

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE JATOS PLANOS BIDIMENSIONAIS****Ana Marta de Souza**

Faculdade de Engenharia Mecânica - Universidade federal de Uberlândia - Av João Naves de Ávila, 2160 – Uberlândia - Brasil  
[amsouza@mecanica.ufu.br](mailto:amsouza@mecanica.ufu.br)

**Francisco José de Souza**

Faculdade de Engenharia Mecânica - Universidade federal de Uberlândia - Av João Naves de Ávila, 2160 – Uberlândia – Brasil  
[fjsouza@mecanica.ufu.br](mailto:fjsouza@mecanica.ufu.br)

**Aristeu da Silveira Neto**

Faculdade de Engenharia Mecânica - Universidade federal de Uberlândia - Av João Naves de Ávila, 2160 – Uberlândia – Brasil  
[aristeus@mecanica.ufu.br](mailto:aristeus@mecanica.ufu.br)

**Resumo.** *Escoamentos do tipo jato planos em transição foram simulados utilizando-se Simulação de Grandes Escalas. Resultados físicos foram obtidos. Foram realizadas amostragens numéricas e tratamento estatístico das variáveis amostradas. Ilustrou-se, utilizando deste exemplo acadêmico, o processo de experimentação numérica de um problema de Dinâmica dos Fluidos.*

**Palavras chave:** *simulação numérica, Simulação Numérica de Grandes Escalas, experimentação numérica, jatos planos bidimensionais.*

**1. Introdução**

A análise de escoamentos turbulentos é de muita relevância em vários problemas práticos, envolvendo sistemas de transportes (aeronaves, navios, automóveis), sistemas de conversão e transmissão de energia (motores, turbinas, compressores, trocadores de calor) e também aplicações geofísicas (meteorologia, qualidade do ar, dispersão de poluentes nos mares). A compreensão dos fenômenos físicos envolvidos é essencial para o refinamento de teorias e modelos existentes, melhoria de sistemas de engenharia e o desenvolvimento de novos métodos para controle da turbulência.

Os métodos para análise de problemas que envolvem turbulência podem ser experimentais ou teóricos. Os métodos experimentais, embora apresentem alta confiabilidade, podem ocasionar alterações na natureza do escoamento pela inserção de sensores ou pelo uso de partículas de contraste. Além disto tem-se, naturalmente, limitações como a quantidade de pontos de medidas e restrições a visualizações bidimensionais. Os métodos teóricos têm merecido especial atenção devido ao seu potencial revelado nos últimos tempos. Isto se deve essencialmente ao desenvolvimento de modelos e métodos mais avançados e máquinas com alto potencial de cálculo e de armazenamento de informações. No entanto, o desenvolvimento de metodologias numéricas e de modelagem da turbulência ainda se fazem necessários, objetivando melhor compreensão dos fenômenos físicos envolvidos. Os modelos desenvolvidos e utilizados mais recentemente para simular os efeitos físicos ligados à turbulência são classificados em modelos clássicos (modelos a zero, a uma, a duas e a seis equações de transporte adicionais) e os modelos contemporâneos, nos quais se utiliza modelagens sub-malha, necessárias para a prática de Simulação de Grandes Escalas (SGE). Esta última metodologia serve para a obtenção dos campos de velocidade e de pressão filtrados, o que fornece informações com maior nível de detalhes, em comparação com as informações obtidas com as metodologias clássicas. Obtém-se igualmente as informações estatísticas, resultado do pós tratamento das distribuições temporais obtidas.

Atualmente, a *experimentação numérica* permite análises muito importantes, e a metodologia de Simulação de Grandes Escalas apresenta-se como uma ferramenta promissora neste sentido. Esta metodologia teve seu início ligado aos trabalhos do meteorologista Smagorinsky (1963), com a motivação de simular parte do espectro das escalas presentes em escoamentos geofísicos. As primeiras aplicações a problemas de engenharia se iniciaram com Deardorff (1970). Durante estes últimos quarenta anos, esta metodologia foi bastante estudada e aplicada. Novos modelos foram desenvolvidos e muitas pesquisas têm atestado seu potencial tanto para análise física e fenomenológica quanto para a obtenção de grandezas estatísticas de diversos escoamentos turbulentos.

O objetivo primordial a ilustração didática do processo de *experimentação numérica*, envolvendo o uso de sondas e as amostragens numéricas das variáveis de interesse. São apresentadas informações instantâneas e estatísticas relativas ao escoamento.

## 2. Modelagem Matemática

A modelagem matemática dos escoamentos de fluidos é representada pelas equações de conservação de massa, de energia e de quantidade de movimento. Para análise de escoamentos bidimensionais, isotérmicos e incompressíveis de fluidos newtonianos, as equações governantes são apresentadas a seguir, em notação tensorial.

