



ANÁLISE TEÓRICO-EXPERIMENTAL DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR  
EM NANOCOMPÓSITOS VIA TRANSFORMAÇÃO INTEGRAL  
E TERMOGRAFIA POR INFRAVERMELHO

Diego Campos Knupp

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientadores: Renato Machado Cotta

Carolina Palma Naveira Cotta

Rio de Janeiro  
Novembro de 2010

ANÁLISE TEÓRICO-EXPERIMENTAL DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR  
EM NANOCOMPÓSITOS VIA TRANSFORMAÇÃO INTEGRAL  
E TERMOGRAFIA POR INFRAVERMELHO

Diego Campos Knupp

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Examinada por:

---

Prof. Renato Machado Cotta, Ph.D.

---

Dra. Carolina Palma Naveira Cotta, D.Sc.

---

Prof. Fernando Pereira Duda, D.Sc.

---

Prof. Leandro Alcoforado Sphaier, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

NOVEMBRO DE 2010

Knupp, Diego Campos

Análise Teórico-Experimental de Transferência de Calor em Nanocompósitos via Transformação Integral e Termografia por Infravermelho/ Diego Campos Knupp. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2010.

IX, 165 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Renato Machado Cotta

Carolina Palma Naveira Cotta

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Mecânica, 2010.

Referencias Bibliográficas: p. 157-165.

1. Nanocompósitos. 2. Dissipadores de Calor. 3. Transformada Integral Generalizada. 4. Código UNIT. I. Cotta, Renato Machado *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Mecânica. III. Título.

*“Aprender é a única coisa de que a mente  
nunca se cansa, nunca tem medo e nunca  
se arrepende”.*

Leonardo da Vinci

À minha família.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Rosiara e Jorge, e minha noiva, Karini, pelo incentivo e apoio em todos os aspectos da minha vida.

Aos meus orientadores, Prof. Renato e Carolina, por me guiarem no desenvolvimento deste trabalho, sempre com entusiasmo empolgante.

Aos professores com quem tive oportunidade de aprender, especialmente aos Profs. Hécio e João Nazareno, além dos meus orientadores, que contribuíram significativamente na minha formação neste período de mestrado.

Ao Eng. Eduardo Feres Aua, engenheiro residente da Agência Nacional de Transportes Terrestres no trecho da BR-116/RJ, pela liberação e incentivo para que este trabalho pudesse ser desenvolvido.

Ao aluno de graduação João Vítor Cabral Ayres pela grande contribuição na parte experimental deste trabalho.

Ao amigo Eng. Ceir Fernandes de Souza Filho pela ajuda na fabricação das placas de poliestireno.

Ao Prof. Leandro Alcoforado Sphaier, da Universidade Federal Fluminense, por compartilhar as técnicas de fabricação de nanocompósitos que vem desenvolvendo em seu laboratório.

A aluna de mestrado Apoena Calil e a equipe do INMETRO, em especial a Márcia Maru, pela ajuda na disponibilização e utilização do perfilômetro.

Ao aluno de mestrado Luiz Abreu, pelas diversas discussões teóricas, especialmente durante as disciplinas cursadas.

Aos técnicos Paulo Veiga e Júlio Cesar, por ajudas diversas.

Resumo da Dissertação de Mestrado apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

ANÁLISE TEÓRICO-EXPERIMENTAL DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR  
EM NANOCOMPÓSITOS VIA TRANSFORMAÇÃO INTEGRAL  
E TERMOGRAFIA POR INFRAVERMELHO

Diego Campos Knupp

Novembro/2010

Orientadores: Renato Machado Cotta  
Carolina Palma Naveira Cotta

Programa: Engenharia Mecânica

Na identificação de parâmetros termofísicos é essencial utilizar uma metodologia que permita a solução rápida e precisa das equações diferenciais parciais que modelam o problema direto de condução de calor em meios heterogêneos. Nesse âmbito as técnicas híbridas numérico-analíticas têm apresentando vantagens em relação a métodos puramente numéricos. Esforços recentes resultaram na unificação de técnicas de transformação integral, consolidada no chamado código UNIT (UNified Integral Transforms), que é uma ferramenta de uso geral na solução de problemas convectivo-difusivos. Neste contexto, propõe-se aqui uma análise teórico-experimental de condução de calor em meios heterogêneos, primeiramente validando a utilização do código UNIT na solução desta classe de problemas. Em paralelo, são efetuadas comparações experimentais nas quais medições de temperatura são realizadas através de termografia por infravermelho. Finalmente, prossegue-se em direção ao pretendido avanço deste trabalho, que diz respeito à validação das metodologias teórica e experimental na análise e identificação de variações locais nas propriedades termofísicas de meios heterogêneos, aqui representados por nanocompósitos de matrizes poliméricas e nanopartículas de óxidos metálicos.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

THEORETICAL-EXPERIMENTAL ANALYSIS OF HEAT TRANSFER IN  
NANOCOMPOSITES VIA INTEGRAL TRANSFORMS AND INFRARED  
THERMOGRAPHY

Diego Campos Knupp

November/2010

Advisors: Renato Machado Cotta

Carolina Palma Naveira Cotta

Department: Mechanical Engineering

When dealing with heterogeneous media it is important to provide accurate and computationally fast solutions for the direct model. In this scenario, it may be placed the advancement of the Generalized Integral Transform Technique (GITT) for the hybrid numerical-analytical solution of convection-diffusion problems. The effort to integrate the knowledge on GITT application into a general purpose computational code resulted in a recently developed open source mixed symbolic-numerical code called UNIT (**UN**ified **I**ntegral **T**ransforms). In this context it is here undertaken a theoretical-experimental analysis of the heat conduction in heterogeneous media. First, the UNIT code is validated in the solution of such class of problems by comparing its results with benchmark dedicated solutions of three test problems. In addition, experimental comparisons are performed by using infrared thermography for temperature measurements. Finally, the theoretical and experimental methodologies for the identification of spatially variable thermophysical properties are validated and their application is illustrated in heterogeneous media by using samples of nanocomposites of metal oxides dispersed in a polymer matrix.

# SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação e Objetivos	1
1.2 Organização do Trabalho	3
<b>CAPÍTULO 2 - REVISÃO DE LITERATURA</b>	<b>4</b>
2.1 Dissipadores de Calor e Nanocompósitos	4
2.2 Técnica da Transformada Integral Generalizada	6
2.3 Caracterização de Meios Heterogêneos e Termografia por Infravermelho	7
<b>CAPÍTULO 3 - METODOLOGIAS DE SOLUÇÃO</b>	<b>9</b>
3.1 Problema Direto - Transformada Integral Generalizada: Solução Formal	9
3.2 Problema Direto - Procedimento de Solução do Código UNIT	13
3.3 Solução do Problema Inverso – Estimativas no Campo Transformado via Inferência Bayesiana	18
<b>CAPÍTULO 4 - EXPERIMENTOS COM TERMOGRAFIA POR INFRAVERMELHO</b>	<b>21</b>
4.1 Termografia por Infravermelho	21
4.1.1 Dados Técnicos da Câmera FLIR SC-660	23
4.2 Descrição do Aparato Experimental	25
4.3 Fabricação do Nanocompósito	36
4.4 Procedimento Experimental	42
4.5 Tratamento dos Dados Experimentais	46
<b>CAPÍTULO 5 - RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	<b>47</b>
5.1 Solução do Código UNIT de Problemas-Teste em Meios Heterogêneos	47



5.1.1	Materiais FGM ( <i>Functionally Graded Materials</i> )	48
5.1.2	Materiais com Variações Abruptas nas Propriedades Termofísicas	51
5.1.3	Materiais com Flutuações Aleatórias nas Propriedades Termofísicas	54
<b>5.2</b>	<b>Validação do Procedimento Experimental</b>	<b>61</b>
<b>5.3</b>	<b>Verificação do Modelo Unidimensional</b>	<b>67</b>
5.3.1	Placa Vertical com Aquecimento Superior: Baquelite	69
5.3.2	Placa Vertical com Aquecimento Inferior: Baquelite	72
5.3.3	Placa Horizontal: Baquelite	75
5.3.4	Placa Vertical com Aquecimento Superior: Poliestireno com Heterogeneidade Controlada (Espessura Crescente em $x$ )	78
5.3.5	Placa Vertical com Aquecimento Superior: Poliestireno com Heterogeneidade Controlada (Espessura Decrescente em $x$ )	82
<b>5.4</b>	<b>Verificação do Modelo Bidimensional</b>	<b>86</b>
<b>5.5</b>	<b>Comprovação Experimental da Metodologia de Solução do Problema Inverso (Naveira Cotta, 2009)</b>	<b>92</b>
5.5.1	Amostra Homogênea de Baquelite: Experimento de Placa Vertical com Aquecimento Superior	94
5.5.2	Amostra Homogênea de Baquelite: Experimento de Placa Vertical com Aquecimento Inferior	100
5.5.3	Amostra Homogênea de Baquelite: Experimento de Placa Horizontal	106
5.5.4	Amostra de Heterogeneidade Controlada de Poliestireno: Espessura Crescente em $x$	113
5.5.5	Amostra de Heterogeneidade Controlada de Poliestireno: Espessura Decrescente em $x$	119
<b>5.6</b>	<b>Nanocompósito de Alumina/Poliéster</b>	<b>125</b>
5.6.1	Caracterização Térmica do Nanocompósito: Aquecimento na Região onde se Encontra a Interface	126
5.6.2	Caracterização Térmica do Nanocompósito: Aquecimento na Região Totalmente Carregada com Alumina	133
5.6.3	Amostra Homogênea de Resina Poliéster	141
5.6.4	Resultados Experimentais e Teóricos para Condução de Calor Bidimensional no Nanocompósito	148
<b>CAPÍTULO 6 -</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>155</b>

# CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

## 1.1 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS

A termografia por infravermelho é uma poderosa ferramenta experimental para medidas não intrusivas de temperatura em superfícies, de particular interesse em aplicações industriais como inspeção e controle de qualidade, mas também em aplicações científicas como na identificação local de parâmetros termofísicos (Balageas et al., 1991; Philippi et al., 1995; Mourand & Batsale, 2000; Pradère et al., 2006). Essa técnica tem sido continuamente aperfeiçoada nos últimos anos, simultaneamente a avanços em microeletrônica e computação que possibilitaram altas taxas de gravação de dados e capacidade de processamento.

Para a identificação precisa de variações locais nas propriedades físicas em meios heterogêneos, é necessária uma técnica experimental capaz de fornecer uma quantidade representativa de informações em medições distribuídas espacialmente, assim fornecendo uma base sólida para solução do problema inverso correspondente. Além disso, como a estrutura do meio influencia diretamente o comportamento espacial das propriedades físicas, é essencial que não se perturbe o comportamento do processo durante o procedimento experimental, o que seria o caso ao se utilizarem sensores intrusivos, como termopares, no caso de medições de temperatura. Assim, na identificação de propriedades e parâmetros termofísicos espacialmente variáveis, dentre outras aplicações, a utilização da técnica de termografia por infravermelho é de grande interesse, fornecendo uma quantidade representativa de medidas, tanto no espaço quanto no tempo, oferecendo novas perspectivas na análise da condução de calor em meios heterogêneos (Fudym, 2006; Fudym et al., 2007; Fudym et al., 2008).

Pesquisas recentes têm sido direcionadas para desenvolver métodos convenientes de inversão para processar os dados experimentais e mapear os parâmetros termofísicos (Fudym, 2006). Estes métodos se alicerçam no desenvolvimento de um modelo para o problema direto e um procedimento de estimativa de parâmetros, e necessitam de uma metodologia que permita a solução rápida e precisa do problema direto, uma vez que a solução do problema inverso, de modo geral, requer uma análise iterativa bastante onerosa computacionalmente.

Técnicas híbridas de solução de equações diferenciais parciais, que exploram o conhecimento analítico disponível e se aproveitam de modernas plataformas de computação simbólica, têm se destacado na comunidade científica em várias aplicações

e apresentado complementariedade e vantagens relativas sobre as mais difundidas abordagens puramente numéricas. Neste cenário se destaca a Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT) na solução híbrida numérico-analítica para problemas convectivo-difusivos (Cotta, 1990; Cotta, 1993; Cotta, 1994; Cotta & Mikhailov, 1997; Cotta, 1998; Cotta & Mikhailov, 2006). O objetivo é a extensão da Técnica da Transformada Integral Clássica, tornando-a suficientemente flexível para analisar problemas não transformáveis a priori, como acontece em problemas com coeficientes com dependência espacial arbitrária e/ou não-lineares, seja na equação ou nas condições de contorno. Esta técnica foi recentemente aplicada na análise dos problemas direto e inverso de condução de calor em meios heterogêneos, incluindo uma nova abordagem de análise inversa no campo transformado, a partir da transformação integral dos dados experimentais (Naveira Cotta, 2009; Naveira Cotta et al., 2009; Naveira Cotta et al., 2010a; Naveira Cotta et al., 2010b).

Além disso, o esforço no desenvolvimento e unificação de métodos híbridos numérico-analíticos em problemas convectivo-difusivos, com ênfase nas técnicas de transformação integral, resultou na construção de um código aberto denominado UNIT (**UN**ified **I**ntegral **T**ransforms), para a solução automática de equações diferenciais parciais uni- ou multidimensionais, em formulação razoavelmente geral (Sphaier et al., 2009; Cotta et al., 2010; Sphaier et al., 2010).

O primeiro objetivo deste trabalho é a utilização do recém-desenvolvido código UNIT na solução de problemas difusivos em meios heterogêneos. Para tanto a primeira etapa do trabalho consistiu na solução de três problemas-teste distintos de propriedades termofísicas espacialmente variáveis e a comparação da solução obtida com soluções *benchmark* obtidas de código dedicado. Feita esta validação, assegura-se que a metodologia adotada será capaz de solucionar com precisão suficiente as equações que descrevem o modelo matemático do experimento proposto.

O objetivo seguinte é então, a partir de experimentos com termografia via câmera de infravermelho, oferecer uma comprovação experimental da metodologia de identificação de propriedades termofísicas variáveis por Inferência Bayesiana proposta por Naveira-Cotta (2009), inicialmente empregando materiais homogêneos e simulações de materiais heterogêneos a partir de placas de material homogêneo conhecido, mas com variação de espessura.

Por fim, feitas as validações do algoritmo de solução de problemas diretos em meios heterogêneos, a partir do código UNIT, e da metodologia de identificação de

propriedades termofísicas variáveis, a partir de Inferência Bayesiana e termografia por infravermelho, o passo seguinte do presente estudo será demonstrar a caracterização térmica de um nanocompósito de matriz polimérica e nanopartículas de óxido metálico. A seguir, serão obtidos resultados teóricos e experimentais de um processo de condução de calor bidimensional transiente, simulando a dissipação de calor de um componente eletrônico com substrato desse nanocompósito, simulando um “heat spreader”, comparando-se os dados experimentais com a solução híbrida numérico-analítica do modelo correspondente.

## 1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

No Capítulo 2 é apresentada a revisão da literatura para dissipadores de calor e transferência de calor em nanocompósitos, a Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT) e a caracterização térmica de materiais heterogêneos com o uso de termografia por infravermelho.

No Capítulo 3 é apresentada a descrição da solução formal de um problema difusivo geral através da Técnica da Transformada Integral Generalizada, e feita a apresentação das principais características do código UNIT, além de uma breve descrição do método de solução de problemas inversos por inferência Bayesiana a partir de técnicas de amostragem (MCMC).

No Capítulo 4 é apresentada a câmera termográfica utilizada neste trabalho, sendo feita a descrição de suas características e dados técnicos. Neste mesmo capítulo é apresentado o aparato experimental utilizado e descrito o procedimento experimental.

No Capítulo 5 são apresentados resultados no que diz respeito à covalidação do código UNIT aplicado a problemas-teste em meios heterogêneos e sua comparação com soluções *benchmark*, a verificação do procedimento experimental utilizado, para materiais homogêneos, criticamente comparado à solução do problema direto correspondente pelo código UNIT, a comprovação experimental da metodologia de identificação de propriedades termofísicas espacialmente variáveis com o uso de termografia por infravermelho e, finalmente, a caracterização térmica de um nanocompósito e aplicação a um problema de condução de calor bidimensional transiente.

No Capítulo 6 são discutidas as conclusões e sugestões de trabalhos futuros a partir deste projeto.

## CAPÍTULO 2 - REVISÃO DE LITERATURA

### 2.1 DISSIPADORES DE CALOR E NANOCOMPÓSITOS

O constante avanço tecnológico de componentes eletrônicos, especialmente microprocessadores, memórias e dispositivos de armazenagem de dados, vem permitindo o desenvolvimento de componentes com mais alta capacidade e tamanhos cada vez menores. De fato, nos próximos anos se espera uma nova revolução na eletrônica com o aprimoramento do desenvolvimento e utilização do grafeno (Geim & Novoselov, 2007; Geim, 2009; Sprinkle et al., 2010), o que traz como uma consequência imediata a maior dificuldade na dissipação do calor que é gerado e por conseguinte o aparecimento de maior número de falhas e menor vida útil do aparelho, caso este problema não seja contornado de forma adequada.

Neste cenário, se torna de grande relevância o desenvolvimento de equipamentos que auxiliem na dissipação de calor. A maneira mais simples e mais comum de se atingir este objetivo é colocar tais componentes eletrônicos em contato com peças de área superficial e condutividade térmica relativamente elevadas, como ocorre nos *Heat Sinks* e *Heat Spreaders*, cujos projetos e otimização são de grande interesse de pesquisa (Jagannadham, 1998; Maranzana et al., 2004; Prasher, 2006; Rullière et al., 2007; El-Genk et al., 2007; Schubert et al., 2007; Fu et al., 2008; Chen & Young, 2009; Shen et al., 2010; Wang et al., 2010). Geralmente estes dispositivos são fabricados em metal, comumente cobre ou alumínio, e por serem também condutores elétricos existe a necessidade de se utilizar um material na interface entre o componente eletrônico e o dispositivo, que tenha a maior condutividade térmica possível e ao mesmo tempo seja um isolante elétrico. Como as superfícies dos *Heat Sinks* e *Heat Spreaders* e dos componentes eletrônicos onde eles serão instalados não são perfeitamente planas, o acoplamento direto provocaria o surgimento de inúmeras descontinuidades preenchidas com ar na interface. Para reduzir esta resistência térmica de contato entram em cena os materiais de interface – *Thermal Interface Materials* (TIMs) (Prasher, 2006) que são materiais de grande maleabilidade e condutividade térmica aumentada, permitindo que se moldem as irregularidades das peças a serem acopladas, e não permitindo que sejam formados bolsões de ar na interface.

O desenvolvimento de novos materiais com propriedades otimizadas que atendam a determinada aplicação específica são de grande interesse, por exemplo,

materiais compósitos fabricados a partir da inserção de partículas de metais ou óxidos metálicos em uma matriz polimérica são objeto de intensa pesquisa (Viswanathan et al., 2006; Toschi et al., 2008; Silvain et al., 2009; Mahanta et al., 2010) e diversos trabalhos publicados tratam da condutividade térmica efetiva destes materiais (Tavman, 1997; Tavman & Akinci, 2000; Kuriber & Alam, 2002; Putnam et al., 2003; Kumlutas et al., 2003; Zhang et al., 2005; Matt & Cruz, 2008).

O desenvolvimento de novos materiais ganha novas perspectivas com o desenvolvimento da nanotecnologia. Voltz (2009) define nanomateriais como compósitos que possuem elementos com dimensões características de 0.1 - 500 nm e com capacidade de modificar significativamente as propriedades da matriz na qual eles são inseridos. Estes elementos, então chamados de nanoestruturas, são compostos de nanofilmes, nanofios, nanotubos, nanopartículas, etc.. Estas nanoestruturas possuem propriedades muito diferentes dos materiais macroscópicos (Berber et al., 2000; Hone et al., 2002; Geim & Novoselov, 2007; Balandin et al., 2008; Ghosh et al., 2008; Nika et al., 2009; Hu et al., 2009; Geim, 2009; Mahanta et al., 2010), por exemplo, um nanofio pode possuir condutividade térmica 100 vezes mais baixa que o seu composto macroscópico e um nanotubo pode possuir condutividade térmica maior que o diamante.

Neste contexto, têm sido realizados esforços, por exemplo, na intensificação térmica de líquidos, conhecidos como nanofluidos (Chen, 2001; Eastman et al., 2001; Chen, 2002; Eastman et al., 2004; Vadasz, 2006; Murshed et al., 2008; Evans et al., 2008; Vajjha & Das, 2009; Massard et al., 2009; Macedo et al., 2010).

No desenvolvimento de TIMs ressalta-se a utilização de óxidos metálicos (Putnam, 2003), nanoplaquetas de carbono em matriz de epóxi (Yu et al., 2007), nanocompósitos com mudança de fase (Matayabas Jr. & Koning, 2008), arranjos de nanofios de prata (Ju et al., 2009), nanotubos de carbono (Haggenmueller et al., 2007) e desenvolvimento de pastas térmicas não-condutoras elétricas com carga de nanopartículas de carbono (negro de fumo) (Lin et al., 2007).

Na fabricação de nanocompósitos, destaca-se a utilização de grafeno (Stankovich et al., 2006; Ramanathan et al., 2008), nanoplaquetas de grafite (Yasmin et al., 2004; Wang et al., 2009), nanotubos e nanofibras de carbono (Seyhan et al., 2007) e nanopartículas de óxidos metálicos (Cao et al., 2002; & Shukla, 2003; Gatos et al., 2007; Evora Li et al., 2007).

## 2.2 TÉCNICA DA TRANSFORMADA INTEGRAL GENERALIZADA

Técnicas analíticas clássicas aplicadas à solução da equação da difusão são capazes de resolver apenas problemas com uma modelagem matemática relativamente simples. Com a necessidade de se obter soluções para problemas práticos cada vez mais complexos, diversas técnicas de solução foram desenvolvidas e são alvo de constante pesquisa, seja na forma de métodos puramente numéricos, ou métodos analíticos e ainda métodos híbridos analítico-numéricos.

Quanto aos métodos puramente numéricos, podem-se mencionar os bem conhecidos Métodos de Diferenças Finitas, Elementos Finitos e Volumes Finitos, que se tornaram viáveis com o advento do computador e continuaram evoluindo com o aumento de capacidade de processamento destas máquinas e são atualmente os mais populares, estando amplamente difundidos em códigos comerciais.

O Método da Separação de Variáveis é uma importante técnica de solução analítica da equação da difusão, mas de abrangência bastante reduzida, uma vez que o modelo matemático deve obedecer a uma série de restrições para que o problema seja separável. Com base nesta técnica, foram desenvolvidos os formalismos da Técnica da Transformada Integral Clássica (*Classical Integral Transform Technique – CITT*), extensivamente revisada por Mikhailov e Ozisik (1984), apresentando uma metodologia para a solução analítica de uma grande variedade de problemas lineares de difusão, divididos em sete classes. Embora a CITT tenha representado um significativo avanço nas técnicas analíticas de solução da equação da difusão, abrangendo um grande número de problemas e aplicações práticas, o método ainda era incapaz de lidar com algumas situações mais complexas envolvendo problemas não-lineares e até mesmo problemas lineares, quando não é possível a transformação de algum dos termos da formulação.

Neste contexto surgiu a Técnica da Transformada Integral Generalizada (*Generalized Integral Transform Technique – GITT*) (Cotta, 1990; Cotta, 1993; Cotta, 1994; Cotta & Mikhailov, 1997, Cotta, 1998; Cotta & Mikhailov, 2006). Tendo também como ponto de partida a hipótese de que um potencial pode ser representado como uma expansão tendo como base autofunções obtidas de um problema auxiliar de autovalor escolhido adequadamente, a GITT aumenta a abrangência da CITT, eliminando diversas dificuldades que impediam que a CITT gerasse uma solução completa para os problemas ditos não-transformáveis. Com o desenvolvimento da GITT, problemas mais complexos puderam ser resolvidos, incluindo formulações não-lineares. Com esta

metodologia, obtém-se um sistema de equações diferenciais ordinárias acoplado e infinito para o potencial transformado. Este sistema deve ser truncado em uma ordem suficientemente grande e resolvido numericamente. Daí, este método ser comumente denominado como um método híbrido analítico-numérico.

Desde 2007, um grupo de pesquisadores brasileiros têm se dedicado ao desenvolvimento e unificação de métodos híbridos numérico-analíticos em difusão e convecção-difusão, com ênfase nas técnicas de transformação integral. Este trabalho resultou na construção de um código multi-propósitos aberto, denominado UNIT (UNified Integral Transforms) (Sphaier et al., 2009; Sphaier et al., 2010; Cotta et al., 2010). Este código, ainda em pesquisa e contínuo desenvolvimento, utiliza a GITT para a solução do problema direto em uma formulação bastante geral. O código UNIT está publicamente disponível no sítio <http://2009unit.vndv.com>.

### **2.3 CARACTERIZAÇÃO DE MEIOS HETEROGÊNEOS E TERMOGRAFIA POR INFRAVERMELHO**

O grande interesse na análise de problemas difusivos em meios heterogêneos consiste na grande variedade de formas de variação espacial das propriedades, permitindo infinitas possibilidades de projeto e fabricação de materiais. Neste sentido, a caracterização de suas propriedades físicas deve ser feita praticamente caso a caso e, então, além de soluções das equações que modelam o processo difusivo nestes materiais, é essencial o desenvolvimento simultâneo de uma metodologia para identificação das variações espaciais de suas propriedades termofísicas (Fudym, 2006; Fudym et al., 2007; Fudym et al., 2008; Naveira Cotta, 2009)

Nas últimas décadas câmeras termográficas para uso civil vêm sendo continuamente aperfeiçoadas, permitindo um método não-intrusivo de medição de temperatura de alta definição e pequena incerteza, já sendo um equipamento imprescindível em pesquisa e desenvolvimento, com vasta aplicação na indústria, medicina, biotecnologia, em diversas áreas da engenharia, especialmente na área térmica (Philippi et al., 1995; Mourad & Batsale, 2000; Pradère et al., 2006; Fudym et al., 2007; Fudym et al., 2008; Naveira Cotta et al., 2010b).

Neste sentido, Naveira Cotta (2009) desenvolveu uma metodologia projetada para se utilizar através de termografia via câmeras de infravermelho, que além de permitir medições não-intrusivas, o que afetaria diretamente o comportamento espacial



das propriedades, possibilita a aquisição de um número representativo de dados, tanto espacialmente quanto no tempo, abrindo perspectivas para a identificação local e precisa de propriedades termofísicas e condições de contorno (Naveira Cotta et al., 2010a; Naveira Cotta et al., 2010b).

## CAPÍTULO 3 - METODOLOGIAS DE SOLUÇÃO

### 3.1 PROBLEMA DIRETO - TRANSFORMADA INTEGRAL GENERALIZADA: SOLUÇÃO FORMAL

A Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT) tem sido extensivamente utilizada como uma metodologia de solução híbrida numérico-analítica para problemas de difusão e convecção-difusão (Cotta, 1990; Cotta, 1993; Cotta, 1994; Cotta & Mikhailov, 1997; Cotta, 1998; Santos et al., 2001; Cotta & Orlande, 2003; Cotta & Mikhailov, 2006). Os méritos relativos desse método sobre procedimentos puramente numéricos incluem o controle automático da precisão global e o aumento moderado do custo computacional para situações não-lineares multidimensionais.

A presente seção revisa os conceitos da Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT) como um exemplo de método híbrido em problemas de difusão e convecção-difusão.

Primeiramente ilustramos a aplicação do método na transformação completa de um problema típico de convecção-difusão, para o potencial  $T(\mathbf{x},t)$ , até que um sistema diferencial ordinário seja obtido para os potenciais transformados.

Nesta formulação geral, os coeficientes  $w(\mathbf{x})$  e  $k(\mathbf{x})$  são os responsáveis pela informação a respeito da heterogeneidade do meio e o potencial  $T(\mathbf{x},t)$ , é definido na região  $V$  com superfície de contorno  $S$  e incluindo efeitos não-lineares nos termos fonte e convectivos como segue:

$$w(\mathbf{x})\frac{\partial T(\mathbf{x},t)}{\partial t} = \nabla \cdot k(\mathbf{x})\nabla T(\mathbf{x},t) - d(\mathbf{x})T(\mathbf{x},t) + P(\mathbf{x},t,T), \quad \mathbf{x} \in V, t > 0 \quad (3.1a)$$

$$T(\mathbf{x},0) = f(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in V \quad (3.1b)$$

$$\alpha(\mathbf{x})T(\mathbf{x},t) + \beta(\mathbf{x})k(\mathbf{x})\frac{\partial T(\mathbf{x},t)}{\partial \mathbf{n}} = \phi(\mathbf{x},t,T), \quad \mathbf{x} \in S, t > 0 \quad (3.1c)$$

O Problema (3.1) é bastante geral e cobre uma grande gama de problemas de condução de calor, incluindo diferentes tipos de condições de contorno, condições iniciais, termos-fonte e termos de dissipação, lineares e/ou não-lineares.

A solução formal que será a seguir desenvolvida fornece as expressões básicas de trabalho para a técnica de transformação integral. No entanto, para um melhor

desempenho computacional do método, é sempre recomendado reduzir a importância dos termos fontes na equação e nos contornos, de modo a melhorar a convergência das expansões (Cotta & Mikhailov, 1997).

Uma abordagem possível para alcançar este objetivo é a proposição de uma solução analítica de filtragem (Almeida & Cotta, 1996), que, essencialmente, remove as informações dos termos fonte do sistema original através de uma expressão analítica simples. Vários filtros alternativos podem ser propostos para um mesmo problema, e a experiência do usuário pode ser muito útil em encontrar a combinação certa de envolvimento de análise e melhoria numérica. No entanto, o filtro pode ser de uma forma geral proposto como na equação 3.2 abaixo:

$$T(\mathbf{x}, t) = T_f(\mathbf{x}; t) + T^*(\mathbf{x}, t) \quad (3.2)$$

Em problemas unidimensionais, uma possibilidade bem simples é definir a função filtro como sendo uma função linear no espaço, neste caso a solução filtro é escrita, da seguinte forma:

$$T_f(x; t) = a(t)x + b(t) \quad (3.3)$$

onde os termos  $a(t)$  e  $b(t)$  são escolhidos de forma a satisfazer as condições de contorno do problema original (Eq. 3.1c). Com a utilização da solução filtro, supondo que este satisfaz as condições de contorno originais do problema, temos a seguinte formulação para o problema filtrado:

$$w(\mathbf{x}) \frac{\partial T^*(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \nabla \cdot k(\mathbf{x}) \nabla T^*(\mathbf{x}, t) - d(\mathbf{x}) T^*(\mathbf{x}, t) + P^*(\mathbf{x}, t, T), \quad \mathbf{x} \in V, \quad t > 0 \quad (3.4a)$$

$$T^*(\mathbf{x}, 0) = f^*(\mathbf{x}) \equiv f(\mathbf{x}) - T_f(\mathbf{x}; 0), \quad \mathbf{x} \in V \quad (3.4b)$$

$$\alpha_0 T^*(\mathbf{x}, t) + \beta_0 k(\mathbf{x}) \frac{\partial T^*(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{n}} = 0, \quad \mathbf{x} \in S, \quad t > 0 \quad (3.4c)$$

onde o termo-fonte filtrado é dado por:

$$P^*(\mathbf{x}, t, T) = P(\mathbf{x}, t, T) - w(\mathbf{x}) \frac{\partial T_f(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot k(\mathbf{x}) \nabla T_f(\mathbf{x}, t) - d(\mathbf{x}) T_f(\mathbf{x}, t) \quad (3.4e)$$

Antes de proceder à transformação integral propriamente dita, é interessante evitar que o sistema transformado formulado seja implícito, então a Eq. 3.4a deve ser reescrita em termos da função peso escolhida no problema de autovalor,  $w^*(\mathbf{x})$ :

$$\begin{aligned} w^*(\mathbf{x}) \frac{\partial T^*(\mathbf{x}, t)}{\partial t} &= \\ &= \frac{w^*(\mathbf{x})}{w(\mathbf{x})} \left\{ \nabla \cdot (k(\mathbf{x}) \nabla T^*(\mathbf{x}, t)) - d(\mathbf{x}) T^*(\mathbf{x}, t) + P^*(\mathbf{x}, t, T) \right\}, \quad \mathbf{x} \in V, t > 0 \end{aligned} \quad (3.5a)$$

ou simplesmente,

$$w^*(\mathbf{x}) \frac{\partial T^*(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = G(\mathbf{x}, t, T), \quad \mathbf{x} \in V, t > 0 \quad (3.5b)$$

onde

$$G(\mathbf{x}, t, T) = \frac{w^*(\mathbf{x})}{w(\mathbf{x})} \left\{ \nabla \cdot (k(\mathbf{x}) \nabla T^*(\mathbf{x}, t)) - d(\mathbf{x}) T^*(\mathbf{x}, t) + P^*(\mathbf{x}, t, T) \right\} \quad (3.5c)$$

Da aplicação direta de separação de variáveis à versão linear homogênea e puramente difusiva do problema (3.1) acima apresentado surge o problema auxiliar recomendado, como segue:

$$\nabla \cdot (k^*(\mathbf{x}) \nabla \psi_i(\mathbf{x})) + [\mu_i^2 w^*(\mathbf{x}) - d^*(\mathbf{x})] \psi_i(\mathbf{x}) = 0, \quad \mathbf{x} \in V \quad (3.6a)$$

com as seguintes condições de contorno:

$$\alpha \psi_i(\mathbf{x}) + \gamma k(\mathbf{x}) \frac{d\psi_i(\mathbf{x})}{dn} = 0, \quad \mathbf{x} \in S \quad (3.6b)$$

onde os coeficientes  $k^*(\mathbf{x})$ ,  $w^*(\mathbf{x})$ , e  $d^*(\mathbf{x})$  são coeficientes simplificados arbitrários escolhidos de modo que os autovalores,  $\mu_i$ , e as autofunções relacionadas,  $\psi_i(\mathbf{x})$ , são conhecidos como expressões analíticas exatas ou da aplicação de métodos computacionais para problemas de Sturm-Liouville (Cotta, 1993; Cotta & Mikhailov,

1997), sendo evidente que, quanto mais próximos dos coeficientes do problema original, melhor será a convergência da expansão.

O problema indicado pelas Eqs. 3.6a,b permite, através da propriedade de ortogonalidade das autofunções, definição dos seguintes pares de transformação integral:

$$\bar{T}_i(t) = \int_V w^*(\mathbf{x}) \tilde{\psi}_i(\mathbf{x}) T^*(\mathbf{x}, t) dV, \quad \text{transformada} \quad (3.7a)$$

$$T^*(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{\psi}_i(\mathbf{x}) \bar{T}_i(t), \quad \text{inversa} \quad (3.7b)$$

onde os núcleos simétricos  $\tilde{\psi}_i(\mathbf{x})$  são dados por:

$$\tilde{\psi}_i(\mathbf{x}) = \frac{\psi_i(\mathbf{x})}{\sqrt{N_i}}, \quad \text{autofunções normalizadas} \quad (3.8a)$$

$$N_i = \int_0^L w^*(\mathbf{x}) \psi_i^2(\mathbf{x}) dx, \quad \text{integrais de normalização} \quad (3.8b)$$

A transformação integral propriamente dita é realizada através da operação da Eq. 3.5a com o operador  $\int_V \tilde{\psi}_i(\mathbf{x}) - dV$ , resultando no seguinte sistema de equações diferenciais ordinárias para o potencial transformado:

$$\frac{d\bar{T}_i(t)}{dt} = \bar{g}_i(t, \bar{T}_j), \quad t > 0, \quad i, j = 1, 2, \dots \quad (3.9a)$$

onde os termos-fonte transformados são dados por:

$$\bar{g}_i(t, \bar{T}_j) = \int_V G(x, t, T) \tilde{\psi}_i(x) dV \quad (3.9b)$$

e as condições iniciais transformadas para este sistema são dadas por:

$$\bar{f}_i = \int_V w^*(\mathbf{x}) f^*(\mathbf{x}) \tilde{\psi}_i(\mathbf{x}) dV \quad (3.9c)$$

As Eqs. 3.9a-c formam um sistema infinito de equações diferenciais ordinárias acopladas para os potenciais transformados. Para fins computacionais o sistema de EDO's acima apresentado pode ser truncado em uma ordem suficientemente grande para a precisão requerida,  $N$ , e numericamente resolvido para os potenciais transformados,  $\bar{T}_i(t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ .

Alguns integradores numéricos automáticos para esta classe de sistemas diferenciais encontram-se disponíveis, como aquele presente na rotina *NDSolve* do *Mathematica*. Uma vez que os potenciais transformados tenham sido calculados, pela solução numérica do sistema 3.9a-c, basta utilizar-se da fórmula de inversão para reconstruir o campo de temperatura em qualquer posição  $\mathbf{x}$  e tempo  $t$ .

### 3.2 PROBLEMA DIRETO - PROCEDIMENTO DE SOLUÇÃO DO CÓDIGO UNIT

A versão 1D - *Mathematica* do código UNIT utilizado pelo presente trabalho inclui todos os cálculos simbólicos necessários que foram descritos para a solução formal via Técnica da Transformada Integral Generalizada para o caso unidimensional, além de todos os cálculos numéricos envolvidos na solução do problema de autovalor escolhido e do sistema de EDO's para os potenciais transformados resultantes. De fato, o usuário essencialmente necessita especificar a formulação do problema, de acordo com as Eqs. 3.1, escolher os coeficientes a serem utilizados no problema de autovalor e determinar como apresentar os resultados. A seguir é feita uma descrição do algoritmo implementado no código UNIT 1D utilizado neste trabalho para a solução formal do problema geral definido pelas Eqs. 3.1.

O código trata a seguinte formulação matemática unidimensional transiente:

$$w_k(x) \frac{\partial T_k(x,t)}{\partial t} = G_k(x,t,T_j), \quad k, j = 1, 2, \dots, M_p, \quad x_0 < x < x_1, \quad t > 0 \quad (3.10a)$$

$$T_k(x,0) = f_k(x), \quad x_0 \leq x \leq x_1 \quad (3.10b)$$

$$\alpha_k(x) T_k(x,t) + \beta_k(x) k_k(x) \frac{\partial T_k(x,t)}{\partial \mathbf{n}} = \phi_k(x,t,T_j), \quad x = x_0, x_1, \quad t > 0 \quad (3.10c)$$

onde  $M_p$  é a quantidade de potenciais presentes no sistema modelado. Em todos os resultados apresentados neste trabalho o único potencial da formulação é o campo de temperatura e, portanto,  $M_p = 1$ .

No módulo “*Input & Problem Definition*” do código UNIT, os seguintes termos devem ser definidos pelo usuário de acordo com o modelo físico em análise:  $G_k(x, t, T_j)$  que deve incluir os termos de difusão, dissipação e fonte, lineares ou não-lineares. Também devem ser definidos pelo usuário a forma funcional de  $f_k(x)$ , que é a condição inicial do modelo; os coeficientes  $\alpha_k(x)$ ,  $\beta_k(x)$  e  $k_k(x)$ , que permitem várias combinações, definindo diferentes tipos de condições de contorno e, finalmente,  $\phi_k(x, t, T_j)$ , que é o termo-fonte do contorno, podendo ser linear ou não-linear.

Definida a formulação matemática do problema como supracitado, o usuário deve fornecer valores para a seguinte lista de parâmetros, ainda no módulo “*Input & Problem Definition*”:

- M, que corresponde ao  $M_p$  na formulação do problema (3.10), sendo o número de potenciais envolvidos no modelo. Como já destacado, neste trabalho o único potencial presente na formulação é o campo de temperatura e  $M = 1$ ;
- Neig, que corresponde à ordem de truncamento na expansão em autofunções do campo de temperatura;
- Ifilter, este parâmetro pode ter os valores 0 ou 1, sendo 0 para ativar o filtro linear automático (Eq. 3.3) ou 1 quando o usuário pretende fornecer o filtro manualmente.
- Iintegral, que permite ao usuário escolher a maneira como serão executadas as integrações de transformação dos termos-fonte. Os valores possíveis são: 0 para a integração semi-analítica automática, 1 para a integração através de quadraturas gaussianas, 2 para integração analítica (função Integrate) ou 3 para integração numérica automática intrínseca ao *Mathematica* (função NIntegrate);
- Intorder, o valor deste parâmetro deve ser definido caso o usuário opte pela integração semi-analítica automática, neste caso, o valor deste parâmetro define a forma funcional do integrando de cada sub-região,

sendo 0 para ordem zero, 1 para aproximação linear (1ª ordem) e 2 para aproximação quadrática (2ª ordem);

- Mreg, que também deve ser definido caso o usuário opte pela integração semi-analítica automática. Este parâmetro define o número de sub-regiões utilizados na integração. Também pode ser definido como Mregauto, neste caso o número de regiões é definido automaticamente;
- ngauss, que define a ordem da integração Gaussiana, caso o usuário opte por este tipo de integração. Também pode ser definido como ngauto, neste caso o valor é escolhido automaticamente;
- tfinal, que corresponde ao maior tempo de interesse na solução do problema;
- Nerror, que corresponde à quantidade de termos que aproximam o resíduo na análise de convergência da expansão do potencial em autofunções.

Ainda os parâmetros a seguir, que na realidade são opções da função *NDSolve* utilizada na solução do sistema transformado (3.9), podem ser definidos manualmente. Entretanto, ressalta-se que a configuração *default* deve funcionar para a maior parte dos problemas.

- maxstepsize, que é o tamanho máximo do passo no tempo na solução numérica do problema transformado (3.9);
- startingstepsize, é o tamanho inicial do passo no tempo na solução numérica do problema transformado (3.9);
- accuracyODE, acurácia desejada na solução numérica do problema transformado (3.9);
- precisionODE, precisão desejada na solução numérica do problema transformado (3.9);
- methodODE, método para a solução numérica do problema transformado (3.9).

Neste momento o problema já está devidamente formulado, mas o usuário ainda deve fornecer qual deve ser a escolha do problema auxiliar de autovalor através da definição dos coeficientes  $k^*(x)$ ,  $w^*(x)$  e  $d^*(x)$ , todos devidamente indicados no módulo



“*Input & Problem Definition*”, que devem ser especificados e então o problema auxiliar de autovalor é automaticamente gerado. A partir deste ponto começa a solução propriamente dita do problema.

Primeiro, o módulo de filtragem automático é iniciado e utiliza ou o filtro fornecido pelo usuário ou o filtro linear automático, dependendo de qual foi a escolha do usuário.

Na seqüência, o problema auxiliar de autovalor (Eqs. 3.6) é resolvido empregando a função DSolve do *Mathematica*, e a equação transcendental que gera os autovalores e as respectivas autofunções normalizadas são determinados analiticamente pela plataforma de computação simbólica.

Então, a condição inicial transformada é calculada. Como já destacado nesta seção, o código utiliza a forma de integração definida pelo usuário no parâmetro Integral, que pode ser a integração analítica automática (função *Integrate*), a integração numérica automática (função *NIntegrate*), a integração semi-analítica ou ainda a integração numérica com quadraturas gaussianas. O mesmo acontece para obtenção dos coeficientes do sistema de EDO's para o potencial transformado, onde integrações devem ser efetuadas. A importância da opção de utilização da integração semi-analítica reside principalmente na sua maior eficácia na integração destes termos-fonte, que usualmente exigem integrações numéricas internas à rotina de solução do problema de valor inicial, especialmente em formulações não-lineares. Na opção de integração semi-analítica a transformação integral do termo-fonte se dá da seguinte maneira (Cotta & Mikhailov, 2005):

$$\bar{g}_i(t, \bar{T}_j) = \int_v \tilde{\psi}_i(\mathbf{x}) G(\mathbf{x}, t, T) dv = \sum_{m=1}^M \int_{V_m} \tilde{\psi}_i(\mathbf{x}) \hat{G}_m(\mathbf{x}, t, T) dv \quad (3.11)$$

onde  $\hat{G}_m(\mathbf{x}, t, T)$  são formas funcionais mais simples analiticamente integráveis do termo-fonte, definidas em  $M$  sub-regiões  $V_m$ . A escolha mais simples é a utilização de valores uniformes dentro de cada sub-região (aproximação de ordem zero), mas aproximações lineares (primeira ordem) e quadráticas (segunda ordem) também estão implementadas no código e o usuário deve optar por uma delas no caso de escolha da utilização da integração semi-analítica, como já citado, através da escolha adequada do parâmetro Intorder no módulo “*Input & Problem Definition*”.

A esta altura o sistema de EDO's para o potencial transformado é montado e o próximo passo é a sua solução. Como discutido anteriormente, este sistema é resolvido numericamente através da função *NDSolve*, intrínseca à plataforma *Mathematica*. O código UNIT em sua configuração *default* utiliza o método BDF, intrínseco à função *NDSolve*.

Com o sistema de EDO's para o potencial transformado resolvido, o campo de temperatura é calculado a partir da expansão em autofunções. Neste ponto o usuário deve checar se a convergência da expansão está satisfatória e eventualmente diminuir/aumentar a ordem de truncamento  $N$  de modo a atender seus requisitos. Por exemplo, pode ser usada a seguinte fórmula para este teste de convergência:

$$\varepsilon(t) = \max \left| \frac{\sum_{i=N^*+1}^N \tilde{\psi}_i(\mathbf{x}) \bar{T}_i(t)}{T_f(\mathbf{x}; t) + \sum_{i=1}^N \tilde{\psi}_i(\mathbf{x}) \bar{T}_i(t)} \right| \quad (3.12)$$

O numerador na Eq. 3.12 diz respeito aos termos que a princípio poderiam ser extraídos da expansão da temperatura, para fornecer uma estimativa do resíduo da solução, e verificar o atendimento da tolerância admitida pelas especificações do usuário. O número de termos usados para este teste de convergência é controlado pelo parâmetro *Nerror*. Neste trabalho foram sempre escolhidos alguns pontos diferentes do domínio de modo a se avaliar qual o maior erro de truncamento dentre estes pontos. Ressalta-se que não está disponível um sistema automático de convergência e o usuário deve observar se a convergência está dentro de suas pretensões e então aumentar/diminuir a ordem de truncamento, conforme suas necessidades de precisão e custo computacional.

Finalmente, a expansão em autofunções é realizada e o usuário então dispõe de uma função contínua em  $x$  e  $t$  para os potenciais e então, no módulo “*Results*”, pode utilizar as ferramentas do *Mathematica* para apresentar os resultados de acordo com suas necessidades, como gráficos, tabelas, comparações, etc.

### **3.3 SOLUÇÃO DO PROBLEMA INVERSO – ESTIMATIVAS NO CAMPO TRANSFORMADO VIA INFERÊNCIA BAYESIANA**

Um dos objetivos do presente estudo, após a comparação crítica de resultados experimentais e teóricos com parâmetros obtidos de correlações e estimativas de propriedades, é empregar uma metodologia de solução de problema inverso para refinar as estimativas de propriedades termofísicas e parâmetros de condição de contorno, visando verificar a melhor aderência entre resultados teóricos e experimentais. Para este fim, utilizou-se do procedimento de solução de problema inverso e código computacional desenvolvido por Naveira-Cotta (2009), onde é realizada uma extensa análise da metodologia aqui brevemente resumida.

Na metodologia citada se está interessado na estimativa de funções no campo transformado, baseado na inferência Bayesiana, oferecendo também a possibilidade de expandir em autofunções as funções que se deseja estimar, de modo que a estimativa é feita em relação aos coeficientes desta expansão. O procedimento de solução inversa se baseia no método de Monte Carlo via Cadeia de Markov (MCMC), através do algoritmo de Metropolis-Hasting (Kaipio & Somersalo, 2004).

O procedimento de solução inversa proposto por Naveira-Cotta (2009) consiste em tratar os dados experimentais por transformação integral de modo a realizar as estimativas no campo transformado de temperaturas, colapsando a informação espacial e reduzindo assim drasticamente o número de medidas experimentais avaliadas a cada iteração do algoritmo de solução inversa e, conseqüentemente, reduzindo o custo computacional envolvido nestas análises.

A transformação integral dos dados experimentais se dá com a definição do par transformada-inversa (equações 3.13) e com a integração espacial dos dados experimentais ao longo de todo o domínio a cada tempo. Como os dados a serem integrados são discretos, realizou-se uma interpolação (linear) que apresenta-se como uma aproximação do seu comportamento espacial. Todavia, como trata-se de medidas experimentais obtidas com a termografia por infravermelho, tem-se de forma inerente a esta técnica de medida, um grande número de medidas espaciais disponível de modo que a interpolação linear destas apresenta-se como uma boa aproximação do comportamento espacial.

Definição do Par Transformada-Inversa:

$$\text{Transformada} \quad \overline{T_{\text{exp},i}}[t] = \int_0^{L_x} w[x] \tilde{\psi}_i[x] T_{\text{exp}}[x, t] dx \quad (3.13a)$$

$$\text{Inversa} \quad T_{\text{exp}}[x, t] = T_{\text{amb}} + \sum_{i=0}^{N_i} \frac{1}{N_i} \tilde{\psi}_i[x] \overline{T_{\text{exp},i}}[t] \quad (3.13b)$$

A Inferência Bayesiana baseia-se na análise estatística das densidades de probabilidade *a posteriori* ,  $\pi_{\text{posterior}}(\mathbf{P} | \mathbf{Y})$ , que representam as distribuições de probabilidade do vetor de parâmetros que fazem parte do modelo matemático do problema direto,  $\mathbf{P}$ , após observar os valores experimentais,  $\mathbf{Y}$ , e pode ser obtida através do teorema de Bayes (eq. 3.14).

$$\pi_{\text{posterior}}(\mathbf{P} | \mathbf{Y}) = \frac{\pi_{\text{prior}}(\mathbf{P})\pi(\mathbf{Y} | \mathbf{P})}{\pi(\mathbf{Y})} \quad (3.14)$$

Onde,  $\pi_{\text{prior}}(\mathbf{P})$  é chamado de densidade de probabilidade *a priori*, pois contém a distribuição de probabilidade de  $\mathbf{P}$  antes da observação do valor de  $\mathbf{Y}$ ,  $\pi(\mathbf{Y} | \mathbf{P})$  é a função de probabilidade de verossimilhança que fornece a informação sobre a chance de cada valor de  $\mathbf{P}$  ter levado àquele valor observado  $\mathbf{Y}$  e  $\pi(\mathbf{Y})$  é a densidade de probabilidade marginal das medidas, que funciona como uma constante de normalização, quando não é possível a sua obtenção analiticamente, de modo a fazer-se necessário o uso de algum método de amostragem, da distribuição *a posteriori*, baseado em simulação como por exemplo, a técnica baseada em simulação via cadeias de Markov.

O método numérico mais utilizado para explorar o espaço de estados da *posteriori* é a simulação de Monte Carlo. A simulação de Monte Carlo é baseada em uma grande amostra da função densidade de probabilidade (neste caso, a função de densidade de probabilidade da *posteriori*,  $\pi_{\text{posterior}}(\mathbf{P} | \mathbf{Y})$ ). Várias estratégias de amostragem são propostas na literatura, entre elas, o Método de Monte Carlo via Cadeia de Markov (MCMC), adotado no trabalho de Naveira-Cotta 2009, onde a idéia básica é

simular um “passeio aleatório” no espaço de  $\pi_{posterior}(\mathbf{P} | \mathbf{Y})$  que convirja para uma distribuição estacionária, que é a distribuição de interesse no problema. Os algoritmos MCMC mais comumente utilizados são o Metropolis-Hastings (empregado em Naveira-Cotta 2009) e o Amostrador de Gibbs (Kaipio & Somersalo, 2004).

A inferência baseada em técnicas de simulação utiliza amostras da *posterior*  $\pi_{posterior}(\mathbf{P} | \mathbf{Y})$  para extrair informação a respeito de  $\mathbf{P}$ . Obviamente, como uma amostra é sempre um substituto parcial da informação contida em uma densidade, métodos baseados em simulação são inerentemente aproximados e devem apenas ser utilizados quando for constada a impossibilidade de extração analítica de informação da *posteriori*, como é o caso no presente estudo.

No contexto da estimativa Bayesiana que é adotada na proposta de solução de problema inverso de Naveira-Cotta 2009, tem-se então a reformulação da verossimilhança uma vez que os dados experimentais são agora tratados como temperaturas transformadas, como apresentado nas equações (3.15). Neste processo de estimativa no campo transformado tem-se a comparação das temperaturas experimentais e calculadas transformadas, para cada campo transformado, ao longo de todas as medidas temporais, ponderadas por um erro experimental que varia para cada campo transformado.

$$\begin{array}{l} \text{Verossimilhança} \\ \text{no campo de Temperatura} \end{array} \propto \text{Exp}\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\left(T_{\text{exp}}[x,t]-T_{\text{calc}}[x,t]\right)^2\right] \quad (3.15a)$$

$$\begin{array}{l} \text{Verossimilhança} \\ \text{no campo Transformado} \end{array} \propto \text{Exp}\left[-\frac{1}{2\bar{\sigma}_i^2}\left(\overline{T_{\text{exp},i}}[t]-\overline{T_{\text{calc},i}}[t]\right)^2\right] \quad (3.15b)$$

Este procedimento foi aplicado no presente estudo na identificação das propriedades termofísicas espacialmente variáveis, na variação temporal do fluxo de calor aplicado pela resistência elétrica e na estimativa do coeficiente de transferência de calor nos contornos.

## **CAPÍTULO 4 - EXPERIMENTOS COM TERMOGRAFIA POR INFRAVERMELHO**

Este capítulo tem como objetivo apresentar a utilização da técnica não-intrusiva de medição de temperatura via termografia por infravermelho e as descrições do aparato e procedimento experimental utilizados neste projeto.

### **4.1 TERMOGRAFIA POR INFRAVERMELHO**

Medidas de temperatura com sensores de contato, como por exemplo, termopares, são por vezes de difícil execução uma vez que a introdução de um sensor no meio a ser caracterizado pode causar uma perturbação significativa. Tal perturbação requer que o sensor seja modelado como parte do sistema, causando dificuldades adicionais na análise do problema térmico. A termografia por infravermelho (IRT) é a técnica que possibilita a medição de temperaturas e a formação de imagens térmicas de um objeto, a partir da radiação na faixa do infravermelho que emana da superfície. A resolução espacial das câmeras termográficas na faixa do infravermelho já atinge hoje valores inferiores a 20  $\mu\text{m}$ . Portanto, a termografia por infravermelho se apresenta como uma técnica não-intrusiva, de alta definição e pequena incerteza, e vasta aplicabilidade.

A radiação na faixa do infravermelho é uma parte da radiação eletromagnética, cujo comprimento de onda é maior que o da luz visível ao olho humano e é naturalmente emitida por qualquer corpo e sua intensidade pode ser calculada a partir da temperatura da superfície do objeto.

Um detector ou sensor de radiação infravermelha é um transdutor de energia eletromagnética, isto é um dispositivo que converte a energia radiativa incidente em sinal elétrico. Entretanto a radiação medida pela câmera não depende unicamente da temperatura da superfície do objeto, mas também da emissividade de sua superfície, da radiação proveniente do meio exterior que é refletida pelo objeto e ainda da absorção de radiação pela atmosfera, que pode ser considerado um meio participante entre o objeto de interesse e a câmera termográfica.

Neste trabalho foi utilizada a câmera de alto desempenho FLIR SC-660 (Fig. 4.1) que possui um detector térmico do tipo microbolométrico não refrigerado, que

trata-se basicamente de um termoresistor, ou seja um dispositivo que tem a sua resistência elétrica variada com o aumento da temperatura.

Essa conversão da informação radiação absorvida - sinal elétrico - temperatura, é feita em tempo real e automaticamente pela câmera SC-660 a partir de alguns parâmetros definidos no momento da sua utilização, a saber:

- i. **Emissividade do objeto:** Este é o parâmetro mais importante a ser ajustado corretamente, consiste na razão entre a intensidade de radiação emitida pelo objeto e aquela que seria emitida por um corpo negro (ideal) na mesma temperatura. Existem técnicas simples para se determinar a emissividade de uma superfície. Também é muito comum que a superfície cuja temperatura deseja ser medida seja pintada com tinta de emissividade conhecida.
- ii. **Distância entre o objeto e a câmera:** Consiste no ajuste da distância entre o objeto e a lente da câmera. A definição deste parâmetro tem por objetivo compensar os efeitos de absorção da radiação emitida na transmissão entre o objeto e a câmera.
- iii. **Umidade relativa:** Complementando o item anterior, a umidade relativa do ar influencia no transporte de radiação entre o objeto e a câmera e a definição deste parâmetro visa compensar este efeito.
- iv. **Temperatura ambiente:** Consiste no valor da temperatura do ambiente externo local. A definição deste parâmetro visa compensar os efeitos da emissão de radiação do próprio ambiente externo e que são detectados pela câmera.



Figura 4.1 – Câmera termográfica empregada nos experimentos: FLIR SC-660.

