

**UM MODELO PARA A SOLDAGEM CIRCUNFERENCIAL DE TUBOS DE PAREDE FINA****Luciano Amaury dos Santos**

Instituto de Aeronáutica e Espaço — Centro Técnico Aeroespacial  
Praça Mal. Eduardo Gomes, 50 — São José dos Campos, SP — 12.228-904  
[lucianosantos@iae.cta.br](mailto:lucianosantos@iae.cta.br)

**Antônio Fábio Carvalho da Silva**

Departamento de Engenharia Mecânica — Universidade Federal de Santa Catarina  
Cidade Universitária — Florianópolis, SC — 88.040-900  
[fabio@emc.ufsc.br](mailto:fabio@emc.ufsc.br)

**Resumo.** Neste artigo é apresentada uma solução analítica para a condução de calor que ocorre durante a soldagem circunferencial (orbital) de tubos de parede fina. Quando os tubos são de pequeno diâmetro, o calor acumulado durante o processo dificulta a obtenção de um cordão de solda com penetração e largura adequadamente uniformes. Para aumentar a uniformidade do cordão de solda pode-se variar a corrente de soldagem ao longo do processo (reduzindo progressivamente o aporte de calor às peças que são unidas ou utilizando pulsação térmica). Para otimizar este procedimento um modelo teórico, como o apresentado aqui, pode ser muito útil. Modelos teóricos baseados em soluções analíticas geralmente apresentam-se como uma forma rápida de calcular o ciclo térmico sofrido em um ponto da parede do tubo durante a soldagem. Entretanto o processo de cálculo envolvido em uma previsão baseada em solução analítica da geometria do cordão de solda pode ser relativamente demorado, especialmente quando se modela a pulsação térmica. Neste tipo de previsão o uso de soluções numéricas, como encontra-se reportado na literatura, parece mais recomendável.

**Palavras chave:** soldagem, condução de calor, métodos analíticos

**1. Introdução**

Neste artigo é mostrado o desenvolvimento de um modelo para a soldagem circunferencial de tubos baseado no uso de fonte de calor concentrada. A temperatura será considerada uniforme ao longo da espessura da parede do tubo, uma hipótese que só é válida quando a parede do tubo for *fina*, ou seja, quando a fonte de calor aquecer a parede tão eficazmente que a transformação buscada (tipicamente a fusão do material) ocorra através de toda a espessura da parede.

O calor que a parede do tubo perde para os ambientes interno e externo ao tubo é levado em conta, neste modelo, por meio de um coeficiente de transferência de calor pelas superfícies desta parede (que representa uma média dos coeficientes de transferência de calor correspondentes às superfícies interna e externa do tubo, ambas estando em contato com ambientes cuja temperatura é aproximadamente constante e igual à temperatura inicial do tubo).

Como o gradiente de temperatura na direção perpendicular às superfícies da parede foi desprezado, a fonte de calor pode ser imaginada como um segmento de reta que atravessa a espessura da parede. O modelo apresentado aqui guarda certa semelhança com uma solução proposta por Rosenthal, 1941, para a soldagem *longitudinal* de tubos.

**1.1. Motivação**

A motivação para o desenvolvimento desta solução é a dificuldade, que existe na soldagem circunferencial de tubos de pequeno diâmetro, de obter-se um cordão de solda de largura e penetração uniformes. A tendência, durante a soldagem a potência e velocidade constantes, é o aumento de largura e penetração à medida que a soldagem avança. Este aumento é causado pelo aquecimento da região do tubo próxima à solda. Há muitas vezes, ao completar-se a circunferência do tubo, um excesso de penetração e até escorrimento do metal fundido, sendo produzidas, nestes casos, soldas com geometrias inaceitáveis.

Duas técnicas são utilizadas para minimizar este tipo de irregularidade da geometria do cordão de solda. Uma é o uso de uma variação de corrente de soldagem otimizada ao longo da soldagem (a corrente diminui à medida que o tubo se aquece). Outra é o uso da pulsação térmica. Ambas estas técnicas serão consideradas nos resultados mostrados aqui.