### 2.1. Conservação de Massa

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

### 2.2. Equações de Navier Stokes

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right), \quad (2)$$

onde,  $\rho$  é a densidade do fluido e  $\nu$  é a viscosidade cinemática do fluido

### 2.3. Domínio de Cálculo e Condições de Contorno

O domínio de cálculo, o sistema de eixos e suas dimensões são representados na Figura 1 abaixo.

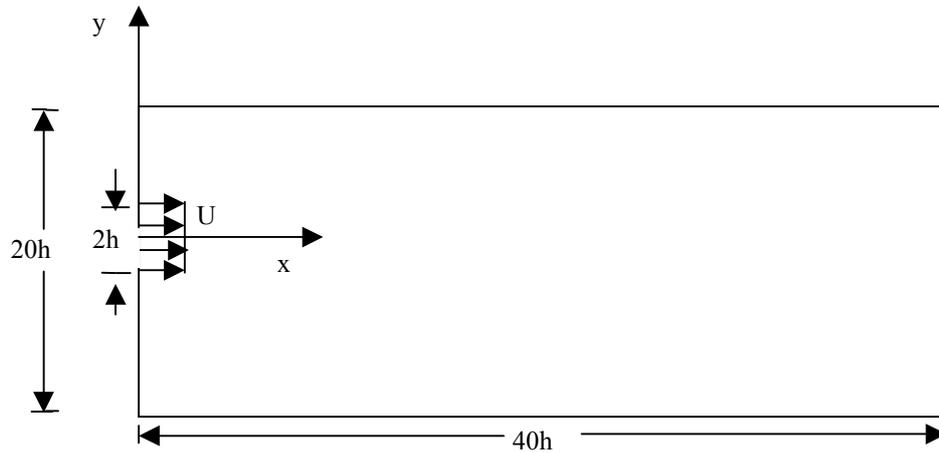


Figura 1. Ilustração do domínio de cálculo

### 2.4. Condições de contorno

#### 2.4.1. Condições de contorno para a entrada

$$u(x=0,y) = U \quad \text{para } -h \leq y \leq h, \quad (3)$$

$$u(x=0,y) = 0,0 \quad \text{para } y < -h \text{ e } y > h \quad (4)$$

$$p'(x=0,y) = 0,0 \quad (5)$$

onde,  $p'$  é a correção de pressão

#### 2.4.2. Condições de contorno para a saída

$$\frac{\partial u(x = 40h, y)}{\partial x} = 0,0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial v(x = 40h, y)}{\partial x} = 0,0 \quad (7)$$

$$p'(x=40h,y)=0,0 \tag{8}$$

**2.4.3. Condições de contorno para as paredes inferior e superior**

$$u(x,y=-10h)= u(x,y=10h)=0,0 \tag{9}$$

$$v(x,y=-10h)= v(x,y=10h)=0,0 \tag{10}$$

$$\frac{\partial p'(x, y = 10h)}{\partial y} = \frac{\partial p'(x, y = -10h)}{\partial y} = 0,0 \tag{11}$$

**3. Metodologias de Simulação**

As equações de Navier-Stokes são suficientes para modelar os escoamentos em qualquer regime e para qualquer valor do número de Reynolds. Entretanto, quanto maior o número de Reynolds, mais largo se torna o espectro de energia associado ao escoamento. Como as maiores estruturas são controladas pela geometria do problema, grandes valores de números de Reynolds implicam em altas frequências ou escalas dissipativas viscosas muito pequenas. A simulação de todos os graus de liberdade e do processo de interação não linear entre elas exigiria uma malha de discretização muito fina, o que se torna impraticável por questões de capacidade computacional. Desta forma, a Simulação Numérica Direta (SND) se torna aplicável apenas para escoamentos a baixos números de Reynolds.

A Simulação de Grandes Escalas (SGE) é uma metodologia na qual as estruturas turbulentas transportadoras de energia e quantidade de movimento são simuladas diretamente pela solução das equações filtradas, enquanto as menores estruturas são modeladas. Considerando-se que as menores estruturas tendem a ser mais homogêneas e isotrópicas e menos afetadas pelas condições de contorno, tem-se que os modelos advindos são mais universais e independentes dos diferentes tipos de escoamentos, quando comparados com as metodologias clássicas, nas quais estas hipóteses são muito fortes.

As metodologias de SND e SGE são semelhantes no sentido que ambas permitem soluções tridimensionais e transientes das equações de Navier Stokes. Sendo assim, SGE continua a exigir malhas refinadas. No entanto, torna-se possível resolver escoamentos a altos números de Reynolds, devido ao processo de separação de escalas e ao processo de modelagem dos tensores sub-malha adicionais que aparecem.

