 & \{\mathbf{F}_4\}^t \{\mathbf{F}_2\} = 0 \quad (\Gamma_{\mathbf{t}_4} = \Gamma_{\mathbf{t}_2}) & \\
 & [\mathcal{K}] \{\mathcal{U}_1\} = \{\mathcal{Q}_1\} & \\
 & [\mathcal{K}] \{\mathcal{U}_3\} = \{\mathcal{Q}_3\} & \\
 & 0 \leq \rho_{1I} < 1.0 & I = 1..N_n \\
 & 0 \leq \rho_{2I} < 1.0 & I = 1..N_n \\
 & 0 \leq \theta_e \leq 2\pi & e = 1..N_e \\
 & \sum_{i=1}^{N_e} \left\{ \int_{S_e} \rho_1(\mathbf{x})\, dS_e \right\} - \Theta_{\tilde{n}PZT+PZT} \leq 0 & \\
 & \sum_{i=1}^{N_e} \left\{ \int_{S_e} \rho_2(\mathbf{x})\, dS_e \right\} - \Theta_{PZT} \leq 0 &
\end{array}$$

onde a integral da expressão acima representa o volume do elemento calculado usando a quadratura de Gauss (4 pontos). N_n e N_e são os números de nós e elementos, respectivamente. $[\mathcal{K}]$ é a matriz elástica dos elementos piezelétricos e não-piezelétricos. O domínio inicial de projeto é discretizado em elementos finitos quadriláteros de quatro nós, sendo todas as variáveis nodais otimizáveis.



(a) transdução média

(b) flexibilidade média

(c) função restrição de acoplamento

Figura 4.5: Casos de carregamento para o cálculo numérico da (a) transdução média; (b) flexibilidade média; e (c) função restrição de acoplamento.

As variáveis de projeto ρ_{1I} e ρ_{2I} são definidas em cada nó dos elementos finitos, e são limitadas por valores máximos e mínimos, $\rho_{\max} = 1,0$ e $\rho_{\min} = 0,0$, respectivamente. Os valores iniciais das variáveis são aleatórios ou fixos dentro dos limites, desde que respeitem a restrição de volume.

4.2.4 Análise de Sensibilidade da OT

A sensibilidade do modelo de material descrito nas Equações (4.12) e (4.13) são dadas para ρ_{1n} e ρ_{2n}, respectivamente por:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{c}}{\rho_{1n}} &= pc1\ \rho_1(\mathbf{x})^{pc1-1}\ \left\{\frac{\partial\left(\sum_{I=1}^{n_d}\rho_{1I}N_I(\mathbf{x})\right)}{\partial\rho_{1n}}\right\} \\
&\quad \left\{\rho_2(\mathbf{x})^{pc2}\,\mathbf{c}_{pzt} + \left(1-\rho_2(\mathbf{x})^{pc2}\right)\mathbf{c}_{iso} - \mathbf{c}_o\right\} && (4.20)\\
\frac{\partial \mathbf{e}}{\rho_{1n}} &= pc1\ \rho_1(\mathbf{x})^{pc1-1}\ \left\{\frac{\partial\left(\sum_{I=1}^{n_d}\rho_{1I}N_I(\mathbf{x})\right)}{\partial\rho_{1n}}\right\}\rho_2(\mathbf{x})^{pe}\,\mathbf{e}_{pzt} && (4.21)
\end{aligned}
$$

e

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{c}}{\rho_{2n}} &= pc2\ \rho_1(\mathbf{x})^{pc1}\ \ \rho_2(\mathbf{x})^{pc2-1}\ \left\{\frac{\partial\left(\sum_{I=1}^{n_d}\rho_{2I}N_I(\mathbf{x})\right)}{\partial\rho_{2n}}\right\}\left[\mathbf{c}_{pzt} - \mathbf{c}_{iso}\right] && (4.22)\\
\frac{\partial \mathbf{e}}{\rho_{2n}} &= pe\ \rho_1(\mathbf{x})^{pc1}\ \left\{\frac{\partial\left(\sum_{I=1}^{n_d}\rho_{2I}N_I(\mathbf{x})\right)}{\partial\rho_{2n}}\right\}\rho_2(\mathbf{x})^{pe-1}\,\mathbf{e}_{pzt} && (4.23)
\end{aligned}
$$

A sensibilidade do modelo de material em relação a θ (ver Equações (A.25) e A.28) são dados por:

$$\frac{\partial \mathbf{c'}}{\partial \theta} = \frac{\partial \mathbf{T}_\theta^t}{\partial \theta_e}\ \mathbf{c}\ \mathbf{T}_\theta + \mathbf{T}_\theta^t\ \mathbf{c}\ \frac{\partial \mathbf{T}_\theta}{\partial \theta_e} \tag{4.24}$$

$$\frac{\partial \mathbf{e'}}{\partial \theta} = \frac{\partial \mathbf{R}_\theta^t}{\partial \theta_e}\ \mathbf{e}\ \mathbf{T}_\theta + \mathbf{R}_\theta^t\ \mathbf{e}\ \frac{\partial \mathbf{T}_\theta}{\partial \theta_e} \tag{4.25}$$

A derivada da transdução média (dada na Equação (4.17)) na forma matricial em relação a variável genérica A_n é dada por:

$$\frac{\partial L_2\left(\mathbf{U}_1, \mathbf{\Phi}_1\right)}{\partial A_n} = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{F}_2 \\ \mathbf{Q}_2 \end{array} \right\}^t \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial \mathbf{U}_1}{\partial A_n} \\ \frac{\partial \mathbf{\Phi}_1}{\partial A_n} \end{array} \right\} = \left\{\mathbf{F}_2\right\}^t \left\{\frac{\partial \mathbf{U}_1}{\partial A_n}\right\} \tag{4.26}$$

desde que $\frac{\partial \mathbf{F}_2}{\partial A_n}$, $\mathbf{Q}_2$ e $\frac{\partial \mathbf{\Phi}_1}{\partial A_n}$ são iguais a zero, ou seja, estes carregamentos mecânicos e elétricos ou não dependem das variáveis de projeto, ou são nulos. A derivada $\frac{\partial \mathbf{U}_1}{\partial A_n}$ é obtida derivando a Equação (B.18), resultando na Equação (3.19), no entanto, considerando a aplicação de potenciais elétricos e condições de carregamento mostrado na Figura 4.5(a), sabe-se que $\frac{\partial \mathbf{F}_1}{\partial A_n} = \frac{\partial \mathbf{\Phi}_1}{\partial A_n} = 0$, assim:

$$\left[\begin{array}{cc} \mathbf{K_{uu}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial \mathbf{U}_1}{\partial A_n} \\ \mathbf{0} \end{array} \right\} = - \left[\begin{array}{cc} \frac{\partial \mathbf{K_{uu}}}{\partial A_n} & \frac{\partial \mathbf{K_{u\phi}}}{\partial A_n} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{\Phi}_1 \end{array} \right\} \tag{4.27}$$

re-escrevendo a expressão acima numa forma reduzida, têm-se:

$$\Rightarrow \left[\widehat{\mathcal{K}}\right] \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial \mathbf{U}_1}{\partial A_n} \\ \mathbf{0} \end{array} \right\} = -\left\{\kappa_1\right\} \tag{4.28}$$

onde

$$\left\{\kappa_1\right\} = - \left[\begin{array}{cc} \frac{\partial \mathbf{K_{uu}}}{\partial A_n} & \frac{\partial \mathbf{K_{u\phi}}}{\partial A_n} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{\Phi}_1 \end{array} \right\} \tag{4.29}$$

Portanto,

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial \mathbf{U}_1}{\partial A_n} \\ \mathbf{0} \end{array} \right\} = -\left[\widehat{\mathcal{K}}\right]^{-1} \left\{\kappa_1\right\} \tag{4.30}$$

Substituindo a Equação (4.30) na Equação (4.26) obtém-se

$$\frac{\partial L_2\left(\mathbf{U}_1, \mathbf{\Phi}_1\right)}{\partial A_n} = - \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{F}_2 \\ \mathbf{Q}_2 \end{array} \right\}^t \left[\widehat{\mathcal{K}}\right]^{-1} \left\{\kappa_1\right\} \tag{4.31}$$

Portanto

$$\frac{\partial L_2\left(\mathbf{U}_1, \mathbf{\Phi}_1\right)}{\partial A_n} = -\left\{\kappa_2\right\}\left\{\kappa_1\right\} \tag{4.32}$$

onde

$$\{\kappa_2\} = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{F}_2 \\ \mathbf{Q}_2 \end{array} \right\}^t \left[\widehat{\mathcal{K}}\right]^{-1} \tag{4.33}$$

Lembrando que, a equação acima é um caso particular da equação detalhada na Seção 3.2.3 para a transdução média, considerando um campo elétrico constante e apenas um movimento de atuação. Ou seja, nessa formulação todos os potenciais elétricos são prescritos e os deslocamentos mecânicos são as incógnitas do problema de elementos finitos, pois os graus mecânicos fixos são excluídos da equação de equilíbrio. Portanto, a formulação dos LOMPs também utiliza-se de um método adjunto para calcular a sensibilidade da transdução média.

A análise de sensibilidade da flexibilidade média é dada por (Sigmund 1997):

$$\frac{\partial L_3\left(\mathbf{U}_3, \mathbf{\Phi}_3\right)}{\partial A_n} = -\left\{\mathbf{U}_3\right\}^t \left[\frac{\partial \mathbf{K_{uu}}}{\partial A_n}\right] \left\{\mathbf{U}_3\right\} \tag{4.34}$$

Finalmente, a sensibilidade da função restrição de acoplamento é igual a análise de sensibilidade da transdução média, ou seja:

$$\frac{\partial L_4\left(\mathbf{U}_1, \mathbf{\Phi}_1\right)}{\partial A_n} = -\left\{\kappa_4\right\}\left\{\kappa_1\right\} \tag{4.35}$$

considerando

$$\left[\widehat{\mathcal{K}}_1\right]\left\{\kappa_4\right\} = \left\{ \begin{array}{c} \mathbf{F}_4 \\ \mathbf{Q}_4 \end{array} \right\}^t \tag{4.36}$$

4.2.5 Implementação Numérica da OT aplicada ao projeto dos LOMPs

O fluxograma ilustra o algoritmo implementado em linguagem C (o software é executado usando o sistema operacional Linux) para resolver o problema de otimização, como mostrado na Figura 4.6 (como detalhado na Apêndice D). Os valores iniciais das variáveis de projeto são uniformes ou aleatórios (randômicos) dependendo da análise realizada, como mostrado a seguir na Seção 4.3. Os limites superiores e inferiores são pré-definidos nos modelos de materiais, para as variáveis ρ_{1I}, ρ_{2I} e θ. Assim, os limites são dados para cada variável por:

$$0,0 = \rho_{1I_{min}} \leq \rho_{1I} \leq \rho_{1I_{max}} = 1,0 \tag{4.37}$$

$$0,0 = \rho_{2I_{min}} \leq \rho_{2I} \leq \rho_{2I_{max}} = 1,0 \tag{4.38}$$

$$0,0 = \theta_{min} \leq \theta \leq \theta_{max} = 2\pi \tag{4.39}$$

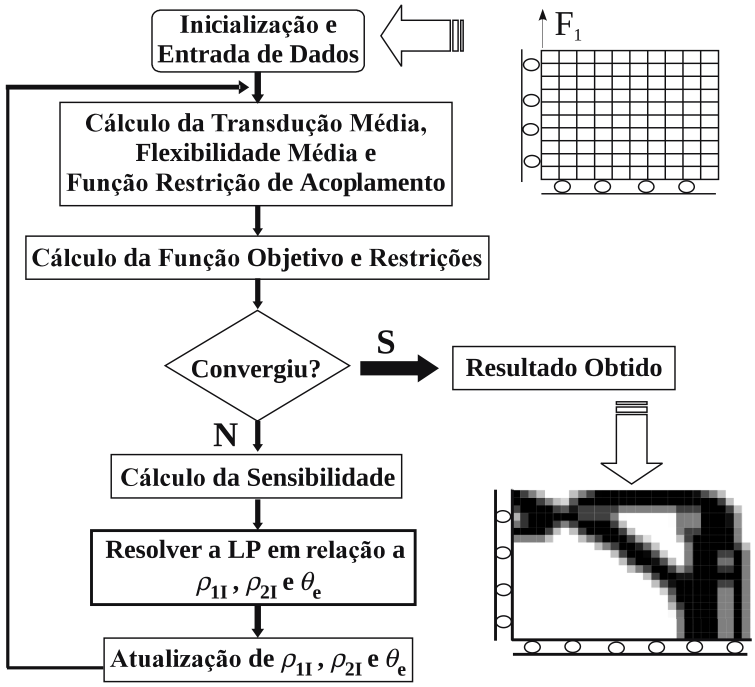


Figura 4.6: Fluxograma do método implementado para o LOMP.

4.3 Resultados numéricos para os LOMPs

Os resultados numéricos dos LOMPs foram obtidos utilizando os conceitos apresentados nesse capítulo. O objetivo no projeto dos LOMPs é obter simultaneamente a distribuição ótima dos materiais piezelétricos, não-piezelétricos e *vazio* no domínio de projeto S. Os resultados apresentados abordam as influências das variáveis de projeto e dos parâmetros da OT, para o domínio de projeto dado na Figura 4.7, onde são mostrados, a direção do campo elétrico aplicado (com intensidade de 500 V/mm, e aplicado como descrito na Seção 4.2.1), e os carregamentos e restrições mecânicas do problema. O domínio de projeto é discretizado em 5000 elementos finitos (50×100). Os parâmetros utilizados na OT e fixos para todos os exemplos analisados são: o valor das restrições de volume são iguais à 25% e 5% para as restrições de volume total (material piezelétrico e não-piezelétrico) e de material piezelétrico, respectivamente; os valores das pseudo-densidades ρ_{1I} e ρ_{2I} iniciais fornecidas ao software são uniformes e sendo iguais à $0,15$ e $0,05$, respectivamente, dessa forma, o problema de otimização inicia-se no domínio viável, pois todas restrições estão satisfeitas; os valores iniciais das variáveis de projeto θ_e são especificados iguais à $1°$; e o coeficiente w para todos os resultados são iguais à $0,50$.

Os resultados ótimos das topologias obtidas pelo software são plotados mostrando o material piezelétrico e não-piezelétrico. A distribuição de θ é mostrada somente para as regiões piezelétricas. Também são mostradas as

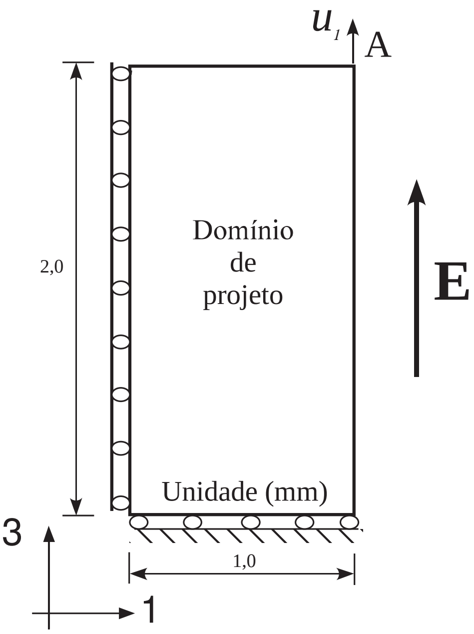


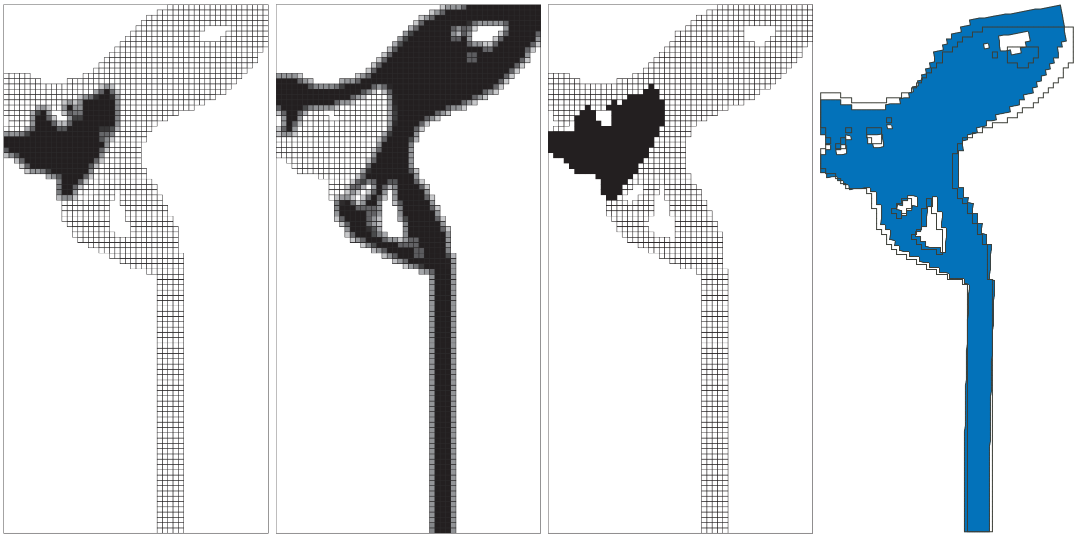
Figura 4.7: Domínio de projeto, e características dos carregamentos e restrições mecânicas e elétricas aplicadas ao problema de OT.

topologias interpretadas, que são utilizadas para obter as deformadas, no qual também é mostrado o material piezelétrico e não-piezelétrico na mesma figura. A partir desse pós-processamento é feita a análise das deformadas usando o MEF, considerando o mesmo campo elétrico aplicado no problema da OT.

Nos exemplos numéricos dos LOMPs são analisados as influências de θ e β para diferentes configurações, porém sempre considerando β igual à $0,0$ ou $0,0001$. Na primeira análise é considerado $\theta = 0°$ e desta forma somente ρ_{1I} e ρ_{2I} são otimizados (ver Seção 4.3.1), e na segunda análise θ é definido como sendo uma única variável de projeto para todos os elementos, ou seja, ρ_{1I}, ρ_{2I} e uma única variável θ são otimizados (ver Seção 4.3.2). Finalmente, no último projeto, θ é livre, podendo assumir diferentes valores para cada elemento finito, e portanto, ρ_{1I} e ρ_{2I} são variáveis de projeto nodais e θ é uma variável de projeto definida para cada elemento finito, sendo ambas otimizáveis (ver Seção 4.3.3)

4.3.1 Projeto com θ nulo

Nesta seção será abordado o projeto dos LOMPs mantendo $\theta = 0°$, ou seja, impondo que a direção do campo elétrico e a direção da polarização seja a mesma. No entanto, serão analisados resultados com e sem a função restrição de acoplamento ativa, de forma a comparar o desempenho dos resultados numéricos e a influência nas topologias.



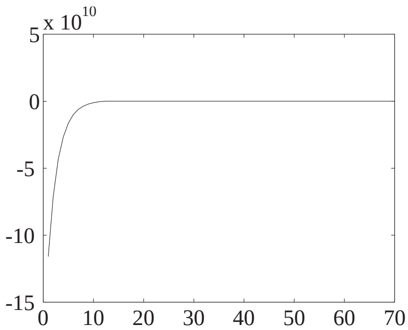
(a) (b) (c) (d)

Figura 4.8: Resultado considerando $w = 0,5$, $\theta_e = 0°$ (não otimizável), e $\beta = 0,0$; a) Topologia ótima para o material piezelétrico; b) Topologia ótima para o alumínio; c) Topologia final pós-processada (escuro – região piezelétrica; clara – alumínio); d) Deformada.

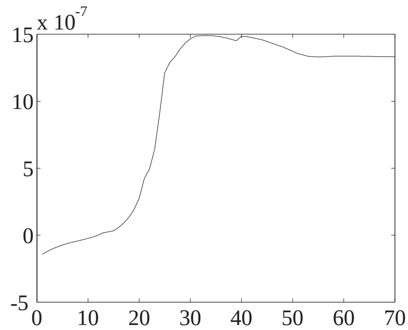
Sem a Minimização do Movimento Acoplado

O problema de otimização foi resolvido considerando $\beta = 0,0$. A topologia ótima obtida para o material piezelétrico e alumínio são mostradas nas Figuras 4.8(a) e 4.8(b), respectivamente. As topologias obtidas não apresentam *escalas de cinza*, permitindo um fácil pós-processamento, como mostrado na Figura 4.8(c), e sua correspondente deformada na Figura 4.8(d). Analisando os resultados dos valores dos deslocamentos ilustrados na Tabela 4.1, observa-se uma concordância entre os obtidos pela topologia gerada pela OT (ver Figuras 4.8(a) e 4.8(b)) e a pós-processada (ver Figura 4.8(d)).

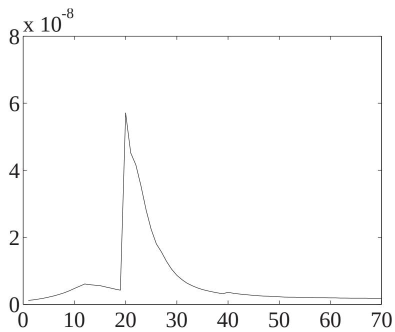
A Figura 4.9 mostra os gráficos de convergência das topologias ótimas ilustradas nas Figuras 4.8(a) e 4.8(b). Pode-se verificar através dos gráficos de convergência que as funções objetivo (Figura 4.9(a)) e transdução média (Figura 4.9(b)) são maximizadas, e a flexibilidade média é minimizada (Figura 4.9(c)), como desejado. Como a função restrição de acoplamento é livre, ou seja, não é minimizada, o valor da função dada no gráfico da Figura 4.9(d), converge para um valor próximo ao da transdução média. A flutuação nos gráficos é dado pelo aumento gradativo do coeficiente de penalização p.



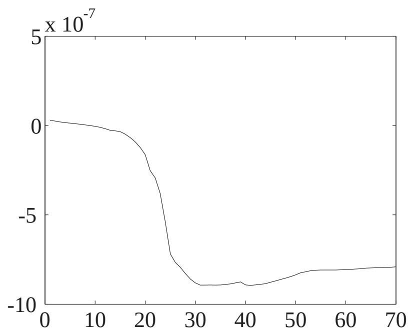
(a) Função Objetivo



(b) Transdução Média



(c) Flexibilidade Média



(d) Restrição de Acoplamento

Figura 4.9: Gráficos de convergência para o resultado da Figura 4.8(a) e Figura 4.8(b). A abscissa indica a iteração e a coordenada os valores das funções.

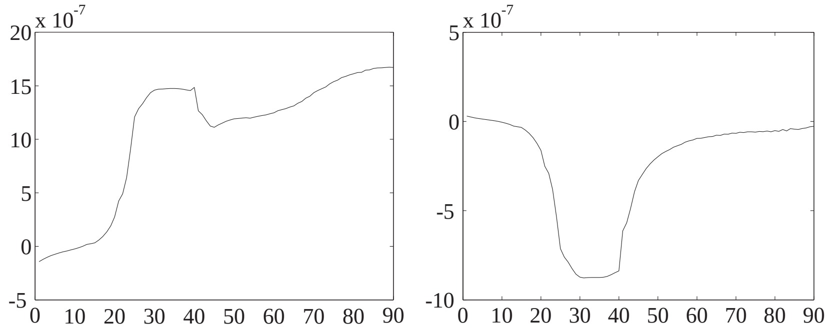
(a) (b) (c) (d)

Figura 4.10: Resultado considerando $w = 0,5$, $\theta_e = 0°$ (não otimizável), e $\beta = 0,001$; a) Topologia ótima para o material piezelétrico; b) Topologia ótima para o alumínio; c) Topologia final interpretada (escuro – região piezelétrica; clara – alumínio); d) Deformada.

Com a Minimização do Movimento Acoplado

Agora, considerando o coeficiente β igual à $0,0001$ as topologias obtidas para a piezocerâmica e alumínio estão ilustradas nas Figuras 4.10(a) e 4.10(b), respectivamente. Com a função restrição de acoplamento ativa os resultados não apresentam *escalas de cinza*, como nos casos dos MAPs, o que facilita o pós-processamento e a redução da discrepância entre os resultados numéricos obtidos pelo software e o pós-processado, referente aos deslocamentos desejados e indesejados. A topologia pós-processada e sua deformada são mostrados nas Figuras 4.10(c) e 4.10(d), respectivamente. Nota-se na Figura 4.10(a) que o material piezelétrico está distribuído em 2 regiões, ao contrário do resultado da Figura 4.8(a) onde apresentou apenas uma região piezelétrica.

Neste exemplo são ilustrados apenas os gráficos de convergência da transdução média e da função restrição de acoplamento, ver Figuras 4.11(a) e 4.11(b), respectivamente, pois são obtidos os valores dos deslocamentos a serem comparados na Tabela 4.1. Porém, nesses gráficos observa-se que os valores absolutos da transdução média são maximizados e os valores absolutos da função restrição de acoplamento são minimizados. Em ambas as figuras não são observadas oscilações, e portanto, o problema de OT aplicado aos LOMPs é melhor comportado do que aos MAPs.



(a) Transdução Média (b) Restrição de Acoplamento

Figura 4.11: Gráficos de convergência para o resultado da Figura 4.10(a) e Figura 4.10(b). A abscissa indica a iteração e a coordenada o valores das funções.

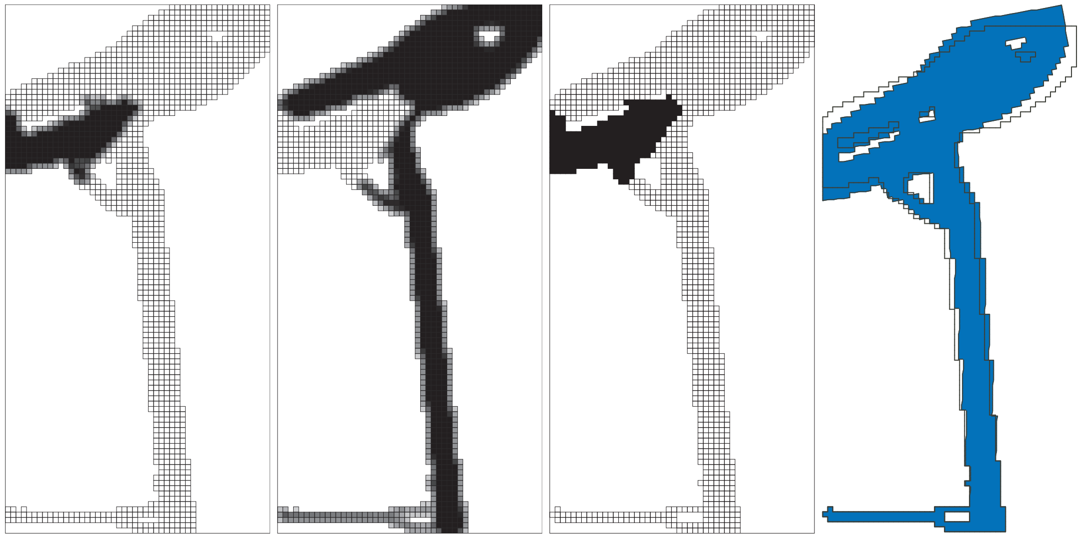
4.3.2 Projeto com θ Otimizável e Igual Para Todos os Elementos

Nesse exemplo é abordado a influência do ângulo θ, no entanto, é considerado uma única variável de projeto otimizada para todos os elementos finitos, ou seja, será obtido um único valor ótimo para a variável de projeto θ. Dessa forma, será possível analisar gradativamente a influência do valor de θ no projeto, pois no terceiro exemplo, a variável de projeto θ será otimizada para cada elemento finito. Como no exemplo anterior, será feita uma abordagem com e sem a influência da função restrição de acoplamento.

Sem a Minimização do Movimento Acoplado

Considerando o coeficiente β igual à $0,0$ obteve-se os resultados mostrado nas Figuras 4.12(a) e 4.12(b), respectivamente, para o material piezelétrico e alumínio. A topologia pós-processada e sua correspondente deformada são mostradas nas Figuras 4.12(c) e 4.12(d). As topologias obtidas neste caso, estão sem *escalas de cinza*, ou seja, a adição da variável θ não causa instabilidades numéricas ao problema, e conseqüentemente, os resultados obtidos pelo MEF da topologia pós-processada é coerente com a resposta da OT, como observado na Tabela 4.1.

Nas Figuras 4.13(a) e 4.13(b) são mostrados os gráficos de convergência para a transdução média e função restrição de acoplamento, respectivamente. Como observado nas Figuras 4.12(d) e 4.12(b), o movimento acoplado é da mesmo ordem de grandeza do movimento de atuação, em valores absolutos, como mostrado pela



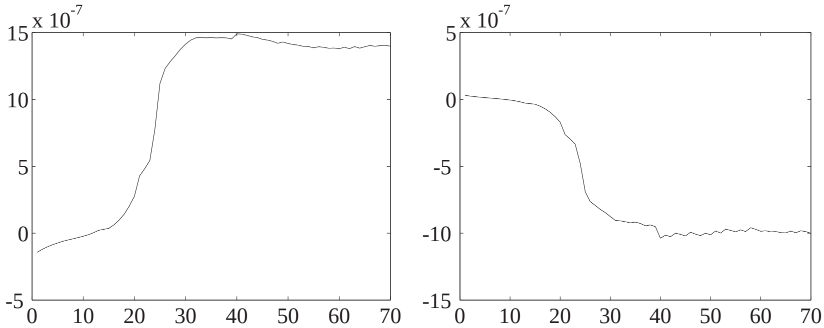
(a) (b) (c) (d)

Figura 4.12: Resultado considerando $w = 0,5$ apenas uma variável θ_e (para todos elementos), e $\beta = 0,0$; a) Topologia ótima para o material piezelétrico; b) Topologia ótima para o alumínio; c) Topologia final pós-processada (escuro – região piezelétrica; clara – alumínio); d) Deformada.

Figura 4.13(a)

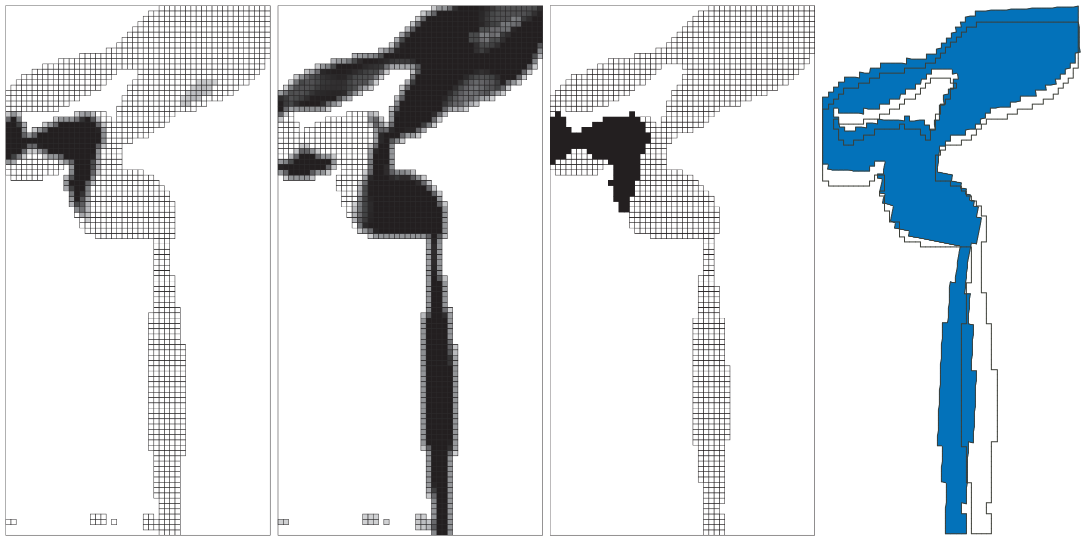
Com a Minimização do Movimento Acoplado

Agora, considerando β igual à $0,0001$, os resultados obtidos para o material piezelétrico e alumínio são mostradas nas Figuras 4.14(a) e 4.14(b), respectivamente, e a topologia do atuador pós-processada e sua deformada nas Figuras 4.14(c) e 4.14(d), respectivamente. Novamente os resultados não apresentam *escalas de cinza*, e o material piezelétrico concentrou-se numa única



(a) Transdução Média (b) Restrição de acoplamento

Figura 4.13: Gráficos de convergência para o resultado da 4.12(a) e 4.12(b). A abscissa indica a iteração e a coordenada os valores das funções.



(a) (b) (c) (d)

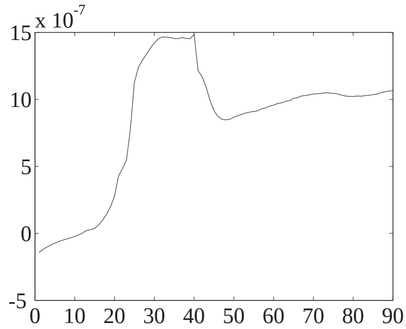
Figura 4.14: Resultado considerando $w = 0,5$ apenas uma variável θ_e (para todos elementos), e $\beta = 0,0001$; a) Topologia ótima para o material piezelétrico; b) Topologia ótima para o alumínio; c) Topologia final pós-processada (escuro – região piezelétrica; clara – alumínio); d) Deformada.

região.

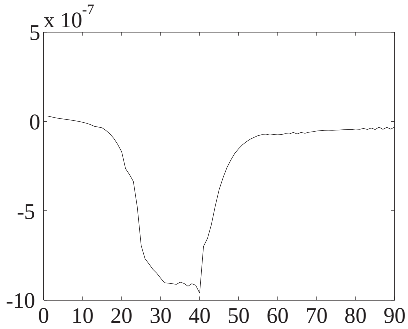
Na Figura 4.15 pode-se verificar nos gráficos de convergência que as funções satisfazem o problema de otimização. Portanto, com a função restrição de acoplamento minimizada, os resultados dos deslocamentos desejados e indesejados foram inferiores e superiores aos da Figura 4.13, respectivamente, e o fator de acoplamento foi melhorado. Analisando os resultados obtidos até o momento, é pertinente comparar os resultados da Figura 4.15 com os da Figura 4.11, pois apresentam valores próximos para a variável θ (ver Tabela 4.1), e portanto, o resultado da Figura 4.15 possui os deslocamentos desejado e indesejado menores e maiores do que os da Figura 4.11, respectivamente. Apesar dos resultados da Figura 4.15 possuírem uma variável de projeto a mais, o MOT não melhorou a eficiência com a função restrição de acoplamento estando ativa. Porém, para a função de acoplamento inativa os resultados foram melhores, como observa-se comparando as Figuras 4.9 e 4.13, ou analisando a Tabela 4.1.

4.3.3 Projeto Com θ Otimizável Para Cada Elemento Finito

Finalmente, no terceiro exemplo o problema de OT é resolvido considerando que a variável de projeto θ_e é otimizável em cada elemento finito. Como nos



(a) Transdução Média



(b) Restrição de acoplamento

Figura 4.15: Gráficos de convergência para o resultado da 4.14(a) e 4.14(b). A abscissa indica a iteração e a coordenada os valores das funções.

exemplos anteriores dos LOMPs o coeficiente β é adotado iguais à $0,0$ ou $0,0001$.

Sem a Minimização do Movimento Acoplado

Considerando β igual à $0,0$, obtém-se as topologias para o material piezelétrico e o alumínio, mostradas nas Figuras 4.16(a) e 4.16(b), respectivamente. É apresentado na Figura 4.16(c) a distribuição dos valores de θ na topologia pós-processada para a região piezelétrica. O atuador pós-processado é ilustrado na Figura 4.16(d) e sua deformada na Figura 4.16(e). Observa-se que os resultados não apresentam *escalas de cinza* e a variação de θ ficou entre $0° \leq \theta \leq 222.07°$. Na Figura 4.17 são mostrados os gráficos de convergência correspondente a topologia ótima ilustrada nas Figuras 4.16(a) e 4.16(b), e verifica-se através do gráfico de convergência que a transdução média é maximizada. A função restrição de acoplamento é mostrada apenas para comparação com o próximo exemplo, sendo mostradas nas Figuras 4.17(a) e 4.17(b), respectivamente.

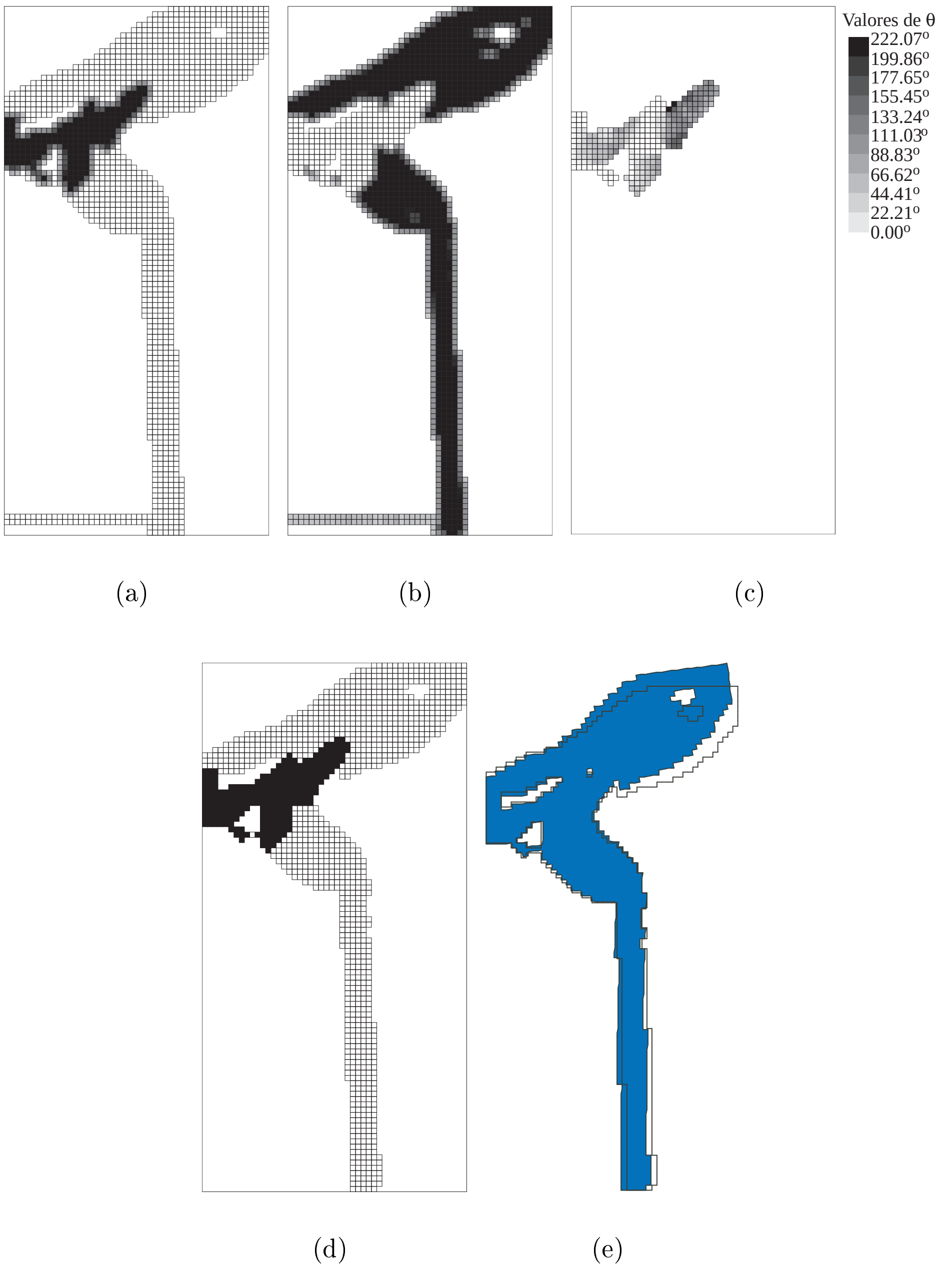
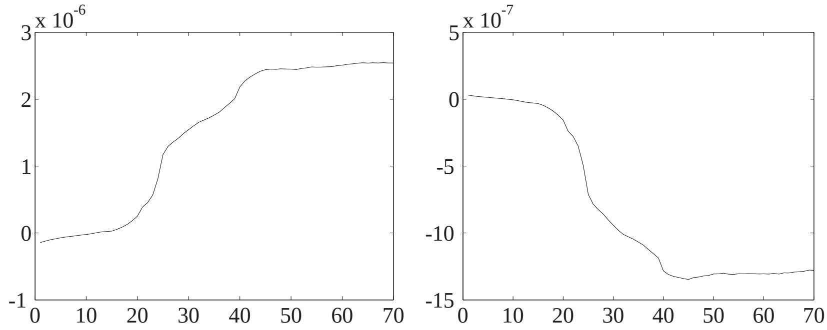


Figura 4.16: Resultado considerando $w = 0,5$, a variável θ_e otimizável para cada elemento finito, e $\beta = 0,0$; a) Topologia ótima para o material piezelétrico; b) Topologia ótima para o alumínio; c) Distribuição de θ_e no domínio piezelétrico pós-processado; d) Topologia final pós-processada (escuro – região piezelétrica; clara – alumínio); e) Deformada.



(a) Transdução Média (b) Restrição de acoplamento

Figura 4.17: Gráficos de convergência para o resultado da 4.16(a) e 4.16(b). A abscissa indica a iteração e a coordenada os valores das funções.

Com a Minimização do Movimento Acoplado

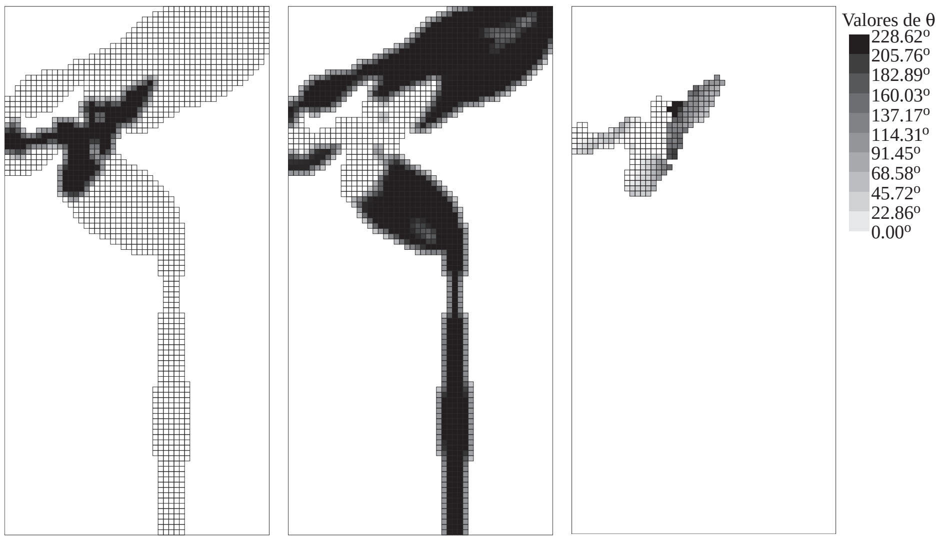
Agora, considerando β igual à $0,0001$, as topologias para o material piezelétrico e alumínio são mostradas nas Figuras 4.18(a) e 4.18(b), respectivamente. Nas Figuras 4.18(c), 4.18(d) e 4.18(e) são mostradas as topologia da material piezelétrico pós-processado com os valores de θ, o atuador pós-processado e sua deformada, respectivamente. Observa-se que os resultados não apresentam *escalas de cinza* e a variação de θ ficou entre $0° \leq \theta \leq 228.62°$. Comparando os resultados das Figuras 4.16(c) e 4.18(c) percebe-se que a forma do domínio piezelétrico são parecidas.

As Figuras 4.19(a) e 4.19(b) mostram os gráficos de convergência correspondente a topologia ótima ilustrada nas Figuras 4.18(a) e 4.18(b), para a transdução média e função restrição de acoplamento, respectivamente. Pode-se verificar através do gráfico de convergência da função restrição de acoplamento que o movimento acoplado é minimizado, porém apresenta oscilações que vão diminuindo de amplitude próximo à iteração 85.

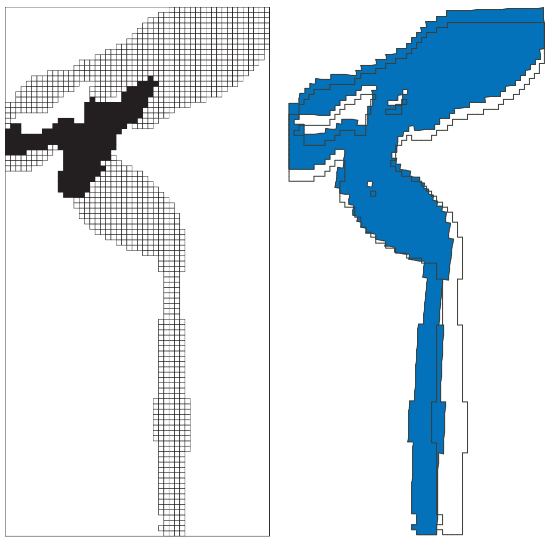
Nota-se que em ambos resultados a variação de θ_e está entre $0°$ e $228.62°$, e analisando os gráficos de convergência conclui-se que a transdução média e a função restrição de acoplamento foram mais extremizadas na Figura 4.19 do que na Figura 4.17, e portanto obtendo a melhor eficiência tanto nos deslocamentos desejados, quanto no fator de acoplamento.

4.3.4 Conclusão e Observações

A Tabela 4.1 descreve os deslocamentos vertical e horizontal do ponto A da Figura 4.7 considerando um campo elétrico de 500 V/mm aplicado nas

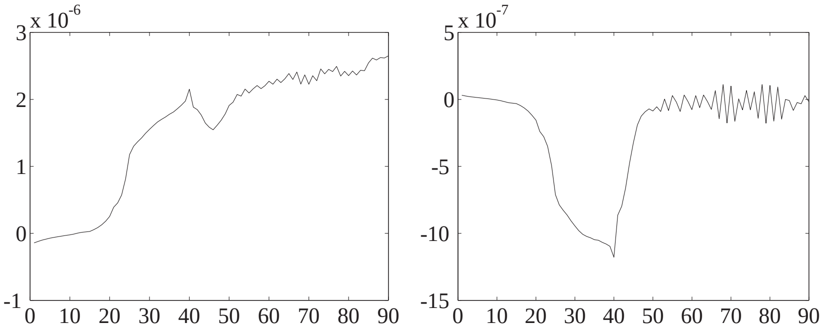


(a) (b) (c)



(d) (e)

Figura 4.18: Resultado considerando $w = 0,5$, a variável θ_e é otimizável para cada elemento finito, e $\beta = 0,0001$; a) Topologia ótima para o material piezelétrico; b) Topologia ótima para o alumínio; c) Distribuição de θ_e no domínio piezelétrico pós-processado; d) Topologia final pós-processada (escuro – região piezelétrica; clara – alumínio); e) Deformada.



(a) Transdução Média (b) Restrição de acoplamento

Figura 4.19: Gráficos de convergência para o resultado da Figura 4.18(a) e Figura 4.18(b). A abscissa indica a iteração e a coordenada os valores das funções.

regiões piezelétricas, e o fator de acoplamento R_{xy} que indica a porcentagem do deslocamento indesejado em relação ao desejado. Θ_{ρ_1} indica a porcentagem de material obtido na otimização em relação ao valor da restrição, e Θ_{ρ_2} é quantidade de material piezelétrico obtido em relação ao valor da restrição, ambos os parâmetros obtidos após o pós-processamento.

Tabela 4.1: Valor do deslocamento vertical no ponto A (500 V/mm aplicado) e fator de acoplamento (R_{yx}).