#### 4.1.1 Dados Técnicos da Câmera FLIR SC-660

Na Tabela 4.1 a seguir são apresentados alguns dados técnicos da câmera FLIR SC-660, conforme descrito no manual do usuário.

Tabela 4.1 – Dados técnicos da câmera FLIR SC-660

<b>Dados Ópticos</b>	
Campo de visão/mínima distância de foco	24°x18°/0.3 m
Resolução espacial	0.65 mrad
Sensibilidade térmica	< 30 mK a +30 °C
Frequência de aquisição	30 Hz
Foco	Automático ou manual
Zoom	1-8x digital
Resposta Espectral	7.5 – 13.5 $\mu\text{m}$
Resolução do Infravermelho	640x480 pixels
<b>Medidas de Temperatura</b>	
Amplitude de temperatura	-40 °C a 1500 °C
Acurácia	+/- 1 °C ou +/- 1%



Tabela 4.1 – Continuação

<b>Ferramentas de Análise</b>	
Medição pontual	10 pontos simultaneamente
Área	5 caixas ou circunferências com análise de temperatura média/máxima/mínima
Isotermas	acima/abaixo/intervalo
Perfil	1 linha horizontal ou vertical
Diferença de temperatura	Diferença entre dois pontos ou entre a temperatura de um ponto e uma temperatura de referência definida
Emissividade	Ajuste manual de 0.01 a 1.0 com lista de emissividades de referência de materiais comuns.
Correções	Correções automáticas de temperatura refletida absorção e emissões atmosféricas e janelas de inspeção.
Alarme	Alarme para valores medidos acima/abaixo de um valor de referência.
<b>Armazenamento de Imagens (cartão de memória)</b>	
Imagem	JPEG/imagem radiométrica
Imagens periódicas	mín: de 10 em 10s, máx: de 24 em 24h
<b>Anotações anexas a imagem radiométrica gravada</b>	
Voz	até 60 s de gravação
Texto	texto pré-definido anexado a imagem
Foto	foto pré-definida anexada a imagem
GPS	dados da localidade
<b>Vídeos</b>	
Vídeos não-radiométricos	Podem ser gravados em memory card ou transferidos via USB/Firewire – (MPEG-4)
Vídeos radiométricos	Podem ser transferidos via Firewire ou gravados no cartão de memória.
<b>Apontador Laser</b>	
Modo laser	Pode ser ativado para foco automático no ponto e/ou medição de temperatura no ponto.
<b>Interfaces de Comunicação</b>	
Interfaces	USB-mini, USB-A, Firewire

Tabela 4.1 - Continuação

<b>Energia</b>	
Bateria	Li Ion, 3h de operação
Carregamento	Adaptador AC ou 12V automotivo
Gerenciamento de energia	Desligamento automático (configurável)
<b>Dados de Operação</b>	
Temperaturas de operação	-15 °C a 50 °C
Temperaturas de armazenagem	-40 °C a 70 °C
Umidade (operação e armazenagem)	95%
<b>Dados Físicos</b>	
Peso (incluindo bateria)	1,8 kg
Dimensões (L x W x H)	299 x 144 x 147 mm

## 4.2 DESCRIÇÃO DO APARATO EXPERIMENTAL

A bancada experimental utilizada na realização de todos os experimentos deste trabalho é apresentada na Fig. 4.2 onde podem ser observados os seguintes componentes: (i) Câmera termográfica FLIR SC660; (ii) Suporte para a câmera no experimento de placa vertical; (iii) Suporte para a câmera no experimento de placa horizontal; (iv) Moldura contendo as placas (amostra); (v) Suporte da moldura; (vi) Sistema de aquisição de dados (Agilent 34970-A); (vii) Fonte para aplicação de tensão a resistência; (viii) Microcomputador para aquisição e tratamento dos dados.



Figura 4.2 – Vista geral da bancada experimental

Nos experimentos realizados neste trabalho a amostra consiste de um par de placas de 8 x 4 cm, de tal forma que é feito um sanduíche com as placas tendo a resistência elétrica de 4 x 4 cm entre elas. De modo a analisar os efeitos da convecção natural neste experimento e concluir a respeito da melhor configuração para a solução do problema inverso relacionado, a resistência foi inicialmente posicionada (i) na metade superior das placas, denominado experimento de placa vertical com aquecimento superior, (ii) na metade inferior das placas, denominado experimento de placa vertical com aquecimento inferior e (iii) posicionada em qualquer das metades das placas para o experimento de placa horizontal. Estas três configurações distintas são esquematicamente apresentadas, respectivamente, nas Figs. 4.3a-c, onde destaca-se que a origem dos eixos está sempre localizada na borda da região onde é aplicado o fluxo de calor pela resistência elétrica. Nas Figs. 4.4 a 4.6 são apresentadas fotos detalhando as configurações experimentais destes três casos, respectivamente. Em todos os casos as superfícies das placas receberam pintura em grafite (Graphit 33, Kontakt Chemie) para que a emissividade fosse aproximadamente uniforme e conhecida em toda a placa,  $\varepsilon \approx 0,97$ , de acordo com os dados técnicos do fabricante).

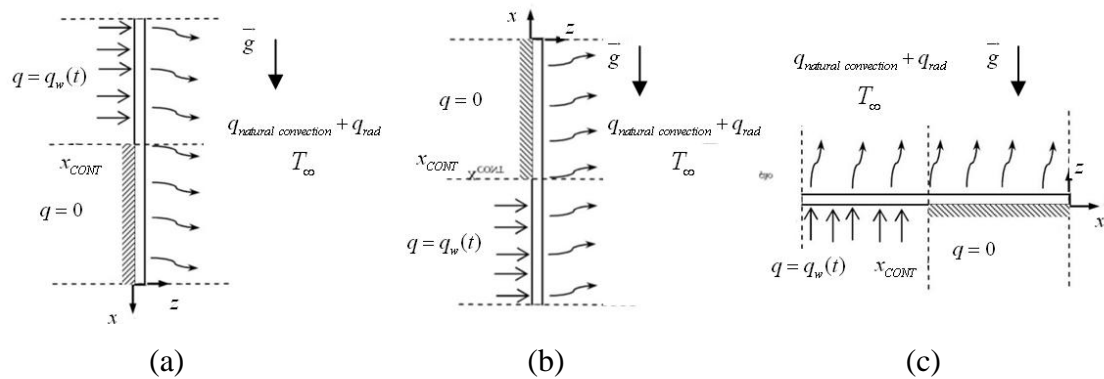


Figura 4.3 – Representação esquemática das três configurações dos experimentos. (a) Placa vertical com aquecimento superior. (b) Placa vertical com aquecimento inferior. (c) Placa horizontal.

Considera-se que a variação de temperatura através da espessura é desprezível e partindo de uma formulação por parâmetros concentrados nesta direção e ainda desprezando-se a variação de temperatura ao longo da largura da placa, como ficará claro na análise do procedimento experimental (Seção 5.2), as equações que governam o modelo físico desse experimento podem ser descritas como:

$$w(x) \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k(x) \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right) - \frac{h(x)[T(x,t) - T_\infty]}{L_z} - \frac{\varepsilon \sigma [T^4(x,t) - T_\infty^4]}{L_z} + \frac{q_w(x,y)}{L_z}, \quad 0 < x < L_x, \quad t > 0 \quad (4.1a)$$

$$T(x,t=0) = T_\infty, \quad 0 \leq x \leq L_x \quad (4.1b)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad x = 0, \quad t > 0 \quad \quad \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad x = L_x, \quad t > 0 \quad (4.1c,d)$$

onde  $w$  e  $k$  são, respectivamente, a capacidade térmica e a condutividade térmica do meio,  $h$  é o coeficiente de transferência de calor por convecção,  $\varepsilon$  é a emissividade da superfície,  $\sigma$  é a constante de Stefan-Boltzmann,  $q_w$  é o fluxo aplicado pela resistência

elétrica em cada uma das placas,  $T_{\infty}$  é a temperatura ambiente,  $L_x$  é o comprimento e  $L_z$  é a espessura das placas.

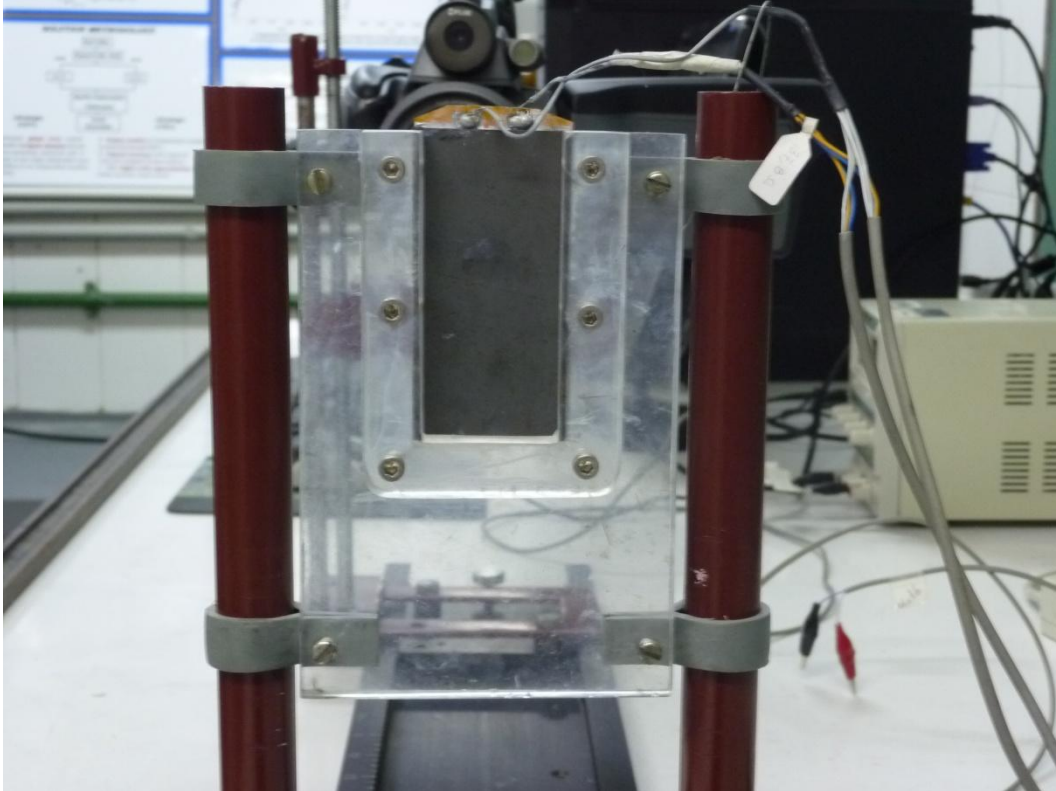


Figura 4.4 – Detalhe do experimento de placa vertical com aquecimento superior

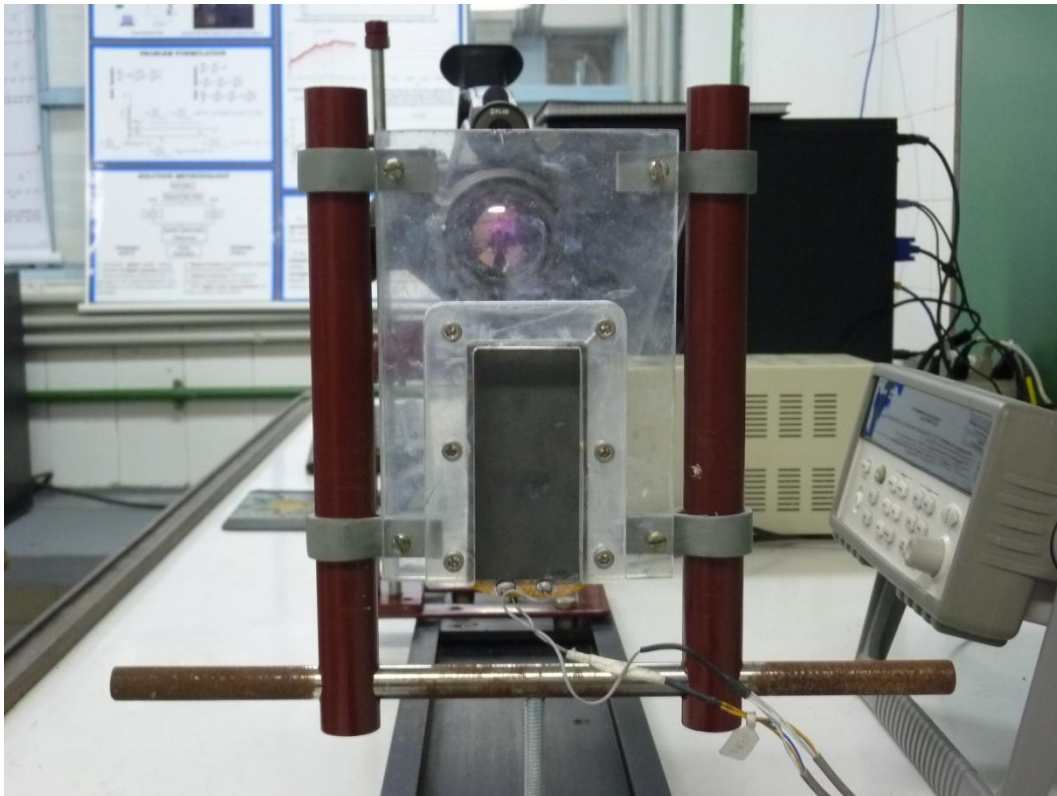


Figura 4.5 – Detalhe do experimento de placa vertical com aquecimento inferior

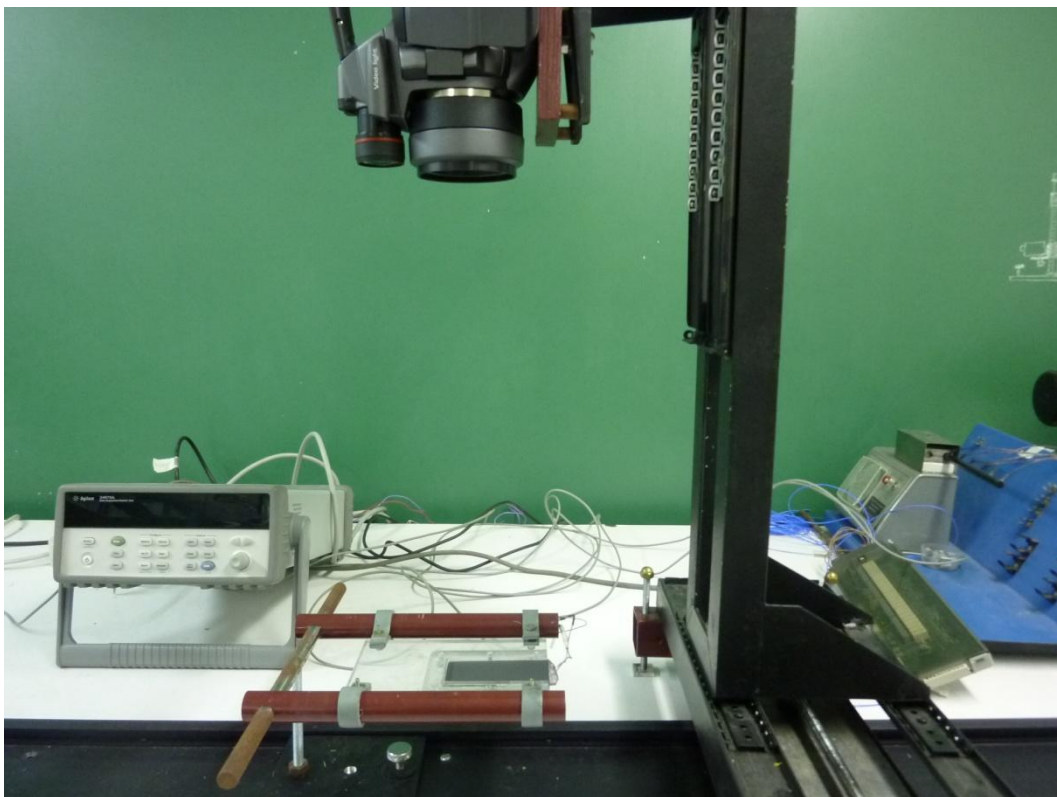


Figura 4.6 – Detalhe do experimento de placa horizontal

De modo a verificar a formulação matemática do modelo físico, resolvido pelo código UNIT de solução do problema direto, optou-se por se iniciar os estudos comparativos entre resultados experimentais e simulados, com uma amostra homogênea de baquelite (8 x 4 cm e 1.58 mm de espessura), como a apresentada em detalhes na Fig. 4.7, onde também pode ser observada a resistência elétrica (38.18 ohms) de dimensões (4 x 4 cm). Nesta figura pode ser observado um depósito de cobre na parte interna das placas, onde é instalada a resistência elétrica. Este depósito de cobre foi verificado essencial para a uniformização do fluxo de calor. Nas demais amostras ensaiadas neste projeto que não dispunham de depósito de cobre, foi utilizada fita adesiva fabricada em alumínio pela empresa 3M para uniformizar o fluxo aplicado pela resistência elétrica.

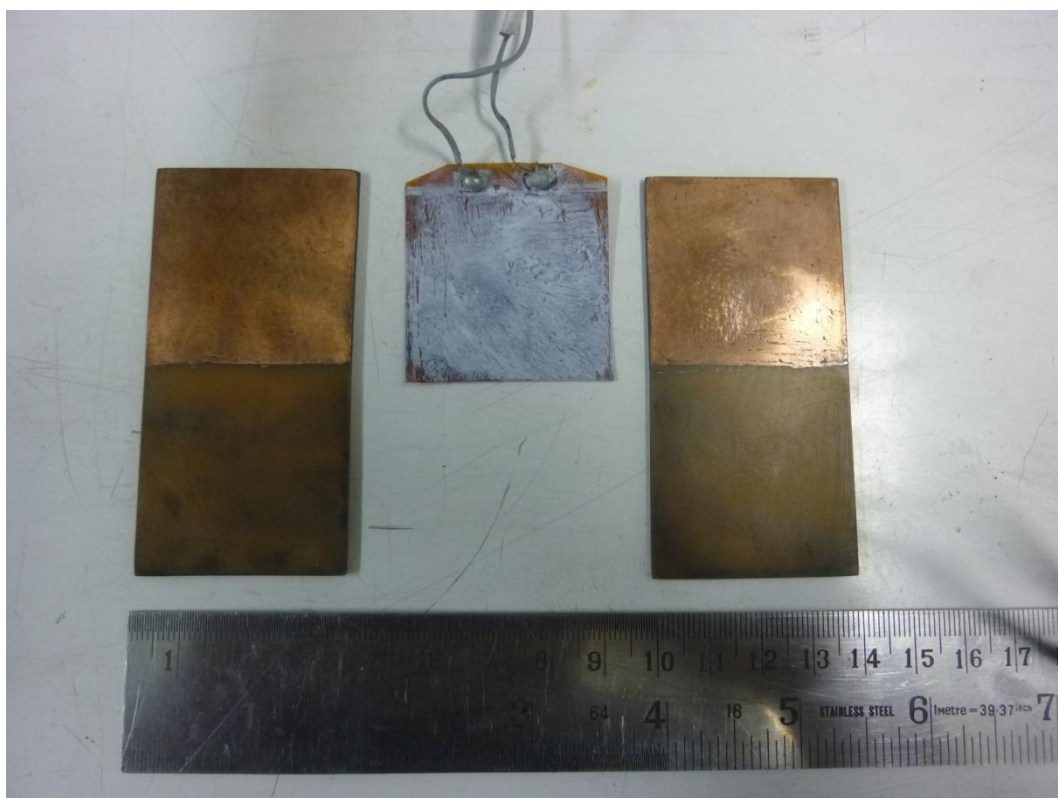


Figura 4.7 – Detalhe das placas de baquelite (8 x 4 cm) e da resistência elétrica (4 x 4 cm, 38.18 ohms)

Neste trabalho também são apresentados resultados para a condução de calor bidimensional transiente, onde a resistência anterior de dimensões 4 x 4 cm é substituída por uma resistência menor, de 1.4 x 1.4 cm, e resistência elétrica de 29.8 ohms, apresentada na Fig. 4.8. A representação esquemática para este procedimento experimental é mostrada na Fig. 4.9. Assumindo que a variação de temperatura ao longo

da espessura é desprezível, este processo difusivo pode ser descrito pelas seguintes equações, incluindo as condições inicial e de contorno:

$$w(x) \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k(x) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + k(x) \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{q_w(x, y, t)}{L_z} - \frac{h_{ef}(x, y)}{L_z} (T - T_\infty), \quad 0 < x < L_x, \quad 0 < y < L_y, \quad t > 0 \quad (4.2a)$$

$$T(x, y, t = 0) = T_\infty \quad (4.2b)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L_x} = 0 \quad (4.2c,d)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=L_y} = 0 \quad (4.2e,f)$$

onde  $w$  e  $k$  são, respectivamente, a capacidade térmica e a condutividade térmica do meio,  $h_{ef}$  é o coeficiente de troca térmica efetivo, incluindo o coeficiente linearizado relativo à dissipação por radiação,  $q_w$  é o fluxo aplicado pela resistência elétrica em cada uma das placas,  $T_\infty$  é a temperatura ambiente,  $L_x$  é o comprimento,  $L_y$  é a largura e  $L_z$  é a espessura das placas.



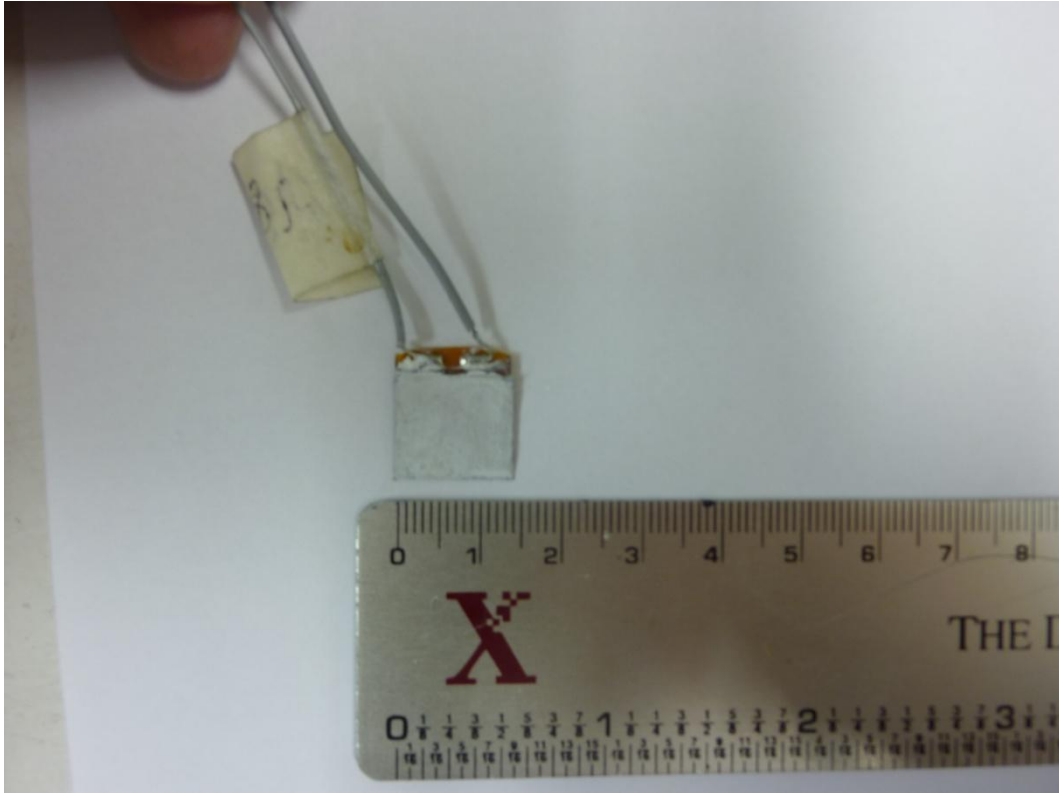


Figura 4.8 – Detalhe da resistência elétrica utilizada no experimento para o processo difusivo bidimensional (29.8 ohms).

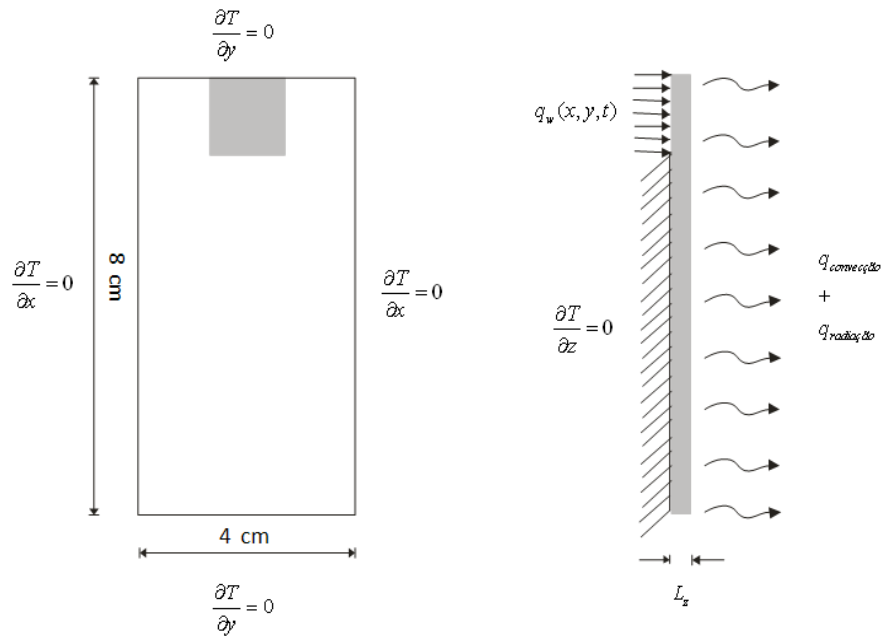


Figura 4.9 – Representação esquemática do problema com condução de calor bidimensional.

Para a verificação de modelo e comprovação experimental da metodologia de identificação de propriedades termofísicas em meios heterogêneos, foram realizados experimentos para condução unidimensional utilizando-se um par de placas de poliestireno com espessura variável. Neste caso, as propriedades físicas do material são de fato homogêneas, entretanto, a partir de uma formulação por parâmetros concentrados adequada, podemos definir propriedades termofísicas efetivas de tal modo que a variação espacial da espessura seja expressa como variação espacial destas propriedades. O problema fica então formulado da seguinte forma:

$$w \cdot f(x) \frac{\partial T_m(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \cdot f(x) \frac{\partial T_m(x,t)}{\partial x} \right) - \frac{h_{ef}(x)}{n_z(x)} [T_m(x,t) - T_\infty] + q_w(x,t), \quad 0 < x < L_x, \quad t > 0 \quad (4.3a)$$

$$T_m(x, t=0) = T_\infty, \quad 0 \leq x \leq L_x \quad (4.3b)$$

$$\frac{\partial T_m}{\partial x} = 0, \quad x = 0, \quad t > 0 \quad \frac{\partial T_m}{\partial x} = 0, \quad x = L_x, \quad t > 0 \quad (4.3c,d)$$

onde  $f(x)$  é a função que representa a variação de espessura da placa e  $n_z(x)$  é o cosseno diretor da superfície de espessura variável. Definindo-se as propriedades termofísicas efetivas,  $\hat{w}(x)$  e  $\hat{k}(x)$ , a Eq. 4.3a pode ser reescrita como:

$$\hat{w}(x) \frac{\partial T_m(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \hat{k}(x) \frac{\partial T_m(x,t)}{\partial x} \right) - \hat{h}_{ef}(x) [T_m(x,t) - T_\infty] + q_w(x,t), \quad 0 < x < L_x, \quad t > 0 \quad (4.4a)$$

onde

$$\hat{w}(x) = w \cdot f(x) \quad (4.4b)$$

$$\hat{k}(x) = k \cdot f(x) \quad (4.4c)$$

$$\hat{h}_{ef}(x) = h_{ef}(x) / n_z(x) \quad (4.4d)$$

Medindo-se a variação espacial da espessura com um perfilômetro e conhecendo-se as propriedades termofísicas do material em análise será possível

determinar com precisão a variação espacial das propriedades termofísicas efetivas utilizadas na formulação matemática do problema, constituindo-se num experimento de validação.

O par de placas de poliestireno (8 x 4 cm, com espessura variável) é mostrado em detalhes nas Figs. 4.10a,b. Nas Figs. 4.10c,d são apresentados os desvios da variação espacial de espessura ao longo do comprimento em relação a uma reta de 1.101 mm (extremidade mais fina) a 1.880 mm (extremidade mais espessa), para cada uma das placas, indicando uma variação de espessura bastante linear. Estes gráficos foram gerados através de ensaio realizado no INMETRO com o perfilômetro Taylor Hobson Form TalySurf PGI 830, como ilustra a Fig. 4.10e.

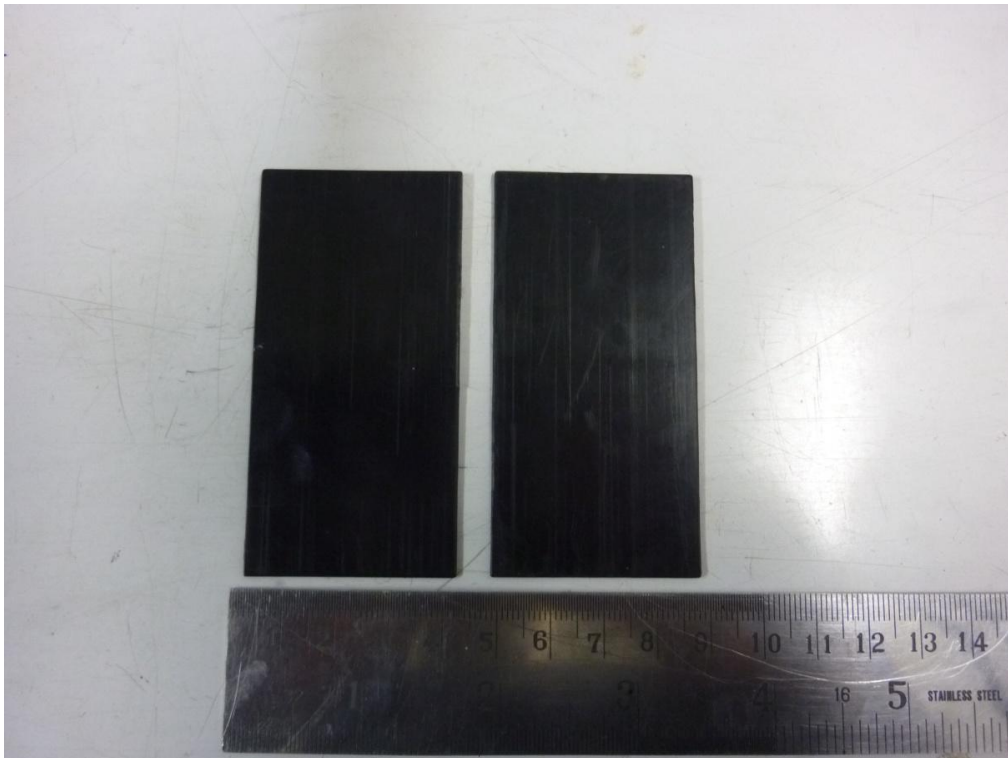


Figura 4.10a – Detalhe das placas de poliestireno (8 x 4 cm) de espessura variável.



Figura 4.10b – Detalhe da espessura variável das placas de poliestireno.

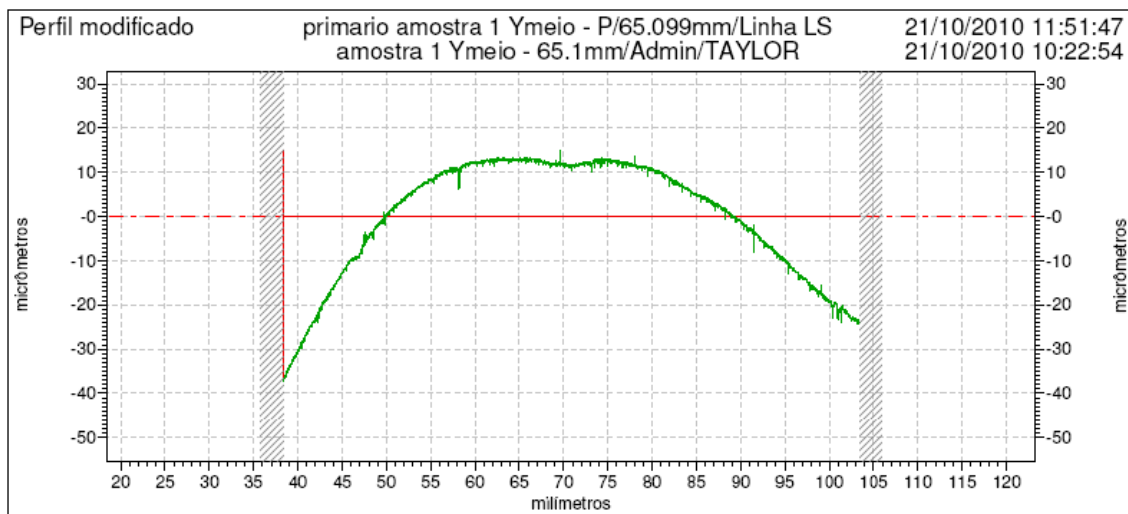


Figura 4.10c – Flutuações da espessura em relação a uma aproximação linear entre 1.101mm e 1.880mm para a primeira placa.

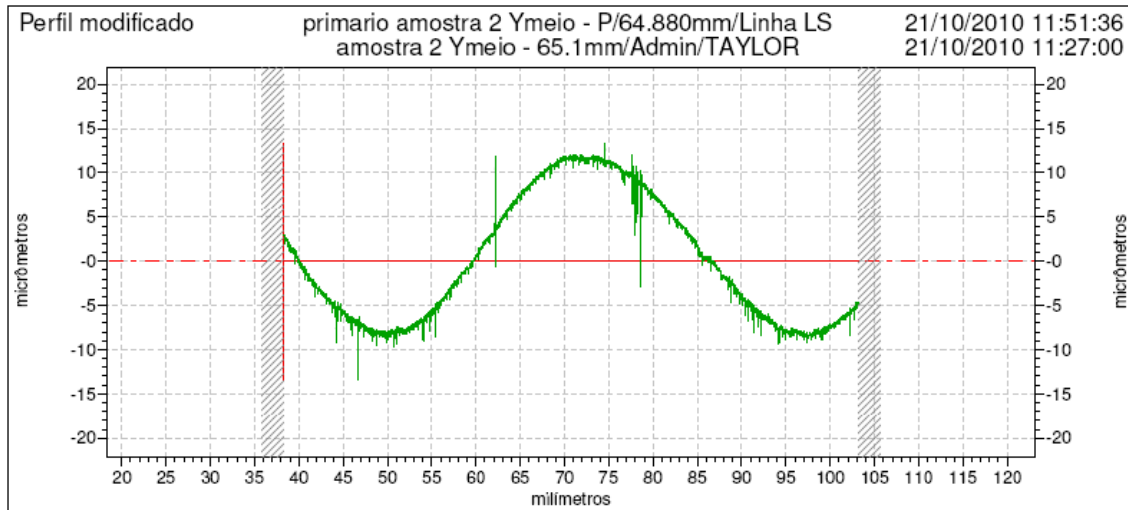


Figura 4.10d – Flutuações da espessura em relação a uma aproximação linear entre 1.101mm e 1.880mm para a segunda placa.

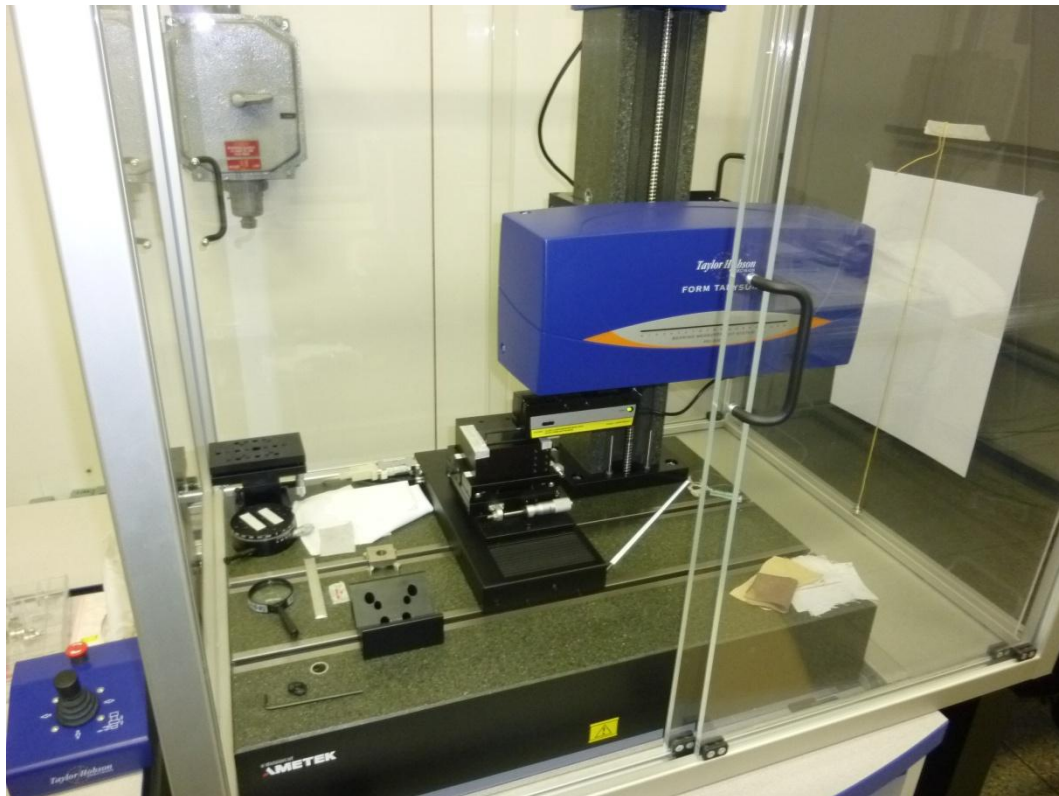


Figura 4.10e – Perfilômetro Taylor Hobson Form TalySurf PGI 830.

### 4.3 FABRICAÇÃO DO NANOCOMPÓSITO

Na ausência de experiência anterior e equipamentos para implementar técnicas sofisticadas de fabricação de compósitos e, tendo em vista que o foco deste trabalho é a

metodologia que permite o projeto e a análise térmica de materiais para utilização como dissipadores de calor, e não os processos de fabricação propriamente ditos, decidiu-se por produzir a amostra de uma forma bastante simples, descrita a seguir.

Para a obtenção do nanocompósito foi utilizada como matriz polimérica a resina PolyLite 10-328, uma resina poliéster insaturado fabricada pela empresa Reichhold. Na Tabela 4.2 são apresentados valores típicos das propriedades termofísicas para resina poliéster insaturado curada (Mark, 2007).

Tabela 4.2 – Valores típicos das propriedades termofísicas da resina poliéster insaturado curada

Propriedade	Valor
Condutividade térmica - $k$ (W/m°C)	0.15 – 0.17
Densidade - $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1040 - 1100
Calor específico - $c_p$ (J/kg°C)	1170 - 1600

Como carga de enchimento para esta matriz polimérica foram então utilizadas nanopartículas de alumina (óxido de alumínio, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>), fabricadas pela NanoAmor e constituída basicamente de alumina alfa (5-10% de gama), com 99,5% de pureza, tamanho médio de 27-43 nm e área superficial específica de 35m<sup>2</sup>/g. Na Tabela 4.3 são apresentados valores típicos das propriedades termofísicas da alumina (Lienhard IV & Lienhard V, 2008).

Tabela 4.3 – Valores típicos das propriedades termofísicas da alumina

Propriedade	Valor
Condutividade térmica - $k$ (W/m°C)	32 – 46
Densidade - $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	3900 – 3980
Calor específico - $c_p$ (J/kg°C)	780 – 920

Foi fabricada uma peça consistindo de uma placa plana fina (1.51 mm) de 8 x 4 cm e tendo até 3/4 do comprimento carga de 28.5% em massa de nanopartículas de alumina, sendo o 1/4 restante constituído de resina poliéster pura, como esquematicamente mostra a Fig. 4.11.

Para o cálculo dos valores de referência para as propriedades termofísicas do nanocompósito foi utilizado o modelo de Lewis & Niessel (1970), que leva em

consideração a forma e a orientação do material de enchimento para um sistema de duas fases. A expressão resultante é dada por

$$k_c = k_m \left[ \frac{1 + AB\phi}{1 - B\phi\psi} \right] \quad (4.5a)$$

$$B = \frac{(k_d / k_m) - 1}{(k_d / k_m) + A} \quad (4.5b)$$

$$\psi = 1 + \left( \frac{1 - \phi_s}{\phi_s^2} \right) \phi \quad (4.5c)$$

onde  $\phi$  é a concentração volumétrica da carga de enchimento,  $k_c$  é a condutividade térmica efetiva do nanocompósito,  $k_d$  é a condutividade da partícula usada como carga de enchimento e  $k_m$  é a condutividade da matriz polimérica do compósito.  $A$  e  $\phi_s$  são sugeridos para um número variado de diferentes formas geométricas e orientações. Para esferas com acomodação randômica na matriz tem-se  $A = 1.5$  e  $\phi_s = 0.637$ .

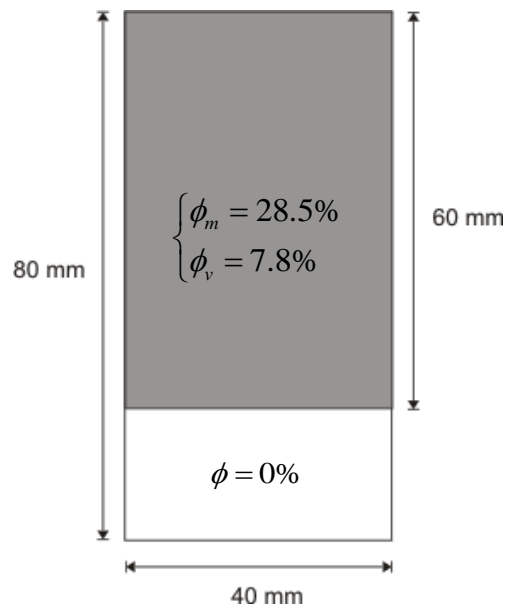


Figura 4.11 – Representação esquemática do nanocompósito fabricado.  $\phi_m$  - fração em massa de alumina;  $\phi_v$  - fração em volume de alumina.

Para tanto, foi utilizada uma base de vidro e barreiras, também de vidro, de 1.25mm de espessura de modo que uma cavidade é formada, onde a mistura ainda

líquida pode ser despejada, como mostra a Fig. 4.12a. A mistura de resina com nanopartículas de alumina é homogeneizada no misturador BioMixer 78HW-1, como ilustra a Fig. 4.12b, onde também é adicionado, na proporção de 1% em relação a massa de alumina, o agente de ligação Prosil Silano fabricado pela empresa FGM, uma solução etanólica de 3-Metacriloxipropiltrimetoxissilano hidrolizado para uso como agente de união química entre a matriz polimérica e as nanopartículas inorgânicas. Então, a resina carregada com nanopartículas de alumina e a resina pura são colocadas em recipientes separados. Em cada um destes recipientes é adicionado o catalisador MEK-P (peróxido de metil-etil-cetona) na proporção de 1.4% em massa, imediatamente antes do conteúdo ser despejado no molde para cura. Para se obter a separação entre a resina carregada e a resina pura, é inserida no molde uma barreira temporária e então as resinas são despejadas. A barreira temporária é então removida e outra chapa de vidro é colocada sobre a base, fechando o molde, com o intuito de se uniformizar a espessura da peça que está sendo fabricada, como ilustram as Figs. 4.12c,d. Por fim, depois que a resina é curada, o molde é desfeito e tem-se disponível uma placa que pode ser cortada de modo a se obter a peça desejada. Na Fig. 4.12e é apresentado o nanocompósito fabricado e estudado nas seções seguintes, com dimensões 8 x 4 cm e 1.51 mm de espessura.

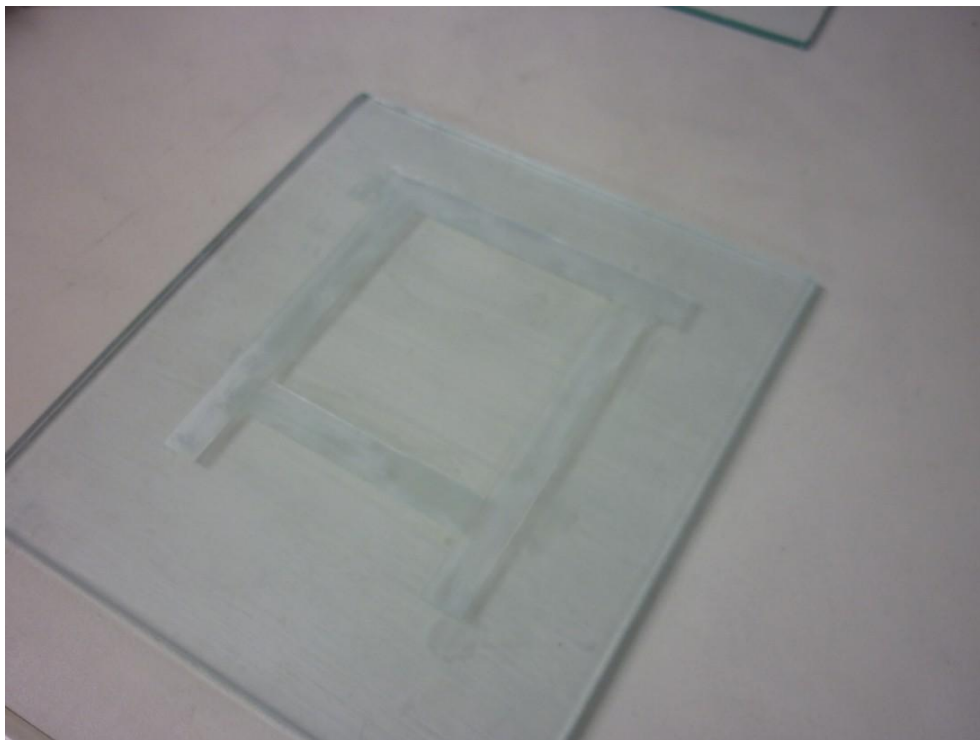


Figura 4.12a – Molde para fabricação das peças





Figura 4.12b – Misturador BioMixer 78HW-1

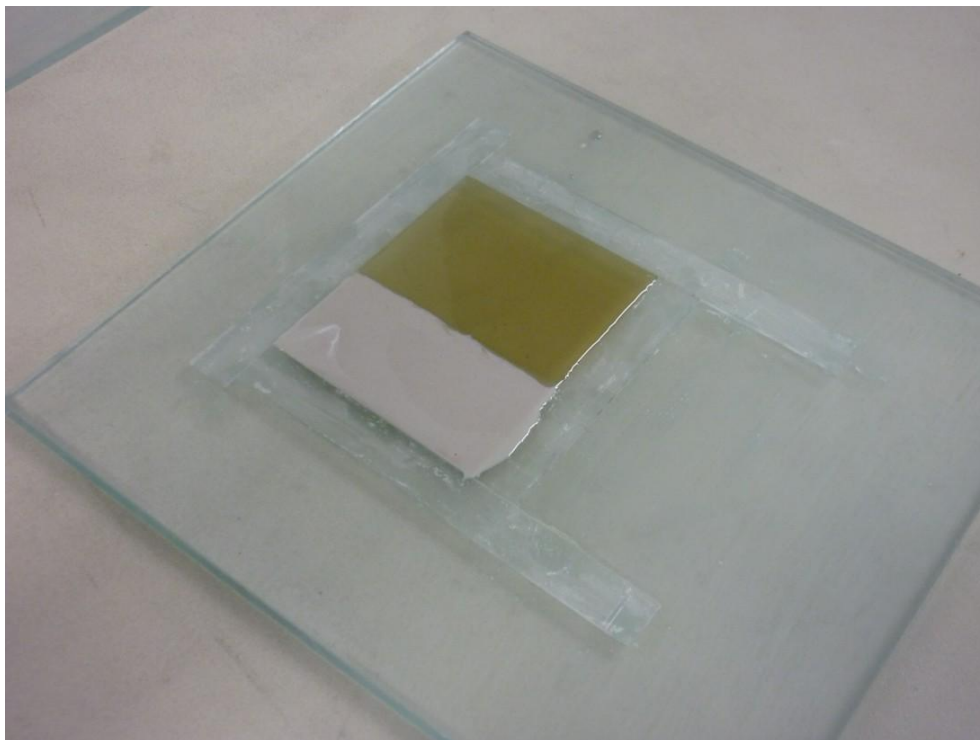


Figura 4.12c – Resinas com e sem carga de alumina no molde antes de ser fechado

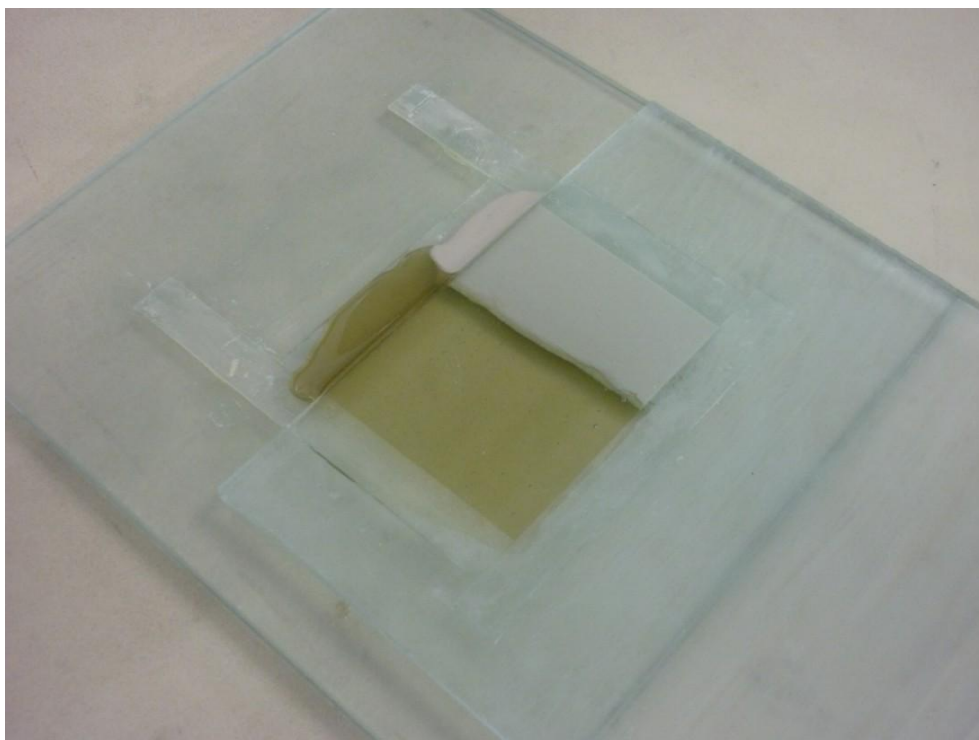


Figura 4.12d – Resinas com e sem carga de alumina no molde fechado

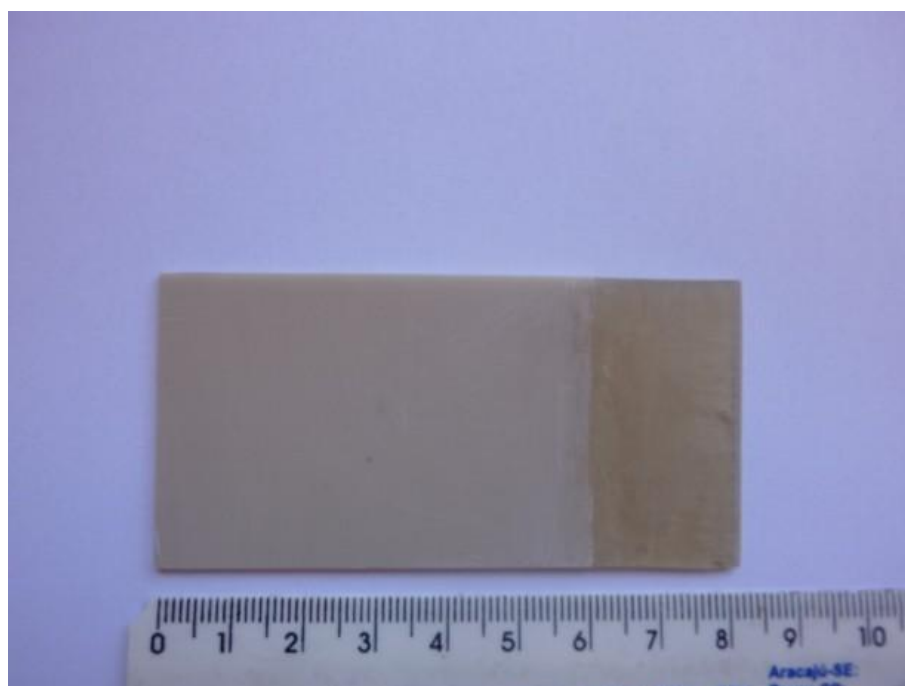


Figura 4.12e – Placa fabricada

Foram ainda realizados experimentos com um par de placas homogêneas de resina poliéster pura (sem nenhuma carga de enchimento). Estas placas são apresentadas na Fig. 4.13 abaixo.

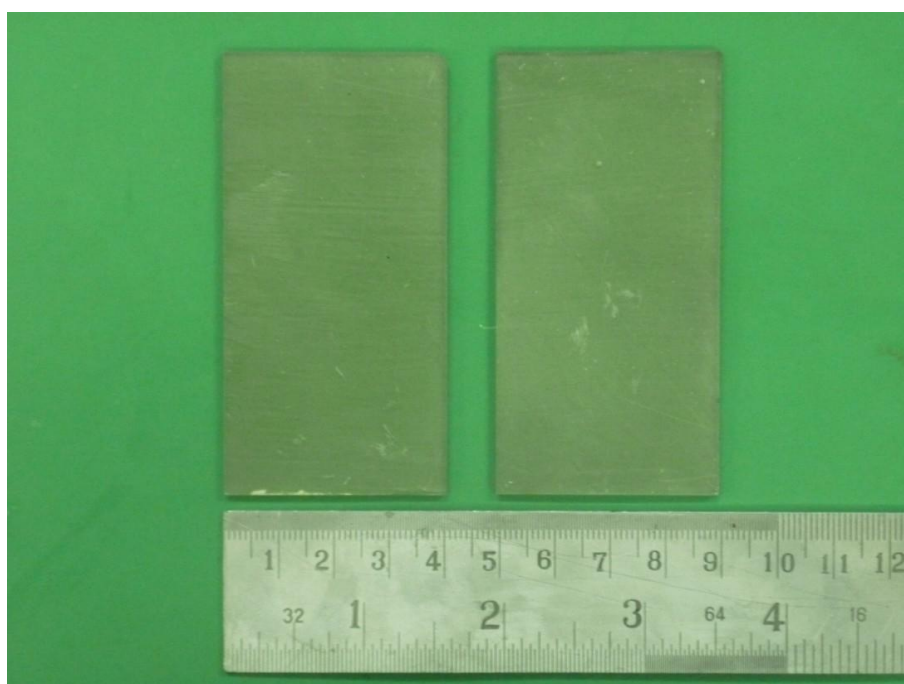


Figura 4.13 – Par de placas homogêneas de resina poliéster

#### 4.4 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O procedimento experimental é iniciado fixando-se o valor da tensão a ser aplicada na resistência que está entre as placas da amostra e definindo-se os valores dos parâmetros relativos à câmera termográfica, discutidos na Seção 4.1. A fonte é então desligada e os cabos da resistência são conectados à fonte. As aquisições das medidas dos termopares (um termopar para medir a temperatura ambiente, e eventualmente em alguns experimentos um par de termopares é colado cada um em uma placa), as aquisições da câmera termográfica e dos valores de tensão na resistência (que inicialmente encontra-se desligada) são iniciados e tomados de 10 em 10 s. Após certo número arbitrário de aquisições para definir a temperatura ambiente média no instante inicial, a fonte é ligada, iniciando-se o aquecimento da amostra. Todas as aquisições podem ser acompanhadas em tempo real através do microcomputador, sendo possível verificar a temperatura em qualquer pixel das imagens adquiridas.

As Figs. 4.14a,b ilustram a tela do software de aquisição FLIR ThermoCam Researcher, 20 segundos após o aquecimento ter sido iniciado nos experimentos de placa vertical com aquecimento superior e inferior, respectivamente. As Figs. 4.15a,b

apresentam os mesmos experimentos, 300 segundos após o experimento ter sido iniciado e as Figs. 4.16a,b no final do experimento, quando o regime permanente já está estabelecido. Após o regime permanente ter se estabelecido, o sistema de aquisição de dados é encerrado e a fonte é desligada. Todos os dados adquiridos são salvos em pasta específica de modo a facilitar a identificação e posterior análise.