**3.1. Resolução Numérica**

Para resolução numérica das equações que compõem o modelo, a saber, as equações da continuidade e conservação da quantidade movimento, foi utilizado o método de passo fracional (“fractional step”) (Armfield, 1999). Os termos convectivos e difusivos foram discretizados com diferenças centradas de segunda ordem numa malha deslocada. Para a discretização temporal, empregou-se o método de Euler implícito. Os termos viscosos são tratados implicitamente nas equações da quantidade de movimento, e os sistemas lineares gerados foram resolvidos pelo “Strongly Implicit Procedure” (Stone, 1968). A solução da equação de Poisson para a variável auxiliar de pressão, é realizada empregando-se o método do Gradiente Biconjugado Estabilizado, implementado por Norris (1996). O critério de convergência utilizado foi o fechamento do balanço de massa com um resíduo inferior a  $10^{-6}$ .

As equações que compõem o modelo foram resolvidas para quatro valores do número de Reynolds: 120, 800, 1200 e 1600, para os quais foram obtidos os campos de velocidade das componentes vertical e horizontal, pressão e vorticidade. Foram obtidas as distribuições temporais de velocidade e pressão em determinadas estações de amostragem do domínio. Foram também determinadas informações estatísticas sobre o escoamento.

É importante ressaltar que uma malha de discretização de 20.000 pontos foi utilizada, a qual não apresenta-se suficientemente fina para a resolução completa do espectro de energia. No presente trabalho, não foi implementado um modelo de turbulência explícito, sendo esta uma etapa futura para o mesmo. Certamente, a viscosidade numérica inerente ao esquema de segunda ordem de discretização espacial atua como um modelo de turbulência, permitindo que os cálculos convirjam, para baixos números de Reynolds.

Como comentado anteriormente, a metodologia de SGE pressupõe um processo de filtragem e de separação de escalas das variáveis de interesse envolvidas nas equações de transporte. Aplicando-se estes processos às equações (1) e (2), chega-se às equações filtradas:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \tag{12}$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{u_i' u_j'} \right). \tag{13}$$

Mais detalhes sobre o processo de filtragem e separação das variáveis podem ser encontrados numa vasta literatura, podendo-se citar, dentre outros, Lesieur (1997) e Silveira-Neto (2001).

O tensor de Reynolds sub-malha ( $u_i' u_j'$ ) que aparece na equação (12) pode ser modelado com os chamados modelos sub-malha. Entre eles estão o modelo de Smagorinsky (1963) e muitos outros que foram derivados e o modelo função estrutura de velocidade de ordem 2, Lesieur (1997).

No presente trabalho, propositalmente, nenhum modelo está sendo utilizado explicitamente. Isto significa que nenhum modelo foi implementado, o que geraria uma viscosidade turbulenta adicional à viscosidade molecular. No entanto, é sabido que, para os métodos de discretização de ordem não muito elevada, como no presente caso, primeira ordem no tempo e segunda ordem no espaço, está inserido um erro numérico na solução das equações de transporte. Este erro pode ser compreendido como uma “viscosidade numérica”, de natureza difusiva, que se soma à viscosidade molecular, de forma similar à viscosidade turbulenta. Assim, conta-se com a presença de um “modelo de turbulência implícito” e inerente ao processo de solução numérica das equações. Neste caso, denomina-se, em inglês, “very large-eddy simulation”, com o intuito de dizer que está sendo praticada Simulação de Grandes Escalas (SGE), mesmo sem um modelo sub-malha explícito. De fato, é mais correto fazer esta afirmação, que caracterizar Simulação Numérica Direta (SND), simplesmente por não se ter uma modelagem sub-malha implementada. Não se trata de SND uma vez que a malha utilizada não é suficientemente fina para tal. Neste caso, sem modelagem, como o escoamento é caracterizado por altos números de Reynolds, o cálculo não deveria convergir, uma vez que o processo físico de transferência de energia entre as partes do espectro (resolvida e não resolvida) não está sendo modelado. No entanto, via de regra os cálculos convergem para soluções consistentes e fisicamente representativas. Isto fortalece a afirmação de que existe um modelo implícito ao processo numérico de solução das equações. Portanto, não é correto falar em SND, apenas porque não se tem um modelo implementado. É mais correto falar em SGE com uma modelagem implícita ao método numérico. Observa-se que o ideal é a implementação de modelos matematicamente estabelecidos. A difusão numérica é sempre algo pouco controlável e indesejável. Ela aparece em qualquer lugar do escoamento, mesmo que não exista atividade turbulenta. No presente trabalho, não está sendo utilizada uma modelagem sub-malha com o objetivo de abrir espaço para esta discussão.