A solução otimizada a ser mostrada no presente trabalho foi baseada em resultados obtidos por Na e Lho, 1996. Um desenvolvimento futuro que parece promissor é o acoplamento da solução analítica aqui proposta a uma rotina de otimização que permita, com o uso de um mínimo de experimentos, a determinação de uma variação ótima da corrente para a realização da soldagem circunferencial de tubos.

## 1.2. Método de solução

A solução do problema de condução transiente que representa a soldagem de tubos de parede fina será feita basicamente integrando a função de Green associada ao problema (aqui tratada como a *resposta* da parede do tubo a um impulso térmico). Assim, grande parte do desenvolvimento mostrado neste trabalho é dedicado à obtenção da função de Green, com base no método da separação das variáveis. Para tornar evidente a homogeneidade das condições de contorno e simplificar as equações usadas para obter esta função, no início do desenvolvimento  $T$  representará a diferença entre a temperatura atual em um ponto qualquer e a temperatura inicial (uniforme) do domínio e suas vizinhanças.

As autofunções associadas aos problemas de Sturm-Liouville encontrados aplicando o método da separação das variáveis à forma homogênea da equação da condução (no domínio e com as condições de contorno utilizados aqui) são bem conhecidas (Özişik, 1993). Para obter a função de Green será suficiente, portanto, determinar os coeficientes da expansão desta função em termos das autofunções. A determinação destes coeficientes é a base do chamado método das transformadas finitas de Fourier (Zauderer, 1989) e (em um contexto mais genérico) do método das transformadas integrais (Özişik, 1993). Aqui, no entanto, ao invés de seguir-se o procedimento usual nestes métodos (adequados para equações não-homogêneas) em que a equação diferencial é integrada com o auxílio do teorema de Green, os coeficientes serão determinados a partir da substituição da solução (em termos de autofunções) diretamente na equação diferencial parcial. O procedimento seguido aqui, embora menos automático e de uso restrito a problemas homogêneos, é considerado mais simples pelos presentes autores.

O desenvolvimento apresentado a seguir foi proposto na tese de Santos, 2001.

## 2. Desenvolvimento

A Fig. (1) mostra a geometria do tubo e o sistema de coordenadas utilizado (ficando a linha de solda contida no plano  $x = 0$ ).

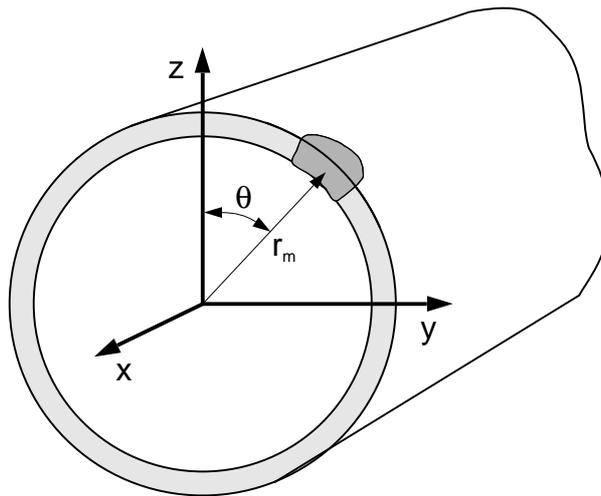


Figura 1: Geometria do tubo

Para obter a resposta da parede do tubo à atuação instantânea de uma fonte de calor concentrada (que representa essencialmente a função de Green associada ao problema em consideração), é interessante, no início, simplificar ao máximo a geometria envolvida. Considerando que esta fonte de calor atue em  $\theta = 0$ , tem-se uma simetria do campo de temperatura em relação ao plano que corta o tubo em  $\theta = 0$  e  $\theta = \pi$ . Portanto pode-se, no início deste desenvolvimento, seccionar a parede do tubo em  $\theta = \pi$  e planificá-la, conforme propõe Rosenthal, 1941.