As Figs. 4.17a,b ilustram o procedimento experimental para o processo difusivo bidimensional, utilizando placas homogêneas de baquelite, onde são observadas as imagens adquiridas pelo software FLIR ThermaCam Researcher, 20 e 300 segundos, respectivamente, após o aquecimento ter sido iniciado.

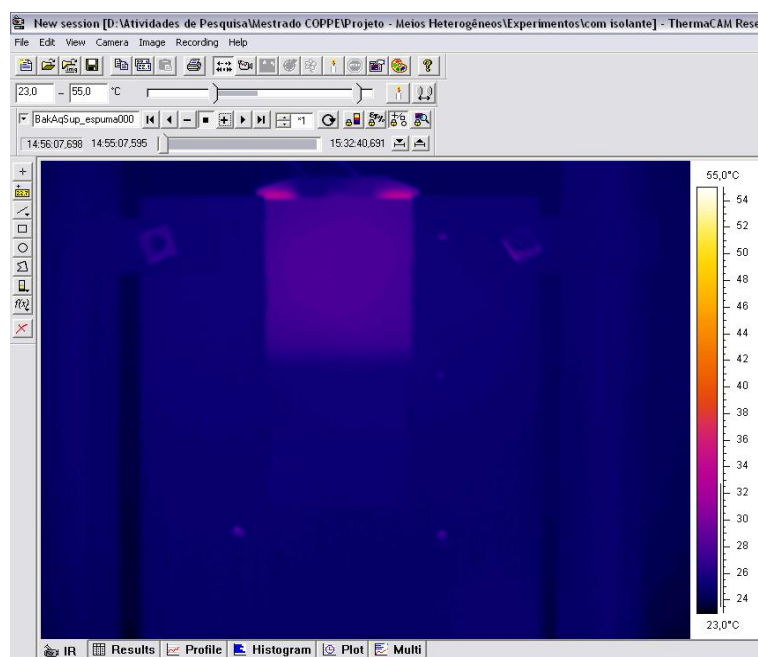


Figura 4.14a - Tela do software de aquisição FLIR ThermaCam Researcher, 20 segundos após o aquecimento ter sido iniciado nos experimentos de placa vertical com aquecimento superior

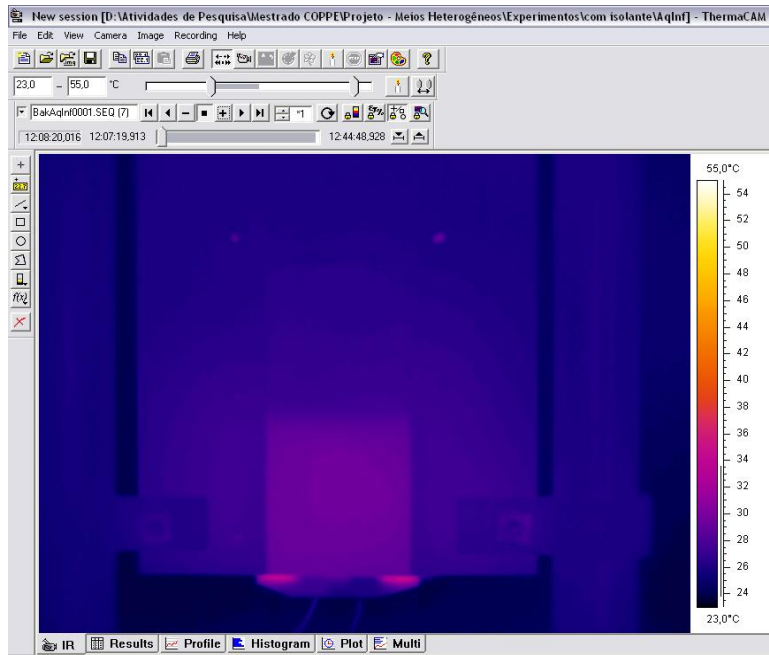


Figura 4.14b - Tela do software de aquisição FLIR ThermoCAM Researcher, 20 segundos após o aquecimento ter sido iniciado nos experimentos de placa vertical com aquecimento inferior.

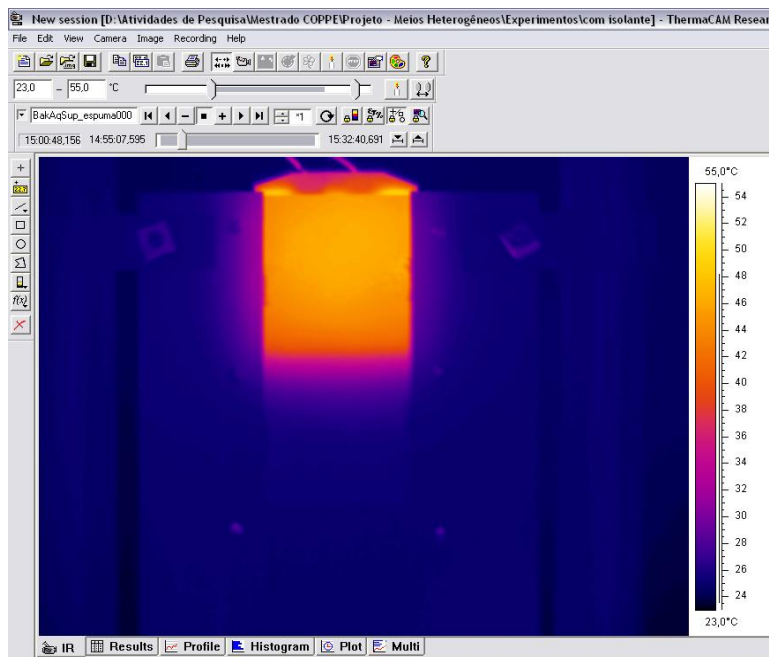


Figura 4.15a - Tela do software de aquisição FLIR ThermoCAM Researcher, 300 segundos após o aquecimento ter sido iniciado nos experimentos de placa vertical com aquecimento superior.

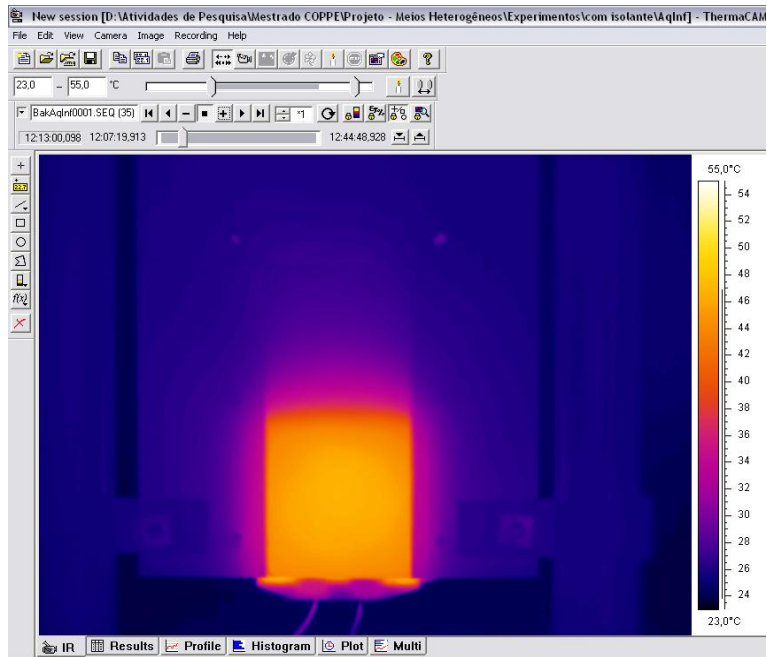


Figura 4.15 - Tela do software de aquisição FLIR ThermoCAM Researcher, 300 segundos após o aquecimento ter sido iniciado nos experimentos de placa vertical com aquecimento inferior.

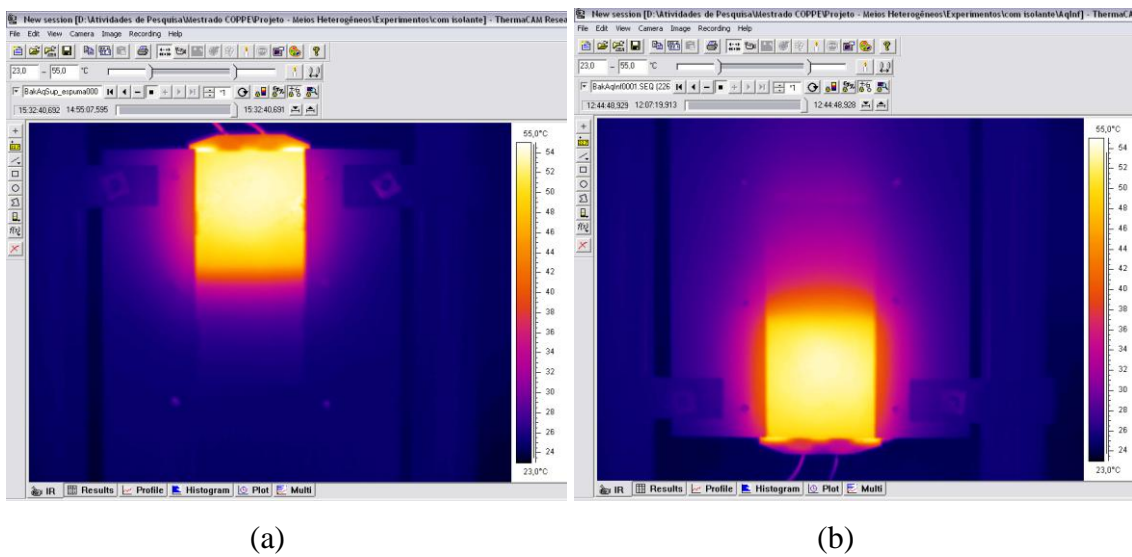


Figura 4.16 – Tela do software de aquisição FLIR ThermoCAM Researcher, após ter se estabelecido o regime permanente nos experimentos de placa vertical com aquecimento (a) superior e (b) inferior.

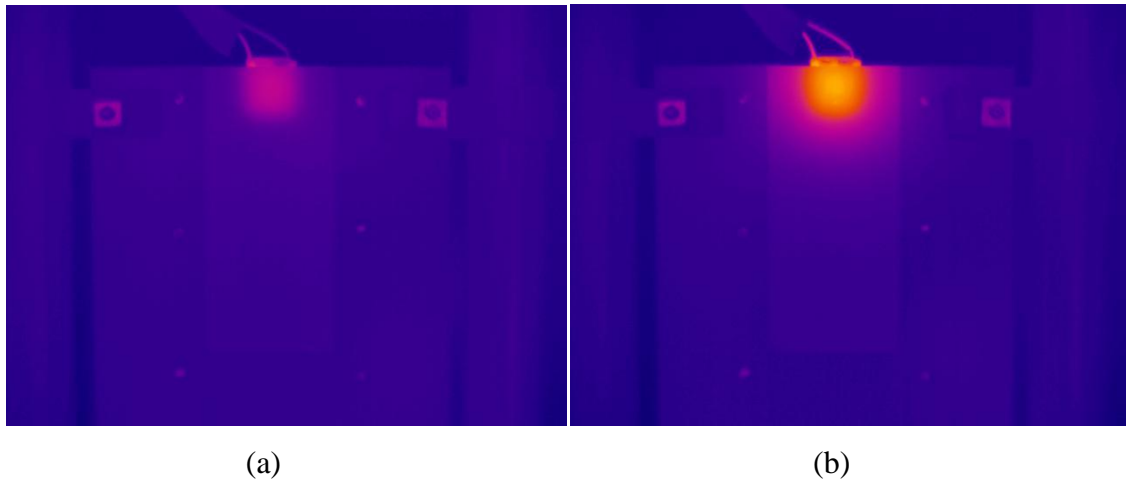


Figura 4.17 – Imagens adquiridas pela câmera no experimento para o processo difusivo bidimensional (a) 20 segundos e (b) 300 segundos após ter sido iniciado o aquecimento

#### 4.5 TRATAMENTO DOS DADOS EXPERIMENTAIS

As imagens radiométricas adquiridas pela câmera são salvas como uma seqüência do software FLIR ThermaCam Researcher, de extensão .SEQ, que permite exportação para a plataforma MatLab. Na plataforma MatLab, cada imagem é reconhecida como uma matriz onde cada um de seus elementos corresponde ao pixel relativo na imagem e possui valor igual a temperatura medida pela câmera naquele mesmo pixel, de modo que se tem a disposição uma matriz de temperaturas para cada imagem adquirida no tempo. Nem toda a imagem adquirida é de interesse, mas apenas a região da placa, e o software ThermaCam Researcher permite identificar visualmente os números dos pixels que limitam a região da placa, e, por conseqüência, sabe-se quais são os elementos da matriz referente a imagem que são correspondentes a placa e sua respectiva posição, uma vez que as dimensões da placa são conhecidas.

Tendo-se à disposição a matriz de temperaturas que corresponde à região de interesse, o tratamento subsequente é simples e se resume à utilização de funções básicas da plataforma MatLab.

## CAPÍTULO 5 - RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos e suas respectivas discussões. Primeiramente serão apresentados resultados da solução do problema de condução de calor com o código UNIT em um meio unidimensional com propriedades termofísicas variáveis em três aplicações distintas, com o objetivo de validar o código UNIT na solução de casos característicos. Na seqüência, serão apresentados os resultados obtidos com a amostra homogênea de baquelite, de modo a validar o procedimento experimental. Em seguida a solução do modelo físico correspondente, com o código UNIT, utilizando dados da literatura para os valores dos parâmetros, será comparada a estes resultados experimentais. A comprovação experimental da metodologia de identificação de propriedades termofísicas variáveis proposta por Naveira Cotta (2009) é então realizada a partir da realização de experimentos com placas homogêneas de baquelite e placas de heterogeneidade controlada de poliestireno. Finalmente, um nanocompósito heterogêneo é desenvolvido, termicamente caracterizado e são ilustrados resultados teóricos e experimentais de um processo difusivo bidimensional transiente, simulando o processo de condução de calor bidimensional de um componente eletrônico instalado diretamente sobre o nanocompósito.

### 5.1 SOLUÇÃO DO CÓDIGO UNIT DE PROBLEMAS-TESTE EM MEIOS HETEROGÊNEOS

Nesta seção serão apresentados os resultados da utilização do código UNIT para a solução de três problemas clássicos de difusão de calor em meios heterogêneos abordados em (Naveira Cotta, 2009; Naveira Cotta et al., 2009): (i) o problema de materiais FGM (*Functionally Graded Materials*), (ii) materiais com propriedades termofísicas com variação abrupta, como ocorre, por exemplo, em compósitos multicamadas e finalmente (iii) materiais com flutuações aleatórias nas propriedades termofísicas, como ocorre, por exemplo, em compósitos de dispersão de partículas em uma matriz polimérica.



### 5.1.1 Materiais FGM (*Functionally Graded Materials*)

Materiais com gradação funcional (FGM, *Functionally Graded Materials*) apresentam variações de grande escala nos valores das propriedades termofísicas. A equação da energia, as condições inicial e de contorno para o exemplo selecionado de condução de calor unidimensional em um material FGM são escritas como (Naveira Cotta, 2009):

$$w(x) \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ k(x) \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right], \quad 0 < x < 1, \quad t > 0 \quad (5.1a)$$

$$T(x,0) = f(x), \quad 0 < x < 1 \quad (5.1b)$$

$$T(0,t) = 0, \quad T(1,t) = 0, \quad t > 0 \quad (5.1c,d)$$

onde as propriedades termofísicas variam exponencialmente

$$k(x) = k_0 e^{2\beta x}, \quad w(x) = w_0 e^{2\beta x}, \quad \alpha_0 = \frac{k_0}{w_0} = \text{const.} \quad (5.2a-c)$$

Considerando  $k_0 = 1$ , a Fig. 5.1 ilustra o comportamento de  $k(x)$  e  $w(x)$  para  $\beta = -3$ ,  $\beta = -1$ ,  $\beta = 1$  e  $\beta = 3$ . Observe que para  $\beta = 3$  o valor de  $k$  é aumentado em cerca de 400 vezes entre  $x=0$  e  $x=1$ , os limites do domínio.

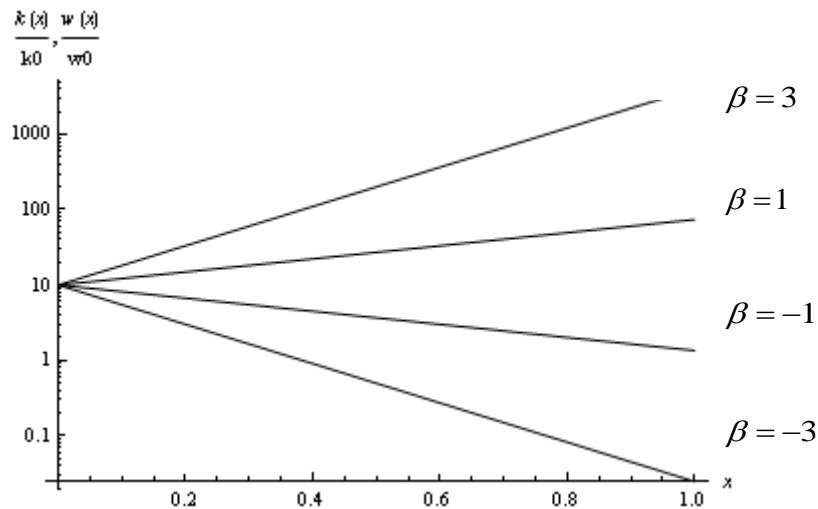


Figura 5.1 – Comportamento de  $k(x)$  e  $w(x)$  para caso de materiais FGM.

Ressalta-se que com esta formulação, o problema definido pelas Eqs. (5.1a-d, 5.2a-c) pode ser manipulado e solucionado com a Técnica da Transformada Integral Clássica (CITT), gerando soluções *benchmark* para este caso. Para tanto, a Eq. (5.1a) pode ser reescrita como

$$\frac{1}{\alpha_0} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} + 2\beta \frac{\partial T(x,t)}{\partial x}, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0 \quad (5.3)$$

Ainda, definindo-se a seguinte mudança de variáveis

$$T(x,t) = u(x,t)e^{-\beta(x+\beta\alpha_0 t)} \quad (5.4)$$

o problema pode ser escrito como

$$\frac{1}{\alpha_0} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0 \quad (5.5a)$$

com condições inicial e de contorno dadas por

$$u(x,0) = f^*(x) = f(x)e^{\beta x}, \quad 0 < x < 1 \quad (5.5b)$$

$$u(0,t) = 0, \quad u(1,t) = 0, \quad t > 0 \quad (5.5c,d)$$

O problema definido pelas Eqs. (5.5a-d) pode então ser resolvido facilmente com a Técnica da Transformada Integral Clássica, gerando soluções *benchmark* para este exemplo. Na solução deste problema foi utilizado no código UNIT a escolha mais simples do problema de autovalor,  $w^*(x) = 1$ ,  $k^*(x)=1$  e  $d^*(x) = 0$ . Para a integração dos termos-fonte foi utilizada integração semi-analítica de 2ª ordem, com número de sub-regiões igual a quatro vezes a ordem de truncamento (Sphaier et al., 2009; Sphaier et al., 2010).

Nas Figs. 5.2a e 5.2b, o comportamento transiente dos perfis de temperatura são apresentados para três instantes distintos.  $t = 0.01, 0.05$  e  $0.1$ , para  $\beta = 3$  e  $\beta = -3$  na solução pelo código UNIT e comparados com a solução exata obtida pela Técnica da Transformada Integral Clássica. O comportamento da convergência da expansão é

apresentado nas Tabelas 5.1a e 5.1b para  $\beta = 3$  e  $\beta = -3$ , respectivamente, onde fica observada a convergência de quatro dígitos e a concordância com a solução exata.

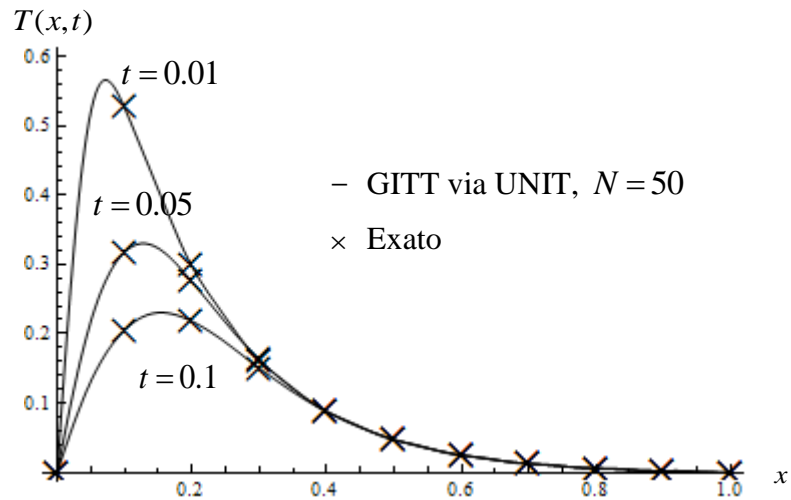


Figura 5.2a – Perfil de Temperatura para o exemplo FGM com  $\beta = 3$ .

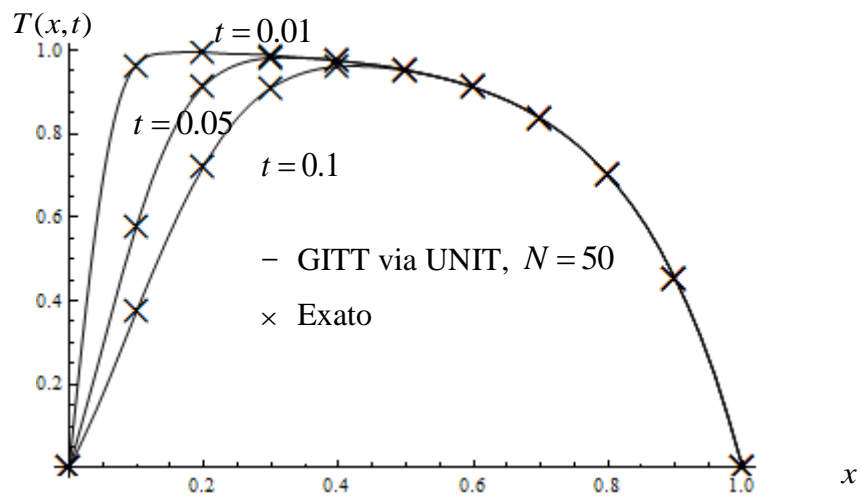


Figura 5.2b – Perfil de Temperatura para o exemplo FGM com  $\beta = -3$ .

Tabela 5.1a – Convergência da expansão para o problema de material FGM,  $\beta = 3$ .

Método	$t = 0.01 \quad \beta = 3$			
	$x = 0.2$	$x = 0.4$	$x = 0.6$	$x = 0.8$
UNIT $N = 40$	0.299159	0.0883170	0.0248731	0.0057496
UNIT $N = 50$	0.299412	0.0884360	0.0249094	0.0057654
UNIT $N = 60$	0.299433	0.0884460	0.0249048	0.0057643
UNIT $N = 70$	0.299442	0.0884510	0.0249048	0.0057642
UNIT $N = 80$	0.299450	0.0884550	0.0249062	0.0057648
Exact	0.299454	0.0884585	0.0249067	0.0057652

Tabela 5.1b – Convergência da expansão para o problema de material FGM,  $\beta = -3$ .

Método	$t = 0.01 \quad \beta = -3$			
	$x = 0.2$	$x = 0.4$	$x = 0.6$	$x = 0.8$
UNIT $N = 40$	0.994489	0.975184	0.911569	0.700450
UNIT $N = 50$	0.994283	0.975107	0.911546	0.700520
UNIT $N = 60$	0.994261	0.975101	0.911544	0.700530
UNIT $N = 70$	0.994249	0.975098	0.911543	0.700530
UNIT $N = 80$	0.994243	0.975096	0.911542	0.700537
Exact	0.994221	0.975093	0.911542	0.700542

### 5.1.2 Materiais com Variações Abruptas nas Propriedades Termofísicas

Em compósitos multi-camadas ocorrem variações espaciais abruptas nos valores das propriedades termofísicas do material. Considere a seguinte formulação para este exemplo:

$$w(x) \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ k(x) \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right], \quad 0 < x < 1, \quad t > 0 \quad (5.6a)$$

com condições inicial e de contorno dadas por

$$T(x,0) = f(x), \quad 0 < x < 1 \quad (5.6b)$$

$$\left. \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right|_{x=1} = 0, \quad t > 0 \quad (5.6c,d)$$

onde

$$k(x) = k_1 + (k_2 - k_1)\delta(x), \quad w(x) = w_1 + (w_2 - w_1)\delta(x) \quad (5.7a,b)$$

$$\delta(x) = \frac{1}{1 + e^{-\gamma(x-x_c)}} \quad (5.7c)$$

sendo  $x_c$  a interface entre os dois materiais e  $\gamma$  o parâmetro que controla a suavidade da transição. As Figs. 5.3a,b ilustram o comportamento de  $k(x)$  e  $w(x)$  para uma variação de  $k(0)=1$  até  $k(1)=20$  e  $w(0) = 1$  até  $w(1) = 4$  para  $\gamma=20$  e  $\gamma=200$ , em comparação com a situação de descontinuidade, considerando  $x_c = 0.3$  a interface.

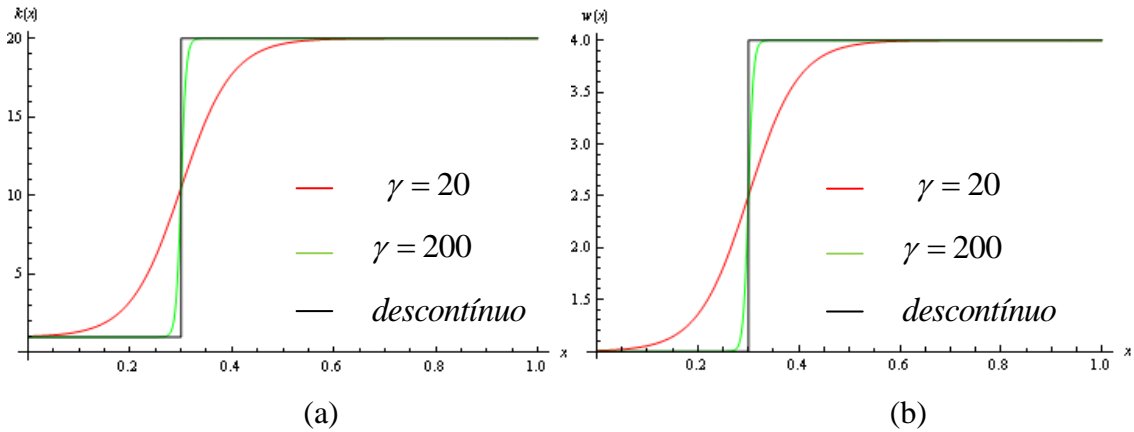


Figura 5.3 – Comportamento de (a)  $k(x)$  e (b)  $w(x)$  para o exemplo de materiais multicamadas.

A Fig. 5.3c mostra o resultado obtido com o código UNIT para a condição inicial arbitrariamente escolhida como  $f(x) = 1 - x^2$ ,  $\gamma = 200$ ,  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 20$ ,  $w_1 = 1$  e  $w_2 = 4$ , em  $t = 0.001$  e  $t = 0.01$ , considerando diferentes ordens de truncamento da expansão,  $N = 25, 45$  e  $65$ . Na solução deste problema foi utilizado no código UNIT a

seguinte escolha do problema de autovalor,  $w^*(x) = 2.5$ ,  $k^*(x)=10.5$  e  $d^*(x) = 0$ . Na integração dos termos-fonte foi utilizada integração semi-analítica de 2ª ordem, com número de sub-regiões igual a quatro vezes a ordem de truncamento (Sphaier et al., 2009; Sphaier et al., 2010). As Tabelas 5.2a e 5.2b mostram mais detalhadamente o comportamento da convergência da expansão para este caso, onde fica clara uma convergência de quatro dígitos significativos e a concordância com a solução do código dedicado em (Naveira Cotta et al., 2009).

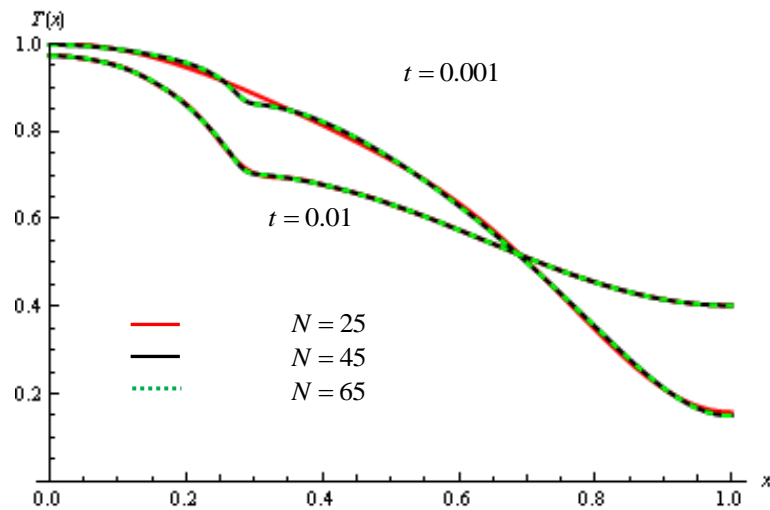


Figura 5.3c – Resultados para o problema de transição abrupta em instantes distintos para diferentes ordens de truncamento.

Tabela 5.2a - Convergência da expansão para o problema de propriedades com transição abrupta,  $\gamma = 200$ ,  $t = 0.001$ .

Método	$t = 0.001$			
	$x = 0.2$	$x = 0.4$	$x = 0.6$	$x = 0.8$
UNIT $N = 25$	0.946641	0.814250	0.636081	0.346372
UNIT $N = 35$	0.952572	0.819150	0.628030	0.351627
UNIT $N = 45$	0.956912	0.822098	0.629902	0.353351
UNIT $N = 55$	0.956568	0.822366	0.630013	0.353433
UNIT $N = 65$	0.956603	0.822250	0.629957	0.353386
GITT <sup>1</sup>	0.956536	0.822182	0.629859	0.353286

<sup>1</sup>Ordem de truncamento da expansão da temperatura: 100; Ordem de truncamento da expansão dos coeficientes: 110. (Naveira-Cotta et al., 2009)

Tabela 5.2b - Convergência da expansão para o problema de propriedades com transição abrupta,  $\gamma = 200$ ,  $t = 0.01$ .

Método	$t = 0.01$			
	$x = 0.2$	$x = 0.4$	$x = 0.6$	$x = 0.8$
UNIT $N = 25$	0.838215	0.670491	0.578623	0.452474
UNIT $N = 35$	0.852720	0.675334	0.572659	0.452789
UNIT $N = 45$	0.860751	0.678245	0.574727	0.454811
UNIT $N = 55$	0.860426	0.678560	0.574867	0.454918
UNIT $N = 65$	0.860423	0.678437	0.574803	0.454865
GITT <sup>1</sup>	0.860514	0.678413	0.574732	0.454773

<sup>1</sup>Ordem de truncamento da expansão da temperatura: 100; Ordem de truncamento da expansão dos coeficientes: 110. (Naveira-Cotta et al., 2009)

### 5.1.3 Materiais com Flutuações Aleatórias nas Propriedades Termofísicas

Em materiais compósitos nos quais a partícula de carga encontra-se dispersa na matriz polimérica, ocorrem flutuações aleatórias nos valores das propriedades termofísicas. As propriedades termofísicas com flutuações aleatórias foram geradas baseando-se no exemplo de (Lin, 1992). Considere a mesma formulação do problema definido pelas Eqs. (5.6a-d), onde

$$k(x) = \left[ 1 + \left( \frac{g_1(x)}{g_1} - 1 \right) G \right], \quad w(x) = \left[ 1 + \left( \frac{g_2(x)}{g_2} - 1 \right) G \right] \quad (5.8a,b)$$

sendo  $g_1(x)$  e  $g_2(x)$  funções interpoladas linearmente entre certas posições  $x$ , com os valores das propriedades tendo sido aleatoriamente geradas a partir de uma distribuição uniforme no intervalo  $[0,1]$ . O parâmetro  $G$  controla o nível de aleatoriedade; com  $G=1$ , obtém-se o caso com total aleatoriedade no valor das propriedades, enquanto com  $G=0$  obtém-se as propriedades uniformes, sem flutuações aleatórias. Considerando 41 pontos igualmente espaçados para a interpolação das funções e

$k_0 = w_0 = 0.5$ , as Figs. 5.4,b ilustram o comportamento de  $k(x)$  e  $w(x)$  para  $G = 0.2$  e  $G = 0.8$ , respectivamente.

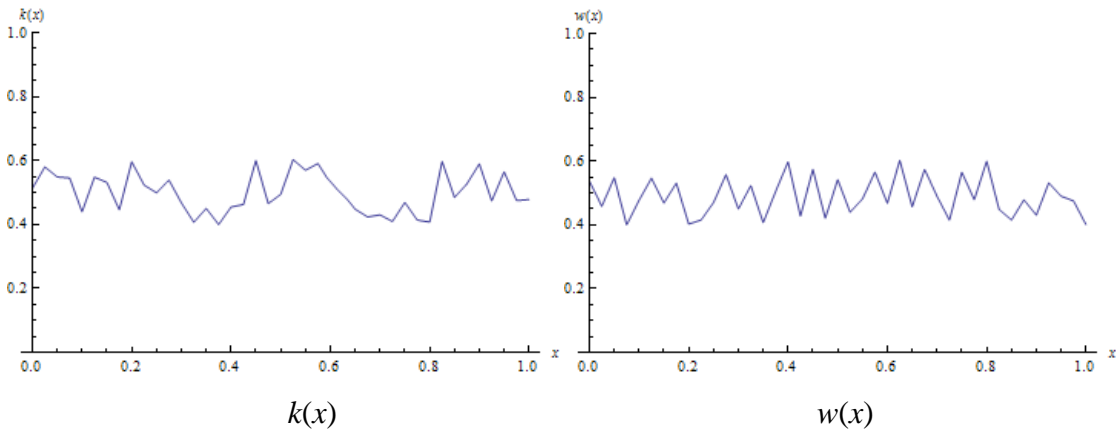


Figura 5.4a – Comportamento de  $k(x)$  e  $w(x)$  para  $G = 0.2$ .

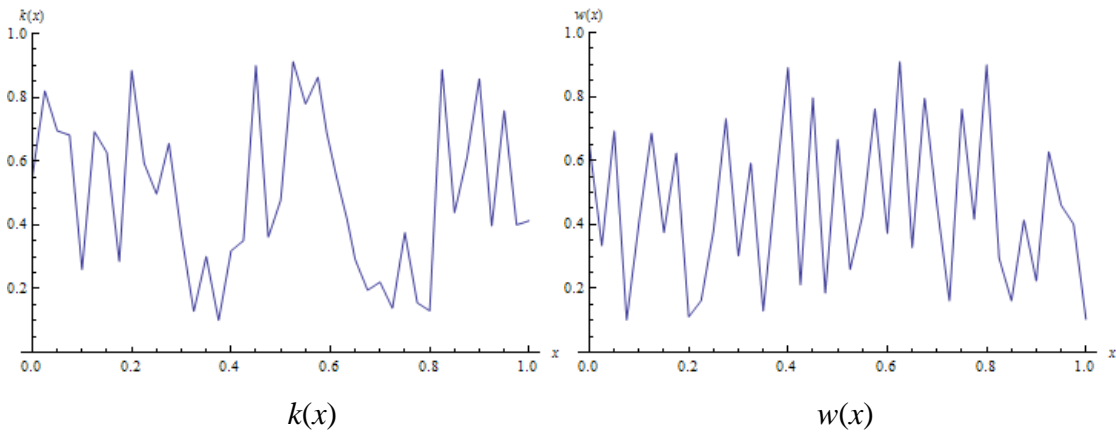


Figura 5.4b - Comportamento de  $k(x)$  e  $w(x)$  para  $G = 0.8$ .

As Tabs. 5.3a,b mostram o comportamento de convergência da solução ao se variar o número de sub-regiões,  $M$ , na integração semi-analítica de segunda ordem para estes mesmos casos  $G = 0.2$  e  $G = 0.8$ , onde fica claro que o caso com maior amplitude nas variações ( $G = 0.8$ ), requer uma integração mais refinada.

As Figs. 5.5a,b ilustram o perfil de temperatura em dois instantes diferentes,  $t = 0.05$  e  $t = 0.1$ , respectivamente, calculados com uma ordem de truncamento  $N = 60$  e utilizando  $M = 420$  sub-regiões na integração semi-analítica. É importante ressaltar que para  $G = 1$ , caso crítico, não foi obtida uma concordância satisfatória com a solução *benchmark*, como será analisado em maiores detalhes na seqüência.



Tabela 5.3a - Convergência da temperatura para uma ordem de truncamento  $N = 70$  ao se variar o nº de sub-regiões na integração semi-analítica para o problema de propriedades com flutuações aleatórias,  $G = 0.2$ ,  $t = 0.1$ .

Nº de sub-regiões	$t = 0.1$			
	$x = 0.2$	$x = 0.4$	$x = 0.6$	$x = 0.8$
M = 360	0.791140	0.712956	0.627982	0.540992
M = 380	0.790998	0.713604	0.627686	0.541651
M = 400	0.790401	0.713516	0.627184	0.541168
M = 420	0.790376	0.713176	0.627243	0.541419
GITT <sup>1</sup>	0.790358	0.713431	0.627278	0.541537

<sup>1</sup>Ordem de truncamento da expansão da temperatura: 130; Ordem de truncamento da expansão dos coeficientes: 80. (Naveira Cotta et al., 2009)

Tabela 5.3b - Convergência da temperatura para uma ordem de truncamento  $N = 70$  ao se variar o nº de sub-regiões na integração semi-analítica para o problema de propriedades com flutuações aleatórias,  $G = 0.8$ ,  $t = 0.1$ .

Nº de sub-regiões	$t = 0.1$			
	$x = 0.2$	$x = 0.4$	$x = 0.6$	$x = 0.8$
M = 360	0.837339	0.734938	0.622731	0.500930
M = 380	0.818277	0.710375	0.643878	0.489622
M = 400	0.824206	0.712316	0.641536	0.490609
M = 420	0.823595	0.711918	0.642521	0.492229
GITT <sup>1</sup>	0.824474	0.715097	0.644814	0.494964

<sup>1</sup>Ordem de truncamento da expansão da temperatura: 130; Ordem de truncamento da expansão dos coeficientes: 80. (Naveira Cotta et al., 2009)

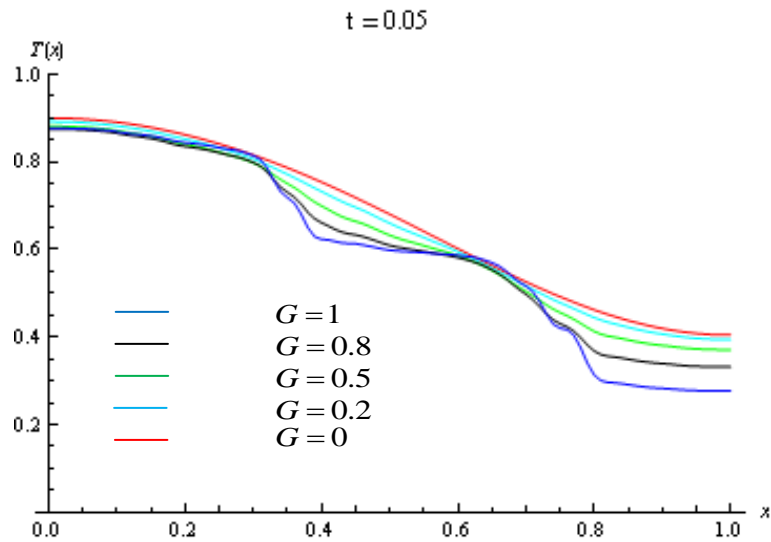


Figura 5.5a – Perfis de temperatura calculados para o caso de variações aleatórias com  $G = 0, 0.2, 0.5, 0.8$  e  $1$  em  $t = 0.05$ .

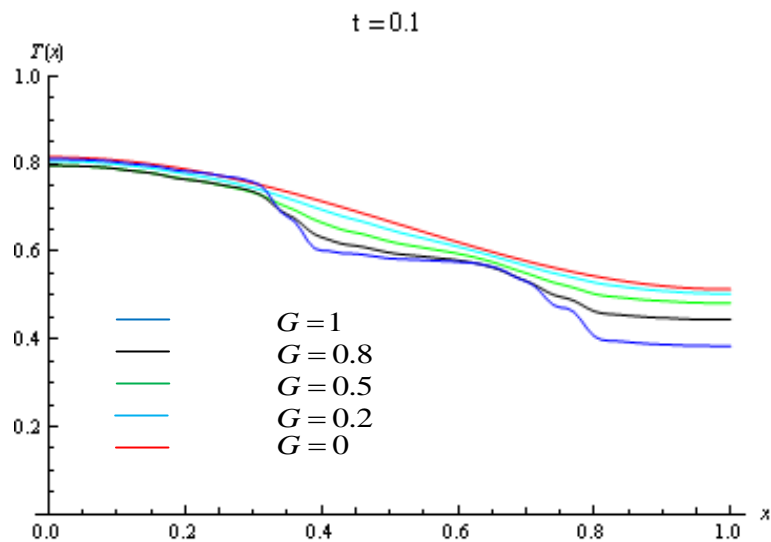


Figura 5.5b – Perfis de temperatura calculados para o caso de variações aleatórias com  $G = 0, 0.2, 0.5, 0.8$  e  $1$  em  $t = 0.1$ .

O comportamento de convergência da expansão do campo de temperatura em autofunções é apresentado para diferentes valores de  $G = 0.2, 0.5, 0.8$  e  $1$ , respectivamente, nas Tabelas 5.4 a 5.7. Nestes resultados fica claro que quando se aumenta o valor de  $G$ , a convergência fica mais lenta, o que é esperado uma vez que altos valores de  $G$  geram variações bruscas de grande amplitude, muito diferentes da média uniforme que é adotada no problema de autovalor. Ainda assim, conseguem-se três dígitos de concordância com a solução *benchmark* para  $G = 0.5$  e dois dígitos para

$G = 0.8$ . Na Tab. 5.7 fica claro que a concordância com a solução *benchmark* não é satisfatória para  $G = 1$  e chega-se à conclusão que neste caso extremo seria mais vantajoso investir no método de solução do problema de autovalor ao invés de refinar ainda mais a integração dos termos-fonte, o que teria um custo computacional desnecessariamente mais elevado. Cabe ressaltar que estes casos extremos foram escolhidos propositalmente de modo a desafiar a solução pelo código UNIT e a conclusão que fica é que sua robustez é satisfatória na solução de problemas de difusão de calor em meios heterogêneos.

Tabela 5.4 – Convergência da expansão para o problema de propriedades com flutuações aleatórias,  $G = 0.2$ ,  $t = 0.05$  e  $0.1$  com  $M = 420$ .

Ordem de truncamento	$t = 0.05$			
	$x = 0.2$	$x = 0.4$	$x = 0.6$	$x = 0.8$
$N = 30$	0.852407	0.762114	0.620424	0.451106
$N = 40$	0.862331	0.752019	0.614121	0.455441
$N = 50$	0.863473	0.751298	0.611906	0.457267
$N = 60$	0.863640	0.751686	0.611970	0.457656
$N = 70$	0.863616	0.751651	0.611988	0.457630
GITT <sup>1</sup>	0.863769	0.751067	0.612032	0.457890
Ordem de truncamento	$t = 0.1$			
	$x = 0.2$	$x = 0.4$	$x = 0.6$	$x = 0.8$
$N = 30$	0.791173	0.716865	0.611192	0.543517
$N = 40$	0.790454	0.713221	0.628043	0.540233
$N = 50$	0.790230	0.713290	0.627310	0.541450
$N = 60$	0.790218	0.713136	0.627194	0.541452
$N = 70$	0.790376	0.713176	0.627243	0.541419
GITT <sup>1</sup>	0.790358	0.713431	0.627278	0.541537

<sup>1</sup>Ordem de truncamento da expansão da temperatura: 130; Ordem de truncamento da expansão dos coeficientes: 80. (Naveira Cotta et al., 2009)

Tabela 5.5 – Convergência da expansão para o problema de propriedades com flutuações aleatórias,  $G = 0.5$ ,  $t = 0.05$  e  $0.1$  com  $M = 420$ .

Ordem de truncamento	$t = 0.05$			
	$x = 0.2$	$x = 0.4$	$x = 0.6$	$x = 0.8$
$N = 30$	0.858432	0.744861	0.587726	0.453946
$N = 40$	0.868371	0.747645	0.626972	0.443154
$N = 50$	0.869999	0.747726	0.627575	0.442359
$N = 60$	0.869975	0.747763	0.627610	0.442239
$N = 70$	0.869916	0.747729	0.627693	0.442291
GITT <sup>1</sup>	0.870880	0.748470	0.627424	0.442530
Ordem de truncamento	$t = 0.1$			
	$x = 0.2$	$x = 0.4$	$x = 0.6$	$x = 0.8$
$N = 30$	0.795920	0.726467	0.644948	0.522308
$N = 40$	0.816069	0.713212	0.632678	0.532082
$N = 50$	0.800101	0.713405	0.635013	0.529276
$N = 60$	0.800264	0.713516	0.635094	0.529291
$N = 70$	0.800303	0.713570	0.635136	0.529285
GITT <sup>1</sup>	0.800430	0.713492	0.635133	0.529107

<sup>1</sup>Ordem de truncamento da expansão da temperatura: 130; Ordem de truncamento da expansão dos coeficientes: 80. (Naveira Cotta et al., 2009)

Tabela 5.6 – Convergência da expansão para o problema de propriedades com flutuações aleatórias,  $G = 0.8$ ,  $t = 0.05$  e  $0.1$  com  $M = 420$ .

Ordem de truncamento	$t = 0.05$			
	$x = 0.2$	$x = 0.4$	$x = 0.6$	$x = 0.8$
$N = 30$	0.885132	0.737244	0.640958	0.410935
$N = 40$	0.877961	0.743037	0.648139	0.410382
$N = 50$	0.882139	0.744086	0.649718	0.409421
$N = 60$	0.882340	0.744181	0.649453	0.408935
$N = 70$	0.882339	0.744206	0.649415	0.409018
GITT <sup>1</sup>	0.887136	0.745236	0.646225	0.407719

Tabela 5.6 - Continuação

Ordem de truncamento	$t = 0.1$			
	$x = 0.2$	$x = 0.4$	$x = 0.6$	$x = 0.8$
$N = 30$	0.828359	0.708773	0.628221	0.511239
$N = 40$	0.825049	0.709996	0.643107	0.506194
$N = 50$	0.823877	0.711665	0.641057	0.492702
$N = 60$	0.823546	0.711922	0.642301	0.492025
$N = 70$	0.823595	0.711918	0.642521	0.492229
GITT <sup>1</sup>	0.824474	0.715097	0.644814	0.494964

<sup>1</sup>Ordem de truncamento da expansão da temperatura: 130; Ordem de truncamento da expansão dos coeficientes: 80. (Naveira Cotta et al., 2009)

Tabela 5.7 – Convergência da expansão para o problema de propriedades com flutuações aleatórias,  $G = 1$ ,  $t = 0.05$  e  $0.1$  com  $M = 420$ .

Ordem de truncamento	$t = 0.05$			
	$x = 0.2$	$x = 0.4$	$x = 0.6$	$x = 0.8$
$N = 30$	0.889837	0.774218	0.665246	0.315418
$N = 40$	0.891244	0.778821	0.665716	0.317398
$N = 50$	0.894152	0.785513	0.659576	0.317081
$N = 60$	0.893957	0.785363	0.659347	0.317267
$N = 70$	0.894160	0.785432	0.659251	0.317770
GITT <sup>1</sup>	0.913701	0.732431	0.662305	0.351696

Ordem de truncamento	$t = 0.1$			
	$x = 0.2$	$x = 0.4$	$x = 0.6$	$x = 0.8$
$N = 30$	0.860376	0.726962	0.603721	0.441945
$N = 40$	0.859921	0.720212	0.615335	0.431382
$N = 50$	0.851011	0.719768	0.611422	0.432755
$N = 60$	0.850041	0.719994	0.612091	0.432116
$N = 70$	0.850260	0.720102	0.611911	0.432273
GITT <sup>1</sup>	0.866662	0.710011	0.654048	0.430301

<sup>1</sup>Ordem de truncamento da expansão da temperatura: 130; Ordem de truncamento da expansão dos coeficientes: 80. (Naveira Cotta et al., 2009)

## 5.2 VALIDAÇÃO DO PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Nesta seção são apresentados resultados com o objetivo de validar o procedimento experimental adotado. Para tanto, foi utilizada como amostra um par de placas de baquelite de espessura 1.58 mm e dimensões de 4 cm de largura por 8 cm de comprimento, e no aquecimento parcial das placas foi utilizada uma resistência elétrica de 38.18 ohms quadrada de 4 cm de lado (vide Fig. 4.7). Maiores detalhes sobre o aparato e procedimento experimental estão descritos no Capítulo 4.

Primeiramente, nas Figs. 5.6a a 5.6c são apresentados os perfis de temperatura no regime permanente ao longo da largura da placa em cinco posições distintas no comprimento, para os experimentos de placa vertical com aquecimento superior, aquecimento inferior e para o experimento de placa horizontal, respectivamente, onde fica claro o comportamento simétrico ao longo da largura, validando a hipótese de que a variação espacial da temperatura pode ser considerada unidimensional na direção do comprimento da placa. Portanto, no tratamento de dados para estes casos, foram considerados todos os pixels em uma linha reta ao longo do comprimento da placa e posicionada no meio da largura (ou o mais próximo disso, no caso em que foram usados termopares nas placas) para utilização das medidas de temperatura e determinação dos perfis de temperatura ao longo do comprimento. Em média, foram utilizados cerca de 300 pixels, equivalentes a 300 medições de temperatura, ao longo do comprimento da placa. O número exato de pixels varia de experimento para experimento uma vez que este valor dependerá da distância entre a lente da câmera e o objeto, o que no procedimento experimental utilizado é impossível de se manter exatamente igual em todos os casos.

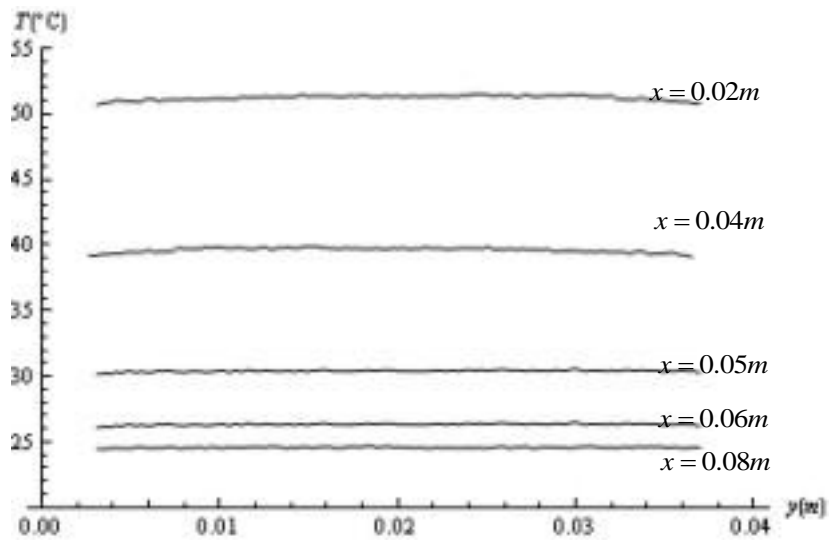


Figura 5.6a – Caso de placa vertical com aquecimento superior. Perfis de temperatura no regime permanente ao longo da largura da placa em cinco posições distintas.

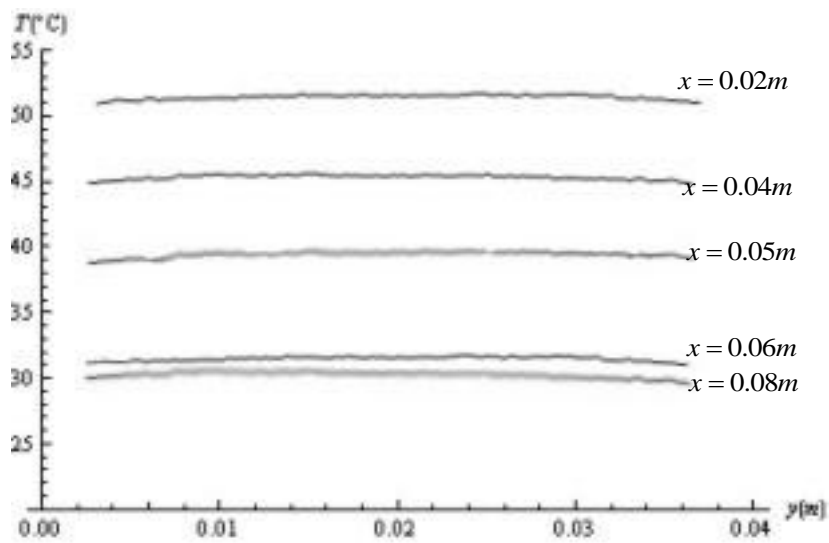


Figura 5.6b – Caso de placa vertical com aquecimento inferior. Perfis de temperatura no regime permanente ao longo da largura da placa em cinco posições distintas.

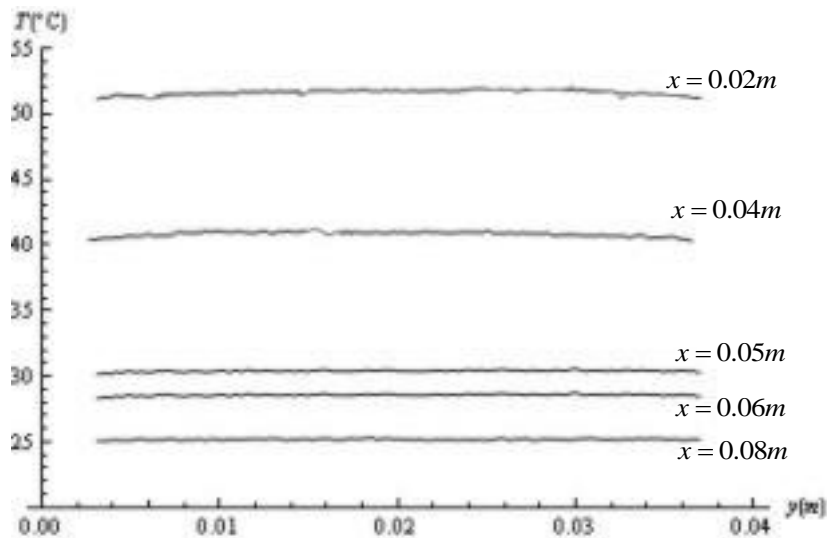


Figura 5.6c– Caso de placa horizontal. Perfis de temperatura no regime permanente ao longo da largura da placa em cinco posições distintas.

Na seqüência da validação foram utilizados dois termopares tipo-K, um na placa voltada para a câmara e outro na placa de trás, no centro da largura das placas e a 10 mm da borda da parte aquecida, como ilustrado na Fig. 5.7. Foram dois os objetivos na utilização destes termopares: (i) verificar a concordância das medidas dos termopares com as medidas da câmara e (ii) medir a temperatura na mesma posição nas duas placas de modo a verificar a suposta partição igualitária do fluxo aplicado pela resistência elétrica. Assim, nas Figs. 5.8a-c são apresentados resultados, respectivamente, para o experimento de placa vertical com aquecimento superior, aquecimento inferior e para o experimento de placa horizontal. Pode-se então observar a excelente aderência entre as temperaturas do termopar e da câmara de infravermelho, bem como entre as duas superfícies do sanduíche de placas, em todos os três experimentos realizados.

Para cada uma das configurações experimentais discutidas foram realizados três experimentos para verificar sua repetibilidade. Estes resultados estão apresentados nas Figs. 5.9a-c, onde são apresentadas as medidas de temperatura da câmara FLIR SC-660 em um mesmo ponto para três experimentos distintos e é evidente a excelente concordância das repetições.



