

SIMULAÇÃO NUMÉRICA E TRATAMENTO ESTATÍSTICO DO ESCOAMENTO NA EXPANSÃO BRUSCA DE UM DEGRAU

Taygoara Felamingo de Oliveira

Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Mecânica - FT
Campus Universitário Darcy Ribeiro - 70910-900, Brasília - DF, Brasil
taygoara@unb.br

Roberto Francisco Bobenrieth Miserda

Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Mecânica - FT
Campus Universitário Darcy Ribeiro - 70910-900, Brasília - DF, Brasil
roberto@enm.unb.br

Resumo. *O objetivo deste trabalho é simular o escoamento na expansão brusca de um degrau e realizar um tratamento estatístico adequado para os dados gerados pela simulação. O modelo matemático utilizado é um modelo para as grandes escalas de escoamentos transientes, compressíveis em baixos números de Mach e altos números de Reynolds. O modelo de turbulência utilizado para a resolução dos termos submalha é o de Smagorinsky. É apresentada uma metodologia para o tratamento estatístico dos sinais turbulentos gerados pela simulação. Primeiramente, realiza-se uma comparação com resultados experimentais disponíveis na literatura, tanto para o comprimento de recolamento como para perfis de velocidade média. Essa comparação fornece parâmetros para o ajuste da constante de Smagorinsky do modelo de turbulência submalha. Observa-se um comportamento satisfatório do modelo na região de recirculação mas algumas diferenças são constatadas e discutidas. É feita uma análise estatística dos sinais turbulentos obtidos de diversas posições no escoamento. São apresentados sinais de velocidade devidamente caracterizados por coeficientes de assimetria, achatamento e por medidas de energia cinética de turbulência. É feita uma análise de autocorrelação mostrando que o escoamento não decorrelaciona-se completamente no intervalo analisado. Uma análise dos espectros de potência também é apresentada.*

Palavras chave: *Simulação de grandes escalas, turbulência, processo estocástico, tratamento estatístico*

1. Introdução

Os escoamentos turbulentos, na maioria das vezes, podem ser representados por processos estocásticos e, portanto, devem ser analisados por métodos estatísticos apropriados. Devido a suas características de randomicidade e de multi-escalas, a turbulência oferece grandes dificuldades para sua completa descrição matemática. Desta forma, sua caracterização depende profundamente de grandezas estatísticas como propriedades médias, medidas de dispersão e distribuições.

Os métodos experimentais para o estudo da turbulência, como a anemometria de fio quente ou a anemometria laser, já há muito fazem uso de ferramentas estatísticas para interpretar seus resultados (Möller, 2000). Já os métodos numéricos baseados no processo de médias de Reynolds, não necessitam de pós-análise estatística, no entanto os resultados dessas simulações são médias e momentos estatísticos de ordens superiores (Rorigues, 2000). Mais atualmente, métodos numéricos transientes, como as simulações diretas e as simulações de grandes escalas, geram resultados que necessitam de maiores cuidados quanto a sua análise estatística (H. Le and Kim, 1997).

Trabalhos em simulação direta de escoamentos turbulentos como o de H. Le and Kim, 1997 já relatam a necessidade de tratamento estatístico para resultados de simulações de escoamentos turbulentos. O transiente inicial é um fator muito importante a ser considerado, de forma que, neste trabalho, H. Le and Kim, 1997 descartam cerca de 70% de toda a simulação para evitar sua influência. Outros trabalhos relacionados a processos estocásticos como os de Carvalho G. C. and Alfaro, 2001 e de T. F. Oliveira and Bobenrieth, 2001 dedicam-se quase exclusivamente ao correto tratamento estatístico dos dados.

Inserido nesse contexto, este trabalho visa simulação e o posterior tratamento estatístico do escoamento na expansão brusca de um degrau. É feita uma comparação com resultados experimentais relatados na literatura por Eaton and Jonhston, 1980. São comparados o comprimento de recolamento e perfis de velocidade média em diversas seções do domínio. Os parâmetros estatísticos da simulação como o tempo de escoamento simulado e a frequência de aquisição dos sinais de turbulência são discutidos e determinados segundo uma análise baseada

em métodos estocásticos. São apresentadas correlações temporais bem como espectros de potência para sinais colhidos em diversos locais do escoamento.

2. Modelo matemático e método numérico

2.1. Processo de filtragem

O modelo matemático utilizado neste trabalho é o proposto por Bobenrieth, 1996. Trata-se de um modelo para as grandes escalas de escoamentos compressíveis a baixos números de Mach e altos números de Reynolds. Utiliza-se a formulação compressível como uma proposta que permite a realização de simulações numéricas de escoamentos sem a necessidade de resolução de uma equação de Poisson para a pressão, o que acarreta na resolução de um sistema linear a cada iteração, procedimento esse computacionalmente dispendioso. Ao invés disso, a pressão passa a ser calculada através da energia interna e da massa específica, dadas pela equação da energia e continuidade, respectivamente. O ônus dessa técnica está na necessidade de capturar-se as pequenas variações do campo de massa específica quando o escoamento é a baixos números de Mach. Apesar da formulação compressível utilizada, os escoamentos simulados estão numa faixa de número de Mach na qual a fenomenologia pode ser considerada semelhante a de um escoamento incompressível, fato que será usado quando na derivação do modelo para o tensor de tensões submalha. Para a separação das grandes e pequenas escalas do escoamento, as equações governantes do são filtradas através da convolução das propriedades com uma função densidade de probabilidade. Desta forma, uma grandeza qualquer do escoamento ϕ , filtrada, é dada por:

$$\bar{\phi}(\mathbf{x}, t) = \int_{\mathbf{D}} \mathbf{G}(\mathbf{x} - \mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r} \quad (1)$$

onde D representa todo o domínio do escoamento e a função $G(\mathbf{x} - \mathbf{r})$ é tal que:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} G(\mathbf{x} - \mathbf{r}) = 0 \quad \int_{\mathbf{D}} \mathbf{G}(\mathbf{x} - \mathbf{r}) = 1 \quad (2)$$

Por tratar-se de um modelo compressível, é conveniente introduzir uma filtragem ponderada pela massa específica de seguinte forma:

$$\underline{\phi} = \frac{\bar{\phi\rho}}{\bar{\rho}} \Rightarrow \bar{\phi\rho} = \bar{\rho}\underline{\phi} \quad (3)$$

onde $\underline{\phi}$ agora representa a propriedade ϕ filtrada e ponderada pela massa específica. Esse procedimento é conhecido com filtragem de Favre, Anderson et al., 1984

É possível demonstrar que um processo de filtragem definido desta forma é distributivo na soma e é indiferente à multiplicação por uma constante. Além disso, também é comutativo com as derivadas temporais e espaciais, para o caso de um domínio invariante com o tempo, Sagaut, 2000.