Desprezando variações de temperatura na direção da espessura do tubo (hipótese de parede fina) obtém-se uma equação que pode ser vista como uma versão bidimensional da equação da aleta de seção transversal constante

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} \right) - \frac{h_s}{\rho c_p H} T \quad (1)$$

onde  $T$  é a diferença entre a temperatura local da chapa e a temperatura inicial (igual à ambiente),  $x$  é a coordenada paralela à direção longitudinal do tubo,  $\eta = r_m \theta$  é a coordenada circunferencial e  $H$  é a metade da espessura da parede do tubo, sendo  $r_m$  o raio médio (da linha neutra) desta parede, conforme representado na Fig. (1). O termo que envolve  $h_s$  (coeficiente de transferência de calor através das superfícies da parede do tubo), representa as perdas de calor da parede para os ambientes interno e externo ao tubo.

## 2.1. Resposta a um impulso térmico (Função de Green)

Considerando a fonte de calor localizada na origem do sistema de coordenadas,  $(x = 0, \eta = 0)$ , pode-se utilizar como condições de contorno em  $\eta = -\pi r_m$  e em  $\eta = \pi r_m$ ,  $\frac{\partial T}{\partial \eta} = 0$ . Em  $x \rightarrow -\infty$  e em  $x \rightarrow \infty$  tem-se  $T = 0$ . A condição inicial que representa a atuação instantânea em  $t = 0$  da fonte de calor, cuja intensidade (em joules) é  $Q$ , é dada por

$$T(x, \eta, 0) = \frac{Q}{\rho c_p 2H} \delta(x) \delta(\eta) \quad (2)$$

Note-se que a função delta de Dirac  $\delta(\cdot)$  tem como unidades o inverso das unidades do seu argumento (no caso presente, sua unidade é  $1/m$ ). Esta condição inicial determina que a integral da energia entregue ao meio por um impulso térmico (concentrada em um volume infinitesimal de parede do tubo em torno da origem  $(x = 0, \eta = 0)$ ) seja

$$Q = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho c_p T(x, y, 0) 2H dx d\eta = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \rho c_p T(x, y, 0) 2H dx d\eta \quad (3)$$

Em termos das autofunções associadas à direção circunferencial  $\eta$  a resposta ao impulso térmico pode ser expressa como

$$T(x, \eta, t) = \frac{1}{2} C(x, t, \kappa_0) + \sum_{n=1}^{\infty} C(x, t, \kappa_n) \cos(\kappa_n \eta) \quad (4)$$

onde  $C$  são coeficientes de Fourier e  $\kappa_n$  são os autovalores dados por

$$\kappa_n = \frac{n}{r_m} \quad (5)$$

Substituindo a Eq. (4) na Eq. (1) obtém-se

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \kappa_n^2 C \right) - \frac{h_s}{\rho c_p H} C \quad (6)$$

que deve ser satisfeita por cada um dos coeficientes  $C(x, t, \kappa_n)$ .

Usando a transformada de Fourier em cossenos,  $\mathcal{F}$ , na direção  $x$ , tem-se,

$$C(x, t, \kappa_n) = \int_0^{\infty} \mathcal{F}(t, \lambda, \kappa_n) \cos(\lambda x) d\lambda \quad (7)$$

O espectro contínuo de autovalores  $\lambda$  e portanto a integral no lugar do somatório são esperados em função do domínio ser infinito na direção  $x$ . Substituindo a Eq. (7) na Eq. (6) conclui-se que, para cada valor de  $\lambda$  e  $\kappa_n$ ,  $\mathcal{F}$  deve satisfazer

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} = -\alpha \left( \lambda^2 + \kappa_n^2 + \frac{h_s}{kH} \right) \mathcal{F} \quad (8)$$

Integrando a Eq. (8), que é uma equação diferencial ordinária bastante simples, obtém-se

$$\mathcal{F}(t, \lambda, \kappa_n) = \mathcal{F}(0, \lambda, \kappa_n) \exp \left[ -\alpha \left( \lambda^2 + \kappa_n^2 + \frac{h_s}{kH} \right) t \right] \quad (9)$$

A transformada de Fourier  $\mathcal{F}$  dos coeficientes de Fourier  $C$  que representam a condição inicial é

$$\mathcal{F}(0, \lambda, \kappa_n) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} C(x, 0, \kappa_n) \cos(\lambda x) dx \quad (10)$$

Os coeficientes de Fourier da condição inicial, são dados por

$$C(x, 0, \kappa_n) = \frac{1}{\pi r_m} \int_{-\pi r_m}^{\pi r_m} T(x, \eta, 0) \cos(\kappa_n \eta) d\eta \quad (11)$$