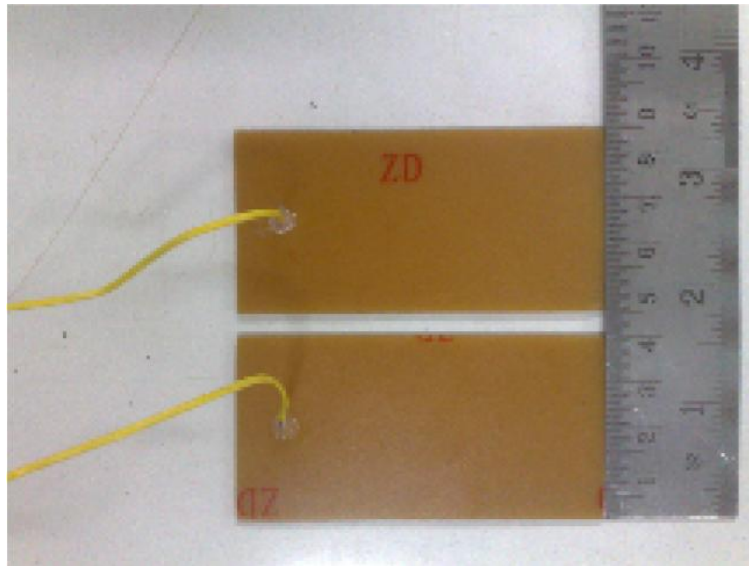


Figura 5.7 – Detalhe da fixação dos termopares nas placas de baquelite. Adaptado de Naveira Cotta (2009).

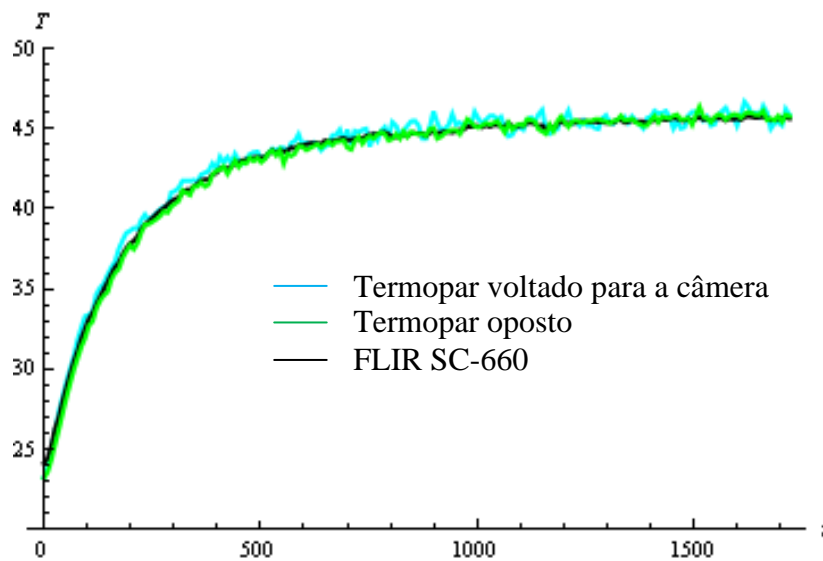


Figura 5.8a – Evolução temporal das medidas de temperatura dos termopares e da câmera na mesma posição do termopar. Caso: experimento de placa vertical com aquecimento superior.

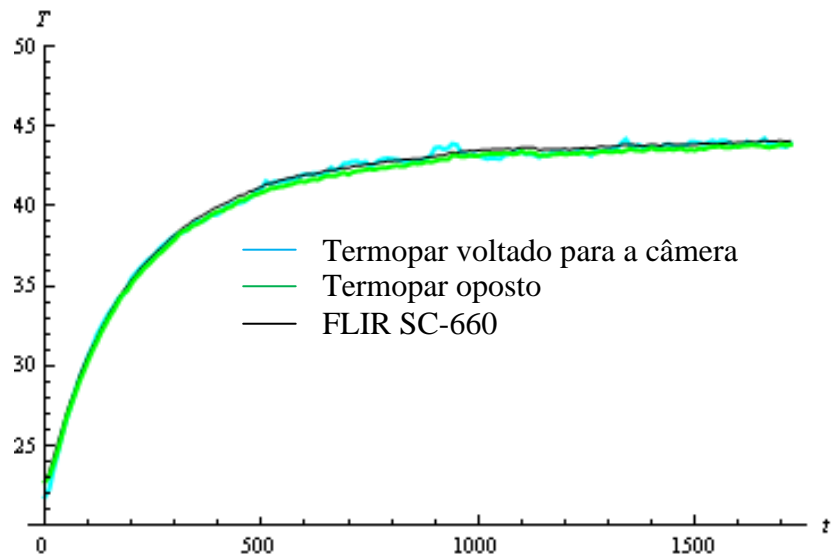


Figura 5.8b – Evolução temporal das medidas de temperatura dos termopares e da câmera na mesma posição do termopar. Caso: experimento de placa vertical com aquecimento inferior.

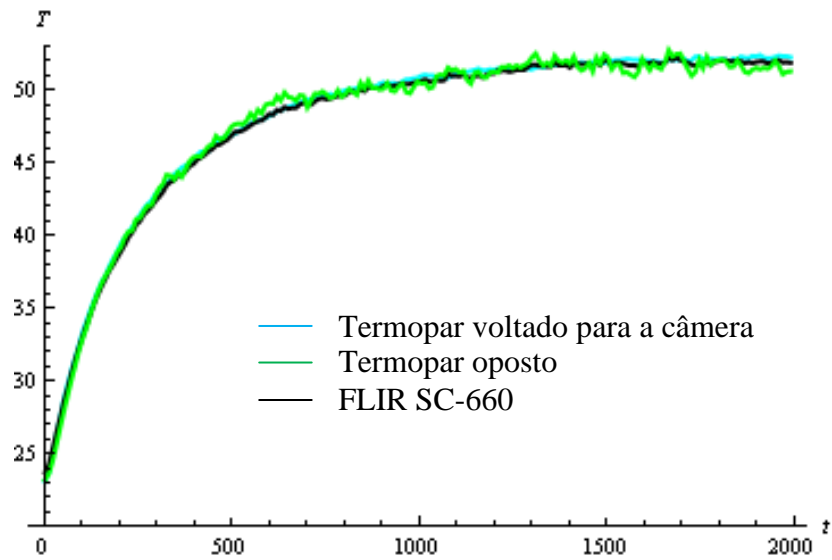


Figura 5.8c – Evolução temporal das medidas de temperatura dos termopares e da câmera na mesma posição do termopar. Caso: experimento de placa horizontal.

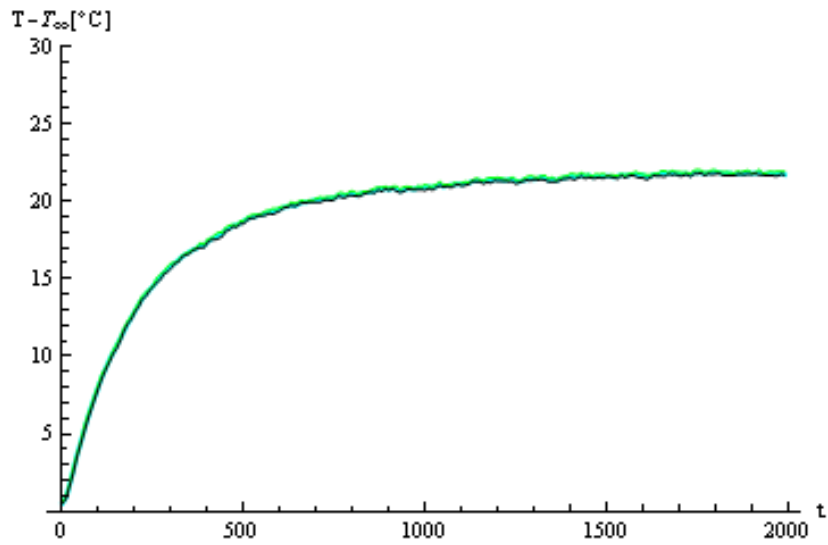


Figura 5.9a – Medidas de temperatura da câmera FLIR SC-660 no mesmo ponto, em três experimentos distintos. Caso: experimento de placa vertical com aquecimento superior.

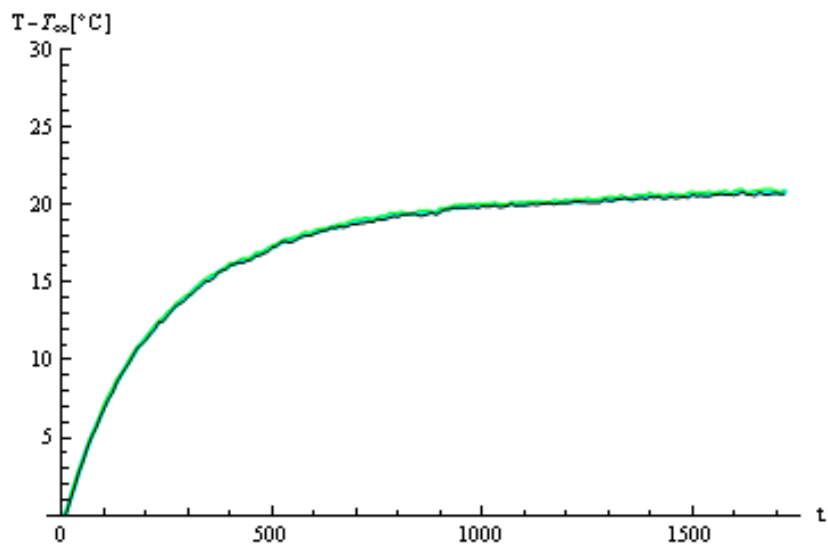


Figura 5.9b – Medidas de temperatura da câmera FLIR SC-660 no mesmo ponto, em três experimentos distintos. Caso: experimento de placa vertical com aquecimento inferior.

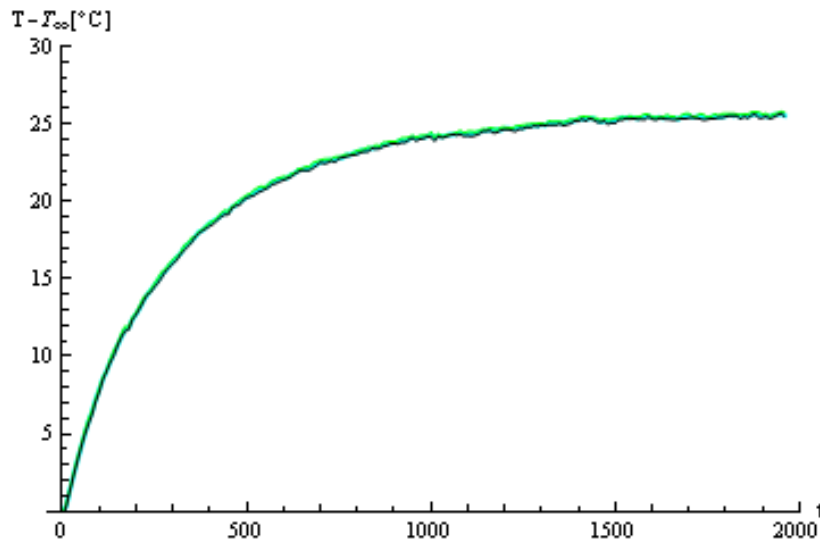


Figura 5.9c – Medidas de temperatura da câmera FLIR SC-660 no mesmo ponto, em três experimentos distintos. Caso: experimento de placa horizontal.

### 5.3 VERIFICAÇÃO DO MODELO UNIDIMENSIONAL

Considera-se o modelo descrito pelas Eqs. 4.1(a-d) proposto para o experimento unidimensional, que é aqui solucionado com a utilização do código UNIT. Foram realizados experimentos com as placas de baquelite (amostra homogênea) novamente nas três configurações distintas: (i) experimento de placa vertical com aquecimento superior, (ii) experimento de placa vertical com aquecimento inferior e (iii) experimento de placa horizontal. Foram também realizados experimentos com as placas de poliestireno de espessura variável (amostra de heterogeneidade controlada), simulando um material heterogêneo, em duas configurações distintas em um experimento de placa vertical com aquecimento superior: (i) com a parte mais fina voltada para cima, simulando propriedades termofísicas crescentes e (ii) com a parte mais espessa voltada para cima, simulando propriedades termofísicas decrescentes.

Para os valores de  $w$  e  $k$  do baquelite foram usadas medidas obtidas com o Netzsch Nanoflash LFA 447 (Naveira Cotta, 2009), a saber,  $w = 1.768 \times 10^6 \text{ J/m}^3\text{°C}$ ,  $k = 0.279 \text{ W/m°C}$ . Para o poliestireno foram usados valores da literatura (Mark, 2007),  $w = 1.3 \times 10^6 \text{ J/m}^3\text{°C}$ ,  $k = 0.116 \text{ W/m°C}$ . A espessura variável do poliestireno foi determinada por meio de medições com micrômetro e perfilômetro, sendo no modelo aproximado por uma função linear entre 1.101mm e 1.880mm (Nas Figs. 4.10c,d são apresentados os desvios em referência a aproximação linear).

O valor de  $h(x)$  foi estimado de correlações para convecção natural em placas planas verticais e horizontais e o valor do fluxo aplicado pela resistência foi calculado considerando-se a tensão média aplicada à resistência elétrica de  $38.18 \Omega$ . A tensão aplicada foi regulada em  $8V$  na fonte, mas foram considerados os valores de tensão, adquiridos de 10 em 10 segundos pelo sistema de aquisição automática (Agilent), no cálculo do valor médio, e ainda foi considerada como igual a partição do fluxo para as duas placas. Assim, temos para o caso de placa vertical com aquecimento superior:

$$h(x) = \begin{cases} \frac{4.8}{(0.04 - x)^{1/5}} \text{ W / m}^2\text{ }^\circ\text{C} & 0 < x < x_{\text{CONT}} \\ 0 & x_{\text{CONT}} < x < L_x \end{cases} \quad (5.9)$$

para o caso de placa vertical com aquecimento inferior, temos:

$$h(x) = \begin{cases} \frac{4.8}{x^{1/5}} \text{ W / m}^2\text{ }^\circ\text{C} & 0 < x < x_{\text{CONT}} \\ 0 & x_{\text{CONT}} < x < L_x \end{cases} \quad (5.10)$$

e finalmente para o caso de placa horizontal, temos:

$$h(x) = \begin{cases} 9.91 \text{ W / m}^2\text{ }^\circ\text{C} & 0 < x < x_{\text{CONT}} \\ 0 & x_{\text{CONT}} < x < L_x \end{cases} \quad (5.11)$$

Como ilustração do fluxo de calor aplicado, temos o seguinte valor típico:

$$q(x,t) = \begin{cases} 502 \text{ W / m}^2 & 0 < x < x_{\text{CONT}} \\ 0 & x_{\text{CONT}} < x < L_x \end{cases} \quad (5.12)$$

A seguir são apresentados resultados para os três casos relacionados aos experimentos realizados com a amostra homogênea (baquelite) e os dois casos relacionados aos experimentos realizados com a amostra de heterogeneidade controlada (poliéster de espessura variável). Em todas as situações foram utilizados os seguintes valores no problema de autovalor:  $k^*(x) = k$ ,  $w^*(x) = w$  e  $d^*(x) = 0$ . Foram considerados 45 termos na expansão em autofunções do campo de temperatura para os casos

envolvendo as placas de baquelite e 65 termos nos casos envolvendo as placas de poliestireno, e para a integração dos termos-fonte foi utilizada integração semi-analítica de 2ª ordem, com número de sub-regiões igual a quatro vezes a ordem de truncamento (Sphaier et al., 2009; Sphaier et al., 2010).

### 5.3.1 Placa Vertical com Aquecimento Superior: Baquelite

As Figs. 5.10 mostram a distribuição vertical da temperatura em três instantes distintos,  $t = 400$ ,  $t = 800$  e  $t = 2210$  segundos, onde a linha horizontal constante se refere à temperatura ambiente,  $T_{\infty}$ . Nas Figs. 5.11 são apresentadas a evolução da temperatura no tempo, até o regime permanente ser estabelecido, em três posições verticais distintas ( $x = 2, 4$  e  $6$  cm). As discordâncias entre a solução do modelo e os dados experimentais são basicamente devidas às incertezas nos valores do coeficiente de troca térmica usados no modelo, em particular próximo à borda da placa, e aos efeitos da inércia térmica da resistência elétrica e pasta térmica, no início do período transiente do experimento, como será verificado na etapa de solução do problema inverso.

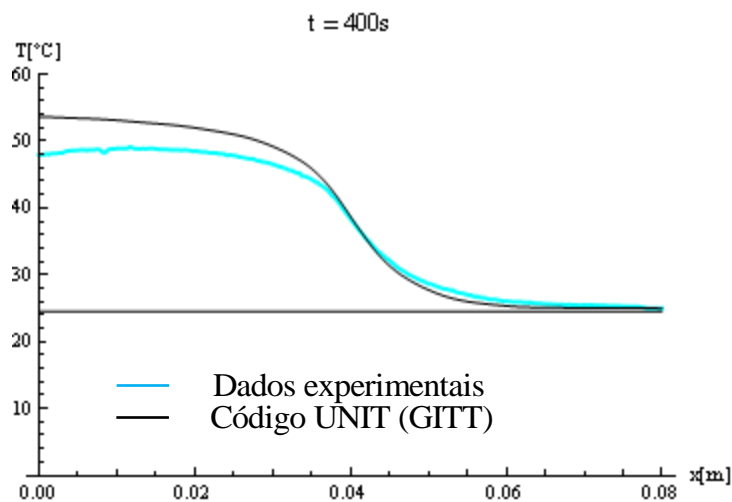


Figura 5.10a – Caso: placa vertical com aquecimento superior. Distribuição vertical da temperatura em  $t = 400$  segundos.

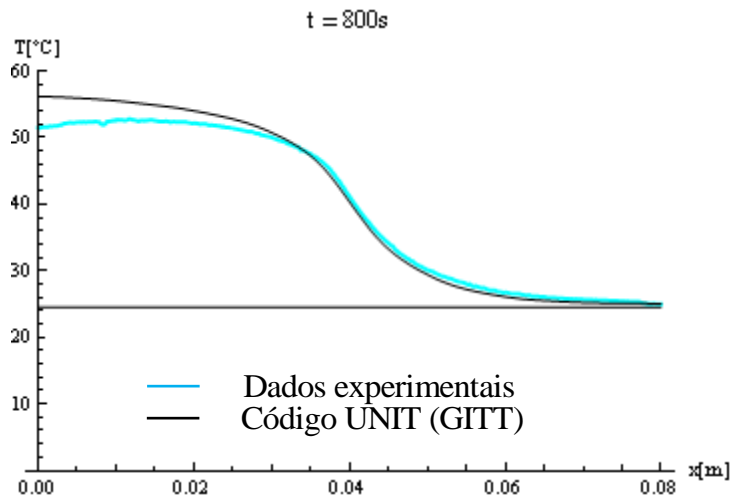


Figura 5.10b – Caso: placa vertical com aquecimento superior. Distribuição vertical da temperatura em  $t = 800$  segundos.

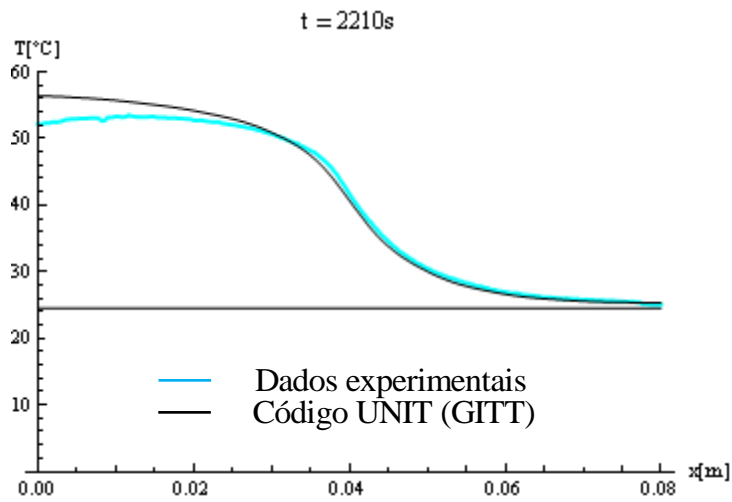


Figura 5.10c – Caso: placa vertical com aquecimento superior. Distribuição vertical da temperatura em  $t = 2210$  segundos.

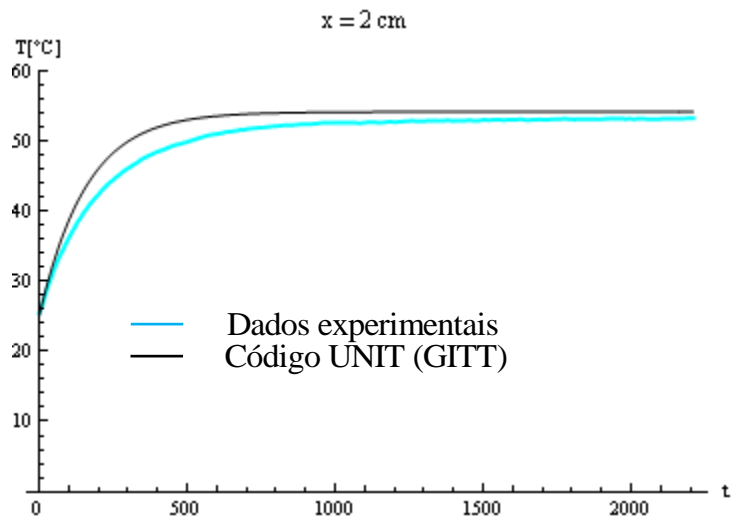


Figura 5.11a – Caso: placa vertical com aquecimento superior. Evolução da temperatura no tempo em  $x = 2 \text{ cm}$ .

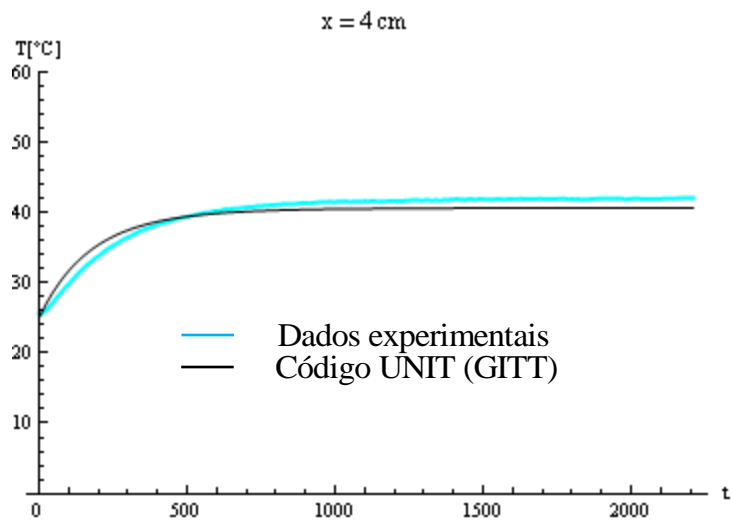


Figura 5.11b – Caso: placa vertical com aquecimento superior. Evolução da temperatura no tempo em  $x = 4 \text{ cm}$ .



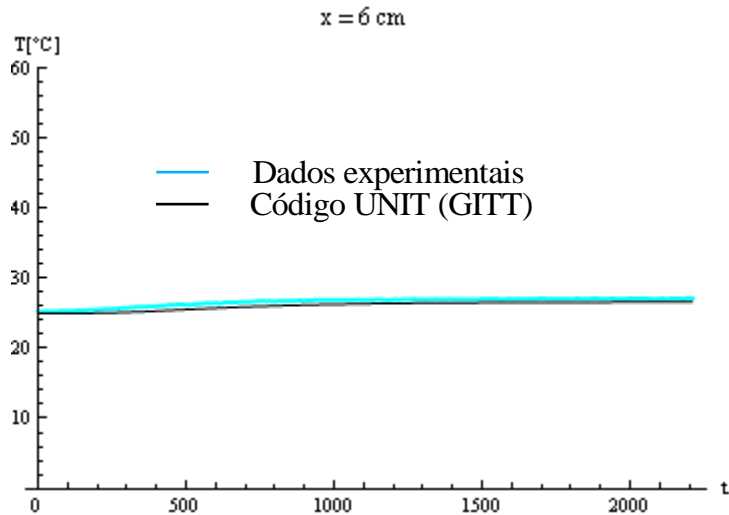


Figura 5.11c – Caso: placa vertical com aquecimento superior. Evolução da temperatura no tempo em  $x = 6$  cm.

A Tabela 5.8 ilustra a convergência da expansão do perfil de temperatura da solução deste caso com o código UNIT. Os resultados indicam uma convergência de até seis dígitos significativos para a ordem de truncamento  $N = 45$ .

Tabela 5.8 – Convergência da expansão da temperatura para o caso de placa vertical com aquecimento superior.

Ordem de truncamento	$T(x,t)$ [ $^{\circ}C$ ]			$T(x,t)$ [ $^{\circ}C$ ]		
	$t = 200s$			$t = 400s$		
	$x = 0.2$	$x = 0.4$	$x = 0.6$	$x = 0.2$	$x = 0.4$	$x = 0.6$
$N = 45$	46.0414	35.3937	25.0350	51.9779	38.7152	25.3321
$N = 40$	46.0413	35.3937	25.0350	51.9779	38.7152	25.3321
$N = 35$	46.0402	35.3899	25.0465	51.9774	38.7149	25.3319
$N = 30$	46.2014	35.2871	24.8187	52.1039	38.6078	25.1480
$N = 25$	44.9110	35.5564	26.2017	50.7070	38.7941	26.8813

### 5.3.2 Placa Vertical com Aquecimento Inferior: Baquelite

As Figs. 5.12 ilustram a distribuição vertical de temperatura em instantes distintos e as Figs. 5.13 apresentam a evolução da temperatura no tempo em três posições ao longo do comprimento da placa. Novamente são observadas as influências

das incertezas do cálculo do coeficiente de troca térmica e o efeito de inércia térmica da resistência elétrica e pasta térmica. Outro aspecto que fica evidente nestes resultados é o efeito da corrente de ar quente ascendente da porção inferior aquecida da placa, que provoca um aumento de temperatura na porção superior não aquecida, o que não é previsto pelo coeficiente de transferência de calor e a temperatura de referência do ambiente externo impostos pelo modelo.

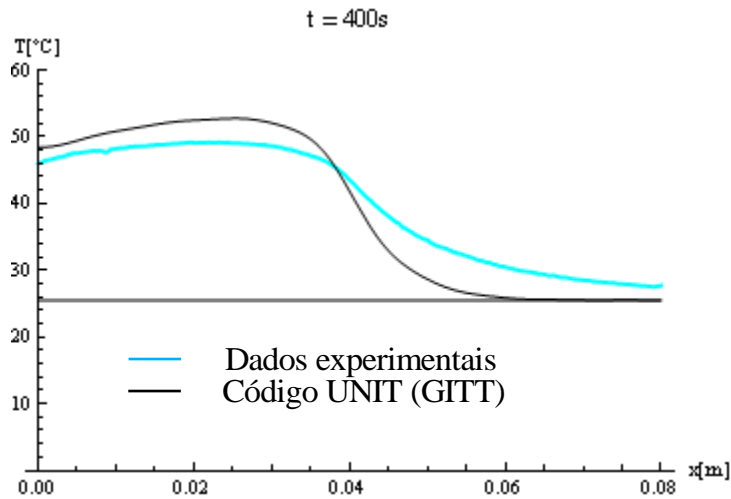


Figura 5.12a – Caso: placa vertical com aquecimento inferior. Distribuição vertical da temperatura em  $t = 400$  segundos.

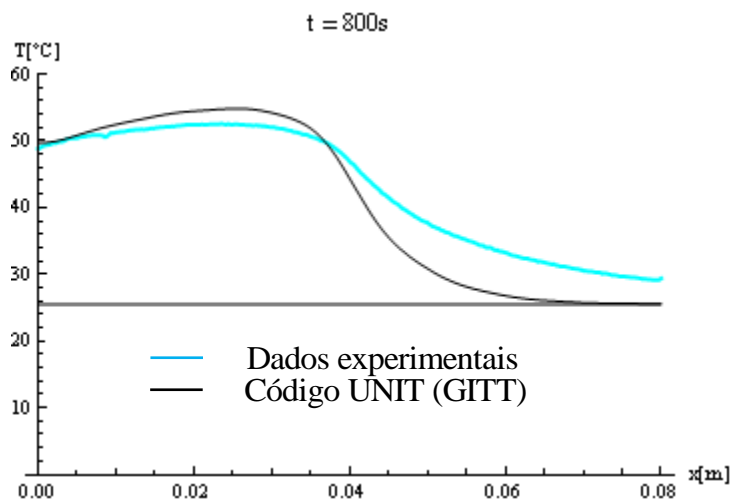


Figura 5.12b – Caso: placa vertical com aquecimento inferior. Distribuição vertical da temperatura em  $t = 800$  segundos.

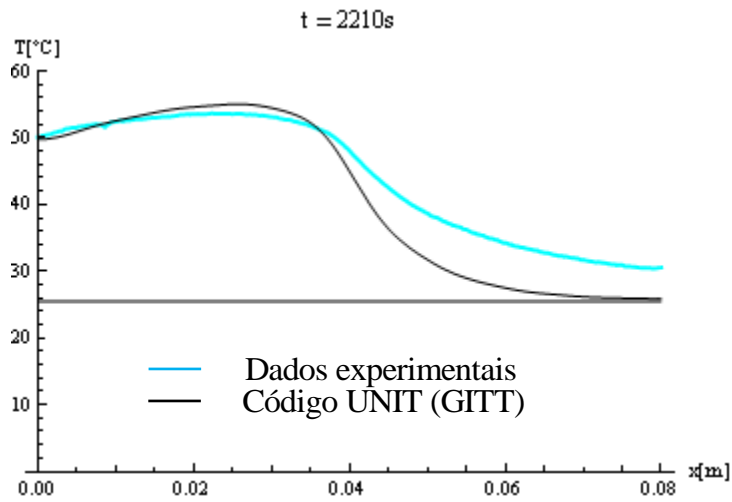


Figura 5.12c – Caso: placa vertical com aquecimento inferior. Distribuição vertical da temperatura em  $t = 2210$  segundos.

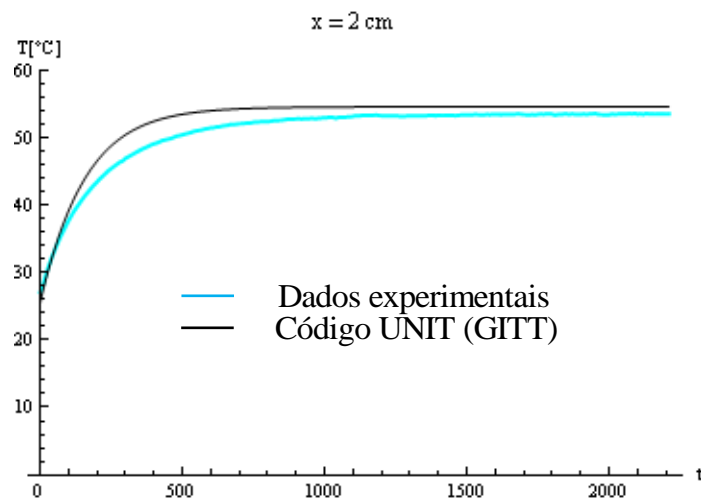


Figura 5.13a – Caso: placa vertical com aquecimento inferior. Evolução da temperatura no tempo em  $x = 2$  cm.

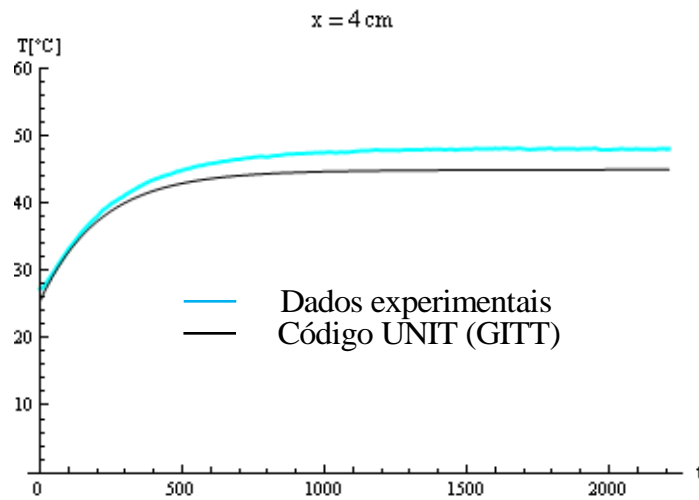


Figura 5.13b – Caso: placa vertical com aquecimento inferior. Evolução da temperatura no tempo em  $x = 4$  cm.

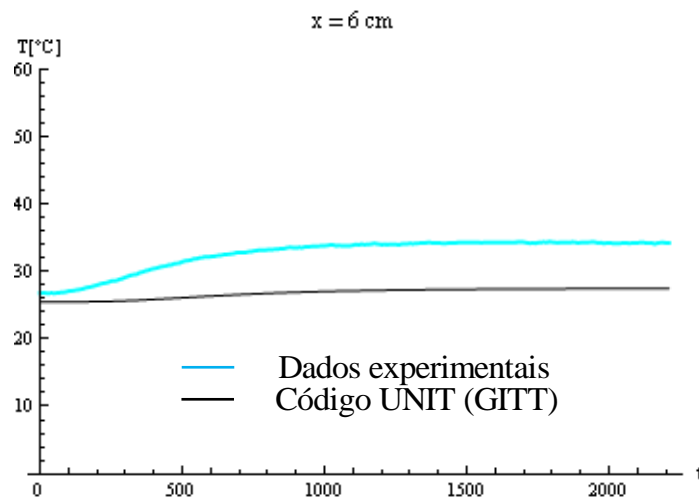


Figura 5.13c – Caso: placa vertical com aquecimento inferior. Evolução da temperatura no tempo em  $x = 6$  cm.

### 5.3.3 Placa Horizontal: Baquelite

Nas Figs. 5.14 são apresentadas as distribuições horizontais de temperatura em instantes distintos e nas Figs. 5.15 é apresentada a evolução da temperatura no tempo em três posições ao longo do comprimento. Também para o caso de placa horizontal são observados os mesmos efeitos já comentados nos dois casos anteriores e fica clara a necessidade de uma estimativa mais refinada do comportamento no tempo do fluxo aplicado e da variação espacial do coeficiente de transferência de calor efetivo. Estas

estimativas refinadas serão dadas pela solução do respectivo problema inverso, simultaneamente com as estimativas das propriedades termofísicas, através da metodologia desenvolvida por Naveira Cotta (2009).

Em relação às configurações experimentais, conclui-se que o modelo matemático não descreve satisfatoriamente o fenômeno físico na configuração de placa vertical com aquecimento inferior. Na configuração de placa horizontal, embora bons resultados tenham sido obtidos e uma boa simetria tenha sido observada na validação do procedimento experimental, existe sempre a preocupação com a falta de simetria para a convecção natural que pode se tornar relevante para maiores temperaturas. A configuração experimental de placa vertical com aquecimento superior apresentou bons resultados em relação ao modelo matemático proposto e garante uma boa simetria, sendo então a configuração experimental escolhida para a análise subsequente das demais amostras apresentadas neste trabalho (poliestireno de espessura variável, resina poliéster e nanocompósito).

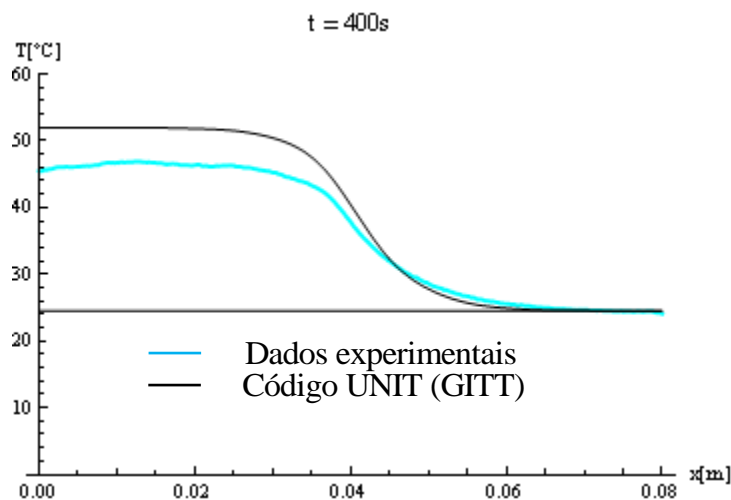


Figura 5.14a – Caso: placa horizontal. Distribuição horizontal da temperatura em  $t = 400$  segundos.

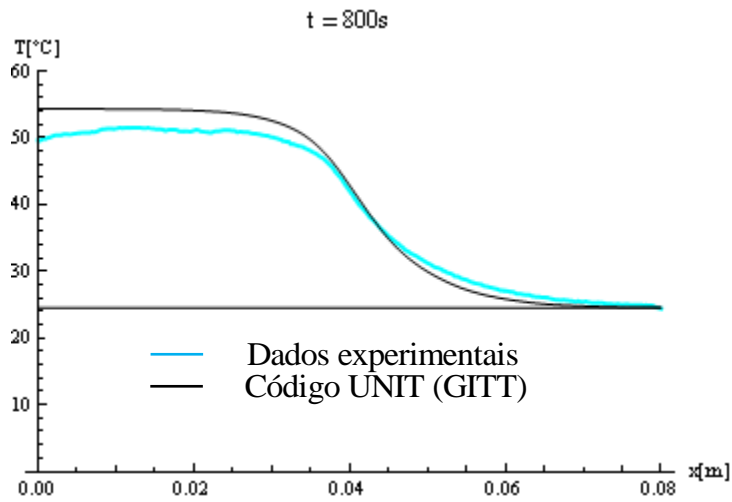


Figura 5.14b – Caso: placa horizontal. Distribuição horizontal da temperatura em  $t = 800$  segundos.

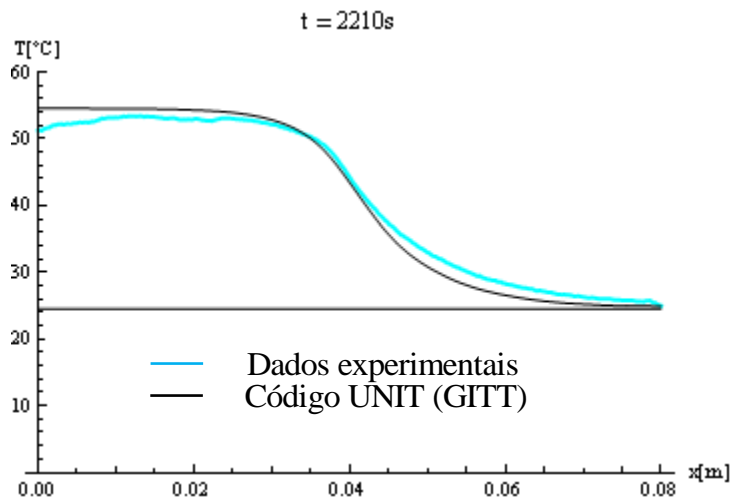


Figura 5.14c – Caso: placa horizontal. Distribuição horizontal da temperatura em  $t = 2210$  segundos.

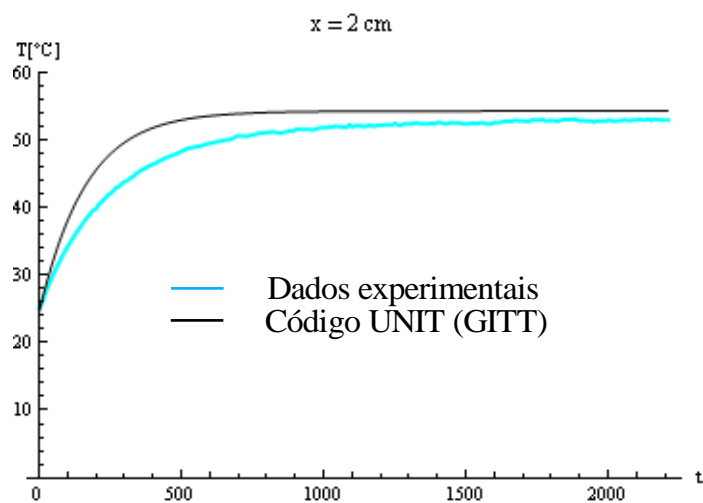


Figura 5.15a – Caso: placa horizontal. Evolução da temperatura no tempo em  $x = 2$  cm.

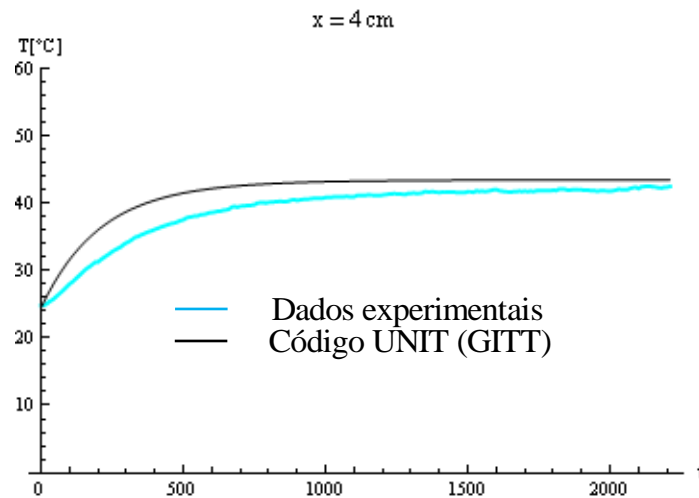


Figura 5.15b – Caso: placa horizontal. Evolução da temperatura no tempo em  $x = 4$  cm.

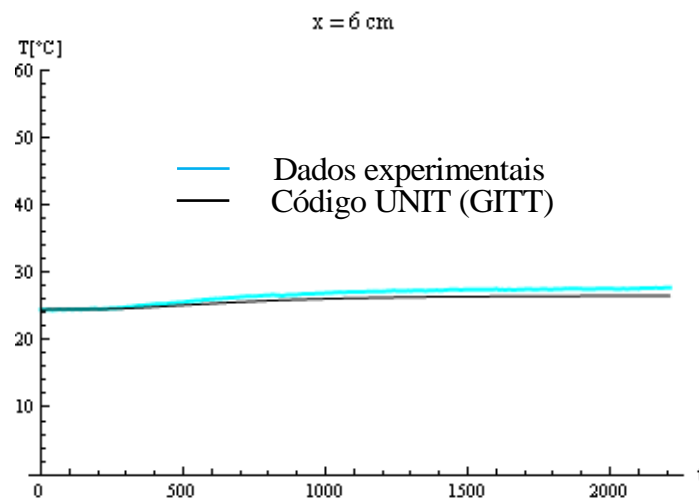


Figura 5.15c – Caso: placa horizontal. Evolução da temperatura no tempo em  $x = 6$  cm.

### 5.3.4 Placa Vertical com Aquecimento Superior: Poliestireno com Heterogeneidade Controlada (Espessura Crescente em $x$ )

As Figs. 5.16 mostram a distribuição vertical da temperatura em três instantes distintos,  $t = 400$ ,  $t = 800$  e  $t = 2210$  segundos. Nas Figs. 5.17 são apresentadas as evoluções da temperatura no tempo, até o regime permanente ser estabelecido, em três posições verticais distintas ( $x = 2$ , 4 e 6 cm). Os resultados mostram uma razoável aderência entre o modelo e os dados experimentais, podendo as discordâncias ser

explicadas, assim como nos experimentos com a amostra homogênea de baquelite, pelas incertezas nos valores do coeficiente efetivo de troca térmica usados no modelo e pela inércia térmica da resistência no início do período transiente do experimento. A Tabela 5.9 mostra a convergência da expansão, apresentando uma convergência de pelo menos quatro dígitos significativos.

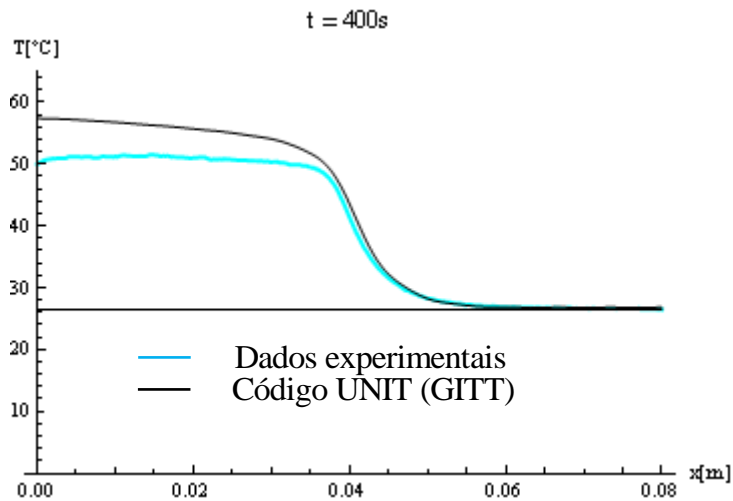


Figura 5.16a – Caso: Experimento de placa vertical com aquecimento superior (placas de poliéster com a espessura crescente ao longo de  $x$ ). Distribuição vertical de temperatura em  $t = 400$ s.

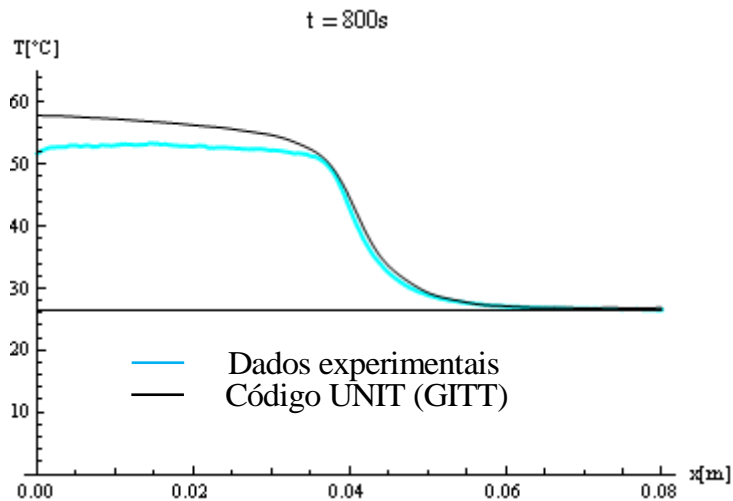


Figura 5.16b – Caso: Experimento de placa vertical com aquecimento superior (placas de poliéster com a espessura crescente ao longo de  $x$ ). Distribuição vertical de temperatura em  $t = 800$ s.



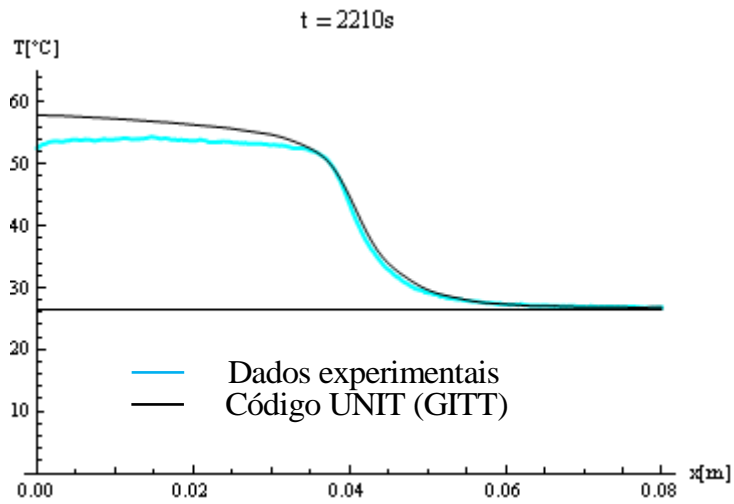


Figura 5.16c – Caso: Experimento de placa vertical com aquecimento superior (placas de poliéster com a espessura crescente ao longo de  $x$ ). Distribuição vertical de temperatura em  $t = 2210s$ .

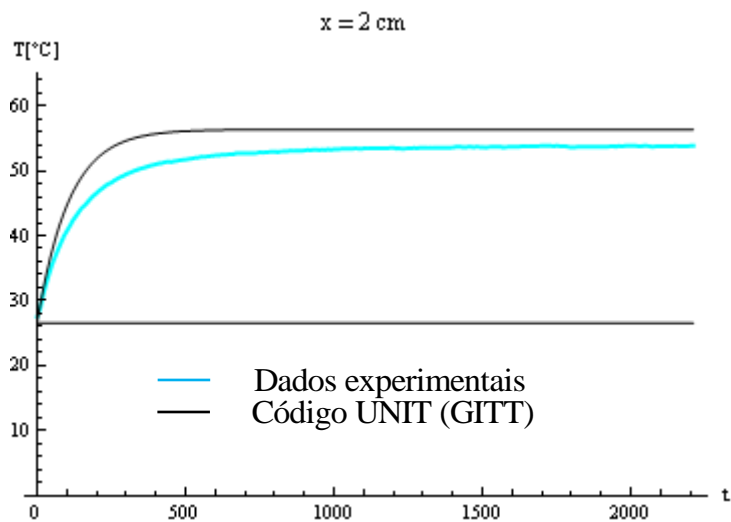


Figura 5.17a – Caso: Experimento de placa vertical com aquecimento superior (placas de poliéster com a espessura crescente ao longo de  $x$ ). Evolução da temperatura no tempo em  $x = 2$  cm.

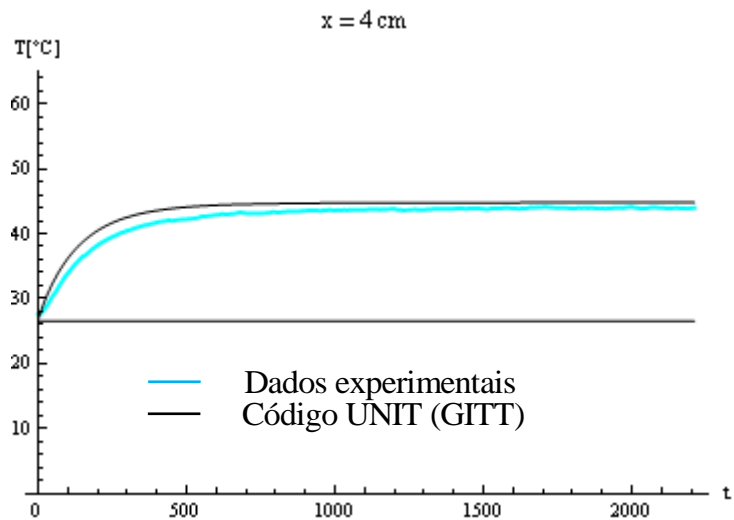


Figura 5.17b – Caso: Experimento de placa vertical com aquecimento superior (placas de poliéster com a espessura crescente ao longo de  $x$ ). Evolução da temperatura no tempo em  $x = 4 \text{ cm}$ .

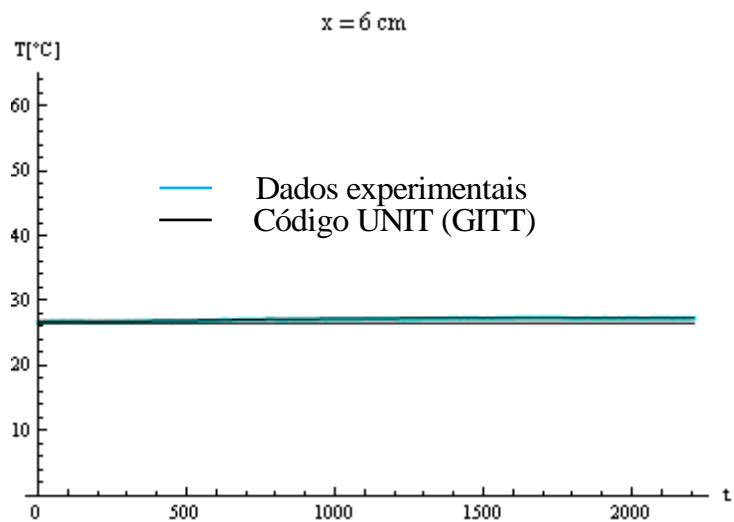


Figura 5.17c – Caso: Experimento de placa vertical com aquecimento superior (placas de poliéster com a espessura crescente ao longo de  $x$ ). Evolução da temperatura no tempo em  $x = 6 \text{ cm}$ .

Tabela 5.9 – Convergência da expansão da temperatura em autofunções para o caso de placa vertical com aquecimento superior (placas de poliestireno com espessura crescente ao longo de  $x$ ).

Ordem de truncamento	$T(x,t)$ [ $^{\circ}C$ ]			$T(x,t)$ [ $^{\circ}C$ ]		
	$t = 200s$			$t = 400s$		
	$x = 0.2$	$x = 0.4$	$x = 0.6$	$x = 0.2$	$x = 0.4$	$x = 0.6$
$N = 65$	50.3802	40.0607	26.8036	53.3301	43.1196	26.8163
$N = 60$	50.3863	40.0550	26.7980	53.3356	43.1145	26.8112
$N = 55$	50.3809	40.0505	26.7986	53.3308	43.1103	26.8118
$N = 50$	50.3832	40.0420	26.8020	53.3328	43.1027	26.8148
$N = 45$	50.3884	40.0350	26.7900	53.3375	43.0963	26.8041

### 5.3.5 Placa Vertical com Aquecimento Superior: Poliestireno com Heterogeneidade Controlada (Espessura Decrescente em $x$ )

Nesta seção são apresentados os resultados para as placas de poliestireno de heterogeneidade controlada, em configuração experimental com a espessura decrescente ao longo de  $x$ , submetida ao experimento de placa vertical com aquecimento superior. Nas Figs. 5.18 são apresentadas as distribuições de temperatura ao longo do comprimento em instantes distintos e nas Figs. 5.19 é apresentada a evolução da temperatura no tempo em três posições distintas. São observados os mesmos efeitos já comentados nos casos anteriores, destacando-se a influência da capacidade térmica da resistência elétrica e pasta térmica que no modelo foram desprezadas. Observa-se também que os desvios entre os resultados experimentais e teóricos são mais notórios no caso de espessura crescente com  $x$ , ou seja, no caso anterior em que a parte mais espessa da placa está sendo aquecida na parte superior.

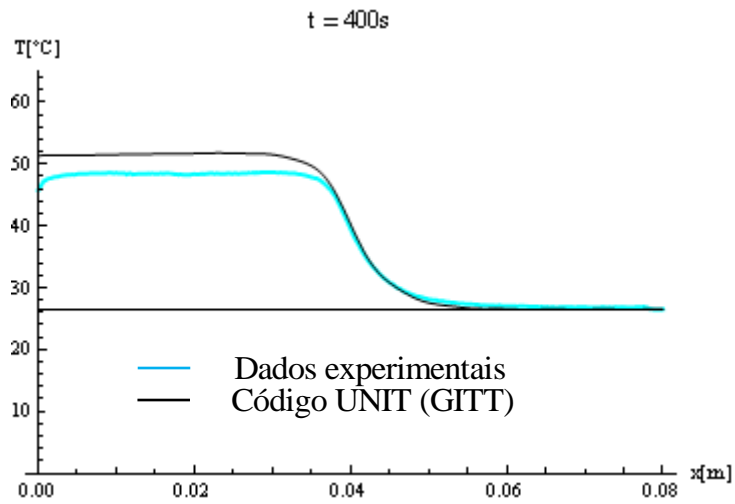


Figura 5.18a – Caso: Experimento de placa vertical com aquecimento superior (placas de poliéster com a espessura decrescente ao longo de  $x$ ). Distribuição vertical de temperatura em  $t = 400s$ .

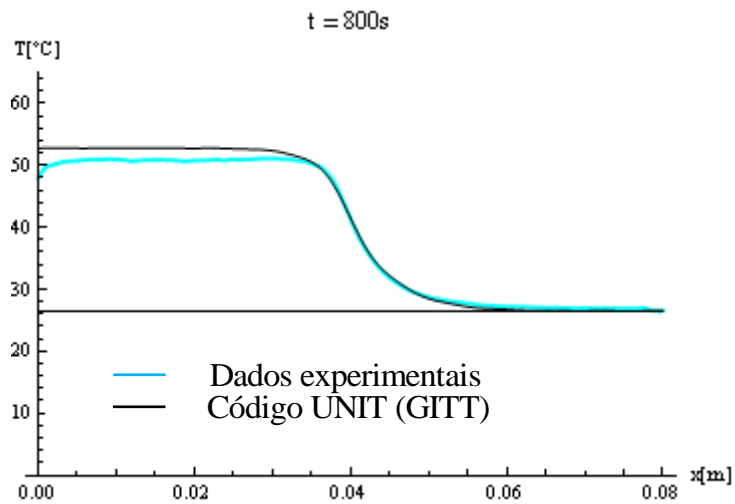


Figura 5.18b – Caso: Experimento de placa vertical com aquecimento superior (placas de poliéster com a espessura decrescente ao longo de  $x$ ). Distribuição vertical de temperatura em  $t = 800s$ .