2.2. Equações governantes filtradas e modelo de turbulência

Aplicando o processo de filtragem descrito anteriormente às equações da continuidade, quantidade de movimento, energia e as equações de estado para um gás térmica e caloricamente perfeito, obtemos o seguinte conjunto de equações filtradas e ponderadas pela massa específica:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \underline{u}_i) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \underline{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \underline{u}_i \underline{u}_j) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\mu \underline{D}_{ij}) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \underline{u}_k}{\partial x_k} \right) + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \underline{e}_T) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\underline{e}_T \underline{u}_i) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\mu \underline{D}_{ij} \underline{u}_j) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k \left(\frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \right) + \frac{\partial Q_i}{\partial x_i} \quad (6)$$

$$\bar{p} = \bar{\rho} R \underline{T} \quad \underline{T} = \frac{(\gamma - 1)}{R} \underline{e} \quad \underline{k} = \frac{c_p}{P_r} \mu \quad (7)$$

onde \underline{D}_{ij} é o tensor taxa de deformação e \underline{e}_T a energia total dados, respectivamente, pelas Eq.(8) e Eq.(9):

$$\underline{D}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \underline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \underline{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (8)$$

$$\underline{e}_T = \left(\underline{e} + \frac{\underline{u}_i^2}{2} \right) \quad (9)$$

Aqui, e é a energia interna, k é a condutividade térmica, R a constante universal dos gases por unidade de massa molar, γ a razão de calores específicos, c_p o calor específico a pressão constante e Pr o número de Prandtl. O vetor Q_i e o tensor σ_{ij} são contribuições das escalas submalha para as equações de energia e quantidade de movimento e não podem ser calculados explicitamente. Desta forma, um modelo submalha deve ser empregado para a sua resolução. No caso deste trabalho, será usado o modelo de Smagorinsky, 1963.

Considerando inicialmente apenas o tensor submalha σ_{ij} temos que:

$$\sigma_{ij} = \bar{\rho} \left(\underline{u}_i \underline{u}_j - \underline{u}_i \underline{u}_j \right) \quad (10)$$

O modelo de Smagorinsky parte da hipótese de uma viscosidade turbulenta sugerindo que:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{3} \sigma_{kk} + 2\mu_t \underline{D}_{ij} \quad (11)$$

Admitindo o equilíbrio entre produção e dissipação de energia cinética de turbulência, é possível mostrar, utilizando argumentos de escala, que a viscosidade turbulenta pode ser calculada como:

$$\mu_t = (C_S \Delta)^2 |\underline{D}_{ij}| \quad (12)$$

onde Δ é o comprimento característico do filtro, C_S é a constante de Smagorinsky e $|\underline{D}_{ij}|$ é a norma do tensor taxa de cisalhamento dada por:

$$|\underline{D}_{ij}| = (2\underline{D}_{ij}\underline{D}_{ij})^{1/2} \quad (13)$$

Para o modelamento do vetor submalha Q_i , além das hipóteses do modelo de Smagorinsky, assume-se um escoamento em baixos números de Mach e que as paredes do domínio são adiabáticas. Desta forma, é possível mostrar que, Bobenrieth, 1996:

$$Q_i = \gamma k_t \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (14)$$

onde k_t é a condutividade térmica turbulenta e é calculada de maneira totalmente análoga ao cálculo de k .

3. Metodologia de análise estatística do escoamento

3.1. Formulação estocástica do escoamento

Considerando o escoamento em termos de um processo randômico, suas propriedades devem ser determinadas através de médias tomadas sobre diversas realizações do mesmo processo. Considerando especificamente a velocidade e definindo-se um processo estocástico $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t, \alpha)$, com $\alpha = 1, 2, \dots, N$ onde N é o número de realizações do processo, a média estatística da velocidade é definida como (Carvalho G. C. and Alfaro, 2001):

$$\langle u(\mathbf{x}, t) \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N u(\mathbf{x}, t, \alpha) \quad (15)$$

Se definirmos a flutuação do processo como $u'(\mathbf{x}, t) = u(\mathbf{x}, t) - \langle u(\mathbf{x}, t) \rangle$, pode-se definir a função autocorrelação como:

$$C(u'(\mathbf{x}, t), u'(\mathbf{x}, t + \tau)) = \langle u'(\mathbf{x}, t) u'(\mathbf{x}, t + \tau) \rangle \quad (16)$$

Para processos estatisticamente estacionários temos que:

$$\langle u(\mathbf{x}, t) \rangle = \langle u(\mathbf{x}) \rangle \quad C(u'(\mathbf{x}, t), u'(\mathbf{x}, t + \tau)) = C(\mathbf{x}, \tau) \quad (17)$$

Se o processo for ergódico, as médias estatísticas definidas acima são equivalentes às médias temporais calculadas segundo a Eq.(18)

$$\tilde{u}(\mathbf{x}) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T u(\mathbf{x}, t) dt \quad (18)$$

Em um processo ergódico, as análises baseadas em médias temporais ou estatísticas são equivalentes, de forma que, nesses casos, apenas uma única série temporal suficientemente longa bastaria para a devida caracterização estocástica do processo.

Considerando uma posição fixa no escoamento, o erro associado a hipótese de ergodicidade pode ser estimado através da variância entre a média temporal e a estatística, T. F. Oliveira and Bobenrieth, 2001, conforme indicado abaixo:

$$\sigma^2(T) = \langle (\tilde{u} - \langle u \rangle)^2 \rangle \quad (19)$$

Mostra-se que a Eq.(19) é equivalente a:

$$\sigma^2(T) = \frac{2\langle u'^2 \rangle}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) C(\tau) d\tau \quad (20)$$

Admitindo um decaimento exponencial para a função autocorrelação, a integral da Eq.(20) pode ser resolvida e o erro associado a hipótese de ergodicidade do processo pode ser estimado como:

$$\varepsilon^2 \sim \frac{2\langle u'^2 \rangle \Theta}{T\langle u \rangle^2} \quad (21)$$

onde:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{\langle u \rangle}, \quad \langle u'^2 \rangle = \langle (u - \tilde{u})^2 \rangle \quad (22)$$

Na Eq.(21), Θ é uma escala de tempo na qual o escoamento não está mais correlacionado. Essa escala pode ser obtida integrando-se a função autocorrelação em relação ao tempo. No entanto, tipicamente essa escala é da ordem de uma escala integral de tempo do escoamento, sendo que, uma análise de escala pode ser aplicada para a sua determinação. Desta forma, nesse trabalho usa-se:

$$\Theta \sim \frac{H}{U_\infty} \quad (23)$$

3.2. Função característica

A função característica de uma variável randômica é definida como a transformada inversa de Fourier da função densidade de probabilidade dessa variável, Batchelor, 1953. Desta forma, para a variável u' , tem-se que

$$\psi(s) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{isu'} f(u') du' \quad (24)$$

onde $f(u')$ é a função densidade de probabilidade de u' .