Substituindo a Eq. (10) e a Eq. (9) na Eq. (7) e integrando em  $\lambda$  obtém-se

$$C(x, t, \kappa_n) = \sqrt{\frac{1}{4\pi\alpha t}} \exp \left[ -\alpha \left( \kappa_n^2 + \frac{h_s}{kH} \right) t \right] \times \int_0^{\infty} C(\xi, 0, \kappa_n) \left\{ \exp \left[ -\frac{(x-\xi)^2}{4\alpha t} \right] + \exp \left[ -\frac{(x+\xi)^2}{4\alpha t} \right] \right\} d\xi \quad (12)$$

Substituindo então a Eq. (2) na Eq. (11) e o resultado disto na Eq. (12) obtém-se

$$C(x, t, \kappa_n) = \frac{Q}{2\pi\rho c_p r_m H} \sqrt{\frac{1}{4\pi\alpha t}} \exp\left[-\alpha\left(\kappa_n^2 + \frac{h_s}{kH}\right)t\right] \times \int_0^\infty \delta(\xi) \left\{ \exp\left[-\frac{(x-\xi)^2}{4\alpha t}\right] + \exp\left[-\frac{(x+\xi)^2}{4\alpha t}\right] \right\} d\xi \times \int_{-\pi r_m}^{\pi r_m} \delta(\eta) \cos(\kappa_n \eta) d\eta \quad (13)$$

Reconhecendo, então, a propriedade amostradora da função delta de Dirac,

$$C(x, t, \kappa_n) = \frac{Q}{\pi\rho c_p r_m H} \sqrt{\frac{1}{4\pi\alpha t}} \exp\left[-\alpha\left(\kappa_n^2 + \frac{h_s}{kH}\right)t - \frac{x^2}{4\alpha t}\right] \quad (14)$$

Para chegar ao modelo para a soldagem, em que a fonte de calor se move ao longo da circunferência do tubo, tem-se como passo intermediário que descrever a resposta à atuação instantânea da fonte de calor em uma posição qualquer da parede do tubo. Será mais simples trabalhar daqui por diante com o ângulo  $\theta$  ao invés da posição circunferencial  $\eta = r_m \theta$ , deixando claro que  $\theta$  pode ser um ângulo qualquer<sup>1</sup> em  $(-\infty, \infty)$ .

Para obter a resposta à atuação instantânea, em  $t = \tau$  de uma fonte de calor concentrada em uma posição ( $x = \xi$ ,  $\theta = \phi$ ) na parede da peça, basta substituir  $x = x - \xi$ ,  $\eta = r_m(\theta - \phi)$  e  $t = t - \tau$  na expressão que resulta da substituição da Eq. (14) na Eq. (4). Assumindo que  $T(x, \theta, t) = T_0$ , para  $t < \tau$ , tem-se, para  $t \geq \tau$ ,

$$T(x, \theta, t) - T_0 = \frac{Q}{\pi\rho c_p r_m H} \sqrt{\frac{1}{4\pi\alpha(t-\tau)}} \exp\left[-\frac{h_s(t-\tau)}{\rho c_p H} - \frac{(x-\xi)^2}{4\alpha(t-\tau)}\right] \times \left\{ \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left[-\alpha\left(\frac{n}{r_m}\right)^2(t-\tau)\right] \cos[n(\theta - \phi)] \right\} \quad (15)$$

Esta equação representa, para  $t \geq \tau$  e  $Q = 1$ , a função de Green associada ao modelo de condução de calor em um tubo de parede fina considerado neste artigo.

## 2.2. Resposta à atuação contínua de fonte móvel

A partir da Eq. (15) obtém-se a resposta à atuação contínua de uma fonte móvel de potência  $q$  (em watts) considerada como o resultado da superposição dos efeitos de infinitos impulsos térmicos de intensidade  $q(\tau) d\tau$ .