Atuadores LOMPs	u_y nm	u_x nm	R_{yx} %	$\Theta_{\rho 1}$ %	$\Theta_{\rho 2}$ %	β	θ $\circ$
Fig. 4.8(a) ou 4.9	133,1	-79,1	59,43	100,00	92,08	0,0	0
Fig. 4.8(d)	130,0	-76,3	58,69	109,12	99,60	0,0	0
Fig. 4.10(a) ou 4.11	167,1	-2,7	1,62	100,00	81,08	10^{-4}	0
Fig. 4.10(d)	150,6	-5,0	3,32	110,00	82,40	10^{-4}	0
Fig. 4.12(a) ou 4.13	139,8	-100,1	71,60	100,00	87,44	0,0	$40,05$
Fig. 4.12(d)	133,0	-92,4	69,47	103,04	93,20	0,0	$40,05$
Fig. 4.14(a) ou 4.15	106,6	-3,2	3,00	100,00	73,52	10^{-4}	$0,40$
Fig. 4.14(d)	108,9	-6,1	5,61	104,40	66,40	10^{-4}	$0,40$
Fig. 4.16(a) ou 4.17	254,2	-127,9	50,30	100,00	94,90	0,0	0-222,07
Fig. 4.16(e)	273,9	-132,5	48,38	105,04	102,00	0,0	0-222,07
Fig. 4.18(a) ou 4.19	265,0	-1,9	0,72	100,00	86,37	10^{-4}	0-228,62
Fig. 4.18(e)	267,7	-18,6	6,95	105,68	92,80	10^{-4}	0-228,62

u_x (nm): Movimento acoplado (indesejado).
u_y (nm): Movimento de atuação (desejado).

Analisando os números da Tabela 4.1 conclui-se que o melhor resultado é para o último exemplo, ilustrado na Figura 4.18, pois apresenta o maior deslocamento desejado. Esse resultado é esperado, pois o número de variáveis de projeto é

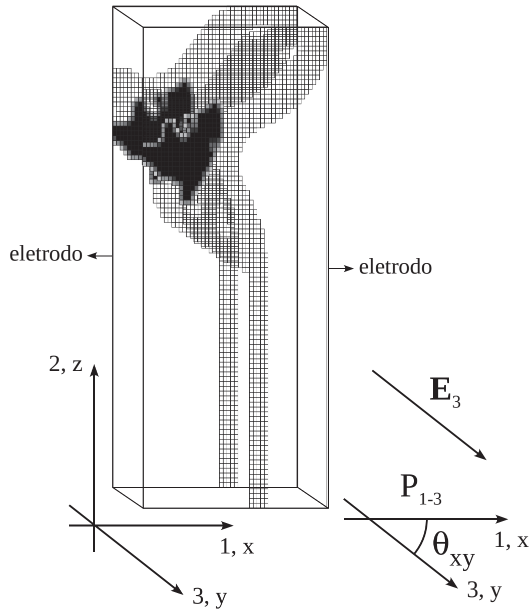


Figura 4.20: Proposta de fabricação 3D para os LOMPs.

maior do que nos outros, permitindo ao MOT maior liberdade para obter uma melhor eficiência para o problema proposto.

No entanto, no segundo exemplo, houve uma perda de eficiência quando considerado a função restrição de acoplamento ativa (ver Figura 4.14(d)), pois o valor do deslocamento para o movimento de atuação é inferior ao da Figura 4.10(d), e quando $\beta = 0,0$ (Figura 4.12(d)) os resultados ficaram próximos aos da Figura 4.8(d). É importante destacar que em todos os exemplos houve redução no fator de acoplamento quando $\beta > 0,0$.

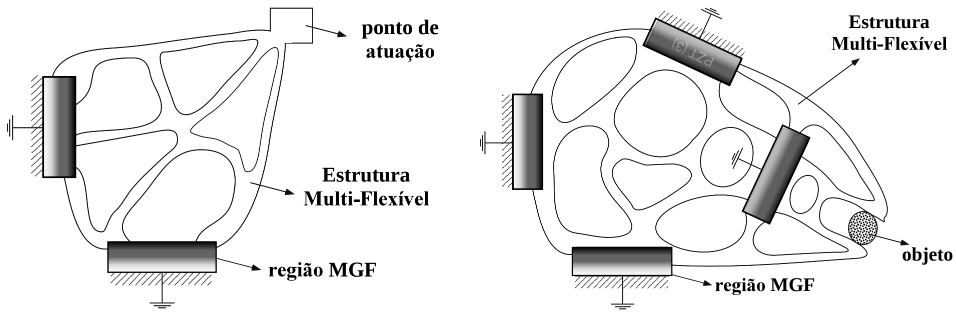
O grande objetivo do projeto dos LOMPs é obter a localização do material piezelétrico, e conseqüentemente, a dos eletrodos, porém analisando os resultados numéricos obtidos, verifica-se que são difíceis de fabricar, devido principalmente a forma como o campo elétrico constante é aplicado nos eletrodos, ou seja, numericamente o potencial elétrico é aplicado nos nós, o que consiste numa técnica de modelagem, sendo difícil de ser implementado experimentalmente. Uma proposta para contornar esse problema, é estender a atual formulação 2D para o problema 3D. Assim, é possível considerar o campo elétrico sendo aplicado na direção 3 da Figuras 4.7 e 4.20, e as topologias das regiões piezelétricas e não-piezelétricas são obtidas no plano 12 da Figuras 4.7 e 4.20, por exemplo, considerando as variáveis de projeto iguais na direção 3 para facilitar a fabricação. Portanto, com essa proposta, os eletrodos do problema numérico são fisicamente possíveis num problema real, tornando os atuadores LOMPs fabricáveis. Outras observações são dadas na Seção 7.1.

5 Projeto dos MAPs MGFs

Atualmente, o conceito de materiais MGFs está sendo aplicado a materiais piezelétricos. Como o material MGF apresenta uma redução das tensões locais no material (Kim & Paulino 2002), resulta naturalmente numa maior vida útil (Qiu et al. 2003). Dessa forma, os trabalhos atuais estão estudando a gradação das propriedades elásticas, piezelétricas e dielétricas ao longo da espessura da piezocerâmica MGF, de tal forma, que melhore a eficiência do atuador (Almajid et al. 2001, Zhifei 2002). Esses estudos motivaram aplicar o conceito de materiais piezelétricos MGFs na formulação dos MAPs, para melhorar o desempenho dos movimentos de atuação e aumentar a vida útil (Qiu et al. 2003).

Os MAPs MGFs são multi-atuadores piezelétricos atuados por piezocerâmicas gradadas, ou seja, ao contrário dos MAPs em que somente a estrutura multi-flexível é otimizada e as regiões piezocerâmicas são definidas fixas e homogêneas, nos MAPs MGFs são otimizadas tanto a estrutura multi-flexível, quanto a distribuição dos materiais nas regiões MGFs. No entanto, a posição das regiões MGFs no domínio de projeto são definidas fixas. Dessa forma, na formulação dos MAPs MGFs as variáveis de projeto da estrutura multi-flexível são extremizadas entre 0–1, e nas regiões MGFs deseja-se obter valores intermediários entre 0–1, ou seja, nas regiões MGFs é desejável obter através do MOT uma distribuição das variáveis de projeto que forneça uma gradação contínua do material na microestrutura (Suresh & Mortensen 1988, Miyamoto et al. 1999, Paulino et al. 2003). Nesta formulação é adicionada uma variável de projeto que permite mudar o sentido da polarização, ou seja, com esta variável é possível manter ou inverter o sentido da polarização com a direção do campo elétrico. Na estrutura multi-flexível distribuem-se materiais isotrópicos e *vazio*, e nas regiões MGFs são distribuídos materiais do **tipo 1** e **tipo 2** (podendo ser: piezelétrico–piezelétrico ou piezelétrico–não-piezelétrico). Nessa formulação foi utilizada uma técnica de projeção nas variáveis de projeto das regiões MGFs (Guest et al. 2004), o que possibilitou controlar a gradação nas regiões MGFs.

Portanto, o objetivo do projeto dos MAPs MGFs utilizando o MOT é



(a) Nanoposicionador XY MGF (b) Microgarra piezelétrica MGF

Figura 5.1: Conceito de dispositivos piezelétricos MGF.

estudar a influência da gradação de material das piezocerâmicas MGFs e a variação do sinal da polarização, no projeto da estrutura multi-flexível, com relação aos resultados obtidos para os deslocamentos dos movimentos de atuações e acoplados. Nesse projeto são otimizados simultaneamente no problema a gradação das regiões MGFs, o sinal da polarização das regiões MGFs, e a estrutura multi-flexível, nos seus respectivos domínios de projeto, como ilustrado na 5.1.

Nas Seções 5.1 e 5.2 são descritos as formulações contínua e discreta do projeto dos MAPs MGFs, respectivamente, na Seção 5.3 são apresentados os resultados numéricos obtidos para os atuadores com um movimento de atuação, nanoposicionadores XY e microgarras, todos considerando piezocerâmicas MGFs, bem como, conclusões e observações para cada exemplo estudado.

5.1 Formulação Contínua do Problema de OT Aplicado ao Projeto dos MAPs Utilizando Piezocerâmicas MGFs

A formulação contínua dos MAPs MGFs é baseada na formulação apresentada para os MAPs, no Capítulo 3, onde o material piezelétrico é considerado homogêneo e não-otimizável. A introdução do conceito de piezocerâmicas MGFs na formulação dos MAPs é totalmente compatível, como será detalhado neste capítulo. Assim, a formulação é estendida com o objetivo de otimizar conjuntamente através da OT a estrutura multi-flexível e a gradação das regiões MGFs. Para isso, uma nova variável de projeto é adicionada, denominada de ρ_2 que permite obter nas regiões MGFs a distribuição ótima de materiais piezelétricos e não-piezelétrico (ou materiais do **tipo 1** e **tipo 2**). Para tornar o problema mais genérico e sistemático, decidiu-se incluir uma terceira variável de projeto, denominada ρ_3, que permite obter o sentido ótimo do sinal da polarização em cada domínio piezelétrico (como detalhado na Seção 5.2.1).

Portanto, baseado na formulação apresentada no Capítulo 3 e incluindo o conceito de piezocerâmicas MGFs, a formulação contínua do problema de OT para o projeto dos MAPs MGFs é apresentada de forma simplificada nas sub-seções abaixo.

5.1.1 Modelo de Material

O modelo de material definido para a estrutura multi-flexível dos MAPs MGFs é o mesmo utilizado nos MAPs (Carbonari, Silva & Nishiwaki 2005), ou seja, o modelo de material é baseado no SIMP (Bendsøe & Sigmund (2003)) usando a abordagem *"Continuous Approximation of Material Distribution"* (CAMD) (Rahmatalla & Swan 2003), como mostrado na Equação (3.12) (ver Seção 3.2.1). Para a estrutura multi-flexível deseja-se distribuir somente material isotrópico e vazio, no domínio S, onde, ρ_1 é a variável de projeto que defini o valor da pseudo-densidade em cada ponto do domínio S, assumindo valores entre 0 e 1, e $p \in [1, 3]$ é o coeficiente de penalização. Para a região MGF (S_{PZT}) é definido o conceito dos MGFs baseado numa extensão do tradicional SIMP (Bendsøe & Sigmund 2003), e como mencionado na formulação dos LOMPs (ver Seção 4.2.2), não é necessário definir um modelo de material para as propriedades dielétricas, quando um campo elétrico constante é aplicado no domínio S_{PZT}. No caso dos LOMPs o campo elétrico é aplicado em todo o domínio Ω, enquanto que para os MAPs MGFs é aplicado somente nas regiões das piezocerâmicas MGFs. Portanto, nesse modelo de material as propriedades variam continuamente em função da posição $\mathbf{x}$ no domínio S_{PZT}, ou seja:

$$\mathbf{c}^E(\mathbf{x}) = \mathbf{C}^H \quad \mathbf{e}(\mathbf{x}) = \mathbf{e}^H \tag{5.1}$$

onde,

$$\mathbf{C}^H = \rho_2(\mathbf{x})\,\mathbf{C}_1 + (1 - \rho_2(\mathbf{x}))\,\mathbf{C}_2 \tag{5.2}$$

$$\mathbf{e}^H = (2\rho_3 - 1)^{p_e}\left[\rho_2(\mathbf{x})\,\mathbf{e}_1 + (1 - \rho_2(\mathbf{x}))\,\mathbf{e}_2\right] \tag{5.3}$$

onde, $\rho_2(\mathbf{x})$ é a função pseudo-densidade, e as propriedades em cada ponto dos domínios S_{PZT} são dadas por:

- $\rho_2 = 1,0$ define material piezelétrico do **tipo 1**;
- $\rho_2 = 0,0$ define material piezelétrico do **tipo 2**;

Os tensores $\mathbf{C}^H$ e $\mathbf{e}^H$ definem as propriedades de rigidez e piezelétrica, respectivamente. O tensor $\mathbf{C}_j$ e $\mathbf{e}_j$ relacionam as propriedades de rigidez e piezelétrica dos materiais do tipo j ($j = 1,\ 2$), respectivamente, e representam as propriedades do material base distribuído nas regiões MGFs (S_{PZT}). Portanto, o modelo de material utilizado combina as propriedades entre dois tensores reais $\mathbf{C}_j$ e $\mathbf{e}_j$, para gerar uma mistura MGF. Porém, a pseudo-densidade $\rho_2(\mathbf{x})$ não representa a fração de volume real. No entanto, através das propriedades efetivas $\mathbf{C}^H$ e $\mathbf{e}^H$ obtidas, é possível calcular a fração de volume real utilizando, por exemplo, os limites de Hashin-Strikhman (Bendsoe & Sigmund 1999).

A variável de projeto ρ_3, dada na Equação (5.3) está relacionada com o sinal da polarização do material MGF. ρ_3 é definido para assumir somente valores 0 ou 1, ou seja, valores 0 significam que o sentido da polarização é invertida (equivalente a uma rotação de 180°), e valores 1 indicam que o sentido inicial se mantém. O coeficiente de penalização p_e é aplicado para evitar valores intermediários, pois, deseja-se obter somente valores 0 ou 1 na otimização da variável ρ_3. Assim, a adição desta variável de projeto, permite ao algoritmo de otimização otimizar a gradação e o sinal ótimo da polarização em cada camada do domínio S_{PZT}, como mostrado na Figura 5.3.

5.1.2 Definição da Formulação Contínua do Problema de OT

Nesse ítem será definido de forma simplificada a formulação contínua do problema de OT considerando as regiões piezelétricas como regiões MGFs. A inclusão do conceito MGF modifica o cálculo da transdução média apresentada na Seção 3.1.1, e conseqüentemente, a função restrição de acoplamento. Essas alterações, incluindo a adição das novas variáveis de projeto ρ_2 e ρ_3, alteram a definição do problema de OT. Assim, serão detalhados apenas as diferenças entre as formulações dos MAPs MGFs para a dos MAPs.

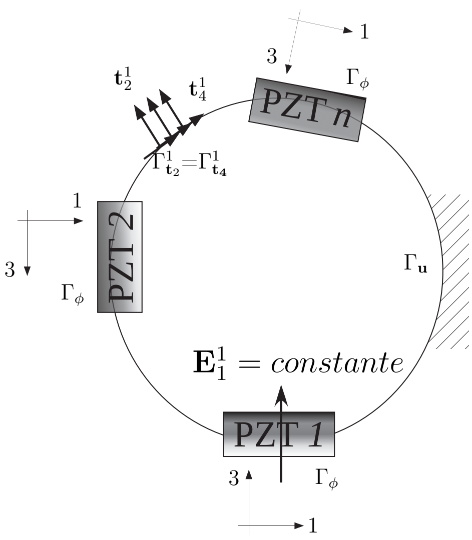
A transdução média $L_2^i(\mathbf{u}_1^i, \phi_1^i)$, conceito detalhado na Seção 3.1.1, é calculada aplicando um campo elétrico constante, como na formulação dos LOMPs, no entanto somente no domínio das regiões MGFs, e ilustrado nas Figuras 4.3 e 4.4(b). Como mencionado nos LOMPs, o modelo de campo elétrico das Figuras 4.3 e 4.4(b) é constante e não há graus de liberdade elétrico livres. Assim, como mostrado na Figura 5.2(a), considera-se que os campos elétricos $\mathbf{E}_1^i$, aplicados para cada movimento de atuação i, são constantes e todos os graus elétricos são fixos. Então, a transdução média é calculada para cada movimento de atuação i considerando, por exemplo para o movimento de atuação 1, que o campo elétrico $\mathbf{E}_1^1$ aplicado é constante na região MGF 1 para gerar o movimento de atuação 1, e os campos elétricos nas demais regiões MGFs são nulos. Dessa forma, a transdução média é dada por:

$$L_2^i(\mathbf{u}_1^i, \phi_1^i) = \int_{\Gamma_{t_2}^i} \mathbf{t}_2^i \mathbf{u}_1^i \, d\Gamma \tag{5.4}$$

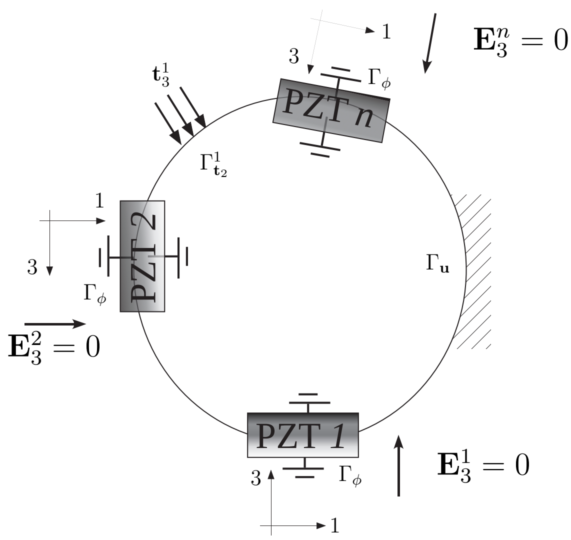
No caso da flexibilidade média, $L_3^i(\mathbf{u}_3^i, \phi_3^i)$ é calculado exatamente como descrito na Seção 3.1.2, ilustrado na Figura 5.2(b), e dado na Equação (3.2).

Para a função restrição de acoplamento, $L_4^i(\mathbf{u}_1^i, \phi_1^i)$ são feitas as mesmas observações da transdução média, como ilustrado na Figura 5.2(a). Portanto, a função restrição de acoplamento para cada movimento de atuação i é dada pela expressão abaixo:

$$L_4^i(\mathbf{u}_1^i, \phi_1^i) = \int_{\Gamma_{t_4}^i} \mathbf{t}_4^i \mathbf{u}_1^i \, d\Gamma \tag{5.5}$$



(a) Transdução média e função restrição de acoplamento



(b) Flexibilidade média

Figura 5.2: Casos de carregamento para o cálculo da transdução média, função restrição de acoplamento, e flexibilidade média, respectivamente. Sendo, $\mathbf{E}_i^j = -\nabla\phi_i$ é o campo elétrico relacionado com o caso de carregamento i aplicado a piezocerâmica j.

No projeto dos MAPs MGFs é adicionado à OT duas novas variáveis ao problemas de otimização, a primeira para otimizar a estrutura multi-flexível no domínio S, e a segunda para otimizar a gradação ótima das regiões MGFs dentro dos domínios S_{PZT}, e também é considerado a otimização do sinal da polarização. Portanto, o problema de otimização tem as variáveis de projeto, $\rho_1(\mathbf{x})$, $\rho_2(\mathbf{x})$

e $\rho_3(\mathbf{x})$. A função multi-objetivo utilizada nessa formulação foi detalhada na Equação (3.4) e (3.5). Portanto, o problema final de otimização é definido por:

$$
\begin{array}{ll}
\text{Maximizar:} & \mathcal{F}\left(\rho_1, \rho_2, \rho_3\right) \\
\rho_1(\mathbf{x}) \in S, \rho_2(\mathbf{x}) \text{ e } \rho_3(\mathbf{x}) \in S_{\text{PZT}} & \\
\text{tal que:} & \mathbf{t}_3^i = -\mathbf{t}_2^i \quad (\Gamma_{\mathbf{t}_3}^i = \Gamma_{\mathbf{t}_2}^i) \quad\; i = 1..n \\
& \mathbf{t}_4^i \cdot \mathbf{t}_2^i = 0 \quad (\Gamma_{\mathbf{t}_4}^i = \Gamma_{\mathbf{t}_2}^i) \\
& A(\mathbf{u}_1^i, \mathbf{v}_1^i) + B(\phi_1^i, \mathbf{v}_1^i) = L_t(\mathbf{t}_1^i, \mathbf{v}_1^i) \\
& B(\varphi_1^i, \mathbf{u}_1^i) - C(\phi_1^i, \varphi_1^i) = 0 \\
& \text{para } \mathbf{u}_1^i,\ \phi_1^i\ \in\ V_a \text{ e } \forall \mathbf{v}_1^i,\ \forall \varphi_{1i}\ \in\ V_a \\
& A(\mathbf{u}_3^i, \mathbf{v}_3^i) + B(\phi_3^i, \mathbf{v}_3^i) = L_t(\mathbf{t}_3^i, \mathbf{v}_3^i) \\
& B(\varphi_3^i, \mathbf{u}_3^i) - C(\phi_3^i, \varphi_3^i) = 0 \\
& \text{para } \mathbf{u}_3^i,\ \phi_3^i\ \in\ V_c \text{ e } \forall \mathbf{v}_3^i,\ \forall \varphi_3^i\ \in\ V_c \\
& 0 \leq \rho_1 \leq 1;\ 0 \leq \rho_2 \leq 1;\ 0 \leq \rho_3 \leq 1 \\
& \Theta_1(\rho) = \int_S \rho_1 dS - \Theta_{1S} \leq 0 \\
& \Theta_2(\rho) = \int_{S_{PZT}} \rho_2 dS - \Theta_{2S} \leq 0
\end{array}
\qquad (5.6)
$$

onde $A(\mathbf{u}, \mathbf{v})$, $B(\phi, \mathbf{v})$, $C(\phi, \varphi)$, e $L_t(\mathbf{t}, \mathbf{v})$ são definidas no Apêndice C.

O parâmetro n é o número de movimentos de atuação, S é o domínio de projeto (Ω) sem incluir as regiões MGFs, Θ_1 é o volume do domínio de projeto, e Θ_{1S} é o valor da restrição de volume final da estrutura multi-flexível. S_{PZT} representa os domínios das piezocerâmicas MGFs, Θ_2 está relacionado com a variável de projeto ρ_2, e Θ_{2S} é o valor da restrição final para o material piezelétrico das regiões MGFs.

A sensibilidade dos MAPs MGFs na forma contínua é semelhante a dos MAPs, sendo que na formulação dos MAPs MGFs as variáveis de projeto são $\rho_1(\mathbf{x})$, $\rho_2(\mathbf{x})$ e $\rho_3(\mathbf{x})$, e nos MAPs somente $\rho_1(\mathbf{x})$. Inicialmente, denominaremos as variáveis de projeto por ρ_n e na Seção 5.2 será retomado o cálculo da sensibilidade para cada variável de projeto, no domínio discreto.

5.2 Formulação Discreta do Problema de OT para o Projeto dos MAPs MGFs

A formulação discreta descrita para os MAPs (ver Seção 3.2) difere-se da apresentada nessa seção, com relação ao modelo de material e ao modelo do MEF piezelétrico MGF empregado, necessários para introduzir o conceito MGFs aos MAPs. O MEF piezelétrico MGF é aplicado utilizando a mesma estratégia para variação do eletrodo empregado nos LOMPs. A introdução dessa estratégia

Figura 5.3: Definição das variáveis de projeto ρ_{2J} e ρ_{3e} no MEF MGF, considerando a polarização na direção 3.

na formulação dos MAPs permite simplificar o método adjunto utilizado na dos MAPs MGFs. Desta forma, na Seção 5.2.1 é dado um detalhamento da aplicação do modelo de material ao MEF piezelétrico MGF. Nas Seções 5.2.2 e 5.2.3 serão apresentados o problema de otimização formulado na forma discreta e a análise de sensibilidade para o problema proposto, respectivamente, sendo que na análise de sensibilidade é utilizado um método adjunto. Finalmente, na Seção 5.2.4 é detalhada a técnica de projeção utilizada.

5.2.1 Aplicação do Modelo de Material no MEF Piezelétrico MGF

As variáveis de projeto $\rho_2(\mathbf{x})$ descritas nas Equações (5.2) e (5.3) podem assumir diferentes valores em cada nó do elemento finito, ou seja, as variáveis de projeto são distribuídas continuamente no elemento, como descrito pela função abaixo (Rahmatalla & Swan 2003, Rahmatalla & Swan 2004, Matsui & Terada 2004):

$$\rho_2(\mathbf{x}) = \sum_{I=1}^{n_d} \rho_{2I} N_I(\mathbf{x}) \tag{5.7}$$

onde n_d representa o número de nós do elemento.

A vantagem dessa formulação em relação a tradicional do MEF, é que esta permite obter uma aproximação contínua das propriedades do material na microestrutura, evitando descontinuidade no campo das tensões mecânicas (Kim & Paulino 2002). O MEF tradicional utiliza uma função *degrau*, onde um valor de propriedade é associado a cada elemento finito, enquanto que no MEF gradado as propriedades são aproximadas por uma função contínua baseada nos valores das propriedades nodais.

As variáveis de projeto ρ_{2J}, que definem a gradação entre os materiais do **tipo 1** e **tipo 2** são definidas nas interfaces entre as camadas de elementos (ver Figura 5.3). As interfaces são paralelas à direção 1 se o material é polarizado na direção 3 (como ilustrado na Figura 5.3), e conseqüentemente, paralela à direção 3 quando o material é polarizado na direção 1. No entanto, as variáveis de projeto ρ_{3e} são consideradas iguais para todos os elementos da mesma camada, seja paralelo à direção 1 ou 3, como ilustrado na Figura 5.3.

O conceito do campo elétrico definido para os LOMPs (dado na Seção 4.2.1) é estendido para a formulação dos MAPs MGFs (ver Figuras 4.3 e 4.4(b)). Na formulação dos LOMPs é distribuído em todo o domínio de projeto (Ω) materiais piezelétrico, não-piezelétrico e *vazio*, enquanto que nos MAPs MGFs é distribuído somente material isotrópico e *vazio* na estrutura multi-flexível (S), e materiais do **tipo 1** e **tipo 2** nos domínios S_{PZT}. Assim, durante o processo de otimização da variável ρ_{2J}, aplicando um campo elétrico constante, obtém-se a distribuição dos materiais **tipo 1** e **tipo 2** nas regiões MGFs, e conseqüentemente a localização dos eletrodos, já que o material piezelétrico será definido como **tipo 1** ou **tipo 2**, ou ambos. Com o campo elétrico constante, ocorre o desacoplamento das equações de equilíbrio piezelétricas (dadas na Seção B.21), tornando o efeito piezelétrico nulo no material não-piezelétrico (definido como material **tipo 1** ou **tipo 2**). No caso dos MAPs MGFs são determinados através da variável ρ_{2J} as camadas com propriedades piezelétricas, e desta forma, a posição dos eletrodos.

5.2.2 Definição da Formulação Discreta do Problema de OT

A função multi-objetivo, transdução média, flexibilidade média e função restrição de acoplamento foram descritos na Seção 3.2. Portanto, é necessário apenas definir o problema de otimização na forma discreta, que é dado por:

$$
\begin{array}{lll}
\text{Maximizar:} & \mathcal{F}\left(\rho_{1I}, \rho_{2I}, \rho_{3e}\right) & \\
\rho_{1I} \in S & & \\
\rho_{2I} \text{ e } \rho_{3e} \in S_{\text{PZT}} & & \\
\text{tal que:} & \{\mathbf{F}_3^i\} = -\{\mathbf{F}_2^i\} \quad (\Gamma_{\mathbf{t}_3}^i = \Gamma_{\mathbf{t}_2}^i) & i = 1..n \\
& \{\mathbf{F}_4^i\}^t \{\mathbf{F}_2^i\} = 0 \quad (\Gamma_{\mathbf{t}_4}^i = \Gamma_{\mathbf{t}_2}^i) & \\
& [\mathcal{K}_1^i]\{\mathcal{U}_1^i\} = \{\mathcal{Q}_1^i\} & \\
& [\mathcal{K}_3^i]\{\mathcal{U}_3^i\} = \{\mathcal{Q}_3^i\} & \\
& 0 < \rho_{\min} \leq \rho_{1I} \leq 1;\ 0 \leq \rho_{2J} \leq 1 & I = 1..N_e;\ J = 1..N_p \\
& 0 \leq \rho_{3e} \leq 1 & e = 1..NE \\
& \sum_{I=1}^{NE} \int_{S_I} \rho_{1I} dS_I - \Theta_{1S} \leq 0 & \\
& \sum_{J=1}^{NN} \int_{S_J} \rho_{2J}\left(d_{2J}\right) dS_J - \Theta_{2S} \leq 0 &
\end{array}
\tag{5.8}
$$

onde $\mathcal{F}$ é a função multi-objetivo dada pelas Equações (3.4) e (3.5) (veja Seção 3.1.4). Os parâmetros N_e e N_p representam o número de nós pertencentes aos domínios de projeto não-piezelétrico e piezelétrico MGF, respectivamente. NE e NN representam o número de elementos pertencentes aos domínios de projeto não-piezelétrico e piezelétrico MGF, respectivamente.

5.2.3 Análise de Sensibilidade da OT

Nesta seção são detalhadas as diferenças entre a análise de sensibilidade dos MAPs (ver Seção 3.2.3) para os MAPs MGFs, na forma discreta. Sendo que, as principais diferenças estão nos cálculos da derivada da transdução média e da função restrição de acoplamento. Primeiramente, as derivadas são detalhadas de forma genérica para uma variável ρ_n e depois estendidas para ρ_{1I}, ρ_{2I} e ρ_{3e}, como mostrado no texto abaixo.

A derivada da transdução média em relação a variável ρ_n na forma discreta é:

$$\frac{\partial L_2^i(\mathbf{U}_1^i, \mathbf{\Phi}_1^i)}{\partial \rho_n} = \left\{\mathbf{F}_2^i\right\}^t \left\{\frac{\partial \mathbf{U}_1^i}{\partial \rho_n}\right\} \tag{5.9}$$

onde a derivada $\partial \mathbf{U}_1^i / \partial \rho_n$ é obtida diferenciando a Equação (B.22) resultando na expressão abaixo:

$$\begin{aligned} & [\mathbf{K}_{uu}] \left\{\mathbf{U}_1^i\right\} = \left\{\mathbf{F}_1^i\right\} - [\mathbf{K}_{u\phi}] \left\{\mathbf{\Phi}_1^i\right\} \\ \Rightarrow \quad & [\mathbf{K}_{uu}] \frac{\partial \left\{\mathbf{U}_1^i\right\}}{\partial \rho_n} = -\frac{\partial [\mathbf{K}_{u\phi}]}{\partial \rho_n} \left\{\mathbf{\Phi}_1^i\right\} - \frac{\partial [\mathbf{K}_{uu}]}{\partial \rho_n} \left\{\mathbf{U}_1^i\right\} \end{aligned} \tag{5.10}$$

sendo $\partial \left\{\mathbf{F}_1^i\right\} / \partial \rho_n = 0$, pois o carregamento mecânico externo não depende da variável de projeto, e como é aplicado um campo elétrico constante todos o graus elétricos são fixos, ou seja, $\partial \left\{\mathbf{\Phi}_1^i\right\} / \partial \rho_n = 0$, ao contrário da formulação dos MAPs (veja Equação (3.21)), e assim,

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_2^i(\mathbf{U}_1^i, \mathbf{\Phi}_1^i)}{\partial \rho_n} &= -\left\{\mathbf{F}_2^i\right\}^t \left([\mathbf{K}_{uu}]\right)^{-1} \left\{\frac{\partial [\mathbf{K}_{u\phi}]}{\partial \rho_n} \left\{\mathbf{\Phi}_1^i\right\} + \frac{\partial [\mathbf{K}_{uu}]}{\partial \rho_n} \left\{\mathbf{U}_1^i\right\}\right\} \\ &= -\left(\left\{\mathbf{\Lambda}\right\}_2^i\right)^t \left\{\frac{\partial [\mathbf{K}_{u\phi}]}{\partial \rho_n} \left\{\mathbf{\Phi}_1^i\right\} + \frac{\partial [\mathbf{K}_{uu}]}{\partial \rho_n} \left\{\mathbf{U}_1^i\right\}\right\} \end{aligned} \tag{5.11}$$

sendo:

$$[\mathbf{K}_{uu}] \left\{\mathbf{\Lambda}\right\}_2^i = \left\{\mathbf{F}_2^i\right\} \tag{5.12}$$

O cálculo da derivada da função restrição de acoplamento é obtido seguindo os mesmos passos da derivada da transdução média, ou seja:

$$\begin{aligned}\frac{\partial L_4^i(\mathbf{U}_1^i,\mathbf{\Phi}_1^i)}{\partial \rho_n} &= -\left\{\mathbf{F}_4^i\right\}^t \left([\mathbf{K}_{uu}]\right)^{-1}\left\{\frac{\partial\left[\mathbf{K}_{u\phi}\right]}{\partial\rho_n}\left\{\mathbf{\Phi}_1^i\right\}+\frac{\partial\left[\mathbf{K}_{uu}\right]}{\partial\rho_n}\left\{\mathbf{U}_1^i\right\}\right\} \\ &= -\left(\{\mathbf{\Lambda}\}_4^i\right)^t\left\{\frac{\partial\left[\mathbf{K}_{u\phi}\right]}{\partial\rho_n}\left\{\mathbf{\Phi}_1^i\right\}+\frac{\partial\left[\mathbf{K}_{uu}\right]}{\partial\rho_n}\left\{\mathbf{U}_1^i\right\}\right\} \qquad (5.13)\end{aligned}$$

sendo:

$$[\mathbf{K}_{uu}]\{\mathbf{\Lambda}\}_4^i = \left\{\mathbf{F}_4^i\right\} \qquad (5.14)$$

As derivadas das matrizes das $\partial\left[\mathbf{K}_{uu}\right]/\partial\rho_n$ e $\partial\left[\mathbf{K}_{u\phi}\right]/\partial\rho_n$, em relação as variáveis de projeto ρ_{1I}, ρ_{2J} e ρ_{3e} são dadas pelas expressões abaixo, respectivamente.

$$\begin{aligned}\left[\frac{\partial\mathbf{K}_{uu}}{\partial\rho_{1I}}\right] &= \sum_{e=1}^{NEL}\int_{\Omega_e}\mathbf{B}_u^t\frac{\partial\mathbf{C}^H}{\partial\rho_1}\frac{\partial\rho_1}{\partial\rho_{1I}}\mathbf{B}_u d\Omega_e = \qquad (5.15)\\ &= \sum_{e=1}^{nf}\int_{\Omega_e}\mathbf{B}_u^t\frac{\partial\mathbf{C}^H}{\partial\rho_1}N_I(\mathbf{x})\,\mathbf{B}_u d\Omega_e; \qquad (5.16)\\ \left[\frac{\partial\mathbf{K}_{u\phi}}{\partial\rho_{1I}}\right] &= 0;\end{aligned}$$

As derivadas $\partial\left[\mathbf{K}_{u\phi}\right]/\partial\rho_{2J}$ e $\partial\left[\mathbf{K}_{uu}\right]/\partial\rho_{2J}$ são:

$$\begin{aligned}\left[\frac{\partial\mathbf{K}_{uu}}{\partial\rho_{2J}}\right] &= \sum_{e=1}^{NEL}\int_{\Omega_e}\mathbf{B}_u^t\frac{\partial\mathbf{C}^H}{\partial\rho_2}\frac{\partial\rho_2}{\partial\rho_{2I}}\mathbf{B}_u d\Omega_e = \qquad (5.17)\\ &= \sum_{e=1}^{nf}\int_{\Omega_e}\mathbf{B}_u^t\frac{\partial\mathbf{C}^H}{\partial\rho_2}N_I(\mathbf{x})\,\mathbf{B}_u d\Omega_e \qquad (5.18)\\ \left[\frac{\partial\mathbf{K}_{u\phi}}{\partial\rho_{2J}}\right] &= \sum_{e=1}^{nf}\int_{\Omega_e}\mathbf{B}_u^t\frac{\partial\mathbf{e}^H}{\partial\rho_2}N_I(\mathbf{x})\,\mathbf{B}_\phi d\Omega_e; \qquad (5.19)\end{aligned}$$

e as derivadas $\partial\left[\mathbf{K}_{u\phi}\right]/\partial\rho_{3e}$ e $\partial\left[\mathbf{K}_{uu}\right]/\partial\rho_{3e}$ são:

$$\begin{aligned}\left[\frac{\partial\mathbf{K}_{uu}}{\partial\rho_{3e}}\right] &= 0\\ \left[\frac{\partial\mathbf{K}_{u\phi}}{\partial\rho_{3e}}\right] &= \int_{\Omega_e}\mathbf{B}_u^t\frac{\partial\mathbf{e}^H}{\partial\rho_{3e}}\mathbf{B}_\phi d\Omega_e; \qquad (5.20)\end{aligned}$$

onde, os parâmetros NEL e nf representam o número total de elementos finitos e o número de elementos finitos conectado ao nó I, respectivamente. As derivadas $\partial\mathbf{C}^H/\partial\rho_1$, $\partial\mathbf{e}^H/\partial\rho_1$, $\partial\mathbf{C}^H/\partial\rho_2$, $\partial\mathbf{e}^H/\partial\rho_2$, e $\partial\mathbf{e}^H/\partial\rho_{3e}$ são obtidas diferenciando as Equações (5.2) e (5.3).

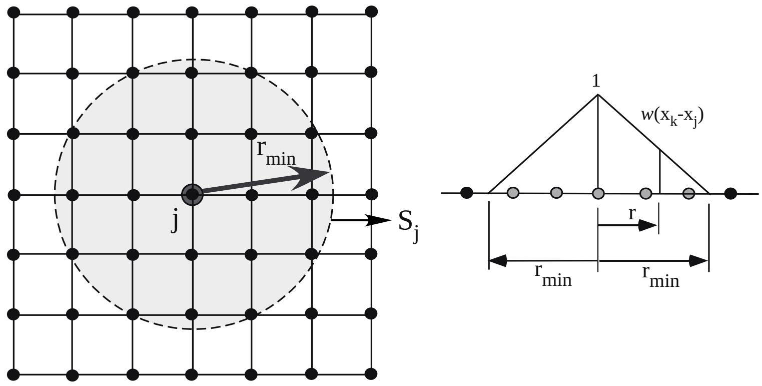


Figura 5.4: Domínio de abrangência da função de projeção.

5.2.4 Função de Projeção Aplicada aos MAPs MGFs

O MOT apresenta problemas numéricos que são contornados utilizando técnicas de filtragem, com o objetivo de eliminar a *instabilidade xadrez* e a dependência da discretização da malha de elementos finitos (ver Seção 2.6). Porém, na formulação MAP MGF o problema numérico apresentado é a oscilação brusca da variável de projeto ρ_{2J}, ou seja, na região MGF é obtida uma distribuição descontínua entre os materiais do **tipo 1** e **tipo2**. Assim, os resultados não apresentam uma região de transição contínua, característica dos materiais MGFs. Para obter uma distribuição contínua entre os materiais a serem gradados utilizou-se uma técnica de projeção baseada no trabalho de Guest et al. (2004). Dessa forma, foi possível resolver os problemas numéricos gerados pelo MOT e controlar a gradação com a implementação da técnica de projeção aplicada na pseudo-densidade ρ_{2J}. Nessa técnica, é definido uma função que relaciona a pseudo-densidade ρ_{2J} com a variável de projeto d_{2J}, dada por:

$$\rho_{2J} = f(d_{2J}) \tag{5.21}$$

onde, J é o número de variáveis de projeto relacionada com a pseudo-densidade ρ_{2J} (veja Figura 5.3), e f é uma função linear de projeção dada por:

$$\rho_{2j} = f\left(d_{2k}\right) = \frac{\sum_{k \in S_j} d_{2k} w\left(x_k - x_j\right)}{\sum_{k \in S_j} w\left(x_k - x_j\right)} \tag{5.22}$$

onde S_j é o domínio que abrange as variáveis de projeto d_{2k} em relação a pseudo-densidade ρ_{2j}, definida por um raio de dimensão $w\left(x_k - x_j\right)$ centrado em j (ver Figura 5.4). Desta forma, é definido um raio mínimo de abrangência

r_{min}, que determina um domínio de abrangência S_j, dado por:

$$w\left(x_k - x_j\right) = \begin{cases} \frac{r_{min} - r_{jk}}{r_{min}} & \text{se } x_k \in S_j \\ 0 & r_{jk} \geq r_{min} \end{cases} \tag{5.23}$$

onde, r_{jk} é a distância entre os nós k e j,

$$r_{jk} = \|x_k - x_j\| \tag{5.24}$$

Portanto, com a adição de uma função linear de projeção é necessário redefinir o problema de OT dado na Equação (5.8) utilizando um novo espaço de variáveis, como:

$$\begin{array}{lll} \text{Maximizar:} & \mathcal{F}\left(\rho_{1I}, d_{2J}, \rho_{3e}\right) & \\ \rho_{1I} \in S & & \\ d_{2J} \in S_{\text{PZT}} & & \\ \rho_{3e} \in S_{\text{PZT}} & & \\ \text{tal que:} & \{\mathbf{F}_3^i\} = -\{\mathbf{F}_2^i\} \quad (\Gamma_{\mathbf{t}_3}^i = \Gamma_{\mathbf{t}_2}^i) & i = 1..n \\ & \{\mathbf{F}_4^i\}^t \{\mathbf{F}_2^i\} = 0 \quad (\Gamma_{\mathbf{t}_4}^i = \Gamma_{\mathbf{t}_2}^i) & \\ & [\mathcal{K}_1^i]\{\mathcal{U}_1^i\} = \{\mathcal{Q}_1^i\} & \\ & [\mathcal{K}_3^i]\{\mathcal{U}_3^i\} = \{\mathcal{Q}_3^i\} & \\ & 0 < \rho_{\min} \leq \rho_{1I} \leq 1;\ 0 \leq d_{2J} \leq 1 & I = 1..N_e;\ J = 1..N_p \\ & 0 \leq \rho_{3e} \leq 1 & e = 1..NE \\ & \sum_{I=1}^{NE} \int_{S_I} \rho_1 dS_I - \Theta_{1S} \leq 0 & \\ & \sum_{J=1}^{NN} \int_{S_J} \rho_{2J}\left(d_{2J}\right) dS_J - \Theta_{2S} \leq 0 & \end{array} \tag{5.25}$$

A sensibilidade na forma discreta dos MAPs MGFs é a mesma dada na Seção 5.2.3 para a transdução média, flexibilidade média, função restrição de acoplamento, e função multi-objetivo. No entanto, é necessário detalhar a derivada em relação a variável de projeto d_{2k}. A sensibilidade de d_{2k} é calculada em relação a ρ_{2j} aplicando a regra da cadeia, como mostrado pela equação abaixo:

$$\frac{\partial\left(.\right)}{\partial d_{2k}} = \sum_{k \in S_j} \frac{\partial\left(.\right)}{\partial \rho_{2j}} \frac{\partial \rho_{2j}}{\partial d_{2k}} \tag{5.26}$$

onde, $\frac{\partial(.)}{\partial \rho_{2j}}$ representa as Equações (3.6) e (3.7) utilizando as Equações (5.11), (3.31) e (5.13). A sensibilidade da pseudo-densidade em relação a variável de projeto é dada por:

$$\frac{\partial \rho_{2j}}{\partial d_{2k}} = \frac{w\left(x_j - x_k\right)}{\sum_{m \in S_j} w\left(x_m - x_k\right)} \tag{5.27}$$

sendo que, a derivada tem valores não nulos nos nós j pertencentes ao domínio S_j em relação ao nó k.

5.2.5 Implementação Numérica dos MAPs MGFs

O fluxograma ilustrado na Figura 5.5 descreve a estrutura do algoritmo implementado em linguagem C (o software é executado no sistema operacional Linux) para resolver o problema de otimização, como detalhado no Apêndice D.

Os valores iniciais das variáveis de projeto são uniformes ou aleatórios dependendo da análise realizada, como mostrado no Seção 5.3. As variáveis de projeto ρ_1 e d_2 têm seus valores definidos por nó de cada elemento finito pertencente aos domínios S e S_{PZT}, respectivamente. ρ_{3e} é uma variável definida para cada camada de elementos finito pertencente ao S_{PZT}. Os limites superiores e inferiores são pré-definidos nos modelos de materiais, dados na Equação (3.12) para a variável ρ_{1I}, e nas Equações (5.2) e (5.3) para as variáveis d_{2J} e ρ_{3e}, respectivamente. Assim, os limites são dados para cada variável por:

$$0,001 = \rho_{1I_{min}} \leq \rho_{1I} \leq \rho_{1I_{max}} = 1,0 \quad (5.28)$$

$$0,0 = d_{2J_{min}} \leq d_{2J} \leq d_{2J_{max}} = 1,0 \quad (5.29)$$

$$0,0 = \rho_{3e_{min}} \leq \rho_{3e} \leq \rho_{3e_{max}} = 1,0 \quad (5.30)$$

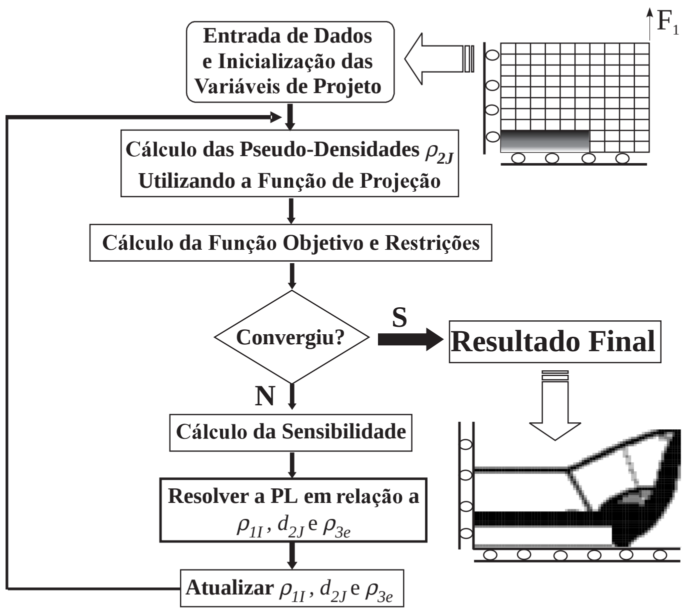


Figura 5.5: Fluxograma do método implementado para o projeto de MAPs MGFs.

5.3 Resultados Numéricos

O exemplos numéricos apresentados para os MAPs MGFs foram obtidos através da metodologia de projeto descrita nesse capítulo. O objetivo é obter conjuntamente a gradação ótima das regiões MGFs e a topologia da estrutura multi-flexível. A posição das regiões MGFs não são alteradas durante todo o processo de otimização, e nelas são otimizadas as variáveis d_{2J} e ρ_{3e}. Na estrutura multi-flexível é distribuído alumínio e *vazio*, no domínio S, cujas propriedades são dadas no Apêndice A.4. Dessa forma, no final do processo de otimização será obtido a gradação ótima das regiões MGFs e a topologia da estrutura multi-flexível composta de alumínio. Serão analisados três exemplos numéricos, o primeiro trata-se de um atuador piezelétrico com um único movimento de atuação, o segundo um nanoposicionador piezelétrico XY, e o terceiro uma micro-garra piezelétrica, descritas nas Seções 5.3.1, 5.3.2 e 5.3.3, respectivamente.