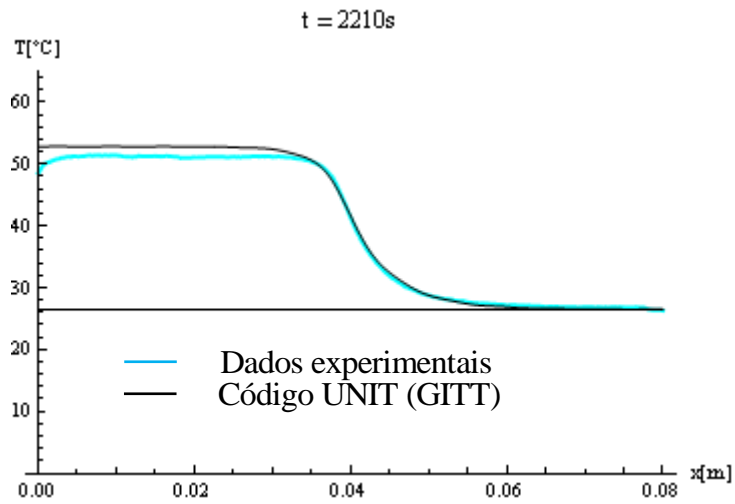


Figura 5.18c – Caso: Experimento de placa vertical com aquecimento superior (placas de poliéster com a espessura decrescente ao longo de  $x$ ). Distribuição vertical de temperatura em  $t = 2210s$ .

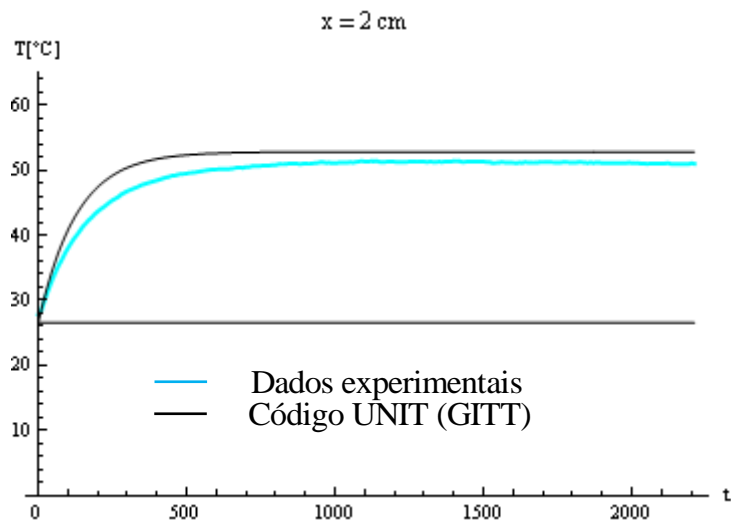


Figura 5.19a – Caso: Experimento de placa vertical com aquecimento superior (placas de poliéster com a espessura decrescente ao longo de  $x$ ). Evolução da temperatura no tempo em  $x = 2$  cm.

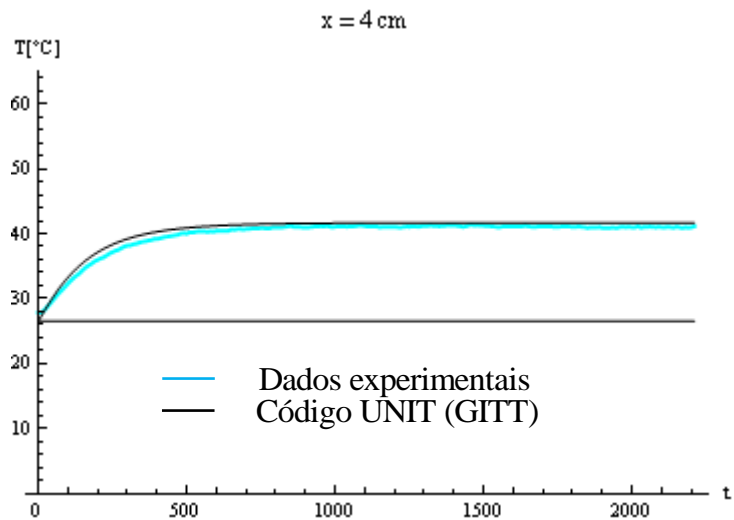


Figura 5.19b – Caso: Experimento de placa vertical com aquecimento superior (placas de poliéster com a espessura decrescente ao longo de  $x$ ). Evolução da temperatura no tempo em  $x = 4 \text{ cm}$ .

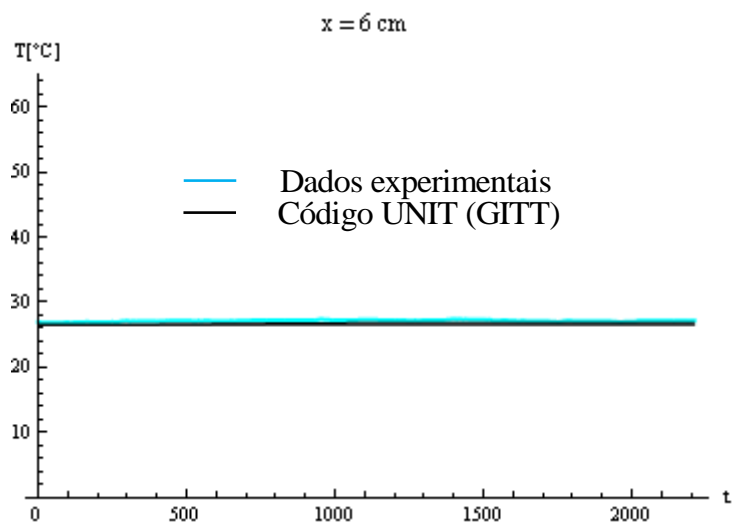


Figura 5.19b – Caso: Experimento de placa vertical com aquecimento superior (placas de poliéster com a espessura decrescente ao longo de  $x$ ). Evolução da temperatura no tempo em  $x = 4 \text{ cm}$ .

## 5.4 VERIFICAÇÃO DO MODELO BIDIMENSIONAL

Considere o modelo descrito pelas Eqs. 4.2(a-f) proposto para o processo de condução de calor bidimensional. Para a solução deste modelo foi desenvolvido um código dedicado utilizando a Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT), a partir da solução formal aqui apresentada. No experimento foram utilizadas as placas homogêneas de baquelite com valores de  $w$  e  $k$  obtidos com o Netzsch Nanoflash LFA 447 (Naveira Cotta, 2009), a saber,  $1.768 \times 10^6 \text{ J/m}^3\text{°C}$  e  $0.279 \text{ W/m}^2\text{°C}$ , respectivamente. Foi considerado um valor típico de  $10 \text{ W/m}^2\text{°C}$  para o coeficiente de transferência de calor por convecção natural na região onde é aplicado fluxo, sendo considerado zero nas demais regiões. O termo de dissipação por radiação foi linearizado, resultando em um coeficiente de transferência de calor efetivo  $h_{ef} = 16.5 \text{ W/m}^2\text{°C}$  na região onde está posicionada a resistência e  $h_{ef} = 6.5 \text{ W/m}^2\text{°C}$  no restante do domínio. O valor do fluxo de calor aplicado foi calculado considerando-se a tensão média aplicada à resistência elétrica ( $29.8 \text{ } \Omega$ ) quadrada e de  $1.4 \text{ cm}$  de lado, considerando que a partição do fluxo é igual para as duas placas. A tensão aplicada foi regulada em ( $3.6\text{V}$ ) na fonte. Assim, temos:

$$q_w(x, y, t) = \begin{cases} 1109.437 \text{ W/m}^2\text{°C}, & \text{na área onde está posicionada a resistência} \\ 0 & \text{, no restante do domínio} \end{cases} \quad (5.13a)$$

$$h_{ef}(x, y) = \begin{cases} 16.5 \text{ W/m}^2\text{°C}, & \text{na área onde está posicionada a resistência} \\ 6.5 \text{ W/m}^2\text{°C}, & \text{no restante do domínio} \end{cases} \quad (5.13b)$$

Os seguintes valores foram utilizados no problema auxiliar de autovalor:  $k^*(x) = 0.279$ ,  $w^*(x) = 1.768 \times 10^6$  e  $d^*(x) = h_{ef} = 6.5$ . Foram considerados 160 termos na expansão em autofunções do campo de temperatura e para a integração dos termos-fonte, devido às características do integrando, as integrais duplas puderam ser separadas como produtos de integrais simples, que então foram então calculadas analiticamente com auxílio da função “Integrate” da plataforma *Mathematica*. Nas Figs. 5.20a-c são apresentados os perfis de temperatura ao longo do comprimento da placa, passando pelo meio da área onde é aplicado o fluxo ( $y = 2 \text{ cm}$ ), em três instantes distintos,  $t = 200, 400$

e 1000 segundos. Nas Figs. 5.21a-c são apresentados os perfis de temperatura ao longo da largura da placa, passando pelo meio da área onde é aplicado o fluxo ( $x = 0.7$  cm), em três instantes distintos,  $t = 200$ , 400 e 1000 segundos. A Fig. 5.22 apresenta a evolução da temperatura com o tempo na posição referente ao meio da área onde é aplicado o fluxo ( $x = 0.7$  cm,  $y = 2$  cm). Nas figuras citadas fica evidente a não aderência entre os resultados experimentais e a solução do modelo no início do transiente (Figs. 5.20 a 5.22), consequência de se ter desprezado a capacidade térmica do sanduíche com a resistência elétrica. Finalmente, as Figs. 5.23a,b apresentam as isotermas na placa em regime permanente, dos dados experimentais e da solução do modelo, respectivamente. Uma boa concordância é observada nos resultados apresentados, levando-se em consideração as incertezas nos valores utilizados no modelo para o coeficiente efetivo de transferência de calor.

Na Tabela 5.10 é apresentado o comportamento da convergência da expansão em autofunções da temperatura, onde se observa uma convergência de pelo menos três dígitos significativos.

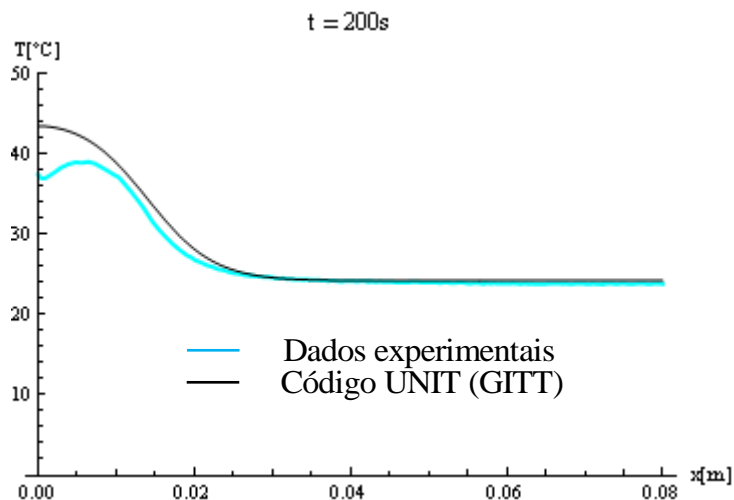


Figura 5.20a – Distribuição de temperatura ao longo do comprimento (em  $y = 2$  cm) para o caso bidimensional, em  $t = 200$  segundos.



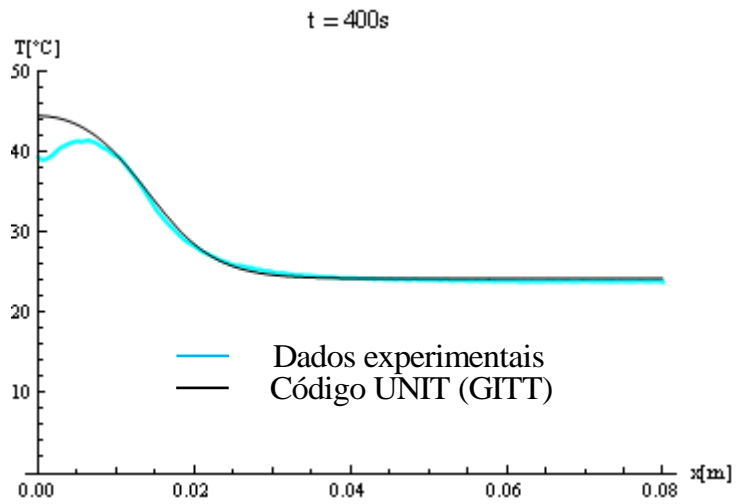


Figura 5.20b – Distribuição de temperatura ao longo do comprimento (em  $y = 2$  cm) para o caso bidimensional, em  $t = 400$  segundos.

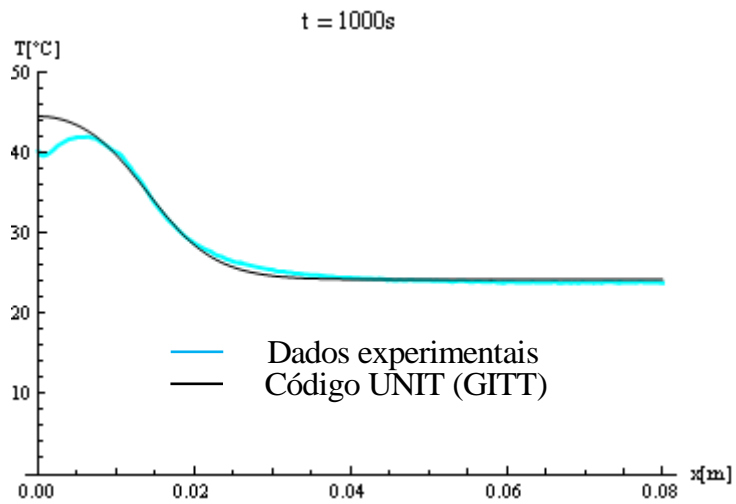


Figura 5.20c – Distribuição de temperatura ao longo do comprimento (em  $y = 2$  cm) para o caso bidimensional, em  $t = 1000$  segundos.

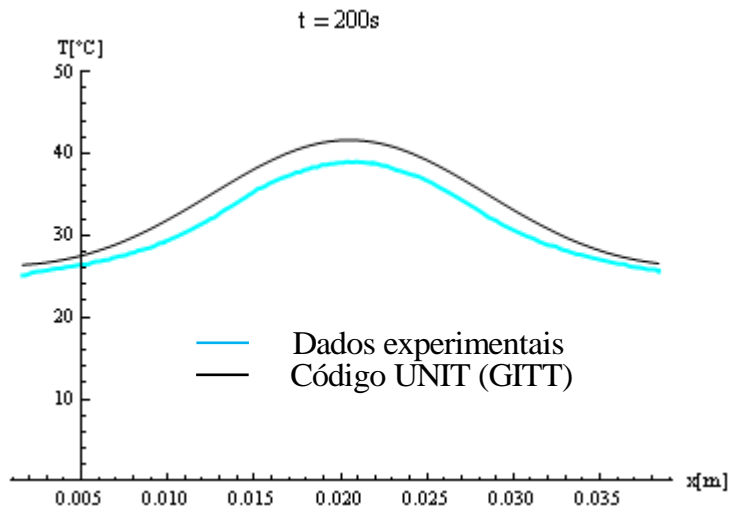


Figura 5.21a – Distribuição de temperatura ao longo da largura (em  $x = 0.7$  cm) para o caso bidimensional, em  $t = 200$  segundos.

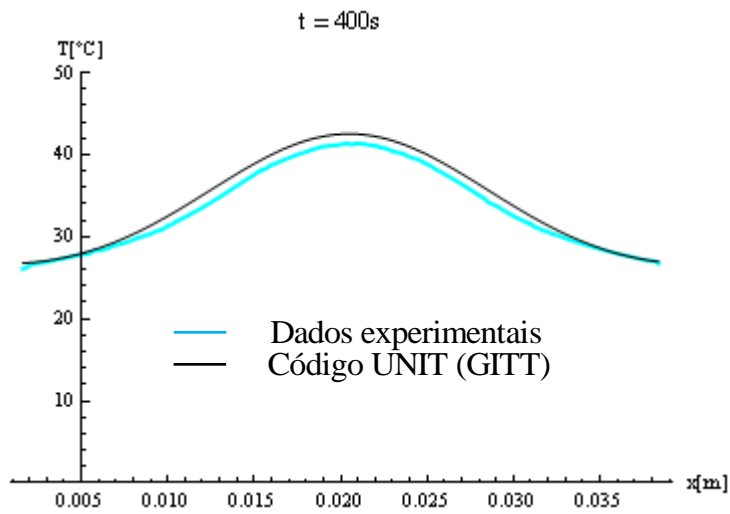


Figura 5.21b – Distribuição de temperatura ao longo da largura (em  $x = 0.7$  cm) para o caso bidimensional, em  $t = 400$  segundos.

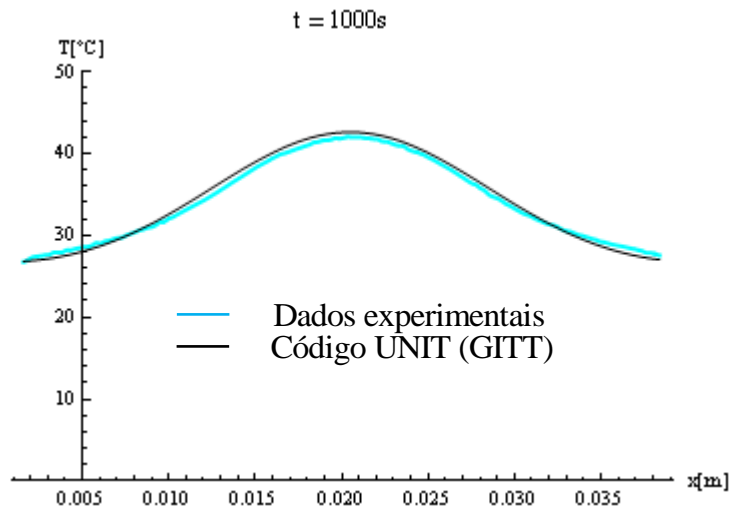


Figura 5.21c – Distribuição de temperatura ao longo da largura (em  $x = 0.7$  cm) para o caso bidimensional, em  $t = 1000$  segundos.

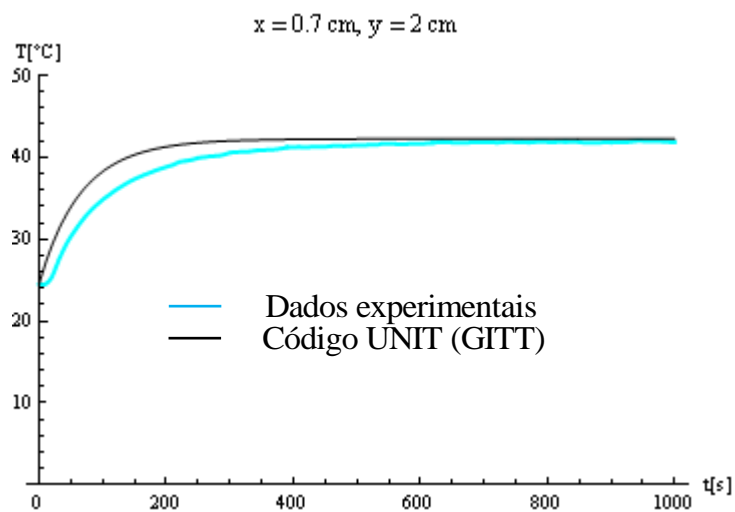


Figura 5.22 – Avanço da temperatura ao longo do tempo no meio da área onde é aplicado o fluxo ( $x = 0.7$  cm,  $y = 2$  cm) para o caso bidimensional.

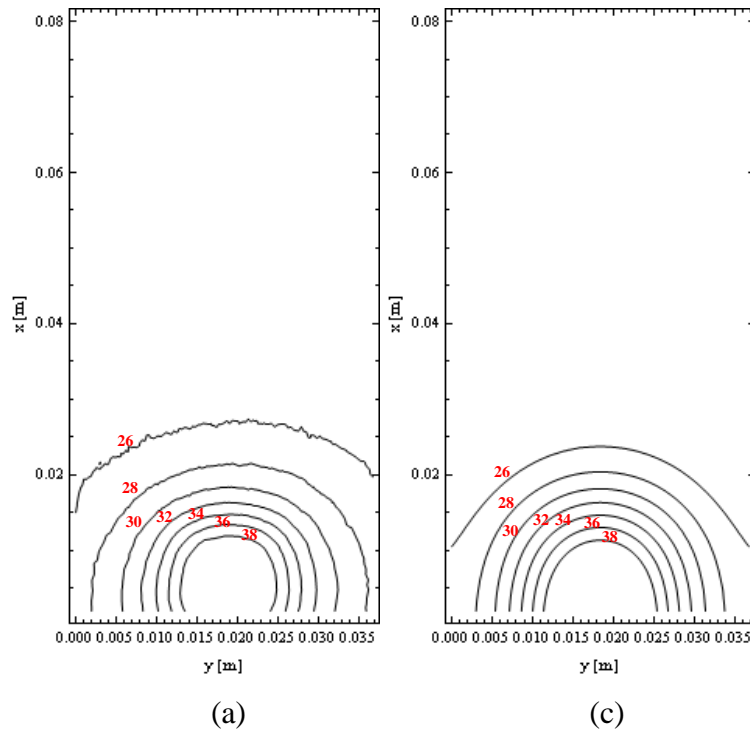


Figura 5.23 – Isotermas [°C] na placa no regime permanente para (a) dados experimentais e (b) simulação – GITT.

Tabela 5.10 – Convergência da expansão em autofunções da temperatura para o caso bidimensional com placa de baquelite.

Ordem de truncamento	$T(x, y, t)$ [°C]			$T(x, y, t)$ [°C]		
	$t = 100s$			$t = 200s$		
	$x = 0.7\text{cm}$ $y = 2\text{ cm}$	$x = 1.4\text{cm}$ $y = 2\text{ cm}$	$x = 2\text{ cm}$ $y = 2\text{ cm}$	$x = 0.7\text{cm}$ $y = 2\text{ cm}$	$x = 1.4\text{cm}$ $y = 2\text{ cm}$	$x = 2\text{ cm}$ $y = 2\text{ cm}$
$N = 160$	38.0664	32.2107	26.9662	41.1292	34.1718	27.9345
$N = 150$	38.0658	32.2131	26.9744	41.1286	34.1743	27.9427
$N = 140$	38.0341	32.2193	26.9898	41.0964	34.1806	27.9584
$N = 130$	37.9719	32.2587	27.0381	41.0325	34.2212	28.0081
$N = 120$	37.2623	31.8788	27.2749	40.2842	33.8184	28.2548

## 5.5 COMPROVAÇÃO EXPERIMENTAL DA METODOLOGIA DE SOLUÇÃO DO PROBLEMA INVERSO (NAVEIRA COTTA, 2009)

Nesta seção serão apresentados resultados da utilização da metodologia de identificação de propriedades termofísicas espacialmente variáveis desenvolvida por Naveira Cotta (2009), aplicada à amostra homogênea de baquelite e à amostra de heterogeneidade controlada de poliestireno. Nestes casos as propriedades termofísicas das amostras são bem conhecidas e então são aqui utilizados como casos de validação, demonstrando experimentalmente a metodologia citada.

Nos resultados aqui apresentados são estimados os valores da condutividade térmica em  $x = 0$ ,  $k_{x=0}$ , a condutividade térmica em  $x = L_x$ ,  $k_{x=L_x}$ , o primeiro coeficiente da expansão de  $k(x)$  em autofunções,  $\bar{k}_1$ , a capacidade térmica em  $x = 0$ ,  $w_{x=0}$ , a capacidade térmica em  $x = L_x$ ,  $w_{x=L_x}$ , o primeiro coeficiente da expansão de  $w(x)$  em autofunções,  $\bar{w}_1$ , tendo sido adotado como filtro uma variação linear dos valores entre  $x = 0$  e  $x = L_x$ , tanto para a condutividade quanto para a capacidade térmica. Sendo assim, os valores de  $\bar{k}_1$  e  $\bar{w}_1$  são responsáveis pela alteração das formas dessas curvas (se iguais a zero tem-se a forma funcional do filtro, ou seja, linear nestes casos).

A variação no tempo do fluxo de calor aplicado pela resistência elétrica, que ocorre devido à capacidade térmica da resistência e da pasta térmica, também é estimada. Para isso, o fluxo aplicado é parametrizado no tempo e escrito da seguinte forma:

$$q_w(x,t) = q_w(x)f(t) \quad (5.14a)$$

onde

$$q_w(x) = \begin{cases} q_1 & 0 < x < x_{\text{CONT}} \\ 0 & x_{\text{CONT}} < x < L_x \end{cases} \quad (5.14b)$$

$$f(t) = c - ae^{-bt} \quad (5.14c)$$

onde  $q_1$  é calculado a partir da tensão que é aplicada à resistência e os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  são estimados. De forma ilustrativa, nas Figs. 5.24a-c são apresentadas algumas curvas para  $f(t)$  para diferentes valores destes parâmetros.

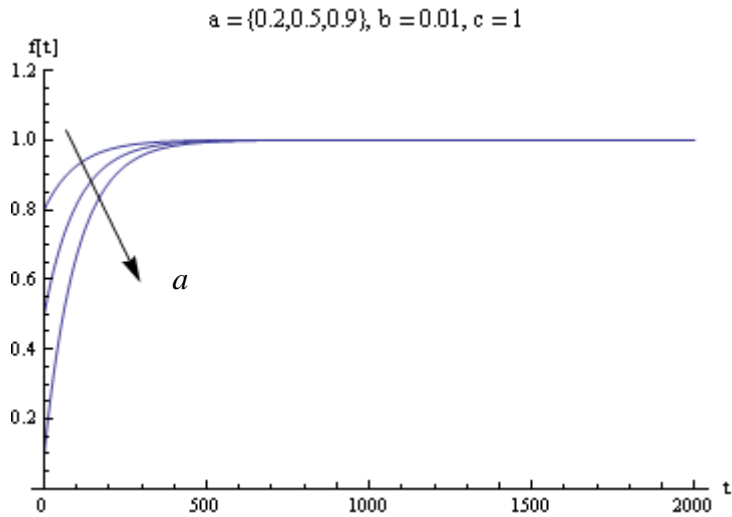


Figura 5.24a – Comportamento de  $f(t)$  para diferentes valores de  $a$ .

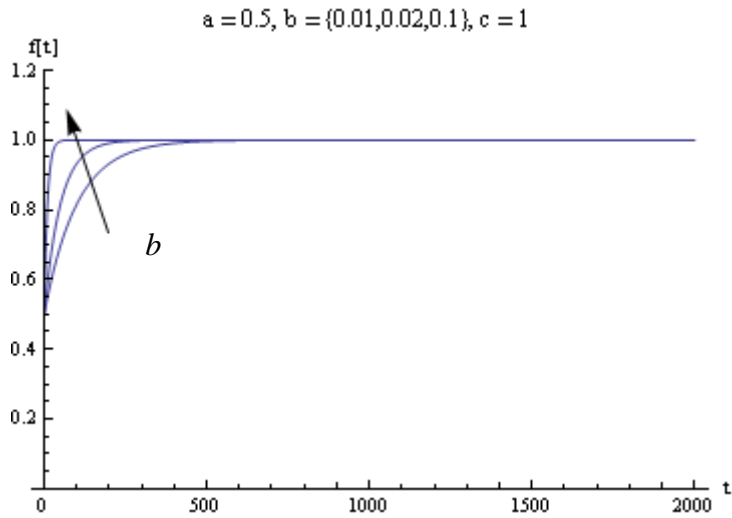


Figura 5.24b – Comportamento de  $f(t)$  para diferentes valores de  $b$ .

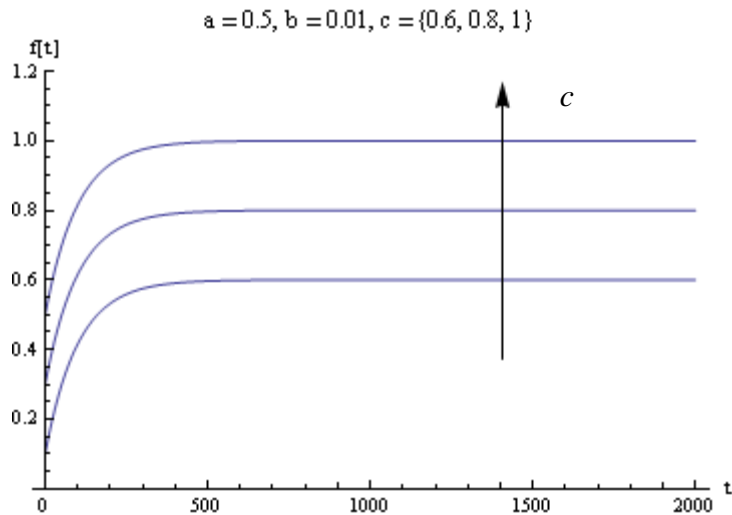


Figura 5.24c – Comportamento de  $f(t)$  para diferentes valores de  $c$ .

Na estimativa do coeficiente efetivo de transferência de calor, devido às características do problema, é adotado um degrau como filtro. Assim, são estimados  $h_{x=0}$ , correspondente ao valor do degrau em  $0 < x < x_{\text{CONT}}$ ,  $h_{x=Lx}$ , correspondente ao valor do degrau em  $x_{\text{CONT}} < x < Lx$ , e os três primeiros coeficientes da expansão de  $h(x)$  em autofunções,  $\bar{h}_1$ ,  $\bar{h}_2$  e  $\bar{h}_3$ , que são os responsáveis pela forma da curva estimada. Caso os valores destes coeficientes sejam todos iguais a zero, tem-se a forma funcional do filtro, ou seja, um degrau com um valor constante até metade da placa e outro valor constante da metade até o final da placa.

### 5.5.1 Amostra Homogênea de Baquelite: Experimento de Placa Vertical com Aquecimento Superior

Nas Tabelas 5.11a-c a seguir são apresentadas as estimativas obtidas com 99% de intervalo de confiança através de inferência Bayesiana com Cadeias de Markov via simulações de Monte Carlo (MCMC), onde foram considerados 120 mil estados no total, sendo os 40 mil primeiros desprezados por serem considerados aquecimento das cadeias e os 80 mil estados restantes são então utilizados nas análises estatísticas. Nestas tabelas são também apresentadas as informações a priori fornecidas, onde

$N(\mu, \frac{\sigma}{\mu} \times 100\%)$  representa uma distribuição normal de média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$  e

$U(l_i, l_s, e_i)$  representa uma distribuição uniforme entre  $l_i$  e  $l_s$  com estimativa inicial  $e_i$ . Nas Figs. 5.25a,b são apresentadas as curvas estimadas de  $k(x)$  e  $w(x)$ , na Fig. 5.25c é apresentada a curva estimada para  $h(x)$  e na Fig. 5.25d é apresentada a variação no tempo estimada para o fluxo de calor aplicado. De imediato se pode observar a boa concordância entre os valores estimados das propriedades termofísicas e aqueles conhecidos para esta amostra. Além disso, se observa que os valores estimados apresentam uma variação muito pequena entre  $x = 0$  e  $x = L_x$ , o que era esperado, já que de fato a amostra é homogênea. Nas Figs. 5.26a-c e 5.27a-c são apresentados os resultados obtidos a partir da solução do modelo unidimensional com o código UNIT utilizando os valores estimados em comparação com os dados experimentais, onde pode ser observada uma excelente aderência.

Tabela 5.11a – Estimativas das propriedades termofísicas para a amostra homogênea de baquelite. Caso: Experimento de placa vertical com aquecimento superior.

Parâmetro	Informação a priori	Estimado [Intervalo de Confiança 99%]
$k_{x=0}$	$N(^a0.2789, 5\%)$	0.2809 [0.2807, 0.2810]
$k_{x=L_x}$	$N(^a0.2789, 5\%)$	0.2800 [0.2798, 0.2802]
$\bar{k}_1$	$U(-1 \times 10^{-7}, 1 \times 10^{-7}, 0)$	$-1.2 \times 10^{-10}$ [ $-5.2 \times 10^{-10}$ , $2.1 \times 10^{-10}$ ]
$w_{x=0}$	$N(^a1.768 \times 10^6, 15\%)$	$1.7597 \times 10^6$ [ $1.7582 \times 10^6$ , $1.7617 \times 10^6$ ]
$w_{x=L_x}$	$N(^a1.768 \times 10^6, 15\%)$	$1.7664 \times 10^6$ [ $1.7645 \times 10^6$ , $1.7617 \times 10^6$ ]
$\bar{w}_1$	$U(-1 \times 10^{-7}, 1 \times 10^{-7}, 0)$	$-6.2 \times 10^{-12}$ [ $-9.3 \times 10^{-12}$ , $4.1 \times 10^{-12}$ ]

<sup>a</sup>Propriedades obtidas no Netzsch Nanoflash LFA 447 (Naveira Cotta, 2009).



Tabela 5.11b – Estimativas do coeficiente de troca térmica. Caso: Experimento de placa vertical com aquecimento superior com placas homogêneas de baquelite.

Parâmetro	Informação a priori	Estimado [Intervalo de Confiança 99%]
$h_{x=0}$	U(8.259, 41.294, <sup>b</sup> 17.1)	18.75 [18.72, 18.79]
$h_{x=L_x}$	U(0, 20.345, <sup>b</sup> 5.8)	5.86 [5.83, 5.89]
$\bar{h}_1$	U(-18.112, 18.112, 0)	-0.29 [-0.3, -0.278]
$\bar{h}_2$	U(-6.038, 6.038, 0)	0.16 [0.15, 0.17]
$\bar{h}_3$	U(-4.528, 4.528, 0)	-0.28 [-0.294, -0.27]

<sup>b</sup>Valores médios obtidos com correlações para convecção natural em placa vertical adicionado do coeficiente linearizado de transferência de calor por radiação.

Tabela 5.11c – Estimativas do fluxo de calor aplicado. Caso: Experimento de placa vertical com aquecimento superior com placas homogêneas de baquelite.

Parâmetro	Informação a priori	Estimado [Intervalo de Confiança 99%]
$a$	U(0, 1, 0.5)	0.3502 [0.347, 0.353]
$b$	U(0, 0.1, 0.01)	0.004439 [0.00439, 0.00447]
$c$	U(0, 1, 1)	0.9998 [0.9994, 1]

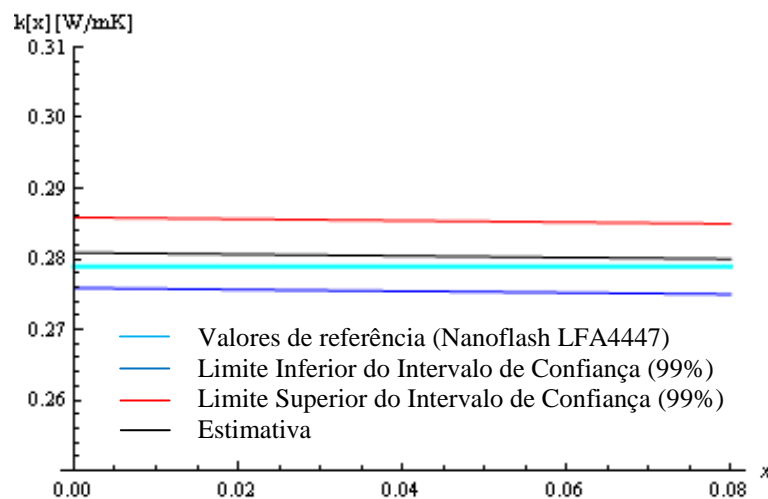


Figura 5.25a – Estimativa para  $k(x)$

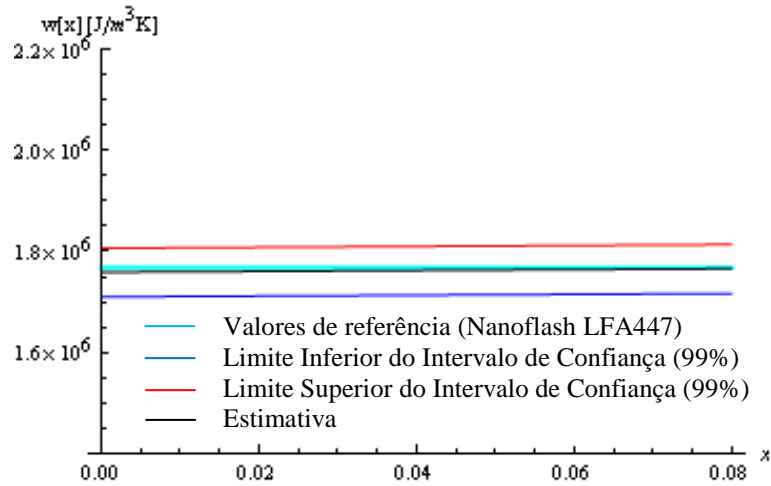


Figura 5.25b – Estimativa para  $w(x)$

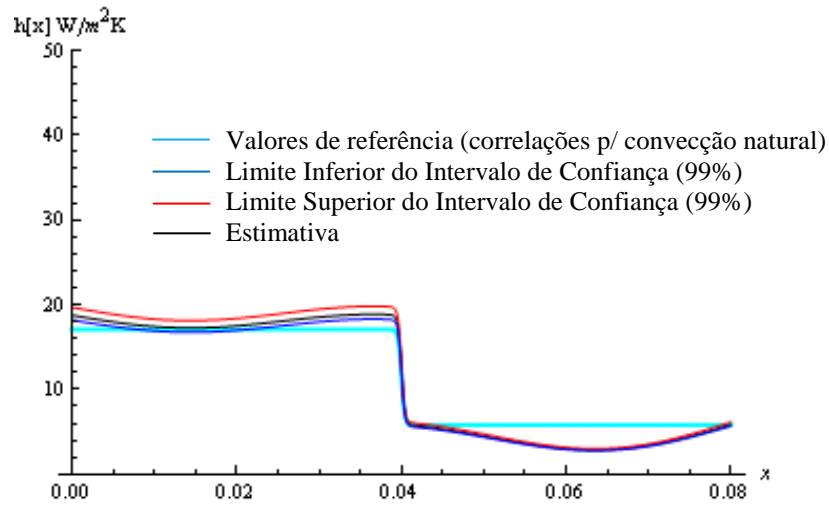


Figura 5.25c – Estimativa para  $h(x)$

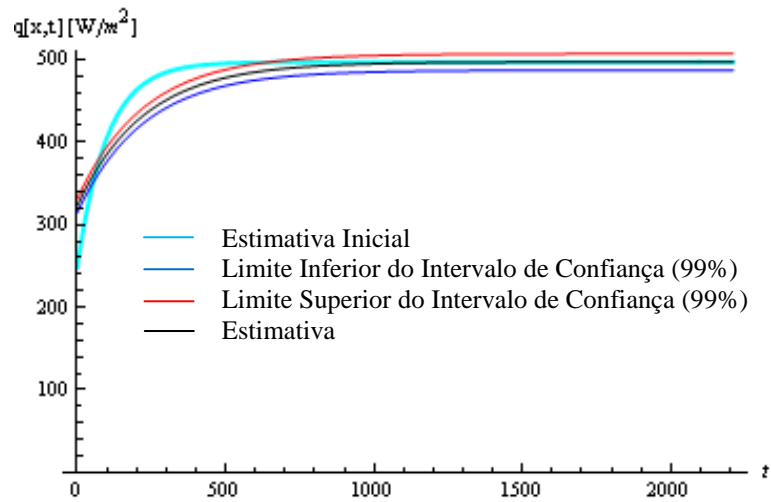


Figura 5.25d – Estimativa para  $q_w(0 < x < x_{CONT}, t)$

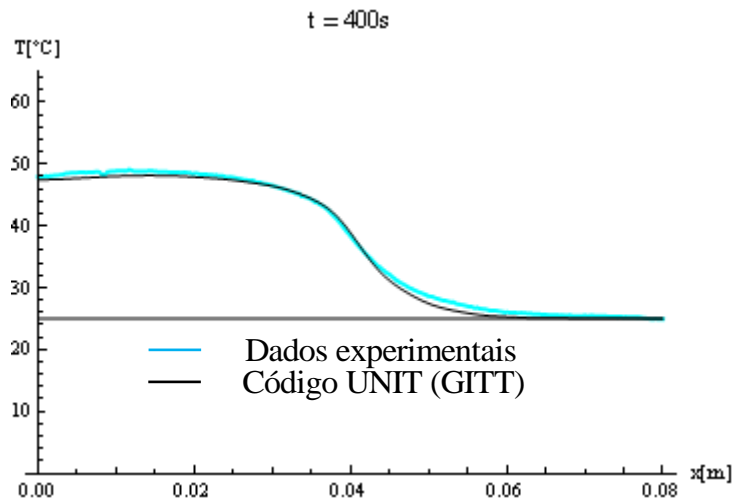


Figura 5.26a – Caso: placa vertical com aquecimento superior. Distribuição vertical da temperatura em  $t = 400$  segundos.

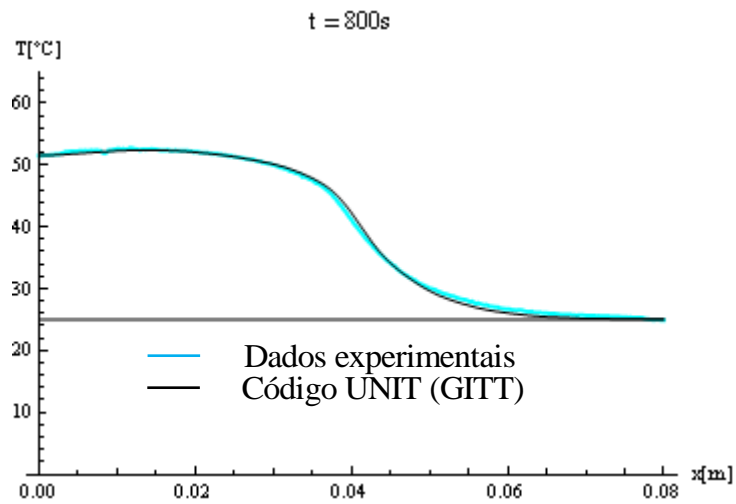


Figura 5.26b – Caso: placa vertical com aquecimento superior. Distribuição vertical da temperatura em  $t = 800$  segundos.

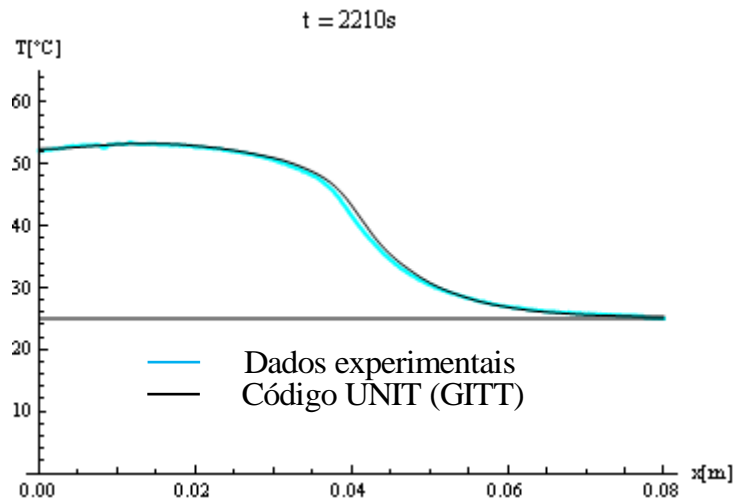


Figura 5.26c – Caso: placa vertical com aquecimento superior. Distribuição vertical da temperatura em  $t = 2210$  segundos.

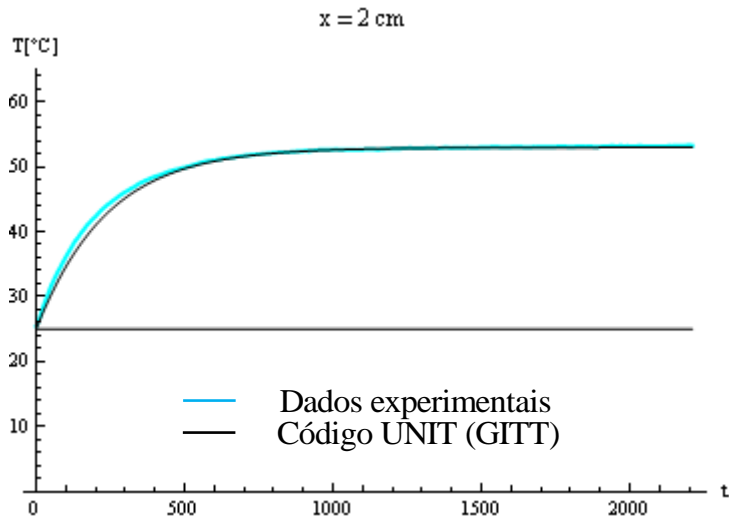


Figura 5.27a – Caso: placa vertical com aquecimento superior. Evolução da temperatura no tempo em  $x = 2$  cm.

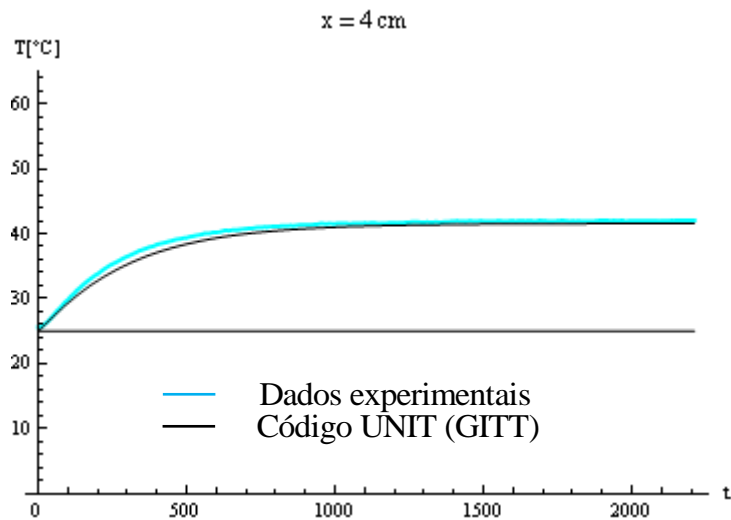


Figura 5.27b – Caso: placa vertical com aquecimento superior. Evolução da temperatura no tempo em  $x = 4$  cm.

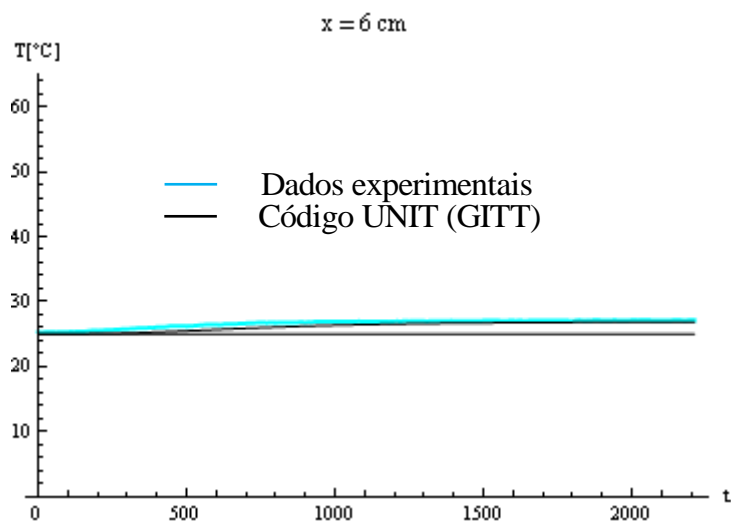


Figura 5.27c – Caso: placa vertical com aquecimento superior. Evolução da temperatura no tempo em  $x = 6$  cm.

### 5.5.2 Amostra Homogênea de Baquelite: Experimento de Placa Vertical com Aquecimento Inferior

Nas Tabelas 5.12a-c a seguir são apresentadas, para o caso de experimento de placa vertical com aquecimento inferior, as estimativas obtidas com 99% de intervalo de confiança através de inferência Bayesiana com Cadeias de Markov via Monte Carlo

(MCMC), onde foram considerados 120 mil estados no total, sendo os 40 mil primeiros de aquecimento das cadeias, e os 80 mil estados restantes sendo então utilizados nas análises estatísticas. Nestas tabelas são também apresentadas as informações a priori fornecidas, onde  $N(\mu, \frac{\sigma}{\mu} \times 100\%)$  representa uma distribuição normal de média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$  e  $U(l_i, l_s, e_i)$  representa uma distribuição uniforme entre  $l_i$  e  $l_s$  com estimativa inicial  $e_i$ . Nas Figs. 5.28a,b são apresentadas as curvas estimadas de  $k(x)$  e  $w(x)$ , na Fig. 5.28c é apresentada a curva estimada para  $h(x)$  e na Fig. 5.28d é apresentada a variação no tempo estimada para o fluxo aplicado. Nas Figs. 5.29a-c e 5.30a-c são apresentados os resultados obtidos a partir da solução do modelo unidimensional com o código UNIT, utilizando os parâmetros estimados, em comparação com os dados experimentais. Para este caso de placa vertical com aquecimento inferior, como discutido na Seção 5.3.2, ocorre o aquecimento da porção superior não aquecida da placa por conta da ascensão de ar quente proveniente da porção inferior aquecida, o que não é previsto no modelo e é responsável pelas discrepâncias que ocorrem nos resultados. Ainda assim, verifica-se que a aderência entre as curvas experimentais e teóricas na porção aquecida da placa é razoável. Ressalta-se ainda que o coeficiente de transferência de calor estimado na porção não aquecida da placa apresenta estimativas negativas em alguns pontos, evidenciando o efeito do aquecimento desta região devido ao fluxo de ar quente como discutido na Seção 5.3.2, ficando clara, portanto, a necessidade da modelagem deste efeito para que se obtenham melhores concordâncias entre os resultados teóricos e experimentais para este caso de placa vertical com aquecimento inferior.

Tabela 5.12a – Estimativas das propriedades termofísicas para a amostra homogênea de baquelite. Caso: Experimento de placa vertical com aquecimento inferior.

Parâmetro	Informação a priori	Estimado [Intervalo de Confiança 99%]
$k_{x=0}$	$N(^a0.2789, 5\%)$	0.2841 [0.2831, 0.2851]
$k_{x=L_x}$	$N(^a0.2789, 5\%)$	0.2856 [0.2845, 0.2867]
$\bar{k}_1$	$U(-1 \times 10^{-7}, 1 \times 10^{-7}, 0)$	$-1.3 \times 10^{-13}$ [ $-3.1 \times 10^{-13}$ , $5.0 \times 10^{-14}$ ]
$w_{x=0}$	$N(^a1.768 \times 10^6, 5\%)$	$1.7931 \times 10^6$ [ $1.7907 \times 10^6$ , $1.7955 \times 10^6$ ]
$w_{x=L_x}$	$N(^a1.768 \times 10^6, 5\%)$	$1.7825 \times 10^6$ [ $1.7801 \times 10^6$ , $1.7849 \times 10^6$ ]
$\bar{w}_1$	$U(-1 \times 10^{-7}, 1 \times 10^{-7}, 0)$	$-1.76 \times 10^{-13}$ [ $-3.98 \times 10^{-13}$ , $4.5 \times 10^{-14}$ ]

<sup>a</sup>Propriedades obtidas no Netzsch Nanoflash LFA 447 (Naveira Cotta, 2009).

Tabela 5.12b – Estimativas do coeficiente de troca térmica. Caso: Experimento de placa vertical com aquecimento inferior com placas homogêneas de baquelite.

Parâmetro	Informação a priori	Estimado
$h_{x=0}$	$U(8.259, 41.294, ^b17.1)$	20.89 [20.86, 20.92]
$h_{x=L_x}$	$U(0, 20.345, ^b5.8)$	4.524 [4.494, 4.554]
$\bar{h}_1$	$U(-18.112, 18.112, 0)$	-0.951 [-0.948, -0.9434]
$\bar{h}_2$	$U(-6.038, 6.038, 0)$	0.1937 [0.1868, 0.2009]
$\bar{h}_3$	$U(-4.528, 4.528, 0)$	-0.2366 [-0.2430, -0.2308]

<sup>b</sup>Valores médios obtidos com correlações para convecção natural em placa vertical adicionado do coeficiente de transferência de calor por radiação linearizado.

Tabela 5.12c – Estimativas do fluxo aplicado. Caso: Experimento de placa vertical com aquecimento inferior com placas homogêneas de baquelite.

Parâmetro	Informação a priori	Estimado
$a$	$U(0, 1, 0.5)$	0.132 [0.128, 0.135]
$b$	$U(0, 0.1, 0.01)$	0.005056 [0.005037, 0.005076]
$c$	$U(0, 1, 1)$	0.9998 [0.9995, 0.9999]

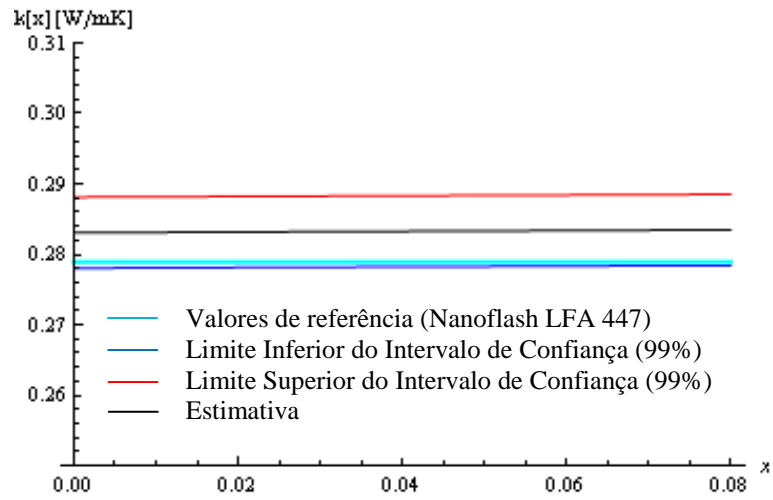


Figura 5.28a – Estimativa para  $k(x)$ .

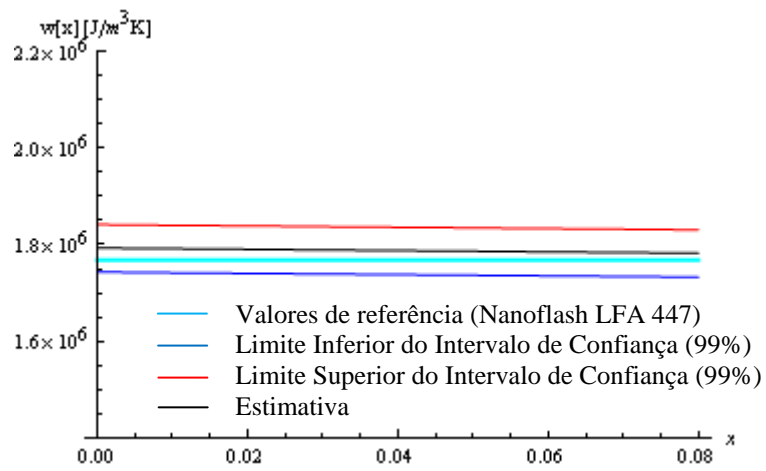


Figura 5.28b – Estimativa para  $w(x)$ .

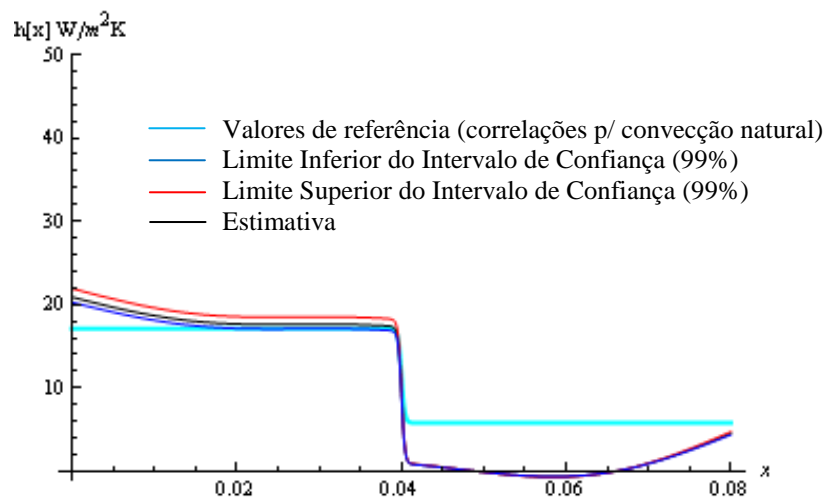


Figura 5.28c – Estimativa para  $h(x)$ .