A Eq.(24) pode ser entendida como a espectância de $e^{isu'}$. Expandindo em série de MacLaurin esse termo e usando a definição de média estatística de Eq.(15), tem-se que:

$$\psi(s) = \left\langle \sum_{j=1}^n \frac{(su')^j}{j!} i^j \right\rangle = \sum_{j=0}^n \langle (su')^j \rangle \frac{i^j}{j!} \quad (25)$$

A Eq.(25) fornece meios para se obter a função característica calculada a partir dos momentos estatísticos ordinários. Para um escoamento turbulento no qual $\langle u' \rangle = 0$, a função característica expandida até o termo de quarta ordem é dada por:

$$\psi = 1 - s^2 \frac{\sigma^2}{2!} + is^3 \frac{\sigma^3}{3!} \varphi + s^4 \frac{\sigma^4}{4!} \kappa + O(s^5 \sigma^5) \quad (26)$$

onde φ e κ são, respectivamente, os fatores de assimetria e de achatamento da função característica e $\sigma = \langle u'^2 \rangle^{1/2}$ e representa uma medida da energia cinética de turbulência. Tais fatores podem ser usados para verificar-se o quanto a distribuição do processo desvia-se de uma distribuição normal, na qual $\varphi = 0$ e $\kappa = 3$.

3.3. Densidade espectral

A densidade espectral $S(\omega)$ do sinal é definida como, Bentad and Piersol, 1986:

$$S(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |A(\omega)|^2 \quad (27)$$

onde $|A(\omega)|$ é a norma da transformada de Fourier do sinal de flutuação de velocidade:

$$A(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u'(t) e^{-i\omega t} d\tau \quad (28)$$

A integral do espectro definido pelas Eq.(27) e Eq.(28) é igual a toda a energia transportada pelo sinal.

4. Metodologia

4.1. Domínio computacional e método numérico

O problema estudado é o escoamento bidimensional na expansão brusca de um degrau. O domínio computacional reproduz a geometria do trabalho experimental de referência realizado por Eaton and Jonhston, 1980 e é mostrada na Fig.(1).

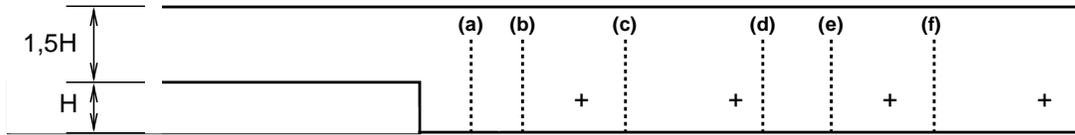


Figura 1: Domínio computacional. $H = 5.08cm$. Detalhes das seções nas quais foram tomados os perfis de velocidade média (linhas verticais): (a) $X/H=1$, (b) $X/H=2$, (c) $X/H=4$, (d) $X/H=6,67$, (e) $X/H=8$, (f) $X/H=10$. Posição onde foram adquiridos os sinais turbulentos (+): $Y/H = 1/2$

As linhas verticais mostradas na Fig.(1) representam as seções nas quais foram medidos os perfis de velocidade média para a comparação com resultados experimentais. Os pontos assinalados com um + marcam os locais onde foram extraídos os sinais turbulentos analisados neste trabalho.

A discretização do domínio foi feita segundo uma metodologia de volumes finitos com malha estruturada. O degrau não é simulado através da topologia da malha e sim por meio da imposição de condição de parede em volumes internos do domínio de forma a emular a presença de um obstáculo, Oliveira and Bobenrieth, 2000. O refinamento da malha é tal que o degrau é discretizado em 36 volumes. Considerando que a altura do degrau é de $5.08cm$ o refinamento da malha é de $0.14cm/volume$. O refinamento da malha foi baseado no trabalho de Bobenrieth, 1996, que obteve resultados muito satisfatórios na simulação do mesmo problema abordado neste trabalho.

A malha é composta de duas regiões distintas. O trecho inicial é constituído de volumes totalmente regulares. Essa é a região de interesse da simulação e estende-se da seção de entrada do domínio até doze vezes a altura do degrau, à jusante da expansão. O trecho final da malha é não regular e é construído de forma que quanto mais próximo da seção de saída mais alongados são os volumes. Essa estratégia visa fornecer um grande comprimento para a dissipação das estruturas turbulentas sem um custo computacional elevado. Observou-se durante simulações preliminares que o alongamento dos volumes acelera vigorosamente a dissipação dos vórtices criados pela expansão, o que reduz ainda mais o comprimento de malha necessário à simulação. Após alguns testes, foi possível estabelecer um comprimento e uma taxa de crescimento dos volumes, do segundo trecho da malha de forma que o escoamento na seção de saída fosse totalmente laminar e o número de volumes necessários não excedesse 8% de todos os volumes do domínio.

As equações do movimento apresentadas anteriormente foram adimensionalizadas utilizando-se como valores de referência as propriedades do escoamento não perturbado e a altura do degrau. Utilizou-se o método explícito preditor-corretor de MacCormack (Hirsch, 1990) para resolver o sistema de equações governantes. Esse método garante uma precisão de segunda ordem na aproximação das derivadas espaciais e temporais. A condição de estabilidade do método é dada pelo número de CFL (Courant-Friedrichs-Lewy), que pode ser aproximada por:

$$CFL = \frac{\Delta x / \Delta t}{U_{\infty} + c_{\infty}} \quad (29)$$

onde c_{∞} é a velocidade do som calculada no escoamento não perturbado.

O número de CFL (como definido na Eq.(29)) utilizado nas simulações foi 0.6, de sorte que o incremento temporal foi de $2.3 \times 10^{-6}s$. Apesar do método utilizado ser bastante dissipativo, observou-se que a dissipação numérica gerada não é suficiente para estabilizar o código, de forma que o modelo de turbulência também age nesse sentido.