Para todos os exemplos (as exceções estão detalhadas nos mesmos), os valores dos parâmetros de otimização são: os valores dos coeficientes ε_l e w são iguais à 10^8 e $0,5$, respectivamente; os valores iniciais das variáveis de projeto ρ_{1I} e d_{2J} são iguais à $0,25$; o coeficiente de penalização p é linearmente atribuído os valores de 1 a 3 ao longo das iterações; o valor do coeficiente de penalização p_e é igual à 1 e não se altera durante as iterações; a restrição de volume Θ_{1S} é igual à 25% do volume Ω, sem considerar as regiões MGFs; o campo elétrico aplicado nas regiões MGFs é igual à 400 V/mm, como descrito na Seção 4.2.1. Com estes parâmetros adotados, o problema de otimização inicia-se com todas as restrições satisfeitas. Os resultados das topologias plotadas consideram a média das pseudo-densidades dos nós no elemento, para as variáveis ρ_{1I}, no entanto, para ρ_{2J} e ρ_{3e} são mostrados a variação detalhada ao longo da espessura. O pós-processamento das topologias ótimas são obtidas extremizando os valores intermediários das variáveis ρ_{1I}, e então é feita a análise de MEF para obter as deformadas.

5.3.1 Atuador Piezelétrico com Um Movimento de Atuação

O projeto do atuador piezelétrico com um movimento de atuação é ilustrado na Figura 5.6. O domínio de projeto considera a direção de polarização da região MGF como sendo a 3. No domínio da estrutura multi-flexível S somente alumínio é distribuído, e na região MGF materiais PZT5A e alumínio são distribuídos. O domínio total Ω é discretizado em 3600 elementos finitos e 3721 nós. Dessa forma, será possível analisar a influência da gradação no desempenho do atuador,

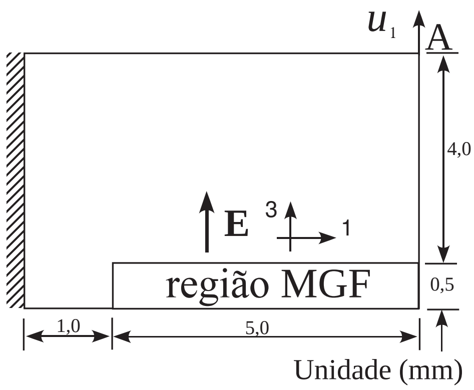


Figura 5.6: Domínio de Projeto do Atuador Piezelétrico MGF.

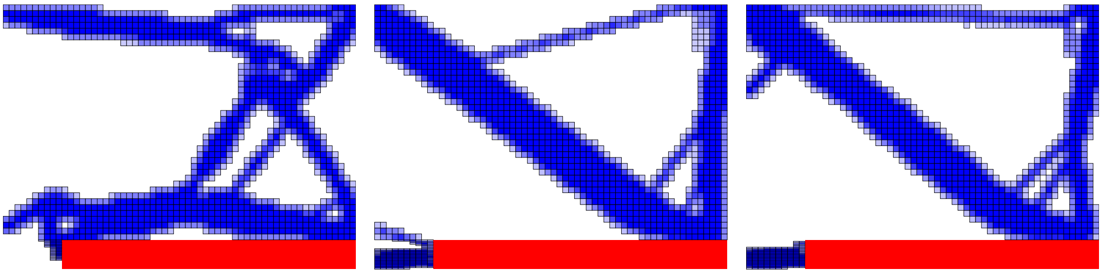
através da intensidade dos movimentos desejados e indesejados. Nos textos a seguir, serão realizados diversas análises da influência do material piezelétrico MGF no desempenho dos atuadores, e as conclusões obtidas para cada caso. O valor do coeficiente α_1 é $1,0$.

Material Piezelétrico não-MGF ou Homogêneo

Neste primeiro exemplo do atuador piezelétrico não será considerado a região piezelétrica sendo MGF, ou seja, a região piezelétrica é composta somente de PZT5A, pois o objetivo é comparar esse resultado com os resultados obtidos adiante, considerando d_{2J} e ρ_{3e}. Porém, para usar a mesma notação dos próximos resultados, considera-se que $\rho_{3e} = 0,0$ ou $\rho_{3e} = 1,0$ para indicar que o campo elétrico aplicado é invertido ou mantido como indicado na Figura 5.6, respectivamente. Ressaltando, que não há variáveis de projeto d_{2J} e ρ_{3e} nesse exemplo, porém, o campo é aplicado como descrito na Seção 4.2.1.

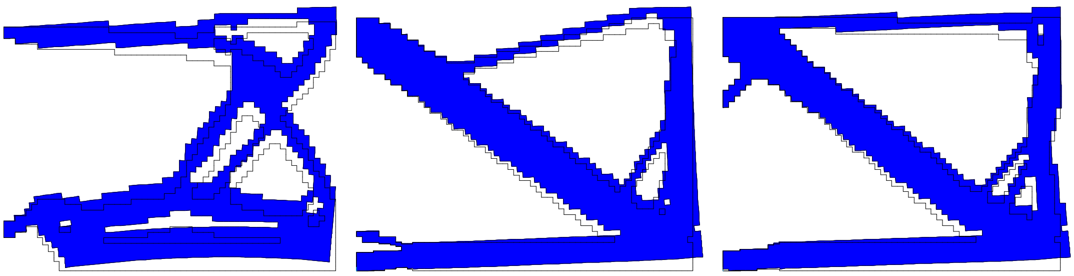
Os resultados das topologias ótimas obtidas considerando $\rho_{3e} = 0,0$ e $\beta_1 = 0,0$, $\rho_{3e} = 1,0$ e $\beta_1 = 0,0$, e $\rho_{3e} = 1,0$ e $\beta_1 = 10^{-5}$ estão ilustrados nas Figuras 5.7(a), 5.7(b) e 5.7(c), respectivamente. A Figura 5.8 mostra a deformada das topologias pós-processadas. Observa-se que a deformada da Figura 5.7(a) apresenta um deslocamento acoplado praticamente nulo, ou seja, obteve-se a minimização do deslocamento acoplado para $\beta_1 = 0,0$, o que motivou a não projetar atuadores considerando $\beta_1 > 0,0$ e $\rho_{3e} = 0,0$. Já, no projeto considerando $\rho_{3e} = 1,0$ foi necessário utilizar valor de β igual à $0,00001$, para obter a minimização do movimento acoplado.

Na Tabela 5.1 estão descritos os valores dos deslocamentos nas direções X e Y no ponto A (u_x e u_y) das Figuras 5.7 e 5.8, e o fator de acoplamento ($R_{xy} = u_x/u_y$). Analisando a Tabela 5.1 concluí-se que o maior deslocamento é o da



(a) $\rho_{3e} = 0,0$ e $\beta_1 = 0,0$ (b) $\rho_{3e} = 1,0$ e $\beta_1 = 0,0$ (c) $\rho_{3e} = 1,0$ e $\beta_1 = 10^{-5}$

Figura 5.7: Topologia ótima obtida para o atuador homogêneo (vermelho – região piezelétrica; azul – alumínio).



(a) $\rho_{3e} = 0,0$ e $\beta_1 = 0,0$ (b) $\rho_{3e} = 1,0$ e $\beta_1 = 0,0$ (c) $\rho_{3e} = 1,0$ e $\beta_1 = 10^{-5}$

Figura 5.8: Deformadas das topologias pós-processadas para os atuadores com piezocerâmicas homogêneas.

Tabela 5.1: Deslocamento no ponto A da Figura 5.6 considerando E=400 V/mm.

	Atuador Piezelétrico	u_x (nm)	u_y (nm)	R_{yx} (%)	Θ_{2S} (%)	ρ_{3e}	β_1
Topologia Ótima	Fig. 5.7(a)	6,61	455,44	1,45	–	0,0	0,0
	Fig. 5.7(b)	-83,72	414,11	20,22	–	1,0	0,0
	Fig. 5.7(c)	-1,06	381,72	0,28	–	1,0	10^{-5}
Topologia Pós-Processada	Fig. 5.8(a)	10,28	442,26	2,32	–	0,0	0,0
	Fig. 5.8(b)	-79,13	406,92	19,45	–	1,0	0,0
	Fig. 5.8(c)	-2,56	372,34	0,69	–	1,0	10^{-5}

Figura 5.7(a), no entanto, o resultado da Figura 5.7(c) apresentou o menor fator de acoplamento, ou seja, houve a minimização do movimento acoplado quando $\beta > 0,0$. A tabela também nos mostra que os resultados obtidos pelo software estão coerentes com os obtidos pelas deformadas.

Material Piezelétrico MGF com ρ_3 Não-Otimizável

Os resultados obtidos nessa seção considera as variáveis de projetos ρ_{1I} e d_{2J} otimizáveis, e a variável ρ_{3e} não é otimizável. A região MGF é otimizada e o valor da restrição da quantidade de PZT5A é igual à $\Theta_{2S} = 50\%$. Os exemplos são obtidos utilizando a função de projeção ativa somente para d_{2J}, e com valores de r_{min} iguais à 0,025mm ou 0,1mm. Para $r_{min} = 0,025$mm a função de projeção não está atuando em ρ_{2J}. Os valores fixos de $\rho_{3e} = 0,0$ ou $\rho_{3e} = 1,0$ indicam que a direção do campo elétrico foi invertida ou mantida como mostrado na Figura 5.6. Os resultados das topologias ótimas (distribuição de ρ_{1I} e ρ_{2J}) obtidos considerando $\rho_{3e} = 0,0$, $\beta = 10^{-4}$ e $r_{min} = 0,025$mm, $\rho_{3e} = 0,0$, $\beta = 10^{-4}$ e $r_{min} = 0,1$mm, $\rho_{3e} = 1,0$, $\beta = 10^{-5}$ e $r_{min} = 0,025$mm, e $\rho_{3e} = 1,0$, $\beta = 10^{-5}$ e $r_{min} = 0,1$mm são mostrados nas Figuras 5.9(a), 5.9(b), 5.9(c) e 5.9(d), respectivamente, e a distribuição de ρ_{2J} para os resultados da Figura 5.9 são apresentados na Figura 5.10. Para todos os resultados obtidos a restrição Θ_{2S} ficou ativa.

As topologias obtidas com $\rho_{3e} = 0,0$ (ver Figuras 5.9(a) e 5.9(b)) são iguais para os dois diferentes valores de r_{min}, no entanto, com a função de projeção ativa (ou $r_{min} = 0,1$mm) obteve-se uma suavização da distribuição de ρ_{2J}, mas mantendo o mesmo perfil de distribuição de material do resultado com $r_{min} = 0,025$mm (ver Figura 5.10(a)). A suavização gerada pela função de projeção, corresponde a uma distribuição contínua dos materiais na interface,

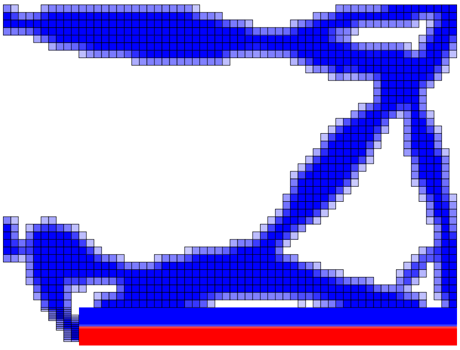
Tabela 5.2: Deslocamento no ponto A da Figura 5.6 considerando E=400 V/mm.

	Atuador MGF	u_x (nm)	u_y (nm)	R_{yx} (%)	Θ_{2S} (%)	ρ_{3e}	β_1	r_{min} (mm)
Topologia Ótima	Fig. 5.9(a)	2,17	607,84	0,36	50	0,0	10^{-4}	0,025
	Fig. 5.9(b)	2,46	554,68	0,44	50	0,0	10^{-4}	0,1
	Fig. 5.9(c)	-1,38	337,63	0,41	50	1,0	10^{-5}	0,025
	Fig. 5.9(d)	0,90	321,74	0,28	50	1,0	10^{-5}	0,1
Topologia Pós-Processada	Fig. 5.11(a)	-1,54	478,86	0,32	50	0,0	10^{-4}	0,025
	Fig. 5.11(b)	4,24	441,80	0,96	50	0,0	10^{-4}	0,1
	Fig. 5.11(c)	-4,86	315,09	1,54	50	1,0	10^{-5}	0,025
	Fig. 5.11(d)	-7,82	276,39	2,83	50	1,0	10^{-5}	0,1

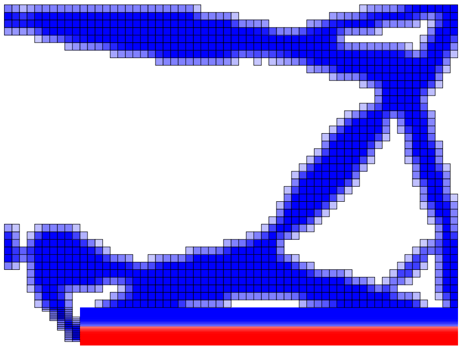
e para $r_{min} = 0,025$mm a distribuição na interface é brusca. Para os resultados obtidos com $\rho_{3e} = 1,0$ há alterações na estrutura flexível (ver Figuras 5.9(c) e 5.9(d)) e no perfil de distribuição de material (ver Figura 5.10(b)). As modificações nas topologias estão relacionadas com as alterações no perfil da gradação, pois houve uma inversão da posição de PZT5A e alumínio, além da suavização gerada pela função de projeção, como observado na Figura 5.10.

Comparando as deformadas das topologias pós-processadas ilustradas na Figura 5.11 com as da Figura 5.8, concluí-se que a deformação da piezocerâmica homogênea é na direção 1 para $\rho_{3e} = 1,0$ (ou seja, a piezocerâmica expande na direção 1 e contrai na direção 3), ou na direção 3 para $\rho_{3e} = 0,0$ (ou seja, a piezocerâmica expande na direção 3 e contrai na direção 1), e para a piezocerâmica MGF a deformação ocorre pela flexão. A comparação entre a forma das deformadas das regiões MGFs nos mostra que, o resultado com flexão é natural nas piezocerâmicas MGFs, e a gradação somente é obtida quando se impõe ao MOT o valor máximo de material piezelétrico igual à 50%. Outro fator importante, é que a relação entre os valores dos deslocamentos para o movimento de atuação são maiores para a piezocerâmica MGF com $\rho_{3e} = 0,0$, e se mantém próximos aos valores com piezocerâmicas homogêneas quando $\rho_{3e} = 1,0$ (ver Tabela 5.2), apesar de terem menos material piezelétrico. Além disso, a função restrição de acoplamento é minimizada independente do valor de ρ_{3e}. Esses fatores de melhora de eficiência são devidos a deformação na flexão da região MGF gerar maiores deslocamentos, com menores deslocamentos acoplados.

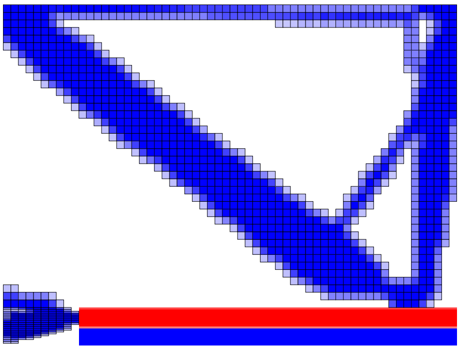
Os resultados obtidos considerando $\Theta_{2S} = 100\%$ e ρ_3 não-otimizável são iguais aos resultados com piezocerâmicas homogêneas, mostrados nas Figuras 5.7 e 5.8. No entanto, para $\Theta_{2S} = 100\%$ e ρ_3 otimizável obtém-se resultados diferentes para



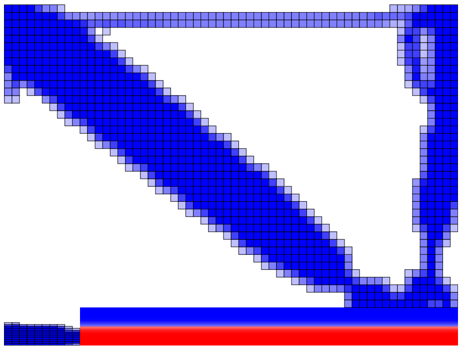
(a) $\rho_{3e} = 0,0$, $\beta_1 = 10^{-4}$ e $r_{min} = 0,025$mm



(b) $\rho_{3e} = 0,0$, $\beta_1 = 10^{-4}$ e $r_{min} = 0,1$mm

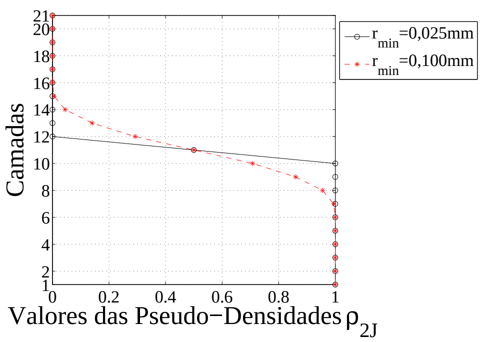


(c) $\rho_{3e} = 1,0$, $\beta_1 = 10^{-5}$ e $r_{min} = 0,025$mm

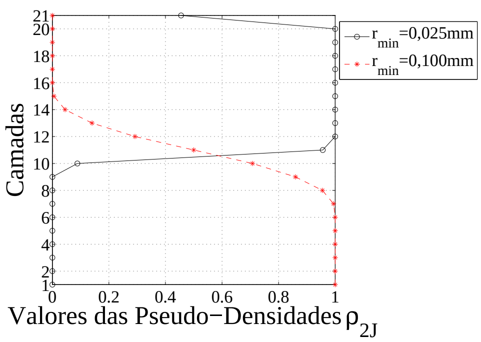


(d) $\rho_{3e} = 1,0$, $\beta_1 = 10^{-5}$ e $r_{min} = 0,1$mm

Figura 5.9: Topologia ótima obtida para o atuador com piezocerâmica MGF, considerando $\Theta_{2S} = 50\%$ (vermelho – região piezelétrica; azul – alumínio).

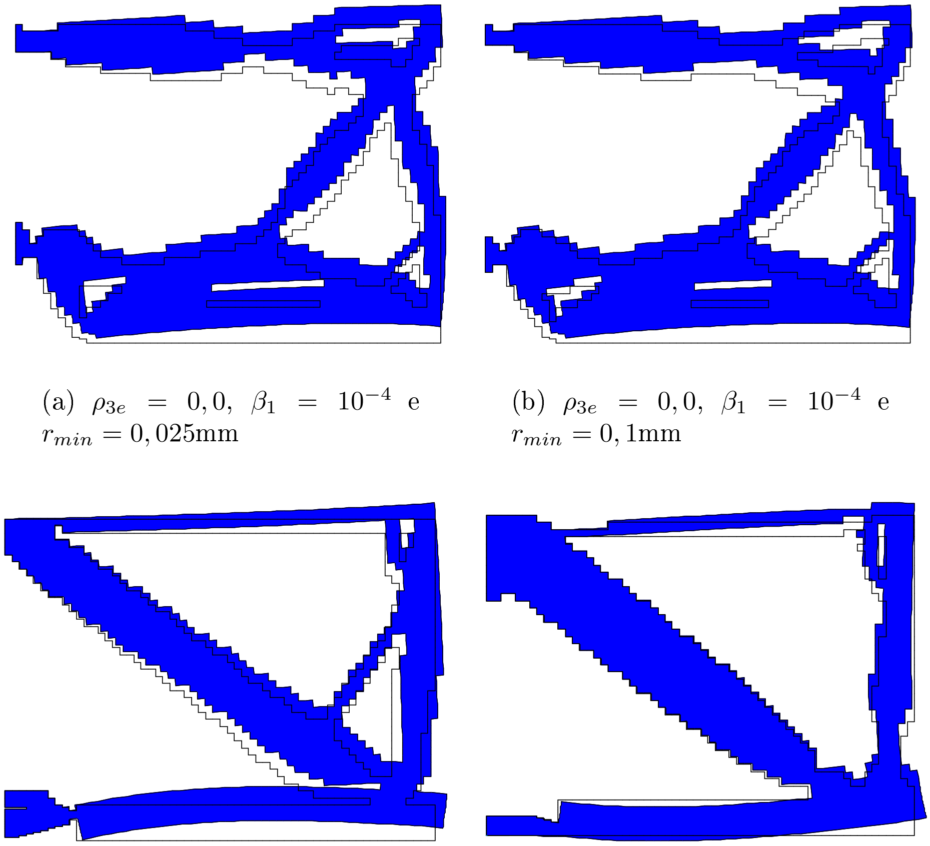


(a) $\rho_{3e} = 0,0$ e $\beta_1 = 10^{-4}$



(b) $\rho_{3e} = 1,0$ e $\beta_1 = 10^{-5}$

Figura 5.10: Perfil da gradação na região MGF, considerando $\Theta_{2S} = 50\%$.



(a) $\rho_{3e} = 0,0$, $\beta_1 = 10^{-4}$ e $r_{min} = 0,025$mm

(b) $\rho_{3e} = 0,0$, $\beta_1 = 10^{-4}$ e $r_{min} = 0,1$mm

(c) $\rho_{3e} = 1,0$, $\beta_1 = 10^{-5}$ e $r_{min} = 0,025$mm

(d) $\rho_{3e} = 1,0$, $\beta_1 = 10^{-5}$ e $r_{min} = 0,1$mm

Figura 5.11: Deformadas das topologias pós-processadas dos atuadores com piezocerâmicas MGFs, considerando $\Theta_{2S} = 50\%$.

as regiões MGFs, como descrito no próximo exemplo.

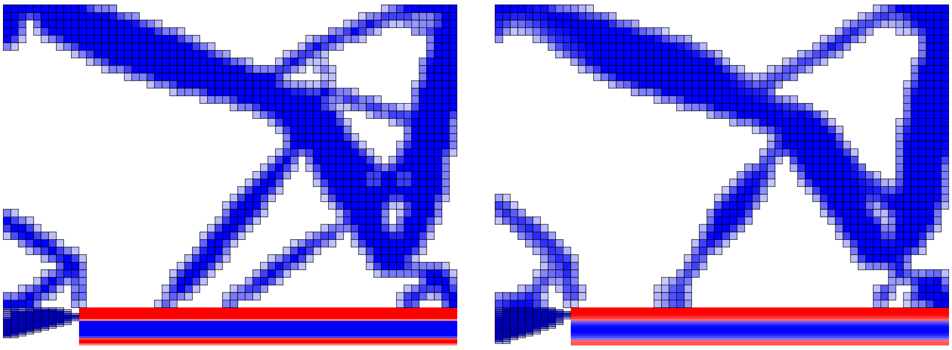
Material Piezelétrico MGF com ρ_3 Otimizável

Nesse exemplo é considerado a variável de projeto ρ_{3e} otimizável. A variável ρ_{3e} tem forte influência na forma da estrutura flexível, então o MOT será inicializado com os valores iniciais para ρ_{3e0} iguais à $0,1$ e $0,9$, ou seja, no primeiro o campo elétrico inicial inicia-se invertido e no segundo o sentido é mantido, como observado na Figura 5.6. No entanto, para verificar a influência do valor da restrição na quantidade de material PZT5A, são obtidos dois resultados, com Θ_{2S} iguais à 50% e 100%. O parâmetro β assume valores maiores que 0,0 para todos os exemplos desse ítem. Os resultados obtidos para as topologias considerando Θ_{2S} iguais à 50% e 100% são mostrados nas Figuras 5.12 e 5.16, respectivamente. Sendo que, nessas figuras são apresentados os resultados com ρ_{3e0} e r_{min} iguais à $0,1$ e $0,025$mm, $0,1$ e $0,1$mm, $0,9$ e $0,025$mm, e $0,9$ e $0,1$mm, nas Figuras 5.12(a) e 5.16(a), 5.12(b) e 5.16(b), 5.12(c) e 5.16(c), e 5.12(d) e 5.16(d), respectivamente. As correspondentes topologias deformadas são mostradas nas Figuras 5.13 e 5.17. Nas Figuras 5.15 e 5.18 são mostrados a variação de ρ_{2J} e ρ_{3e} ao longo das camadas da região MGF.

Os resultados considerando Θ_{2S} iguais à 50% e 100% com valores de $\rho_{3e0} = 0,1$ e $r_{min} = 0,025$mm possuem a mesma estrutura flexível (ver Figuras 5.12(a) e 5.16(a)). Nesse caso, a configuração da estrutura flexível obtida pelo MOT é a que apresenta a melhor eficiência (maior deslocamento para o movimento de atuação e minimização do movimento acoplado) independente dos valores obtidos para ρ_{2J}, ρ_{3e} (ver Figuras 5.15(a) e 5.15(b), 5.18(a) e 5.18(b)), e a quantidade de material piezelétrico. O perfil das gradações obtidas foram alterados com a aplicação da função de projeção sobre a variável ρ_{2J}. Nos perfis apresentados na Figura 5.15(a), a função de projeção suavizou a distribuição de material, e dessa forma, não alterou o perfil da distribuição de ρ_{3e} (vervFigura 5.15(b)), e a restrição Θ_{2S} ficou ativa em 50%. Analisando e comparando os perfis de distribuição de ρ_{2J} e ρ_{3e} ilustrados nas Figuras 5.15(a) e 5.15(b), observa-se que houve a inversão do sentido da polarização das camadas inferiores da região MGF, e dessa forma, obteve-se o mesmo comportamento dos atuadores bilaminares. Essa característica impõe que as camadas superiores e inferiores da região MGF estendem e contraem, respectivamente, como mostrado nas Figuras 5.13(a) e 5.13(b). Para os perfis das Figura 5.15(c) e 5.15(d) houve o mesmo comportamento apresentado nos resultados mostrados nas Figuras 5.11(c) e 5.11(d), em que ocorre a inversão da distribuição do material piezocerâmico com o alumínio, com a aplicação da função de projeção. Dessa forma, as alterações influenciaram a maneira de deformar da região MGF, como mostrado nas Figuras 5.13(c) e 5.13(d).

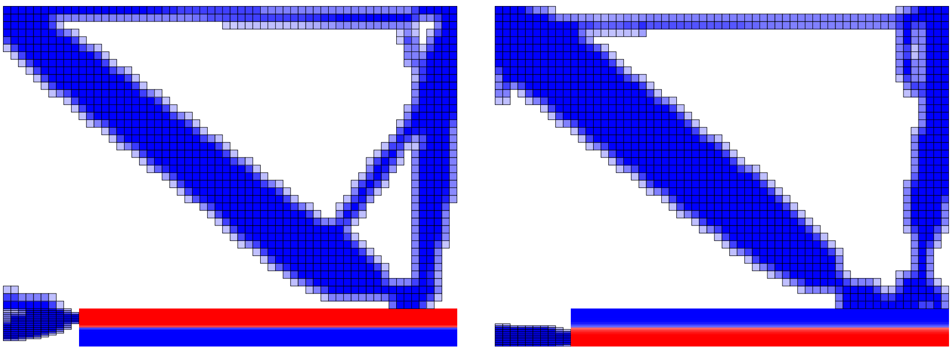
Os resultados considerando $\Theta_{2S} = 100\%$ e $\rho_{3e0} = 0,1$ apresentam o mesmo comportamento dos obtidos com $\Theta_{2S} = 50\%$ e $\rho_{3e0} = 0,1$, porém não é obtido piezocerâmicas gradadas, e considerando $\Theta_{2S} = 100\%$ e $\rho_{3e0} = 0,9$ os resultados para ρ_{2J} e ρ_{3e} têm o mesmo comportamento dos atuadores com piezocerâmicas homogêneas. No entanto, os resultados da Figura 5.18(c) mostram que a função de projeção eliminou as instabilidades, e nesse caso o resultado ótimo com a função de projeção é piezocerâmica homogênea. Dessa forma, as regiões piezocerâmicas deformam estendendo na direção 1 e contraindo na direção 3, como mostra as deformadas das Figuras 5.17(c) e 5.17(d). Os perfis de ρ_{2J} e ρ_{3e} com $\Theta_{2S} = 100\%$ e $\rho_{3e0} = 0,1$ apresentam o mesmo comportamento do atuador bilaminar, ou seja, a região MGF é homogênea (somente PZT5A) e as camadas superiores da região MGF apresentam campo elétrico invertido em relação as inferiores, e essa configuração é devido a otimização da variável ρ_{3e} (ver Figura 5.18(b)). Essa característica equivalente ao do atuador bilaminar está relacionado com o MOT não obter gradação com a restrição Θ_{2S} estando livre, pois os deslocamentos somente com material piezelétrico são maiores, no entanto, o método altera a distribuição de ρ_{3e} para obter deformação de flexão na região MGF, e conseqüentemente melhorar a eficiência dos resultados.

Na Figura 5.14 são ilustrados a tensão mecânica de von Mises para os resultados das Figuras 5.13(b) e 5.13(d). Na mesma figura é detalhado o campo de tensões mecânicas somente para as regiões MGFs, e verifica-se que nessas regiões os valores das tensões são baixas. Os pontos de concentrações de tensões mostrados nas Figuras 5.14(c) e 5.14(d) ocorrem devido ao acoplamento da estrutura flexível a região MGF. Portanto, as deformações por flexão geradas na estrutura MGF não eleva o nível das tensões mecânicas.



(a) $\rho_{3e} = 0,1$, $\beta_1 = 10^{-5}$ e $r_{min} =$ $0,025$mm

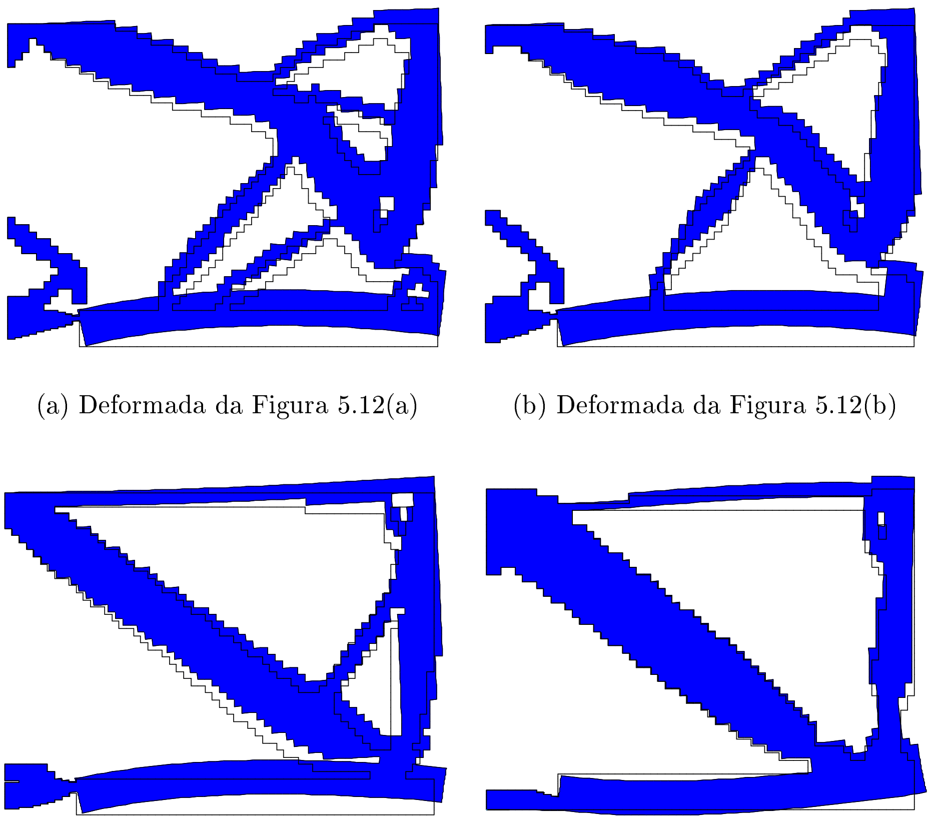
(b) $\rho_{3e} = 0,1$, $\beta_1 = 10^{-4}$ e $r_{min} =$ $0,1$mm



(c) $\rho_{3e} = 0,9$, $\beta_1 = 10^{-5}$ e $r_{min} =$ $0,025$mm

(d) $\rho_{3e} = 0,9$, $\beta_1 = 10^{-5}$ e $r_{min} =$ $0,1$mm

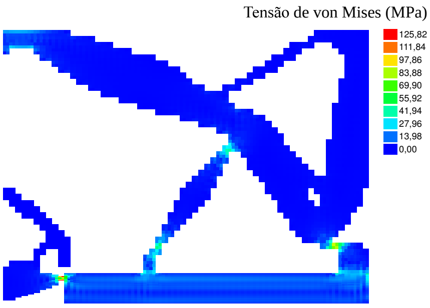
Figura 5.12: Topologia ótima obtida para o atuador com piezocerâmica MGF, considerando $\Theta_{2S} = 50\%$ (vermelho – região piezelétrica; azul – alumínio).



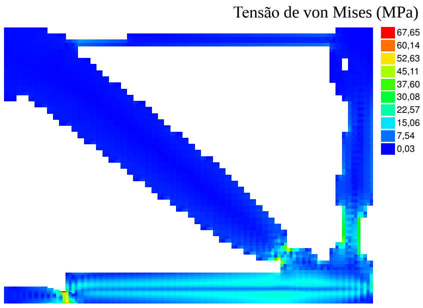
(a) Deformada da Figura 5.12(a) (b) Deformada da Figura 5.12(b)

(c) Deformada da Figura 5.12(c) (d) Deformada da Figura 5.12(d)

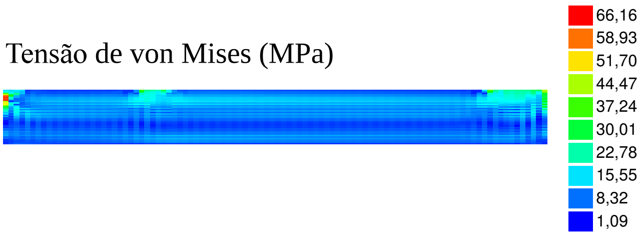
Figura 5.13: Deformadas das topologias pós-processadas da Figura 5.12.



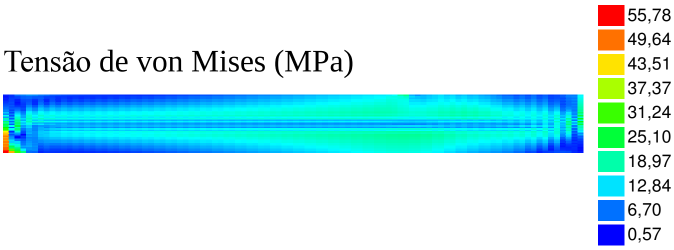
(a) Tensão de von Mises da Figura 5.13(b)



(b) Tensão de von Mises da Figura 5.13(d)

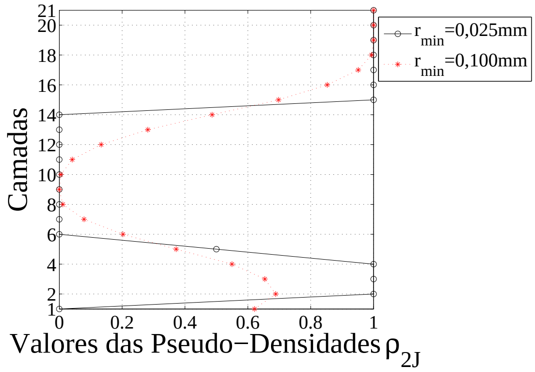


(c) Detalhe da região MGF da Fig. 5.14(a)

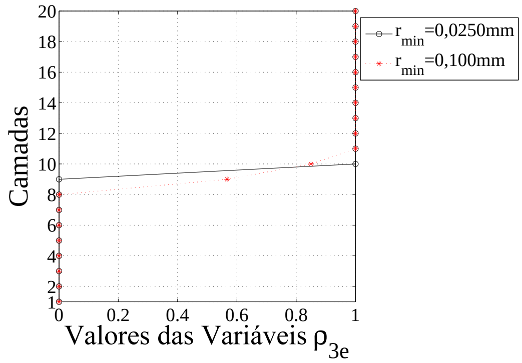


(d) Detalhe da região MGF da Fig. 5.14(b)

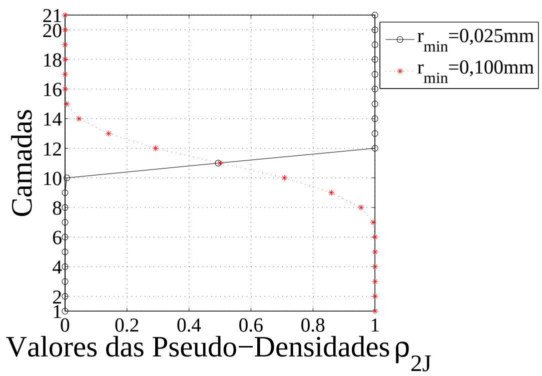
Figura 5.14: Tensões Mecânicas de von Mises.



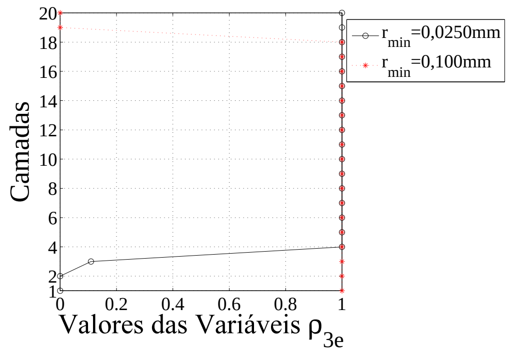
(a) ρ_{2J} das Figuras 5.12(a) e 5.12(b)



(b) ρ_{3e} das Figuras 5.12(a) e 5.12(b)

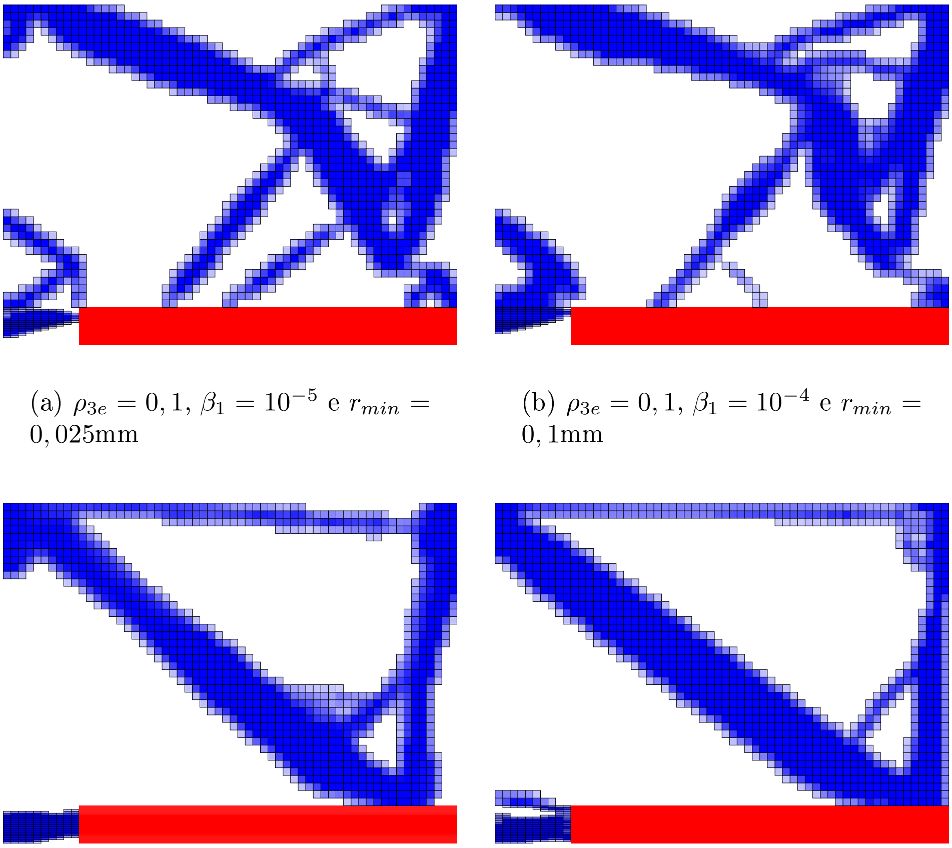


(c) ρ_{2J} das Figuras 5.12(c) e 5.12(d)



(d) ρ_{3e} das Figuras 5.12(c) e 5.12(d)

Figura 5.15: Perfil da gradação da Figura 5.12.



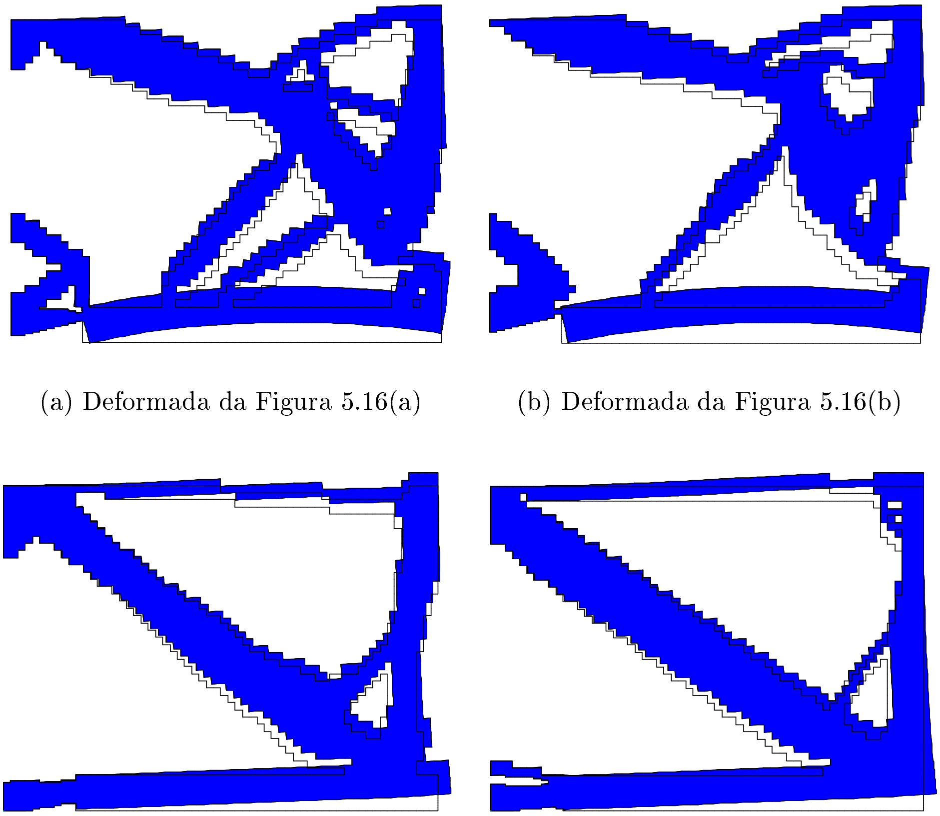
(a) $\rho_{3e} = 0,1$, $\beta_1 = 10^{-5}$ e $r_{min} =$ $0,025$mm

(b) $\rho_{3e} = 0,1$, $\beta_1 = 10^{-4}$ e $r_{min} =$ $0,1$mm

(c) $\rho_{3e} = 0,9$, $\beta_1 = 10^{-5}$ e $r_{min} =$ $0,025$mm

(d) $\rho_{3e} = 0,9$, $\beta_1 = 10^{-5}$ e $r_{min} =$ $0,1$mm

Figura 5.16: Topologia ótima obtida para o atuador com piezocerâmica MGF, considerando $\Theta_{2S} = 100\%$ (vermelho – região piezelétrica; azul – alumínio).



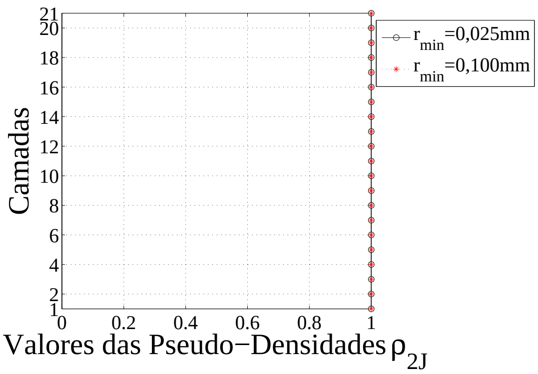
(a) Deformada da Figura 5.16(a)

(b) Deformada da Figura 5.16(b)

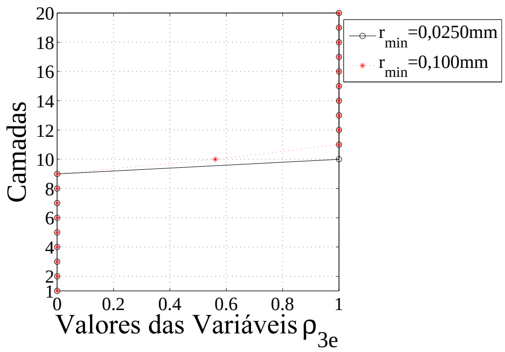
(c) Deformada da Figura 5.16(c)

(d) Deformada da Figura 5.16(d)

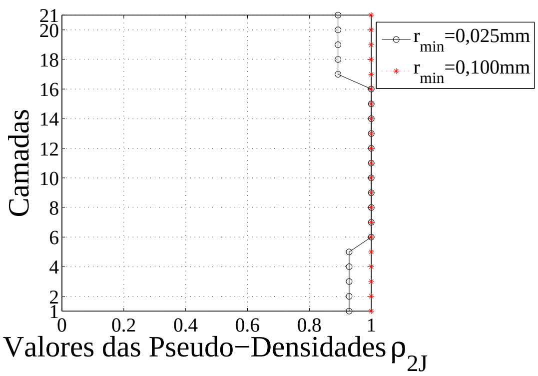
Figura 5.17: Deformadas das topologias pós-processadas da Figura 5.16.



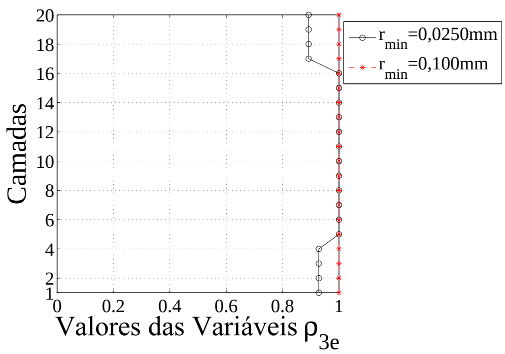
(a) ρ_{2J} das Figuras 5.16(a) e 5.16(b)



(b) ρ_{3e} das Figuras 5.16(a) e 5.16(b)



(c) ρ_{2J} das Figuras 5.16(c) e 5.16(d)



(d) ρ_{3e} das Figuras 5.16(c) e 5.16(d)

Figura 5.18: Perfil da gradação da Figura 5.16.

Tabela 5.3: Deslocamentos nas direções X e Y do ponto A da Figura 5.6, sendo E=400 V/mm e o fator de acoplamento dado por $R_{yx} = u_x/u_y$.

	Atuadores MGFs	u_x (nm)	u_y (nm)	R_{yx} (%)	Θ_{2S} (%)	ρ_{3e0}	β_1	r_{min} (mm)
Topologia Ótima	Fig. 5.12(a)	-8,53	655,40	1,30	50	0,1	10^{-5}	0,025
	Fig. 5.12(b)	-10,84	676,28	1,60	50	0,1	10^{-4}	0,1
	Fig. 5.12(c)	-0,84	361,23	0,23	50	0,9	10^{-5}	0,025
	Fig. 5.12(d)	-1,27	321,25	0,40	50	0,9	10^{-5}	0,1
	Fig. 5.16(a)	-2,45	908,87	0,27	100	0,1	10^{-5}	0,025
	Fig. 5.16(b)	-8,71	1048,23	0,83	100	0,1	10^{-4}	0,1
	Fig. 5.16(c)	-6,20	327,68	1,89	100	0,9	10^{-4}	0,025
	Fig. 5.16(d)	-0,63	419,83	0,15	100	0,9	10^{-5}	0,1
Topologia Pós-Processada	Fig. 5.13(a)	-18,64	514,10	3,63	50	0,1	10^{-5}	0,025
	Fig. 5.13(b)	-6,45	688,60	0,94	50	0,1	10^{-4}	0,1
	Fig. 5.13(c)	-5,50	319,27	1,72	50	0.9	10^{-5}	0,025
	Fig. 5.13(d)	-5,90	275,51	2,14	50	0.9	10^{-5}	0,1
	Fig. 5.17(a)	-0,94	462,30	0.20	100	0,1	10^{-5}	0,025
	Fig. 5.17(b)	-17,37	947,80	1,83	100	0,1	10^{-4}	0,1
	Fig. 5.17(c)	-0,60	382,51	0,16	100	0,9	10^{-4}	0,025
	Fig. 5.17(d)	-2,50	412,39	0,61	100	0,9	10^{-5}	0,1

Conclusões e Observações

Na Tabela 5.3 estão descritos os valores dos deslocamentos nas direções X e Y do ponto A (u_x e u_y, mostrados na Figura 5.6), considerando um campo elétrico aplicado de 400 V/mm.