Assim, considerando que a fonte de calor começou a atuar em  $t = t_0$ , quando  $T(x, \theta, t_0) = T_0$ , e que ela seguiu uma trajetória dada por  $\xi = \xi(\tau)$  e  $\phi = \phi(\tau)$ , tem-se para  $t > t_0$

$$T(x, \theta, t) - T_0 = \int_{t_0}^t \frac{q(\tau)}{\pi\rho c_p r_m H} \sqrt{\frac{1}{4\pi\alpha(t-\tau)}} \exp\left[-\frac{h_s(t-\tau)}{\rho c_p H} - \frac{(x-\xi(\tau))^2}{4\alpha(t-\tau)}\right] \times \left\{ \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left[-\alpha\left(\frac{n}{r_m}\right)^2(t-\tau)\right] \cos[n(\theta - \phi(\tau))] \right\} d\tau \quad (16)$$

Esta equação utiliza um sistema de coordenadas fixo no tubo, portanto pode ser facilmente utilizada para determinação de temperaturas máximas ocorridas ao longo do tubo.

Uma solda circunferencial é representada por  $\xi(\tau) = 0$  e, se a velocidade de movimento da fonte de calor em relação ao tubo é dada por uma constante  $\Omega$  [rad/s], tem-se  $\phi = \Omega(\tau - t_0)$ . Utilizando um sistema de coordenadas fixo na fonte de calor ( $x, \theta'$ ) tem-se  $\theta - \phi = \theta' + \Omega(t - \tau)$  e então

$$T(x, \theta', t) - T_0 = \int_{t_0}^t \frac{q(\tau)}{\pi\rho c_p r_m H} \sqrt{\frac{1}{4\pi\alpha(t-\tau)}} \exp\left[-\frac{h_s(t-\tau)}{\rho c_p H} - \frac{x^2}{4\alpha(t-\tau)}\right] \times \left\{ \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left[-\alpha\left(\frac{n}{r_m}\right)^2(t-\tau)\right] \cos[n(\theta' + \Omega(t - \tau))] \right\} d\tau \quad (17)$$

Este sistema de coordenadas é interessante quando o campo de temperatura expresso nele alcança um regime permanente. Como na soldagem circunferencial de tubos de pequeno diâmetro dificilmente se atinge o regime permanente, este sistema de coordenadas móvel torna-se pouco atraente.

<sup>1</sup>Nesta altura do presente desenvolvimento é necessário abandonar a planificação da parede do tubo e começar a explorar a periodicidade da solução obtida em termos de  $\theta$ .

### 3. Resultados

Para testar esta solução analítica procurou-se comparar os seus resultados com os resultados do experimento relatado por Na e Lho, 1996. Os dados do experimento estão incompletos no artigo de Na e Lho, mas os presentes autores não encontraram na literatura um conjunto melhor de dados e resultados aplicáveis ao estudo da solução considerada aqui. A temperatura de fusão de  $652^{\circ}\text{C}$ , usada para estimar a posição da linha de fusão na Fig. (2), e as propriedades termofísicas utilizadas aqui são as dadas para a liga de alumínio, magnésio e silício no livro de Grong, 1994. A Tab. (1) mostra parte dos dados utilizados na elaboração desta figura.

Tabela 1: Dados utilizados na preparação da Fig. (2)

$k$ [W/(m K)]	167
$\alpha$ [ $\text{m}^2/\text{s}$ ]	$62 \times 10^{-6}$
$T_0$ [ $^{\circ}\text{C}$ ]	20
$H$ [mm]	1
$r_m$ [mm]	22,5
$h_s$ [W/( $\text{m}^2$ K)]	100
$\Omega$ [rad/s]	2/15

A Fig. (2) mostra isolinhas de temperatura máxima  $T_{max} = 652^{\circ}\text{C}$  ou seja, posições da linha de fusão, previstas para diversas formas de variação da potência de soldagem com o tempo. A posição da linha de fusão é o resultado mais interessante, tendo-se em vista a motivação do presente estudo (relacionada à busca de formas de variação da potência de soldagem que proporcionem uma largura da solda, ou seja, uma distância da linha de centro da solda até a linha de fusão, praticamente uniforme ao longo de todo o cordão).