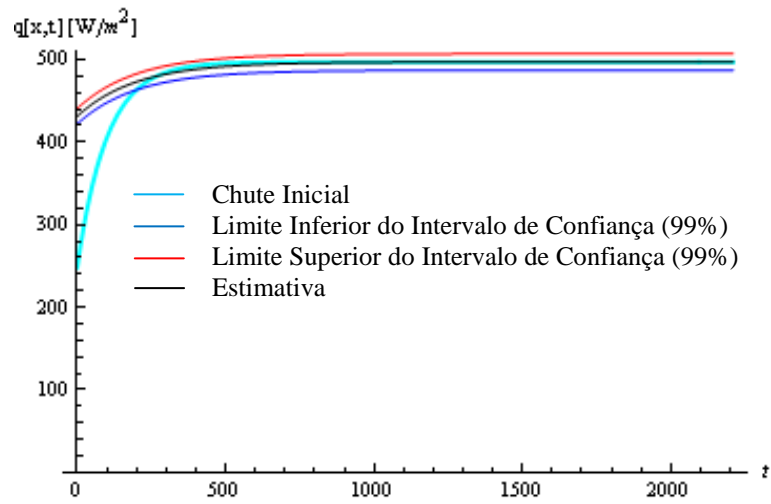


Figura 5.28d – Estimativa para  $q_w(0 < x < x_{CONT}, t)$

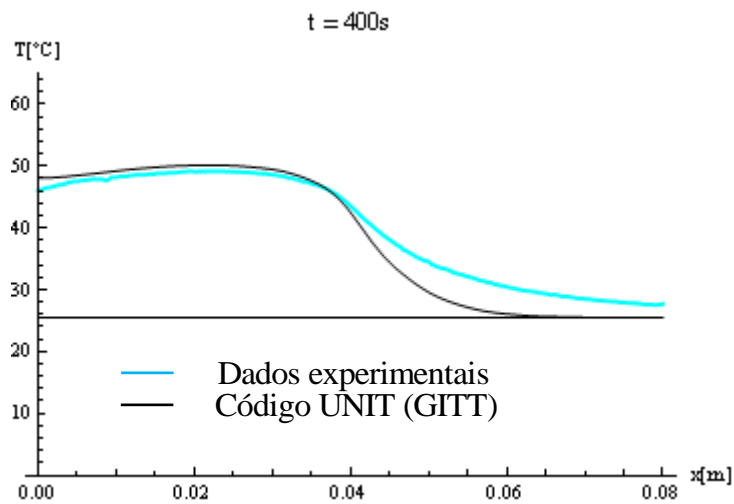


Figura 5.29a - Caso: placa vertical com aquecimento inferior. Distribuição vertical da temperatura em  $t = 400$  segundos.

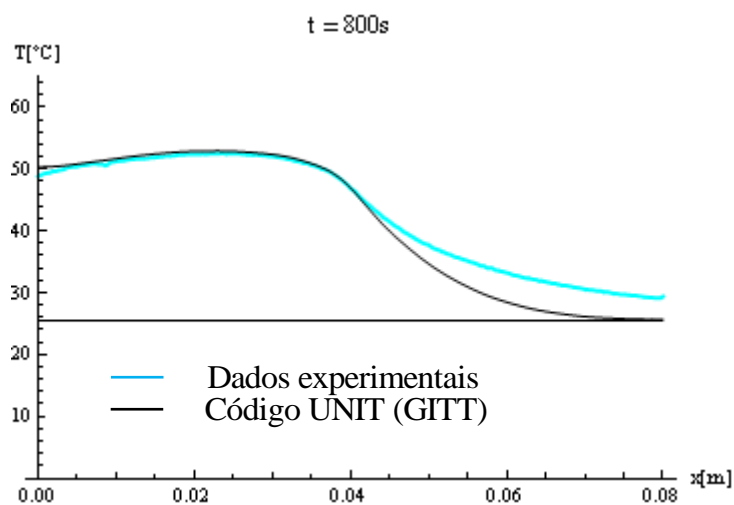


Figura 5.29b - Caso: placa vertical com aquecimento inferior. Distribuição vertical da temperatura em  $t = 800$  segundos.

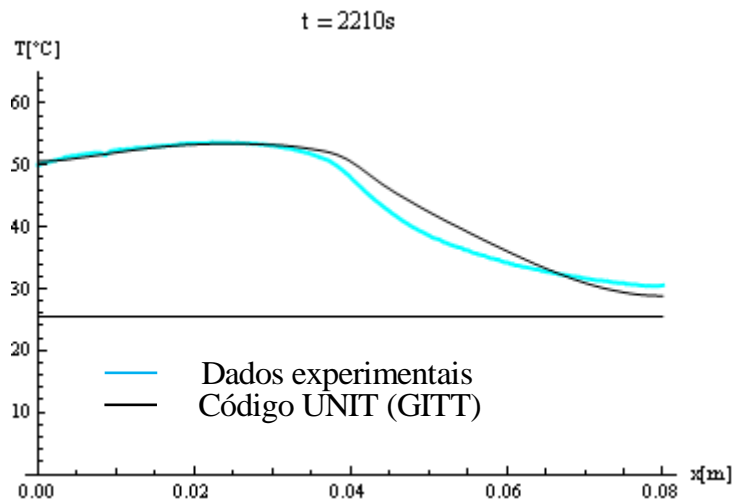


Figura 5.29c - Caso: placa vertical com aquecimento inferior. Distribuição vertical da temperatura em  $t = 2210$  segundos.

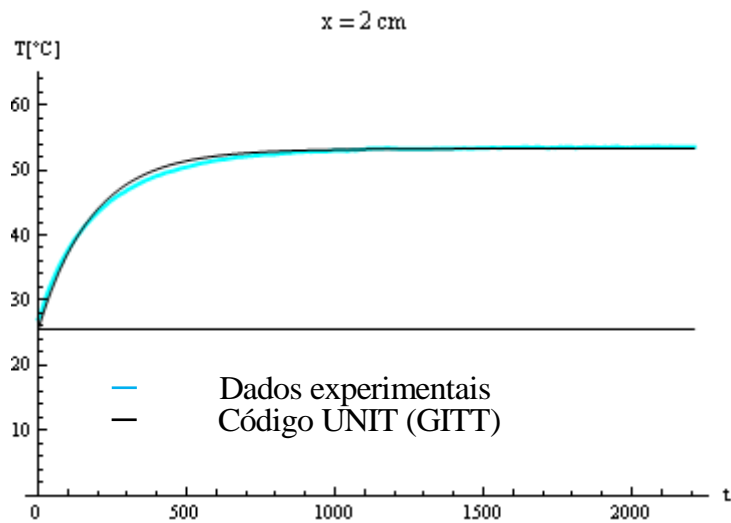


Figura 5.30a – Caso: placa vertical com aquecimento inferior. Evolução da temperatura no tempo em  $x = 2$  cm.

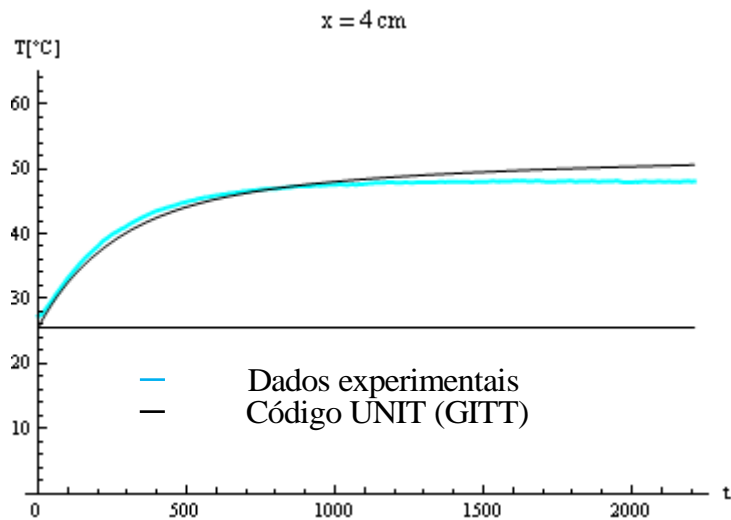


Figura 5.30b – Caso: placa vertical com aquecimento inferior. Evolução da temperatura no tempo em  $x = 4$  cm.

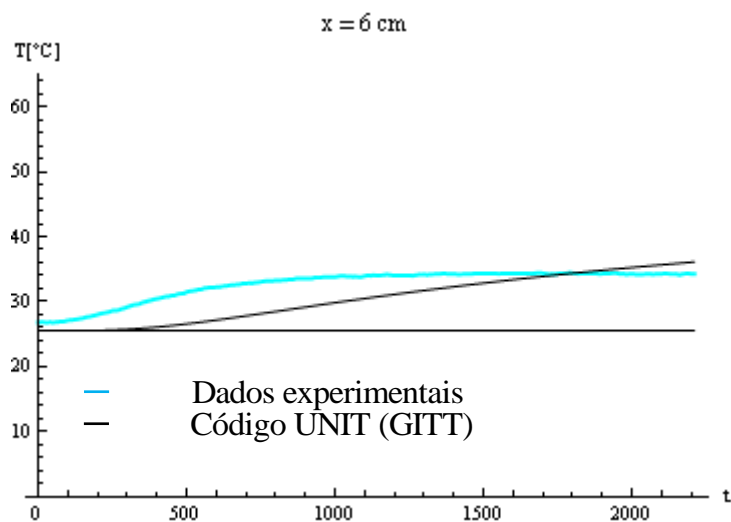


Figura 5.30c – Caso: placa vertical com aquecimento inferior. Evolução da temperatura no tempo em  $x = 6$  cm.

### 5.5.3 Amostra Homôgena de Baquelite: Experimento de Placa Horizontal

Nas Tabelas 5.13a-c a seguir são apresentadas, para o caso de experimento de placa horizontal, as estimativas obtidas com 99% de intervalo de confiança através de inferência Bayesiana com Cadeias de Markov via simulações de Monte Carlo (MCMC), onde foram considerados 120 mil estados no total, sendo de novo os 40 mil primeiros aquecimento das cadeias e os 80 mil estados restantes utilizados nas análises estatísticas. Nas Figs. 5.31a,b são apresentadas as curvas estimadas de  $k(x)$  e  $w(x)$ , na

Fig. 5.31c é apresentada a curva estimada para  $h(x)$  e na Fig. 5.31d é apresentada a variação no tempo estimada para o fluxo de calor aplicado. Nas Figs. 5.32a-c e 5.33a-c são apresentados os resultados obtidos a partir da solução do modelo unidimensional com o código UNIT utilizando os valores estimados para os parâmetros, em comparação com os dados experimentais. Assim como no caso de placa vertical com aquecimento superior, foram obtidos valores das propriedades termofísicas muito próximos daqueles conhecidos que foram obtidos com o Nanoflash LFA 447 e ainda apresentando uma variação muito pequena entre  $x = 0$  e  $x = L_x$ , evidenciando a homogeneidade da amostra. Destaca-se ainda a excelente aderência entre os resultados teóricos calculados com as estimativas obtidas e os resultados experimentais.

Como já observado nas Seções 5.3.1 a 5.3.3, em relação às configurações experimentais, conclui-se que o modelo matemático não descreve satisfatoriamente o fenômeno físico na configuração de placa vertical com aquecimento inferior. Na configuração de placa horizontal, embora bons resultados tenham sido obtidos e uma boa simetria tenha sido observada na validação do procedimento experimental, existe sempre a preocupação com a falta de simetria para a convecção natural que pode se tornar relevante para maiores temperaturas. A configuração experimental de placa vertical com aquecimento superior apresentou bons resultados em relação ao modelo matemático proposto e garante uma boa simetria, sendo então a configuração experimental escolhida para a análise subsequente das demais amostras apresentadas neste trabalho (poliestireno de espessura variável, resina poliéster e nanocompósito).

Tabela 5.13a – Estimativas das propriedades termofísicas para a amostra homogênea de baquelite. Caso: Experimento de placa horizontal.

Parâmetro	Informação a priori	Estimado
$k_{x=0}$	$N(^a0.2789, 5\%)$	0.2792 [0.2789, 0.2795]
$k_{x=L_x}$	$N(^a0.2789, 5\%)$	0.2798 [0.2795, 0.2801]
$\overline{k_1}$	$U(-1 \times 10^{-7}, 1 \times 10^{-7}, 0)$	$5.1 \times 10^{-14}$ [ $2.7 \times 10^{-14}$ , $7.6 \times 10^{-14}$ ]
$w_{x=0}$	$N(^a1.768 \times 10^6, 5\%)$	$1.766 \times 10^6$ [ $1.7651 \times 10^6$ , $1.7681 \times 10^6$ ]
$w_{x=L_x}$	$N(^a1.768 \times 10^6, 5\%)$	$1.764 \times 10^6$ [ $1.76 \times 10^6$ , $1.7679 \times 10^6$ ]
$\overline{w_1}$	$U(-1 \times 10^{-7}, 1 \times 10^{-7}, 0)$	$-3.2 \times 10^{-13}$ [ $-4.1 \times 10^{-13}$ , $-2.2 \times 10^{-13}$ ]

<sup>a</sup>Propriedades obtidas no Netzsch Nanoflash LFA 447 (Naveira Cotta, 2009).

Tabela 5.13b – Estimativas do coeficiente de troca térmica. Caso: Experimento de placa horizontal com placas homogêneas de baquelite.

Parâmetro	Informação a priori	Estimado
$h_{x=0}$	U(8.259, 41.294, <sup>b</sup> 17.1)	18.198 [18.17, 18.23]
$h_{x=L_x}$	U(0, 20.345, <sup>b</sup> 5.8)	7.903 [7.87, 7.93]
$\bar{h}_1$	U(-18.112, 18.112, 0)	-0.839 [-0.83, -0.82]
$\bar{h}_2$	U(-6.038, 6.038, 0)	0.416 [0.40, 0.42]
$\bar{h}_3$	U(-4.528, 4.528, 0)	-0.298 [-0.31, -0.29]

<sup>b</sup>Valores médios obtidos com correlações para convecção natural em placa horizontal adicionado do coeficiente de transferência de calor por radiação linearizado.

Tabela 5.13c – Estimativas do fluxo de calor aplicado. Caso: Experimento de placa horizontal com placas homogêneas de baquelite.

Parâmetro	Informação a priori	Estimado
$a$	U(0, 1, 0.5)	0.306 [0.301, 0.311]
$b$	U(0, 0.1, 0.01)	0.002539 [0.002536, 0.002442]
$c$	U(0, 1, 1)	0.9929 [0.9926, 0.0032]

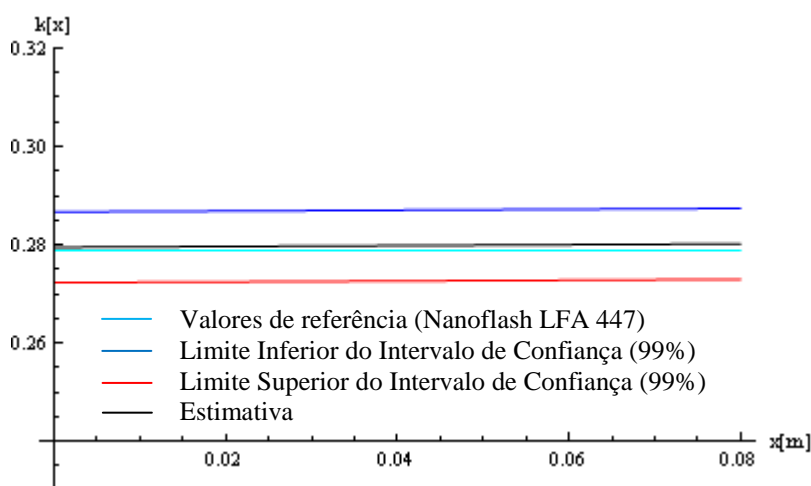


Figura 5.31a – Estimativa para  $k(x)$ .

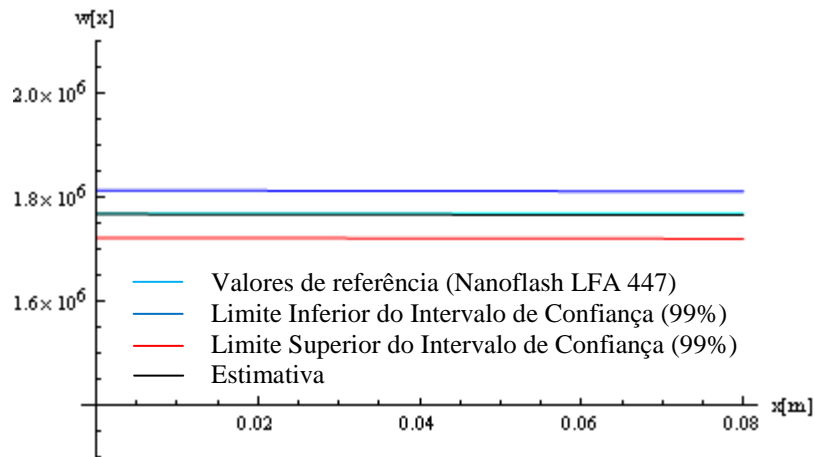


Figura 5.31b – Estimativa para  $w(x)$ .

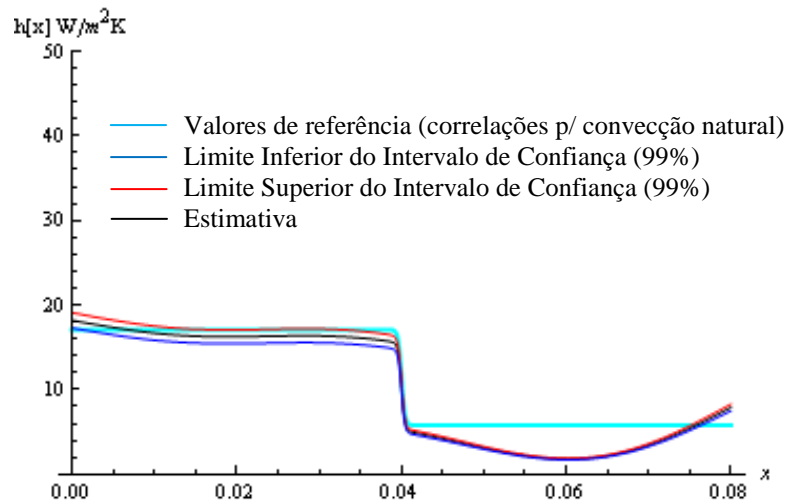


Figura 5.31c – Estimativa para  $h(x)$ .

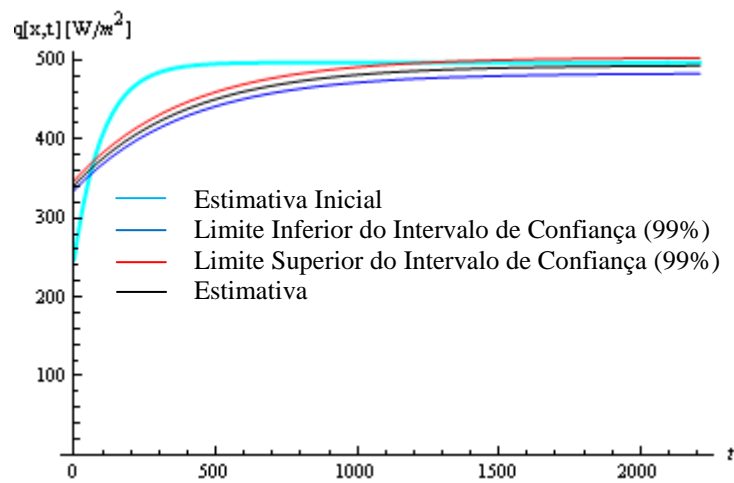


Figura 5.31d – Estimativa para  $q_w(0 < x < x_{CONT}, t)$ .

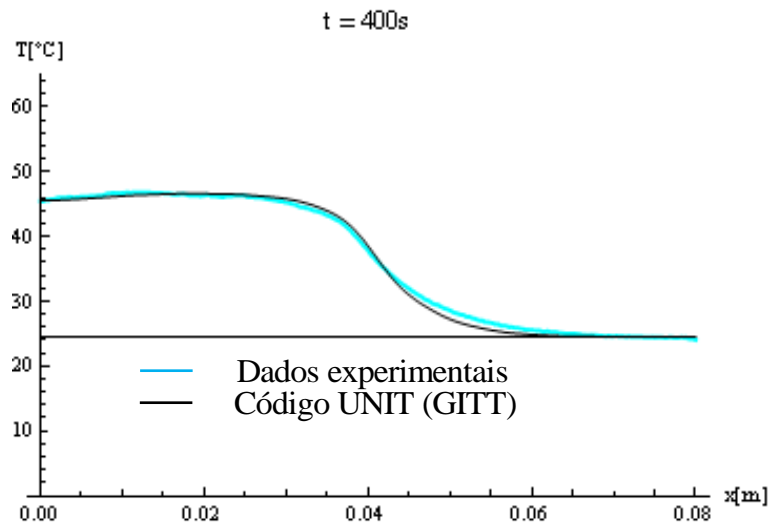


Figura 5.32a - Distribuição vertical da temperatura em  $t = 400$  segundos para o caso de placa horizontal.

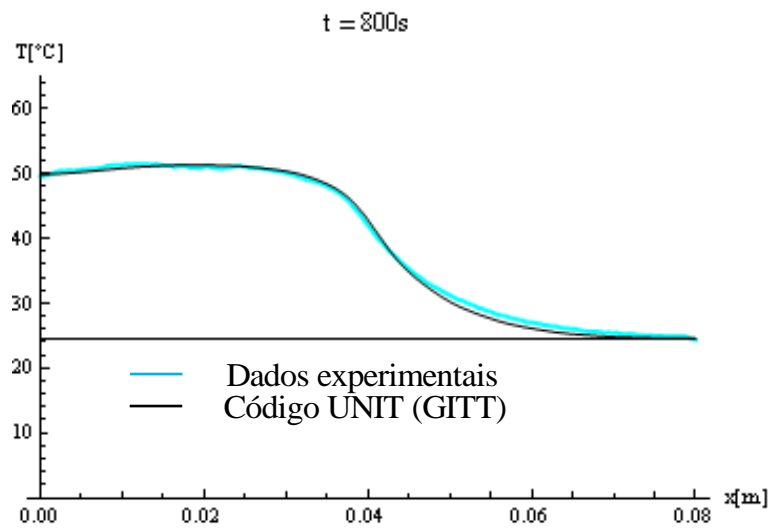


Figura 5.32b - Distribuição vertical da temperatura em  $t = 800$  segundos para o caso de placa horizontal.

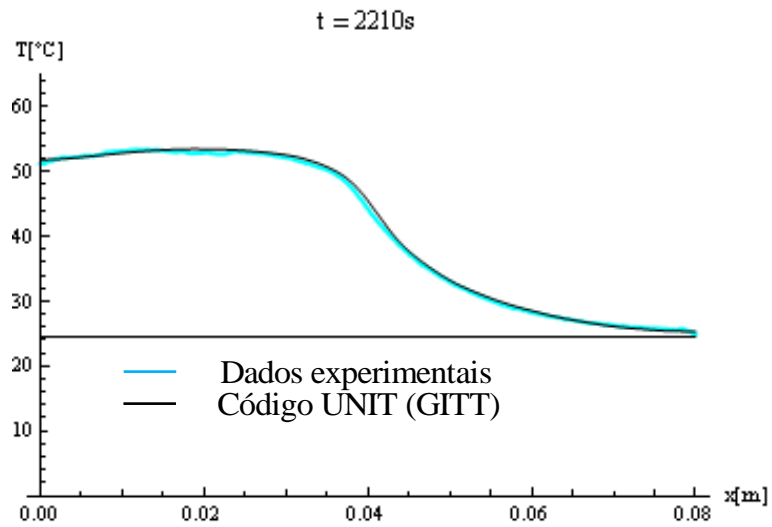


Figura 5.32c - Distribuição vertical da temperatura em  $t = 2210$  segundos para o caso de placa horizontal.

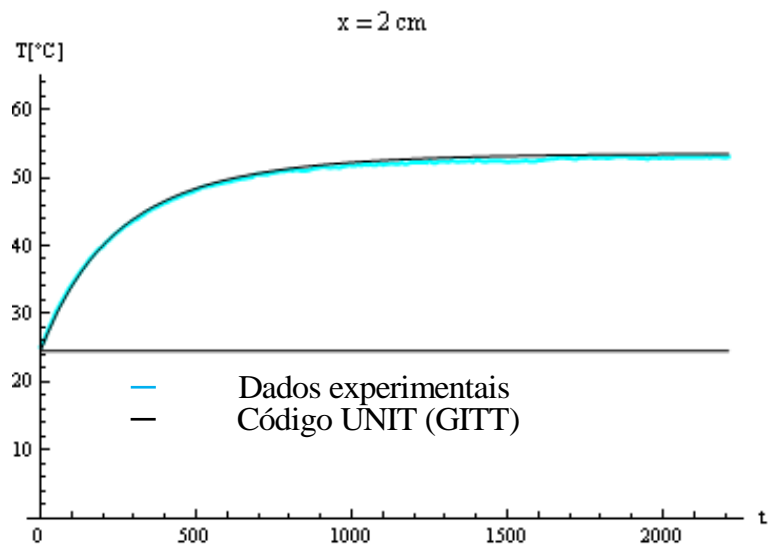


Figura 5.33a – Evolução da temperatura no tempo em  $x = 2$  cm para o caso de placa horizontal.



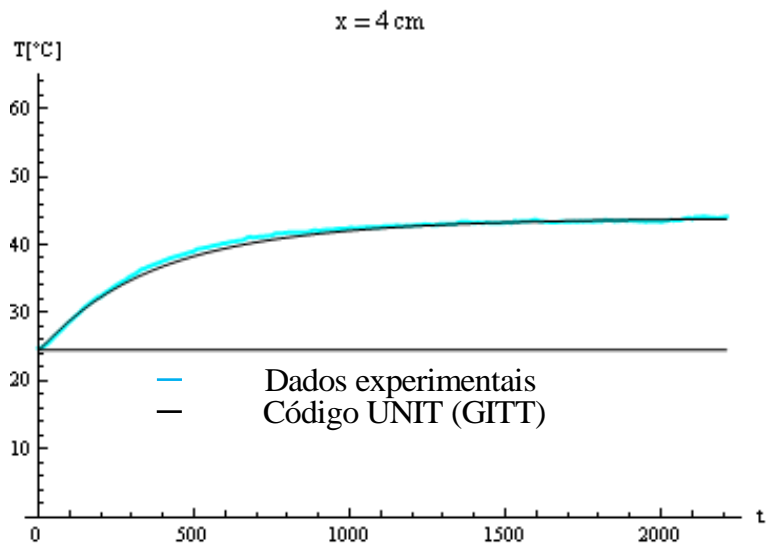


Figura 5.33b – Evolução da temperatura no tempo em  $x = 4 \text{ cm}$  para o caso de placa horizontal.

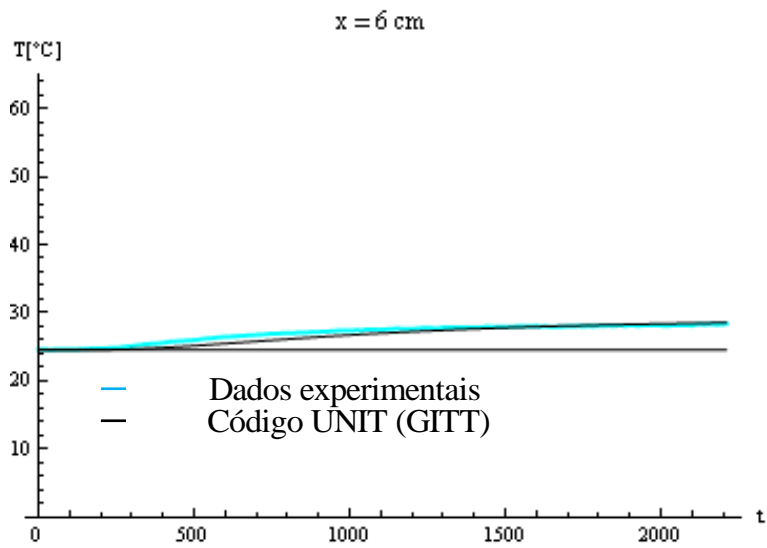


Figura 5.33c – Evolução da temperatura no tempo em  $x = 6 \text{ cm}$  para o caso de placa horizontal.

#### 5.5.4 Amostra de Heterogeneidade Controlada de Poliestireno: Espessura Crescente em $x$

Nas Tabelas 5.14a-c a seguir são apresentadas, para o caso de experimento de placa vertical com aquecimento superior com as placas de poliestireno de espessura variável, as estimativas obtidas com 99% de intervalo de confiança através de inferência Bayesiana com Cadeias de Markov via Monte Carlo (MCMC), onde foram considerados 120 mil estados no total, sendo os 40 mil primeiros desprezados para que se alcançasse o aquecimento das cadeias e os 80 mil estados restantes são então utilizados nas análises estatísticas. Nestas tabelas são também apresentadas as informações a priori fornecidas, onde  $N(\mu, \frac{\sigma}{\mu} \times 100\%)$  representa uma distribuição normal de média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$  e  $U(l_i, l_s, e_i)$  representa uma distribuição uniforme entre  $l_i$  e  $l_s$  com estimativa inicial  $e_i$ . Nas Figs. 5.34a,b são apresentadas as curvas estimadas de  $k(x)$  e  $w(x)$ , na Fig. 5.34c é apresentada a curva estimada para  $h(x)$  e na Fig. 5.34d é apresentada a variação no tempo estimada para o fluxo de calor aplicado. Nas Figs. 5.35a-c e 5.36a-c são apresentados os resultados obtidos a partir da solução do modelo unidimensional com o código UNIT utilizando as funções estimadas, em comparação com os dados experimentais. Nestes resultados se observa uma boa concordância entre as propriedades termofísicas estimadas e aquelas de referência da literatura e, ainda, uma boa concordância em relação a variação espacial que é determinada pela variação de espessura da placa. De acordo com as medições de espessura realizada, esperava-se  $\hat{k}(L_x)/\hat{k}(0) = \hat{w}(L_x)/\hat{w}(0) = 1.707$  e de acordo com as estimativas obtidas, temos:  $\hat{k}(L_x)/\hat{k}(0) = 1.698$  e  $\hat{w}(L_x)/\hat{w}(0) = 1.6912$ . Ainda, os resultados teóricos obtidos com os parâmetros estimados apresentam boa aderência com os resultados experimentais.

Tabela 5.14a – Estimativas das propriedades termofísicas para a amostra de poliestireno de heterogeneidade controlada com propriedades efetivas crescentes em  $x$  e experimento de placa vertical com aquecimento superior.

Parâmetro	Informação a priori	Estimado
$k_{x=0}$	$N(^a0.0678, 15\%)$	0.06484 [0.0619, 0.0678]
$k_{x=L_x}$	$N(^a0.116, 15\%)$	0.1101 [0.1071, 0.11131]
$\overline{k_1}$	$U(-1 \times 10^{-7}, 1 \times 10^{-7}, 0)$	$-1.1 \times 10^{-13}$ [ $-2.1 \times 10^{-13}$ , $-7.8 \times 10^{-14}$ ]
$w_{x=0}$	$N(^a8.2 \times 10^5, 15\%)$	$8.142 \times 10^5$ [ $8.140 \times 10^5$ , $8.145 \times 10^5$ ]
$w_{x=L_x}$	$N(^a1.4 \times 10^6, 15\%)$	$1.377 \times 10^6$ [ $1.373 \times 10^6$ , $1.38 \times 10^6$ ]
$\overline{w_1}$	$U(-1 \times 10^{-7}, 1 \times 10^{-7}, 0)$	$-1.5 \times 10^{-13}$ [ $-3.2 \times 10^{-13}$ , $-6.9 \times 10^{-14}$ ]

<sup>a</sup>Propriedades da literatura (Mark, 2007) e ajustadas pela espessura da placa (propriedades efetivas).

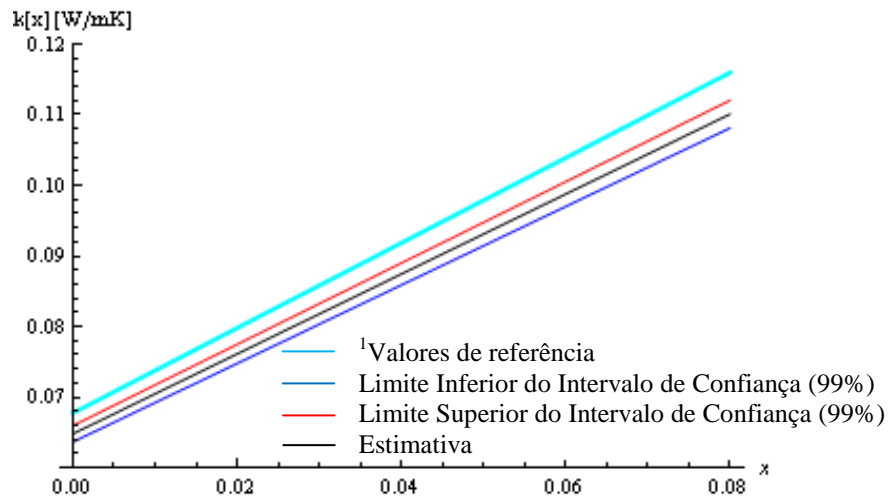
Tabela 5.14b – Estimativas do coeficiente de transferência de calor para a amostra de poliestireno de heterogeneidade controlada com propriedades efetivas crescentes em  $x$  e experimento de placa vertical com aquecimento superior.

Parâmetro	Informação a priori	Estimado
$h_{x=0}$	$U(8.259, 41.294, ^b17.1)$	19.103 [19.063, 19.143]
$h_{x=L_x}$	$U(0, 20.345, ^b5.8)$	8.291 [8.261, 8.321]
$\overline{h_1}$	$U(-18.112, 18.112, 0)$	-0.7371 [-0.7361, -0.7382]
$\overline{h_2}$	$U(-6.038, 6.038, 0)$	0.6756 [0.6746, 0.6766]
$\overline{h_3}$	$U(-4.528, 4.528, 0)$	-0.3965 [-0.3974, 0.3955]

<sup>b</sup>Valores médios obtidos com correlações para convecção natural em placa vertical adicionado do coeficiente de transferência de calor por radiação linearizado.

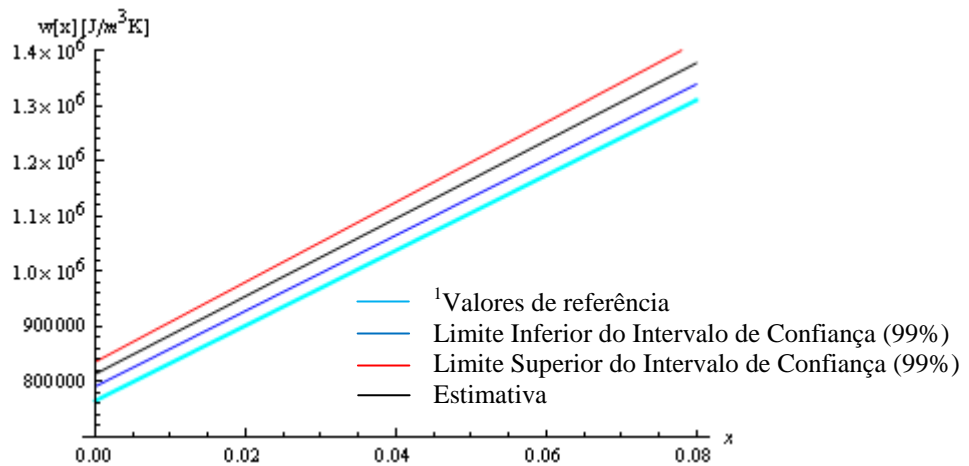
Tabela 5.14c – Estimativas do fluxo de calor aplicado para a amostra de poliestireno de heterogeneidade controlada com propriedades efetivas crescentes em  $x$  e experimento de placa vertical com aquecimento superior.

Parâmetro	Informação a priori	Estimado
$a$	$U(0, 1, 0.5)$	0.2617 [0.2615, 0.2620]
$b$	$U(0, 0.1, 0.01)$	0.003807 [0.003806, 0.003808]
$c$	$U(0, 1, 1)$	0.9997 [0.9996, 0.9998]



<sup>1</sup>Valores de referência da literatura e variação de espessura medida no micrômetro.

Figura 5.34a – Estimativa de  $k(x)$ .



<sup>1</sup>Valores de referência da literatura e variação de espessura medida no micrômetro.

Figura 5.34b – Estimativa para  $w(x)$

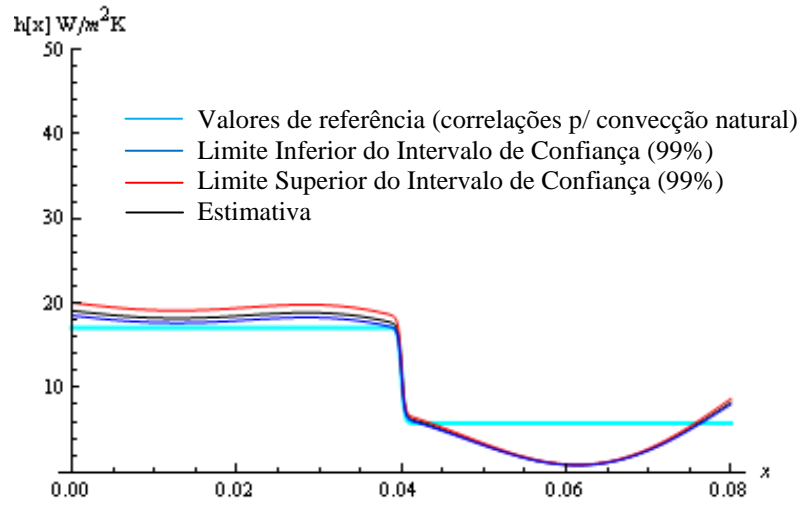


Figura 5.34c – Estimativa para  $h(x)$

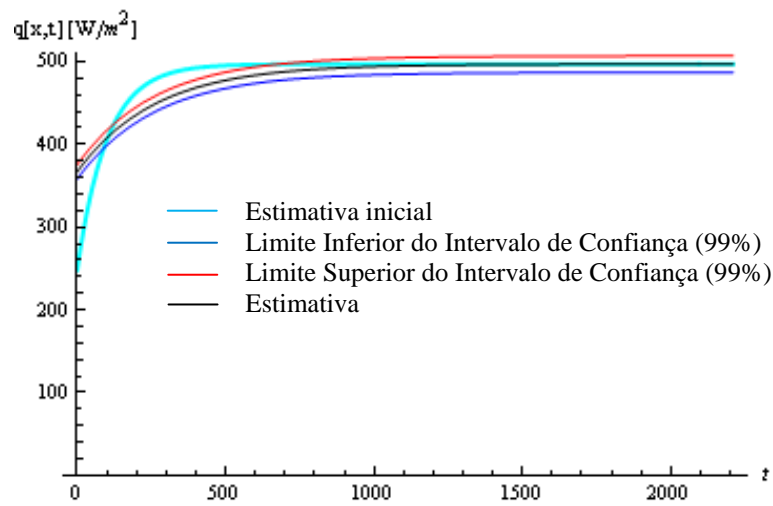


Figura 5.34d– Estimativa para  $q_w(0 < x < x_{CONT}, t)$

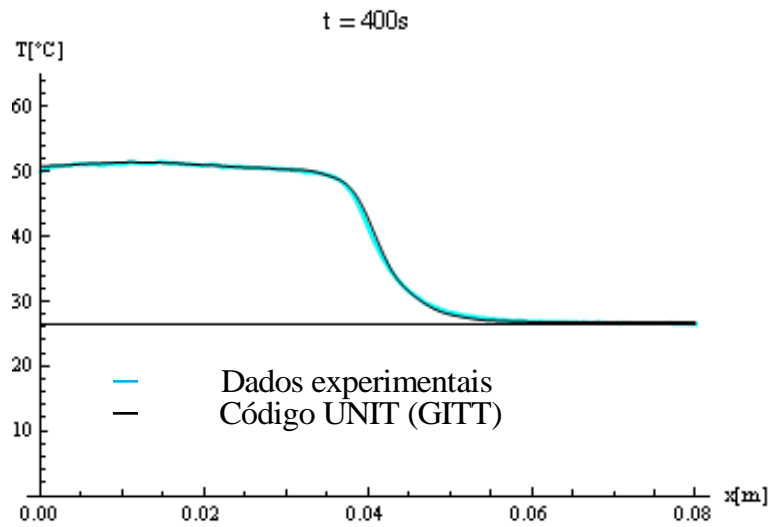


Figura 5.35a - Caso: placa vertical com aquecimento superior – poliestireno de espessura crescente. Distribuição vertical da temperatura em  $t = 400$  segundos.

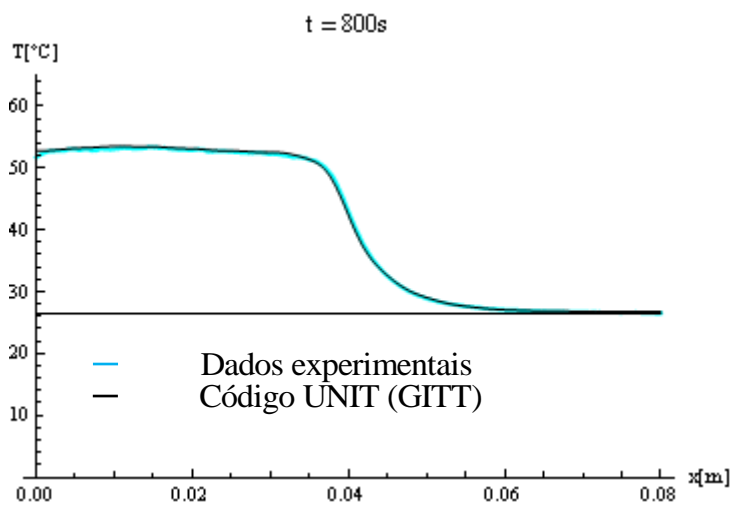


Figura 5.35b - Caso: placa vertical com aquecimento superior – poliestireno de espessura crescente. Distribuição vertical da temperatura em  $t = 800$  segundos.

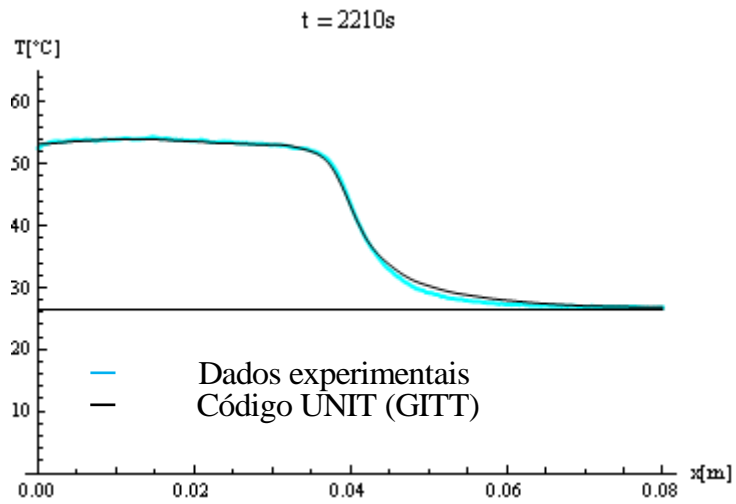


Figura 5.35c - Caso: placa vertical com aquecimento superior – poliestireno de espessura crescente. Distribuição vertical da temperatura em  $t = 2210$  segundos.

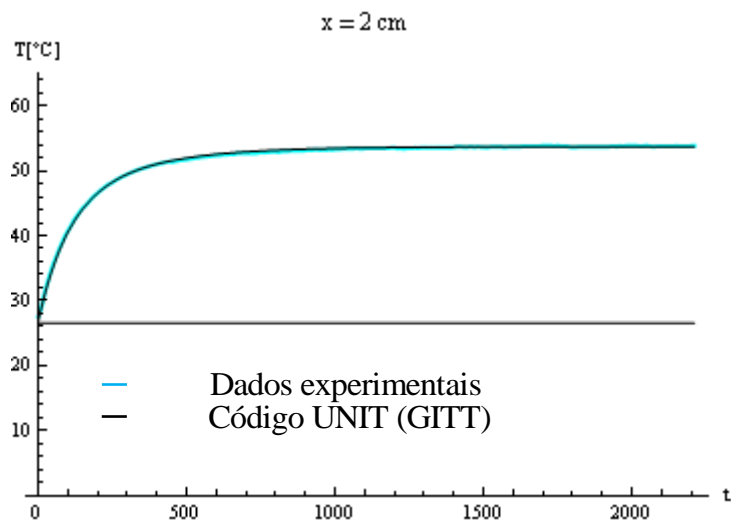


Figura 5.36a – Caso: placa vertical com aquecimento superior – poliestireno de espessura crescente. Evolução da temperatura no tempo em  $x = 2 \text{ cm}$ .

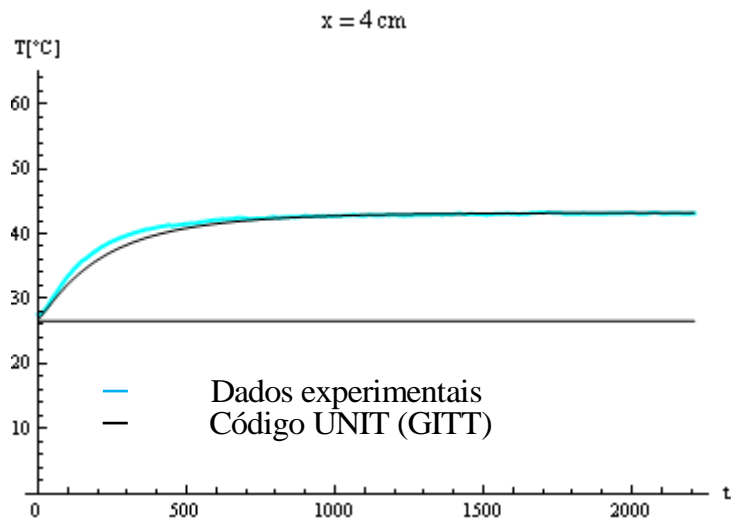


Figura 5.36b – Caso: placa vertical com aquecimento superior – poliestireno de espessura crescente. Evolução da temperatura no tempo em  $x = 4$  cm.

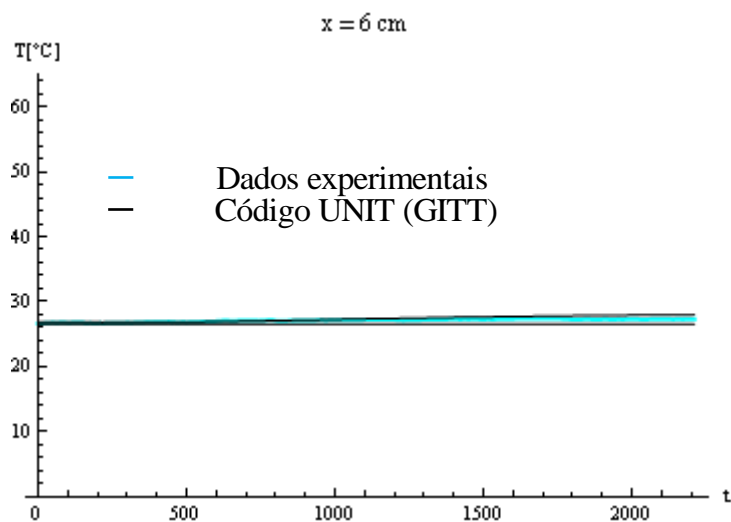


Figura 5.36c – Caso: placa vertical com aquecimento superior – poliestireno de espessura crescente. Evolução da temperatura no tempo em  $x = 6$  cm.

### 5.5.5 Amostra de Heterogeneidade Controlada de Poliestireno: Espessura Decrescente em $x$

Nas Tabelas 5.15a-c a seguir são apresentadas, para o caso de experimento de placa vertical com aquecimento superior com as placas de poliestireno de espessura variável – Figs 4.10a,b – (decrecente em  $x$ ), as estimativas obtidas com 99% de



intervalo de confiança através de inferência Bayesiana com Cadeias de Markov via Monte Carlo (MCMC), onde foram considerados 120 mil estados no total, sendo os 40 mil primeiros desprezados para o aquecimento das cadeias e os 80 mil estados restantes são então utilizados nas análises estatísticas. Nas Figs. 5.37a,b são apresentadas as curvas estimadas de  $k(x)$  e  $w(x)$ , na Fig. 5.37c é apresentada a curva estimada para  $h(x)$  e na Fig. 5.37d é apresentada a variação no tempo estimada para o fluxo de calor aplicado. Nas Figs. 5.38a-c e 5.39a-c são apresentados os resultados obtidos a partir da solução do modelo unidimensional com o código UNIT utilizando os valores estimados, em comparação com os dados experimentais. Também neste caso se observa uma boa concordância entre as propriedades termofísicas estimadas e aquelas de referência da literatura e ainda uma boa concordância em relação à variação espacial que é determinada pela variação de espessura da placa. De acordo com as medições de espessura realizada, esperava-se  $\hat{k}(0)/\hat{k}(L_x) = \hat{w}(0)/\hat{w}(L_x) = 1.707$  e de acordo com as estimativas obtidas, temos:  $\hat{k}(0)/\hat{k}(L_x) = 1.685$  e  $\hat{w}(0)/\hat{w}(L_x) = 1.683$ . Ainda, os resultados teóricos obtidos com os parâmetros estimados apresentam ótima aderência com os resultados experimentais.

Tabela 5.15a – Estimativas das propriedades termofísicas para a amostra de poliestireno de heterogeneidade controlada com propriedades efetivas decrescentes em  $x$  e experimento de placa vertical com aquecimento superior.

Parâmetro	Informação a priori	Estimado
$k_{x=0}$	$N(^a0.116, 15\%)$	0.1122 [0.1092, 0.1152]
$k_{x=L_x}$	$N(^a0.0678, 15\%)$	0.06655 [0.06361, 0.06951]
$\overline{k_1}$	$U(-1 \times 10^{-7}, 1 \times 10^{-7}, 0)$	$-2.0 \times 10^{-12}$ [ $-8.7 \times 10^{-12}$ , $4.6 \times 10^{-12}$ ]
$w_{x=0}$	$N(1.4 \times 10^{6a}, 15\%)$	$1.277 \times 10^6$ [ $1.272 \times 10^6$ , $1.281 \times 10^6$ ]
$w_{x=L_x}$	$N(^a8.2 \times 10^5, 15\%)$	$7.588 \times 10^5$ [ $7.584 \times 10^5$ , $7.592 \times 10^5$ ]
$\overline{w_1}$	$U(-1 \times 10^{-7}, 1 \times 10^{-7}, 0)$	$-3.2 \times 10^{-13}$ [ $-4.9 \times 10^{-13}$ , $-1.0 \times 10^{-14}$ ]

<sup>a</sup>Propriedades da literatura (Mark, 2007) e ajustadas pela espessura da placa (propriedades efetivas).

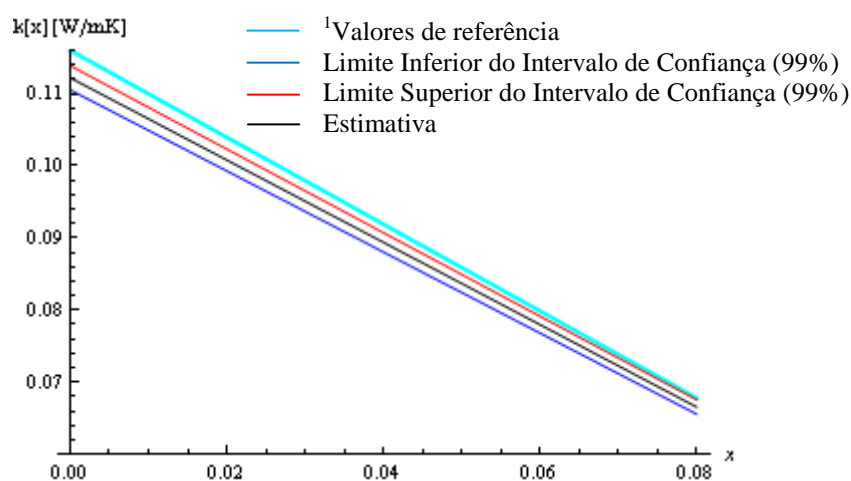
Tabela 5.15b – Estimativas do coeficiente de transferência de calor para a amostra de poliestireno de heterogeneidade controlada com propriedades efetivas decrescentes em  $x$  e experimento de placa vertical com aquecimento superior.

Parâmetro	Informação a priori	Estimado
$h_{x=0}$	U(8.259, 41.294, <sup>b</sup> 17.1)	19.487 [19.451, 19.523]
$h_{x=L_x}$	U(0, 20.345, <sup>b</sup> 5.8)	7.103 [7.065, 7.139]
$\bar{h}_1$	U(-18.112, 18.112, 0)	-0.4071 [-0.4087, -0.4055]
$\bar{h}_2$	U(-6.038, 6.038, 0)	0.1982 [0.1965, 0.1999]
$\bar{h}_3$	U(-4.528, 4.528, 0)	-0.1013 [-0.1026, -0.0999]

<sup>b</sup>Valores médios obtidos com correlações para convecção natural em placa vertical adicionado do coeficiente de transferência de calor por radiação linearizado.

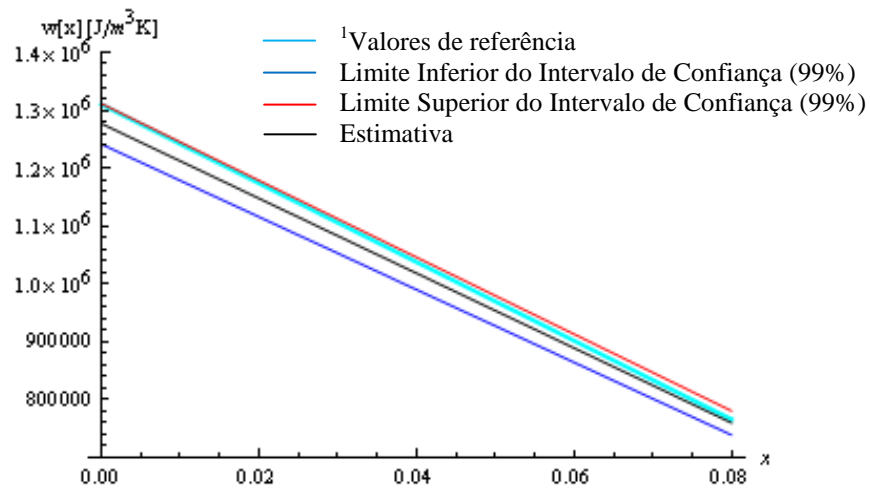
Tabela 5.15c – Estimativas do fluxo de calor aplicado para a amostra de poliestireno de heterogeneidade controlada com propriedades efetivas decrescentes em  $x$  e experimento de placa vertical com aquecimento superior.

Parâmetro	Informação a priori	Estimado
$a$	U(0, 1, 0.5)	0.2823 [0.2773, 0.2873]
$b$	U(0, 0.1, 0.01)	0.003847 [0.003845, 0.003849]
$c$	U(0, 1, 1)	0.9810 [0.9809, 0.9811]



<sup>1</sup>Valores de referência da literatura e variação de espessura medida.

Figura 5.37a – Estimativa de  $k(x)$



$^1$ Valores de referência da literatura e variação de espessura medida.

Figura 5.37b – Estimativa para  $w(x)$

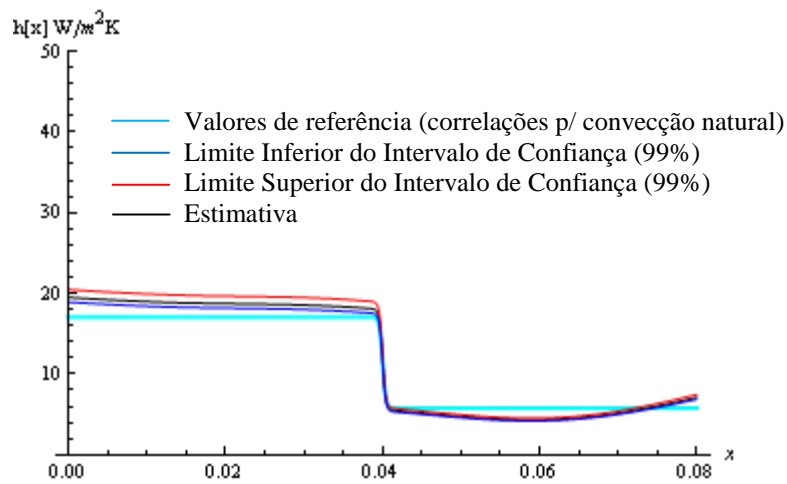


Figura 5.37c – Estimativa para  $h(x)$

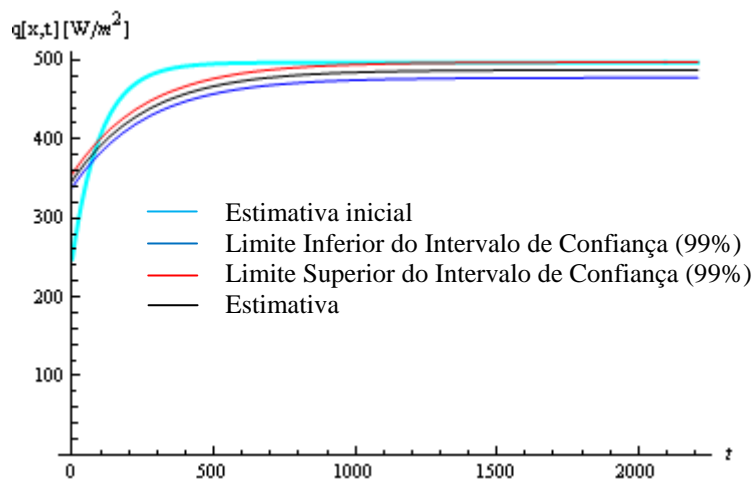


Figura 5.37d – Estimativa para  $q_w(0 < x < x_{CONT}, t)$

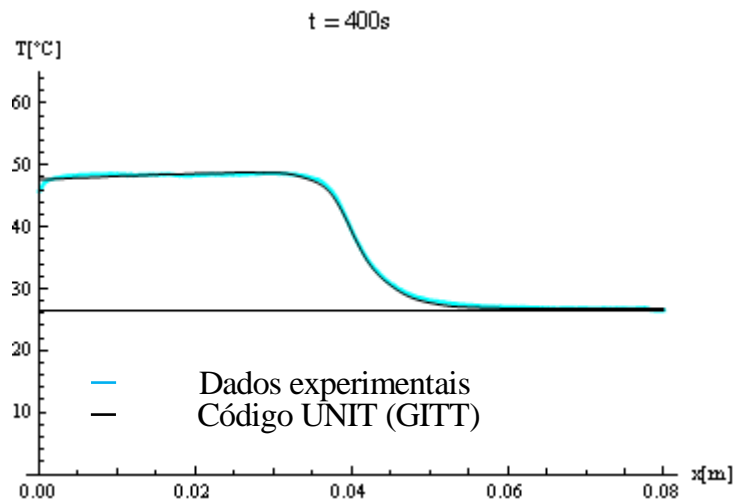


Figura 5.38a - Caso: placa vertical com aquecimento superior – poliestireno de espessura decrescente. Distribuição vertical da temperatura em  $t = 400$  segundos.