Analisando a Tabela 5.3 concluí-se que os melhores resultados (maiores deslocamentos para o movimento de atuação e menores deslocamentos para o movimento acoplado) são obtidos quando a região MGF se deforma na flexão, e a melhor combinação dos resultados estudados é quando as variáveis d_{2I} e ρ_{3e} são otimizáveis. Com a variável ρ_{3e} otimizável foi possível observar que as piezocerâmicas MGFs geram movimentos de atuação da mesma ordem de grandeza, do que usando piezocerâmicas homogêneas, para apenas 50% em quantidade de material PZT5A. Com as variáveis d_{2I} e ρ_{3e} otimizáveis foi obtido um material MGF com a mesma característica dos atuadores bilaminares, resultando em maiores deslocamentos para o movimento de atuação, e com o movimento acoplado muito baixos, ou seja, as regiões MGFs com as mesmas características dos atuadores bilaminares tem o efeito da deformação por flexão aumentado. Pode-se concluir que os melhores resultados foram obtidos utilizando ρ_{3e0} iguais à $0,0$ ou $0,1$. Foi exatamente observando os resultados com $\rho_{3e} = 0$ que motivaram torná-la uma variável de projeto, o que permitiu ao MOT obter configurações com maiores deslocamentos desejados e com o mínimo deslocamento indesejado, pois, com a variável ρ_{3e} otimizável o método tem maior liberdade para encontrar a solução ótima.

A função de projeção permitiu obter uma distribuição contínua entre PZT5A e alumínio, principalmente na interface entre eles. Os valores dos deslocamentos principais na maioria dos exemplos estudados ficaram acima dos resultados sem projeção, e com valores para os deslocamentos acoplados da mesma ordem de grandeza. Para a interface entre a região MGF e a estrutura flexível há problemas de concentração de tensão, como mostrado na Figura 5.14. Uma possível solução para eliminar a concentração de tensão entre as interfaces região MGF/estrutura flexível é apresentada no Capítulo 7.

Porém, há problemas a serem resolvidos, o principal deles é a *escala de cinza* apresentada nas topologias das estruturas flexíveis. As *escalas de cinza* se não forem pós-processadas corretamente, podem gerar alta discrepância com os resultados obtidos pela OT.

A metodologia de projeto implementada neste trabalho permitiu analisar e determinar qual a melhor configuração das variáveis de projeto, para obter o material MGF com as melhores características, do que usando piezocerâmicas homogêneas.

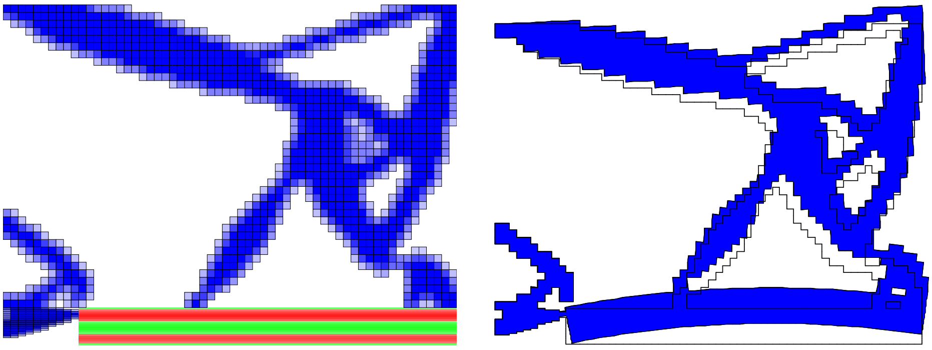
Piezocerâmicas MGFs Com Materiais Tipo 1 e Tipo 2

Nesse exemplo são distribuídos dois materiais com características piezelétricas diferentes na região MGF, com o objetivo de analisar o comportamento da estrutura flexível e da gradação. Os materiais são denominados de **tipo 1** e **tipo 2**. Os valores das propriedades dos materiais do **tipo 1** e **tipo 2** são calculados pelas expressões da Equação (5.31) (Almajid et al. 2001), utilizando o material PZT5A como material base ($\mathbf{C}_0$ e $\mathbf{e}_0$).

$$\mathbf{C}_1 = 4,375 * \mathbf{C}_0; \quad \mathbf{e}_1 = 2,5 * \mathbf{e}_0; \quad \mathbf{C}_2 = 0,1 * \mathbf{C}_0; \quad \mathbf{e}_2 = 0,6 * \mathbf{e}_0\,, \qquad (5.31)$$

onde $\mathbf{C}_0$ e $\mathbf{e}_0$ são os tensores elástico e piezelétrico, respectivamente do material PZT5A, cujas propriedades são dadas no Apêndice A.4.

Os resultados foram obtidos considerando os parâmetros $\Theta_{2S} = 50\%$, $\rho_{3e0} = 0,1$, $\beta_1 = 10^{-5}$ e $r_{min} = 0,1$mm. A topologia ótima e a deformada são mostradas nas Figuras 5.19(a) e 5.19(b), respectivamente. O perfil da gradação é mostrado na Figura 5.20. Os deslocamentos nas direções u_x e u_y no ponto A da Figura 5.6



(a) Topologia ótima (b) Deformada

Figura 5.19: Resultado obtido considerando piezocerâmica MGF, $\Theta_{2S} = 50\%$, $\rho_{3e0} = 0,1$, $\beta_1 = 10^{-5}$ e $r_{min} = 0,1$mm (vermelho – **tipo 1**; verde – **tipo 2**; azul – alumínio).

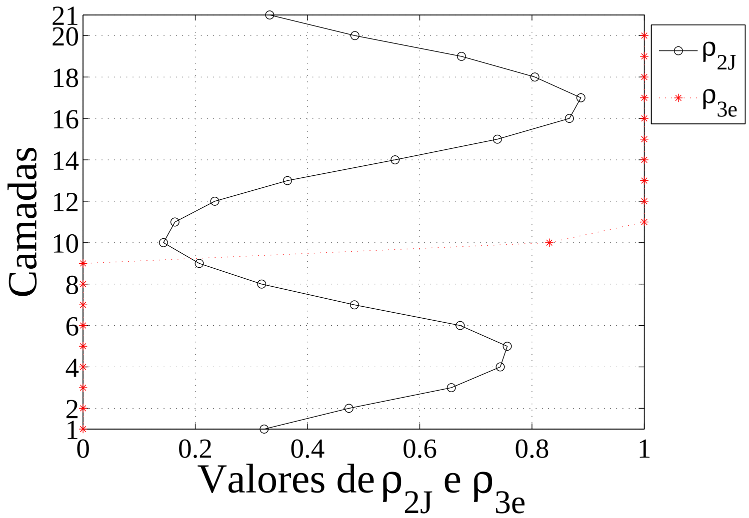


Figura 5.20: Perfil da gradação da Figura 5.16.

estão detalhados na Tabela 5.4.

Analisando a deformada verifica-se que a região MGF deforma por flexão, nesse exemplo principalmente, como ambos os materiais tem características piezelétricas, a distribuição ótima obtida para a variável ρ_{3e}, tem as características dos atuadores bilaminares.

5.3.2 Nanoposicionadores XY MGFs

O segundo projeto trata do desenvolvimento de nanoposicionadores XY MGFs. Para os nanoposicionadores XY MGFs são analisados o comportamento dos movimentos desejados e indesejados através das influências das piezocerâmicas MGFs e do valor inicial da variável ρ_{3e}. Como nos MAPs, neste trabalho também é considerado o domínio de projeto sendo simétrico (como

Tabela 5.4: Deslocamentos nas direções X e Y do ponto A da Figura 5.6, considerando E=400 V/mm.

Atuadores MGFs	u_x (nm)	u_y (nm)	R_{yx} (%)	Θ_{2S} (%)	ρ_{3e0}	β_1	r_{min} (mm)
Fig. 5.19(a)	-3,80	833,85	0,46	50	0,1	10^{-5}	0,1
Fig. 5.19(b)	-10,84	676,28	1,60	50	0,1	10^{-5}	0,1

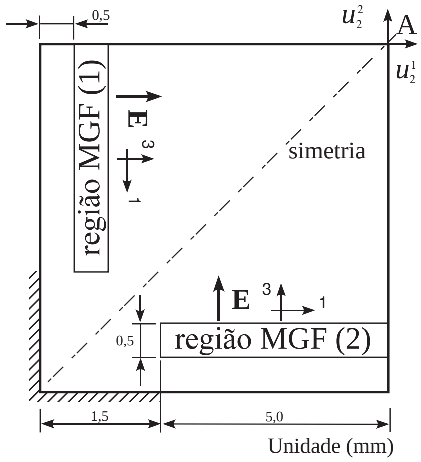


Figura 5.21: Domínio de Projeto do Nanoposicionador XY MGF.

mostrado na Figura 5.21), e portanto é aplicado restrição de simetria nas variáveis de projeto. O domínio de projeto é discretizado em 6400 elementos finitos com 6561 nós. As condições de contorno mecânicas e elétricas, e as posições das regiões MGFs fixas durante o processo de otimização estão descritas na Figura 5.21. Os seguintes parâmetros são considerados iguais para todos os exemplos, os coeficientes α_1 e α_2 iguais à $0,5$, e o coeficiente de peso w igual à $0,5$. A função de projeção é considerada ativa nos exemplos, considerando o raio mínimo de abrangência igual à 0,1mm.

Nos resultados dos nanoposicionadores XY MGFs constatou-se que ρ_{3e} não influencia nos resultados gerados pela OT, uma vez que a variável ρ_{3e} fica armazenada em mínimos locais e as soluções obtidas pelo MOT são as mesmas otimizando ou não-otimizando ρ_{3e}, ou seja, para valores de $\rho_{3e} = 0,0$ ou $\rho_{3e0} = 0,1$, e $\rho_{3e} = 1,0$ ou $\rho_{3e0} = 0,9$, os resultados obtidos são os mesmos. Desta forma, no projeto dos nanoposicionadores XY MGFs decidiu-se apresentar somente os resultados com $\rho_{3e0} = 0,9$ (variável otimizável), pois nesse projeto, o resultado natural da otimização é com a direção da polarização sendo a mesma do campo elétrico, como mostrado nos próximos resultados.

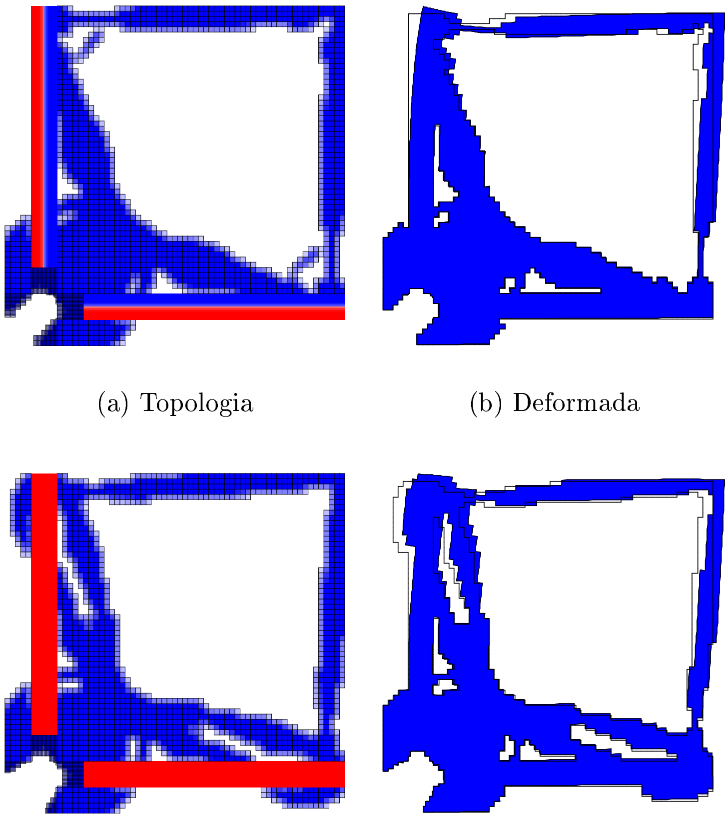
Tabela 5.5: Valores dos deslocamento no ponto A da Figura 5.21, considerando $E = 400$V/mm, $\rho_{3e} = 0,1$, $\beta = 0,0$ e $r_{min} = 0,1$mm.

	nanoposicionador XY	u_y (nm)	u_x (nm)	R_{yx} (%)	Θ_{2S} (%)
Topologia	Fig. 5.22(a)	17,21	356,01	4,83	50
ótima	Fig. 5.22(c)	71,88	477,21	15,06	100
Topologia	Fig. 5.22(b)	16,02	296,89	5,40	50
Pós-Processada	Fig. 5.22(d)	82,28	528,95	15,56	100

Material Piezelétrico MGF com ρ_{3e} Otimizável

Os resultados obtidos para as topologias considerando $\Theta_{2S} = 50\%$ e $\Theta_{2S} = 100\%$ estão ilustrados nas Figuras 5.22(a) e 5.22(c), respectivamente. As deformadas das topologias pós-processadas são mostradas nas Figuras 5.22(b) e 5.22(d) para $\Theta_{2S} = 50\%$ e $\Theta_{2S} = 100\%$, respectivamente, da mesma forma para a distribuição dos valores de ρ_{2J} e ρ_{3e} ao longo das camadas são mostradas nas Figuras 5.23(a) e 5.23(b), respectivamente.

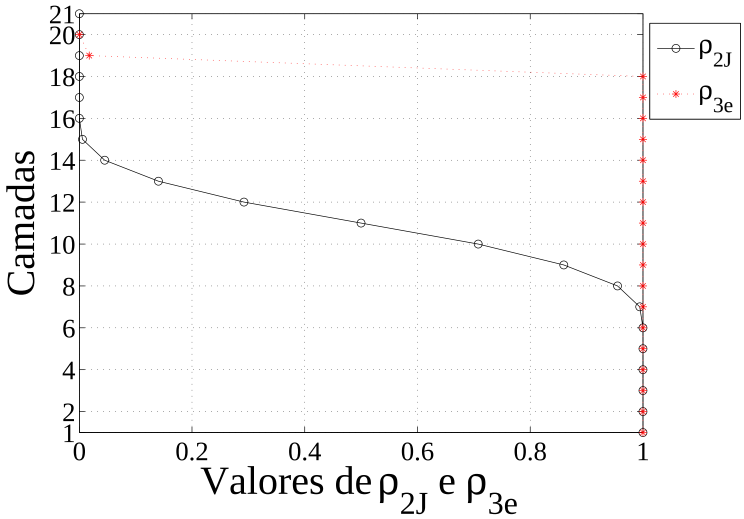
O resultado da Figura 5.22(c) é uma piezocerâmica homogênea, no entanto, apresenta uma região de material separada da estrutura multi-flexível que está ligada à piezocerâmica homogênea, que combinada com a estrutura multi-flexível induz numa deformação por flexão da região MGF (ver Figura 5.22(d)), e semelhante ao resultado da Figura 5.22(b). Analisando os valores dos deslocamentos dados na Tabela 5.5, verifica-se que o movimento de atuação da Figura 5.22(c) é 34% maior do que o da Figura 5.22(a), considerando uma diferença de 50% na quantidade de material piezelétrico. No entanto, a Figura 5.22(a) apresenta um movimento acoplado 76% menor. Como nos resultados anteriores, a função de projeção permite obter resultados contínuos e com uma interface entre os materiais bem definida.



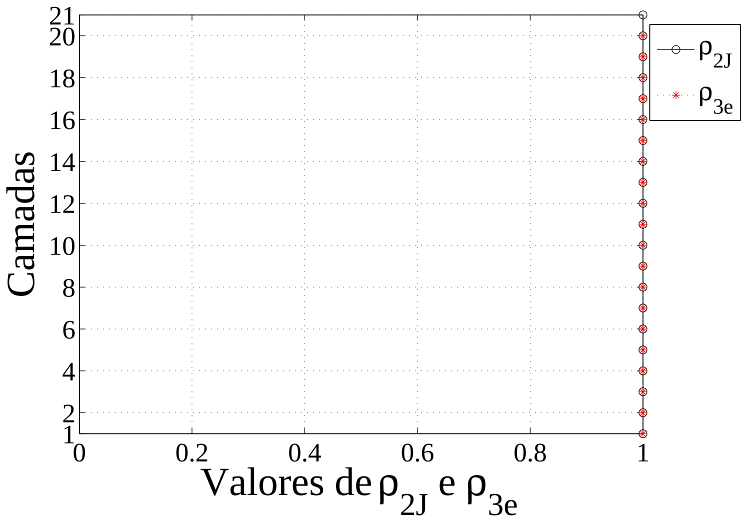
(a) Topologia (b) Deformada

(c) Topologia (d) Deformada

Figura 5.22: Resultado obtido considerando piezocerâmica MGF, $\Theta_{2S} = 50\%$, $\rho_{3e} = 1,0$ e $\beta_1 = 0,0$.



(a) Perfil de gradação da Figura 5.22(a)



(b) Perfil de gradação da Figura 5.22(c)

Figura 5.23: Perfil da gradação das pseudo densidades ρ_{2J} e da variável de projeto ρ_{3e}.

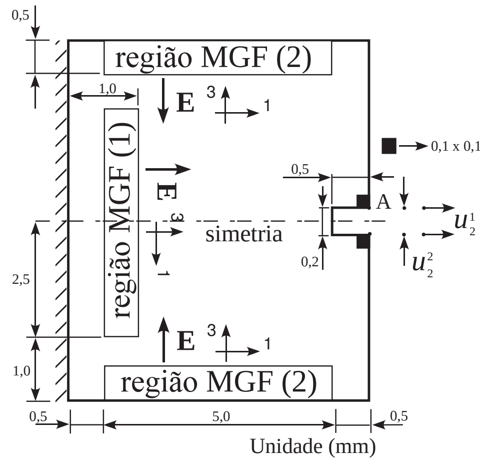


Figura 5.24: Domínio de projeto da micro-garra MGF.

5.3.3 Micro-Garra com Piezocerâmicas MGF

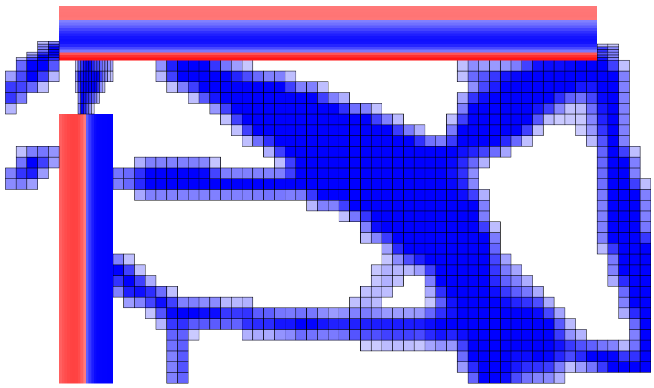
O terceiro exemplo dos MAPs MGFs é denominado de micro-garra MGF, e consiste no projeto mais complexo desenvolvido nesse capítulo, pois o domínio de projeto têm três regiões de piezocerâmicas MGFs, sendo que duas regiões MGFs geram o movimento de abrir e fechar da microgarra, e a outra região MGF é responsável pelo posicionamento da direção X, da microgarra. Dessa forma, esse exemplo tem por objetivo mostrar que o método implementado é robusto para obter resultados com parâmetros de projeto complexos.

A configuração da geometria, e dos carregamentos e restrições mecânicas e elétricas são mostrados na Figura 5.24. Porém será utilizado no software de OT somente a metade do domínio de projeto ilustrado na Figura 5.24, devido a simetria do domínio de projeto. A vantagem dessa modelagem é obter a simetria nos movimentos de atuação para as partes superiores e inferiores. O domínio de projeto é discretizado em 3750 elementos finitos, com 3876 nós. Os materiais do domínio de projeto são o alumínio (a ser distribuído na estrutura multi-flexível e nas regiões MGFs) e o PZT5A (somente nas regiões MGFs). Os valores dos parâmetros utilizados na OT e fixos para os exemplos analisados são α_1 e α_2, w, todos iguais à $0,5$. Neste projeto o parâmetro Θ_{2S_i} é designado para cada região MGF. A variável ρ_{3e} é considerada otimizável, e nesse caso é possível ter quatro combinações, que são $0,1$ e $0,1$, $0,0$ e $0,1$, $0,1$ e $0,9$, $0,9$ e $0,9$, respectivamente para as regiões MGFs Θ_{2S_1} e Θ_{2S_2}. Portanto será apresentado somente a combinação $\rho_{3e_1} = 0,1$ e $\rho_{3e_2} = 0,1$ devido aos melhores resultados obtidos. Os exemplos analisados consideram a influência do parâmetro β_i para $\Theta_{2S_i} = 50\%$, considerando a função de projeção ativa com valores de r_{min} igual à 0,1mm. Então, no primeiro exemplo considerou $\beta_i = 0,0$ e no segundo $\beta_i = 10^{-5}$, como descrito no texto abaixo.

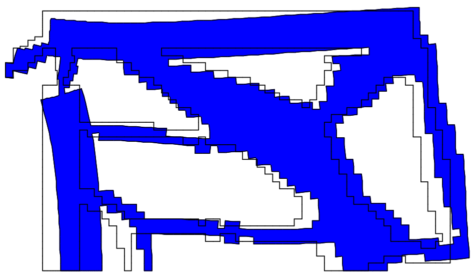
Os resultados obtidos para $\beta_i = 0,0$ e $\beta_i = 10^{-5}$ estão apresentados nas Figuras 5.25 e 5.27, respectivamente, onde estão ilustrados a topologia ótima e as deformadas obtidas a partir do pós-processamento das mesmas. O perfil da distribuição de ρ_{2J} e ρ_{3e} estão ilustrados nas Figuras 5.26 e 5.28 para as regiões MGFs Θ_{2S_1} e Θ_{2S_2} para o primeiro e segundo exemplo, respectivamente.

Analisando os resultados, concluí-se que o fator de minimização do movimento acoplado β influencia na topologia da estrutura multi-flexível, e no perfil das gradações. A função de projeção permitiu obter perfis de gradação contínuos para a variável ρ_{2J}. Os resultados das variáveis ρ_{3e} ilustrados nas Figuras 5.26(b) e 5.28(b) mostram que, para a região MGF 1 os resultados convergiram para 0,0 e para a região MGF 2 para 1,0, apesar que os resultados com $\beta > 0,0$ não ficaram nos extremos (0-1), no entanto, os valores dos deslocamentos principais foram maiores, do que os com $\beta = 0,0$. Em ambos os exemplos, a porcentagem de material com propriedades 100% piezocerâmica foi baixa, se comparado com os atuadores MGFs anteriores, o que gerou baixos valores para os deslocamentos principais, como mostrados na Tabela 5.6.

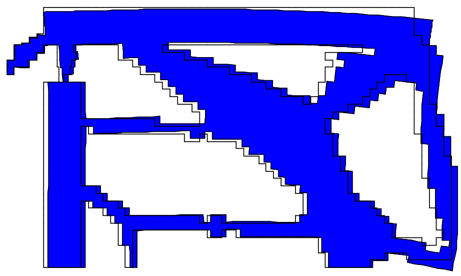
O perfil da gradação da região MGF 1 gerou uma deformação de flexão maior na Figura 5.25(b) do que na Figura 5.27(b), porém com sentido diferente entre as deformações. Para a região MGF 2 houve uma deformação mais acentuada para o resultado da Figura 5.27(c) do que na Figura 5.25(c). Essas diferenças na forma das deformadas são evidentes devido a mudança nas gradações de ρ_{2J} para $\beta_i = 0,0$ e $\beta_i = 10^{-5}$, independente do movimento de atuação. Portanto, a melhor resposta, considerando os aspectos de eficiência, foram obtidas para os resultados com $\beta > 0,0$.



(a) Topologia



(b) Movimento em X



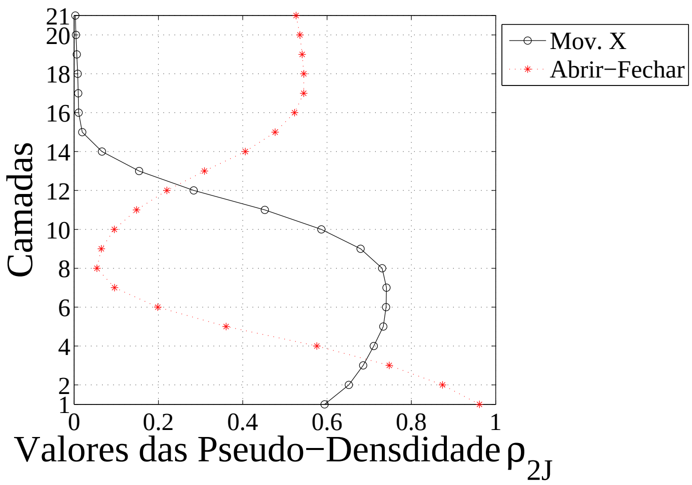
(c) Movimento de Fechar

Figura 5.25: Resultados da micro-garras MGFs considerando $\beta = 0,0$.

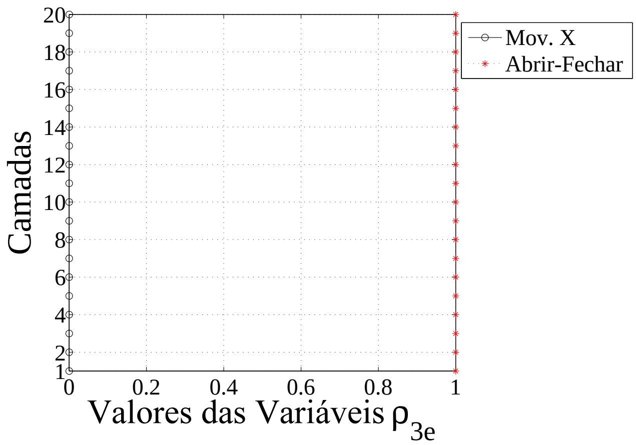
Tabela 5.6: Valores dos deslocamentos nas direções X e Y no A (u_1 e u_2 representam os valores dos deslocamento do movimento de atuação e o acoplado, respectivamente) da Figura 5.24 para um campo elétrico de 400 V/mm.

Microgarra MGF	Movimento X			Abrir/Fechar			β_i
	U_1 (nm)	U_2 (nm)	R_1 (%)	U_1 (nm)	U_2 (nm)	R_2 (%)	
Fig. 5.25(a)($\mathbf{t}_2^i$)	92,76	26,71	28,79	-104,86	-17,34	16,54	0.0
Fig. 5.27(a)($\mathbf{t}_2^i$)	98,54	2,53	2,57	-135,15	-6,72	4,97	0.0
Fig. 5.25(b) e 5.25(c)	$242,29$	$-3,63$	$1,50$	$-238,09$	$-4,00$	$1,68$	10^{-5}
Fig. 5.27(b) e 5.27(c)	$217,78$	$-1,19$	$0,54$	$-239,83$	$-2,58$	$1,08$	10^{-5}

U_1 (nm): Movimento de atuação (desejado).
U_2 (nm): Movimento acoplado (indesejado).

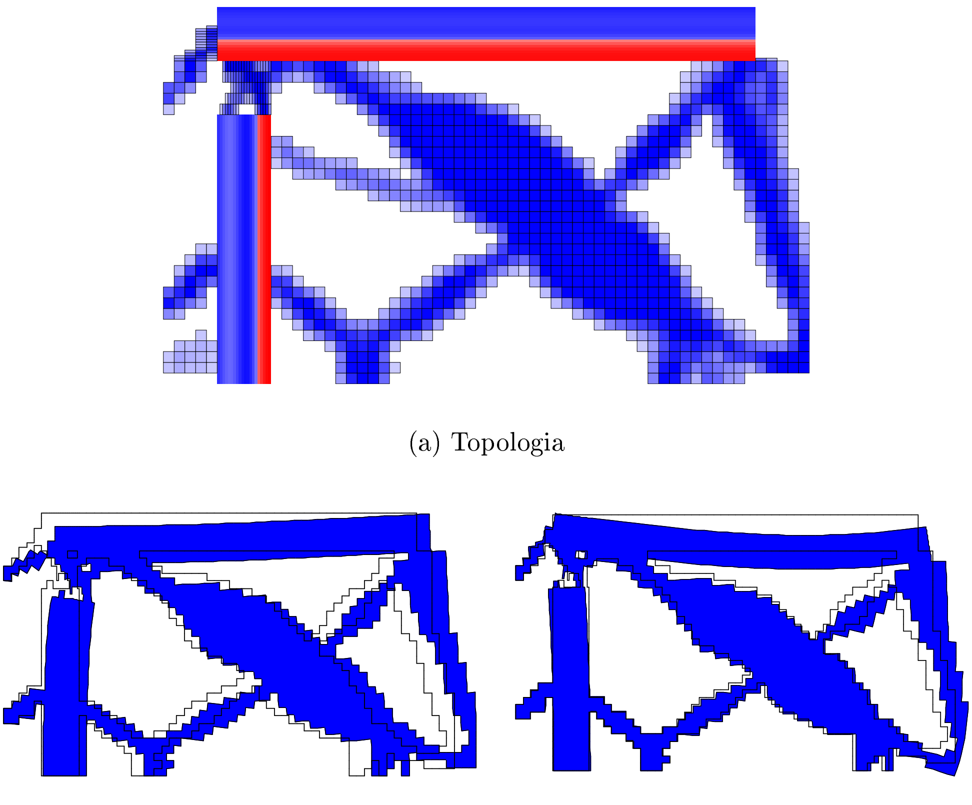


(a)



(b)

Figura 5.26: Perfis de gradação do material MGF da Figura 5.25(a).

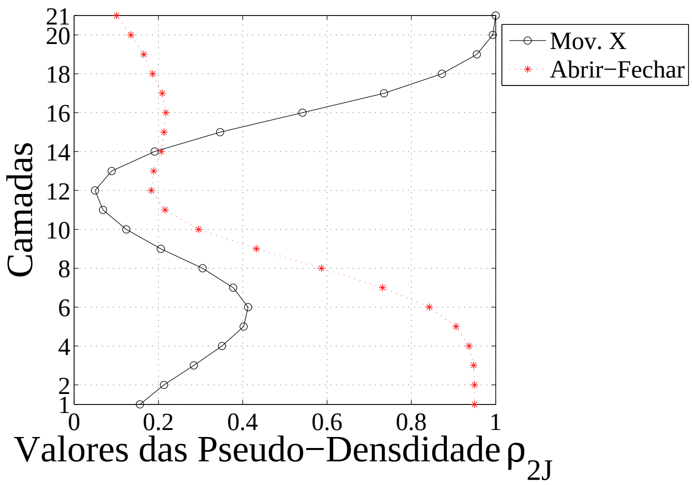


(a) Topologia

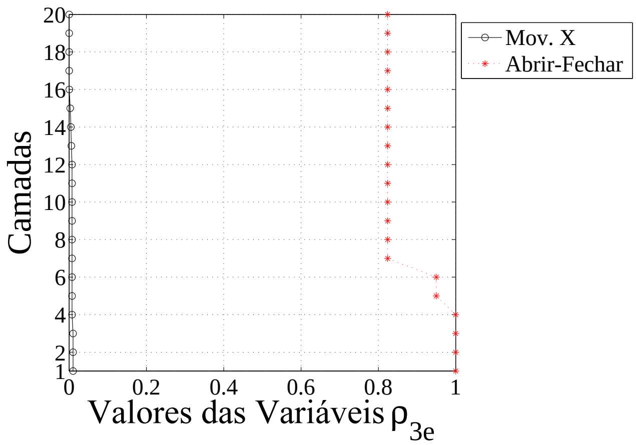
(b) Movimento em X

(c) Movimento de Fechar

Figura 5.27: Resultados da micro-garras MGFs considerando $\beta = 10^{-5}$.



(a)



(b)

Figura 5.28: Perfis de gradação do material MGF da Figura 5.27(a).

6 Projeto dos Bilaminares MGFs

A grande motivação para aplicar o conceito MGF no projeto de atuadores com piezocerâmcias MGFs está no aumento da vida útil (Zhu & Meng 1995, Ballato et al. 2001, Qiu et al. 2003). Os atuadores piezelétricos denominados bilaminares são tradicionalmente compostos de três camadas de materiais, sendo a camada intermediária de material não-piezocerâmicas, e as outras duas de materiais piezelétricos. Na montagem, por exemplo, os eletrodos são configurados de modo que o campo elétrico entre as camadas piezelétricas estejam invertidos e com a mesma direção de polarização. Esta configuração combina o modo de deformar entre as camadas piezelétricas gerando maiores deslocamentos.

Na literatura, o padrão clássico no desenvolvimento de piezocerâmicas MGFs aplicado ao projeto atuadores bilaminares é o mostrado na Figura 6.1, onde a gradação é dada ao longo da espessura (mesma direção do campo elétrico e da direção de polarização). A gradação é obtida variando gradualmente a distribuição entre as camadas de material piezelétrico e não-piezelétrico (Zhu & Meng 1995, Qiu et al. 2003, Chen et al. 2003), ou seja, cada camada possui uma dada composição de material. Trata-se de um tema atual e muito explorado na comunidade científica (Zhu & Meng 1995, Almajid et al. 2001, Zhifei 2002, Taya et al. 2003, Elka et al. 2004, Shi & Chen 2004, Ying & Zhifei 2005).

Os trabalhos desenvolvidos por Almajid et al. (2001) Taya et al. (2003) motivaram este capítulo, pelo fato dos métodos empregados para obter a gradação de material serem baseados na intuição do projetista. Estes trabalhos estudaram as principais características que influem no projeto, que são o aumento dos deslocamentos e o campo das tensões mecânicas, e desta forma, baseando-se na maximização dos deslocamentos pretende-se obter a melhor distribuição de material na estrutura MGF. Portanto, nesse trabalho decidiu-se aplicar o MOT para obter de forma genérica e sistemática a gradação ótima dos materiais na matriz MGF.

Assim, neste capítulo o MOT é aplicado para encontrar conjuntamente

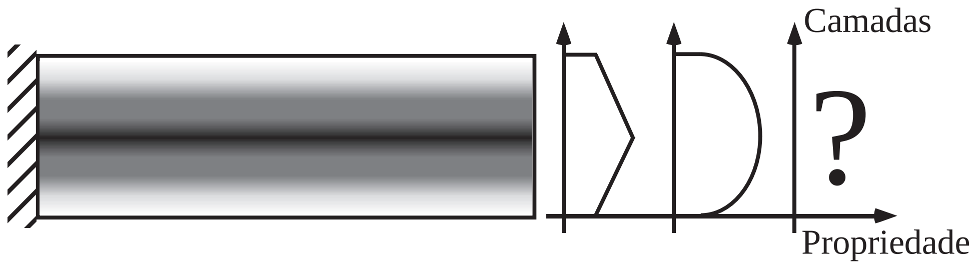


Figura 6.1: Gradação ótima na piezocerâmica MGF.

a gradação ótima entre dois materiais (piezelétrico e não-piezelétrico, ou piezelétrico−piezelétrico), e o sentido ótimo da polarização, de tal modo, a obter maiores deslocamentos ou força durante a atuação. Dessa forma, há duas opções de projeto, a primeira obtém somente a gradação ótima do bilaminar MGF, e a segunda, obtém conjuntamente a gradação ótima e o sentido ótimo da polarização, ambos os problemas são obtidos utilizando a formulação desenvolvida neste capítulo.

A formulação empregada foi baseada nas formulações dos LOMPs (ver Capítulo 4) e MAPs MGFs (ver Capítulo 5), ou seja, da formulação dos LOMPs utilizou-se a mesma definição do problema de OT com o conceito de piezocerâmicas MGFs dos MAPs MGFs. Assim, de forma resumida, será detalhado somente os pontos principais, que são a formulação contínua e discreta do problema de OT, e os resultados numéricos, dados nas Seções 6.1, 6.2 e 6.3, respectivamente. Como na formulação dos MAPs MGFs também é utilizada a função de projeção desenvolvida por Guest et al. (2004), e detalhada na Seção 6.2.

6.1 Formulação Contínua do Problema de OT para o Projeto dos Bilaminares MGFs

No projeto dos bilaminares MGFs são definidos duas variáveis, $\rho_1(\mathbf{x})$ e $\rho_2(\mathbf{x})$, onde $\rho_1(\mathbf{x})$ são as pseudo-densidades que definem as propriedade do material a ser distribuído no domínio de projeto, e $\rho_2(\mathbf{x})$ definem o sentido ótimo entre o campo elétrico e a polarização, ambas as variáveis foram descritas na Seção 5.2.1.

Portanto, o problema contínuo de otimização é definido por:

$$
\begin{aligned}
&\text{Maximizar:} && \mathcal{F}(\rho_1, \rho_2) \\
&\rho_1(\mathbf{x}),\ \rho_2(\mathbf{x}) && \\
&\text{tal que:} && \mathbf{t}_3 = -\mathbf{t}_2 \quad (\Gamma_{\mathbf{t}_3} = \Gamma_{\mathbf{t}_2}) \\
& && \mathbf{t}_4 \cdot \mathbf{t}_2 = 0 \quad (\Gamma_{\mathbf{t}_4} = \Gamma_{\mathbf{t}_2}) \\
& && A(\mathbf{u}_1, \mathbf{v}_1) + B(\phi_1, \mathbf{v}_1) = 0 \\
& && B(\varphi_1, \mathbf{u}_1) - C(\phi_1, \varphi_1) = 0 \\
& && \text{para } \mathbf{u}_1, \phi_1 \in V_a \text{ e } \forall \mathbf{v}_1,\ \forall \varphi_1 \in V_a \\
& && A(\mathbf{u}_3, \mathbf{v}_3) + B(\phi_3, \mathbf{v}_3) = L_t(\mathbf{t}_3, \mathbf{v}_3) \\
& && B(\varphi_3, \mathbf{u}_3) - C(\phi_3, \varphi_3) = 0 \\
& && \text{para } \mathbf{u}_3, \phi_3 \in V_c \text{ e } \forall \mathbf{v}_3,\ \forall \varphi_3 \in V_c \\
& && 0 \leq \rho_1(\mathbf{x}) \leq 1 \\
& && 0 \leq \rho_2(\mathbf{x}) \leq 1 \\
& && \Theta(\rho_1) = \textstyle\int_S \rho_1 dS - \Theta_1 \leq 0
\end{aligned}
\tag{6.1}
$$

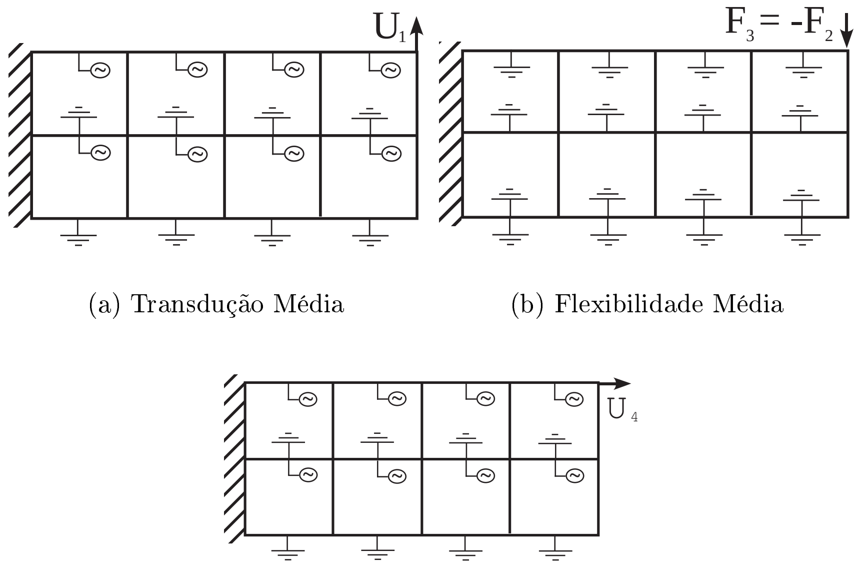
sendo que, S é o domínio de projeto, Θ é a quantidade de material piezelétrico ou material **tipo 1** no domínio de projeto, e Θ_1 é a restrição a quantidade de material piezelétrico ou material **tipo 1** em S. As demais restrições são as equações de equilíbrio do meio piezelétrico e elástico (ver Seção A.1), para os diferentes casos de carregamento.

A sensibilidade na forma contínua é a mesma desenvolvida para os LOMPs (ver Seção 4.1.1), desde que não se considere a distribuição de vazio no domínio S. Na formulação discreta será utilizado o mesmo modelo de material dos MAPs MGFs definido nas regiões MGFs, como mostrado na próxima seção.

6.2 Formulação Discreta do Problema de OT para o Projeto dos Bilaminares MGFs

Nesta formulação discreta será apresentada a formulação do problema de OT, com a adição da função de projeção definida anteriormente na Seção 5.2.4, e descrita para o problema atual na Seção 6.2.1. No texto abaixo será descrito resumidamente a formulação discreta do problema definido na Equação (6.1).

Será utilizado o mesmo modelo de material e campo elétrico definidos nas Seções 5.2.1 e 4.2.1 para os MAPs MGFs e LOMPs, respectivamente, bem como, as formulações dadas nas Seção 4.2.3, para a transdução média, flexibilidade média, função restrição de acoplamento e função multi-objetivo.



(a) Transdução Média (b) Flexibilidade Média

(c) Restrição de Acoplamento

Figura 6.2: Casos de carregamentos para o cálculo da função multi-objetivo aplicada aos bilaminares MGFs.

Portanto, o problema final de otimização na forma discreta é dado por:

$$
\begin{array}{lll}
\text{Maximizar:} & \mathcal{F}\left(d_{1I}, \rho_{2e}\right) & \\
d_{1I}, \rho_{2e} & & \\
\text{tal que:} & \{\mathbf{F}_3\} = -\{\mathbf{F}_2\} \quad (\Gamma_{\mathbf{t}_3} = \Gamma_{\mathbf{t}_2}) & \\
& \{\mathbf{F}_4\}^t \{\mathbf{F}_2\} = 0 \quad (\Gamma_{\mathbf{t}_4} = \Gamma_{\mathbf{t}_2}) & \\
& [\mathcal{K}_1]\{\mathcal{U}_1\} = \{\mathcal{Q}_1\} & \\
& [\mathcal{K}_3]\{\mathcal{U}_3\} = \{\mathcal{Q}_3\} & \\
& 0 \leq \rho_{1I} \leq 1 & I = 1..N_{des} \\
& 0 \leq \rho_{2e} \leq 1 & e = 1..NEL \\
& \sum_{i=1}^{N_{des}} \rho_{1I} V_I - \Theta_1 \leq 0 &
\end{array}
\qquad (6.2)
$$

onde, V_I é uma aproximação do volume do elemento para o nó de cada elemento finito, o parâmetro N_{des} é o número de nós nas interfaces das camadas MGFs, e NEL é o número de camadas de elementos finitos, ambos no domínio de projeto. As pseudo-densidade ρ_{1I} e ρ_{2e} são definidas como uma única variável para cada camada de nós e elementos da malha de elementos finitos, respectivamente, como mostrado na Figura 5.3.

O cálculo dos carregamentos da transdução média, flexibilidade média, e função restrição de acoplamento são mostrados respectivamente nas Figuras 6.2(a), 6.2(b) e 6.2(c).

6.2.1 Função de Projeção Aplicada aos Bilaminares MGFs

A função de projeção utilizada no projeto dos bilaminares MGFs é a mesma da empregada nos MAPs MGFs (ver Seção 5.2.4). Nesse projeto, a técnica de projeção é aplicada na pseudo-densidade ρ_{1I}, e similar aos MAPs MGFs é definido uma função que relaciona ρ_{1I} com a variável de projeto d_{1I}, dada por:

$$\rho_{1I} = f(d_{1I}) \tag{6.3}$$

como na Seção 5.2.4 é definido um raio mínimo de abrangência r_{min} dado por:

$$w\left(x_j - x_i\right) = \begin{cases} \frac{r_{min}-r_{ij}}{r_{min}} & \text{se } x_j \in S_i \\ 0 & r_{ij} \geq r_{min} \end{cases} \tag{6.4}$$

no entanto, r_{ij} é a distância entre as camadas de nós j e i.

Portanto, com a adição de uma função linear de projeção é necessário redefinir o problema de OT descrito anteriormente por:

$$\begin{array}{lll} \text{Maximizar:} & \mathcal{F}\left(d_{1I}, \rho_{2e}\right) & \\ d_{1I},\ \rho_{2e}(\mathbf{x}) & & \\ \text{tal que:} & \left\{\mathbf{F}_3\right\} = -\left\{\mathbf{F}_2\right\} \quad \left(\Gamma_{\mathbf{t}_3} = \Gamma_{\mathbf{t}_2}\right) & \\ & \left\{\mathbf{F}_4\right\}^t \left\{\mathbf{F}_2\right\} = 0 \quad \left(\Gamma_{\mathbf{t}_4} = \Gamma_{\mathbf{t}_2}\right) & \\ & \left[\mathcal{K}_1\right]\left\{\mathcal{U}_1\right\} = \left\{\mathcal{Q}_1\right\} & \\ & \left[\mathcal{K}_3\right]\left\{\mathcal{U}_3\right\} = \left\{\mathcal{Q}_3\right\} & \\ & 0 \leq d_{1I} \leq 1 & I = 1..N_{des} \\ & 0 \leq \rho_{2e} \leq 1 & e = 1..NEL \\ & \sum_{i=1}^{N_{des}} \rho_{1I}\left(d_{1I}\right) V_I - \Theta_1 \leq 0 & \end{array} \tag{6.5}$$

Lembrando que, o cálculo da sensibilidade com a função de projeção é o mesmo descrito na Seção 5.2.4.

6.2.2 Implementação Numérica dos Bilaminares MGFs

O fluxograma ilustrado na Figura 6.3 descreve a estrutura do algoritmo implementado em linguagem C para resolver o problema de otimização, como detalhado na Apêndice D.

Os valores iniciais das variáveis de projeto são uniformes ou aleatórios dependendo do estudo realizado, como descrito na Seção 6.3. A variável de projeto d_{1I} têm seus valores definidos para cada interface entre as camadas de MGF, sendo iguais para todos os nós da mesma interface. A variável de projeto

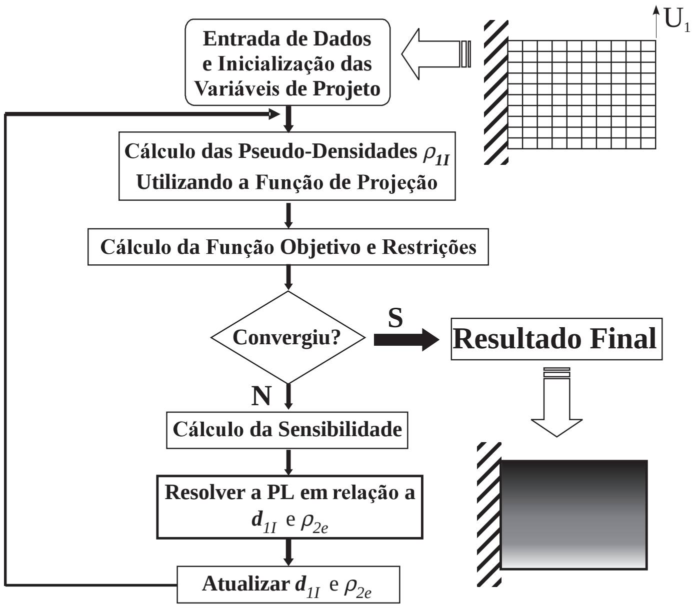


Figura 6.3: Fluxograma do método implementado para o projeto de Bilaminares MGFs.