O resultado identificado na legenda pelo título “pulsada” representa a pulsação térmica com potência de pulso  $q_p = 480$  W (durante o tempo de pulso  $t_p = 0,5$  s) e potência de base  $q_b = 60$  W (no restante do período  $\Gamma = 1$  s). O resultado identificado pelo título “constante” na legenda representa uma fonte de potência constante  $q = 330$  W. Este valor foi determinado para uma corrente de soldagem de 55 A, com 15 V de tensão e uma eficiência térmica de  $\eta_t = 0,4$  (recomendada para a soldagem TIG de alumínio sob proteção de argônio). O segundo resultado, identificado pelo título “melhor”, corresponde à fonte de potência variável segundo  $q = 342 - 57\theta / (3\pi)$  [W], que se move depois de ter passado 6 s parada em  $\theta = 0$  com a potência de 342 W ( $\theta$  é dado aqui em radianos).

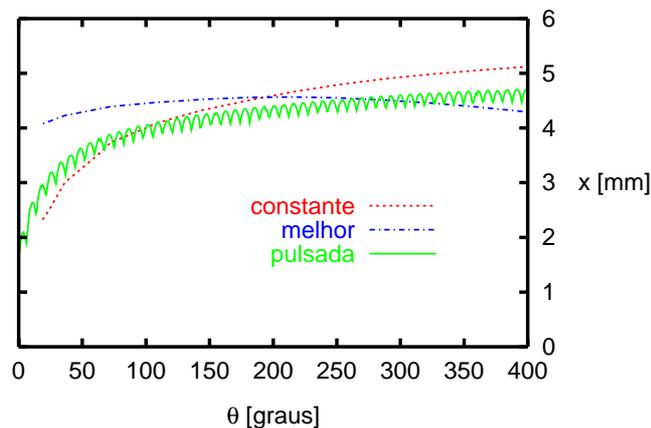


Figura 2: Linhas nas quais é prevista a temperatura máxima de  $652^{\circ}\text{C}$  para diversas formas de variação da potência da fonte de calor ( $x$  pode ser interpretada como metade da largura da solda)

Nota-se, nos resultados mostrados na Fig. (2), que com a potência constante há um aumento significativo na largura do cordão à medida que a soldagem avança (a largura seria o dobro do afastamento  $x$  da linha de fusão em relação à linha de centro da solda). Esta largura é de menos de 6 mm no início do cordão e vai a mais de 10 mm no final. No caso da potência pulsada este aumento, embora continue existindo, é menos pronunciado. No caso da potência variável (de forma semelhante à determinada por Na e Lho, 1996 através de algoritmo de otimização), identificado pelo título “melhor” na legenda da figura, tem-se a menor variação de largura do cordão durante a soldagem.

Para prever a geometria do cordão, quando a potência da fonte varia suavemente durante a soldagem, é suficiente calcular as temperaturas máximas alcançadas em relativamente poucos pontos do domínio. No caso da pulsação térmica, entretanto, se for desejada uma previsão detalhada da geometria ondulada do cordão que ela produz, é necessário o

cálculo das temperaturas máximas em muito mais pontos, o que demanda um esforço computacional significativo (foram utilizadas cerca de 6 horas de computação em um Pentium 166 MHz para obter o resultado mostrado na Fig. (2)). Isto faz pensar que, para este tipo particular de previsão, um método de diferenças finitas seria mais recomendável que a abordagem analítica adotada aqui.

### 3.1. Integração numérica e procura de máximos

Note-se que para calcular temperaturas utilizando a Eq. (16) ou a Eq. (17) é necessário utilizar um procedimento de integração numérica. Para evitar a singularidade presente no integrando que aparece nestas equações quando  $\tau = t$  optou-se pelo uso da quadratura gaussiana. O integrando pode ser descontínuo, como ocorre no caso da soldagem com pulsação térmica e nestes casos é necessário realizar a integração como uma soma de integrais sobre intervalos contínuos (sendo usados dez pontos de integração nos dois últimos intervalos utilizados, quando  $\tau$  está próximo de  $t$  e dois pontos de integração nos demais intervalos).

Além disso, para obter uma temperatura máxima, é necessário procurar o maior dos máximos locais de um ciclo térmico. Os máximos locais que ocorrem em instantes próximos àquele em que a fonte de calor passa pela coordenada  $y$  do ponto em consideração foram procurados com o auxílio do algoritmo de Brent, discutido por Press et al., 1992.