#### 4. Resultados e Discussões

Foram desenvolvidas simulações para diferentes valores do número de Reynolds. As simulações foram desenvolvidas por tempos suficientemente elevados de forma a se obter regimes estatisticamente estabelecidos. São apresentados resultados na forma de campos de velocidade, pressão e vorticidade, perfis de velocidade, séries temporais, médias, intensidade e energia cinética turbulenta.

##### 4.1. Visualização de Campo

Nas Figs. 2, 3 e 4 podem ser visualizados os campos de velocidade (componente horizontal), de pressão e da vorticidade transversal respectivamente. Estas imagens são relativas a um tempo de 11 s. Observa-se que o escoamento relativo a  $Re=120$  é estável ou laminar, não apresentando estruturas turbilhonares. Este resultado pode ser justificado pelo fato que o escoamento simulado é bidimensional. Para escoamentos tridimensionais o valor crítico do número de Reynolds é inferior a 120. Esta é uma discussão a ser melhor estudada, o que está sendo objeto de novas simulações para esclarecimentos adicionais. Os escoamentos para os demais valores de Reynolds são instáveis, apresentando instabilidades de Kelvin-Helmholtz e emparelhamentos turbilhonares como pode ser observado nos campos de vorticidade. Os escoamentos transicionaram de laminar (estável) para um regime instável. Não se pode ainda falar em regime de turbulência, considerando que a simulação é bidimensional. De fato, como ilustrado nas Figs. que se seguem, o escoamento é composto por um pequeno número de tipos de instabilidades. Uma das principais características da turbulência é a existência de um largo espectro de frequências ou de comprimentos de onda. É importante notar que nenhuma perturbação (por exemplo, ruído branco) foi explicitamente injetada sobre a velocidade imposta na entrada do domínio. Assim, as instabilidades físicas que são geradas numericamente, aparecem como resultado de perturbações numéricas que, de certa forma, simulam a turbulência residual que, no laboratório, perturba os escoamentos e possibilitam a transição.

É interessante observar, em especial nos campos de pressão, que as instabilidades são fornecidas e transportadas em fase ao longo do espaço. Estas instabilidades são conhecidas como instabilidades “varicosas” e são típicas de jatos planos, na sua fase bidimensional. É notável, também, que os campos de pressão apresentam o dobro de estruturas em relação aos campos de velocidade e de vorticidade. Isto já era esperado, uma vez que a cada estrutura turbilhonar tem-se um centro de baixa pressão. Por outro lado, aparece sempre um centro de alta pressão intermediariamente aos centros de baixa pressão.

Observa-se a presença de instabilidades numéricas nas proximidades da saída do domínio de cálculo. Isto se deve basicamente ao uso de condição de contorno de escoamento desenvolvido (derivadas nulas das componentes de velocidade). Uma nova condição de contorno do tipo equação de onda está sendo implementada no código para buscar a solução deste problema.

Os campos de vorticidade ilustram o processo de espessamento do jato. Mostra ainda que o principal mecanismo físico encarregado deste processo são os emparelhamentos das instabilidades de Kelvin-Helmholtz. Este é um

mecanismo físico já bem conhecido e compreendido e vastamente discutido na literatura. No entanto, ele está sendo analisado neste artigo para ilustrar a utilização da ferramenta numérica como instrumento de análise física da fenomenologia de escoamentos. Para tanto, é importante que seja utilizada a metodologia correta e, sobretudo, que se tenha o conhecimento do que se pode realizar com cada uma das metodologias disponíveis.