ρ_{2e} têm seus valores definidos para cada camada da região MGF, sendo iguais para todos os elementos finitos da mesma camada.

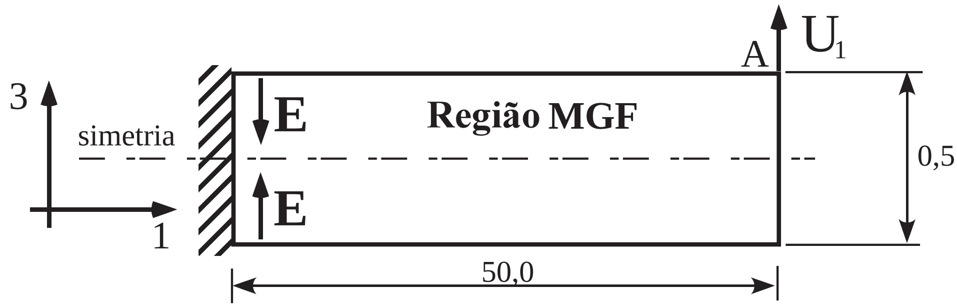
Os limites superiores e inferiores para cada variável de projeto são dados por:

$$0,0 = d_{1I_{min}} \leq d_{1I} \leq d_{1I_{max}} = 1,0 \tag{6.6}$$

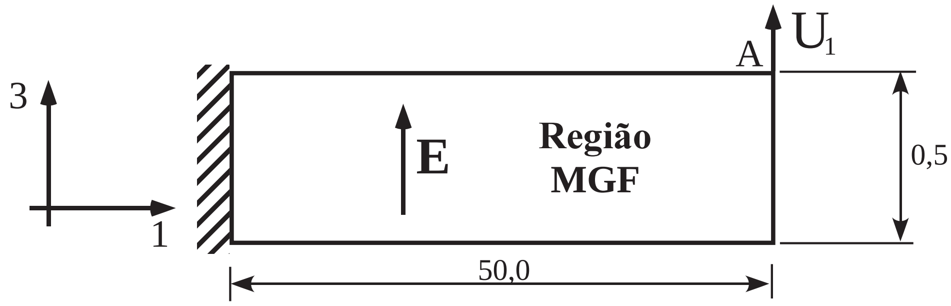
$$0,0 = \rho_{2e_{min}} \leq \rho_{2e} \leq \rho_{2e_{max}} = 1,0 \tag{6.7}$$

6.3 Resultados Numéricos

Os resultados numéricos dos bilaminares MGFs foram obtidos utilizando duas abordagens para a obtenção da gradação ótima que forneça a máxima deflexão. A primeira abordagem considera o domínio de projeto sendo simétrico, ou seja, os campos elétricos aplicados são opostos nas regiões MGFs superiores e inferiores (ver Figura 6.4(a)), porém em ambos os casos o sentido da polarização é a 3. Além disso, no MOT somente a variável de projeto d_{1I} relacionado com a pseudo-densidade ρ_{1I} é otimizada, como mostrado na Figura 6.5(a). Portanto com esta abordagem é obtida uma gradação simétrica ótima para a região MGF. A segunda abordagem considera o sentido do campo elétrico otimizável, e, desta forma, o domínio de projeto passa a ser não-simétrico, e o projeto é definido utilizando duas variáveis de projeto d_{1I} (relacionada com a pseudo-densidade



(a) Domínio com Restrição de Simetria



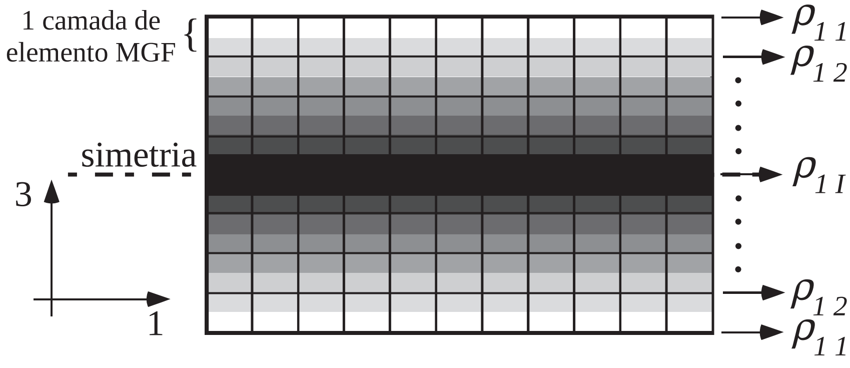
(b) Domínio sem Restrição de Simetria

Figura 6.4: Domínios de Projeto.

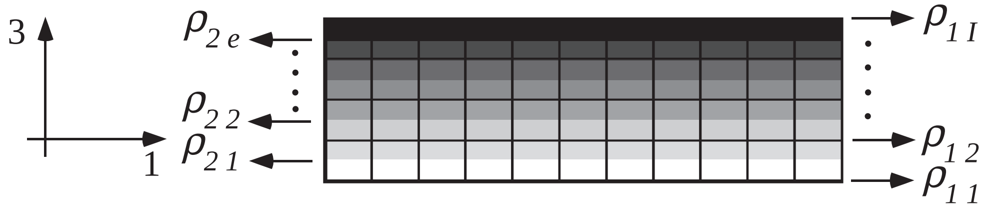
ρ_{1I}) e ρ_{2e}, como mostrados nas Figuras 6.4(b) e 6.5(b), no qual, deseja-se obter simultaneamente a distribuição ótima dos materiais na região MGF e o sentido ótimo para o campo elétrico. As regiões MGFs são compostas de materiais PZT5A e ouro, ambas as propriedades são descritos no Apêndice A.4.

Os domínios de projeto são discretizados em 10.500 elementos finitos (a malha é retangular com 500×21 elementos). Portanto, o domínio de projeto possui 21 camadas de elementos, resultando em ρ_{1I} e ρ_{2e} iguais à 21 e 22, respectivamente, como mostrado na Figura 6.5. A formulação do MEF considera elementos bi-dimensionais utilizando o EPDM. Para todos os exemplos abordados neste capítulo são considerados fixos os seguintes parâmetros: campo elétrico com intensidade igual à 420 V/mm; coeficiente β é considerado igual à $0,0$; e valor inicial das variáveis de projeto d_{1I} e ρ_{2e} iguais à $0,45$ e $0,1$, respectivamente.

Portanto, o domínio de projeto como mostrado na Figura 6.5(a) é simétrico. Assim, aplicando uma campo elétrico constante e opostos entre as regiões superiores e inferiores do domínio de projeto, para o mesmo sentido de polarização, impõe-se uma restrição de simetria nas variáveis de projeto, e neste caso o sentido do campo não é variável de projeto. Já no segundo caso, ilustrado na Figura 6.5(b), não é imposto uma restrição de simetria nas variáveis de



(a) Caso Simétrico



(b) Caso Não-Simétrico

Figura 6.5: Arranjo da gradação das pseudo-densidades.

projeto, e dessa forma o MOT obtém conjuntamente a gradação ótima e o sentido ótimo entre o campo elétrico e a polarização, e resultados assimétricos podem ser obtidos. Para minimizar a influência dos problemas de instabilidades inerentes ao MOT é implementado uma função de projeção linear que permite eliminar as descontinuidades na gradação de material (Guest et al. 2004).

Os resultados apresentados nas sub-seções abaixo foram obtidos variando os parâmetros w e Θ_1. A primeira considera w e Θ_1 iguais à $0,2$ e $50-100\%$, respectivamente. Na seqüência com valores iguais à $0,5$ e 50%, e finalmente, considerando w e Θ_1 iguais à $1,0$ e $50-100\%$, respectivamente. Desta forma, pretende-se obter diferentes gradações para diferentes valores de w, e verificar o comportamento da restrição de material piezelétrico na OT, como detalhado nos textos a seguir.

6.3.1 Resultados Obtidos Considerando $w = 0,2$

Para valor de w igual à $0,2$ espera-se obter uma estrutura MGF mais rígida, do que comparadas com valores de w maiores, ou seja, espera-se obter deflexão menor e conseqüentemente uma maior força de atuação. Serão obtidos resultados considerando $\Theta_1 = 50\%$ e $\Theta_1 = 100\%$ para domínios simétricos e não-simétricos,

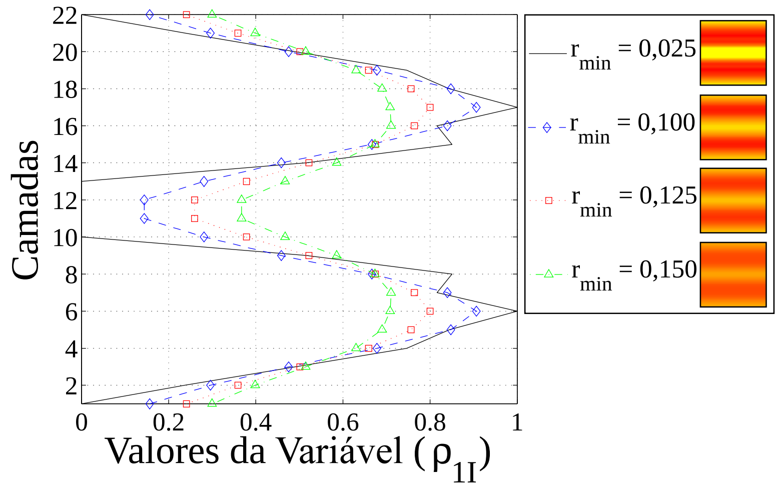
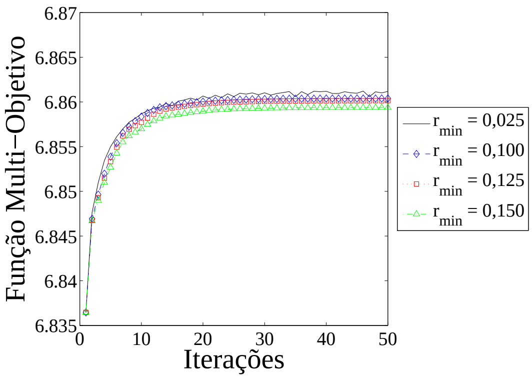


Figura 6.6: Gradação ótima simétrica obtida considerando $w = 0,2$ e $\Theta_1 = 50\%$.

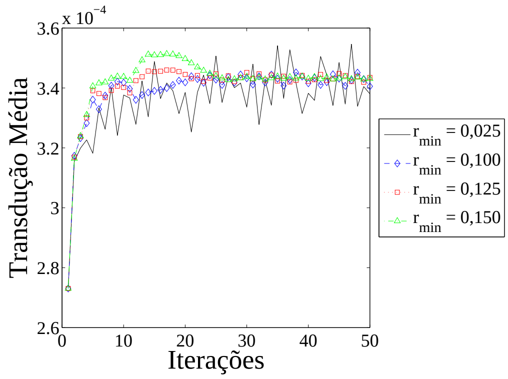
respectivamente, e com o raio da função de projeção abrangendo 1, 4, 5 e 6 elementos, que representam respectivamente em unidade dimensional valores iguais à $0,025mm$, $0,100mm$, $0,120mm$ e $0,140mm$, sendo que, para o valor igual à $0,025mm$ a função de projeção não está ativa, como descritos a seguir:

MGF Simétrico com $\Theta_1 = 50\%$

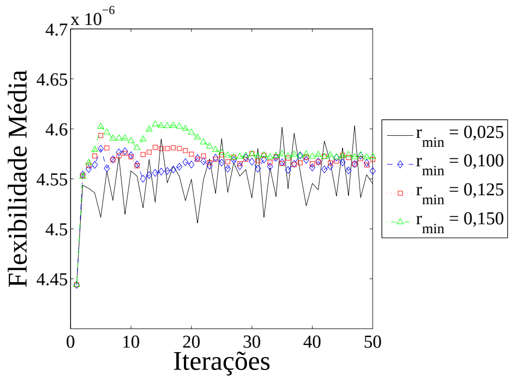
Os resultados obtidos considerando $w = 0,2$, $\Theta_1 = 50\%$ e MGF simétrico são mostrados na Figura 6.6. O perfil da gradação obtida é próxima a distribuição padrão do bilaminar comercial, que é uma camada de piezocerâmica nas extremidades e material metálico no centro, porém neste resultado a distribuição é contínua, e a principal diferença está nas extremidades, onde o material gradado tem caráter metálico. Analisando o comportamento da gradação observa-se que, a função de projeção suaviza a gradação com o aumento do valor do raio, permitindo obter uma distribuição de material suave, quando compara-se o resultado considerando $r_{min} = 0$ para os demais. Os gráficos de convergência da Figura 6.6 são dados nas Figuras 6.7(a) à 6.7(c), respectivamente para a função multi-objetivo, transdução média e flexibilidade média. Analisando os gráficos de convergência, nota-se que, a função de projeção reduz as oscilações com o aumento do raio de abrangência. Os valores da transdução média e flexibilidade média representam os deslocamentos gerados, como descrito nas Figuras 6.2(a) e 6.2(b), respectivamente.



(a) Função Multi-Objetivo



(b) Transdução Média



(c) Flexibilidade Média

Figura 6.7: Gráficos de convergência da Figura 6.6.

MGF Não-Simétrico com $\Theta_1 = 50\%$

Os resultados ilustrados na Figura 6.8 foram obtidos considerando $w = 0,2$, $\Theta_1 = 50\%$ e MGF não-simétrico. A Figura 6.8(a) mostra a variação do ângulo entre o campo elétrico e a polarização, e observa-se que o resultado são semelhantes a configuração dada na Figura 6.5(a), ou seja, a piezocerâmica MGF contrai na parte superior e estende na inferior devido a inversão do campo elétrico. As respostas da Figura 6.8(a) são não-simétricas, mas com características semelhantes aos resultados simétricos ilustrados na Figura 6.6.

A função de projeção além reduzir as oscilações da variável ρ_1, também permite obter respostas próximas aos resultados simétricos. Os gráficos de convergência são dados na Figura 6.9. A transdução média e flexibilidade média apresentam instabilidades para os resultados com $r_{mim} = 0,025$mm, e para os demais valores de r_{mim} a função de projeção reduz as oscilações bruscas.

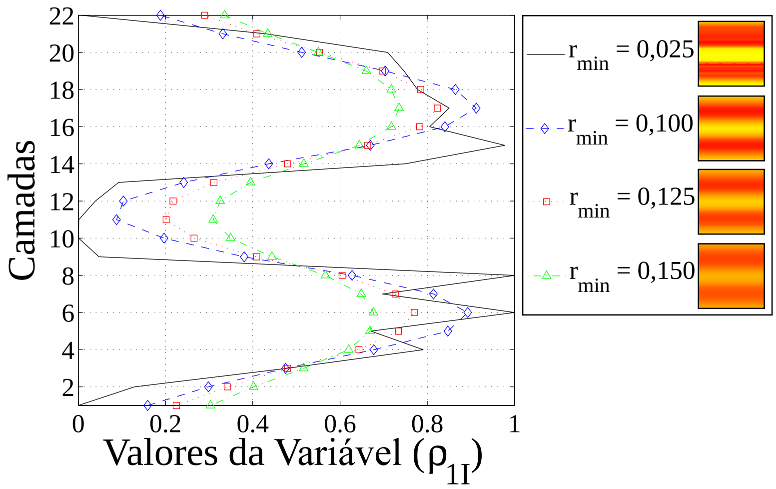
MGF Simétrico com $\Theta_1 = 100\%$

Os resultados obtidos com $w = 0,2$ e $\Theta_1 = 50\%$ terminaram com a restrição de material piezelétrico ativa. Por isto, é importante analisar os resultados obtidos considerando a restrição Θ_1 em 100%, e então será possível verificar se uma distribuição MGF é obtida naturalmente.

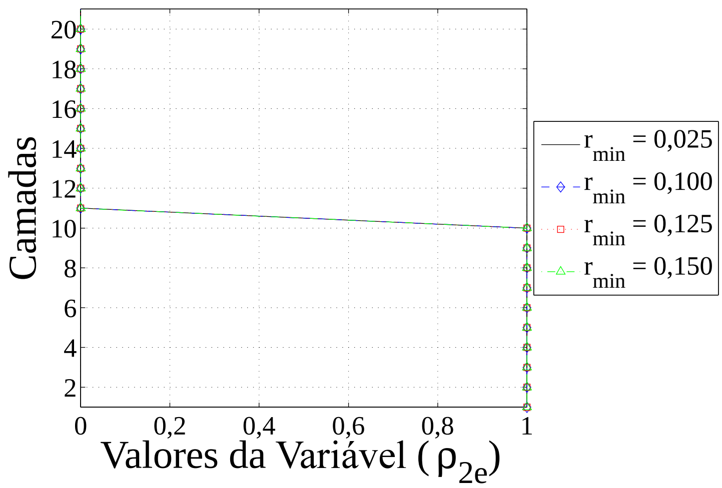
Os resultados da Figura 6.10 mostram que a restrição em Θ_1 não ficou ativa, e portanto, o resultado apresenta uma gradação MGF natural. A gradação obtida concentra material piezelétrico no centro e material metálico nas extremidades, e com uma região de transição bem suave e definida, devido a função de projeção. Os gráficos de convergência são dados nas Figuras 6.11(a) à 6.11(c), respectivamente para a função multi-objetivo, transdução média e flexibilidade média.

MGF Não-Simétrico com $\Theta_1 = 100\%$

Os resultados ilustrados nas Figura 6.12 foram obtidos considerando $w = 0,2$, $\Theta_1 = 100\%$ e MGF não-simétrico. Para estes resultados são válidas as mesmas observações para $w = 0,2$, $\Theta_1 = 50\%$ e MGF não-simétrico. A gradação obtida apresenta as mesmas características do perfil MGF dos resultados simétricos considerando $w = 0,2$ e $\Theta_1 = 100\%$. Os gráficos de convergência são apresentados na Figura 6.13.

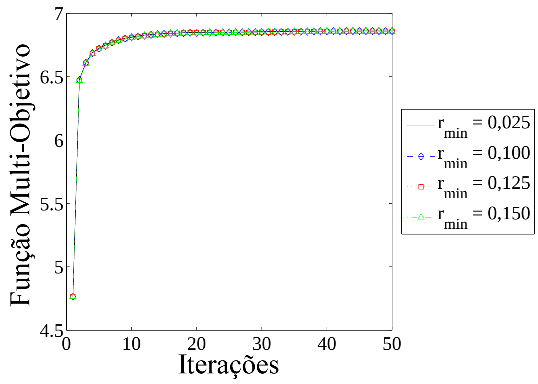


(a) Perfil de distribuição da pseudo-densidade ρ_{1I}

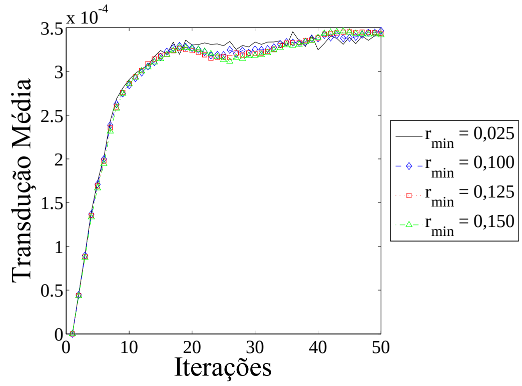


(b) Perfil de distribuição da variável de projeto ρ_{2e}

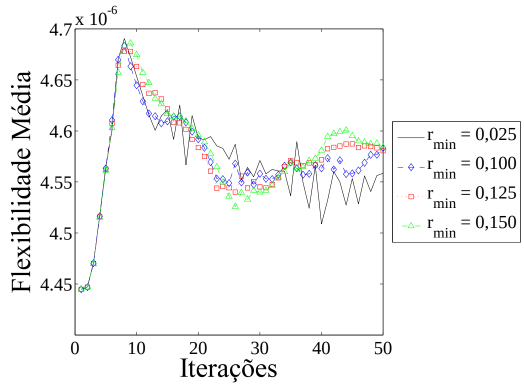
Figura 6.8: Gradação ótima não-simétrica obtida considerando $w = 0,2$ e $\Theta_1 = 50\%$.



(a) Função Multi-Objetivo



(b) Transdução Média



(c) Flexibilidade Média

Figura 6.9: Gráficos de convergência da Figura 6.8.

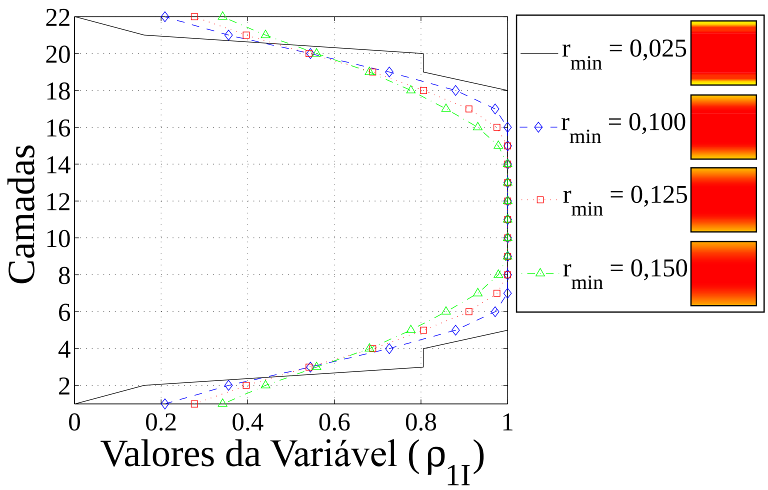
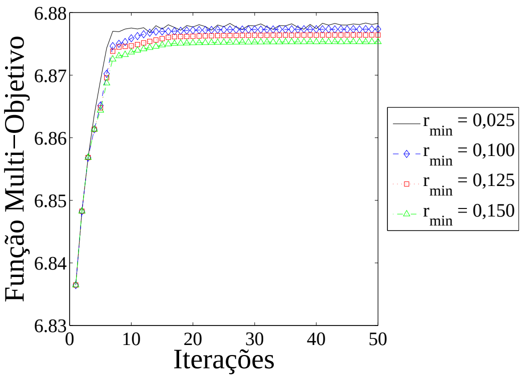
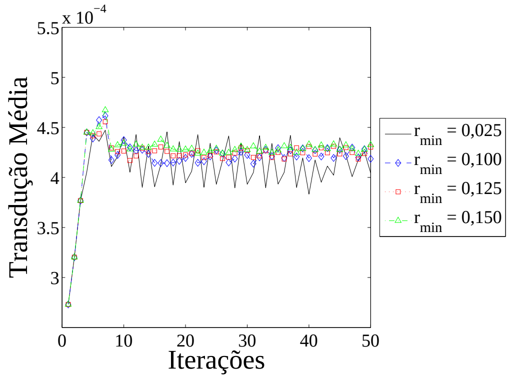


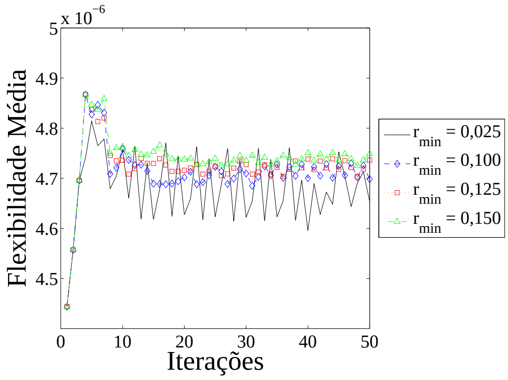
Figura 6.10: Gradação ótima simétrica obtida considerando $w = 0,2$ e $\Theta_1 = 100\%$.



(a) Função Multi-Objetivo

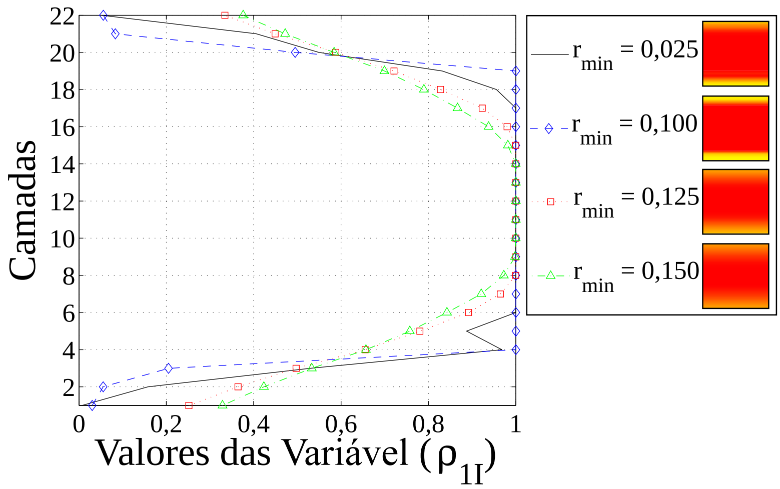


(b) Transdução Média

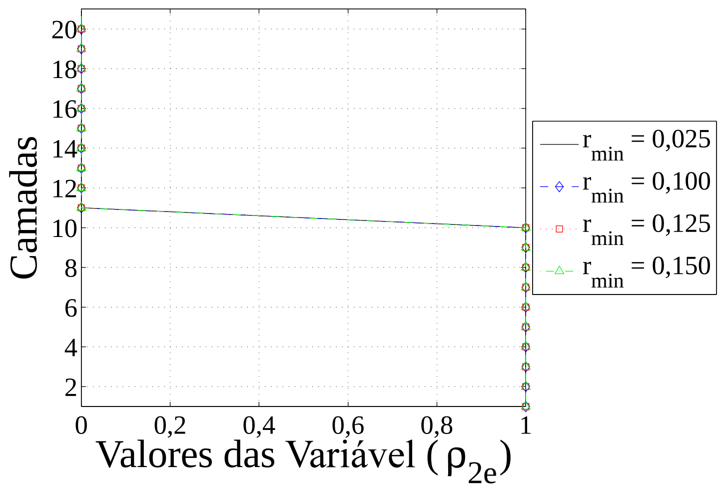


(c) Flexibilidade Média

Figura 6.11: Gráficos de convergência da Figura 6.10.

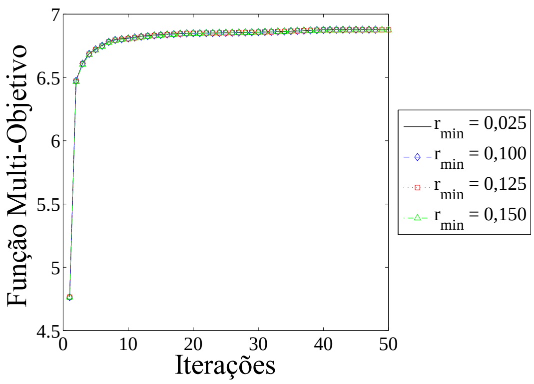


(a) Perfil de distribuição da pseudo-densidade ρ_{1I}

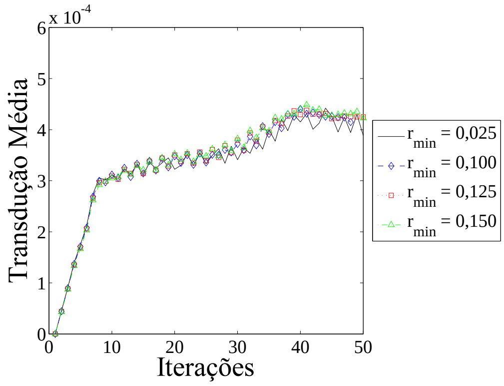


(b) Perfil de distribuição da variável de projeto ρ_{2e}

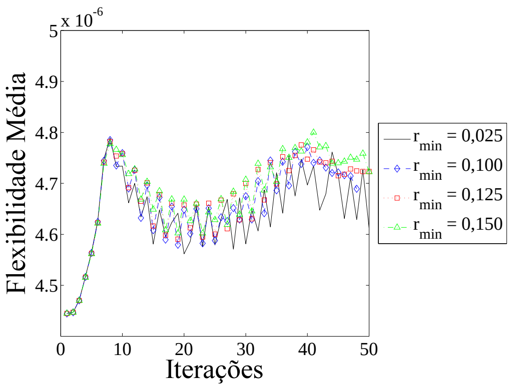
Figura 6.12: Gradação ótima não-simétrica obtida considerando $w = 0,2$ e $\Theta_1 = 100\%$.



(a) Função Multi-Objetivo



(b) Transdução Média



(c) Flexibilidade Média

Figura 6.13: Gráficos de convergência da Figura 6.12.

Tabela 6.1: Valores dos deslocamentos gerados para $w = 0,2$.

Bilaminar MGF	$u_z(mm)$	w	$\Theta_1\%$	$r_{min}(mm)$
Figura 6.7(b)	0,338	0,2	50	0,025*
	0,341	0,2	50	0,1
	0,343	0,2	50	0,125
	0,343	0,2	50	0,15
Figura 6.9(b)	0,341	0,2	50	0,025*
	0,346	0,2	50	0,1
	0,344	0,2	50	0,125
	0,342	0,2	50	0,15
Figura 6.11(b)	0,404	0,2	100	0,025*
	0,419	0,2	100	0,1
	0,430	0,2	100	0,125
	0,432	0,2	100	0,15
Figura 6.13(b)	0,388	0,2	100	0,025*
	0,415	0,2	100	0,1
	0,425	0,2	100	0,125
	0,422	0,2	100	0,15

* projeção não-ativa.

Conclusões e Observações

Analisando os valores dos deslocamentos obtidos para os resultados com $w = 0,2$ descritos na Tabela 6.1, em relação aos parâmetros analisados, concluí-se que os resultados simétricos e não-simétricos apresentam valores de deslocamentos muito próximos, e obviamente os deslocamentos obtidos com o parâmetro $\Theta_1 = 100\%$ são maiores do que os com $\Theta_1 = 50\%$. Quanto ao raio de abrangência da função de projeção, de maneira geral, pode-se concluir que $r_{min} > 0,025$ geram maiores deslocamentos, além de reduzir os problemas de descontinuidades.

6.3.2 Resultados obtidos considerando $w = 0,5$

Para w igual à $0,5$ são obtidos resultados considerando $\Theta_1 = 50\%$ e $\Theta_1 = 100\%$ simétricos e não-simétricos. No entanto, os resultados com $w = 0,5$ e $\Theta_1 = 50\%$ são semelhantes aos com $w = 1,0$ e $\Theta_1 = 50\%$, e os resultados com $w = 0,5$ e $\Theta_1 = 100\%$ são iguais aos com $w = 1,0$ e $\Theta_1 = 100\%$. Desta forma, serão apresentados para $w = 0,5$ somente os resultados com $\Theta_1 = 50\%$ simétricos e não-simétricos, como descritos a seguir.

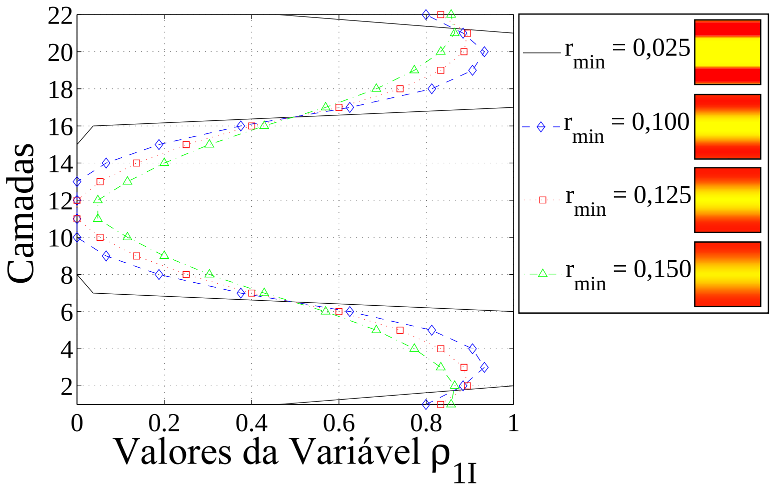


Figura 6.14: Gradação ótima simétrica obtida considerando $w = 0,5$ e $\Theta_1 = 50\%$.

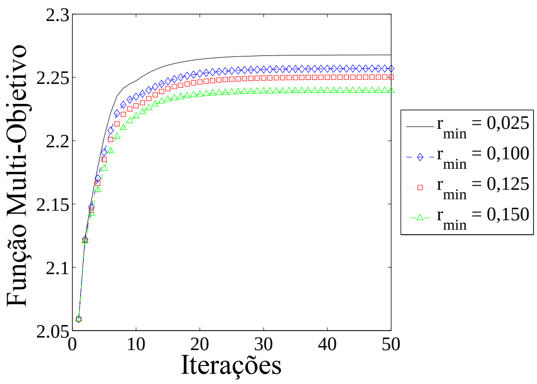
MGF Simétrico

Os resultados apresentados na Figura 6.14 possuem perfis de gradação diferentes dos da Figura 6.6, ou seja, os resultados da Figura 6.14 possuem uma quantidade maior de material piezelétrico nas extremidades do que os da Figura 6.6, e na região central há uma quantidade maior de material elástico nos resultados da Figura 6.6 do que nos da Figura 6.14. Estas diferenças são devido ao aumento da flexibilidade causado pelo aumento do coeficiente w, sendo que em ambos os exemplos a restrição Θ_1 está ativa.

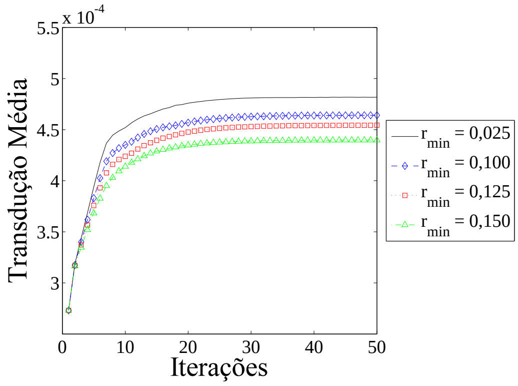
Os gráficos de convergência são dados nas Figuras 6.15(a) à 6.15(c), e observa-se que, para $w = 0,5$ não há oscilações nos gráficos de convergência, e o gráfico de convergência da transdução média mostra uma diminuição dos deslocamentos com o aumento do raio de abrangência da função de projeção. Desta forma, quanto mais acentuada a distribuição de material maior é o deslocamento, o que é facilmente observado no resultado sem o efeito da função de projeção, ou seja, para $r_{min} = 0,025mm$ onde não há transição entre material piezelétrico e metálico. Estas observações não são válidas para $w = 0,2$, pois para $w = 0,5$ a OT fornece um resultado com maior deslocamento.

MGF Não-Simétrico

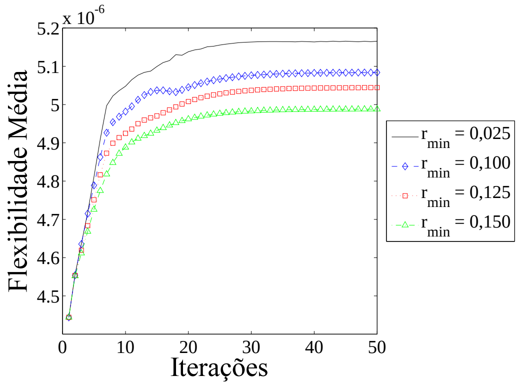
Para $w = 0,5$, $\Theta_1 = 50\%$ e MGF não-simétrico são obtidos os resultados da Figura 6.16(a). Novamente observa-se que a função de projeção recupera o caráter simétrico do problema e permite obter resultados com uma gradação mais suave. Os gráficos de convergência ilustrados na Figura 6.17 mostram que neste



(a) Função Multi-Objetivo

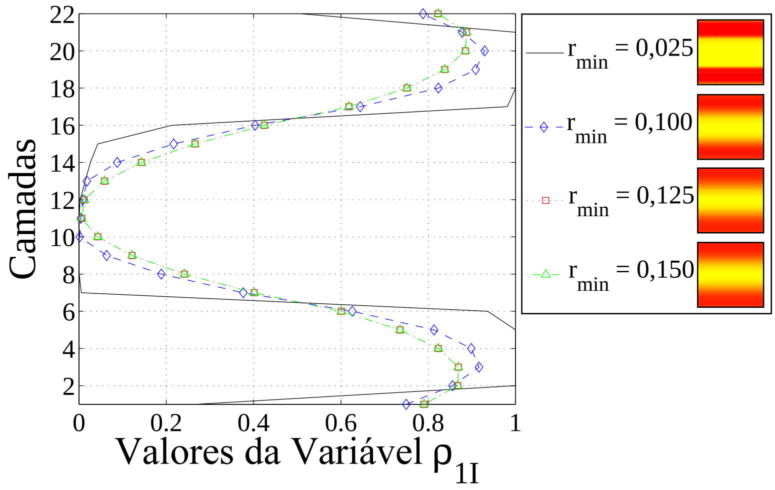


(b) Transdução Média

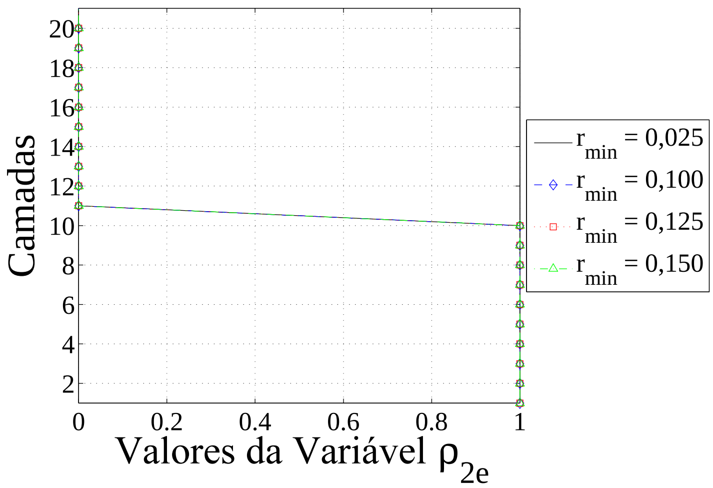


(c) Flexibilidade Média

Figura 6.15: Gráficos de convergência da Figura 6.14.



(a) Perfil de distribuição da pseudo-densidade ρ_{1I}



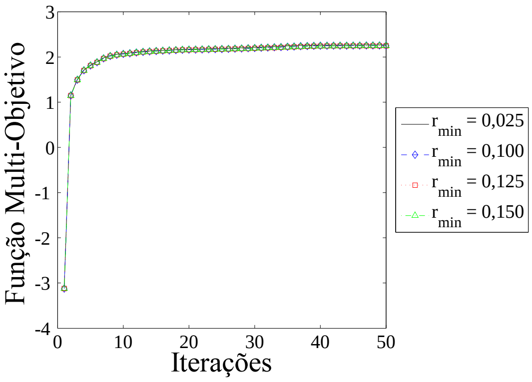
(b) Perfil de distribuição da variável de projeto ρ_{2e}

Figura 6.16: Gradação ótima não-simétrica obtida considerando $w = 0,5$ e $\Theta_1 = 50\%$.

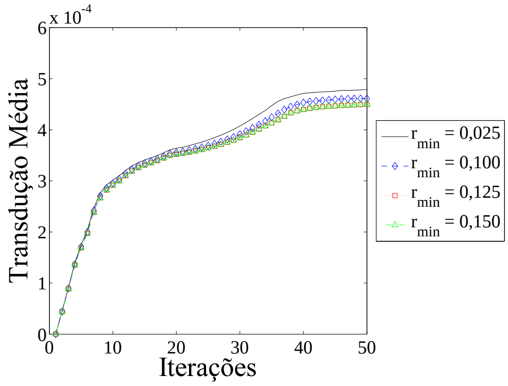
exemplo os resultados obtidos não apresentam oscilações como os da Figura 6.15.

Conclusões e Observações

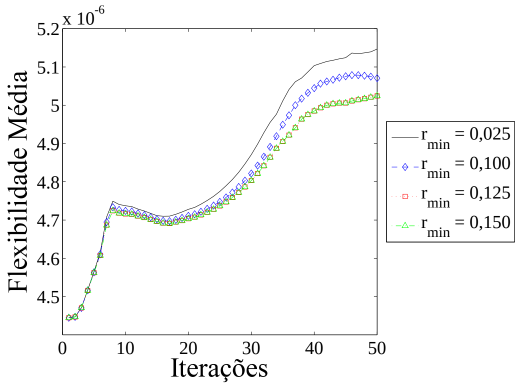
Analisando os valores dos deslocamentos obtidos para os resultados com $w = 0,5$ descritos na Tabela 6.2, em relação aos parâmetros analisados, concluí-se que os resultados simétricos apresentam valores de deslocamentos ligeiramente maiores do que os não-simétricos, e neste exemplo não foi analisado a influência do parâmetro Θ_1. No entanto, ao contrário do exemplo anterior, em que $r_{min} > 0,025$ gerou maiores deslocamentos, neste exemplo os resultados com $r_{min} = 0,025$



(a) Função Multi-Objetivo



(b) Transdução Média



(c) Flexibilidade Média

Figura 6.17: Gráficos de convergência da Figura 6.16.

Tabela 6.2: Valores dos deslocamentos gerados para $w = 0,5$.

Bilaminar MGF	$\mathrm{u_z}(mm)$	w	$\Theta_1\%$	$r_{min}(mm)$
Figura 6.15(b)	0,482	0,5	50	0,025*
	0,464	0,5	50	0,1
	0,454	0,5	50	0,125
	0,440	0,5	50	0,15
Figura 6.17(b)	0,479	0,5	50	0,025*
	0,462	0,5	50	0,1
	0,450	0,5	50	0,125
	0,450	0,5	50	0,15

* projeção não-ativa.

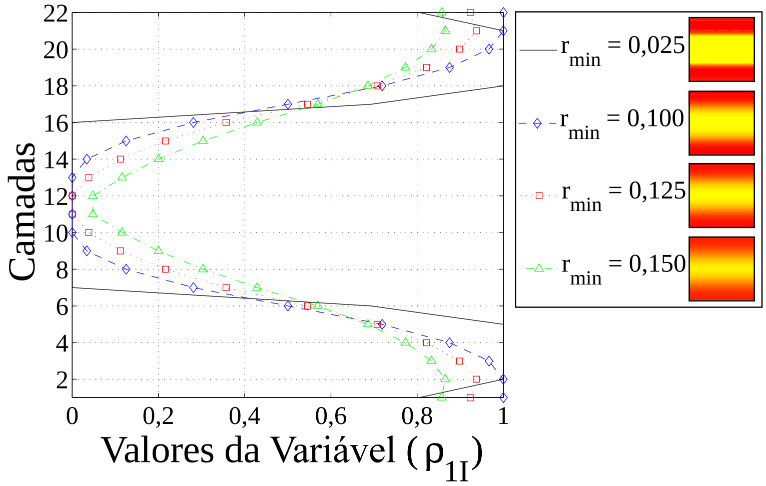


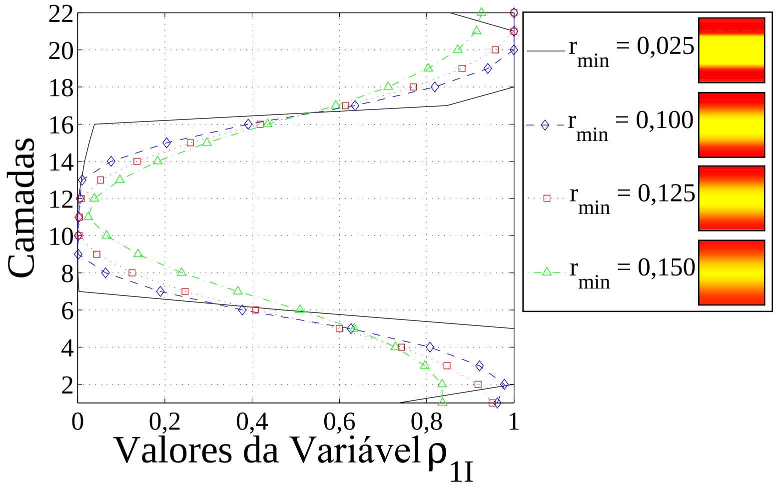
Figura 6.18: Gradação ótima simétrica obtida considerando $w = 1,0$ e $\Theta_1 = 50\%$.

forneceram maiores deslocamentos devido a influência de w.

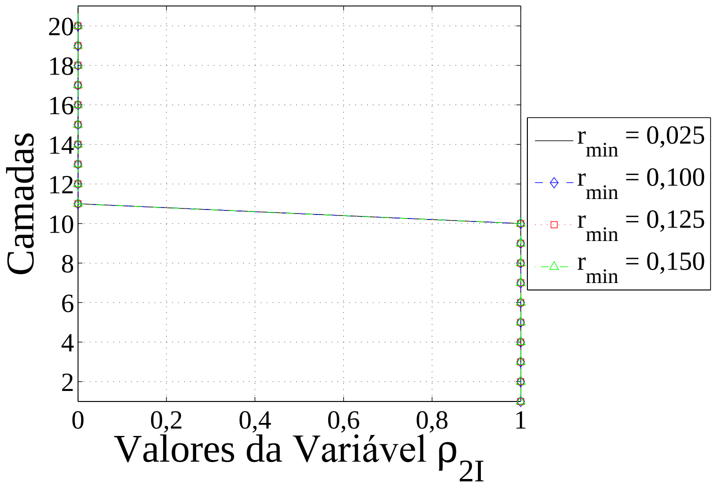
6.3.3 Resultados Obtidos Considerando $w = 1,0$

Utilizando $w = 1,0$ pretende-se obter um perfil de gradação que gere os maiores deslocamentos obtidos até o momento, pois com $w = 1,0$ somente o termo da transdução média contribui na função multi-objetivo. Analisando os resultados anteriores, espera-se obter um perfil gradação no qual a transição entre os materiais metálico e piezelétrico seja mais acentuado. Portanto, o resultado esperado é que somente PZT5A seja obtido com $\Theta_1 = 100\%$. Porém, nos exemplos anteriores, onde utilizou-se $w < 1,0$ têm-se o termo de rigidez contribuindo na função multi-objetivo, principalmente para $w = 0,2$, e conseqüentemente o ouro torna-se necessário na gradação. Desta forma, os primeiros exemplos foram obtidos considerando $\Theta_1 = 50\%$, como comentado anteriormente, e no segundo exemplo utilizou-se $\Theta_1 = 100\%$, como mostrado a seguir.

Para $\Theta_1 = 50\%$ os resultados são muito semelhantes aos obtidos para $w = 0,5$ e $\Theta_1 = 50\%$, tanto para gradação simétrica e não-simétrica, e portanto será apresentado somente os resultados da distribuição de material descritos nas Figuras 6.18 e 6.19. Para $\Theta_1 = 100\%$ obteve-se o mesmo resultado para o caso simétrico e não-simétrico, e como comentado anteriormente, não obteve-se gradação e somente material piezelétrico foi obtido, como mostrado pela Figura 6.20. Como não há gradação, os gráficos de convergência são os mesmos, como mostrado nas Figuras 6.21.



(a) Perfil de distribuição da pseudo-densidade ρ_{1I}



(b) Perfil de distribuição da variável de projeto ρ_{2e}

Figura 6.19: Gradação ótima não-simétrica obtida considerando $w = 1,0$ e $\Theta_1 = 50\%$.