4.2. Tratamento estatístico

O tratamento estatístico realizado nos sinais turbulentos simulados foi um tratamento típico de séries temporais. Considerando que a condição inicial do escoamento não corresponde a de um processo estatisticamente permanente, uma vez que o campo de propriedades é inicializado com as condições do escoamento não perturbado, uma parte considerável da simulação deve ser descartada até que uma condição de processo estacionário seja atingida. Desta forma, pode-se considerar que a fase inicial da simulação é atingir um processo estatisticamente estacionário. No caso deste trabalho, são descartados 2, 3s de escoamento, o que corresponde a 1.000.000 de iterações, o que representa metade de toda simulação.

Atingida a condição de processo estacionário, inicia-se o cálculo das propriedades médias e a aquisição do sinal de velocidade nas posições preestabelecidas. O tempo de simulação para a aquisição do sinal é determinado usando-se a Eq.(21). Considerando a região de maior intensidade de turbulência relatada no trabalho de Eaton and Jonhston, 1980 e um tempo útil de simulação de 2, 3s, o erro cometido em admitir-se a ergodicidade do processo é da ordem de 5%. Além dessa análise, verifica-se o comportamento do sinal de velocidade média para que haja garantia de que esse parâmetro esteja totalmente estabilizado.

Após a geração dos dados são realizadas comparações com os resultados experimentais. Compara-se o comprimento de recolamento e perfis de velocidade média. São apresentados sinais de velocidade em localizações diferentes do escoamento. As autocorrelações dos sinais são calculadas a fim de se estabelecer as escalas de tempo de correlação do sinal. São calculados os espectros de potência através da transformada de Fourier dos sinais de flutuações de velocidade. Os parâmetros de achatamento e assimetria também são avaliados afim de se estabelecer o desvio em relação a um processo com distribuição normal.

5. Resultados

5.1. Comparação com resultados experimentais

5.1.1. Comprimento de recolamento

O escoamento em questão tem número de Reynolds, baseado na altura do degrau, é igual a 38.000 e número de Mach do escoamento não perturbado de 0.03. Inicialmente são feitas comparações dos comprimentos de recolamento dos escoamentos simulado e experimental. Através desse parâmetro, a constante de Smagorinsky é ajustada, Eq.(12). Foram realizadas quatro simulações com constantes de Smagorinsky diferentes a fim de se estabelecer o melhor valor desse parâmetro, tendo como referência o comprimento de recolamento. Simulações sem modelo são instáveis, não de forma que não se obtém tempo de simulação suficiente para que se realize uma estatística aceitável do processo. Observou-se uma grande sensibilidade do escoamento simulado à constante de Smagorinsky, sendo que, por fim, o valor que apresentou melhores resultados foi $C_S = 0,61$. O comprimento de recolamento obtido foi $X_R/H = 9,1$.

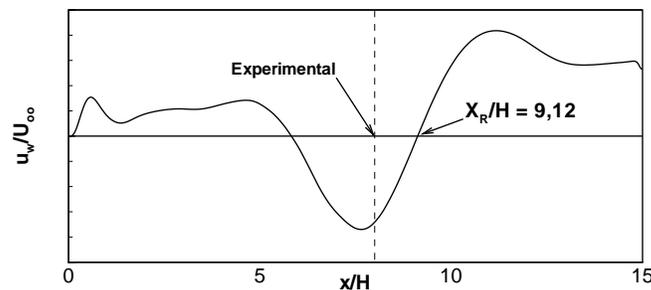


Figura 2: Perfil da componente longitudinal da velocidade sobre a superfície inferior da expansão. X_R : comprimento de recolamento. Experimental: $X_R/H = 8,0$; Simulado: $X_R/H = 9,1$

A Fig.(2) apresenta o perfil da componente longitudinal da velocidade média ao longo da parede inferior da expansão (u_w/H). O ponto recolamento pode ser determinado pelo local onde u_w/U_∞ muda de direção.

Pode-se notar que u_w/U_∞ muda de sinal em duas posições diferentes, o que sugere a existência de uma

região de recirculação secundária. Essa região de recirculação, bem como outra, localizada na parede superior, podem ser melhor observadas através das linhas de corrente do escoamento médio apresentadas na Fig.(3).

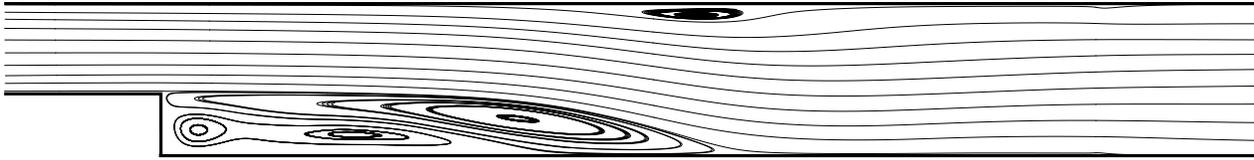


Figura 3: Linhas de corrente do escoamento médio.

5.1.2. Perfis de velocidade média

As comparações de perfil de velocidade são mostradas nas Fig.(4), Fig.(5) e Fig.(6). Pode-se notar que os resultados estão em melhor acordo na região de recirculação logo após a expansão brusca. Nos perfis a $1H$ e $2H$ a maior discrepância entre os resultados acontece na região onde o escoamento apresenta baixa intensidade de turbulência. Na região de maior taxa de cisalhamento, os perfis de velocidade simulados estão em concordância satisfatória com os rebotados experimentais. do domínio.