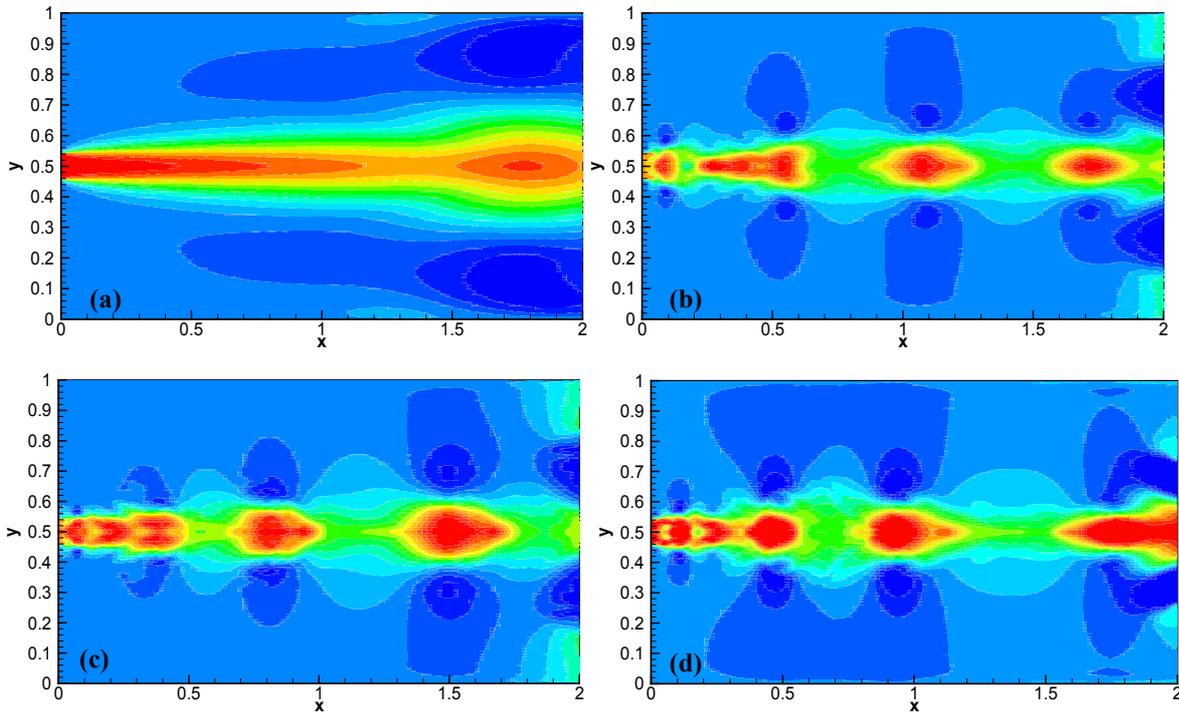


Figura 2: Campos da componente u (horizontal) da velocidade em regime estabelecido para quatro valores de números de Reynolds:  $Re= 120$  (a),  $Re=800$  (b),  $Re=1200$  (c) e  $Re=1600$  (d). A faixa dos valores da componente horizontal de velocidade u são 1,2 a 1,8 m/s (vermelho), 0,9 a 1,2 m/s (amarelo); 0,2 a 0,9 m/s (verde); -0,7 a 0,2 m/s (azul).

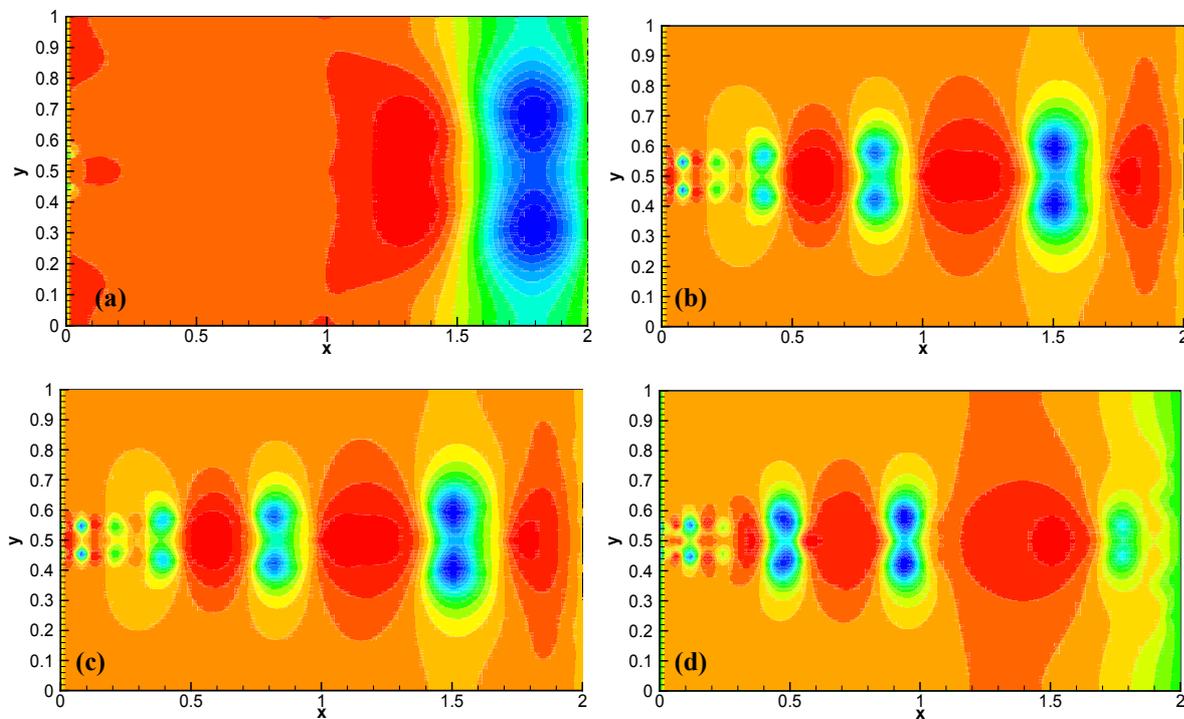


Figura 3: Campos da pressão em regime estabelecido para quatro valores de números de Reynolds:  $Re= 120$  (a),  $Re=800$  (b),  $Re=1200$  (c) e  $Re=1600$  (d). A faixa dos valores de pressão p são 0,1 a 0,3 Pa (vermelho), 0,0 a 0,1 Pa (amarelo); -0,3 a 0,0 Pa (verde); -0,8 a 0,3 Pa (azul).