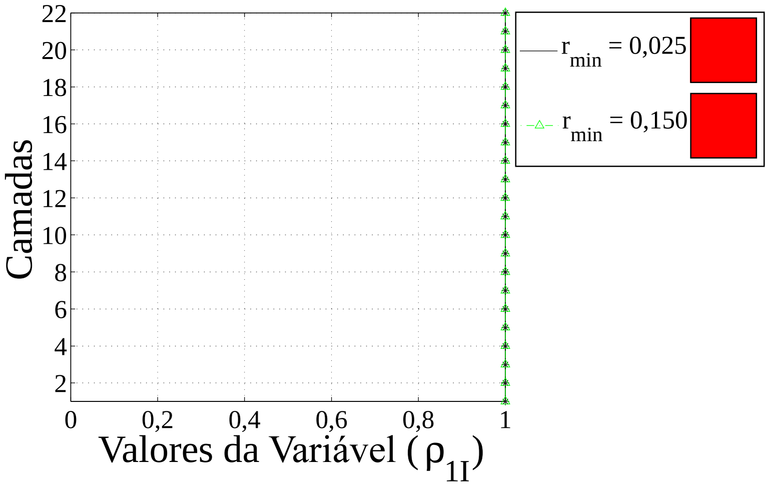
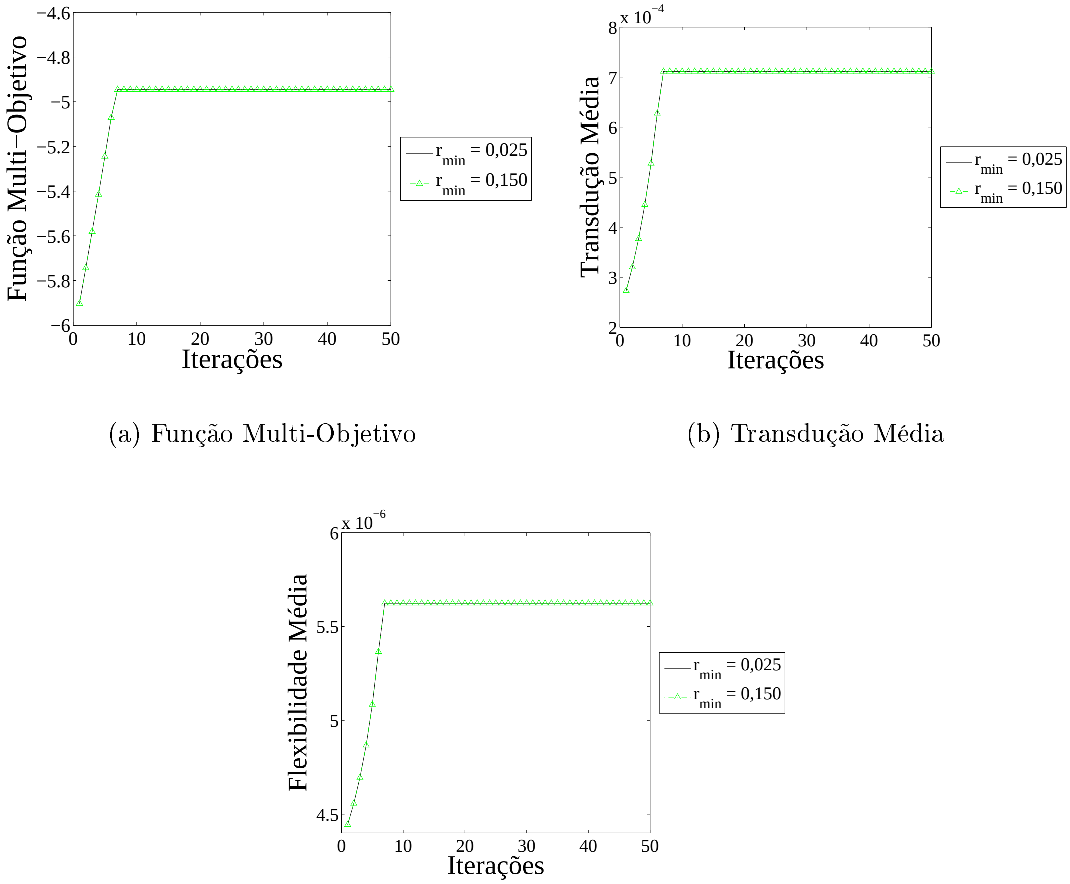


Figura 6.20: Gradação ótima simétrica obtida considerando $w = 1,0$ e $\Theta_1 = 100\%$.



(a) Função Multi-Objetivo

(b) Transdução Média

(c) Flexibilidade Média

Figura 6.21: Gráficos de convergência da Figura 6.20.

Tabela 6.3: Valores dos deslocamentos gerados para $w = 1,0$.

Bilaminar MGF	$u_z(mm)$	w	$\Theta_1\%$	$r_{min}(mm)$
Figura 6.18	0,484	1,0	50	0,025*
	0,440	1,0	50	0,15
Figura 6.19	0,482	1,0	50	0,025*
	0,436	1,0	50	0,15
Figura 6.21(b)	0,711	1,0	100	0,025*
	0,711	1,0	100	0,15

* projeção não-ativa.

Conclusões e Observações

Analisando os valores dos deslocamentos obtidos para os resultados com $w = 1,0$ descritos na Tabela 6.3, em relação aos parâmetros analisados, concluí-se que os valores dos deslocamentos para os resultados com $\Theta_1 = 50\%$ simétricos e não-simétricos são muito próximos, e praticamente iguais aos obtidos com $w = 0,5$. Como no exemplo anterior, os resultados com $r_{min} = 0,025$ fornecem maiores deslocamentos. Já os resultados com $\Theta_1 = 100\%$ apresentam todo o volume preenchido com PZT5A, e portanto tem os maiores deslocamentos.

7 Conclusões

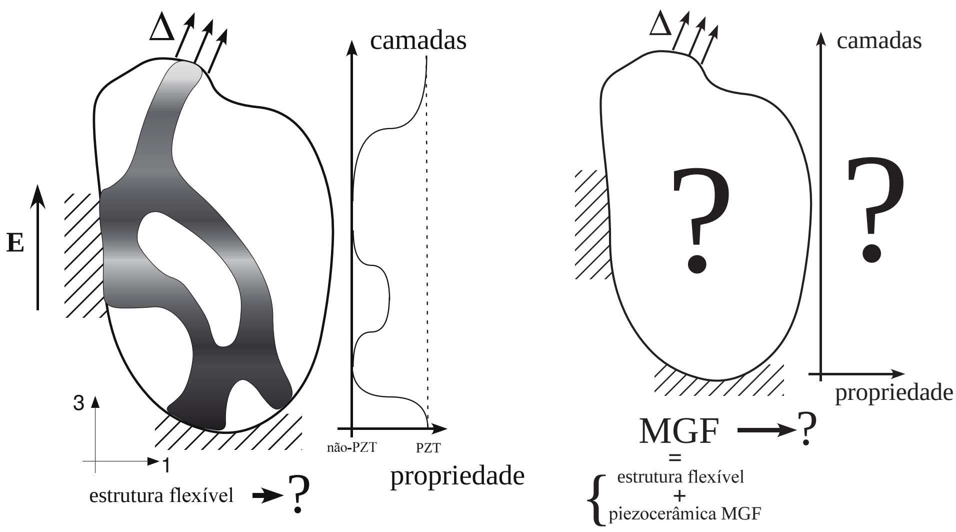
Utilizando o MOT foram desenvolvidas metodologias sistemáticas para o projeto dos MAPs, LOMPs, MAPs MGFs e Bilaminares MGFs.

A formulação desenvolvida para os atuadores MAPs permite projetar estruturas multi-flexíveis capazes de reduzir os movimentos acoplados (que atrapalham os movimentos de atuação), através da adição de uma função restrição de acoplamento na função multi-objetivo. Foram apresentados exemplos que demonstram a potencialidade do método no projeto dos atuadores MAPs, como, nanoposicionadores XY, microgarra piezelétrica e um microdispositivo piezelétrico com 4 movimentos de atuação. Nestes exemplos buscou-se explorar as variáveis da OT, como, w (coeficiente que permite flexibilizar a estrutura multi-flexível), β (coeficiente que possibilita reduzir os movimentos acoplados) e x_o (valores iniciais atribuídos as variáveis de projeto para iniciar a OT). Como observado, os resultados obtidos tiveram os movimentos acoplados reduzidos quando β está ativo. A caracterização dos protótipos fabricados utilizando técnicas de medição a laser, possibilitou comparar os resultados numéricos e experimentais. Portanto, foi realizado o ciclo completo de projeto, e os resultados experimentais e numéricos obtidos validam a metodologia de projeto desenvolvida.

O projeto dos LOMPs utilizando o MOT permite distribuir simultaneamente materiais piezelétrico, não-piezelétrico e vazio no domínio de projeto, e dessa forma obter a localização ótima do material piezelétrico conjuntamente com a estrutura flexível (material não-piezelétrico), que gere movimento de atuação na direção e pontos especificados no projeto. A função multi-objetivo implementada permite controlar a flexibilidade e rigidez da estrutura flexível, bem como, minimizar o movimento acoplado. Foi otimizado o ângulo entre as direções de polarização do material piezelétrico e o campo elétrico, o que permitiu obter a máxima eficiência, em termos de deslocamentos gerados e redução dos deslocamentos indesejados ou acoplados. Foram apresentados vários exemplos explorando todos os parâmetros da OT e das variáveis de projeto. Dessa forma, no processo de OT a localização ótima do material piezelétrico e da estrutura flexível no domínio de projeto foram obtidos sem problemas de instabilidades numéricas. Os resultados mostram uma melhora no desempenho quando a variável de rotação é considerada otimizada em cada elemento finito. Portanto, os resultados obtidos validam a formulação desenvolvida.

Os MAPs MGFs são baseados na formulação dos MAPs utilizando o conceito de MGF. Dessa forma, o objetivo desse projeto foi otimizar a gradação das regiões MGFs e a topologia da estrutura multi-flexível utilizando o MOT para obter uma configuração ótima que melhore o desempenho. O modelo de material permite a distribuição simultânea de dois materiais piezelétricos (ou um piezelétrico e um não-piezelétrico, como Alumínio, por exemplo) no domínio MGF. Nessa formulação foi implementada uma função de projeção que permitiu obter nas regiões MGFs uma distribuição contínua e suave entre os materiais, que permite minimizar as tensões mecânicas, pois evita interface entre os materiais. Os resultados obtidos para os MAPs MGFs mostram que piezocerâmicas gradadas ou MGF influenciam significativamente nos resultados, e apresentam características que permitem obter, para determinadas condições de projeto, resultados melhores, do que com piezocerâmicas homogêneas. A principal característica observada nas piezocerâmicas MGFs em relação as homogêneas e a forma de sua deformada, ou seja, a deformada para as regiões MGFs deu-se principalmente por flexão. A deformação por flexão é obtida naturalmente através de materiais piezelétricos MGFs, e particularmente com piezocerâmicas homogêneas com a configuração dos atuadores bilaminares. Ambos os resultados foram obtidos e detalhados, demonstrando a potencialidade da metodologia implementada.

Já, a metodologia de projeto desenvolvida para os atuadores bilaminares MGFs é um caso particular dos MAPs MGFs. O objetivo foi obter a distribuição otimizada de material piezelétrico e não-piezelétrico no domínio de projeto, que forneça o máximo deslocamento, e assim obter novos projeto de atuadores bilaminares com piezocerâmicas gradadas. Como no trabalho dos MAPs MGFs, foi analisada a influência da distribuição ótima do campo elétrico, através da variação do sentido da polarização do material piezelétrico. Diversas configurações para a distribuição de materiais e sentido da polarização foram obtidas para várias características de aplicações, como, por exemplo, aplicações que exijam maior força de blocagem, ou alta flexibilidade. A implementação da técnica de projeção novamente permitiu obter uma gradação contínua ou sem interface entre os materiais distribuídos, ou seja, eliminando a descontinuidade na



(a) (b)

Figura 7.1: Proposta de projeto para eliminar concentração de tensões entre a interface região MGF – estrutura flexível: (a) Projeto dos LOMPs; (b) Projeto dos LOMPs MGFs.

distribuição de material. Dessa forma, o projeto dos Bilaminares MGFs utilizando o MOT mostrou-se eficiente, pois a função multi-objetivo permitiu controlar a flexibilidade ou rigidez da estrutura, os resultados simétricos apresentaram um desempenho melhor do que os não-simétricos, os resultados apresentaram uma gradação MGF contínua que aumenta a vida útil do atuador, e as características iniciais de projeto foram atendidas.

7.1 Trabalhos Futuros

Está sendo desenvolvida um formulação denominada de LOMPs MGFs (Carbonari, Nishiwaki, Paulino & Silva 2007), a Figura 7.1 ilustra a idéia desta proposta. O projeto dos LOMPs MGFs permite reduzir as concentrações de tensões mecânicas na interface estrutura multi-flexível/regiões MGFs, apresentadas nos resultados dos MAPs MGFs, devido a descontinuidade do material. Essa formulação engloba os conceitos das formulações dos MAPs MGFs e LOMPs.

No entanto, a continuação natural dos trabalhos desenvolvidos é estendê-los para aplicações dinâmicas. De forma resumida, é necessário incluir no problema de otimização o cálculo de autovalores e autovetores, e conseqüentemente adaptar a função multi-objetivo para o problema dinâmico. Por exemplo, para estudar o projeto de transdutores piezelétricos MGFs com relação a suas características dinâmicas (freqüência de ressonância ou nível de acoplamento de modos de vibrar específicos), otimizando a gradação contínua das propriedades piezelétricas; e no projeto de atuadores piezelétricos MGFs, maximizando um deslocamento de saída desejado, através do projeto de estruturas flexíveis MGFs atuadas dinamicamente por cerâmicas piezelétricas.

Porém, ainda há muito o que explorar no trabalho de caracterização e validação experimental dos MAPs. Como, por exemplo, utilizar diferentes técnicas de medição a laser, projetar novos atuadores piezelétricos com outros domínios de projeto, utilizar materiais piezelétricos com diferentes propriedades ou mesmo utilizar atuadores do tipo "stack" que são usualmente empregados na literatura.

A idéia desenvolvida para os LOMPs pode ser empregada para obter a localização dos atuadores piezelétricos na estrutura para minimizar as vibrações. Esta aplicação pode reduzir as vibrações, e por isto é tema de grande interesse na área aeroespacial. Na formulação dos LOMPs, também pode ser implementado restrições de manufatura na OT (Ishii & Aomura 2004, Harzheim & Graf 2005, Harzheim & Graf 2006, Zuo et al. 2006), para controlar a forma da topologia do material piezelétrico, e facilitar a fabricação.

Referências

Abdalla, M., Frecker, M., Gurdal, Z., Johnson, T. & Lindner, D. K. (2005), 'Design of a piezoelectric actuator and compliant mechanism combination for maximum energy efficiency', *Smart Materials & Structures* **14**(6), 1421–1430.

AlliK, H. & Hughes, T. J. R. (1970), 'Finite element method for piezoelectric vibration', *International Journal for Numerical Methods in Engineering* **2**(2), 151–157.

Almajid, A. A. & Taya, M. (2001), '2d-elasticity analysis of fgm piezo-laminates under cylindrical bending', *Journal Of Intelligent Material Systems And Structures* **12**(5), 341–351.

Almajid, A., Taya, M. & Hudnut, S. (2001), 'Analysis of out-of-plane displacement and stress field in a piezocomposite plate with functionally graded microstructure', *International Journal Of Solids And Structures* **38**(19), 3377–3391.

Ananthasuresh, G. K. & Kota, S. (1995*a*), 'Designing compliant mechanisms', *ASME Mechanical Engineering* pp. 93–96.

Ananthasuresh, G. K. & Kota, S. (1995*b*), 'Designing compliant mechanisms', *Mechanical Engineering* **117**(11), 93–96.

Ananthasuresh, G. K., Kota, S. & Gianchandani, Y. B. (1994), A methodical approach to the design of compliant micromechanisms, *in* 'Technical Digest, Solid-State Sensor and Actuator Workshop', Hilton Head Island, SC, USA, pp. 189–192.

Auld, B. A. (1990), *Acoustic Fields and Waves in Solids*, Publishing Company, 2ª ed.

Ballato, J., Schwartz, R. & Ballato, A. (2001), 'Network formalism for modeling functionally gradient piezoelectric plates and stacks and simulations of rainbow ceramic actuators', *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on* **48**(2), 462–476.

Bathe, K. J. (1995), *Finite Elements Procedures*, Prentice Hall, New York, USA.

Bendsøe, M. P. (1989), 'Optimal shape design as a material distribution problem', *Structural Optimization* **1**, 192–202.

Bendsøe, M. P. (1995), *Optimization of Structural Topology, Shape and Material*, Springer - Verlag.

Bendsøe, M. P. & Kikuchi, N. (1988), 'Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method', *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **71**(2), 197–224.

Bendsoe, M. P. & Sigmund, O. (1999), 'Material interpolation schemes in topology optimization', *Archive Of Applied Mechanics* **69**(9-10), 635–654.

Bendsøe, M. P. & Sigmund, O. (2003), *Topology Optimization - Theory, Methods and Applications*, Springer, New York, EUA.

Berlincourt, D. & Krueger, H. H. A. (2000), Properties of morgan electro ceramic ceramics, Technical report, Technical Publication TP-226, Morgan ElectroCeramics.

Bharti, S. & Frecker, M. I. (2004), 'Optimal design and experimental characterization of a compliant mechanism piezoelectric actuator for inertially stabilized rifle', *Journal Of Intelligent Material Systems And Structures* **15**(2), 93–106.

Bonnail, N., Tonneau, D., Jandard, F., Capolino, G. A. & Dallaporta, H. (2004), 'Variable structure control of a piezoelectric actuator for a scanning tunneling microscope', *IEEE Transactions On Industrial Electronics* **51**(2), 354–363.

Bourdin, B. (2001), 'Filters in topology optimization', *International Journal For Numerical Methods In Engineering* **50**(9), 2143–2158.

Bremicker, M., Chirehdast, M., Kikuchi, N. & Papalambros, P. Y. (1991), 'Integrated topology and shape optimization in structural design', *Mechanics Of Structures And Machines* **19**(4), 551–587.

Bruyneel, M., Duysinx, P. & Fleury, C. (2002), 'A family of mma approximations for structural optimization', *Structural And Multidisciplinary Optimization* **24**(4), 263–276.

Buehler, M. J., Bettig, B. & Parker, G. G. (2004), 'Topology optimization of smart structures using a homogenization approach', *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* **15**(8), 655–667.

Byun, J. K. & Hahn, S. Y. (2001), 'Application of topology optimization to electromagnetic system', *International Journal Of Applied Electromagnetics And Mechanics* **13**(1-4), 25–33.

Canfield, S. & Frecker, M. (2000), 'Topology optimization of compliant mechanical amplifiers for piezoelectric actuators', *Structural And Multidisciplinary Optimization* **20**(4), 269–279.

Carbonari, R. (2003), Projeto de atuadores piezelétricos flextensionais usando o método de otimização topológica, Master's thesis, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Área de concentração Engenharia Mecânica.

Carbonari, R. C., Nader, G., Nishiwaki, S. & Silva, E. C. N. (2005), Experimental and numerical characterization of multi-actuated piezoelectric device designs using topology optimization, *in* 'Smart Structures and Materials 2005: Smart Structures and Integrated Systems', Vol. 5764, pp. 472–481.

Carbonari, R. C., Nishiwaki, S., Paulino, G. H. & Silva, E. C. N. (2007), Design of piezoelectric actuators considering the optimum placement of fgm piezoelectric material, *in* 'World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization'.

Carbonari, R. C., Silva, E. C. N. & Nishiwaki, S. (2005), 'Design of piezoelectric multi-actuated microtools using topology optimization', *Smart Materials & Structures* **14**(6), 1431–1447.
*http://www.iop.org/EJ/abstract/-search=15321414.2/0964-1726/14/6/036

Carbonari, R. C., Silva, E. C. N. & Nishiwaki, S. (2007), 'Optimum placement of piezoelectric material in piezoactuator design', *Smart Materials and Structures* **16**(1), 207–220.
*http://stacks.iop.org/0964-1726/16/207

Carbonari, R. C., Silva, E. C. N. & Paulino, G. H. (2006), Multi-actuated functionally graded piezoelectric micro-tools design using topology optimization, *in* 'Smart Structures and Materials 2006: Modeling, Signal Processing, and Control', Vol. 6166.

Carbonari, R. C., Silva, E. C. N. & Paulino, G. H. (2007), 'Topology optimization design of functionally graded bimorph-type piezoelectric actuators', *Smart Materials and Structures* **16**(6), 2605–2620.
*http://stacks.iop.org/0964-1726/16/2605

Cardoso, E. L. (2005), Otimização Topológica de Transdutores Piezoelétricos Considerando Não-Linearidade Geométrica., PhD thesis, Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Área de concentração Engenharia Mecânica.

Cardoso, E. L. & Fonseca, J. S. O. (2004), 'An incremental lagrangian formulation to the analysis of piezoelectric bodies subjected to geometric non-linearities', *International Journal for Numerical Methods in Engineering* **59**(7), 963–987.
*http://dx.doi.org/10.1002/nme.901

Cavalcanti, A. & Freitas Jr., R. (2005), 'Nanorobotics control design: A collective behavior approach for medicine', *IEEE Transactions on Nanobioscience* **4**(2), 133–140.

Chang, S., Tseng, C. K. & Chien, H. (1999*a*), 'An ultra-precision $xy\theta_Z$ piezo-micropositioner part i: Design and analysis', *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* **46**(4), 897–905.

Chang, S., Tseng, C. K. & Chien, H. (1999*b*), 'An ultra-precision $xy\theta_Z$ piezo-micropositioner part ii: Experiment and performance', *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* **46**(4), 906–912.

Chen, Y. H., Li, T. & Ma, J. (2003), 'Investigation on the electrophoretic deposition of a fgm piezoelectric monomorph actuator', *Journal of Materials Science* **38**(13), 2803–2807.
*http://dx.doi.org/10.1023/A:1024468015242

Cheng, K. T. & Olhoff, N. (1981), 'An investigation concerning optimal-design of solid elastic plates', *International Journal Of Solids And Structures* **17**(3), 305–323.

Cheng, K. T. & Olhoff, N. (1982), 'Regularized formulation for optimal-design of axisymmetric plates', *International Journal Of Solids And Structures* **18**(2), 153–169.

Cho, J. R. & Choi, J. H. (2004), 'A yield-criteria tailoring of the volume fraction in metal-ceramic functionally graded material', *European Journal Of Mechanics A-Solids* **23**(2), 271–281.

Chu, C. L. & Fan, S. H. (2006), 'A novel long-travel piezoelectric-driven linear nanopositioning stage', *Precision Engineering-Journal Of The International Societies For Precision Engineering And Nanotechnology* **30**(1), 85–95.

Claeyssen, F., Letty, R. L., Barillot, F., Lhermet, N., Fabbro, H., Guay, P., Yorck, M. & Bouchilloux, P. (2001), 'Mechanisms based on piezo actuators', **4332**, 225–233.

Damjanovic, D. (1998), 'Ferroelectric, dielectric and piezoelectric properties of ferroelectric thin films and ceramics', *Reports On Progress In Physics* **61**(9), 1267–1324.

Diaz, A. R. & Bendsøe, M. P. (1992), 'Shape optimization of structures for multiple loading conditions using a homogenization method', *Structural Optimization* **4**(1), 17–22.

Diaz, A. R. & Kikuchi, N. (1992), 'Solutions to shape and topology eigenvalue optimization problems using a homogenization method', *International Journal For Numerical Methods In Engineering* **35**(7), 1487–1502.

Diaz, A. & Sigmund, O. (1995), 'Checkerboard patterns in layout optimization', *Structural Optimization* **10**(1), 40–45.

Du, H. J., Lau, G. K., Lim, M. K. & Qui, J. H. (2000), 'Topological optimization of mechanical amplifiers for piezoelectric actuators under dynamic motion', *Smart Materials & Structures* **9**(6), 788–800.

Eer Nisse, E. (1967), 'On variational techniques for piezoelectric device analysis', *Proceedings of the IEEE* **55**(8), 1524–1525.

Eisinberg, A., Menciassi, A., Micera, S., Campolo, D., Carrozza, M. & Dario, P. (2001), Pi force control of a microgripper for assembling biomedical microdevices, *in* 'IEE Proceedings of Circuits Devices System', Vol. 148, pp. 348–352.

Elka, E., Elata, D. & Abramovich, H. (2004), 'The electromechanical response of multilayered piezoelectric structures', *Microelectromechanical Systems, Journal of* **13**(2), 332–341.

Elmustafa, A. A. & Lagally, M. G. (2001), 'Flexural-hinge guided motion nanopositioner stage for precision machining: finite element simulations', *Precision Engineering-Journal Of The International Societies For Precision Engineering And Nanotechnology* **25**(1), 77–81.

Ferreira, A., Agnus, J., Chaillet, N. & Breguet, J.-M. (2004), 'A smart microrobot on chip: design, identification, and control', *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on* **9**(3), 508–519.

Frecker, M. & Canfield, S. (2000), 'Optimal design and experimental validation of compliant mechanical amplifiers for piezoceramic stack', *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* **11 (5)**, 360–369.

Frecker, M. I. (2003), 'Recent advances in optimization of smart structures and actuators', *Journal Of Intelligent Material Systems And Structures* **14**(4-5), 207–216.

Frecker, M. I., Ananthasuresh, G. K., Nishiwaki, S., Kikuchi, N. & Kota, S. (1997), 'Topological synthesis of compliant mechanisms using multi-criteria optimization', *Journal of Mechanical Design* **119**(2), 238–245.

Fujii, D., Chen, B. C. & Kikuchi, N. (2001), 'Composite material design of two-dimensional structures using the homogenization design method', *International Journal for Numerical Methods in Engineering* **50**(9), 2031–2051.

Gao, P., Tan, H. & Yuan, Z. J. (2000), 'The design and characterization of a piezo-driven ultra-precision stepping positioner', *Measurement Science & Technology* **11**(2), N15–N19.

Gibert, J. & Austin, E. (2007), 'Demonstration of optimizing piezoelectric polarization in the design of a flextensional actuator', *Structural and Multidisciplinary Optimization* **33**(6), 471–480. *http://dx.doi.org/10.1007/s00158-006-0052-8

Guedes, J. M. & Kikuchi, N. (1990), 'Preprocessing and postprocessing for materials based on the homogenization method with adaptive finite-element methods', *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering* **83**(2), 143–198.

Guest, J. K., Prevost, J. H. & Belytschko, T. (2004), 'Achieving minimum length scale in topology optimization using nodal design variables and projection functions', *International Journal For Numerical Methods In Engineering* **61**(2), 238–254.

Haber, R. B., Jog, C. S. & Bendsoe, M. P. (1996), 'A new approach to variable-topology shape design using a constraint on perimeter', *Structural Optimization* **11**(1), 1–12.

Haertling, G. H. (1994), 'Rainbow ceramicsa new-type of ultra-high-displacement actuator', *American Ceramic Society Bulletin* **73**(1), 93–96.

Haftka, R. T., Gurdal, Z. & Kamat, M. P. (1990), *Elements of Structural Optimization*, 2 edn, Kluwer Academic Publishers.

Harzheim, L. & Graf, G. (2005), 'A review of optimization of cast parts using topology optimization - i - topology optimization without manufacturing constraints', *Structural And Multidisciplinary Optimization* **30**(6), 491–497.

Harzheim, L. & Graf, G. (2006), 'A review of optimization of cast parts using topology optimization - ii - topology optimization with manufacturing constraints', *Structural And Multidisciplinary Optimization* **31**(5), 388–399.

Hassani, B. & Hinton, E. (1998*a*), 'A review of homogenization and topology optimization i homogenization theory for media with periodic structure', *Computers & Structures* **69**(6), 707–717.

Hassani, B. & Hinton, E. (1998*b*), 'A review of homogenization and topology optimization ii analytical and numerical solution of homogenization equations', *Computers & Structures* **69**(6), 719–738.

Hassani, B. & Hinton, E. (1998*c*), 'A review of homogenization and topology optimization iii topology optimization using optimality criteria', *Computers & Structures* **69**(6), 739–756.

He, J.-H. (2001), 'Hamilton principle and generalized variational principles of linear thermopiezoelectricity', *Journal of Applied Mechanics* **68**(4), 666–667. *http://link.aip.org/link/?AMJ/68/666/1

Howell, L. (2001), *Compliant Mechanisms*, John Wiley & Sons, Inc., New York, USA.

IEEE Std, .-. (1987), 'Standard on piezoeletricity', *IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control* **43**(5).

Ikeda, T. (1996), *Fundamentals of Piezoelectricity*, Oxford University Press.

Ishihara, H., Arai, F. & Fukuda, T. (1996), 'Micro mechatronics and micro actuators', *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* **1**(1), 68–79.

Ishii, K. & Aomura, S. (2004), 'Topology optimization for the extruded three dimensional structure with constant cross section', *Jsme International Journal Series A-Solid Mechanics And Material Engineering* **47**(2), 198–206.

Jog, C. S. & Haber, R. B. (1996), 'Stability of finite element models for distributed-parameter optimization and topology design', *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering* **130**(3-4), 203–226.

Jog, C. S., Haber, R. B. & Bendsøe, M. P. (1994), 'Topology design with optimized, self-adaptive materials', *International Journal For Numerical Methods In Engineering* **37**(8), 1323–1350.

Jonsmann, J. (1999), Technology Development for Topology Optimized Thermal Microactuators, PhD thesis, Technical University of Denmark.

Kieback, B., Neubrand, A. & Riedel, H. (2003), 'Processing techniques for functionally graded materials', *Materials Science and Engineering A* **362**(1-2), 81–106.

Kikuchi, N., Hollister, S. & Yoo, J. (1997), A concept of image-based integrational cae for production engineering, *in* 'Int. Symp. Optimization and Innovative Design'.

Kikuchi, N., Nishiwaki, S., Fonseca, J. S. O. & Silva, E. C. N. (1998), 'Design optimization method for compliant mechanisms and material microstructure', *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering* **151**(3-4), 401–417.

Kim, J. H. & Paulino, G. H. (2002), 'Isoparametric graded finite elements for nonhomogeneous isotropic and orthotropic materials', *Journal Of Applied Mechanics-Transactions Of The ASME* **69**(4), 502–514.

Kim, K., Nilsen, E., Huang, T., Kim, A., Ellis, M., Skidmore, G. & Lee, J. B. (2004), 'Metallic microgripper with su-8 adaptor as end-effectors for heterogeneous micro/nano assembly applications', *Microsystem Technologies-Micro-And Nanosystems-Information Storage And Processing Systems* **10**(10), 689–693.

Kino, G. S. (1987), *Acoustic Waves: Devices, Imaging and Analog Signal Processing*, Pretence Hall EUA.

Kögl, M. & Silva, E. C. N. (2005), 'Topology optimization of smart structures: Design of piezoelectric plate and shell actuators', *Journal of Smart Materials and Structures* **14**(2), 387–399.

Kohn, R. V. & Strang, G. (1986*a*), 'Optimal-design and relaxation of variational-problems .1.', *Communications On Pure And Applied Mathematics* **39**(1), 113–137.

Kohn, R. V. & Strang, G. (1986*b*), 'Optimal-design and relaxation of variational-problems .2.', *Communications On Pure And Applied Mathematics* **39**(2), 139–182.

Kohn, R. V. & Strang, G. (1986*c*), 'Optimal-design and relaxation of variational-problems .3.', *Communications On Pure And Applied Mathematics* **39**(3), 353–377.

Kota, S., Hetrick, J., Li, Z. & Saggere, L. (2000), 'Tailoring unconventional actuators using compliant transmissions: design methods and applications', *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* **4**(4), 396–408.

Kota, S., Joo, J., Li, Z., Rodgers, S. M. & Sniegowski, J. (2001), 'Design of compliant mechanisms: Applications to mems', *Analog Integrated Circuits and Signal Processing* **V29**(1), 7–15. *http://dx.doi.org/10.1023/A:1011265810471

Ku, S.-S., Pinsopon, U., Cetinkunt, S. & Nakajima, S. (2000), 'Design, fabrication, and real-time neural network control of a three-degrees-of-freedom nanopositioner', *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on* **5**(3), 273–280.

Kurihara, K., Hida, M., Umemiya, S. & Koganezawa, S. (2004), 'Piezoelectric microactuators for use in magnetic disk drives', *Japanese Journal Of Applied Physics Part 1-Regular Papers Short Notes & Review Papers* **43**(9B), 6725–6727.

Kwon, K., Cho, N. & Jang, W. (2004), 'The design and characterization of a piezo-driven inchworm linear motor with a reduction-lever mechanism', *JSME International Journal Series C-Mechanical Systems Machine Elements And Manufacturing* **47**(3), 803–811.

Larsen, U. D., Sigmund, O. & Bouwstra, S. (1997), 'Design and fabrication of compliant micromechanisms and structures with negative poisson's ratio', *Journal Of Microelectromechanical Systems* **6**(2), 99–106.

Lau, G. K., Du, H. J., Guo, N. Q. & Lim, M. K. (2000), 'Systematic design of displacement-amplifying mechanisms for piezoelectric stacked actuators using topology optimization', *Journal Of Intelligent Material Systems And Structures* **11**(9), 685–695.

Lerch, R. (1990), 'Simulation of piezoelectric devices by 2-dimensional and 3-dimensional finite-elements', *Ieee Transactions On Ultrasonics Ferroelectrics And Frequency Control* **37**(3), 233–247.

Lurie, K. A., Cherkaev, A. V. & Fedorov, A. V. (1982*a*), 'Regularization of optimal-design problems for bars and plates .1.', *Journal Of Optimization Theory And Applications* **37**(4), 499–522.

Lurie, K. A., Cherkaev, A. V. & Fedorov, A. V. (1982*b*), 'Regularization of optimal-design problems for bars and plates .2.', *Journal Of Optimization Theory And Applications* **37**(4), 523–543.

Ma, Z. D., Cheng, H. C. & Kikuchi, N. (1994), 'Structural design for obtaining desired eigenfrequencies by using the topology and shape optimization method', *Computing Systems In Engineering* **5**(1), 77–89.

Ma, Z. D., Kikuchi, N. & Cheng, H. C. (1995), 'Topological design for vibrating structures', *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering* **121**(1-4), 259–280.

Maddisetty, H. & Frecker, M. (2004), 'Dynamic topology optimization of compliant mechanisms and piezoceramic actuators', *Journal Of Mechanical Design* **126**(6), 975–983.

Matsui, K. & Terada, K. (2004), 'Continuous approximation of material distribution for topology optimization', *International Journal For Numerical Methods In Engineering* **59**(14), 1925–1944.

Menciassi, A., Eisinberg, A., Carrozza, M. C. & Dario, P. (2003), 'Force sensing microinstrument for measuring tissue properties and pulse in microsurgery', *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* **8**(1), 10–17.

Min, S., Kikuchi, N., Park, Y. C., Kim, S. & Chang, S. (1999), 'Optimal topology design of structures under dynamic loads', *Structural Optimization* **17**(2-3), 208–218.

Miyamoto, Y., Kaysser, W. A., Rabin, B. H., Kawasaki, A. & Ford, R. G. (1999), *Functionally Graded Materials: Design, Processing and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Mlejnek, H. P. (1992), 'Some aspects of the genesis of structures', *Structural Optimization* **5**, 64–69.

Monchalin, J. (1986), 'Optical detection of ultrasound', *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control* **33**(5), 485 – 499.

Murat, F. & Tartar, L. (1985), Calcul des variations et homogénéisation, *in* D. Bergman, ed., 'Les méthodes de l'homogénéisation: théorie et applications en physique', Vol. 57 of *Collection de la direction des études et recherches d'electricité de France*, Eyrolles, Paris, France, pp. 319–369.

Nader, G. (2002), Desenvolvimento de técnicas de caracterização de transdutores piezelétricos., PhD thesis, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Área de concentração Engenharia Mecânica.

Naillon, M., Coursant, R. H. & Besnier, F. (1983), 'Analysis of piezoelectric structures by a finite-element method', *Acta Electronica* **25**(4), 341–362.

Neves, M. M., Rodrigues, H. & Guedes, J. M. (1995), 'Generalized topology design of structures with a buckling load criterion', *Structural Optimization* **10**(2), 71–78.

Nishiwaki, S., Frecker, M. I., Min, S. & Kikuchi, N. (1998), 'Topology optimization of compliant mechanisms using the homogenization method', *International Journal for Numerical Methods in Engineering* **42**, 535–559.

Nishiwaki, S., Min, S., Yoo, J. & Kikuchi, N. (2001), 'Optimal structural design considering flexibility', *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **190**, 4457–4504.

Nishiwaki, S., Saitou, K., Min, S. & Kikuchi, N. (2000), 'Topological design considering flexibility under periodic loads', *Structural And Multidisciplinary Optimization* **19**(1), 4–16.

Nye, J. F. (1985), *Physical Properties of Crystals*, Oxford University Press.

Oden, J. T., Kikuchi, N. & Song, Y. J. (1982), 'Penalty-finite element methods for the analysis of stokesian flows', *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **31**(3), 297–329.

Olhoff, N., Kog, L. & Thomsen, J. (1993), Bi-material topology optimization, *in* J. Kerskovites, ed., 'Structural Optimization', COPPE/Federal University of Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil, pp. 327–334.

Pan, W. Y., Wang, H. & Cross, L. E. (1990), 'Laser interferometry for studying phase delay of piezoelectric response', *Japanese Journal of Applied Physics* **29**(8), 1570–1573.

Park, Y. K. (1995), Extensions of Optimal Layout Design Using the Homogenization Method, PhD thesis, University of Michigan.

Paulino, G. H., Jin, Z. H. & Dodds Jr., R. H. (2003), Failure of functionally graded materials, *in* E. In: B. Karihaloo et al., ed., 'Encyclopedia of Comprehensive Structural Integrity', Vol. 2, pp. 607–644.

Paulino, G. H. & Silva, E. C. N. (2005), 'Design of functionally graded structures using topology optimization', *Functionally Graded Materials VIII* **492-493**, 435–440.

Pérez, R., Agnus, J., Clévy, C., Hubert, A. & Chaillet, N. (2005), 'Modeling, fabrication, and validation of a high-performance 2-dof piezoactuator for micromanipulation', *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* **10**(2), 161–171.

Pérez, R., Chaillet, N., Domanski, K., Janus, P. & Grabiec, P. (2006), 'Fabrication, modeling and integration of a silicon technology force sensor in a piezoelectric micro-manipulator', *Sensors And Actuators A-Physical* **128**(2), 367–375.

Qiu, J., Tani, J., Ueno, T., Morita, T., Takahashi, H. & Du, H. (2003), 'Fabrication and high durability of functionally graded piezoelectric bending actuators', *Smart Materials and Structures* **12**(1), 115–121. *http://stacks.iop.org/0964-1726/12/115

Rahmatalla, S. F. & Swan, C. C. (2004), 'A q4/q4 continuum structural topology optimization implementation', *Structural And Multidisciplinary Optimization* **27**(1-2), 130–135.

Rahmatalla, S. & Swan, C. C. (2003), 'Continuum topology optimization of buckling-sensitive structures', *Aiaa Journal* **41**(6), 1180–1189.

Rai-Choudhury, P. (2000), *MEMS and MOEMS Technology and Applications*, SPIE Press, Bellingham, Washington, EUA.

Raulli, M. & Maute, K. (2005), 'Topology optimization of electrostatically actuated microsystems', *Structural And Multidisciplinary Optimization* **30**(5), 342–359.

Reynaerts, D., Peirs, J. & van Brussel, H. (1998), 'A mechatronic approach to microsystem design', *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on* **3**(1), 24–33.

Rifai, O. E. & Toumi, K. Y. (2004), 'Trade-offs and performance limitations in mechatronic systems: a case study', *Annual Reviews in Control* **28**, 181–192.

Ristik, V. M. (1983), *Principle of Acoustic Devices*, John Wiley & Sons.

Rodrigues, H. & Fernandes, P. (1995), 'A material based model for topology optimization of thermoelastic structures', *International Journal For Numerical Methods In Engineering* **38**(12), 1951–1965.

Royer, D. & Dieulesaint, E. (1986), Optical detection of sub-angstrom transient mechanical displacements, *in* 'IEEE Ultrasonic Symposium Proceeding', pp. 527–530.

Rozvany, G. (2001), 'Aims, scope, methods, history and unified terminology of computer-aided topology optimization in structural mechanics'. *http://dx.doi.org/10.1007/s001580050174

Rozvany, G. I. N., Olhoff, N., Cheng, K. T. & Taylor, J. E. (1982), 'On the solid plate paradox in structural optimization', *Journal Of Structural Mechanics* **10**(1), 1–32.

Salapaka, S., Sebastian, A., Cleveland, J. P. & Salapaka, M. (2002*a*), Design, identification and control of a fast nanopositioning device, *in* 'American Control Conference', Vol. 3, pp. 1966– 1971.

Salapaka, S., Sebastian, A., Cleveland, J. & Salapaka, M. (2002*b*), 'High bandwidth nano-positioner: A robust control approach', *Review of Scientific Instruments* **73**(9), 3232–3241.

Scruby, C. B. & Drain, L. E. (1990), *Laser Ultrasonics, Techniques and Applications*, Adam Hilger, EUA.

Shi, Z. F. & Chen, Y. (2004), 'Functionally graded piezoelectric cantilever beam under load', *Archive of Applied Mechanics (Ingenieur Archiv)* **V74**(3), 237–247.
*http://dx.doi.org/10.1007/s00419-004-0346-5

Shibata, T., Unno, K., Makino, E. & Shimada, S. (2004), 'Fabrication and characterization of diamond afm probe integrated with pzt thin film sensor and actuator', *Sensors And Actuators A-Physical* **114**(2-3), 398–405.

Shim, J. Y. & Gweon, D. G. (2001), 'Piezo-driven metrological multiaxis nanopositioner', *Review Of Scientific Instruments* **72**(11), 4183–4187.

Shin, K. H., Park, K. I., Kim, Y. & Sa-Gong, G. (2004), 'Vibrating sample magnetometer using a multilayer piezoelectric actuator', *Physica Status Solidi B-Basic Research* **241**(7), 1633–1636.

Sigmund, O. (1997), 'On the design of compliant mechanisms using topology optimization', *Mechanics Of Structures And Machines* **25**(4), 493–524.

Sigmund, O. (2001*a*), 'Design of multiphysics actuators using topology optimization - part i: One-material structures', *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering* **190**(49-50), 6577–6604.

Sigmund, O. (2001*b*), 'Design of multiphysics actuators using topology optimization - part ii: Two-material structures', *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering* **190**(49-50), 6605–6627.

Sigmund, O. (2007), 'Morphology-based black and white filters for topology optimization', *Structural And Multidisciplinary Optimization* **33**(4-5), 401–424.

Sigmund, O. & Petersson, J. (1998), 'Numerical instabilities in topology optimization: A survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima'.
*http://dx.doi.org/10.1007/BF01214002

Silva, E. (2003), 'Topology optimization applied to the design of linear piezoelectric motors', *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* **14**(4/5), 309–322.

Silva, E. C. N., Fonseca, J. S. O., Espinosa, F. M., Crumm, A. T., Brady, G. A., Halloran, J. W. & Kikuchi, N. (1999), 'Design of piezocomposite materials and piezoelectric transducers using topology optimization - part i', *Archives of Computational Methods in Engineering* **6**(2), 117–182.

Silva, E. C. N., Fonseca, J. S. O. & Kikuchi, N. (1998), 'Optimal design of periodic piezocomposites', *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering* **159**(1-2), 49–77.

Silva, E. C. N. & Kikuchi, N. (1999*a*), 'Design of piezocomposite materials and piezoelectric transducers using topology optimizationpart iii', *Archives Of Computational Methods In Engineering* **6**(4), 305–329.

Silva, E. C. N. & Kikuchi, N. (1999*b*), 'Design of piezoelectric transducers using topology optimization', *Smart Materials & Structures* **8**(3), 350–364.

Silva, E. C. N., Nader, G., Shirahige, A. B. & Adamowski, J. C. (2003), 'Characterization of novel flextensional actuators designed by using topology optimization method', *Journal Of Intelligent Material Systems and Structures* **14**(4/5), 297–308.

Silva, E. C. N., Nishiwaki, S., Fonseca, J. S. O. & Kikuchi, N. (1999), 'Optimization methods applied to material and flextensional actuator design using the homogenization method', *Computer Methods In Applied Mechanics And Engineering* **172**(1-4), 241–271.

Silva, E. C. N., Nishiwaki, S. & Kikuchi, N. (1999), 'Design of piezocomposite materials and piezoelectric transducers using topology optimizationpart ii.', *Archives Of Computational Methods In Engineering* **6**(3), 191–222.

Silva, E. C. N., Nishiwaki, S. & Kikuchi, N. (2000), 'Topology optimization design of flextensional actuators', *IEEE Transactions On Ultrasonics Ferroelectrics And Frequency Control* **47**(3), 657–671.

Smith, S. & Chetwynd, D. (1992), *Foundations of Ultraprecision Mechanism Design*, Vol. 2, Developments in Nanotechnology; Gordon and Breach Science Publishers, Netherlands.

Soto, C. A. & Diaz, A. R. (1993), 'On the modeling of ribbed plates for shape optimization', *Structural Optimization* **6**(3), 175–188.

Strang, G. & Kohn, R. V. (1986), 'Optimal-design in elasticity and plasticity', *International Journal For Numerical Methods In Engineering* **22**(1), 183–188.

Suresh, S. & Mortensen, A. (1988), *Fundamentals of Functionally Graded Materials*, IOM Communications Ltd., London, England.

Suzuki, K. & Kikuchi, N. (1991), 'A homogenization method for shape and topology optimization', *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **93**(3), 291–318.

Svanberg, K. (1987), 'The method of moving asymptotes a new method for structural optimization', *International Journal For Numerical Methods In Engineering* **24**(2), 359–373.

Taya, M., Almajid, A. A., Dunn, M. & Takahashi, H. (2003), 'Design of bimorph piezo-composite actuators with functionally graded microstructure', *Sensors And Actuators A-Physical* **107**(3), 248–260.

Tcherniak, D. (2002), 'Topology optimization of resonating structures using simp method', *International Journal For Numerical Methods In Engineering* **54**(11), 1605–1622.

Tenzer, P. E. & Ben Mrad, R. (2004), 'A systematic procedure for the design of piezoelectric inchworm precision positioners', *IEEE-ASME Transactions On Mechatronics* **9**(2), 427–435.

Thomsen, J. (1992), 'Topology optimization of structures composed of one or 2 materials', *Structural Optimization* **5**(1-2), 108–115.

Tiersten, H. (1967), 'Hamilton's principle for linear piezoelectric media', *Proceedings of the IEEE* **55**(8), 1523–1524.

Timoshenko, S. & Goodier, J. N. (1970), *Theory of Elasticity*.

Turteltaub, S. (2001), 'Optimal material properties for transient problems', *Structural And Multidisciplinary Optimization* **22**(2), 157–166.

Turteltaub, S. (2002*a*), 'Functionally graded materials for prescribed field evolution', *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **191**, 2283–2296.

Turteltaub, S. (2002*b*), 'Optimal control and optimization of functionally graded materials for thermomechanical processes', *International Journal of Solids and Structures* **39**, 3175–3197.

Vanderplaats, G. N. (1984), *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design: with Applications*, McGraw-Hill, New York, EUA.

Volka, K., Urbanova, M., Matejka, P., Fahnrich, J., Hlavka, K., Pekarek, T., Tokarova, H. & Vanas, B. (2003), 'Piezoelectrically driven capillary optical cell', *Journal Of Molecular Structure* **651**, 211–215.

Wang, S. Y., Kang, J. & Noh, J. (2004), 'Topology optimization of a single-phase induction motor for rotary compressor', *IEEE Transactions On Magnetics* **40**(3), 1591–1596.

Woody, S. C. & Smith, S. T. (2004), 'Performance comparison and modeling of pzn, pmn, and pzt stacked actuators in a levered flexure mechanism', *Review Of Scientific Instruments* **75**(4), 842–848.

Woronko, A., Huang, J. & Altintas, Y. (2003), 'Piezoelectric tool actuator for precision machining on conventional cnc turning centers', *Precision Engineering-Journal Of The International Societies For Precision Engineering And Nanotechnology* **27**(4), 335–345.