Em diversos trabalhos como os de Silvestrini, 2000 e H. Le and Kim, 1997 o modelo de Smagorinsky é caracterizado como muito dissipativo em regiões próximas a paredes. Desta forma, as camadas limites calculadas quando esse modelo é utilizado são mais espessas. Assim, a redução da área efetiva pela qual o escoamento passa é maior, induzindo maiores velocidades na região fora da recirculação. Esse fato sugere uma explicação para o comportamento observado nos perfis apresentados, que superestimam a velocidade média na região central

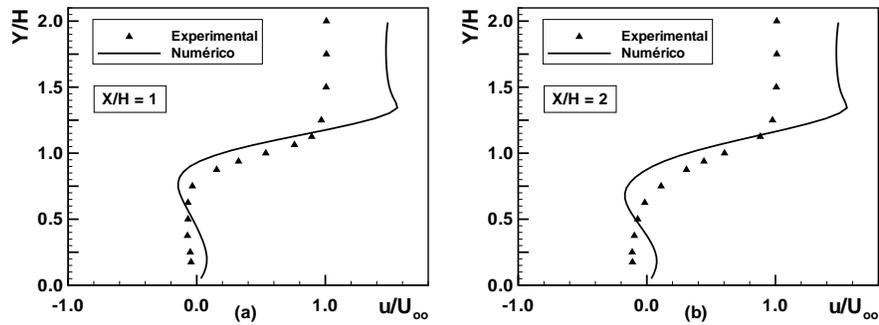


Figura 4: Perfis de velocidade média. Altura em relação à parede inferior: $1/2H$. Estações em $x/H = 1$ e $x/H = 2$

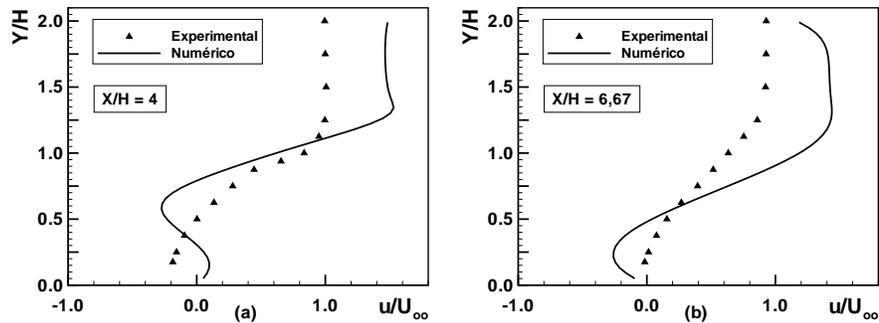


Figura 5: Perfis de velocidade média. Altura em relação à parede inferior: $1/2H$. Estações à $x/H = 4$ e $x/H = 6,67$

Nos perfis tomados a $6,67H$, $8H$ e $10H$ as diferenças são mais acentuadas. No caso dos dois primeiros perfis, deve-se levar em conta que o escoamento simulado ainda encontra-se distante do seu ponto de recolamento, enquanto que o experimental já praticamente recolou. Certamente, uma calibração da constante de Smagorinsky

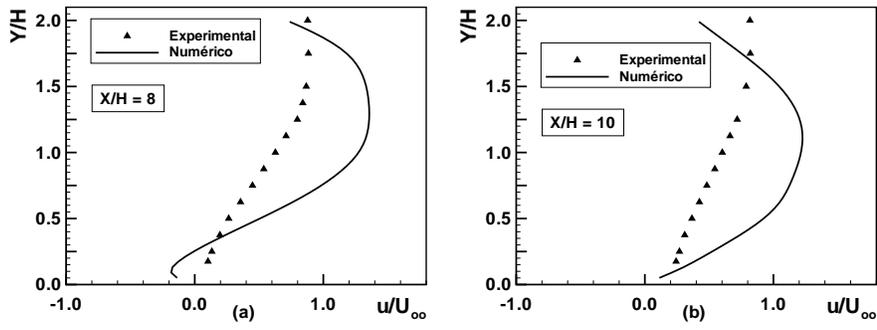


Figura 6: Perfis de velocidade média. Altura em relação à parede inferior: $1/2H$. Estações à $x/H = 8$ $x/H = 10$

mais refinada deva diminuir as diferenças dos resultados nessa região. No perfil tomado a $10H$ o mecanismo dominante responsável pelas diferenças entre os resultados, mais uma vez é o comportamento do modelo de turbulência próximo à parede. Desta vez, de forma mais evidente.

5.2. Sinais de velocidade

A característica transiente da simulação de grandes escalas permite a obtenção de sinais de velocidade típicos de escoamentos turbulentos. Desta forma, passam a ser fatores importantes da simulação parâmetros como tempo de simulação e a frequência na qual o sinal é adquirido. O tempo de simulação já foi discutido na seção 3.1 e foi determinado tendo-se em vista a obtenção de um sinal representativo do escoamento satisfazendo satisfatoriamente a condição de ergodicidade do processo. A frequência de aquisição foi determinada de forma que as maiores frequências calculadas na simulação fossem captadas. Tomando como escala característica das menores estruturas turbulentas o comprimento do filtro, ou seja, o comprimento dos menores volumes da malha, a escala das maiores frequências calculadas pela simulação é dada por:

$$\omega_{max} \sim \frac{U_{\infty}}{\Delta} \quad (30)$$

onde U_{∞} é a velocidade de referência e Δ a distância entre dois pontos de malha.

Considerando o teorema de Nyquist (ver, por exemplo, Ifeachor and Jarvis, 1993) a frequência de aquisição deve ser o dobro da desejada frequência que se quer capturar. Levando isso em conta e utilizando a Eq.(30), a frequência de aquisição utilizada foi de $17,4kHz$, o que corresponde a um valor de velocidade a cada 25 iterações.

A Fig.(7) mostra o campo instantâneo de linhas de iso-vorticidade em dois instantes diferentes, mostrando a característica transiente da simulação. Pode-se observar as camadas limites na seção de entrada do escoamento, evidenciadas pela concentração da vorticidade. Observa-se também o mecanismo de emparelhamento de vórtices, sobretudo em Fig.(7)a, onde vórtices horários são emitidos e viajam juntos em direção à seção de saída do domínio. Observa-se também a geração de grandes estruturas na parede superior do domínio, induzidas pelas estruturas geradas na camada de cisalhamento após o degrau.

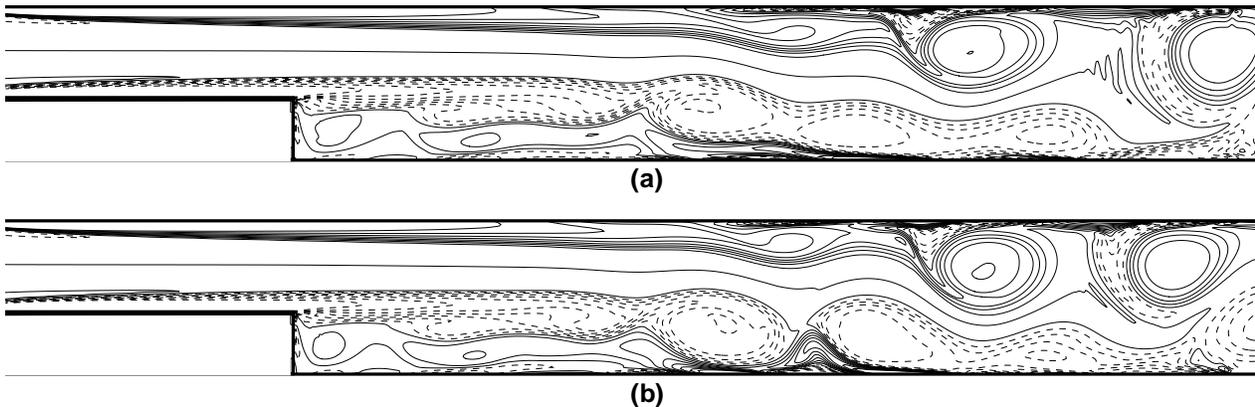


Figura 7: Campo instantâneo de vorticidade. Linhas sólidas: vorticidade positiva; Linhas pontilhadas: vorticidade negativa. (a) $tU_{\infty}/H = 522.5$ (b) $tU_{\infty}/H = 527.5$