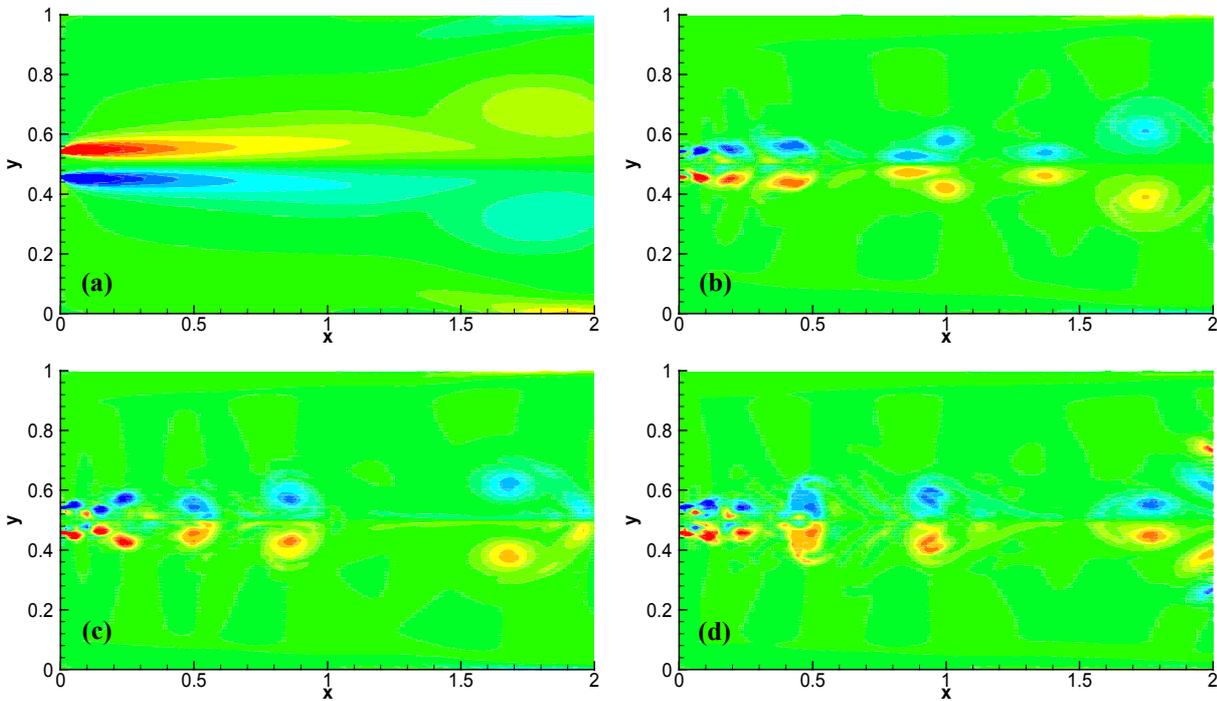


Figura 4: Campos de vorticidade em regime estabelecido para quatro valores de números de Reynolds:  $Re=120$  (a),  $Re=800$  (b),  $Re=1200$  (c) e  $Re=1600$  (d). A faixa dos valores de vorticidade são  $85,0 - 146,0 \text{ s}^{-1}$  (vermelho),  $54,0$  a  $84 \text{ s}^{-1}$  (amarelo);  $-22,0$  a  $54,0 \text{ s}^{-1}$  (verde);  $-144,0$  a  $-22,0 \text{ s}^{-1}$  (azul).

#### 4.2. Amostragem de Informações

Quando se realiza um experimento em laboratório uma das formas de se extrair informações do mesmo é através da sua amostragem temporal. Assim é comum a obtenção de séries temporais de variáveis ligadas aos escoamentos, tais como as componentes de velocidade, a pressão, e a temperatura. Normalmente os sensores são colocados em posições estratégicas já que não é possível realizar as amostragens em todos os pontos do domínio de trabalho.