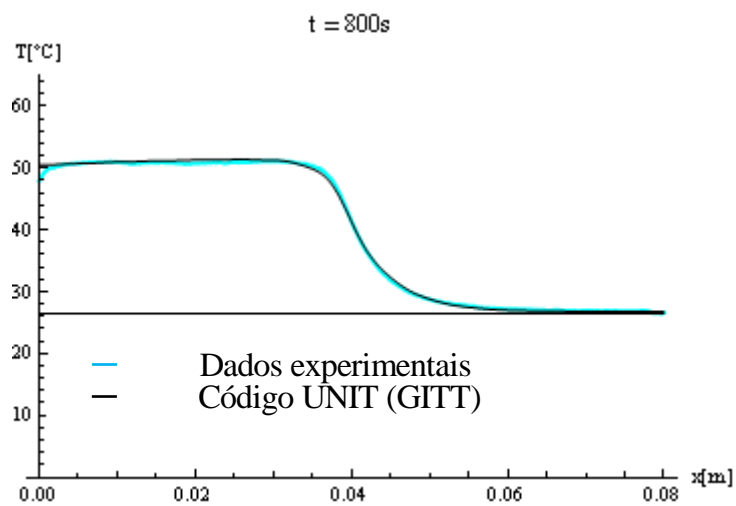


Figura 5.38b - Caso: placa vertical com aquecimento superior – poliestireno de espessura decrescente. Distribuição vertical da temperatura em  $t = 800$  segundos.

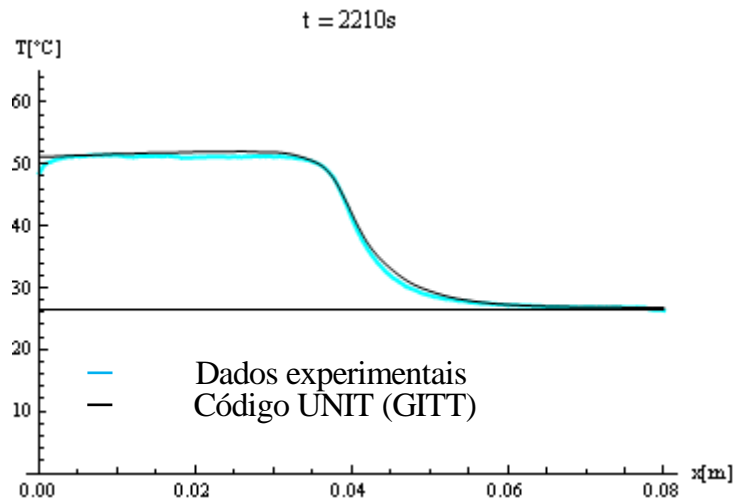


Figura 5.38c - Caso: placa vertical com aquecimento superior – poliestireno de espessura decrescente. Distribuição vertical da temperatura em  $t = 2210$  segundos.

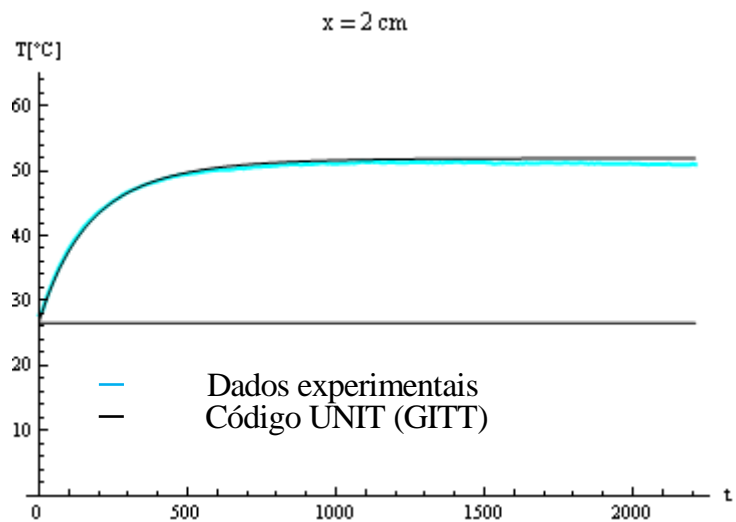


Figura 5.39a – Caso: placa vertical com aquecimento superior – poliestireno de espessura decrescente. Evolução da temperatura no tempo em  $x = 2$  cm.

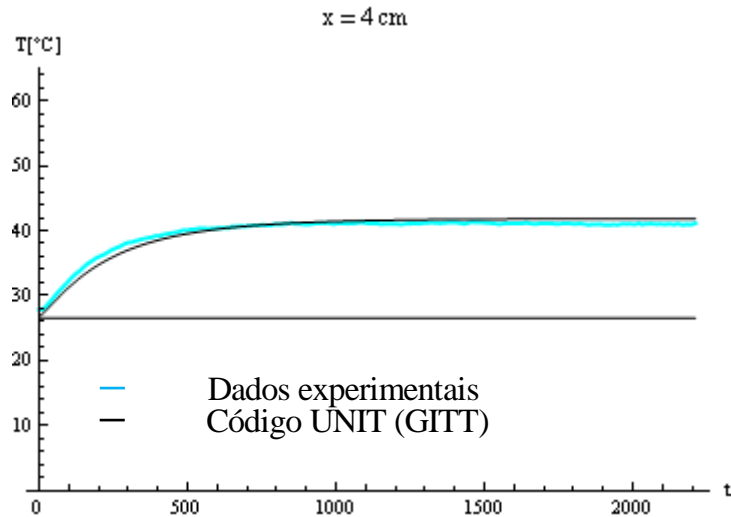


Figura 5.39b – Caso: placa vertical com aquecimento superior – poliestireno de espessura decrescente. Evolução da temperatura no tempo em  $x = 4$  cm.

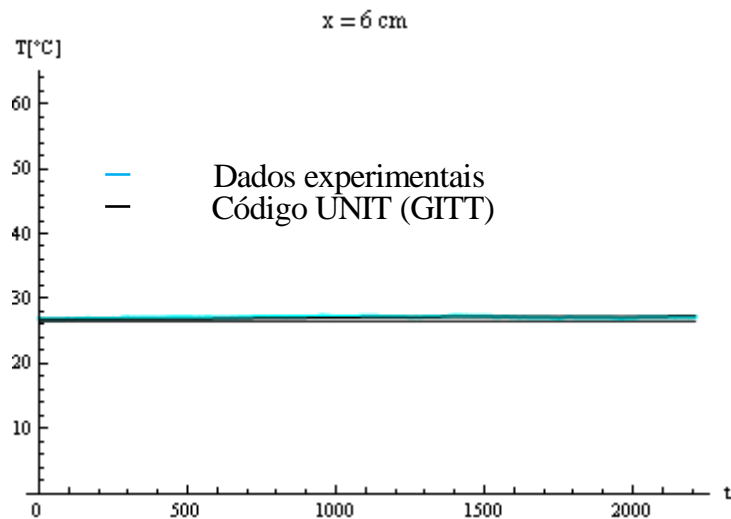


Figura 5.39c – Caso: placa vertical com aquecimento superior – poliestireno de espessura decrescente. Evolução da temperatura no tempo em  $x = 6$  cm.

## 5.6 NANOCOMPÓSITO DE ALUMINA/POLIÉSTER

Nesta seção, como ilustração de aplicação das metodologias abordadas neste trabalho, são relatados experimentos e simulações realizados a partir de amostras de um nanocompósito de nanopartículas de óxido de alumínio (alumina),  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , dispersas em uma matriz de poliéster. A amostra de nanocompósito é primeiro caracterizada

termicamente, a partir da termografia por infravermelho e o procedimento de solução do problema inverso, e então é realizado um experimento que pode ser modelado como um processo de condução de calor bidimensional transiente, simulando a instalação de um componente eletrônico diretamente sobre um substrato deste nanocompósito, que neste exemplo ilustra um *heat spreader*.

### 5.6.1 Caracterização Térmica do Nanocompósito: Aquecimento na Região onde se Encontra a Interface

Devido a dificuldade de se fabricar duas peças idênticas, o que é importante na consideração de simetria, neste experimento foi utilizada uma única placa de nanocompósito, sendo então o “sanduíche” fechado com um isolamento de lã de vidro e uma placa de resina pura. Neste caso o parâmetro  $c$  em  $f(t)$  representa então uma estimativa da fração do fluxo que efetivamente foi aplicado no nanocompósito, não considerando a parcela perdida para o isolamento. Nesta seção são apresentados os resultados referentes ao experimento de placa plana com aquecimento superior onde na porção aquecida se encontra a interface dos materiais, como esquematicamente representado na Fig. 5.40.

Nas Tabelas 5.16a-c a seguir são apresentadas as estimativas obtidas com 99% de intervalo de confiança através de inferência Bayesiana com Cadeias de Markov via Monte Carlo (MCMC), onde foram considerados 120 mil estados no total, sendo os 40 mil primeiros para aquecimento das cadeias e os 80 mil estados restantes são então utilizados nas análises estatísticas. Nestas tabelas são também apresentadas as informações a priori fornecidas, onde  $N(\mu, \frac{\sigma}{\mu} \times 100\%)$  representa uma distribuição normal de média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$  e  $U(l_i, l_s, e_i)$  representa uma distribuição uniforme entre  $l_i$  e  $l_s$  com estimativa inicial  $e_i$ . Para as expansões das propriedades termofísicas foi considerado como filtro um degrau (transição abrupta) na região onde visualmente se observa a interface dos materiais. Observa-se, de acordo com a estimativa do parâmetro  $c$ , que 34% do fluxo de calor aplicado pela resistência é perdido para o isolamento em regime permanente.

Nas Figs. 5.41a,b são apresentadas as curvas estimadas de  $k(x)$  e  $w(x)$ , apresentando razoável concordância com os valores esperados. Na Fig. 5.41c é

apresentada a curva estimada para  $h(x)$  e na Fig. 5.41d é apresentada a variação no tempo estimada para o fluxo de calor aplicado.

Nas Figs. 5.42a-c e 5.43a-c são apresentados os resultados obtidos a partir da solução do modelo unidimensional com o código UNIT utilizando os valores estimados, comparada com os dados experimentais, onde se observa uma boa aderência entre as curvas. Na Tabela 5.17 é apresentada a convergência da expansão da temperatura, onde pode ser observada uma convergência de pelo menos quatro dígitos significativos.

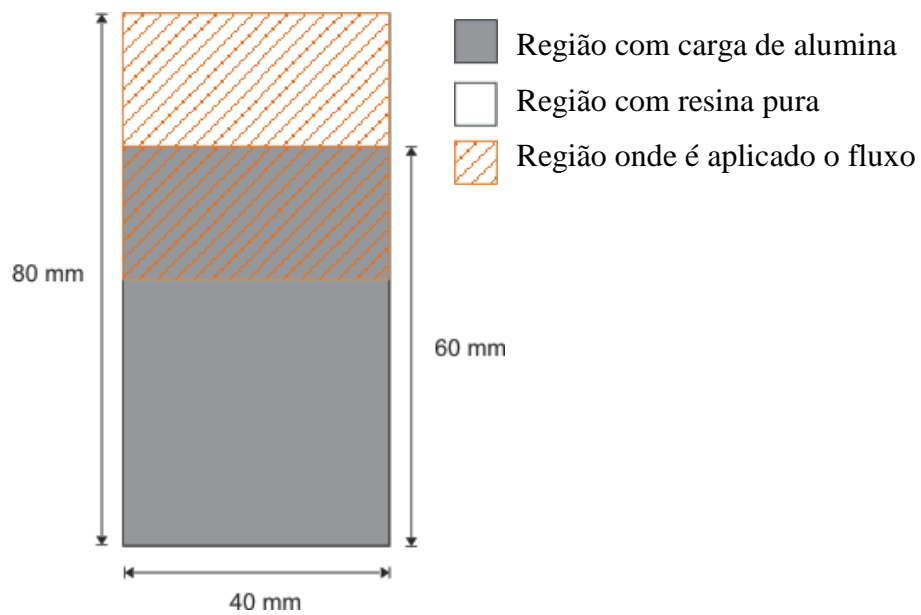


Figura 5.40 – Representação esquemática da configuração experimental

Tabela 5.16a – Estimativas das propriedades termofísicas para a amostra de nanocompósito – experimento realizado com aquecimento na região onde se encontra a interface.

Parâmetro	Informação a priori	Estimado
$k_{x=0}$	$N(^a0.16, 15\%)$	0.1617 [0.1605, 0.1629]
$k_{x=L_x}$	$N(^a0.193, 15\%)$	0.2042 [0.2022, 0.2062]
$\bar{k}_1$	$U(-1 \times 10^{-6}, 1 \times 10^{-6}, 0)$	$1.4 \times 10^{-10}$ [ $1.1 \times 10^{-10}$ , $1.66 \times 10^{-10}$ ]
$w_{x=0}$	$N(^a1.595 \times 10^6, 15\%)$	$1.59 \times 10^6$ [ $1.58 \times 10^6$ , $1.6 \times 10^6$ ]
$w_{x=L_x}$	$N(^a1.736 \times 10^6, 15\%)$	$1.760 \times 10^6$ [ $1.758 \times 10^6$ , $1.763 \times 10^6$ ]
$\bar{w}_1$	$U(-10.0, 10.0, 0)$	$6.8 \times 10^{-3}$ [ $3.8 \times 10^{-3}$ , $9.8 \times 10^{-3}$ ]

<sup>a</sup>Valores da literatura (Mark, 2007; Lewis & Nielsen, 1970)



Tabela 5.16b – Estimativas do coeficiente de transferência de calor para a amostra de nanocompósito – experimento realizado com aquecimento na região onde se encontra a interface.

Parâmetro	Informação a priori	Estimado
$h_{x=0}$	U(8.259, 41.294, <sup>b</sup> 17.1)	15.04 [15.01, 15.07]
$h_{x=L_x}$	U(0, 20.345, <sup>b</sup> 5.8)	11.63 [11.6, 11.67]
$\bar{h}_1$	U(-18.112, 18.112, 0)	-0.236 [-0.241, -0.232]
$\bar{h}_2$	U(-6.038, 6.038, 0)	0.688 [0.681, 0.697]
$\bar{h}_3$	U(-4.528, 4.528, 0)	-0.045 [-0.047, -0.044]

<sup>b</sup>Valores médios obtidos com correlações para convecção natural em placa vertical adicionado do coeficiente de transferência de calor por radiação linearizado.

Tabela 5.16c – Estimativas para o fluxo de calor aplicado para a amostra de nanocompósito – experimento realizado com aquecimento na região onde se encontra a interface.

Parâmetro	Informação a priori	Estimado
$a$	U(0, 1, 0.5)	0.19 [0.188, 0.192]
$b$	U(0, 0.1, 0.01)	0.003319 [0.003314, 0.003324]
$c$	U(0, 1, 1)	0.66 [0.658, 0.661]

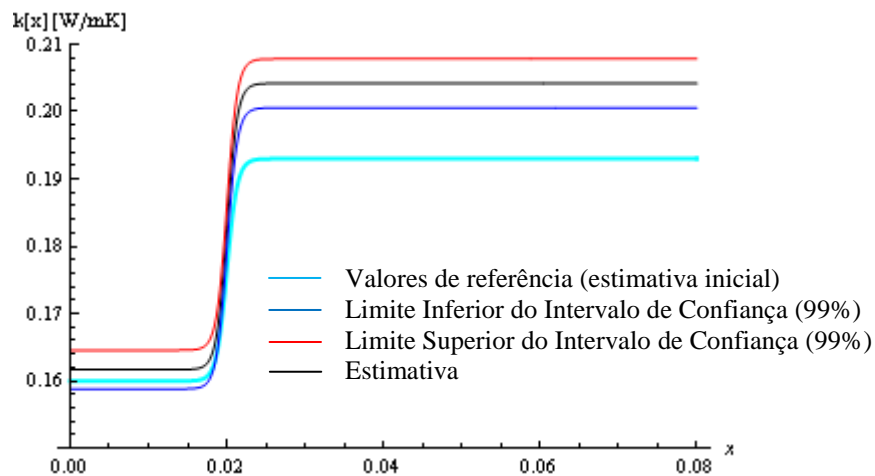


Figura 5.41a – Estimativa de  $k(x)$ .

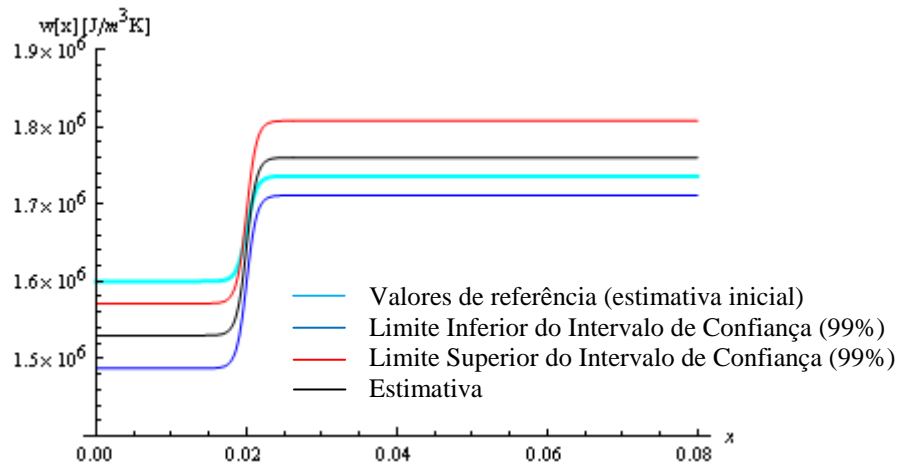


Figura 5.41b – Estimativa para  $w(x)$

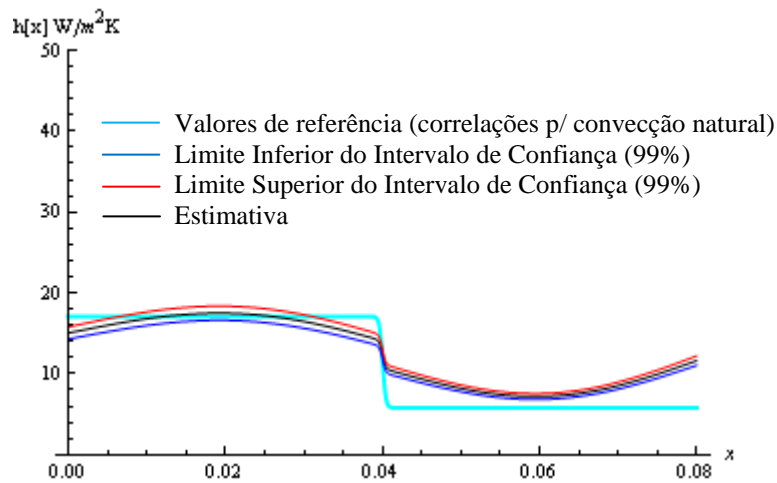


Figura 5.41c – Estimativa para  $h(x)$

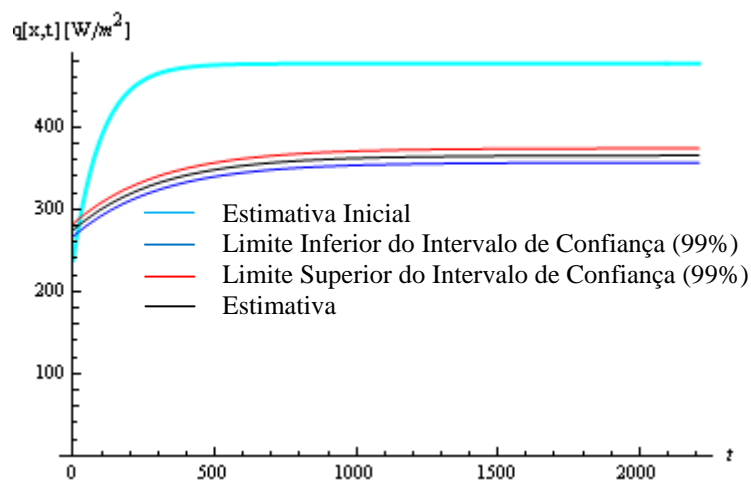


Figura 5.41d– Estimativa para  $q_w(0 < x < x_{CONT}, t)$

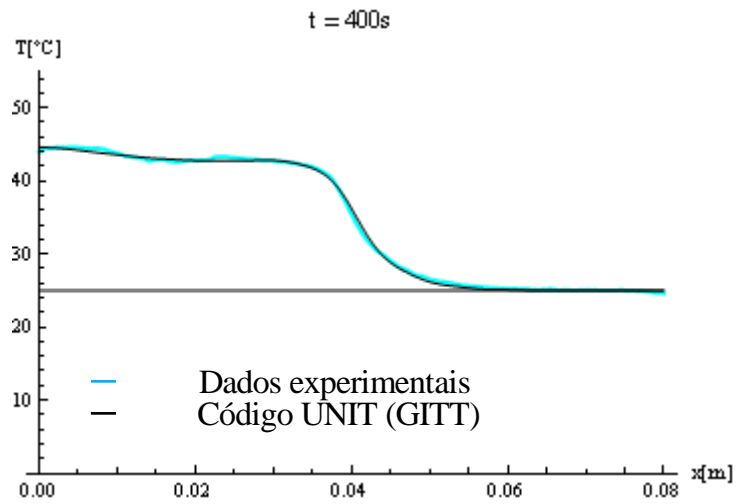


Figura 5.42a - Distribuição vertical da temperatura em  $t = 400$  segundos. Experimento realizado com aquecimento na região onde se encontra a interface.

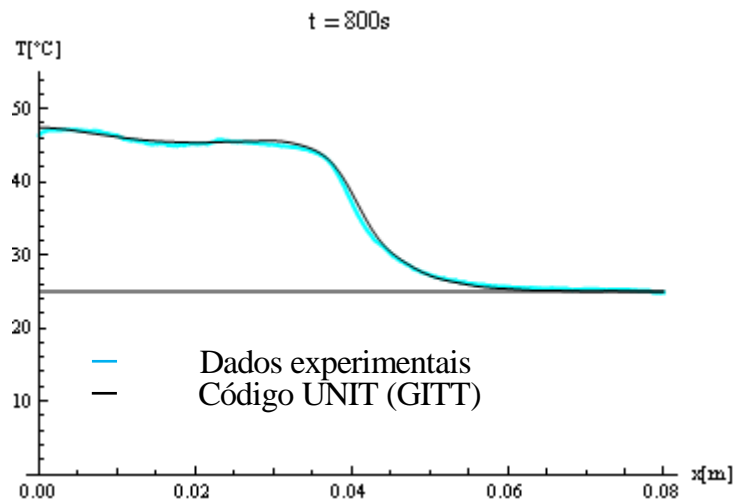


Figura 5.42b - Distribuição vertical da temperatura em  $t = 800$  segundos. Experimento realizado com aquecimento na região onde se encontra a interface.

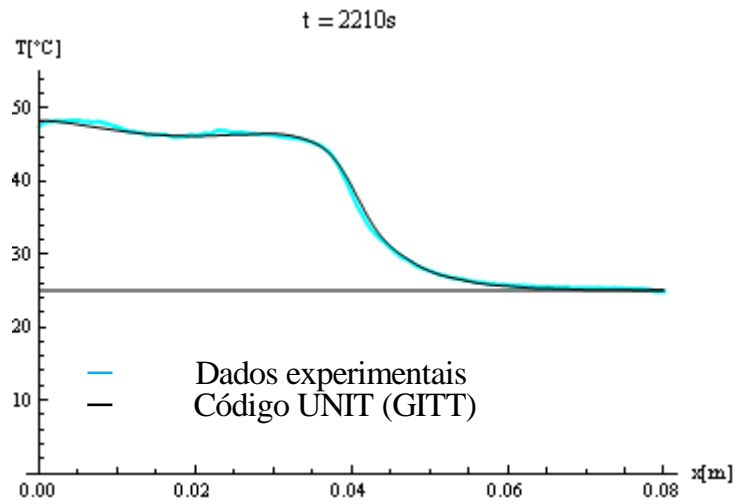


Figura 5.42c - Distribuição vertical da temperatura em  $t = 2210$  segundos. Experimento realizado com aquecimento na região onde se encontra a interface.

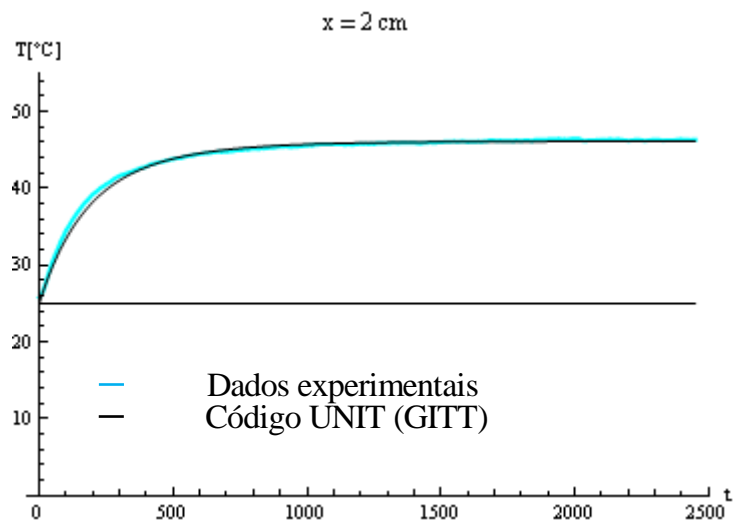


Figura 5.43a – Evolução da temperatura no tempo em  $x = 2$  cm. Experimento realizado com aquecimento na região onde se encontra a interface.

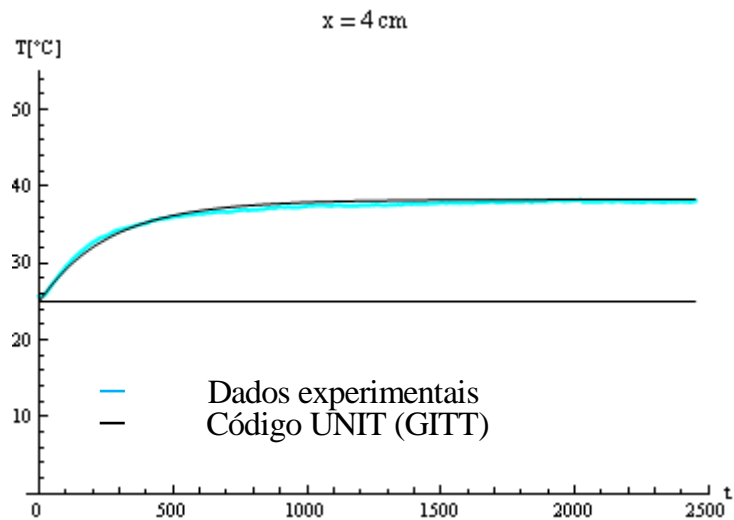


Figura 5.43b – Evolução da temperatura no tempo em  $x = 4 \text{ cm}$ . Experimento realizado com aquecimento na região onde se encontra a interface.

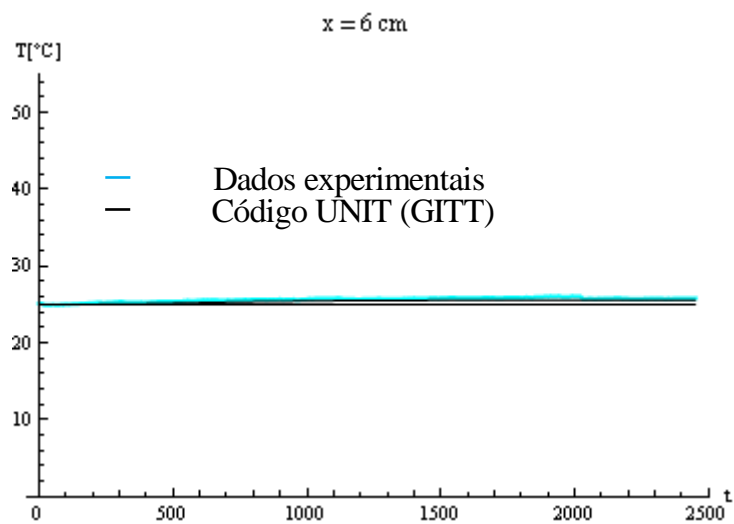


Figura 5.43c – Evolução da temperatura no tempo em  $x = 6 \text{ cm}$ . Experimento realizado com aquecimento na região onde se encontra a interface.

Tabela 5.17 – Convergência da expansão da temperatura para o caso com aquecimento na região onde se encontra a interface.

Ordem de truncamento	$T(x,t)$ [°C]			$T(x,t)$ [°C]		
	$t = 200s$			$t = 400s$		
	$x = 0.2$	$x = 0.4$	$x = 0.6$	$x = 0.2$	$x = 0.4$	$x = 0.6$
$N = 65$	38.8096	33.0813	25.0087	43.1239	36.3232	25.0986
$N = 60$	38.8062	33.0768	25.0024	43.1198	36.3196	25.0919
$N = 55$	38.7940	33.0534	25.0280	43.1072	36.2929	25.1188
$N = 50$	38.8486	33.0199	24.9839	43.1636	36.2574	25.0728
$N = 45$	38.8126	32.9856	24.9774	43.1215	36.2178	25.0663

### 5.6.2 Caracterização Térmica do Nanocompósito: Aquecimento na Região Totalmente Carregada com Alumina

Nesta seção são apresentados os resultados referentes ao experimento de placa plana com aquecimento superior onde na metade aquecida se encontra apenas a porção carregada com alumina, como esquematicamente representado na Fig. 5.44. Novamente foi utilizada uma única placa de nanocompósito, a mesma do caso anterior, sendo então o “sanduíche” fechado com um isolamento de lã de vidro e uma placa de resina pura. Neste caso o parâmetro  $c$  em  $f(t)$  representa então uma estimativa da fração do fluxo que efetivamente foi aplicado no nanocompósito.

Nas Tabelas 5.18a-c a seguir são apresentadas as estimativas obtidas com 99% de intervalo de confiança através de inferência Bayesiana com Cadeias de Markov via Monte Carlo (MCMC), onde foram considerados 120 mil estados no total, sendo os 40 mil primeiros referentes ao aquecimento das cadeias e os 80 mil estados restantes são então utilizados nas análises estatísticas. Para as expansões das propriedades termofísicas foi considerado como filtro um degrau (transição abrupta) na região onde visualmente se observa a interface dos materiais.

Nas Figs. 5.45a,b são apresentadas as curvas estimadas de  $k(x)$  e  $w(x)$ , na Fig. 5.45c é apresentada a curva estimada para  $h(x)$  e na Fig. 5.45d é apresentada a variação estimada no tempo para o fluxo de calor aplicado. Nestes resultados fica evidente a boa concordância com o caso anterior para as estimativas obtidas para a região de resina

com carga de alumina. A concordância não é boa para a porção de resina pura, entre 6 e 8 cm, o que era esperado, já que esta região praticamente não sofre variação de temperatura (Figs. 5.46a-c), denunciando uma evidente falta de sensibilidade em relação aos parâmetros sendo estimados nesta região. Outra observação importante diz respeito ao parâmetro  $c$ , que indica uma perda de 34.6% para o isolamento, em boa concordância com a estimativa de 34% do caso anterior.

Nas Figs. 5.46a-c e 5.47a-c são apresentados os resultados obtidos a partir da solução do modelo unidimensional com o código UNIT utilizando os valores estimados, em comparação com os dados experimentais, onde se observa uma boa aderência entre as curvas. Na Tabela 5.19 é apresentada a convergência da expansão da temperatura, onde pode ser observada uma convergência de pelo menos quatro dígitos significativos.

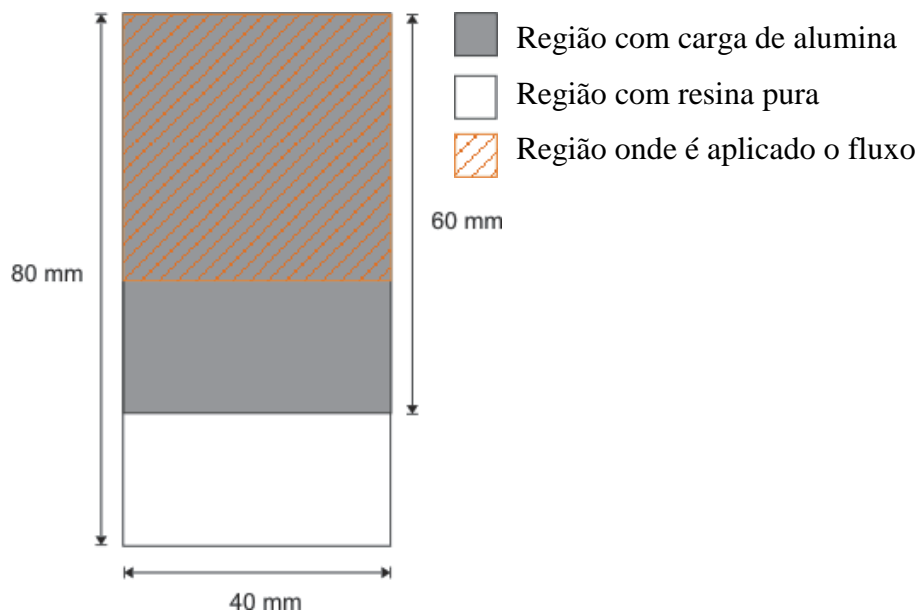


Figura 5.44 – Representação esquemática da configuração experimental

Tabela 5.18a – Estimativas das propriedades termofísicas para a amostra de nanocompósito – experimento realizado com aquecimento apenas na região carregada com alumina.

Parâmetro	Informação a priori	Estimado
$k_{x=0}$	$N(^a0.193, 15\%)$	0.2025 [0.1995, 0.2055]
$k_{x=L_x}$	$N(^a0.16, 15\%)$	0.1486 [0.1466, 0.1506]
$\bar{k}_1$	$U(-1 \times 10^{-6}, 1 \times 10^{-6}, 0)$	$9.7 \times 10^{-10}$ [ $9.2 \times 10^{-10}$ , $1.02 \times 10^{-9}$ ]
$w_{x=0}$	$N(^a1.736 \times 10^6, 15\%)$	$1.743 \times 10^6$ [ $1.738 \times 10^6$ , $1.748 \times 10^6$ ]
$w_{x=L_x}$	$N(^a1.595 \times 10^6, 15\%)$	$1.529 \times 10^6$ [ $1.526 \times 10^6$ , $1.532 \times 10^6$ ]
$\bar{w}_1$	$U(-10.0, 10.0, 0)$	$5.6 \times 10^{-3}$ [ $2.6 \times 10^{-3}$ , $8.6 \times 10^{-3}$ ]

<sup>a</sup>Valores da literatura (Mark, 2007; Lewis & Nielsen, 1970)

Tabela 5.18b – Estimativas do coeficiente de transferência de calor para a amostra de nanocompósito – experimento realizado com aquecimento apenas na região carregada com alumina.

Parâmetro	Informação a priori	Estimado
$h_{x=0}$	$U(8.259, 41.294, ^b17.1)$	17.326 [17.30, 17.36]
$h_{x=L_x}$	$U(0, 20.345, ^b5.8)$	14.68 [14.65, 14.72]
$\bar{h}_1$	$U(-18.112, 18.112, 0)$	-1.177 [-1.182, -1.173]
$\bar{h}_2$	$U(-6.038, 6.038, 0)$	1.065 [1.045, 1.085]
$\bar{h}_3$	$U(-4.528, 4.528, 0)$	-0.518 [-0.526, -0.510]

<sup>b</sup>Valores médios obtidos com correlações para convecção natural em placa vertical adicionado do coeficiente de transferência de calor por radiação linearizado.

Tabela 5.18c – Estimativas para o fluxo de calor aplicado para a amostra de nanocompósito – experimento realizado com aquecimento apenas na região carregada com alumina.

Parâmetro	Informação a priori	Estimado
$a$	$U(0, 1, 0.5)$	0.2108 [0.2081, 0.2135]
$b$	$U(0, 0.1, 0.01)$	0.005389 [0.005365, 0.005413]
$c$	$U(0, 1, 1)$	0.654 [0.652, 0.656]



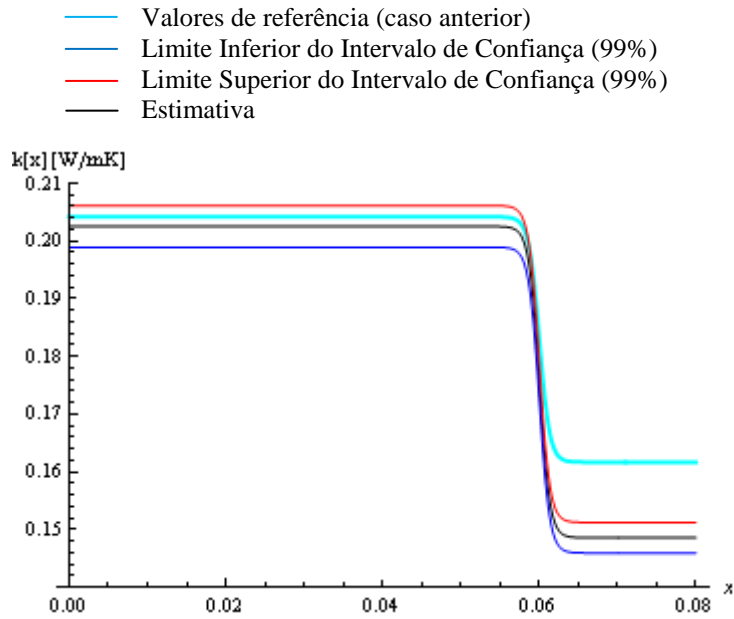


Figura 5.45a – Estimativa de  $k(x)$ .

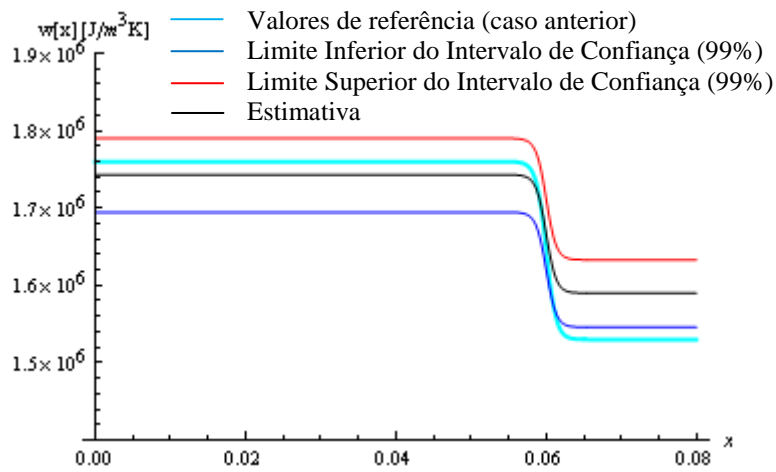


Figura 5.45b – Estimativa para  $w(x)$

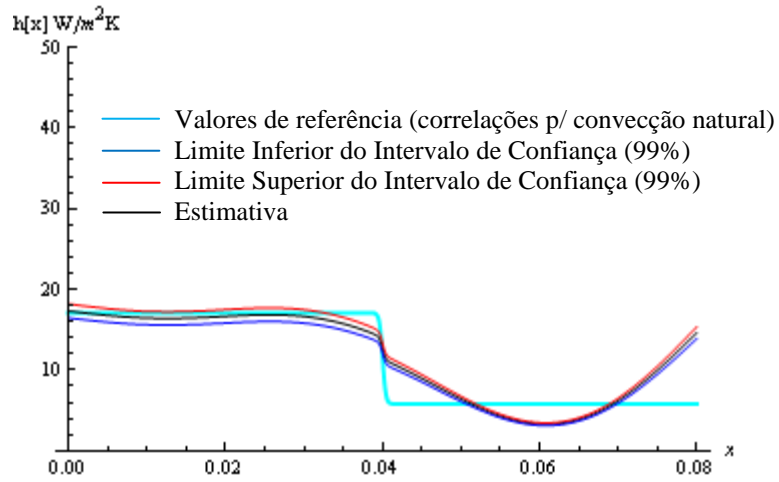


Figura 5.45c – Estimativa para  $h(x)$

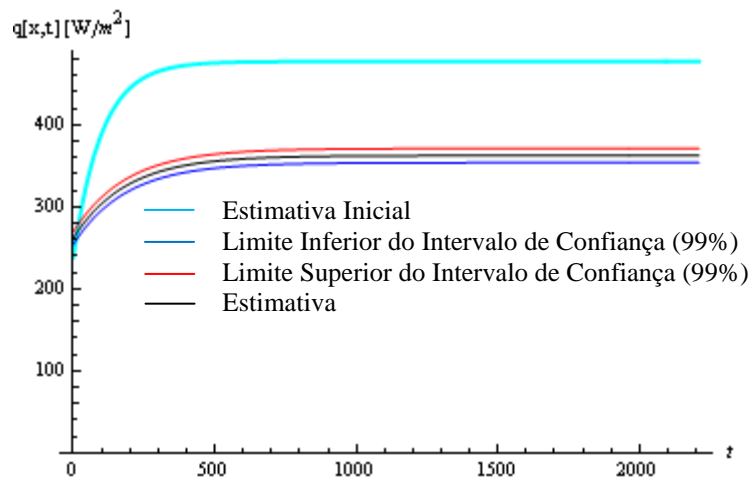


Figura 5.45d– Estimativa para  $q_w(0 < x < x_{CONT}, t)$

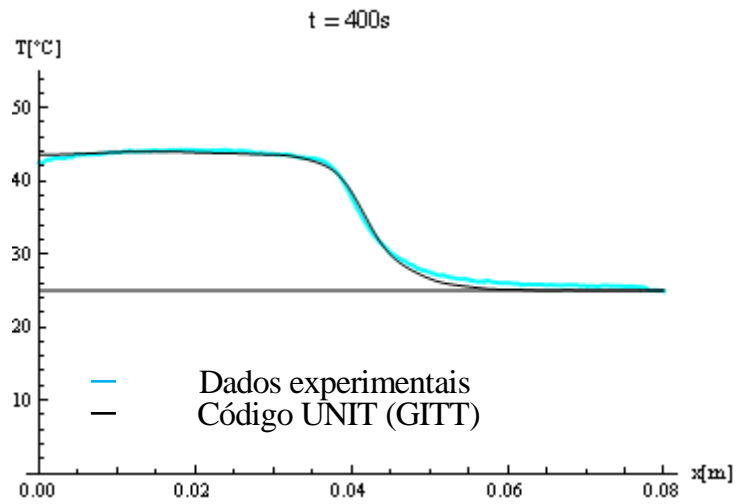


Figura 5.46a - Distribuição vertical da temperatura em  $t = 400$  segundos. Caso: nanocompósito com aquecimento apenas na região carregada com alumina.

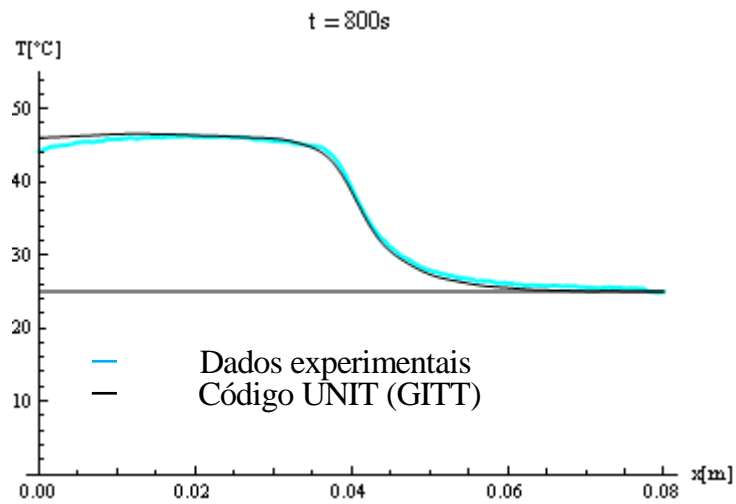


Figura 5.46b - Distribuição vertical da temperatura em  $t = 800$  segundos. Caso: nanocompósito com aquecimento apenas na região carregada com alumina.

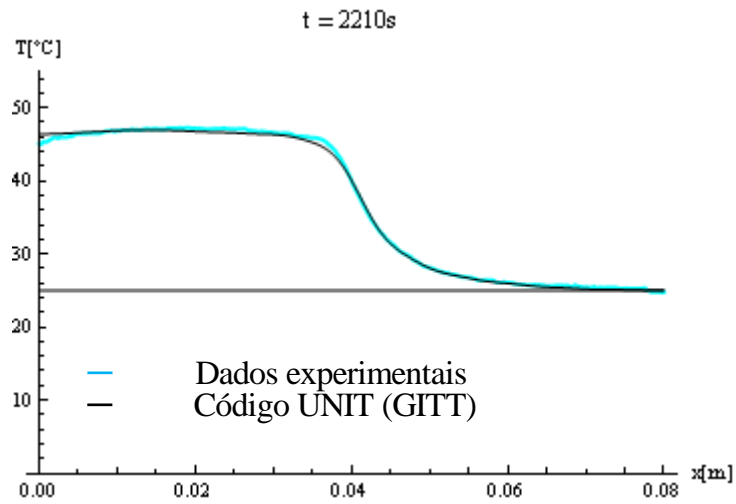


Figura 5.46c - Distribuição vertical da temperatura em  $t = 2210$  segundos. Caso: nanocompósito com aquecimento apenas na região carregada com alumina.

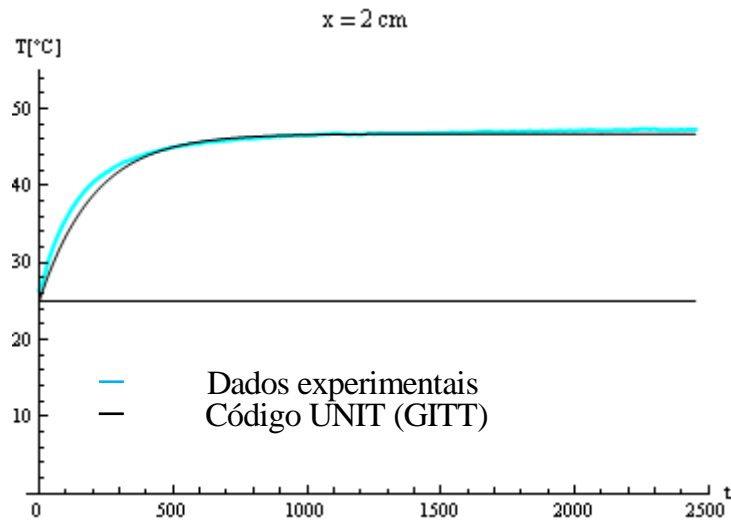


Figura 5.47a – Evolução da temperatura no tempo em  $x = 2$  cm. Caso: nanocompósito com aquecimento apenas na região carregada com alumina.

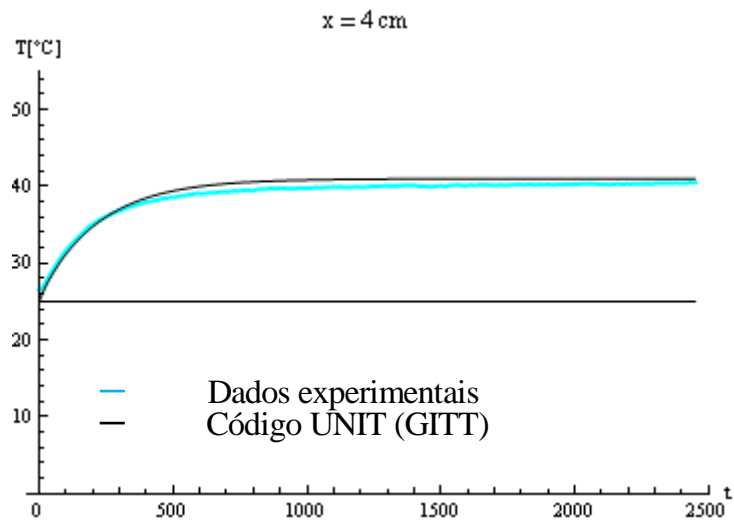


Figura 5.47b – Evolução da temperatura no tempo em  $x = 4$  cm. Caso: nanocompósito com aquecimento apenas na região carregada com alumina.

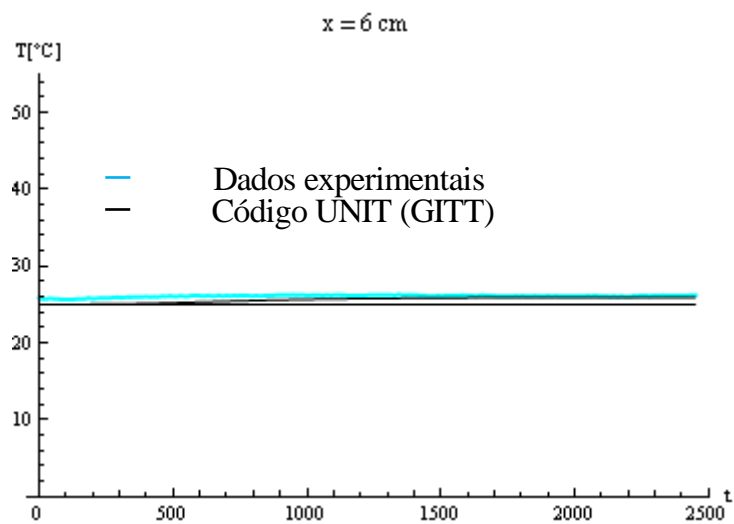


Figura 5.47c – Evolução da temperatura no tempo em  $x = 6$  cm. Caso: nanocompósito com aquecimento apenas na região carregada com alumina.

Tabela 5.19 – Convergência da expansão da temperatura para o caso de placa vertical com aquecimento superior – nanocompósito com aquecimento na região carregada com alumina.

Ordem de truncamento	$T(x,t)$ [ $^{\circ}C$ ]			$T(x,t)$ [ $^{\circ}C$ ]		
	$t = 200s$			$t = 400s$		
	$x = 0.2$	$x = 0.4$	$x = 0.6$	$x = 0.2$	$x = 0.4$	$x = 0.6$
$N = 65$	38.2512	32.7041	25.0077	43.5551	36.1667	25.1000
$N = 60$	38.2480	32.6981	25.0014	43.5517	36.1696	25.0982
$N = 55$	38.2343	32.6753	25.0278	43.5375	36.1357	25.1209
$N = 50$	38.2891	32.6436	24.9807	43.5949	36.1016	25.0713
$N = 45$	38.2537	32.6074	24.9764	43.5578	36.0620	25.0652

### 5.6.3 Amostra Homogênea de Resina Poliéster

Para fins de comparação e verificação das estimativas obtidas na Seção 5.6.2 para as propriedades termofísicas da região de resina poliéster sem carga no nanocompósito, foi fabricado um par de placas homogêneas de resina poliéster com dimensões 8 x 4 cm e 1.7 mm de espessura, como foi ilustrado na Fig. 4.13.

Estas placas foram submetidas ao experimento de placa vertical com aquecimento superior e nas Tabelas 5.20a-c a seguir são apresentadas as estimativas obtidas com 99% de intervalo de confiança através de inferência Bayesiana com Cadeias de Markov via Monte Carlo (MCMC), onde foram considerados 120 mil estados no total, sendo os 40 mil primeiros aquecimento das cadeias e os 80 mil estados restantes são então utilizados nas análises estatísticas.

Nas Figs. 5.48a,b são apresentadas as curvas estimadas de  $k(x)$  e  $w(x)$ , onde se observa uma concordância razoável com as estimativas obtidas para a região de resina poliéster sem carga, na Seção 5.6.2. Na Fig. 5.48c é apresentada a curva estimada para  $h(x)$  e na Fig. 5.48d é apresentada a variação no tempo estimada para o fluxo de calor aplicado.

Nas Figs. 5.49a-c e 5.50a-c são apresentados os resultados obtidos a partir da solução do modelo unidimensional com o código UNIT utilizando os valores estimados, em comparação com os dados experimentais, onde é observada uma boa aderência.

Finalmente, na Tabela 5.21 é apresentada a convergência da expansão da temperatura, onde se observa uma convergência de pelo menos quatro dígitos significativos. Na Tabela 5.22 é apresentada a consolidação das estimativas obtidas para as propriedades termofísicas do nanocompósito nos três experimentos realizados nesta seção.

Tabela 5.20a – Estimativas das propriedades termofísicas para a amostra homogênea de resina poliéster. Caso: Experimento de placa vertical com aquecimento superior.

Parâmetro	Informação a priori	Estimado [Intervalo de Confiança 99%]
$k_{x=0}$	$N(^a0.16, 15\%)$	0.159 [0.157, 0.161]
$k_{x=L_x}$	$N(^a0.16, 15\%)$	0.158 [0.156, 0.16]
$\bar{k}_1$	$U(-1 \times 10^{-6}, 1 \times 10^{-6}, 0)$	$-2.3 \times 10^{-8}$ [ $-6.3 \times 10^{-8}$ , $1.7 \times 10^{-8}$ ]
$w_{x=0}$	$N(^a1.595 \times 10^6, 15\%)$	$1.566 \times 10^6$ [ $1.558 \times 10^6$ , $1.574 \times 10^6$ ]
$w_{x=L_x}$	$N(^a1.595 \times 10^6, 15\%)$	$1.571 \times 10^6$ [ $1.559 \times 10^6$ , $1.575 \times 10^6$ ]
$\bar{w}_1$	$U(-10, 10, 0)$	$-2.2 \times 10^{-3}$ [ $-2.4 \times 10^{-3}$ , $-2.0 \times 10^{-3}$ ]

<sup>a</sup>Valores de referência da literatura (Mark, 2007).

Tabela 5.20b – Estimativas do coeficiente de transferência de calor para a amostra homogênea de resina poliéster. Caso: Experimento de placa vertical com aquecimento superior.

Parâmetro	Informação a priori	Estimado [Intervalo de Confiança 99%]
$h_{x=0}$	$U(8.259, 41.294, ^b17.1)$	16.91 [16.87, 16.95]
$h_{x=L_x}$	$U(0, 20.345, ^b5.8)$	10.12 [10.07, 10.16]
$\bar{h}_1$	$U(-18.112, 18.112, 0)$	-0.2401 [-0.248, -0.232]
$\bar{h}_2$	$U(-6.038, 6.038, 0)$	0.1397 [0.132, 0.147]
$\bar{h}_3$	$U(-4.528, 4.528, 0)$	-0.1 [-0.11, -0.091]

<sup>b</sup>Valores médios obtidos com correlações para convecção natural em placa vertical adicionado do coeficiente de transferência de calor por radiação linearizada.

Tabela 5.20c – Estimativas do fluxo de calor aplicado para a amostra homogênea de resina poliéster. Caso: Experimento de placa vertical com aquecimento superior.