Os sinais foram todos adquiridos numa altura $y/H = 1/2$ em relação a superfície inferior da expansão e são

apresentados nas Fig.(8) e Fig(9).

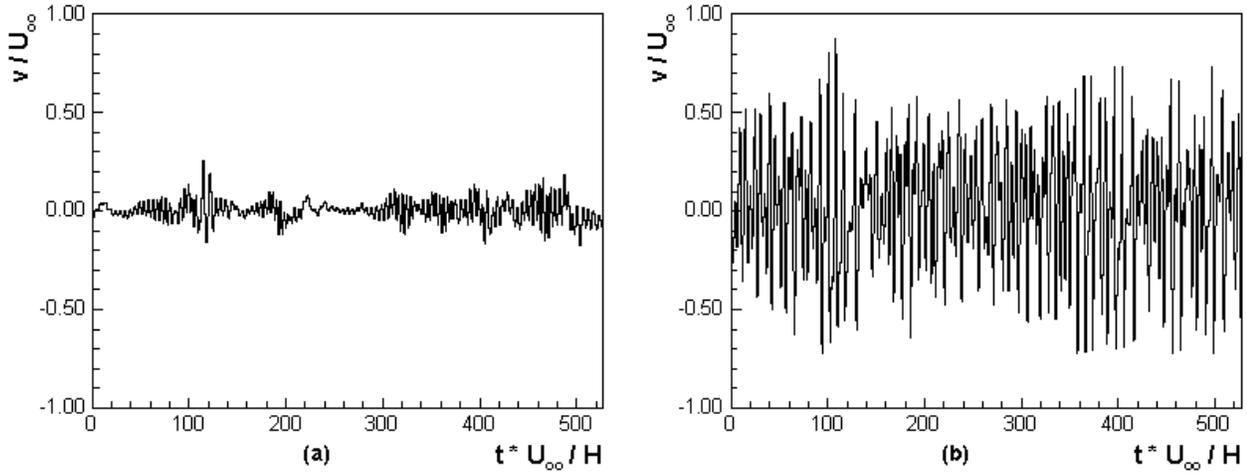


Figura 8: Sinal da componente vertical da velocidade. (a) $x/H = 3$; (b) $x/H = 6$

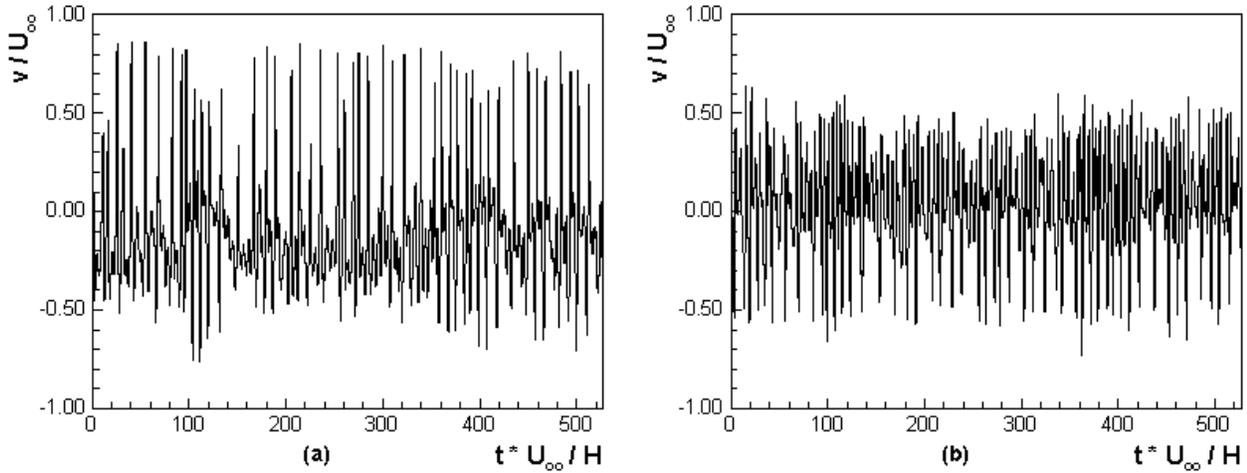


Figura 9: Sinal da componente vertical da velocidade. (a) $x/H = 9$; (b) $x/H = 12$

O sinal apresentado na Fig.(8a) refere-se a uma sonda localizada dentro da região de recirculação. Mostra um escoamento com pouca energia cinética de turbulência mostrando que na região de circulação logo após a expansão não há variações bruscas de velocidade. O mesmo é relatado no trabalho experimental de Eaton and Jonhston, 1980.

Em contraste, o sinal obtido no ponto $x/H = 6$, mostrado na Fig.(8b), apresenta grandes variações da componente vertical da velocidade. O ponto em questão está localizado na parte superior da segunda região de recirculação, mostrando que esta possui características bem diversas daquelas localizadas junto à expansão.

Os sinais apresentados na Fig.(9) têm características semelhantes às do apresentado na Fig.(8). No entanto, para uma correta caracterização dessas séries temporais é preciso realizar uma análise mais cuidadosa. Sendo assim, são apresentados na Tab.(1) os valores de energia cinética de turbulência, fator de assimetria e de achatamento para cada um dos casos apresentados.