De forma análoga, em simulação numérica, quando se utiliza das metodologias de SGE ou SND, faz-se necessário o mesmo procedimento de amostragem de informações, com o propósito de se fazer pós-tratamento estatístico dos resultados. Assim, no presente caso, foram definidas 5 estações de amostragem no interior do domínio de cálculo, como ilustrado na Fig. 5. Sobre cada estação foram distribuídas 23 sondas numéricas. A amostragem é feita arquivando-se os valores das variáveis a cada conjunto de pontos de passos de tempo.

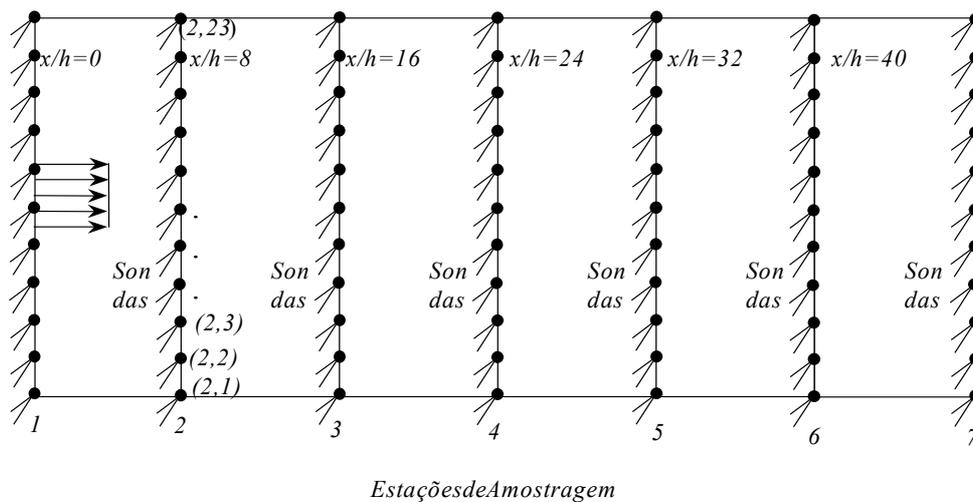


Figura 5. Esquema ilustrativo das estações de amostragem e das sondas numéricas inseridas no domínio.

As séries temporais foram obtidas para os escoamentos relativos a  $Re=800$ . Para ilustrar os resultados, mostra-se nas Fig. 6 e 9, as séries temporais relativas as sondas (2,12); (3,12), (4,12) e (5,12) para a componente u velocidade e para a pressão, respectivamente. Nas Figs. 7, 8 e 10 apresenta-se as séries temporais relativas as sondas (2,5), (2,11),

(2,17) e (2,23) para as componentes horizontal ( $u$ ) e vertical ( $v$ ) de velocidade e para a pressão, respectivamente. Observa-se na Fig. 6 que a amplitude do sinal diminui à medida que se caminha para a saída do domínio. Observa-se também que os sinais são periódicos, em consonância com as imagens já apresentadas. Nas Fig. 7 e 8 os sinais são estáveis para as sondas que estão fora da região do jato.