Ying, C. & Zhifei, S. (2005), 'Exact solutions of functionally gradient piezothermoelastic cantilevers and parameter identification', *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* **16**, 531–539.

Yoo, J. & Kikuchi, N. (2000), 'Topology optimization in magnetic fields using the homogenization design method', *International Journal For Numerical Methods In Engineering* **48**(10), 1463–1479.

Zhang, D. Y., Chang, C. L., Ono, T. & Esashi, M. (2003), 'A piezodriven xy-microstage for multiprobe nanorecording', *Sensors And Actuators A-Physical* **108**(1-3), 230–233.

Zhang, W. H., Fleury, C., Duysinx, P., Nguyen, V. H. & Laschet, I. (1996), 'A generalized method of moving asymptotes (gmma) including equality constraints', *Structural Optimization* **12**(2-3), 143–146.

Zhifei, S. (2002), 'General solution of a density functionally gradient piezoelectric cantilever and its applications', *Smart materials and Structures* **11**, 122–129.

Zhou, M. & Rozvany, G. I. N. (1991), 'The coc algorithm, part ii: Topological, geometrical and generalized shape optimization', *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **89**(1–3), 309–336.

Zhu, X. H. & Meng, Z. Y. (1995), 'Operational principle, fabrication and displacement characteristics of a functionally gradient piezoelectric ceramic actuator', *Sensors And Actuators A-Physical* **48**(3), 169–176.

Zuo, K. T., Chen, L. P., Zhang, Y. Q. & Yang, J. Z. (2006), 'Manufacturing- and machining-based topology optimization', *International Journal Of Advanced Manufacturing Technology* **27**(5-6), 531–536.

Apêndice A – Piezeletricidade

O efeito piezelétrico foi descoberto em 1880 por Pierre e Jacques Curie (apud Ikeda (1996)). A piezeletricidade é uma interação não-linear entre sistemas elétrico e mecânico (Ristik 1983, Nye 1985, IEEE Std 1987, Ikeda 1996). A piezeletricidade é uma propriedade que certos materiais apresentam, definida como a polarização elétrica produzida por uma deformação mecânica em certos tipos de cristais, denominada de polarização direta, ou seja, quando um material piezelétrico é submetido a um campo elétrico, sofre alteração em suas dimensões. O inverso do efeito piezelétrico também é válido, ou seja, quando o material piezelétrico sofre uma deformação, um campo elétrico é gerado. Os efeitos piezelétricos são características de todos os cristais ferroelétricos. A denominação *ferroeletricidade* é histórica e é devido à similaridade do fenômeno ferroelétrico com o ferromagnetismo. A similaridade é principalmente fenomenológica, ou seja, exatamente como os materiais ferromagnéticos exibem uma magnetização espontânea e o efeito de histerese na relação entre a magnetização e o campo magnético, o cristal ferroelétrico também apresenta uma espontânea polarização elétrica e o efeito de histerese entre o deslocamento dielétrico e o campo elétrico. Este comportamento é principalmente observado em temperaturas abaixo da temperatura de transição ou de Curie. Para pontos acima desta temperatura, o material perde as propriedades piezelétricas e mostra um comportamento dielétrico normal.

No diagrama da Figura A.1 é ilustrado as interações entre as grandezas

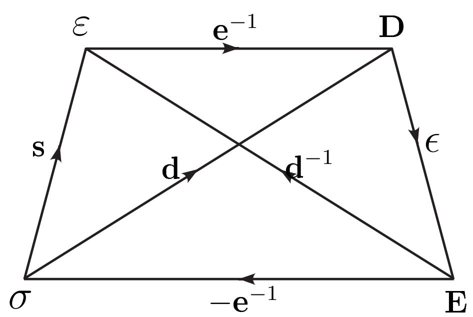


Figura A.1: Diagrama entre as interações mecânicas e elétricas.

envolvidas no fenômeno piezelétrico, bem como, vários conceitos: relações constitutivas, coeficientes de acoplamento, etc. As grandezas representadas nos vértices inferiores do trapézio (Figura A.1) são variáveis intensivas e aquelas representadas nos vértices superiores são variáveis extensivas. As linhas que conectam os vértices indicam o acoplamento entre as respectivas variáveis, sendo ilustrado somente o efeito direto entre elas. As relações constitutivas piezelétricas relacionam variáveis elétricas e mecânicas. As variáveis mecânicas são geralmente a deformação $\boldsymbol{\varepsilon}$ e a tensão $\boldsymbol{\sigma}$ e as variáveis elétricas são o deslocamento elétrico $\mathbf{D}$ e o campo elétrico $\mathbf{E}$, sendo deduzidas a partir da função de Gibbs (potenciais termodinâmicos) (Ristik 1983, Nye 1985, IEEE Std 1987, Ikeda 1996).

A.1 Equações Constitutivas Piezelétricas

Nesta seção, considera-se somente o acoplamento eletromecânico (os termos termoelétricos são negligenciados) e o efeito linear da piezeletricidade.

Nesta formulação, as relações entre as propriedades piezelétricas são ilustradas na Figura A.1, sendo as propriedades σ_{ij} e E_i denominadas como *forças* a serem aplicados nas piezocerâmicas e variáveis intensivas, e ε_{ij} e D_i os resultados direto da aplicação das *forças* e variáveis extensivas. Para trabalhar com uma formulação mista (intensiva-extensiva), adota-se que as variáveis independentes são ε_{ij} e o E_i, e as variáveis dependentes são a σ_{ij} e D_i, ou seja (Nye 1985, Ikeda 1996):

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} &= \boldsymbol{\sigma}\left(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{E}\right) \\ \mathbf{D} &= \mathbf{D}\left(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{E}\right) \end{aligned} \tag{A.1}$$

e desta forma, a seguinte equação de equilíbrio piezelétrica é obtida:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= c^E_{ijkl}\varepsilon_{kl} - e_{ijk}E_k \\ D_m &= e_{mkl}\varepsilon_{kl} + \epsilon^S_{mk}E_k \end{aligned} \tag{A.2}$$

onde $\mathbf{c}$, $\mathbf{e}$ e ϵ são as constantes elásticas, piezelétricas e dielétricas, respectivamente, e os subscritos ^{E} e $^\varepsilon$ indicam que, $\mathbf{c}^E$ e $\mathbf{e}^E$ devem ser obtidos sob um campo elétrico constante (por exemplo nulo), e sendo $\mathbf{e}^\varepsilon$ e ϵ^ε sob deformação nula, respectivamente. Assim a medição das propriedades elétricas do meio piezelétrico é dependente das restrições mecânicas e elétricas devido ao acoplamento piezelétrico.

Alterando-se a escolha das variáveis independentes, obtém-se outras expressões das equações piezelétricas (Ikeda 1996), dadas abaixo, considerando $(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{E})$ como variáveis independentes e intensivas, $(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{D})$ como variáveis independentes e misto, e $(\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{E})$ como variáveis independentes e extensivas, respectivamente:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon} &= \mathbf{s}^{E}\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{dE} \\ \mathbf{D} &= \mathbf{d}\sigma + \boldsymbol{\epsilon}^{\sigma}\mathbf{E} \end{aligned} \tag{A.3}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \mathbf{s}^{D}\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{gD} \\ \mathbf{E} &= -\mathbf{gT} + \boldsymbol{\beta}^{T}\mathbf{D} \end{aligned} \tag{A.4}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{c}^{D}\boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{hD} \\ \mathbf{E} &= -\mathbf{h}\boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\beta}^{\varepsilon}\mathbf{D} \end{aligned} \tag{A.5}$$

Nas Equações (A.3), (A.4) e (A.5) os novos termos das equações piezelétricas são campo elétrico/deformação $\mathbf{h}$, deformação/campo elétrico $\mathbf{d}$, campo elétrico/tensão mecânica $\mathbf{g}$ e permeabilidade dielétrica β. Os subscritos, ^{D} representa à deslocamento elétrico constante e ^{T} à tensão mecânica constante. As equações anteriores que descrevem o meio piezelétrico podem ser apresentadas na sua forma tensorial e matricial (Ristik 1983, IEEE Std 1987).

Sabendo-se que:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) \tag{A.6}$$

onde u_j é o vetor deslocamento.

Através da simetria dos tensores mecânicos é possível re-escrever as equações piezelétricas numa notação matricial, ou seja, reduzindo a notação tensorial. Desta forma, pode se escrever:

$$\begin{aligned} \{\boldsymbol{\sigma}\} &= \left[\mathbf{c}^{E}\right]\{\boldsymbol{\varepsilon}\} - [\mathbf{e}]^{t}\{\mathbf{E}\} \\ \{\mathbf{D}\} &= [\mathbf{e}]\{\boldsymbol{\varepsilon}\} + \left[\boldsymbol{\epsilon}^{S}\right]\{\mathbf{E}\} \end{aligned} \tag{A.7}$$

ou

$$\begin{aligned} \{\mathbf{T}\} &= \left[\mathbf{c}^{E}\right]\{\boldsymbol{\varepsilon}\} + [\mathbf{e}]^{t}\{\nabla\phi\} \\ \{\mathbf{D}\} &= [\mathbf{e}]\{\boldsymbol{\varepsilon}\} - \left[\boldsymbol{\epsilon}^{S}\right]\{\nabla\phi\} \end{aligned} \tag{A.8}$$

sabendo-se que $\mathbf{E} = -\nabla\phi$, sendo:

$$
\begin{aligned}
\{\mathbf{T}\} &= \{T_{11}\ T_{22}\ T_{33}\ T_{23}\ T_{13}\ T_{12}\}^t \text{ é o vetor das tensões mecânicas} \\
\{\boldsymbol{\varepsilon}\} &= \{\varepsilon_{11}\ \varepsilon_{22}\ \varepsilon_{33}\ \varepsilon_{23}\ \varepsilon_{13}\ \varepsilon_{12}\}^t \text{ é o vetor das deformações mecânicas} \\
\{\mathbf{E}\} &= \{E_1\ E_2\ E_3\}^t \text{ é o vetor campo elétrico} \\
\{\mathbf{D}\} &= \{D_1\ D_2\ D_3\}^t \text{ é o vetor deslocamento elétrico} \\
\left[\mathbf{c}^E\right] &= \text{a matriz de constantes elásticas} \\
[\mathbf{e}] &= \text{a matriz de constantes piezelétrica} \\
\left[\boldsymbol{\epsilon}^S\right] &= \text{a matriz de constantes dielétricas}
\end{aligned}
$$

onde o índice ^{t} indica transposta da matriz.

É assumido de uma forma geral, a direção de polarização como sendo a direção 3 (independente desta ser a direção y ou z). Os materiais piezelétricos são elasticamente e piezeletricamente anisotrópicos na direção 3 e isotrópicos no plano 12 (Auld 1990). Para os materiais das classes hexagonais (Kino 1987, Auld 1990, Ikeda 1996) com anisotropia na direção 3, as constantes elásticas, piezelétricas e dielétricas podem ser definidas numa única matriz, denominada de matriz $\mathbf{C}$ (Ristik 1983), sendo a matriz elástica de dimensão 6x6 com 9 constantes elásticas, a matriz piezelétrica de dimensão 6x3 e 3x6 com 5 constantes piezelétricas e a matriz dielétrica de dimensão 3x3 com 3 constantes dielétricas, como mostrados abaixo:

$$
[\mathbf{C}] = \begin{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\bullet & \bullet & \bullet & 0 & 0 & 0 \\
\bullet & \bullet & \bullet & 0 & 0 & 0 \\
\bullet & \bullet & \bullet & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \bullet & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \bullet & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bullet
\end{bmatrix} &
\begin{bmatrix}
0 & 0 & \bullet \\
0 & 0 & \bullet \\
0 & 0 & \bullet \\
0 & \bullet & 0 \\
\bullet & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0
\end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & \bullet & 0 \\
0 & 0 & 0 & \bullet & 0 & 0 \\
\bullet & \bullet & \bullet & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix} &
\begin{bmatrix}
\bullet & 0 & 0 \\
0 & \bullet & 0 \\
0 & 0 & \bullet
\end{bmatrix}
\end{bmatrix} \tag{A.9}
$$

A matriz de constantes elásticas é ortotrópico para o material piezelétrico, sendo dada pela teoria da elasticidade anisotrópica por:

$$[\mathbf{c}] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \tag{A.10}$$

onde $c_{66} = \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12})$

As constantes da matriz piezelétrica são:

$$[\mathbf{e}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{A.11}$$

Finalmente, a matriz de constantes dielétricas é dada por:

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \tag{A.12}$$

Assim, podemos escrever a Equação (A.7), considerando a direção de polarização $(z, 3)$, como:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{31} \\ c_{12}^E & c_{11}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{31} \\ c_{13}^E & c_{13}^E & c_{33}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{33} \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & -\epsilon_{11}^S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 & 0 & -\epsilon_{11}^S & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon_{33}^S \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \\ -E_1 \\ -E_2 \\ -E_3 \end{Bmatrix} \tag{A.13}$$

Os valores das constantes elásticas, piezelétricas e dielétricas são obtidos da literatura (Berlincourt & Krueger 2000, Nader 2002).

A.2 Matrizes Piezelétricas Definidas Para o MEF 2D

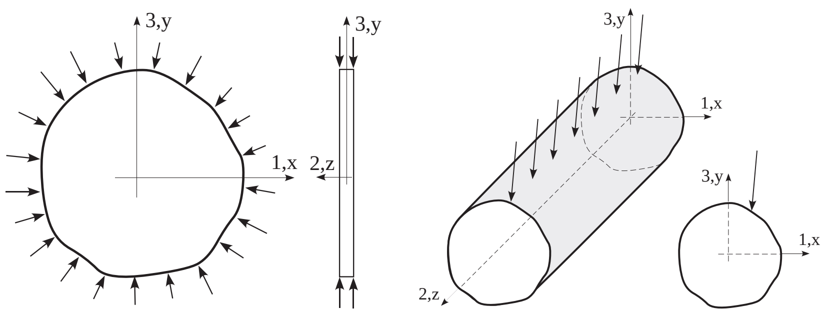
O programa de elementos finitos é desenvolvido para modelos bidimensionais considerando o EPTM ou EPDM, para materiais piezelétricos da classe de simetria hexagonal da família 6 mm (Nader 2002). Nos modelos Duas Dimensões (2D), o programa considera a polarização na direção $(y, 3)$, enquanto que nos modelos tridimensionais a polarização é considerada na direção $(z, 3)$. Dessa forma, para realizar uma simulação bidimensional há necessidade de mudança de base da matriz da equação constitutiva, ou seja, mudar a direção de polarização de $(z, 3)$ para $(y, 3)$, obtendo:

$$\left\{ \begin{array}{c} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{13}^E & c_{12}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{31} & 0 \\ c_{13}^E & c_{33}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{33} & 0 \\ c_{12}^E & c_{13}^E & c_{11}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}^E & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & -\epsilon_{11}^S & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{33} & e_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon_{33}^S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon_{11}^S \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{c} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \\ -E_1 \\ -E_2 \\ -E_3 \end{array} \right\} \tag{A.14}$$

Os problemas envolvidos nas análises 2D podem ser definidos por determinadas restrições e suposições. A solução do problema mecânico pode ser obtida através das considerações de EPTM e EPDM, e para cada caso restrições elétricas são aplicadas. Esses estados planos são descritos em termos das hipóteses físicas (mecânicas e elétricas) para a estrutura analisada, como mostrado na Figura A.2.

A.2.1 Estado Plano de Tensões Mecânicas (EPTM)

Essa consideração é utilizada em corpos que possuem uma geometria com a largura (direção 1) e o comprimento (direção 3) com dimensões comparáveis e no entanto muito maiores que a espessura (direção 2), como mostra a Figura A.2(a). As cargas mecânicas são aplicadas uniformemente sobre a espessura da placa. No estado plano de tensões mecânicas como ilustrado na Figura A.2 têm-se como



(a) EPTM (b) EPDM

Figura A.2: Estado plano de tensões e deformações mecânicas. A polarização é considerada na direção 3.

hipóteses:

$$\sigma_{zz} = \sigma_{zx} = \sigma_{zy} = 0 \tag{A.15}$$

No caso dos materiais piezelétricos da classe de simetria hexagonal da família $6mm$, assume-se no EPTM que a componente do deslocamento elétrico na direção 3 é nula, ou seja:

$$D_z = 0 \tag{A.16}$$

Após as modificações na matriz das equações constitutivas piezelétrica (Equação (A.13)), obtém-se:

$$\left\{\begin{array}{c} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \\ D_x \\ D_y \end{array}\right\} = \left[\begin{array}{ccccc} c_{11}^E - \frac{{c_{12}^E}^2}{c_{11}^E} & c_{13}^E - \frac{c_{12}^E c_{13}^E}{c_{11}^E} & 0 & 0 & e_{31} - \frac{e_{31} c_{12}^E}{c_{11}^E} \\ c_{13}^E - \frac{c_{12}^E c_{13}^E}{c_{11}^E} & c_{33}^E - \frac{{c_{13}^E}^2}{c_{11}^E} & 0 & 0 & e_{33} - \frac{e_{31} c_{13}^E}{c_{11}^E} \\ 0 & 0 & c_{66}^E & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & e_{15} & -\epsilon_{11}^S & 0 \\ e_{31} - \frac{e_{31} c_{12}^E}{c_{11}^E} & e_{33} - \frac{e_{31} c_{13}^E}{c_{11}^E} & 0 & 0 & -\epsilon_{33}^S - \frac{{e_{31}}^2}{c_{11}^E} \end{array}\right] \left\{\begin{array}{c} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \\ -E_x \\ -E_y \end{array}\right\} \tag{A.17}$$

Portanto, no caso do estado plano de tensões há contribuição dos termos da rigidez na direção 2, pois assume-se que a estrutura analisada possui dimensões finitas e a espessura (direção 2) influencia no comportamento da estrutura. Os termos piezelétricos sofrem influência das constantes elásticas e os termos dielétricos sofrem influência das constantes elásticas e piezelétricas.

A.2.2 Estado Plano de Deformações Mecânicas (EPDM)

Esta consideração é utilizada em corpos que possuem a espessura (direção 2) em dimensões muito superiores à largura (direção 1) e ao comprimento (direção 3), como mostra a Figura A.2(b). As cargas mecânicas são distribuídas uniformemente em relação à espessura e atuam perpendiculares a esta. Portanto, o EPDM assume como hipótese que a componente do deslocamento na direção 3 é nula:

$$u_z = 0 \tag{A.18}$$

Dessa forma, as deformações ficam:

$$\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{zx} = \varepsilon_{zy} = 0 \tag{A.19}$$

No caso da simulação de um material piezelétrico em EPDM, assume-se também que a componente do campo elétrico da direção 3 é nula:

$$E_z = 0 \tag{A.20}$$

Dessa forma, a matriz que representa as equações constitutivas piezelétricas se altera, como mostrado na expressão abaixo:

$$\left\{ \begin{array}{c} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \\ D_x \\ D_y \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & e_{31} \\ c_{13}^E & c_{33}^E & 0 & 0 & e_{33} \\ 0 & 0 & c_{44}^E & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & e_{15} & -\epsilon_{11}^S & 0 \\ e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & -\epsilon_{11}^S \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{c} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \\ -E_x \\ -E_y \end{array} \right\} \tag{A.21}$$

Portanto, no estado plano de deformações, não há contribuição dos termos da direção 2, pois assume-se que a estrutura analisada é infinita na direção da espessura, ou que está rigidamente fixada nessa direção. Os termos piezelétricos não sofrem influência das constantes elásticas e os termos dielétricos não sofrem influência dos termos elásticos e piezelétricos.

A.2.3 Rotação das Propriedades Piezelétricas

As propriedades piezelétricas são funções do ângulo entre a direção 3 e o campo elétrico aplicado. As propriedades descritas nas Equações (A.17) e (A.21) são válidas para $\theta = 0°$, ou seja, polarização na direção 3. No entanto,

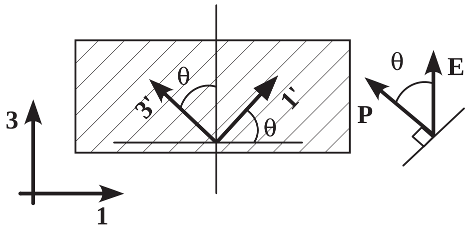


Figura A.3: Rotação da polarização P em relação ao campo elétrico E.

definindo o ângulo θ, pode-se obter as propriedades numa determinada direção $(1' - 3')$ rotacionada de θ em relação aos eixos de referência $(1 - 3)$, considerando as Equações (A.17) e (A.21) como referência. Desta forma, re-escrevendo a Equação (A.7) em função de θ, obtém-se:

$$
\begin{aligned}
\{\boldsymbol{\sigma}'\} &= [\mathbf{c}']^{E} \{\boldsymbol{\varepsilon}'\} + [\mathbf{e}']^{t} \{-\mathbf{E}'\} \\
\{\mathbf{D}'\} &= [\mathbf{e}'] \{\boldsymbol{\varepsilon}'\} - [\boldsymbol{\epsilon}']^{S} \{-\mathbf{E}'\}
\end{aligned}
\tag{A.22}
$$

Com a Equação (A.22) contêm tensores de primeira e segunda ordem é necessário definir diferentes matrizes de rotação. Os tensores de primeira ordem $\mathbf{D}'$ e $\mathbf{E}'$ são rotacionados usando a seguinte expressão:

$$\{\mathbf{E}'\} = [\mathbf{R}_\theta] \{\mathbf{E}\} \tag{A.23}$$

$$\{\mathbf{D}\} = [\mathbf{R}_\theta]^{t} \{\mathbf{D}'\} \tag{A.24}$$

onde $\mathbf{R}_\theta$ é uma matriz de rotação bi-dimensional dada por:

$$\mathbf{R}_\theta = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \tag{A.25}$$

Para os tensores de segunda ordem σ' e ε' a rotação é dada por:

$$\{\boldsymbol{\sigma}\} = [\mathbf{T}_\theta]^{t} \{\boldsymbol{\sigma}'\} \tag{A.26}$$

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}'\} = [\mathbf{T}_\theta] \{\boldsymbol{\varepsilon}\} \tag{A.27}$$

onde $\mathbf{T}_\theta$ é uma matriz de rotação bi-dimensional dada por:

$$\mathbf{T}_\theta = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & \sin\theta\cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -\sin\theta\cos\theta \\ -2\sin\theta\cos\theta & 2\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix} \tag{A.28}$$

Substituindo as Equações (A.23), (A.24), (A.26) e (A.27) na Equação (A.22), obtém-se:

$$\begin{aligned} [\mathbf{T}_\theta]^{-t}\{\boldsymbol{\sigma}\} &= [\mathbf{c}']^E[\mathbf{T}_\theta]\{\boldsymbol{\varepsilon}\}+[\mathbf{e}']^t[\mathbf{R}_\theta]\{-\mathbf{E}\} \\ [\mathbf{R}_\theta]^{-t}\{\mathbf{D}\} &= [\mathbf{e}'][\mathbf{T}_\theta]\{\boldsymbol{\varepsilon}\}-[\boldsymbol{\epsilon}']^S[\mathbf{R}_\theta]\{-\mathbf{E}\} \end{aligned} \tag{A.29}$$

Multiplicando a primeira expressão da Equação (A.29) por $\mathbf{T}_\theta^t$ e a segunda expressão por $\mathbf{R}_\theta^t$, obtém-se:

$$\begin{aligned} \{\boldsymbol{\sigma}\} &= \underbrace{[\mathbf{T}_\theta]^t[\mathbf{c}']^E[\mathbf{T}_\theta]}_{\mathbf{c}^E}\{\boldsymbol{\varepsilon}\}+\underbrace{[\mathbf{T}_\theta]^t[\mathbf{e}']^t[\mathbf{R}_\theta]}_{\mathbf{e}^t}\{-\mathbf{E}\} \\ \{\mathbf{D}\} &= \underbrace{[\mathbf{R}_\theta]^t[\mathbf{e}'][\mathbf{T}_\theta]}_{\mathbf{e}}\{\boldsymbol{\varepsilon}\}-\underbrace{[\mathbf{R}_\theta]^t[\boldsymbol{\epsilon}']^S[\mathbf{R}_\theta]}_{\boldsymbol{\epsilon}^S}\{-\mathbf{E}\} \end{aligned} \tag{A.30}$$

e, portanto:

$$\begin{aligned} [\mathbf{c}]^E &= [\mathbf{T}_\theta]^t[\mathbf{c}']^E[\mathbf{T}_\theta] \\ [\mathbf{e}]^t &= [\mathbf{T}_\theta]^t[\mathbf{e}']^t[\mathbf{R}_\theta] \\ [\boldsymbol{\epsilon}]^S &= [\mathbf{R}_\theta]^t[\boldsymbol{\epsilon}']^S[\mathbf{R}_\theta] \end{aligned}$$

A.3 Princípio Variacional Piezelétrico

O princípio variacional piezelétrico linear é descrito nesta seção através do princípio de Hamilton (AlliK & Hughes 1970, Naillon et al. 1983, Lerch 1990), considerando o meio piezelétrico linear. Inicialmente será considerado a energia cinética relacionada com o campo de velocidades no problema, porém a formulação do MEF utilizada nesse trabalho é estática.

As equações dinâmicas do meio piezelétrico contínuo podem ser derivadas do princípio de Hamilton, no qual é utilizado a formulação Lagrangiana e o princípio dos trabalhos virtuais adaptados para incluir a contribuição elétrica ao sistema mecânico, sendo dado por (Eer Nisse 1967, Tiersten 1967, AlliK & Hughes 1970, He 2001):

$$\delta\int_{t_1}^{t_2}(\mathcal{L}+\mathcal{W})\,dt=0 \tag{A.31}$$

onde t_1 e t_2 definem o intervalo de tempo (pela definição do princípio dos trabalhos virtuais sabe-se que $t_1=t$ e $t_2=t$, $\mathcal{L}$ é o Lagrangiano e $\mathcal{W}$ é o trabalho virtual dos carregamentos mecânicos e elétricos das forças externas. O Lagrangiano $\mathcal{L}$ é definido pela soma das energias cinéticas $\mathcal{J}$ e da entalpia elétrica $\mathcal{H}$, como mostrado na expressão abaixo (Eer Nisse 1967, Tiersten 1967, He 2001):

$$\mathcal{L} = \mathcal{J} + \mathcal{H} \tag{A.32}$$

sendo, a entalpia elétrica $\mathcal{H}$ obtida do funcional de Gibbs ($\mathcal{G} = \mathcal{H}$) (Nye 1985, Ikeda 1996, Damjanovic 1998), considerando somente o efeito piezelétrico linear. Da teoria piezelétrica linear $\mathcal{H}$ é dado por:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} c^{E}_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl} - e_{kij} E_k \varepsilon_{ij} - \frac{1}{2} \epsilon^{S}_{ij} E_i E_j \tag{A.33}$$

Substituindo a equação de equilíbrio piezelétrica (Equação (A.30)) na expressão acima, obtém-se:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \left[\{\boldsymbol{\varepsilon}\}^t \{\boldsymbol{\sigma}\} - \{\mathbf{E}\}^t \{\mathbf{D}\} \right] \tag{A.34}$$

e $\mathcal{J}$ é dado por (Naillon et al. 1983):

$$\mathcal{J} = \frac{1}{2} \varrho \{\dot{\mathbf{u}}\}^t \{\dot{\mathbf{u}}\} \tag{A.35}$$

onde $\dot{\mathbf{u}}$ é o campo de velocidade e ϱ é a densidade do meio.

O Lagrangiano na forma variacional é definido por:

$$\delta\mathcal{L} = \int_{t_1}^{t_2} (\delta\mathcal{J} + \delta\mathcal{H})\, dt \tag{A.36}$$

e portanto, variacionando $\mathcal{J}$ e $\mathcal{H}$, obtém-se:

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{J} &= \int_{t_1}^{t_2} \varrho \{\delta\dot{\mathbf{u}}\}^t \{\dot{\mathbf{u}}\}\, dt = \underbrace{\varrho \{\delta\mathbf{u}\}^t \{\dot{\mathbf{u}}\} |_{t_1}^{t_2}}_{=0 \to t_1 = t_2 = t} - \int_{t_1}^{t_2} \varrho \{\delta\mathbf{u}\}^t \{\ddot{\mathbf{u}}\}\, dt = \\ &= -\int_{t_1}^{t_2} \varrho \{\delta\mathbf{u}\}^t \{\ddot{\mathbf{u}}\}\, dt \end{aligned} \tag{A.37}$$

e

$$\delta\mathcal{H} = \int_{t_1}^{t_2} \left[\{\delta\boldsymbol{\varepsilon}\}^t \left([\mathbf{c}]^E \{\boldsymbol{\varepsilon}\} - [\mathbf{e}]^t \{\mathbf{E}\} \right) - \{\delta\mathbf{E}\}^t \left([\mathbf{e}] \{\boldsymbol{\varepsilon}\} + [\boldsymbol{\epsilon}]^S \{\mathbf{E}\} \right) \right] dt \tag{A.38}$$

então

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{L} &= -\int_{t_1}^{t_2} \int_V \varrho \{\delta\mathbf{u}\}^t \{\ddot{\mathbf{u}}\}\, dV dt + \\ &+ \int_{t_1}^{t_2} \int_V \{\delta\boldsymbol{\varepsilon}\}^t \left([\mathbf{c}]^E \{\boldsymbol{\varepsilon}\} - [\mathbf{e}]^t \{\mathbf{E}\} \right) dV dt - \\ &- \int_{t_1}^{t_2} \int_V \{\delta\mathbf{E}\}^t \left([\mathbf{e}] \{\boldsymbol{\varepsilon}\} + [\boldsymbol{\epsilon}]^S \{\mathbf{E}\} \right) dV dt \end{aligned} \tag{A.39}$$

O trabalho virtual $\delta\mathcal{W}$ realizado pelos carregamentos mecânicos e elétricos para uma variação arbitrária do campo de deslocamento $\{\delta\mathbf{u}\}$ e do potencial elétrico $\{\delta\phi\}$, respectivamente, é dado por:

$$\delta\mathcal{W} \;=\; \int_{t_1}^{t_2} \left(\{\delta\mathbf{u}\}^t\{\mathbf{f}\} - \{\delta\phi\}^t\{\mathbf{q}\}\right) dt \tag{A.40}$$

sendo $\{\mathbf{f}\}$ e $\{\mathbf{q}\}$ carregamentos mecânicos e elétricos pontuais. Desta forma, o variacional resultante é (AlliK & Hughes 1970):

$$\begin{aligned}
&- \int_V \left[\varrho\{\delta\mathbf{u}\}^t\{\ddot{\mathbf{u}}\}\right] - \\
&- \int_V \left[\{\delta\boldsymbol{\varepsilon}\}^t\left([\mathbf{c}]^E\{\boldsymbol{\varepsilon}\} - [\mathbf{e}]^t\{\mathbf{E}\}\right) + \{\delta\mathbf{E}\}^t\left([\mathbf{e}]\{\boldsymbol{\varepsilon}\} + [\boldsymbol{\epsilon}]^S\{\mathbf{E}\}\right)\right] dV + \\
&+ \{\delta\mathbf{u}\}^t\{\mathbf{f}\} - \{\delta\phi\}^t\{\mathbf{q}\} = 0
\end{aligned} \tag{A.41}$$

e portanto:

$$\int_V \varrho\{\delta\mathbf{u}\}^t\{\ddot{\mathbf{u}}\}\,dV + \int_V \{\delta\boldsymbol{\varepsilon}\}^t\left([\mathbf{c}]^E\{\boldsymbol{\varepsilon}\} - [\mathbf{e}]^t\{\mathbf{E}\}\right) dV \;=\; \{\delta u\}^t\{\mathbf{f}\} \tag{A.42}$$

$$\int_V \{\delta\mathbf{E}\}^t\left([\mathbf{e}]\{\boldsymbol{\varepsilon}\} + [\boldsymbol{\epsilon}]^S\{\mathbf{E}\}\right) dV \;=\; \{\delta\phi\}^t\{\mathbf{q}\} \tag{A.43}$$

A.4 Propriedades dos Materiais Utilizados

Tabela A.1 contém os valores das propriedades piezelétricas do Titanato Zircanato de Chumbo (PZT5A) usado na simulação numérica para todos os exemplos presentes. $\mathbf{c}^E$, $\mathbf{e}$, and $\boldsymbol{\epsilon}^S$ são as propriedades elásticas, piezelétricas e dielétricas, respectivamente, do meio piezelétrico. O módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson do Alumínio e do Ouro são 70 GPa e $0,33$, e 83 GPa e $0,44$, respectivamente.

Tabela A.1: Propriedade do material PZT5A.

$c^E_{11}(10^{10}$ N/m$^2)$	12,1	e_{13} (C/m^2)	-5,4
$c^E_{12}(10^{10}$ N/m$^2)$	7,54	e_{33} (C/m^2)	15,8
$c^E_{13}(10^{10}$ N/m$^2)$	7,52	e_{15} (C/m^2)	12,3
$c^E_{33}(10^{10}$ N/m$^2)$	11,1	$\epsilon^S_{11}/\epsilon_0$	1650
$c^E_{44}(10^{10}$ N/m$^2)$	2,30	$\epsilon^S_{22}/\epsilon_0$	1650
$c^E_{66}(10^{10}$ N/m$^2)$	2,10	$\epsilon^S_{33}/\epsilon_0$	1700

Apêndice B – Método de Elementos Finitos (MEF) piezelétrico

O deslocamento mecânico e o potencial elétrico podem ser expressos para cada elemento, através dos seus os respectivos valores nodais $\{\mathbf{u}\}_e$ e $\{\phi\}_e$ pelas funções de forma $[\mathbf{N_u}]$ e $[\mathbf{N}_\phi]$, ou seja:

$$\{\mathbf{u}\} = [\mathbf{N_u}]^t \{\mathbf{u}\}_e \quad \text{(B.1)}$$

$$\{\phi\} = [\mathbf{N}_\phi]^t \{\boldsymbol{\phi}\}_e \quad \text{(B.2)}$$

e, os vetores funções de forma são dados por:

$$[\mathbf{N_u}] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \quad \text{(B.3)}$$

$$[\mathbf{N}_\phi] = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & N_4 \end{bmatrix} \quad \text{(B.4)}$$

sendo as funções de forma definidas em coordenadas locais (ξ, η), e calculadas por:

$$N_1(\xi,\eta) = \frac{(1-\xi)(1-\eta)}{4} \quad \text{(B.5)}$$

$$N_2(\xi,\eta) = \frac{(1+\xi)(1-\eta)}{4} \quad \text{(B.6)}$$

$$N_3(\xi,\eta) = \frac{(1+\xi)(1+\eta)}{4} \quad \text{(B.7)}$$

$$N_4(\xi,\eta) = \frac{(1-\xi)(1+\eta)}{4} \quad \text{(B.8)}$$

O vetor deformações ε e vetor campo elétrico $\mathbf{E}$ são relacionados com os deslocamentos mecânicos e potenciais elétricos nodais pelas derivadas das funções de forma $[\mathbf{B_u}]$ e $[\mathbf{B}_\phi]$, defindas por:

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = [\partial]\{\mathbf{u}\}_e = [\mathbf{B_u}]^t \{\mathbf{u}\}_e \quad \text{(B.9)}$$

$$\{\mathbf{E}\} = -\nabla [\mathbf{N}_\phi]\{\boldsymbol{\phi}\}_e = -[\mathbf{B}_\phi]^t \{\boldsymbol{\phi}\}_e \quad \text{(B.10)}$$

sendo $[\mathbf{B}_u]$ e $[\mathbf{B}_\phi]$ dados respectivamente por:

$$[\mathbf{B_u}] = [\partial]\,[\mathbf{N_u}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} [\mathbf{N_u}] \tag{B.11}$$

$$[\mathbf{B}_\phi] = [\partial]\,[\mathbf{N}_\phi] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} [\mathbf{N}_\phi] \tag{B.12}$$

B.1 Formulação Matricial do Elemento

Definida a formulação dos graus de liberdade do elemento isoparamétrico, pode-se definir a formulação matricial do elemento. Então, pode-se escrever as deformações mecânicas (Equação (B.9)) e o campo elétrico (Equação (B.10)) em função dos deslocamentos virtuais, ou seja:

$$\{\delta\boldsymbol{\varepsilon}\} = [\mathbf{B_u}]\,\{\delta\mathbf{u}\} \tag{B.13}$$

$$\{\delta\mathbf{E}\} = -\,[\mathbf{B}_\phi]\,\{\delta\boldsymbol{\phi}\} \tag{B.14}$$

Substituindo a Equação (B.13) na Equação (A.42), e a Equação (B.14) na Equação (A.43) usando as Equações (B.1) e (B.2) para cada elemento finito, obtém-se as equações de equilíbrio na forma matricial, dadas por:

$$[\mathbf{M}]_e\,\{\ddot{\mathbf{u}}\}_e + [\mathbf{K_{uu}}]_e\,\{\mathbf{u}\}_e + [\mathbf{K}_{\mathbf{u}\phi}]_e\,\{\boldsymbol{\phi}\}_e = \{\mathbf{F}\}_e \tag{B.15}$$

$$[\mathbf{K}_{\phi\mathbf{u}}]_e\,\{\mathbf{u}\}_e - [\mathbf{K}_{\phi\phi}]_e\,\{\boldsymbol{\phi}\}_e = \{\mathbf{Q}\}_e \tag{B.16}$$

onde $[\mathbf{K_{uu}}]_e$, $[\mathbf{K}_{\mathbf{u}\boldsymbol{\phi}}]_e$ e $[\mathbf{K}_{\phi\phi}]_e$ são matrizes de rigidez elástica, piezelétrica e dielétrica, respectivamente, que podem ser escritas da seguinte forma:

$$[\mathbf{K_{uu}}]_e = h_e \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} [\mathbf{B_u}]^t \left[\mathbf{c}^E\right] [\mathbf{B_u}]\, det\,[\mathbf{j}]\, d\eta d\xi \tag{B.17}$$

$$[\mathbf{K}_{\mathbf{u}\boldsymbol{\phi}}]_e = h_e \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} [\mathbf{B_u}]^t\,[\mathbf{e}]^t\,[\mathbf{B}_{\boldsymbol{\phi}}]\, det\,[\mathbf{j}]\, d\eta d\xi \tag{B.18}$$

$$[\mathbf{K}_{\boldsymbol{\phi}\mathbf{u}}]_e = h_e \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} [\mathbf{B}_{\boldsymbol{\phi}}]^t\,[\mathbf{e}]\,[\mathbf{B_u}]\, det\,[\mathbf{j}]\, d\eta d\xi \tag{B.19}$$

$$[\mathbf{K}_{\boldsymbol{\phi\phi}}]_e = h_e \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} [\mathbf{B}_{\boldsymbol{\phi}}]^t \left[\boldsymbol{\epsilon}^S\right] [\mathbf{B}_{\boldsymbol{\phi}}]\, det\,[\mathbf{j}]\, d\eta d\xi \tag{B.20}$$

sendo h_e a espessura do elemento finito.

A equação linear e estática do MEF piezelétrico para cada elemento é dada por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K_{uu}} & \mathbf{K_{u\phi}} \\ \mathbf{K_{\phi u}} & -\mathbf{K_{\phi\phi}} \end{bmatrix}_e \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{\Phi} \end{Bmatrix}_e = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{Q} \end{Bmatrix}_e \tag{B.21}$$

A equação acima representa a matriz local de um elemento, de tamanho 12×12 (para o elemento não-piezelétrico, a tamanho da matriz é 8×8). A solução numérica da Equação (B.21) é descrita na próxima seção.

B.2 Determinação Numérica dos Deslocamentos Nodais

Determinada a matriz total $[\mathbf{K}]$ e sendo conhecido o vetor de carregamento mecânicas $\{\mathbf{F}\}$ e cargas elétricas $\{\mathbf{Q}\}$, calcula-se o vetor de deslocamentos nodais a partir da relação de equilíbrio abaixo:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K_{uu}} & \mathbf{K_{u\phi}} \\ \mathbf{K_{\phi u}} & -\mathbf{K_{\phi\phi}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{\Phi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{Q} \end{Bmatrix} \tag{B.22}$$

no entanto, a matriz total é indefinida, ou seja, possui autovalores positivos e negativos. Para resolver o sistema de equações lineares, dada pela Equação (B.22) aplica-se o método da coluna ativa (sub-rotina COLSOL) (Bathe 1995) para se determinar o vetor de deslocamento nodal da estrutura.

Quando a piezocerâmica é excitada por voltagem ou potenciais elétricos ($\boldsymbol{\phi}$), e não por cargas elétricas ($\mathbf{Q}$), deve-se prescrever os deslocamentos elétricos (voltagem). Desta forma, para resolver as equações de equilíbrio descritas na Equação (B.22), implementou-se uma rotina que mantêm a matriz total simétrica, permitindo a implementação do método adjunto no cálculo dos gradientes (ver Seções 3.2.3 e 4.2.4).

A implementação das condições de contorno de Dirichlet, seguem os seguintes passos, considerando a equação abaixo como exemplo:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix} \tag{B.23}$$

então, assumindo conhecido os valores $i-$ésimos de $\mathcal{U}_i$ (i representa o índice dos graus prescritos), como, por exemplo, conhecido $\mathcal{U}_1$ da Equação (B.23), e assim:

1. subtraí-se dos termos $i-$ésimos do vetor carregamento o produto, $K_{ij}\mathcal{U}_i$, e

então um novo vetor carregamento é obtido;

2. zerar as $i-$ ésimos linhas e colunas da matriz de rigidez;

3. definindo que $K_{ii}=1$;

4. atribuir no novo vetor carregamento, na posição $i-$ésimos o valor conhecido $\mathcal{U}_i$;

5. continuar estes passos para cada valor $i-$ ésimos;

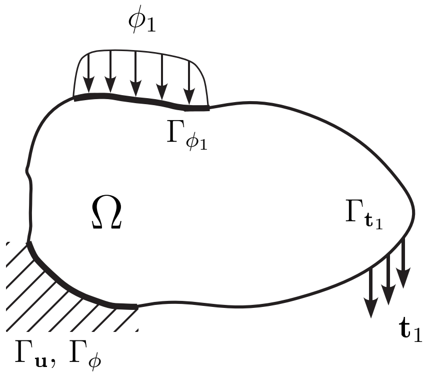
6. e por fim, resolver o sistema da Equação (B.24), descrito abaixo.

$$\begin{bmatrix} K_{11} & 0 & K_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ K_{31} & 0 & K_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ \mathcal{U}_i \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 - \mathcal{U}_i K_{1i} \\ \mathcal{U}_i \\ Q_2 - \mathcal{U}_i K_{3i} \end{Bmatrix} \tag{B.24}$$

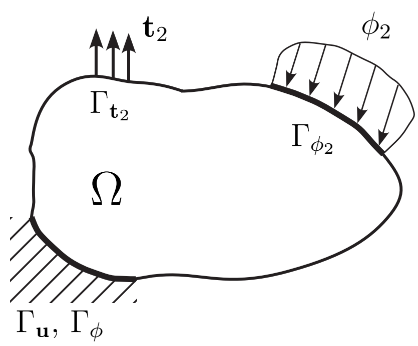
Apêndice C – Formulação da Transdução Média

O conceito de transdução média é utilizado para atender a condição de flexibilidade estrutural ou máxima deformação, através de uma formulação que permite se obter o máximo deslocamento em direções e regiões determinadas, com a aplicação de energia elétrica no meio piezelétrico, cargas elétricas ou potênciais elétricos (voltagem). A transdução média é obtida estendendo o teorema da reciprocidade (ou teorema de Betti) proveniente da teoria da elasticidade (Timoshenko & Goodier 1970) para o meio piezelétrico.