Tabela 1: Características dos sinais da componente vertical da velocidade

Posição	$x/H=3$	$x/H=6$	$x/H=9$	$x/H=12$
En. Cinética de Turb. (σ^2/U_∞^2)	$2,98 \times 10^{-3}$	$8,70 \times 10^{-2}$	$7,53 \times 10^{-2}$	$6,07 \times 10^{-2}$
Fator de assimetria (ϕ)	0,191	-0,174	1,06	-0,300
Fator de achatamento (κ)	4,50	2,51	4,42	2,77

Observa-se que a energia cinética de turbulência do sinal em $x/H = 3$ é uma ordem de grandeza menor

do que os demais. O sinal na posição $x/H = 9$ apresenta fatores de assimetria e achatamento consideráveis, afastando-se significativamente de um processo normal, caracterizando um escoamento dominado por grandes estruturas. Neste caso, a distribuição é mais achatada e desviada para a o lado direito em relação a uma gaussiana de mesma média e mesmo desvio padrão.

5.3. Autocorrelação

A autocorrelação (ou correlação temporal) do processo é uma medida de memória do escoamento. Em processos totalmente randômicos, o sinal está sempre descorrelacionado, o que significa que o valor da propriedade num determinado instante é totalmente insensível ao valor da mesma propriedade no instante anterior. Processos típicos de turbulência homogênea possuem um decaimento da função autocorrelação exponencial, já apresentando escalas de tempo nas quais existe autocorrelação. No caso do escoamento simulado, a função autocorrelação dos diversos sinais analisados não decai totalmente no período analisado, como pode ser observado na Fig.(10), mostrando mais uma vez, que o escoamento é dominado por grandes estruturas coerentes que são geradas com certa periodicidade.

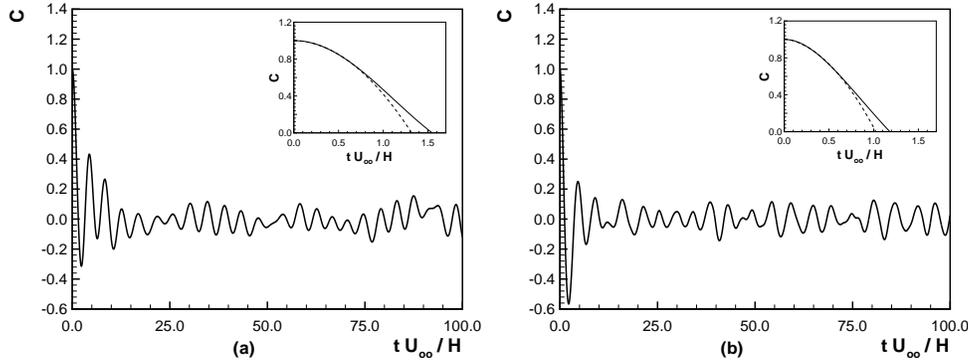


Figura 10: Função autocorrelação normalizada pela variância. (a) $x/H = 3$; (b) $x/H = 12$. Detalhe do encarte: Decaimento aproximado por um polinômio de segundo grau. Escala de Taylor da turbulência

Os encartes mostrados nos gráficos da Fig.(10) mostram a escala de tempo de Taylor. Essa escala não está relacionada a um determinado tamanho característico de qualquer escala do escoamento. No caso, a escala de Taylor está relacionada com o intervalo no qual o escoamento encontra-se temporalmente muito correlacionado, servindo de referência para medidas do grau de autocorrelação dos processos. Os demais sinais apresentaram comportamento similar da função autocorrelação, por isso não serão apresentados.

5.4. Espectro de potência

A distribuição da energia cinética de turbulência nas diversas frequências do escoamento pode ser avaliada através do espectro de potência. Neste trabalho, os espectros foram obtidos diretamente da transformada de Fourier do sinal de flutuação de velocidade na direção vertical. Juntamente com cada espectro é apresentada uma linha referente ao decaimento de Kolmogorov (Monin and Yaglow, 1987).

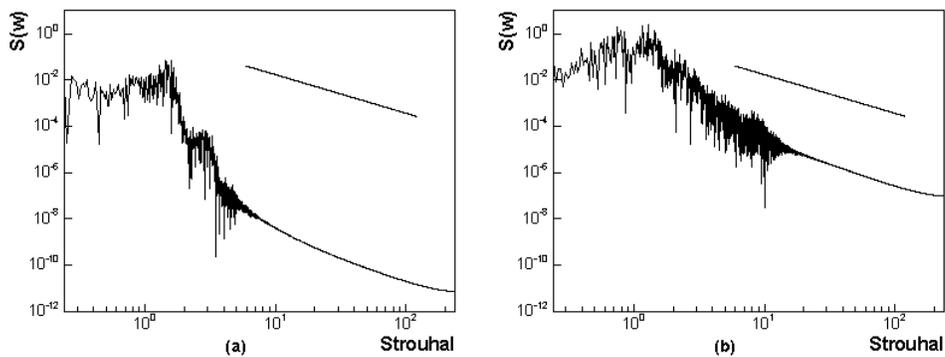


Figura 11: Espectro de potência para o sinal de flutuação da componente vertical da velocidade. (a) $x/H = 3$; (b) $x/H = 6$. A linha reta é proporcional a um decaimento do tipo $w^{-5/3}$

Pode-se observar na Fig.(12a) um decaimento significativamente mais veloz do que nos demais casos. Isso indica que nessa região do escoamento as escalas que transportam energia estão relacionadas a uma banda estreita de frequências. No caso, baixa frequências características de grandes estruturas. Nos demais espectros pode-se observar um melhor distribuição da energia do sinal pelas diversas escalas do escoamento. Em todos os espectros, nas frequências mais altas o decaimento calculado tem inclinação aproximadamente igual a prevista pela teoria de Kolmogorov para a faixa inercial.

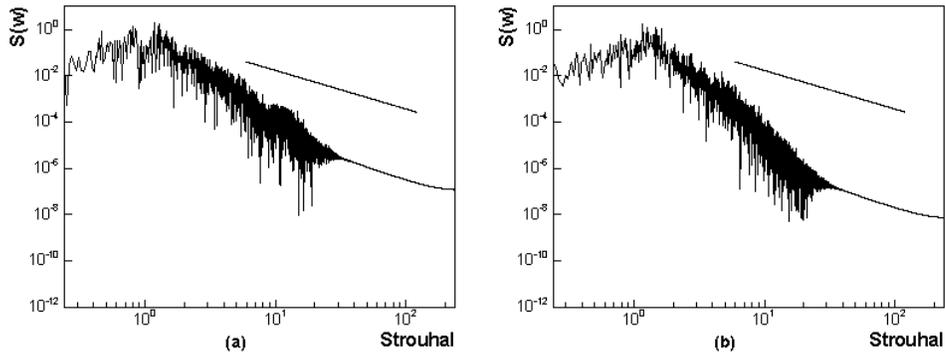


Figura 12: Espectro de potência para o sinal de flutuação da componente vertical da velocidade. (a) $x/H = 9$; (b) $x/H = 12$. A linha reta é proporcional a um decaimento do tipo $w^{-5/3}$

6. Conclusão

Neste trabalho foi realizada uma simulação numérica das grandes escalas do escoamento na expansão brusca de um degrau. Uma comparação com resultados experimentais foi realizada seguida do tratamento estatístico das séries temporais geradas pela simulação.