### 3.2. Parâmetros $\eta_t$ e $h_s$

A eficiência térmica de um processo de soldagem a arco voltaico,  $\eta_t$ , é normalmente apresentada como a razão entre o calor absorvido pela peça soldada e o calor dissipado no arco, ou seja,

$$\eta_t(t) = \frac{q(t)}{V(t)I(t)} \quad (18)$$

(raramente uma variação da eficiência térmica com o tempo, como a denotada acima, é considerada). Mesmo buscando apenas um valor médio de eficiência térmica válido para uma certa faixa de condições de soldagem, na literatura podem ser encontrados valores bastante diferentes entre si (Giedt et al., 1989), dependendo do tipo de experimento utilizado para avaliar a eficiência térmica e principalmente dependendo do modelo para a condução de calor na soldagem que se pretende utilizar (já que a principal utilização da eficiência térmica de soldagem se dá no cálculo da intensidade  $q$  das fontes de calor consideradas nestes modelos). Esta dispersão de valores deve-se em boa parte ao fato de que a eficiência térmica de soldagem é utilizada mais como um fator de correção dos diversos modelos teóricos para a condução de calor (que geralmente não podem levar em conta de forma satisfatória os fenômenos envolvidos na transferência de calor entre o arco voltaico e a peça sendo soldada) do que como uma característica de cada processo de soldagem a ser determinada através de procedimentos experimentais bem estabelecidos.

De modo semelhante, o coeficiente médio de transferência de calor entre as superfícies das paredes dos tubos e os ambientes para o qual elas estão voltadas poderia ser calculado através de

$$h_s = h_c + \sigma F_\epsilon F_A (T^3 + T_{ambiente}^3) \quad (19)$$

onde  $h_c$  seria o coeficiente de transferência de calor por convecção médio das superfícies interna e externa da parede do tubo,  $F_\epsilon$  um fator relacionado às propriedades radiativas dessas superfícies,  $F_A$  um fator de forma apropriado,  $\sigma$  a constante de Stefan-Boltzmann e  $T_{ambiente}$  uma temperatura média das superfícies com as quais as superfícies da parede do tubo trocam calor. Mesmo desprezando a dificuldade de estimar estas diversas *constantes* que seriam usadas para calcular  $h_s$ , o simples fato de  $h_s$  depender de  $T$  não apenas está em conflito com a hipótese de que  $h_s$  é constante (necessária para o desenvolvimento, baseado na teoria de equações *lineares*, do modelo aqui proposto) como torna muito difícil estimar um valor médio de  $h_s$ , já que a temperatura  $T$  da chapa varia de teoricamente infinita, junto a fonte de calor até o valor  $T_0$  longe desta fonte. Alguns manuais (vide, por exemplo, Tsai e Tso, 1994) apresentam orientações para a escolha de valores médios de  $h_s$  e  $\eta_t$  (e propriedades termofísicas, no caso do aço). Mas é temerário estender o uso daquelas recomendações para além dos modelos e das situações específicas para as quais elas foram feitas.

Assim, a literatura não se apresenta como uma boa fonte de valores de  $\eta_t$  e  $h_s$ . O melhor caminho a seguir, aparentemente, é desenvolver um procedimento para estimar, a partir de uma soldagem simples, estes valores (considerados como fatores de correção do modelo de condução de calor que se pretende adotar no caso) e, com estes fatores estimados, usar o modelo de condução de calor para otimizar o procedimento de soldagem. Em análises preliminares, como a apresentada nesta seção, uma estimativa destes parâmetros baseada nas ordens de grandeza dos encontrados em situações semelhantes, e que produza resultados razoáveis, já é suficiente.

## 4. Conclusão

Foi mostrado, neste artigo, o desenvolvimento de uma solução analítica (para a equação da condução de calor) capaz de prever o campo de temperatura em um tubo de parede fina soldado circunferencialmente. Este tipo de solução é interessante no estudo da soldagem circunferencial de tubos de pequeno diâmetro, em que há um aumento importante na largura do cordão durante a soldagem, se a potência for mantida constante.