Parâmetro	Informação a priori	Estimado [Intervalo de Confiança 99%]
$a$	$U(0, 1, 0.5)$	0.2198 [0.216, 0.225]
$b$	$U(0, 0.1, 0.01)$	0.003900 [0.00382, 0.004]
$c$	$U(0, 1, 1)$	0.9994 [0.999, 1]

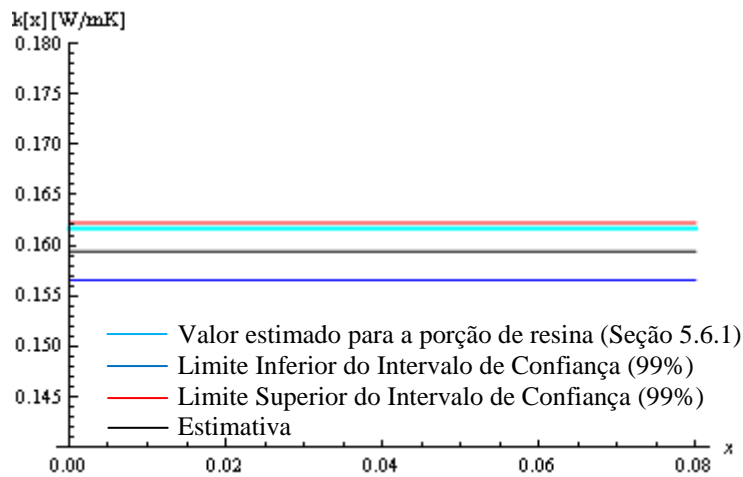


Figura 5.48a – Estimativa para  $k(x)$

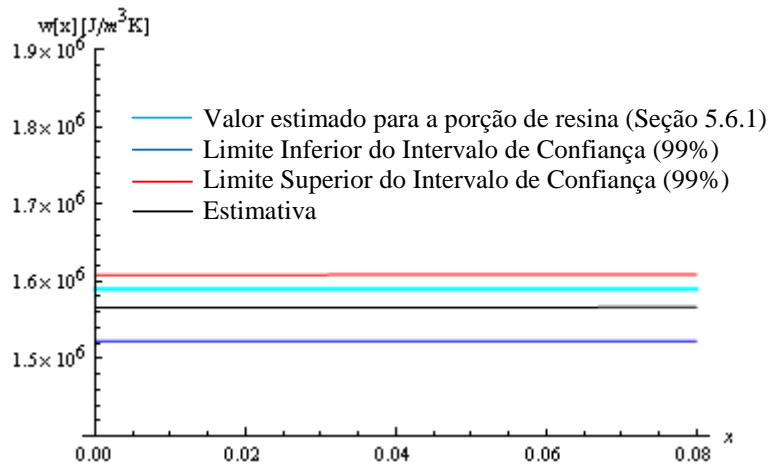


Figura 5.48b – Estimativa para  $w(x)$



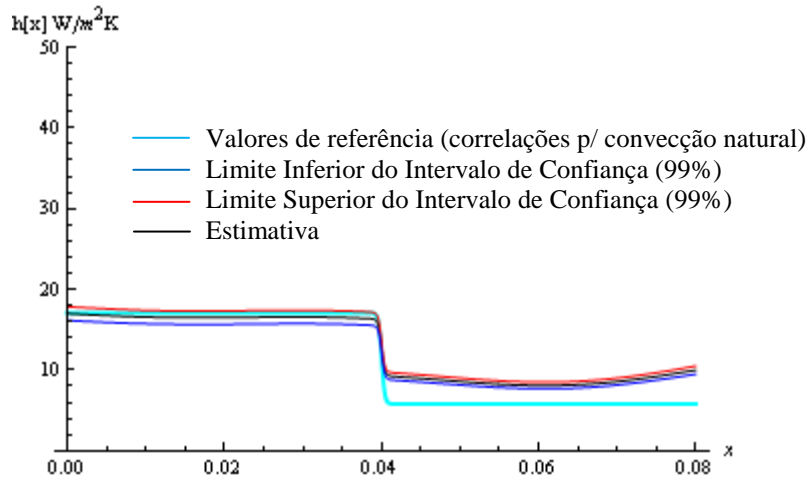


Figura 5.48c – Estimativa para  $h(x)$

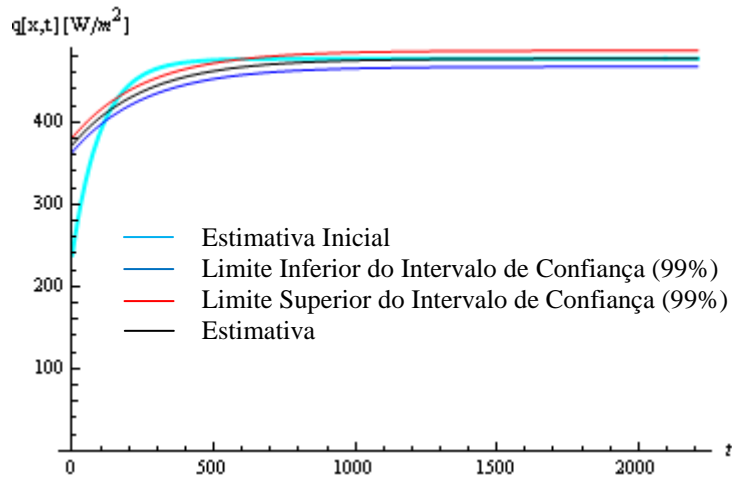


Figura 5.48d – Estimativa para  $q_w(0 < x < x_{CONT}, t)$

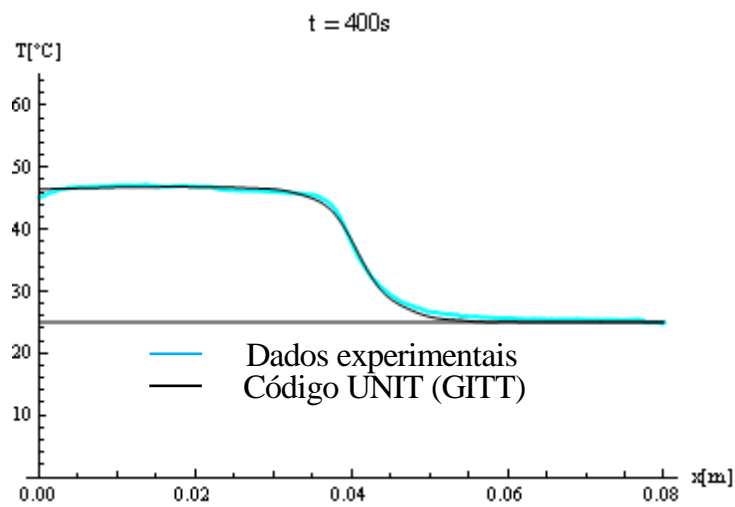


Figura 5.49a – Caso: placa vertical com aquecimento superior – placas homogêneas de resina poliéster. Distribuição vertical da temperatura em  $t = 400$  segundos.

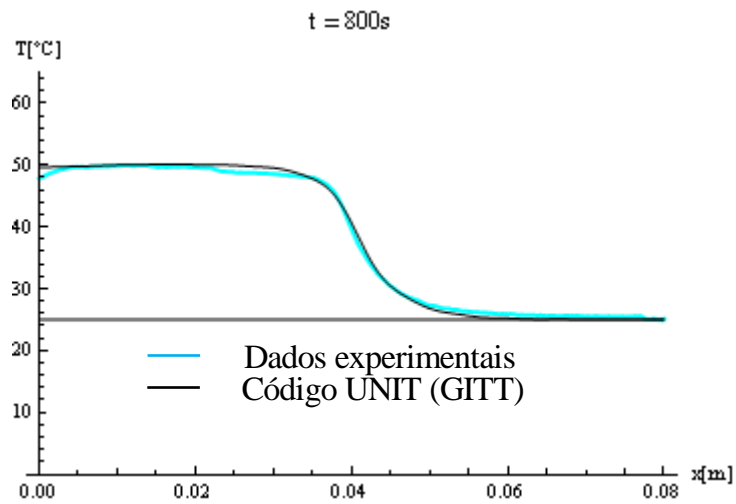


Figura 5.49b – Caso: placa vertical com aquecimento superior – placas homogêneas de resina poliéster. Distribuição vertical da temperatura em  $t = 800$  segundos.

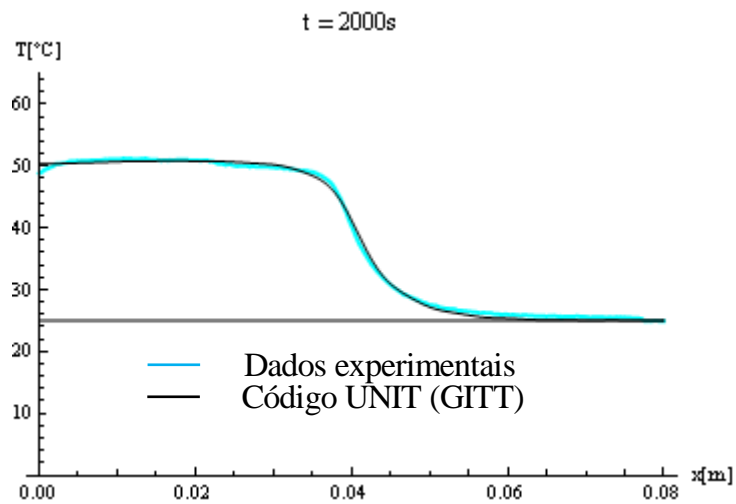


Figura 5.49c – Caso: placa vertical com aquecimento superior – placas homogêneas de resina poliéster. Distribuição vertical da temperatura em  $t = 2000$  segundos.

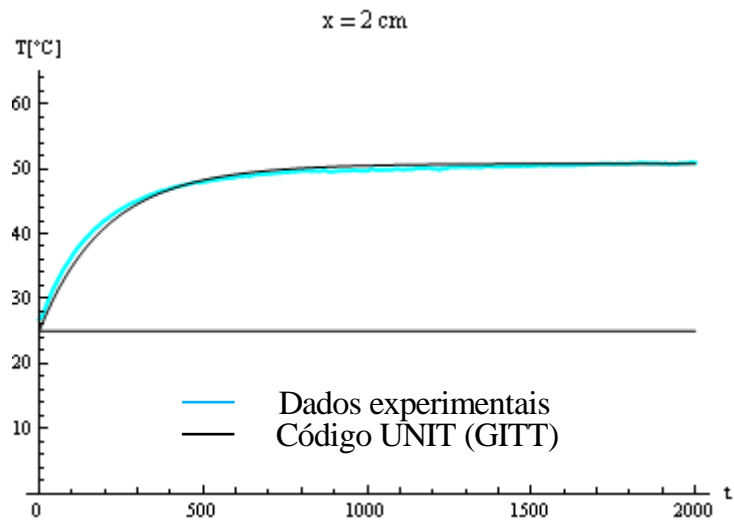


Figura 5.50a – Caso: placa vertical com aquecimento superior – placas homogêneas de resina poliéster. Evolução da temperatura no tempo em  $x = 2 \text{ cm}$ .

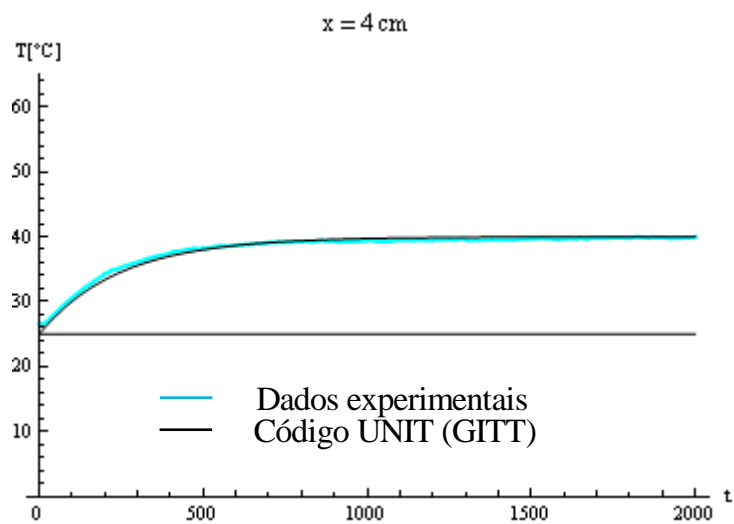


Figura 5.50b – Caso: placa vertical com aquecimento superior – placas homogêneas de resina poliéster. Evolução da temperatura no tempo em  $x = 4 \text{ cm}$ .

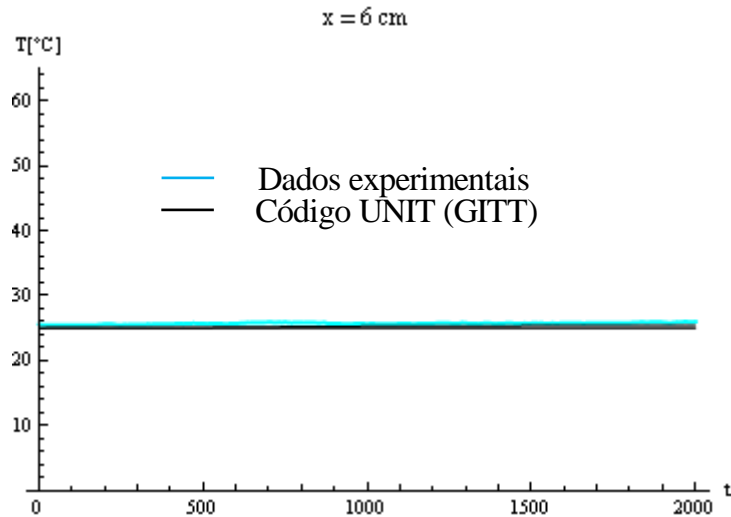


Figura 5.50c – Caso: placa vertical com aquecimento superior – placas homogêneas de resina poliéster. Evolução da temperatura no tempo em  $x = 6$  cm.

Tabela 5.21 – Convergência da expansão da temperatura para o caso de placa vertical com aquecimento superior – placas homogêneas de resina poliéster.

Ordem de truncamento	$T(x,t)$ [°C]			$T(x,t)$ [°C]		
	$t = 200s$			$t = 400s$		
	$x = 0.2$	$x = 0.4$	$x = 0.6$	$x = 0.2$	$x = 0.4$	$x = 0.6$
$N = 65$	40.7719	34.0873	25.0051	46.7398	37.8590	25.0299
$N = 60$	40.7758	34.0787	24.9984	46.7332	37.8506	25.0286
$N = 55$	40.7480	34.0375	25.0343	46.7165	37.8057	25.0590
$N = 50$	40.8286	33.9810	24.9682	46.7970	37.7445	24.9943
$N = 45$	40.7689	33.9160	24.9556	46.7341	37.6731	24.9777

Tabela 5.22 – Consolidação das estimativas dos três experimentos

Propriedade	Material	Estimativas obtidas		
		Exper. 1 <sup>a</sup>	Exper. 2 <sup>b</sup>	Exper. 3 <sup>c</sup>
condutividade térmica $k$ [W/m°C]	res. poliéster	0.1617	0.1486	0.159
	res. poliéster + Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.2042	0.2025	-
capacidade térmica $w$ [J/m <sup>3</sup> °C]	resina poliéster	1.59x10 <sup>6</sup>	1.529x10 <sup>6</sup>	1.567x10 <sup>6</sup>
	res. poliéster + Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	1.760 x10 <sup>6</sup>	1.743x10 <sup>6</sup>	-

<sup>a</sup>Aquecimento na região onde se encontra a interface

<sup>b</sup>Aquecimento na região totalmente carregada com alumina

<sup>c</sup>Experimento com placas homogêneas de resina poliéster sem carga

#### 5.6.4 Resultados Experimentais e Teóricos para Condução de Calor Bidimensional no Nanocompósito

Nesta seção são apresentados resultados para um processo de condução de calor bidimensional no nanocompósito fabricado, simulando, por exemplo, um componente eletrônico instalado diretamente sobre este substrato. Na Fig. 5.51 é mostrada a representação esquemática da configuração experimental. Para fechar o “sanduíche” foi utilizada uma placa homogênea de resina poliéster com isolamento de lã de vidro.

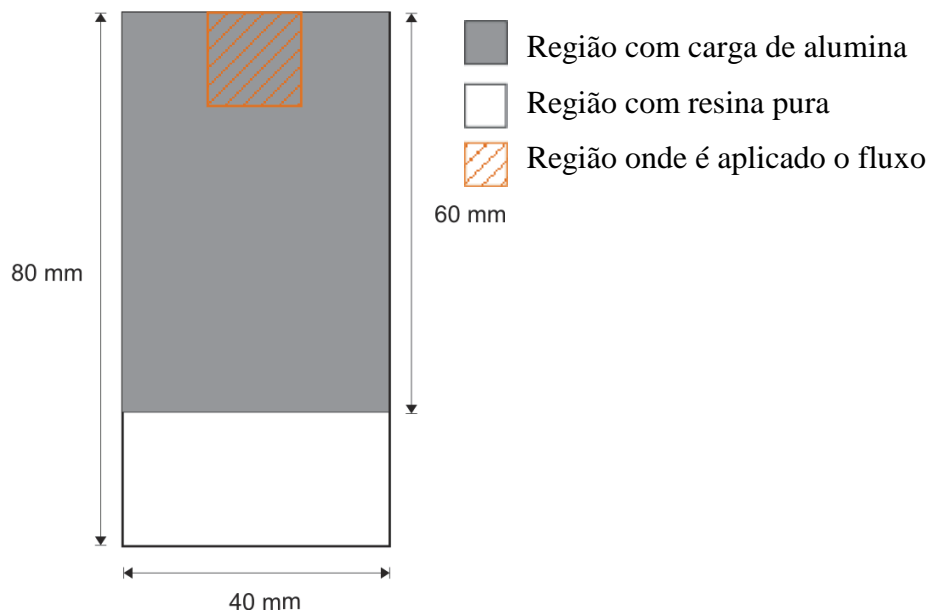


Figura 5.51 – Representação esquemática da configuração experimental – processo de condução de calor bidimensional no nanocompósito.

Para o modelo teórico foram utilizadas as Eqs. 4.2(a-f) cuja solução foi obtida a partir de um código dedicado desenvolvido com utilização da Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT), estendendo as mesmas etapas preconizadas no UNIT 1D para um caso bidimensional. Os valores de  $w(x)$  e  $k(x)$  foram utilizados tais como estimados na Seção 5.6.2. Foi considerado um valor típico de  $10 \text{ W/m}^2\text{°C}$  para o coeficiente de transferência de calor por convecção natural na região onde é aplicado fluxo, sendo considerado zero nas demais regiões. O termo de dissipação por radiação foi linearizado, resultando em um coeficiente de transferência de calor efetivo  $h_{ef} = 16.5 \text{ W/m}^2\text{°C}$  na região onde está posicionada a resistência e  $h_{ef} = 6.5 \text{ W/m}^2\text{°C}$  no restante do

domínio. O valor do fluxo de calor aplicado pela resistência foi calculado considerando-se a tensão média aplicada à resistência elétrica (29.8 Ω) quadrada e de 1.4 cm de lado. Foram calculados resultados considerando-se que não ocorrem perdas para o isolamento, o que gerou resultados bastante discrepantes dos dados experimentais, como será analisado em detalhes na sequência, de modo que também foram calculados resultados considerando que 34% do fluxo gerado pela resistência elétrica é perdido para o isolamento, baseado nos resultados da Seção 5.6.2, onde a perda para o isolamento de lã de vidro foi estimada para o caso unidimensional. A tensão aplicada foi regulada em (3.6V) na fonte. Assim, temos:

$${}^1q_w(x, y, t) = \begin{cases} 2218 \text{ W / m}^2\text{°C}, & \text{na área onde está posicionada a resistência} \\ 0 & \text{, no restante do domínio} \end{cases} \quad (5.15a)$$

$${}^2q_w(x, y, t) = \begin{cases} 1463.88 \text{ W / m}^2\text{°C}, & \text{na área onde está posicionada a resistência} \\ 0 & \text{, no restante do domínio} \end{cases} \quad (5.15b)$$

<sup>1</sup>Isolamento térmico perfeito; <sup>2</sup>perdas para o isolamento térmico de 34% do fluxo de calor aplicado

Os seguintes valores no problema de autovalor:  $k^* = 0.202$ ,  $w^* = 1.74 \times 10^6$  e  $d^*(x) = h_{ef} = 6.5$ . Foram considerados 200 termos na expansão do campo de temperatura e para a integração dos termos-fonte, devido às características do integrando, as integrais duplas puderam ser separadas como produtos de integrais simples, que então foram calculadas numa combinação de cálculos analíticos com auxílio da função “Integrate” e cálculos numéricos, com auxílio da função “NIntegrate”, da plataforma *Mathematica*. Nas Figs. 5.52a-c são apresentados os perfis de temperatura ao longo do comprimento da placa, passando pelo meio da área onde é aplicado o fluxo ( $y = 2$  cm), em três instantes distintos,  $t = 200, 400$  e  $1000$  segundos. Nas Figs. 5.53a-c são apresentados os perfis de temperatura ao longo da largura da placa, passando pelo meio da área onde é aplicado o fluxo ( $x = 0.7$  cm), em três instantes distintos,  $t = 200, 400$  e  $1000$  segundos. A Fig. 5.54 apresenta a evolução da temperatura com o tempo na posição referente ao meio da área onde é aplicado o fluxo ( $x = 0.7$  cm,  $y = 2$  cm). Nas figuras citadas fica evidente a não aderência entre os resultados experimentais e a solução do modelo no início do transiente, consequência de ter sido desprezada a capacidade térmica do sanduíche com a resistência elétrica. Finalmente, as Figs. 5.55a,b

apresentam as isotermas na placa em regime permanente, dos dados experimentais e da solução do modelo, respectivamente.

Uma boa concordância é observada nos resultados apresentados, levando-se em consideração as incertezas nos valores utilizados no modelo para o coeficiente efetivo de transferência de calor e para a perda de calor para o isolamento. Na Tabela 5.23 é apresentado o comportamento da convergência da expansão da temperatura, para o caso considerando-se perdas para o isolamento, onde se observa uma convergência de praticamente quatro dígitos significativos.

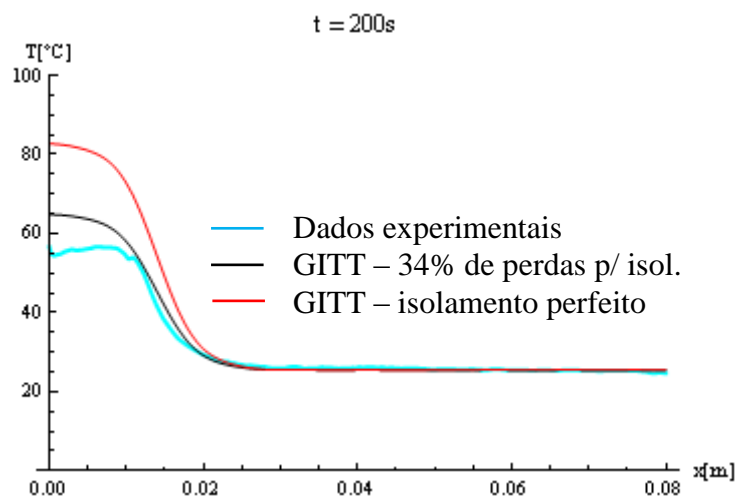


Figura 5.52a – Distribuição de temperatura ao longo do comprimento (em  $y = 2$  cm) para o caso bidimensional no nanocompósito, em  $t = 200$  segundos.

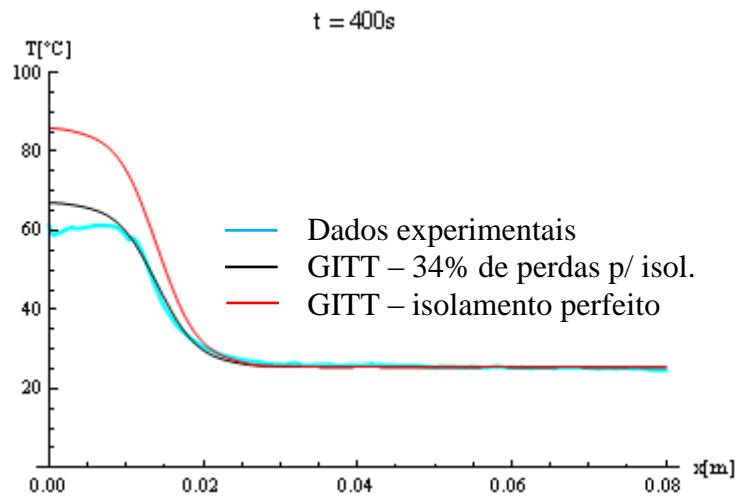


Figura 5.52b – Distribuição de temperatura ao longo do comprimento (em  $y = 2$  cm) para o caso bidimensional no nanocompósito, em  $t = 400$  segundos.

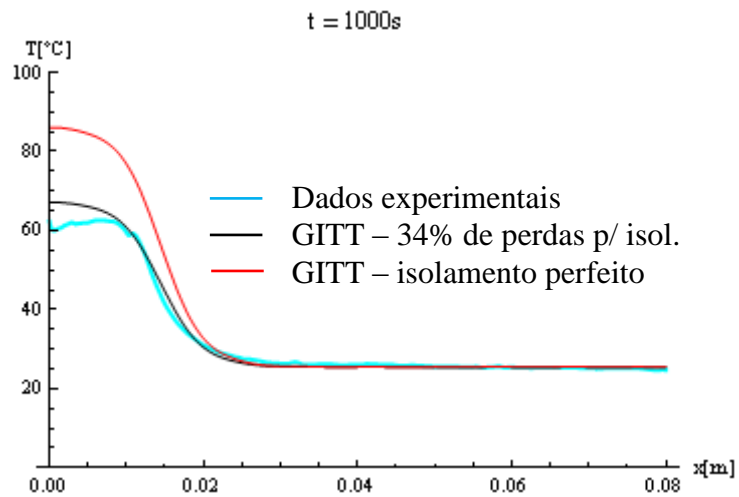


Figura 5.52c – Distribuição de temperatura ao longo do comprimento (em  $y = 2$  cm) para o caso bidimensional no nanocompósito, em  $t = 1000$  segundos.



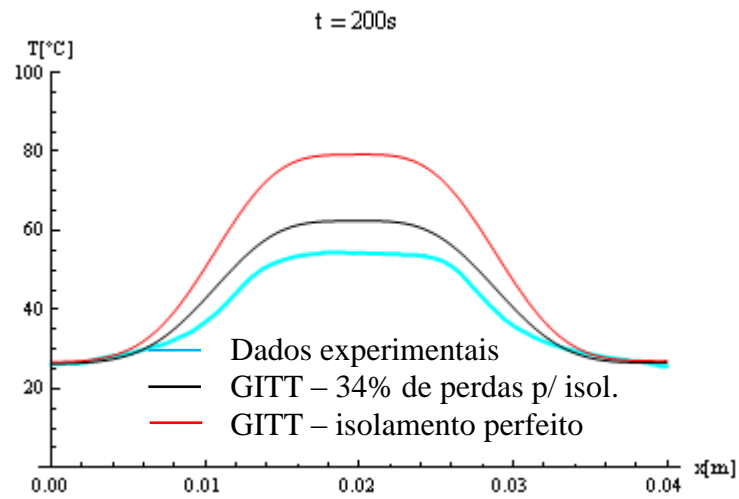


Figura 5.53a – Distribuição de temperatura ao longo da largura (em  $x = 0.7$  cm) para o caso bidimensional no nanocompósito, em  $t = 200$  segundos.

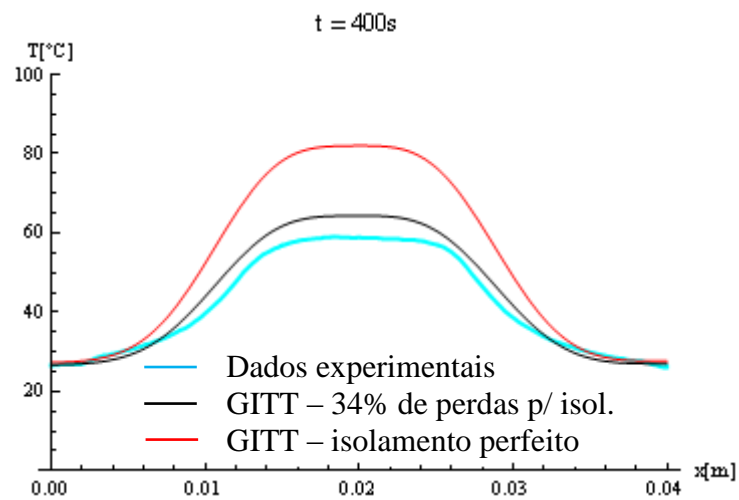


Figura 5.53b – Distribuição de temperatura ao longo da largura (em  $x = 0.7$  cm) para o caso bidimensional no nanocompósito, em  $t = 400$  segundos.

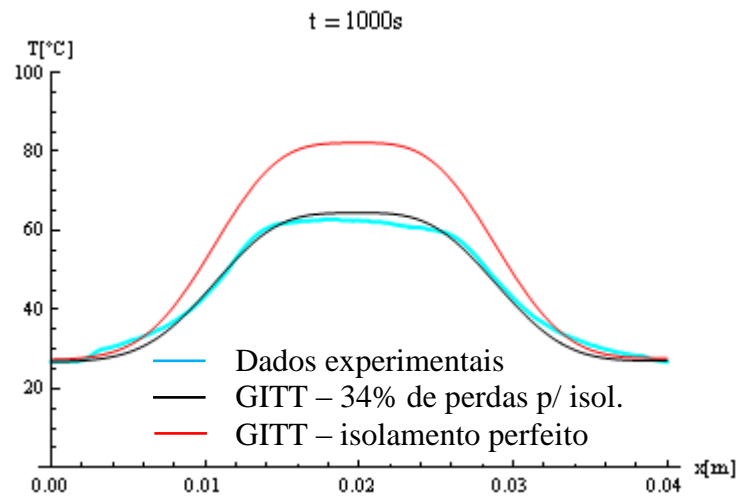


Figura 5.53c – Distribuição de temperatura ao longo da largura (em  $x = 0.7\text{ cm}$ ) para o caso bidimensional no nanocompósito, em  $t = 1000$  segundos.

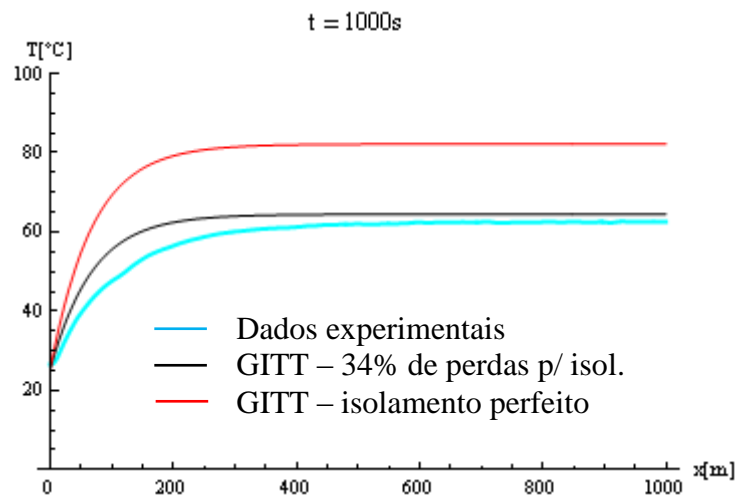


Figura 5.54 – Avanço da temperatura ao longo do tempo no meio da área onde é aplicado o fluxo ( $x = 0.7\text{ cm}$ ,  $y = 2\text{ cm}$ ) para o caso bidimensional no nanocompósito.

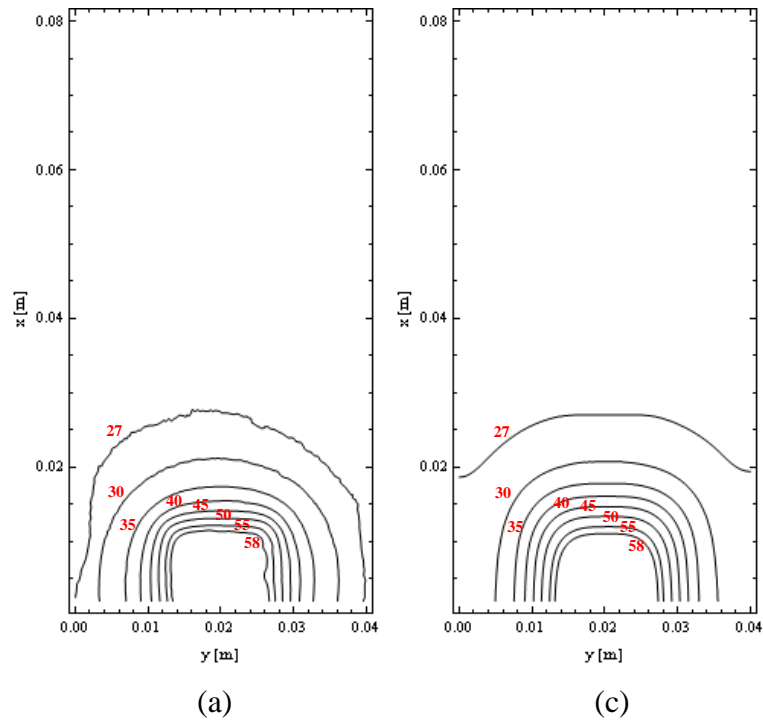


Figura 5.55 – Isotermas [°C] na placa no regime permanente para (a) dados experimentais e (b) simulação – GITT.

Tabela 5.23 – Convergência da expansão da temperatura em autofunções para o caso bidimensional no nanocompósito.

Ordem de truncamento	$T(x, y, t)$ [°C]			$T(x, y, t)$ [°C]		
	$t = 100s$			$t = 200s$		
	$x = 0.7\text{cm}$ $y = 2\text{ cm}$	$x = 1.4\text{cm}$ $y = 2\text{ cm}$	$x = 2\text{ cm}$ $y = 2\text{ cm}$	$x = 0.7\text{cm}$ $y = 2\text{ cm}$	$x = 1.4\text{cm}$ $y = 2\text{ cm}$	$x = 2\text{ cm}$ $y = 2\text{ cm}$
$N = 200$	55.5786	41.2896	27.8106	62.4242	45.2523	29.1632
$N = 190$	55.5819	41.2785	27.8036	62.4291	45.2476	29.1572
$N = 180$	55.5890	41.3009	27.7602	62.4406	45.2591	29.1107
$N = 170$	55.6166	41.3070	27.6589	62.4682	45.2652	29.0092
$N = 160$	55.9628	41.5152	27.7699	62.8155	45.4741	29.1206

## CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES

Neste trabalho foi demonstrada a utilização do código UNIT (UNified Integral Transforms) em sua versão para problemas definidos em uma dimensão espacial, na solução de diversos problemas de transferência de calor, apresentando termos não-lineares e parâmetros com variações espaciais, demonstrando a robustez desta ferramenta, que permite a solução de forma prática de uma grande gama de problemas.

Também foi demonstrada a utilização da termografia por infravermelho como ferramenta para medição não-intrusiva de temperatura e, em conjunto com a metodologia de identificação de propriedades termofísicas desenvolvida por Naveira Cotta (2009), foram feitas comprovações experimentais da caracterização térmica de materiais homogêneos e com heterogeneidade controlada, validando uma metodologia original para estimativa de propriedades termofísicas espacialmente variáveis.

Ainda neste contexto, e com a motivação de analisar dissipadores de calor para componentes eletrônicos, foi desenvolvido e termicamente caracterizado um nanocompósito fabricado a partir da dispersão de óxido de alumínio em uma matriz de poliéster. Este nanocompósito foi submetido a um experimento que o submeteu a um processo de difusão bidimensional cujo modelo matemático foi solucionado com a Técnica da Transformada Integral Generalizada, sendo então apresentados resultados experimentais e teóricos para o fenômeno de condução de calor neste substrato. Neste trabalho ficou, portanto, demonstrada a utilização de ferramentas que possibilitam a caracterização térmica, análise e projeto de materiais para utilização em dissipadores de calor, mas não limitadas a esta aplicação.

Como sugestão para a continuação deste trabalho, foi verificada a necessidade de aperfeiçoamento e investigação de processos de fabricação de nanocompósitos a partir da carga de uma matriz polimérica com óxidos metálicos, de forma que a intensificação térmica no material resultante seja mais significativa. Dentre os principais dificuldades em tais processos destaca-se a influência do procedimento e utilização de agentes de acoplamento, processo de homogeneização da mistura e desenvolvimento de processos que permitam a carga de quantidades mais representativas de óxido metálico.

Ressalta-se que a forte tendência de miniaturização de sistemas é uma realidade, haja vista as vastas possibilidades de exploração de propriedades e fenômenos na micro/nanoescala. Citando um exemplo pertinente a este trabalho, o gerenciamento

térmico de um chip já é hoje um dos aspectos mais críticos na microeletrônica, tendendo a se agravar nos próximos anos, especialmente com a expectativa de uma nova revolução na microeletrônica a partir do domínio de desenvolvimento e utilização do grafeno. Ao passo que dissipadores de calor (heat spreaders e heat sinks) macroscópicos se tornem um limitante no contínuo desenvolvimento da capacidade de processamento e miniaturização dos sistemas, a solução para este problema deve estar na própria miniaturização dos sistemas de dissipação de calor. Neste sentido, uma solução possível seria a conjugação de substratos com condutividades térmicas intensificadas, como aqui tratado, com a inserção de redes de micro-canais para perfusão por escoamento de líquidos e resfriamento da matriz polimérica. Nesse caso, grande parte das propriedades físicas e métodos para descrição dos fenômenos que estamos acostumados a utilizar dizem respeito a efeitos na macroescala, que não necessariamente são válidos ou úteis quando se estuda o problema na micro/nanoescala. Neste cenário, será obrigatório o contínuo desenvolvimento e solidificação de um novo paradigma no que diz respeito aos fenômenos de transferência de calor, caracterização de materiais e aplicações, atacando o problema diretamente na micro/nanoescala.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Almeida, A. R. & Cotta, R. M. (1996), "A comparison of convergence acceleration schemes for eigenfunction expansions of partial differential equations", *Int. J. Num. Meth. Heat & Fluid Flow*, vol.6, no.6, pp.85-97.
- Balageas D., Delpech, B. e Deom A. (1991), "New developments in stimulated infrared thermography applied to non destructive evaluation of laminates", *Review on Progress in Quantitative Non-Destructive Testing*, Ed Thompson and Chimienti, 10 A 1073-1081.
- Balandin, A.A., Ghosh, S., Bao, W., Calizo, I., Teweldebrhan, D., Miao, F., Lau, C.N. (2008), "Superior thermal conductivity of single-layer graphene", *Nano Lett.*, vol. 8 no. 3, pp. 902–907.
- Chen, G. (2001), "Ballistic-diffusive heat-conduction equations", *Physical Review Letters*, vol. 86, no. 11, pp. 2297–2300.
- Berber, S., Kwon, Y.-K., Tománek, D. (2000), "Unusually high thermal conductivity of carbon nanotubes", *Phys. Rev. Lett.* vol. 84, no. 20, pp. 4613–4616.
- Cao, Y.M., Sun, J., Yu, D.H. (2002), "Preparation and properties of nano-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> particles/polyester/epoxy resin ternary composites", *Journal of Applied Polymer Science*, vol. 83, no. 1, pp. 70–77.
- Chen, G. (2002), "Ballistic-diffusive equations for transient heat conduction: From nano to macroscales", *Journal of Heat Transfer (ASME)*, vol. 124, pp. 320–328.
- Chen, Y.-J. e Young, T.-F. (2009), "Thermal stress and heat transfer characteristics of a Cu/diamond/Cu heatspreading device", *Diamond and Related Materials*, vol. 18, no. 2-3, pp. 283-286.
- Cotta, R.M. (1990), "Hybrid numerical-analytical approach to nonlinear diffusion problems", *Num. Heat Transfer, Part B*, vol. 127, pp.217-226.
- Cotta, R.M. (1993), "Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow", CRC Press.

- Cotta, R.M. (1994), "Benchmark results in computational heat and fluid flow: the integral transform method", *Int. J. Heat & Mass Transfer* (Invited Paper), v. 37, Suppl. 1, pp. 381-394.
- Cotta, R.M. and Mikhailov, M.D. (1997), "Heat Conduction: Lumped Analysis, Integral Transforms, Symbolic Computation", Wiley-Interscience, Chichester, UK.
- Cotta, R.M. (1998), "The Integral Transform Method in Thermal and Fluids Sciences and Engineering", Begell House, New York.
- Cotta, R. M. e Orlande, H.R.B. (2003) "Hybrid approaches in heat and mass transfer: a brazilian experience with applications in national strategic projects", *Heat Transfer Eng.*, Invited Editorial, V.24, no.4, pp.1-5.
- Cotta, R.M. e Mikhailov, M.D. (2005), "Semi-analytical evaluation of integrals for the Generalized Integral Transform Technique". Proc. of the 4th Workshop on Integral Transforms and Benchmark Problems – IV WIT, CNEN, Rio de Janeiro, RJ.
- Cotta, R.M. e Mikhailov, M.D. (2006), "Hybrid methods and symbolic computations", in: *Handbook of Numerical Heat Transfer*, 2nd edition, Chapter 16, Eds. W.J. Minkowycz, E.M. Sparrow, and J.Y. Murthy, John Wiley, New York.
- Cotta, R.M., Quaresma, J.N.N., Sphaier, L.A., and Naveira-Cotta, C.P., 2010. "Unified integral transform approach in the hybrid solution of multidimensional nonlinear convection-diffusion problems", 14th Int. Heat Transfer Conf., Washington, DC, USA, August.
- Eastman, J., Choi, S.U.S., Li, S., Wu, W., and Thompson, L. (2001), "Anomalously increased effective thermal conductivities of ethylene glycol-based nanofluids containing copper nanoparticles", *Applied Physics Letters*, vol. 76, no. 6.
- Eastman, J., Phillpot, J., Choi, S.U.S., Li, S., and Keblinski, P. (2004), "Thermal transport in nanofluids", *Annu. Rev. Mater. Res.*, vol. 34, pp. 219–246.
- El-Genk, M. S., Saber, H. H. e Parker, J. L. (2007), "Efficient spreaders for cooling high-power computer chips", *Applied Thermal Engineering*, vol. 27, no. 5-6, pp. 1072=1088.

- Evans, W., Prasher, R. Fish, J., Meakin, P., Phelan, P. e Keblinski, P. (2008), "Effect of aggregation and interfacial thermal resistance on thermal conductivity of nanocomposites and colloidal nanofluids", *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, v.51, pp. 1431-1438.
- Evora, V.M.F., Arun Shukla (2003), "Fabrication, characterization, and dynamic behavior of polyester/TiO<sub>2</sub> nanocomposites", *Materials Science and Engineering A*, vol. 361, no. 1-2, pp. 358-366.
- Fu, J., Yang, R., Chen, G., Fleurial, J.P. e Snyder, G.J. (2008), "Integrated electroplated heat spreaders for high power semiconductor lasers", *Journal of Applied Physics*, vol. 104, no. 6.
- Fudym, O. (2006), "Velocity and heat transfer parameters mapping: thermal quadrupoles and infrared image processing", 11th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering – ENCIT, Curitiba – Brazil, Dec. 5-8.
- Fudym, O., Batsale, J.C., Battaglia, J.L., (2007), "Thermophysical properties mapping in semi-infinite longitudinally cracked plates by temperature image processing", *Inverse Problems in Science and Engineering*, Vol.15, No.2, pp.163-176.
- Fudym, O., Orlande, H.R.B., Bamford, M., and Batsale, J.C., (2008). "Bayesian approach for thermal diffusivity mapping from infrared images processing with spatially random heat pulse heating", *Journal of Physics. Conference Series (Online)*, v. 135, p. 12-42.
- Gatos, K.G., Martínez Alcázar, J.G., Psarras, G.C., Thomann, R., Karger-Kocsis, J. (2007), "Polyurethane latex/water dispersible boehmite alumina nanocomposites: thermal, mechanical and dielectrical properties", *Composites Science and Technology*, vol. 67, no. 2, pp. 157-167.
- Gilks, W.R., Richardson, S. e Spiegelhalter, D.J. (1996), "Markov Chain Monte Carlo in Practice", Chapman & Hall Ltd, New York.
- Geim, A. K. (2009), "Graphene: status and prospects", *Science*, Vol. 324. no. 5934, pp. 1530-1534.



- Geim, A.K., Novoselov, K.S. (2007), "The rise of graphene", *Nature Materials*, vol. 6, pp. 183-191.
- Ghosh, S., Calizo, I., Teweldebrhan, D., Pokatilov, E.P., Nika, D.L., Balandin, A.A., Bao, W., Miao, F., Lau, C.N. (2008), "Extremely high thermal conductivity of graphene: prospects for thermal management applications in nanoelectronic circuits", *Appl. Phys. Lett.*, vol. 92, no. 15.
- Haggenmueller, R., Guthy, C., Lukes, J.R., Fischer, J.E., Winey, K.I. (2007), "Single wall carbon nanotube/polyethylene nanocomposites: thermal and electrical conductivity", *Macromolecules*, vol. 40 no. 7, pp. 2417–2421.
- Hone, J., Llaguno, M.C., Biercuk, M.J., Johnson, A.T., Batlogg, B., Benes, Z., Fischer, J.E. (2002), "Thermal properties of carbon nanotubes and nanotube-based materials", vol. 74, no. 3, pp. 339-343.
- Hu, J., Ruan, X., Chen, Y.P. (2009), "Thermal conductivity and Thermal rectification in graphene nanoribbons: a molecular dynamics study", *Nano Lett.*, vol. 9 no. 7, pp. 2730–2735.
- Jagannadham, K. (1998), "Multilayer diamond heat spreaders for electronic power devices", *Solid-State Electronics*, vol. 42, No. 12, pp. 2199-2208.
- Lia, G., Gray, K.A. (2007), "The solid–solid interface: explaining the high and unique photocatalytic reactivity of TiO<sub>2</sub>-based nanocomposite materials", *Chemical Physics*, vol. 339, no. 1-3, pp. 173-187.
- Lin, C., Howe, T.A., Chung, D.D.L. (2007), "Electrically nonconductive thermal pastes with carbon as the thermally conductive component", *Journal of Electronic Materials*, vol. 36, no. 6, pp. 659-668.
- Kaipio, J., Somersalo, E. (2005), "Statistical and Computational Inverse Problems", Springer New York.
- Kumlutas, D., Tavman, I.H., and Çoban, M.T. (2003), "Thermal conductivity of particle filled polyethylene composite materials", *Composites Science and Technology*, vol. 63, pp. 113–117.
- Kuriber, R. and Alam, M. (2002), "Thermal conductivity of thermoplastic composites with submicrometer carbon fibers", *Exp. Heat Transfer*, vol. 15, pp. 19–30.

- Lewis ,T. e Nielsen ,L., (1970), "Dynamic mechanical properties of particulate-filled polymers", J. Applied Polymer Science, vol.14, no.6, pp.1449-1471.
- Lienhard IV, J. H. & Lienhard V, J. H. (2008), "A Heat Transfer Textbook", Phlogiston Press, Cambridge, MA, US.
- Lin, S. H. (1992), "Transient conduction in heterogeneous media", Int. Comm. Heat & Mass Transfer, v.10, pp. 165-174.
- Macedo, E.N., Quaresma, J.N.N., Massard, H., Orlande, H.R.B., Cotta, R.M. (2010), "An analysis of heat conduction models for nanofluids", Heat Transfer Engineering, vol. 31, pp. 1125-1136.
- Mahanta, N.K., Abramson, A.R., Lake, M.L., Burton, D.K., Chang, J.C., Mayer, H.K., Ravine, J.L. (2010), "Thermal conductivity of carbon nanofiber mats", Carbon, vol. 48, no. 15, pp. 4457-4465.
- Maranzana, G., Perry, I., Maillet, D. e Raëlb, S. (2004), "Design optimization of a spreader heat sink for power electronics", International Journal of Thermal Sciences, vol. 43, no. 1, pp. 21-29.
- Matayabas Jr., J.C. & Koning, P.A. (2008), "Phase change thermal interface materials including polyester resin", United States Patent, Patent No. US 7,408,787 B2 data: 05 de agosto de 2008.
- Mark, J.E. (2007), "Physical Properties of Polymers Handbook", Springer, New York.
- Massard, H., Orlande, H.R.B., Tavman, I., Cotta, R.M. (2009), "Measurements of nanofluids physical properties", High Temperatures. High Pressures, vol. 38, pp. 187-197.
- Matt, C. F. e Cruz, M. (2008), "Effective thermal conductivity of composite materials with 3-D microstructures and interfacial thermal resistance", Numerical Heat Transfer, Part-A: Applications, v. 53, Issue 6, pp. 577-604.
- Mikhailov, M. D., e Ozisik, M. N. (1984), "Unified Analysis and Solution of Heat and Mass Diffusion", John Wiley.
- Mourad D., Batsale JC., (2000), "Real time processing with low cost uncooled plane array IR camera-Application to flash non-destructive evaluation", QIRT, Reims, France, 2000.

- Murshed, S.M.S., Leong, K.C., Yang, C. (2008), "Investigations of thermal conductivity and viscosity of nanofluids", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 47, no. 5, pp. 560-568.
- Naveira Cotta, C. P., (2009), "Problemas Inversos De Condução De Calor Em Meios Heterogêneos: Análise Teórico-Experimental Via Transformação Integral, Inferência Bayesiana E Termografia Por Infravermelho", Tese de Doutorado, UFRJ, Rio de Janeiro.
- Naveira Cotta, C. P., Cotta, R. M., Orlande, H. R. B. and Fudym, O., (2009), "Eigenfunction expansions for transient diffusion in heterogeneous media", *Int. J. Heat & Mass Transfer*, vol. 52, pp. 5029-5039.
- Naveira-Cotta, C.P., Orlande, H.R.B., and Cotta, R.M., (2010a). "Integral transforms and bayesian inference in the identification of variable thermal conductivity in two-phase dispersed systems", *Num. Heat Transfer – part B Fundamentals*, Vol.57, no.3, pp.1-30.
- Naveira-Cotta, C.P., Orlande, H.R.B., Cotta, R.M., and Nunes, J.S., (2010b). "Integral transforms, bayesian inference, and infrared thermography in the simultaneous identification of variable thermal conductivity and diffusivity in heterogeneous media", 14th Int. Heat Transfer Conf., Washington, DC, USA, August.
- Nika, D.L., Pokatilov, E.P., Askerov, A.S., Balandin, A.A. (2009), "Phonon thermal conduction in graphene: role of umklapp and edge roughness scattering", *Phys. Rev. B*, vol. 79, no. 15.
- Philippi I., Batsale JC, Maillet D , Degiovanni A., (1995), "Measurement of thermal diffusivity through processing of infrared images", *Rev. Sci. Instrum.* 66 1182-192.
- Pradère, C., Joanicot, M., Batsale, J-C., Toutain, J., Gourdon, C, (2006), "Processing of temperature field in chemical microreactors with infrared thermography", *QIRT Journal* 3 117-135.
- Prasher, R. (2006), "Thermal Interface Materials: historical perspective, status and future directions", *Proceedings of the IEEE*, v.94, No.8.

- Putnam, S.A., Cahill, D. G., Ash, B. J. e Schadler, L. S. (2003), "High-precision thermal conductivity measurements as a probe of polymer/nanoparticle interfaces", *Journal of Applied Physics*, v. 94, no. 10, pp. 6785-6788.
- Ramanathan T., Abdala, A.A., Stankovich, S., Dikin, D.A., Herrera-Alonso, M., Piner, R.D., Adamson, D.H., Schniepp, H.C., Chen, X., Ruoff, R.S., Nguyen, S.T., Aksay, I.A., Prud'Homme, R.K., Brinson, L.C. (2008), "Functionalized graphene sheets for polymer nanocomposites", *Nature Nanotechnology*, vol. 3, pp. 327-331.
- Rullière, R., Lefèvre, F. e Lallemand, M. (2007), "Prediction of the maximum heat transfer capability of two-phase heat spreaders – experimental validation", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 50, no. 7-8, pp. 1255-1262.
- Schubert, Th., Brendel, A., Schmid, K., Koeck, Th., Ciupinski, L., Zielinski, W., Weißgärber, T. e Kieback, B. (2007), "Interfacial design of Cu/SiC composites prepared by powder metallurgy for heat sink applications", *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 38, no. 12, pp. 2398-2403.
- Seyhan, A.T., Gojny, F.H., Tanoğlu, M., Schulte, K. (2007), "Critical aspects related to processing of carbon nanotube/unsaturated thermoset polyester nanocomposites", *European Polymer Journal* Vol. 43, no. 2, pp. 374-379.
- Shen, S. C., Huang, H. J., Hsieh, J. C. e Shaw, H. J. (2010), "Self-adaptative heat spreader with micromesh using LIGA-like technology for AUV LED headlight", *Applied Ocean Research*, vol. 32, no. 2, pp. 137-145.
- Silvain, J.F., Vincent, C., Heintz, J.M. e Chandra, N. (2009), "Novel processing and characterization of Cu/CNF nanocomposite for high thermal conductivity applications", *Composites Science and Technology*, vol. 69, no. 14, pp. 2474-2484.
- Sphaier, L. A., Naveira Cotta, C. P., Cotta, R. M., Quaresma, J. N. N. (2009), "The UNIT (Unified Integral Transforms) symbolic-numerical computational platform for benchmarks in convection-diffusion problems", *Proceedings of the 30th CILAMCE Congresso Ibero Latino Americano de Métodos Computacionais em Engenharia (CILAMCE)*, Buzios, RJ, Brazil.

- Sphaier, L. A., Cotta, R. M., Naveira Cotta, C. P. & Quaresma, J.N.N. (2010), "The UNIT Algorithm for Solving One-Dimensional Convection-Diffusion Problems via Integral Transforms", *International Communications in Heat and Mass Transfer*.
- Sprinkle, M., Ruan, M., Hu, Y., Hankinson, J., Rubio-Roy, M., Zhang, B., Wu, X., Berger, C., de Heer, W.A. (2010), "Scalable templated growth of graphene nanoribbons on SiC", *Nature Nanotechnology*, Vol. 5, pp. 727-731.
- Stankovich, S., Dikin, D.A., Dommett, G.H.B., Kohlhaas, K.M., Zimney, E.J., Stach, E.A., Piner, R.D., Nguyen, S.T., Ruoff, R.S. (2006), "Graphene-based composite materials", *Nature*, no. 442, pp. 282-286.
- Tan, S., Fox, C. and Nicholls, G. (2006), "Inverse Problems", *Course Notes for Physics 707*, University of Auckland.
- Tavman, I.H. (1997), "Thermal and mechanical properties of copper powder filled polyethylene composites", *Powder Technology*, vol. 91, pp. 63–67.
- Tavman, I. H. e Akinci, H. (2000), "Transverse thermal conductivity of fiber reinforced polymer composites", *Int. Comm. Heat & Mass Transfer*, v. 27, pp. 253-261.
- Toschi, F., Tamburri, E., Guglielmotti, V., Terranova, M.L., Reale, A., Carlo, A., Passeri, D., Rossi, M., Falessi, C., Fiorello, A. e Buttiglione, R. (2008), "Preparation and thermal characterization of carbon nanotubes-based composites for applications in electronics packaging", *Second International Conference on Quantum, Nano and Micro Technologies (ICQNM 2008)*.
- Vadasz, P. (2006), "Heat conduction in nanofluid suspensions", *Journal of Heat Transfer*, vol. 128, pp. 465–477.
- Vajjha, R.S. e Das, D.K. (2009), "Experimental determination of thermal conductivity of three nanofluids and development of new correlations", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, no. 21-22, pp. 4675-4682.
- Viswanathan, V., Laha, T., Balani, K., Agarwal, A. e Seal, S. (2006), "Challenges and advances in nanocomposite processing techniques", *Materials Science and Engineering: R: Reports*, vol. 54, no. 5-6, pp. 121-285.

- Volz, S. (2009), "Topics in Applied Physics vol. 118 - Thermal Nanosystems and Nanomaterials", Springer, Nova Iorque.
- Xu, J., Munari, A., Dalton, E., Mathewson, A. Razeeb, K.M. (2009), "Silver nanowire array-polymer composite as thermal interface material", *Journal of Applied Physics*, vol. 106, no. 12.
- Yasmin, A., Daniel, I.M. (2004), "Mechanical and thermal properties of graphite platelet/epoxy composites", *Polymer*, Vol. 45, no. 24, pp. 8211-8219.
- Yu, A., Ramesh, P., Itkis, M.E., Bekyarova, E., Haddon, R.C. (2007), "Graphite nanoplatelet-epoxy composite thermal interface material", *J. Phys. Chem. C*, vol. 111 no. 21, pp. 7565-7569.
- Wang, S., Tambraparni, M., Qiu, J., Tipton, J. Dean, D. (2009), "Thermal expansion of graphene composites", *Macromolecules*, vol. 42 no. 14, pp. 5251-5255.
- Wang, T.H., Lee, C.-C. e Lai, Y.-S. (2010), "Thermal characteristics evaluation for board-level high performance flip-chip package equipped with vapor chamber as heat spreader", *Microelectronic Engineering*, vol. 87, no. 12, pp. 2463-2467.
- Wolfram, S. (2005), "The Mathematica Book", Cambridge/Wolfram Media.
- Zhang, H., Ge. X.e Ye, H. (2005), "Effectiveness of heta conduction reinforcement of particle filled composites", *Institute of Physics Publishing: Modeling Simul. Mater. Sci. Eng.*, v.13, pp. 401-412.