Desta forma, considere um corpo piezelétrico mostrado na Figura C.1, sujeito a potenciais elétricos ϕ_1 e ϕ_2, aplicados nas regiões Γ_{ϕ_1} e Γ_{ϕ_2} (região denominada de eletrodos da piezocerâmica), respectivamente, e carregamentos mecânicos $\mathbf{t}_1$ e $\mathbf{t}_2$, aplicados nas regiões $\Gamma_{\mathbf{t}_1}$ e $\Gamma_{\mathbf{t}_2}$, respectivamente. Primeiro, aplicam-se simultaneamente o potencial elétrico ϕ_1 e o carregamento mecânico $\mathbf{t}_1$ nas suas respectivas regiões Γ_{ϕ_1} e $\Gamma_{\mathbf{t}_1}$, mantendo-os constantes, Figura C.1(a), enquanto o potencial elétrico ϕ_2 e o carregamento mecânico $\mathbf{t}_2$ são aplicados simultaneamente nas regiões Γ_{ϕ_2} e $\Gamma_{\mathbf{t}_2}$, respectivamente, Figura C.1(b). Portanto, o trabalho



(a) case a



(b) case b

Figura C.1: Extensão do teorema da reciprocidade para o meio piezelétrico.

total (mecânico e elétrico) realizado pelos potenciais elétricos e carregamentos mecânicos nas regiões é dado pela expressão:

$$
\begin{aligned}
L_2\left(\mathbf{u}_1, \phi_1\right) &= \int_{\Gamma_{\mathbf{t}_2}} \mathbf{t}_2 \mathbf{u}_1 d\Gamma + \int_{\Gamma_{d_2}} d_2 \phi_1 d\Gamma = \\
&= \int_{\Gamma_{\mathbf{t}_1}} \mathbf{t}_1 \mathbf{u}_2 d\Gamma + \int_{\Gamma_{d_1}} d_1 \phi_2 d\Gamma = L_1(\mathbf{u}_2, \phi_2)
\end{aligned} \tag{C.1}
$$

a equação acima é o teorema da reciprocidade estendido para o meio piezelétrico. Analogamente à energia mútua, $L_1\left(\mathbf{u}_2, \phi_2\right)$ ou $L_2\left(\mathbf{u}_1, \phi_1\right)$ são denominadas de transdução média, no qual as quantidade mecânicas e elétricas estão envolvidas, Figura C.1. Agora considerando a formulação da equação de equilíbrio do meio piezelétrico, temos:

$$
\begin{aligned}
&\int_\Omega \varepsilon\left(\mathbf{u}\right)^t \mathbf{c}^E \; \varepsilon\left(\mathbf{v}\right) d\Omega + \int_\Omega \left(\bigtriangledown\phi\right)^t \mathbf{e}^t \; \varepsilon\left(\mathbf{v}\right) d\Omega = \int_{\Gamma_t} \mathbf{t}\mathbf{v} d\Gamma \\
&\int_\Omega \varepsilon\left(\mathbf{u}\right)^t \mathbf{e}\left(\bigtriangledown\varphi\right) d\Omega - \int_\Omega \left(\bigtriangledown\phi\right)^t \epsilon^S \left(\bigtriangledown\varphi\right) d\Omega = \int_{\Gamma_\phi} d\varphi d\Gamma \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \mathit{para}\ \mathbf{u}, \phi \in V \ \mathit{e}\ \forall \mathbf{v}, \forall \phi \in V
\end{aligned} \tag{C.2}
$$

onde $V = (\mathbf{v} = v_j \bar{e}_j, \varphi : v_j, \phi_i \in H^1(\Omega)$ com $\mathbf{v} = 0$ em $\Gamma_{\mathbf{u}}$ e $\varphi = 0$ em $\Gamma_\phi, j = 1$ ou $3)$, Ω é o domínio do meio piezocerâmico (também pode conter um material não piezelétrico), $\bigtriangledown$ é o operador gradiente, $\mathbf{c}^E$, $\mathbf{e}$ e ϵ^S são as propriedades elásticas a campo elétrico constante, piezelétricas e dielétricas a deformação constante, respectivamente do meio piezelétrico. O índice j assume o valor 1 ou 3, porque o problema está considerando no plano $1-3$. A piezocerâmica está polarizada na direção 3. A Equação (C.2) pode ser escrita numa forma mais compacta, como mostrado abaixo:

$$
\begin{aligned}
A(\mathbf{u}, \mathbf{v}) &= \int_\Omega \varepsilon\left(\mathbf{u}\right)^t \mathbf{c}^E \; \varepsilon\left(\mathbf{v}\right) d\Omega \\
B(\phi, \mathbf{v}) &= \int_\Omega \left(\bigtriangledown\phi\right)^t \mathbf{e}^t \; \varepsilon\left(\mathbf{v}\right) d\Omega \\
C(\phi, \varphi) &= \int_\Omega \left(\bigtriangledown\phi\right)^t \epsilon^S \left(\bigtriangledown\varphi\right) d\Omega \\
L_t(\mathbf{t}, \mathbf{v}) &= \int_{\Gamma_t} \mathbf{t}\mathbf{v} d\Gamma \\
L_d(d, \varphi) &= \int_{\Gamma_\phi} d\varphi d\Gamma
\end{aligned}
$$

Portanto, C.2 torna-se:

$$
\begin{aligned}
A(\mathbf{u}, \mathbf{v}) + B(\phi, \mathbf{v}) = L_t(\mathbf{t}, \mathbf{v}) \\
B(\varphi, \mathbf{u}) - C(\phi, \varphi) = L_d(d, \varphi)
\end{aligned} \tag{C.3}
$$

Fazendo $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ iguais à $\mathbf{u}_1$ e $\mathbf{u}_2$, $\mathbf{t}$ iguais à $\mathbf{t}_1$ e $\mathbf{t}_2$, d iguais à d_1 e d_2, e finalmente, ϕ iguais à ϕ_1 e ϕ_2 (desde que $\mathbf{v}$ e ϕ sejam arbritários), obtém-se:

$$\begin{aligned} A(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2) + B(\phi_1, \mathbf{u}_2) &= L_{t_1}(\mathbf{t}_1, \mathbf{u}_2) \\ B(\phi_2, \mathbf{u}_1) - C(\phi_1, \phi_2) &= L_d(d_1, \phi_2) \end{aligned} \tag{C.4}$$

e:

$$\begin{aligned} A(\mathbf{u}_2, \mathbf{u}_1) + B(\phi_2, \mathbf{u}_1) &= L_{t_2}(\mathbf{t}_2, \mathbf{u}_1) \\ B(\phi_1, \mathbf{u}_2) - C(\phi_2, \phi_1) &= L_d(d_2, \phi_1) \end{aligned} \tag{C.5}$$

Portanto, substituindo as Equações (C.4) e (C.5), na equações na Equação (C.1), resultando na expressão abaixo:

$$\begin{aligned} L_2(\mathbf{u}_1, \phi_1) &= A(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2) + B(\phi_1, \mathbf{u}_2) + B(\phi_2, \mathbf{u}_1) - C(\phi_1, \phi_2) = \\ &= A(\mathbf{u}_2, \mathbf{u}_1) + B(\phi_2, \mathbf{u}_1) + B(\phi_1, \mathbf{u}_2) - C(\phi_2, \phi_1) = \\ &= L_1(\mathbf{u}_2, \phi_2) \end{aligned} \tag{C.6}$$

Os operadores definidos na Equação (C.2), bem como a transdução média (Equação (C.6)) são operadores auto-adjuntos, ou seja, possuem as propriedades definidas pela seguinte expressão:

$$(u, \mathbf{L}v) = (v, \mathbf{L}u) \tag{C.7}$$

onde:

$$(u, \mathbf{L}v) = \int_0^L u\mathbf{L}v\,dx \tag{C.8}$$

Apêndice D – Implementação Numérica

Os problemas da OT são resolvidos utilizando métodos, como, por exemplo, o Critério de Optimalidade (CO) (Hassani & Hinton 1998*c*, Bendsøe & Sigmund 2003), o método de PLS, o método de movimento assintótico (MMA) (Svanberg 1987, Bruyneel et al. 2002), ou o método de programação quadrática seqüencial (PQS) (Haftka et al. 1990). O CO é um método de OT específico, no qual é desenvolvida uma formulação específica para cada problema de otimização. No entanto, o CO é eficiente computacionalmente e foi aplicado em vários problemas de otimização topológica, como, no problema de minimização de flexibilidade média (ou maximização de rigidez) (Suzuki & Kikuchi 1991), no problema de otimização de estruturas discretas (tipo treliça) (Zhou & Rozvany 1991), no problema de maximização da freqüência de ressonância (Ma et al. 1994), e no projeto de mecanismos flexíveis (Ananthasuresh & Kota 1995*a*, Ananthasuresh & Kota 1995*b*, Frecker et al. 1997). Os métodos de PLS e PQS são métodos classificados como genéricos, ou seja, consistem em métodos de otimização que são baseados na chamada teoria de programação matemática e podem ser aplicados numa grande gama de problemas de otimização, seja no projeto de estruturas ou em outras áreas de aplicação.

O PLS vem sendo aplicado com sucesso nos problemas de OT, devido a simplicidade da implementação, e em particular no projeto de atuadores piezelétricos flextensionais por apresentar resultados que atendem as condições de projeto e com uma rápida convergência (Silva, Fonseca, Espinosa, Crumm, Brady, Halloran & Kikuchi 1999, Silva et al. 2000). O PLS é uma rotina que resolve, seqüencialmente vários sub-problemas lineares na busca da solução do problema não-linear, o qual geralmente possui uma função objetivo complexa, um grande número de variáveis de projeto e várias restrições.

D.1 Programação Linear Seqüencial (PLS)

O PLS, adotado neste trabalho, permite lidar com um grande número de variáveis de projeto e diferentes funções objetivo e restrição (Vanderplaats 1984, Haftka et al. 1990). No PLS um problema de otimização não-linear é aproximado por uma seqüência de sub-problemas lineares. A linearização dos sub-problemas é obtida através da expansão em série de Taylor da função multi-objetivo e restrição do problema não-linear em torno da variável de projeto corrente ρ_i em cada passo da iteração (Vanderplaats 1984). Em cada iteração são definidos limites móveis para as variáveis de projeto. Esses limites são definidos como valores relativos em relação ao valor dessa variável. Se os valores usados para os limites móveis forem muito grandes, o erro da aproximação linear será grande, podendo causar inclusive a perda do ponto ótimo. Se forem muito pequenos o custo computacional para obter a solução ótima será grande. Uma forma de tentar minimizar esse impasse e tornar mais rápido a convergência da solução, é assumir valores grandes para os limites móveis na região em que a função objetivo apresenta uma curvatura menos acentuada. Já na região em que a função apresenta uma curvatura mais acentuada os limites móveis devem ser pequenos. Além disso, à medida que a convergência da solução se aproxima (ponto ótimo da função objetivo não-linear), os limites móveis devem ser reduzidos. Assim, uma escolha inadequada dos valores dos limites móveis pode tornar o método PLS desvantajoso. É adotado neste trabalho, como geralmente usado na literatura, as variáveis de projeto (ρ_i) alterarem de 5–15% de seus valores originais (Haftka et al. 1990), em cada iteração. Após a otimização, um novo conjunto de variáveis de projeto ρ_n é obtido e atualizado no modelo de elementos finitos. A iteração continua até que seja atingida a convergência para o valor da função objetivo.

D.2 Procedimento para Implementação do MOT

Os procedimentos numéricos ilustrados nas Figuras 3.3, 4.6, 5.5 e 6.3 foram implementados em linguagem C no sistema operacional Linux. O domínio inicial é discretizado por elementos finitos e o algoritmo recebe as informações sobre o domínio inicial (número de nós e elementos, condições de contorno, carregamentos, etc.) e através de uma rotina de MEF são calculados os deslocamentos nodais para cada caso de carga e a matriz de rigidez global, o que permite calcular os valores da função objetivo e restrições. A linearização do problema (série de Taylor) em cada iteração requer a sensibilidade (gradientes) da função multi-objetivo e restrições em relação as variáveis de projeto ρ_n, sendo obtido na análise de sensibilidades. Mediante o valor das sensibilidades a cada iteração a rotina de PL, resolve o sub-problema linearizado de otimização. Assim, a cada iteração o algoritmo se desloca seqüencialmente na função objetivo e restrições, em pequenos trechos lineares limitados por limites móveis aplicados as variáveis do problema. As novas propriedades elásticas e piezelétricas são calculadas usando o modelo de material implementado, no caso o método das densidades ou SIMP. Essas propriedades são atualizadas no modelo de MEF e o processo se repete até obter a convergência da função objetivo. Os valores iniciais das variáveis de projeto consistem, em geral, em valores uniformes ou aleatórios.

Quando o processo de otimização converge, o resultado é uma distribuição ótima de densidades sobre a malha. Esta distribuição pode conter alguns valores intermediários de densidades (*escalas de cinza*) representando um material intermediário, mas os resultados precisam ser interpretados como uma distribuição de duas fases (*branca* e *preta*), como descrito na Seção 2.1. O critério de convergência utilizado analisa o comportamento das funções transdução média, flexibilidade média, restrição de acoplamento e multi-objetivo, ou seja, quando estas funções apresentam pequenas oscilações entre as iterações.

Para solução do sistema matricial do MEF foi usado algoritmo baseado na eliminação de Gauss, que utiliza armazenagem da matriz na forma de banda ou "skyline" (Bathe 1995). O algoritmo de otimização implementado para resolver a Programação Linear (PL) é baseado no "KAMARKAR", que permite a solução eficiente com até milhares de variáveis (Haftka et al. 1990).

Apêndice E – Metodologia da Caracterização Experimental

Nesse apêndice estão descritos os protótipos dos MAPs fabricados através da técnica de eletro-erosão a fio, para os atuadores apresentados no Capítulo 3. O desenvolvimento desses protótipos ocorreram continuamente ao longo do trabalho. Dessa forma, serão apresentados evoluções no desenvolvimento e na caracterização dos protótipos dos MAPs, pois, no ciclo de projeto à fabricação, há muitas etapas não-sistemáticas que exigem sensibilidade do projetista para não influenciar no desempenho dos mesmos. O ciclo de projeto é definido pelas seguintes etapas:

1. Elaboração do domínio de projeto;
2. Definição dos parâmetros de entrada no software de OT;
3. Análise dos resultados das topologias ótimas;
4. Interpretação das topologias ótimas usando software de CAD;
5. Verificação das topologias interpretadas usando software de MEF;
6. Adaptação dos desenhos em CAD as limitação impostas pelo processo de fabricação;
7. Re-análise das modificações necessárias a fabricação;
8. Processo de corte das piezocerâmicas as dimensões dadas pelos protótipos;
9. Montagem das piezocerâmicas ao protótipo usando Epóxi;
10. Realização da caracterização dos protótipos utilizando a interferometria a laser.

As etapas 4 e 6 são as mais críticas do ciclo de projeto, devido ao fato de qualquer alteração feita na forma da topologia gerar perda no desempenho. A etapa 4 é crítica pelas *escalas de cinzas* geradas pela OT, e a etapa 6 modifica o desenho interpretado alterando os raios dos contornos e as dimensões menores que o diâmetro do fio de corte da máquina de eletro-erosão à fio. As análises de MEF são realizadas usando o software comercial ANSYS®, sendo que, os resultados das simulações das etapas 5 e 7 são obtidos usando modelos 2D e considerando EPTM. A etapa 6 é realizada para adaptar o desenho da topologia interpretada ao processo de fabricação, pois, o método de fabricação utilizado têm limitações de dimensões internas, como, por exemplo, os *buracos* gerados pelo MOT sofrem alterações em suas dimensões ou são eliminados, quando a dimensão for menor do que o diâmetro do fio de corte da máquina de EEF. Outra conseqüência deste processo é o arredondamento de todos os cantos para o raio do fio de corte (a máquina de EEF empregada neste trabalho têm raio de corte de $0,5mm$). Estes procedimentos são necessários para que o processo de fabricação seja viável.

O processo de corte das piezocerâmicas (etapa 8) foi realizado utilizando um serra de precisão. Com as piezocerâmicas cortadas é necessário acoplá-las a estrutura multi-flexível usando um filme de resina epóxi (Araldite 502/956) (etapa 9). Na montagem é importante destacar que as piezocerâmicas são polarizadas na direção 3, e os eletrodos são normais a esta direção.

O ciclo completo foi realizado apenas para os nanoposicionadores piezelétricos XY, como mostrado nas Seções 3.4.1 e 3.4.2. Na Seção 3.4.1 são apresentados os primeiros nanoposicionadores piezelétrico XY desenvolvidos e fabricados (Carbonari, Nader, Nishiwaki & Silva 2005) através de uma formulação em que cargas elétricas são aplicadas nos eletrodos. Posteriormente, com a formulação dos MAPs descrita no Capítulo 3 foram desenvolvidos (Carbonari, Silva & Nishiwaki 2005) e fabricados os atuadores descritos na Seção 3.4.2. Na etapa 10 são realizados as medições dos deslocamentos utilizando a técnica de interferometria laser descrita na Seção E.1. A excitação elétrica aplicada nos eletrodos das piezocerâmicas é dada pela tensão da rede elétrica, ou seja, uma excitação quasi-estática à 60 Hz. A tensão elétrica é ajustada usando um variador de voltagem. Desta forma, através dos resultados apresentados foi possível realizar uma análise crítica do processo de desenvolvimento de cada protótipo até a sua validação experimental.

Os demais atuadores piezelétricos fabricados e não caracterizados estão ilustrados no Apêndice F. Nesse apêndice estão ilustrados os nanoposicionadores piezelétrico XY e a microgarra piezelétrica. No entanto, para estes dispositivos não foi realizada as etapas 9 e 10, pois a etapa 9 no caso desses atuadores é complicada devido ao contato dos eletrodos das piezocerâmicas com a estrutura multi-flexível de alumínio. Assim é necessário retirar a camada dos eletrodos em contato com o alumínio, ou fazer um isolamento elétrico entre as superfícies em contato, para evitar curto-circuitar com o atuador durante a realização da etapa 10.

E.1 Técnica de Interferometria Laser Empregada

Os deslocamentos gerados pelos atuadores piezelétricos são da ordem de *micros* a *nanômetros*, e são usualmente medidos usando interferometria laser (Nader 2002, Silva et al. 2003, Carbonari, Nader, Nishiwaki & Silva 2005). Dentre as diversas técnicas interferométricas aplicadas na medição de deslocamentos gerados pelos atuadores piezelétricos (Monchalin 1986, Scruby & Drain 1990), a interferometria laser é a que apresenta a melhor definição e resolução (Royer & Dieulesaint 1986). O princípio de interferometria a laser empregado neste trabalho, consistem em medir a defasagem da onda óptica, devido ao movimento do atuador piezelétrico ou da amostra, quando aplicado um diferencial de potencial nos eletrodos das piezocerâmicas. O deslocamento da amostra é obtido em termos do comprimento de onda (λ), sendo que uma defasagem na fase de π, corresponde a um deslocamento de λ. Este método é sensível e eficiente para medir pequenos deslocamentos e deformações, e é empregado em medições de deslocamentos dinâmicos de atuadores piezelétricos.

O interferômetro em quadratura do tipo Michelson, como ilustrado na Figura E.1 (Nader 2002), é aplicado em medições de deslocamento quasi-estático, no qual a resposta dos movimentos de atuação é considerada em pontos específicos do mesmo. Neste interferômetro a fonte laser utilizado é He-Ne, com $\lambda = 632,8nm$. Uma placa de meio comprimento de onda ($\lambda/2$) é utilizada para controlar a intensidade do feixe para o espelho de referência (R) e o atuador piezelétrico (S), que são refletidos e transmitidos por um divisor de feixe polarizador (PBS). A lente de convergência $L1$ é aplicada para focar o feixe do laser no espelho de referência e a superfície analisada. Entre os 2 divisores de feixes ($BS1$ e $BS2$) não há interferência, porque a luz refletida de R e S são polarizadas em direções ortogonais. Após a polarização de $A1$ (em 45^o), os feixes de referência e da amostra possuem a mesma polarização, então há interferência. A luz refletida pelo $BS2$ passa através de uma placa de um quarto de onda ($\lambda/4$) em 45^o, correspondendo a uma defasagem de $\pi/2$. Após a placa de $\lambda/4$ a luz passa através do polarizador $A2$ (em -45^o). O padrão de interferência é adquirido pelos foto-detectores de diodo ($PDA1$ e $PDA2$) e estão defasados de

$\pi/2$. Uma lente de convergência $L2$ é aplicada para expandir o feixe do laser e aumentar o padrão de interferência nos $PDA1$ e $PDA2$. Portanto, quando é feita a subtração dos sinais obtidos no $PDA1$ e $PDA2$, têm-se um sinal de resposta com amplitude constante, ou seja, livre de ruído. Esta é a vantagem do interferômetro em quadratura (Scruby & Drain 1990, Pan et al. 1990). Devido a defasagem de $\pi/2$ entre os dois sinais adquiridos, V_{D1} e V_{D2} detectados por $PDA1$ e $PDA2$, respectivamente, pode-se escrever.

$$V_{D1} = V_c + V_0 cos\left(\phi + \omega(t)\right) \tag{E.1}$$

$$V_{D2} = V_c + V_0 sin\left(\phi + \omega(t)\right) \tag{E.2}$$

desta forma, os deslocamentos são obtidos pelo expressão abaixo:

$$\Delta u = \frac{\lambda}{4\pi} tan^{-1}\left(\frac{V_{D1}}{V_{D2}}\right) \tag{E.3}$$

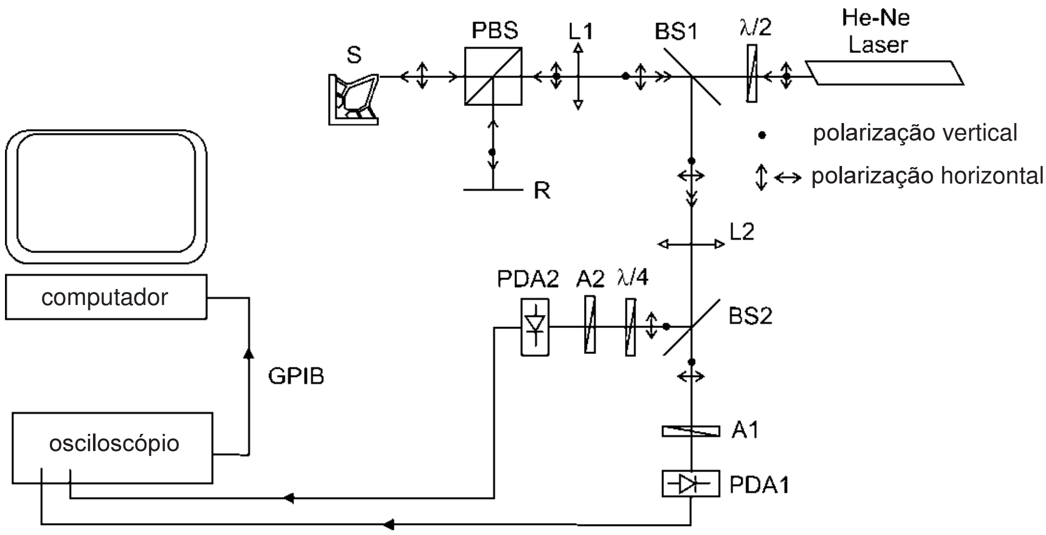


Figura E.1: Interferômetro em quadratura do tipo Michelson. L1, L2 - lentes de convergência; BS1, BS2 - divisores de feixes; PBS - divisor de feixes polarizador; R - espelho de referência; S - piezoatuador; $\lambda/2$ - placa de meio comprimento de onda; $\lambda/4$ - placa de um quarto de comprimento de onda a 45^o; A1, A2 - polarizadores a 45^o; PDA1, PDA2 - foto-diodos amplificadores, GPIB - protocolo de comunicação.

O aparato eletrônico é composto por um osciloscópio digital e um computador. O computador adquiri os sinais dos canais 1 e 2 do osciloscópio através da interface GPIB. Os piezoatuadores são excitados por uma voltagem harmônica a 60 Hz, com amplitude de 10 a 220 volts (RMS), obtidas da rede elétrica.

Apêndice F – Protótipos Fabricados dos MAPs Piezelétricos

Nesse apêndice são apresentados os protótipos fabricados e não-caracterizados dos nanoposicionadores piezelétricos XY e da microgarra piezelétrica com 3 movimentos de atuação. Esses atuadores não foram caracterizados devido as dificuldades descritas no Apêndice E. Os atuadores foram pós-processados utilizando a mesma abordagem da Seção 3.3.

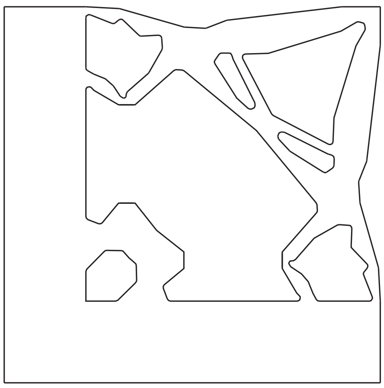
Nas próximas seções estão detalhados o projeto de cada atuador piezelétrico e os resultados numéricos obtidos, bem como, toda as informações das condições de projeto impostas ao MOT.

Nanoposicionador Piezelétrico *XYW05B001*

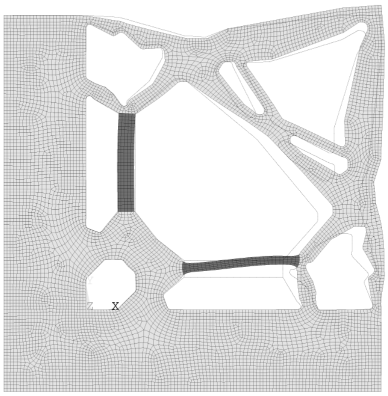
O projeto do nanoposiconador piezelétrico *XYW05B001* foi apresentado na Seção 3.3 e ilustrado na Figura 3.9(b). Os resultados pós-processados são mostrados na Figura F.1, e os resultados numéricos na Tabela F.1. Os resultados numéricos interpretados estão próximos, como mostrado na Tabela F.1 para os resultados das Figuras 3.10(b) e F.1(b). Esse atuador foi montado, e não foi caracterizado devido a influência de ruídos no processo de medição pelo baixo valores de deslocamentos. As alternativas para realizar a caracterização seria elevar o valor da tensão aplicada ou melhorar o processo de interferometria laser.

Tabela F.1: Resultados numéricos do nanoposicionador piezelétrico *XYW05B001* (deslocamentos X e Y no ponto A para $100V$ aplicado).

nanoposicionador *XY:W05B001*	u_x (nm)	u_y (nm)	R_{yx} (%)	w	β
Figura 3.9(b)	-2,50	65,23	3,83	0,5	0,01
Figura 3.10(b)	-0,66	50,28	1,31	0,5	0,01
Figura F.1(b)	0.16	48,67	0.33	0,5	0,01



(a) CAD



(b) Deformada

(c) Protótipo

Figura F.1: Nanoposicionador piezelétrico *XYW05B001* (considerado inicialmente na Figura 3.9(b), para $\Theta_{upp} = 25\%$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$, $\beta_1 = \beta_2 = 0,01$ e w=0,5).

Tabela F.2: Resultados numéricos do nanoposicionador piezelétrico *XYW07B001S* (deslocamentos X e Y no ponto A para 100V aplicado).

nanoposicionador XY:W05B01S	u_x (nm)	u_y (nm)	R_{yx} (%)	w	β
Figura F.2(a)	1.740,76	-20,11	1,16	0,7	0,01
Figura F.2(b)	1.079,34	-149,34	13,83	0,7	0,01
Figura F.2(d)	1.029,60	-194,30	18,87	0,7	0,01

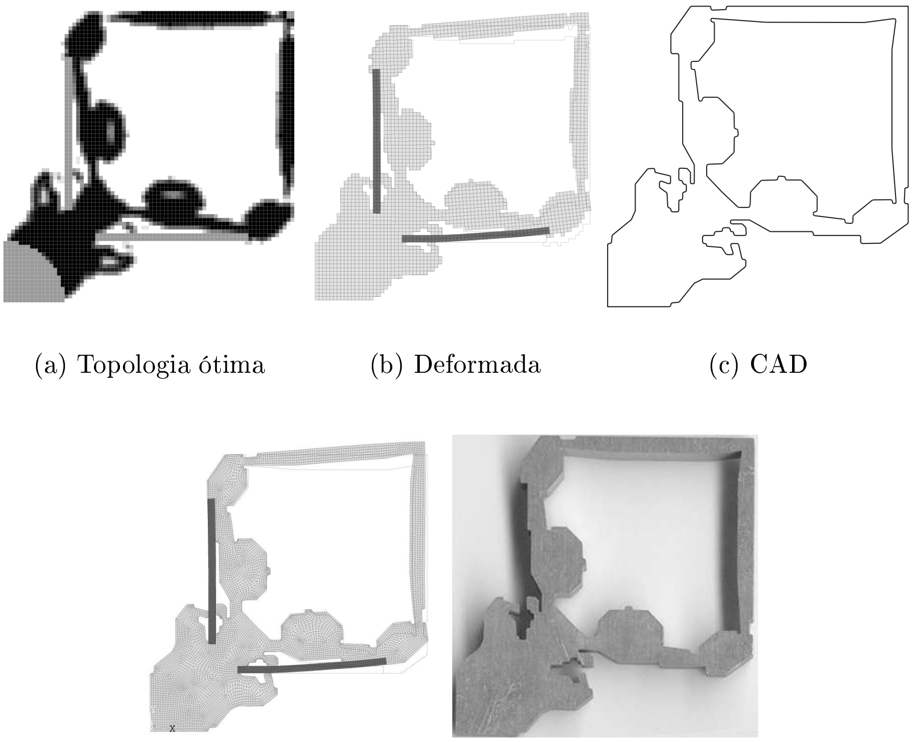
u_y (nm): Movimento de atuação (desejado).
u_x (nm): Movimento acoplado (indesejado).

Nanoposicionador Piezelétrico *XYW07B01S*

As condições de projeto do nanoposicionador *XYW07B01S* são iguais ao do nanoposicionador *XYW07B0S*, no qual considerou-se $\beta_i = 0,0$, sendo que, nesse exemplo é igual à $\beta_i = 0,001$. As características de projeto são ilustradas na Figura 3.22(b) utilizando os valores para x_1 e x_2 iguais à $20,0$mm e $6,0$mm, respectivamente. Os parâmetros utilizados na OT são os mesmos do nanoposicionador *XYW07B0S*, a menos da função de acoplamento, que nesse projeto é considerada ativa.

O resultado obtido pela OT está ilustrado na Figura F.2(a), e os resultados pós-processados são mostrados nas Figuras F.2(b) e F.2(d). As Figuras F.2(c) e F.2(e) mostram o desenho em CAD e o protótipo fabricado, respectivamente. Os valores dos resultados numéricos estão detalhados na Tabela F.2.

Analisando os resultados numéricos dados na Tabela F.2 verifica-se que os valores dos deslocamentos para os movimentos de atuações das Figura F.2(b) e F.2(d) são menores do que o da Figura F.2(a), ou seja, os resultados pós-processados apresentam valores próximos para o movimento de atuação, porém menores do que os obtidos pela OT. Para o movimento acoplado, há o aumento nos resultados pós-processados em relação ao obtido pelo MOT.



(a) Topologia ótima (b) Deformada (c) CAD

(d) Deformada (e) Protótipo

Figura F.2: Nanoposicionador piezelétrico *XYW07B001S* ($w = 0,7$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$, e $\beta_1 = \beta_2 = 0,01$).

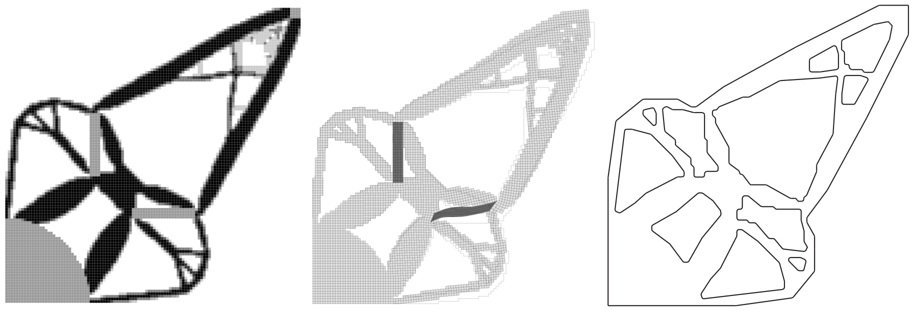
Tabela F.3: Resultados numéricos do nanoposicionador piezelétrico XY (deslocamentos X e Y no ponto A para $100V$ aplicado).

nanoposicionadores piezelétricos XY	u_x (nm)	u_y (nm)	R_{yx} (%)	w	β
Figura F.3(a)	190,30	-97,36	51,16	0,5	0,0
Figura F.3(b)	53,90	-25,26	46,88	0,5	0,0
Figura F.3(d)	119,65	-65,66	54,88	0,5	0,0
Figura F.4(a)	94,08	-3,35	3,57	0,5	0,01
Figura F.4(b)	88,17	-18,21	20,66	0,5	0,01
Figura F.4(d)	71,09	-20,01	28,15	0,5	0,01
Figura F.5(a)	399,08	-197,87	48,08	0,7	0,0
Figura F.5(b)	319,06	-161,41	50,59	0,7	0,0
Figura F.5(d)	280,06	-136,52	48,75	0,7	0,0
Figura F.6(a)	922,03	-388,96	42,19	0,7	0,1
Figura F.6(b)	556,53	-277,96	49,95	0,7	0,1
Figura F.6(d)	351,97	-167,13	47,48	0,7	0,1

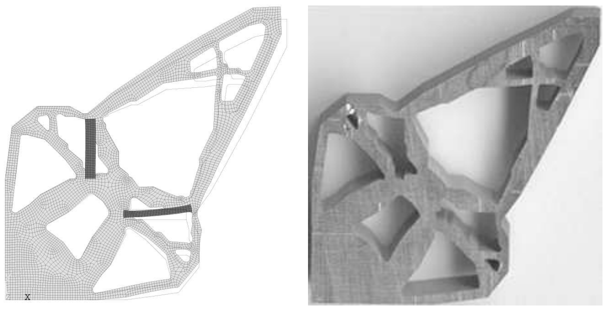
Nanoposicionadores Piezelétricos *XYW05B0P*, *XYW05B001P*, *XYW07B0P* e *XYW07B01P*

Os nanoposicionadores *XYW05B0P*, *XYW05B001P*, *XYW07B0P* e *XYW07B01P* possuem as características de projeto da Figura 3.22(b), considerando $x_1 = 6,0mm$ e $x_2 = 10,0mm$. A malha está discretizada com 12544 elementos (112 x 112 elementos). Os parâmetros de OT comuns a todos os nanoposicinadores XY dessa seção são $p = 1$ a 3, $\alpha_i = 0,5$ e $\Theta_{upp} = 0,20$. Os resultados diferenciam-se nos coeficientes w iguais à $0,5$ com $\beta_i = 0,0$ e $\beta_i = 0,01$ para as Figuras F.3 e F.4, respectivamente, e w iguais à $0,7$ com $\beta_i = 0,0$ e $\beta_i = 0,1$ para as Figuras F.5 e F.6, respectivamente.

Os resultados obtidos para os nanoposiconadores piezelétricos XY ilustrados nessa seção apresentam uma coerência entre os deslocamentos obtidos pelo OT e os pós-processados, quando utiliza-se como parâmetro o coeficiente de acoplamento R_{yx}. Estes atuadores apresentam menos escalas de cinza quando o coeficiente β é nulo, como observado nas Figuras F.3(a) e F.5(a). Outra importante observação, é que devido a dimensão maior destes atuadores, o efeito do pós-processamento no processo de fabricação não distorceu os resultados, como nos casos anteriores.

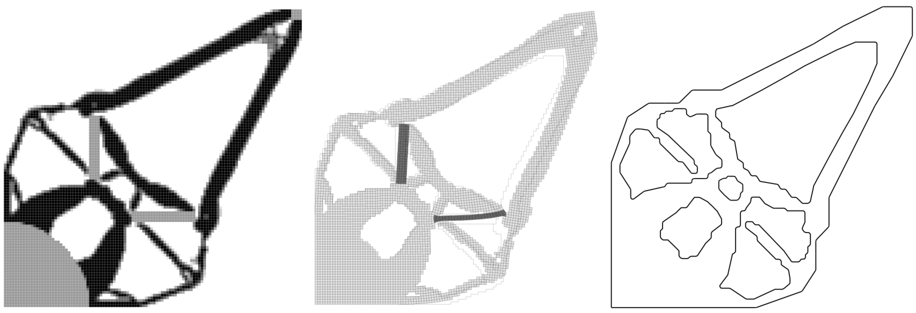


(a) OT (b) Deformada (c) CAD

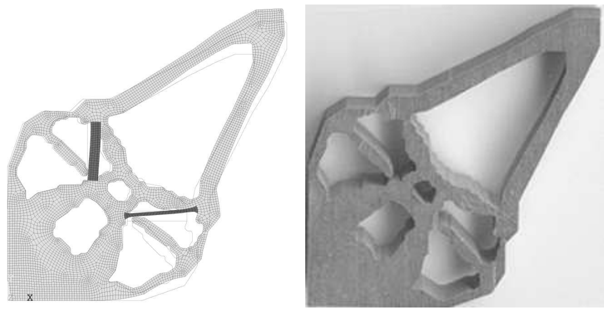


(d) Deformada (e) Protótipo

Figura F.3: Nanoposicionador piezelétrico *XYW05B0P* ($w = 0,5$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$, e $\beta_1 = \beta_2 = 0,0$).

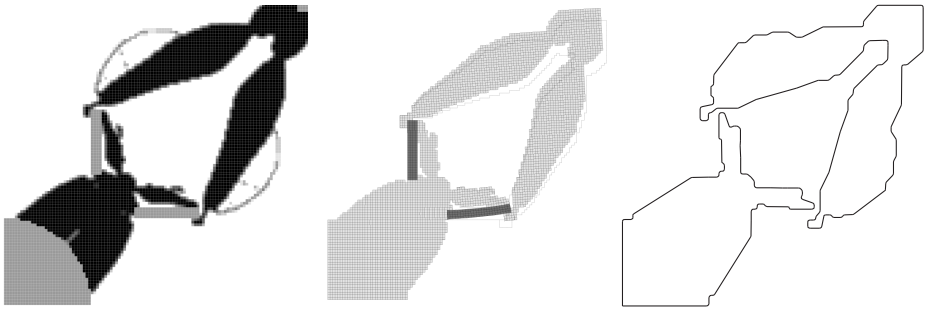


(a) OT (b) MEF da OT (c) CAD

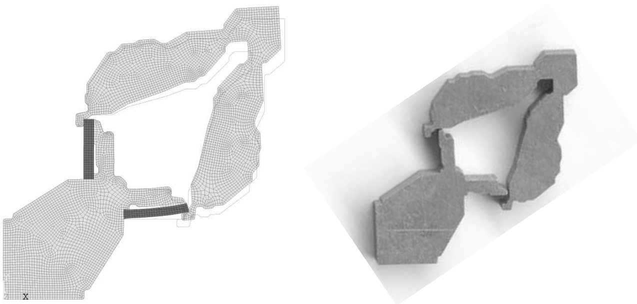


(d) MEF do CAD (e) Protótipo

Figura F.4: Nanoposicionador piezelétrico *XYW05B001P* ($w = 0,5$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$, e $\beta_1 = \beta_2 = 0,01$).

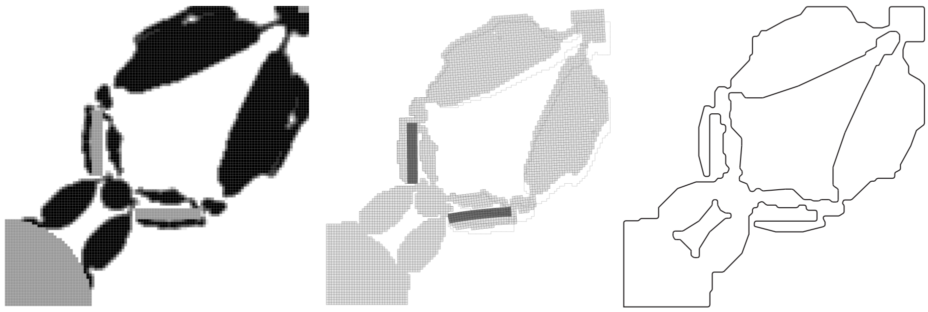


(a) Topologia ótima (b) Deformada (c) CAD

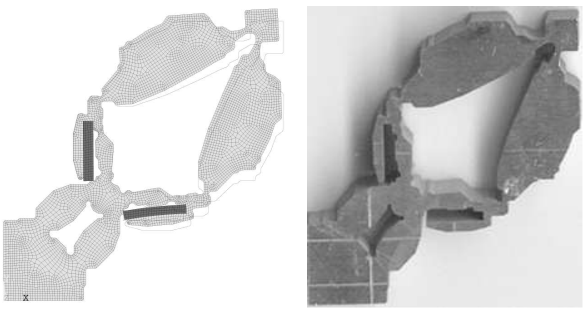


(d) Deformada (e) Protótipo

Figura F.5: Nanoposicionador piezelétrico *XYW07B0P* ($w = 0,7$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$, e $\beta_1 = \beta_2 = 0,0$).



(a) Topologia ótima (b) Deformada (c) CAD



(d) Deformada (e) Protótipo

Figura F.6: Nanoposicionador piezelétrico *XYW07B01P* ($w = 0,7$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0,5$, e $\beta_1 = \beta_2 = 0,1$).

Tabela F.4: Valores dos deslocamentos nas direções X e Y para os pontos A e B da Figura 3.12(b) considerando um potencial elétrico de $100V$ aplicados no eletrodos, e os fatores de acoplamento R_1 e R_2.

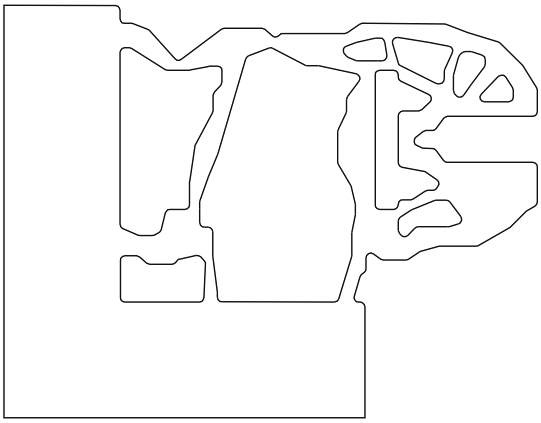
Microgarra Piezelétrica	Ponto A			Ponto B			β_i
	U_1 (nm)	U_2 (nm)	R_1 (%)	U_1 (nm)	U_2 (nm)	R_2 (%)	
Figura 3.13($\mathbf{t}_2^1$)	$99,34$	$-72,84$	$73,32$	$64,03$	$-123,52$	$192,91$	$0,0$
Figura 3.14(a)	$67,73$	$-52,48$	$77,48$	$45,80$	$-87,76$	$191,62$	$0,0$
Figura F.7(b)	$48,01$	$-37,47$	$78,05$	$32,57$	$-62,05$	$190,48$	$0,0$
Figura 3.15($\mathbf{t}_2^1$)	$82,52$	$27,60$	$33,44$	$91,61$	$-23,22$	$25,45$	$0,1$
Figura 3.16(a)	$59,88$	$-2,51$	$4,19$	$60,71$	$-43,14$	$71,06$	$0,1$
Figura F.8(b)	$43,51$	$-11,80$	$27,12$	$39,64$	$-45,95$	$115,91$	$0,1$
Figura 3.13($\mathbf{t}_2^2$)	$-107,59$	$-11,35$	$10,55$	$64,97$	$-26,71$	$41,11$	$0,0$
Figura 3.14(b)	$-61,27$	$-2,67$	$4,36$	$24,12$	$-9,53$	$39,51$	$0,0$
Figura F.7(c)	$45,77$	$3,15$	$6,87$	$-3,24$	$2,87$	$88,76$	$0,0$
Figura 3.15($\mathbf{t}_2^2$)	$-147,93$	$0,88$	$0,60$	$27,27$	$-1,70$	$6,23$	$0,1$
Figura 3.16(b)	$-119,74$	$-17,92$	$14,97$	$72,71$	$-19,82$	$27,26$	$0,1$
Figura F.8(c)	$101,21$	$20,80$	$20,54$	$-62,85$	$24,07$	$38,29$	$0,1$
Figura 3.13($\mathbf{t}_2^3$)	$68,44$	$19,14$	$27,96$	$97,01$	$50,13$	$51,67$	$0,0$
Figura 3.14(c)	$51,60$	$26,54$	$51,43$	$65,50$	$48,99$	$74,79$	$0,0$
Figura F.7(d)	$36,23$	$31,48$	$86,88$	$41,26$	$52,65$	$127,59$	$0,0$
Figura 3.15($\mathbf{t}_2^3$)	$33,46$	$-2,83$	$8,46$	$158,69$	$10,04$	$6,32$	$0,1$
Figura 3.16(c)	$4,60$	$-0,31$	$6,74$	$100,03$	$9,04$	$9,04$	$0,1$
Figura F.8(d)	$-3,19$	$-1,96$	$62,70$	$62,23$	$3,78$	$6,08$	$0,1$

U_1 (nm): Movimento de atuação (desejado).
U_2 (nm): Movimento acoplado (indesejado).

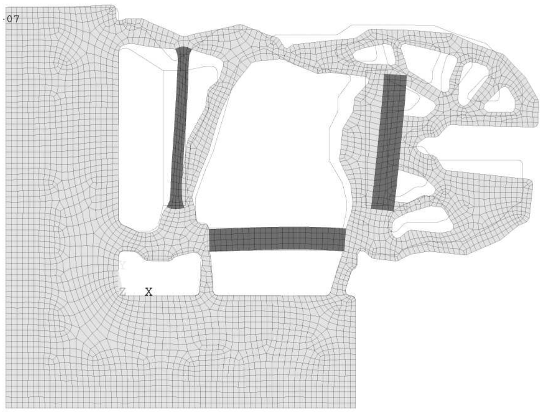
Micro-garra Piezelétrica *MGW05B0* e *MGW05B01*

O projeto das microgarras piezelétricas foram detalhados na Seção 3.3.2. Os protótipos fabricados estão ilustrados nas Figuras F.7(e) e F.8(e) considerando o fator de acoplamento iguais à 0,0 e 0,1, respectivamente. Os desenhos em CAD e os resultados pós-processados para as microgarras *MGW05B0* e *MGW05B01* são apresentados nas Figuras F.7(a) e F.8(a), F.7(b), F.7(c), F.7(d), e F.8(b), F.8(c), F.8(d), respectivamente.

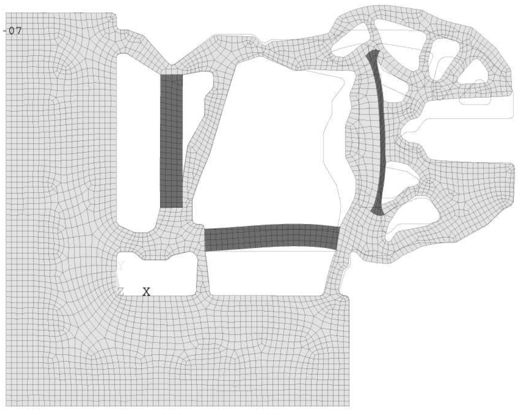
Analisando os movimentos de atuações de abrir-fechar das micro-garras ilustradas nas Figuras F.7(c) e F.8(c), nota-se que os movimentos de atuações estão opostos aos das Figuras 3.14(b) e 3.16(b), porém a intensidade dos deslocamentos são iguais.



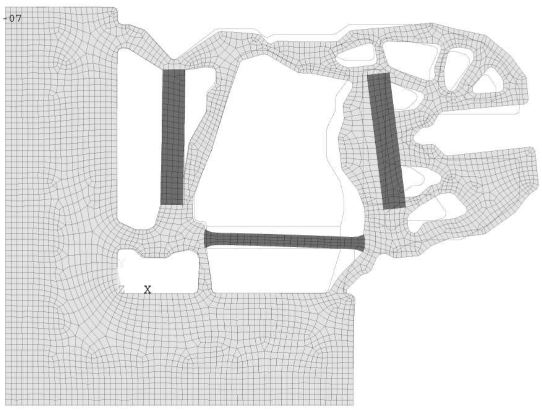
(a) CAD



(b) Movimento de Atuação em X



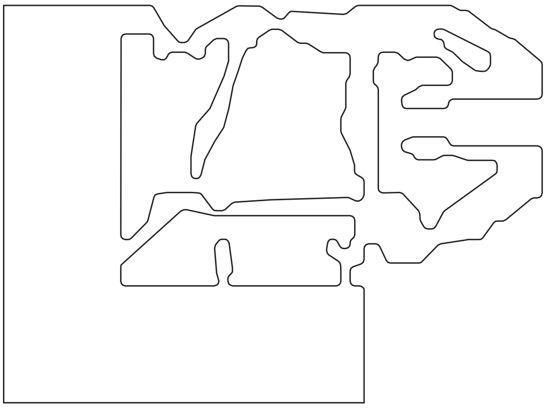
(c) Movimento de Atuação de Abrir-Fechar



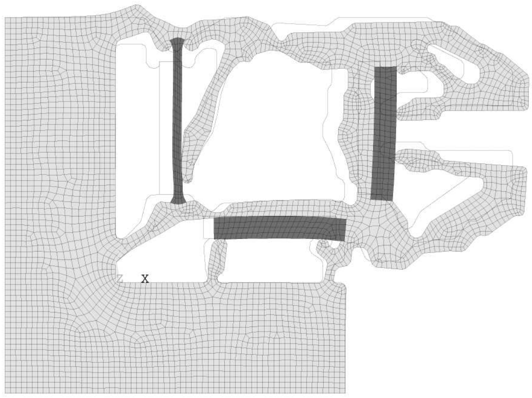
(d) Movimento de Atuação em Y

(e) Protótipo

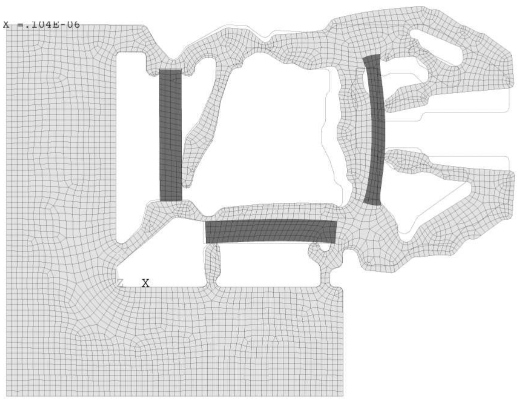
Figura F.7: Microgarra piezelétrico *MGW05B0* ($w = 0,5$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1/3$, e $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0,0$).



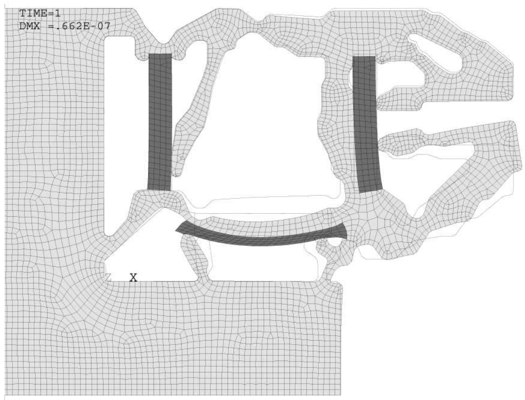
(a) CAD



(b) Movimento de Atuação em X



(c) Movimento de Atuação de Abrir-Fechar



(d) Movimento de Atuação em Y

(e) Protótipo

Figura F.8: Microgarra piezelétrico *MGW05B01* ($w = 0,5$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1/3$, e $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0,1$).