A solução desenvolvida neste artigo foi capaz de prever o aumento da largura do cordão na soldagem com potência constante. Além disso foi capaz de prever o alívio deste problema proporcionado pelo uso da pulsação térmica. Finalmente a solução previu a maior uniformidade da largura do cordão obtido utilizando uma potência variada de acordo com a função determinada (através algoritmo de otimização combinado com solução numérica do problema de condução de calor) por Na e Lho, 1996. Portanto espera-se que esta solução possa ser usada, com certa vantagem em termos de esforço computacional, em um procedimento de otimização da variação da potência de soldagem durante a soldagem circunferencial de tubos de parede fina sem o uso de pulsação térmica.

O esforço computacional (relativamente alto) necessário para a determinação detalhada da geometria do cordão produzido com pulsação térmica, ao longo de toda a circunferência do tubo, sugere que, quando este nível de detalhe é desejado, soluções numéricas (métodos de diferenças finitas, volumes finitos ou elementos finitos) são mais interessantes que a abordagem analítica adotada aqui.

## 5. Referências

- Giedt, W. H., Talerico, L. N., e Fuerschbach, P. W., 1989, GTA Welding Efficiency: Calorimetric and Temperature Field Measurements, "Weld. J.", Vol. 68, pp. 28s–32s.
- Grong, Ø., 1994, "Metallurgical Modelling of Welding", The Institute of Materials, London, U.K.
- Na, S. J. e Lho, T. J., 1996, A Study on Parameter Optimization for Circumferential Gas Tungsten Arc (GTA) Welding of Small Pipes Considering Backing Gas Pressure, "Proc. Instn. Mech. Engrs.", Vol. 210, pp. 77–91.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., e Flannery, B. P., 1992, "Numerical Recipes in FORTRAN: The Art of Scientific Computing", Cambridge University Press, 2ª edição.
- Rosenthal, D., 1941, Mathematical Theory of Heat Distribution During Welding and Cutting, "Weld. J.", Vol. 20, pp. 220s–234s.
- Santos, L. A., 2001, "Condução de Calor na Soldagem com Pulsação Térmica", Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- Tsai, C. L. e Tso, C. M., 1994, Heat Flow in Fusion Welding, Davis, J. R., Ferjutz, K., e Wheaton, N. D., editors, "ASM Handbook: Welding, Brazing and Soldering", Vol. 6, pp. 7–18.
- Zauderer, E., 1989, "Partial Differential Equations of Applied Mathematics", Wiley, 2ª edição.
- Özişik, M. N., 1993, "Conduction Heat Transfer", Wiley, 2ª edição.

## A MODEL FOR THE CIRCUMFERENTIAL WELDING OF TUBES OF THIN WALL

### Luciano Amaury dos Santos

Instituto de Aeronáutica e Espaço — Centro Técnico Aeroespacial  
Praça Mal. Eduardo Gomes, 50 — São José dos Campos, SP — 12.228-904  
[lucianosantos@iae.cta.br](mailto:lucianosantos@iae.cta.br)

### Antônio Fábio Carvalho da Silva

Departamento de Engenharia Mecânica — Universidade Federal de Santa Catarina  
Cidade Universitária — Florianópolis, SC — 88.040-900  
[fabio@emc.ufsc.br](mailto:fabio@emc.ufsc.br)

**Abstract.** *In this paper an analytical solution for the heat conduction that occurs during the circumferential welding of tubes of thin wall is presented. When the tubes are of small diameter, the heat accumulated during the welding process difficulties the obtention of a weldment with adequate uniformity of width and penetration. To enhance the uniformity of the weld bead it is possible to vary the welding current along the process (reducing progressively the heat input to the tubes being joined or using thermal pulsing). In order to optimize this practice, a theoretical model, like the presented in this paper, may be useful. Theoretical models based on analytical solutions generally represent a fast way to calculate the thermal cycle that occurs in a certain position of a tube wall during its welding. The calculation process involved in a weldment geometry prediction based on an analytical solution, however, may be relatively slow, specially when thermal pulsing is considered. For such a kind of predictions, the use of numerical solutions, as it is reported in literature, seems to be more advisable.*

**Keywords.** *welding, heat conduction, analytical methods.*