Foram comparados o comprimento de recolamento previsto por resultados experimentais e o calculado pela simulação numérica. Esse parâmetro foi usado para ajustar a constante de Smagorinsky do modelo de turbulência, de forma que o melhor resultado foi obtido com $C_S = 0,61$. Também foram comparados perfis de velocidade média. Observou-se que na região de recirculação, logo após a expansão, os resultados tiveram boa concordância. No entanto, existem diferenças significativas entre os resultados na região central ao domínio que, provavelmente, estão relacionadas ao comportamento do modelo de turbulência nas proximidades das paredes sólidas.

Uma análise estatística dos sinais foi realizada e informações sobre escalas de tempo, distribuição estatística da velocidade e distribuição de energia nas escalas do escoamento foram obtidas. Mostrou-se que o escoamento em questão é dominado por grandes estruturas, de forma que a função autocorrelação não decai completamente no intervalo analisado. Observou-se também que, na região de recirculação mais próxima da expansão, não existem grandes flutuações de velocidade. Essa observação também está de acordo com as observações do trabalho experimental de referência.

A seqüência deste trabalho é a calibração mais cuidadosa da constante de Smagorinsky, já que ainda existe uma diferença notável nos comprimentos de recolamento experimental e numérico. A implementação de um modelo para correção desse parâmetro próximo as paredes também deve ser objetivo de trabalhos futuros nessa linha. A geração de séries temporais mais longas que permitam a divisão do sinal em várias frações, possibilitando uma análise sobre diversas realizações do mesmo experimento forneceria uma estatística muito mais rica para o problema estudado.

7. Referências

- Anderson, A. D., Tannehill, J. C., and Pletcher, R., 1984, "Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer", Hemisphere Publishing Company, New York.
- Batchelor, G. K., 1953, "The Theory of Homogeneous Turbulence", Cambridge University Press, Cambridge.
- Bentad, J. S. and Piersol, A. G., 1986, "Random Data, Analysis and Measurement Procedures", John Wiley and Sons, California.
- Bobenrieth, R. F. M., 1996, "Simulação Numéricas das Grandes Escalas de Escoamentos Turbulentos Através de uma Formulação Compressível para Baixos Números de Mach", PhD thesis, ITA, Brazil.
- Carvalho G. C., P. S. K. Zandonale, F. R. C. and Alfaro, S. C. A., 2001, The Development of Zonal Models for Turbulence, "Proceedings of the 10th Brazilian Congress of Mechanical Engineering", Vol. 1, pp. 41-44, Brasil.

- Eaton, J. K. and Jonhston, J. P., 1980, Turbulent Flow Reattachment: An Experimental Study of the Flow and Structure Behind a Backward Facing Step, Report MD.
- H. Le, P. M. and Kim, J., 1997, Direct Numerical Simulation of Turbulent Flow Over a Beckward-Facing Step, "Journal of Fluid Mechanics", Vol. 330, pp. 349–374.
- Hirsch, C., 1990, "Numerical Computation of Internal and External Flows", John Wiley and Sons, United States.
- Ifeachor, C. E. and Jervis, B. W., 1993, "Digital Signal Processing", Addison-Wesley, United States.
- Möller, S. V., 2000, Experimentação em Turbulência, "Proceedings of the 2th II Escola Brasileira de Primavera: Transição e Turbulência", Vol. 1, pp. 65–97, Brasil.
- Monin, A. S. and Yaglow, A. M., 1987, "Statistical Fluid Mechanics: Mechanics of Turbulence", Vol. 1, MIT Press, Massachusetts.
- Oliveira, T. F. and Bobenrieth, R. F. M., 2000, Obstacle Imposition Methodology for Atmospheric Boundary Layer Simulation, "National Conference of Mechanical Engineering - Brazil", Natal, Brasil.
- Rorrigues, J. L. A. F., 2000, Escoamentos Turbulentos Parietais, "Proceedings of the 2th II Escola Brasileira de Primavera: Transição e Turbulência", Vol. 1, pp. 15–63, Brasil.
- Sagaut, P., 2000, "Large Eddy Simulation for Incompressible Flows: An Introduction", Vol. 1, Springer.
- Silvestrini, J. H., 2000, Simulação Numérica Direta e de Grandes Escalas de Escoamentos Turbulentos, "Proceedings of the 2th II Escola Brasileira de Primavera: Transição e Turbulência", Vol. 1, pp. 15–63, Brasil.
- Smagorinsky, J., 1963, General Circulation Experiment with the Primitive Equations, I. The Basic Experiment, "Monthly Weather Review", Vol. 91, pp. 91–164.
- T. F. Oliveira, F. R. Cunha, A. J. S. and Bobenrieth, R. F. M., 2001, A Stochastic Analysis Methodology for Turbulent Flows, "16th Brazilian Congress of Mechanical Engineering", Uberlândia, Brasil.

NUMERICAL SIMULATION AND STATISTICAL TREATMENT OF THE FLOW AT BACKWARD FACING STEP

Taygoara Felamingo de Oliveira

Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Mecânica - FT
Campus Universitário Darcy Ribeiro - 70910-900, Brasília - DF, Brasil taygoara@unb.br

Roberto Francisco Bobenrieth Miserda

Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Mecânica - FT
Campus Universitário Darcy Ribeiro - 70910-900, Brasília - DF, Brasil roberto@enm.unb.br

Abstract. *This work presents a large eddy simulation and the statistical treatment of the turbulent flow behind a backward facing step. The mathematical model assumes a flow at low Mach and high Reynolds number. The Smagorinsky model is applied to predict the subgrid scale effects. It is presented a statistical methodology to the treatment of the turbulent signals generated with the simulation. The reattaching length and mean velocities profiles are compared with experimental data available in the literature. The numerical results agree with the experimental, but some differences are found and discussed. Velocities signals at four locations are presented and statistically analyzed. Turbulent kinetic energy, skewness and flatness factors are shown. Autocorrelations and power spectrum analysis are reported..*

Keywords. *Large eddy simualtion, Turbulence, Stochastic process, Statistical treatment*