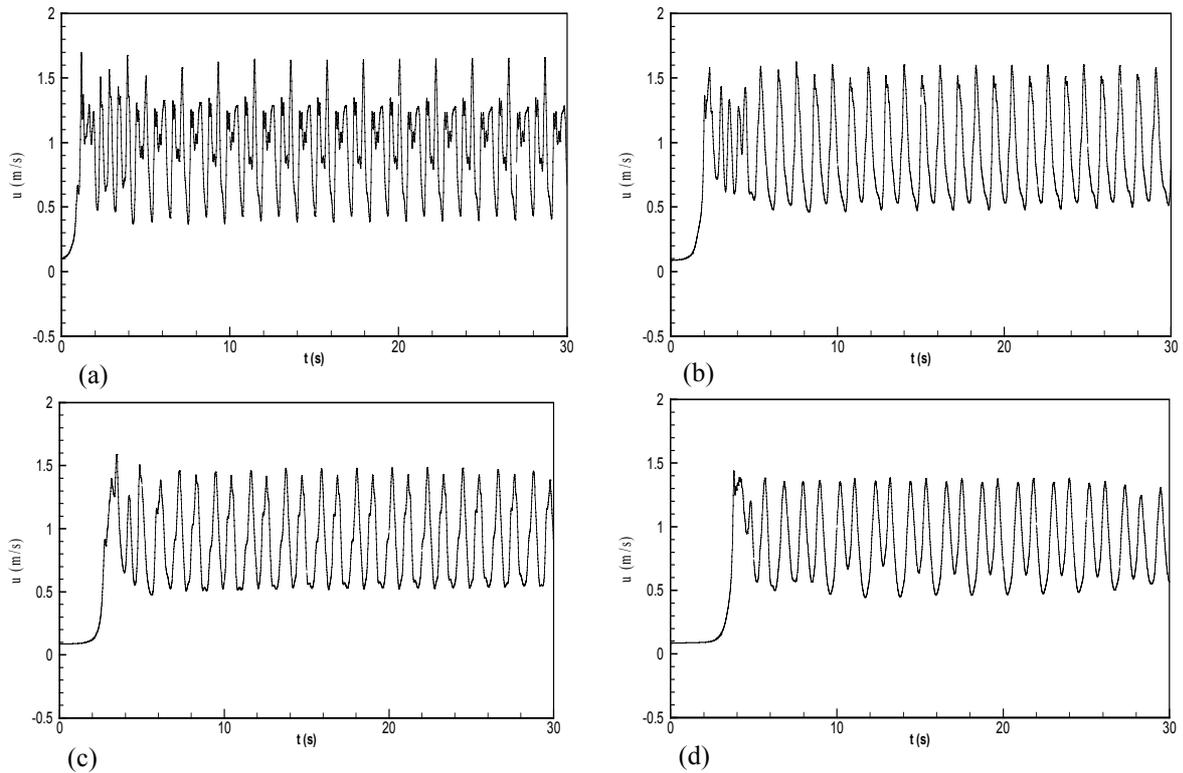


Figura 6: Séries temporais da componente  $u$  (horizontal) da velocidade para quatro estações horizontais: (a) estação (2,12); (b) estação (3,12); (c) estação (4,12); estação (5,12).

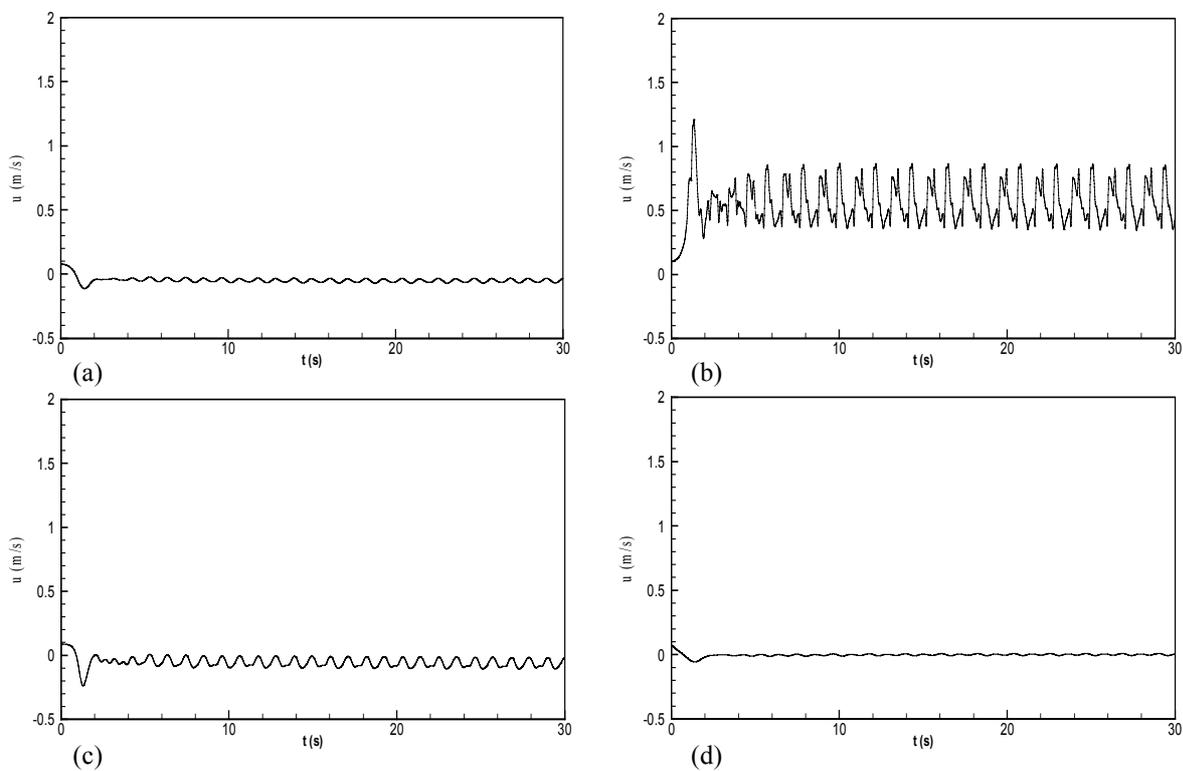


Figura 7: Séries temporais da componente  $u$  (horizontal) da velocidade para quatro estações verticais: (a) estação (2,5); (b) estação (2,11); (c) estação (2,17); estação (2,23).

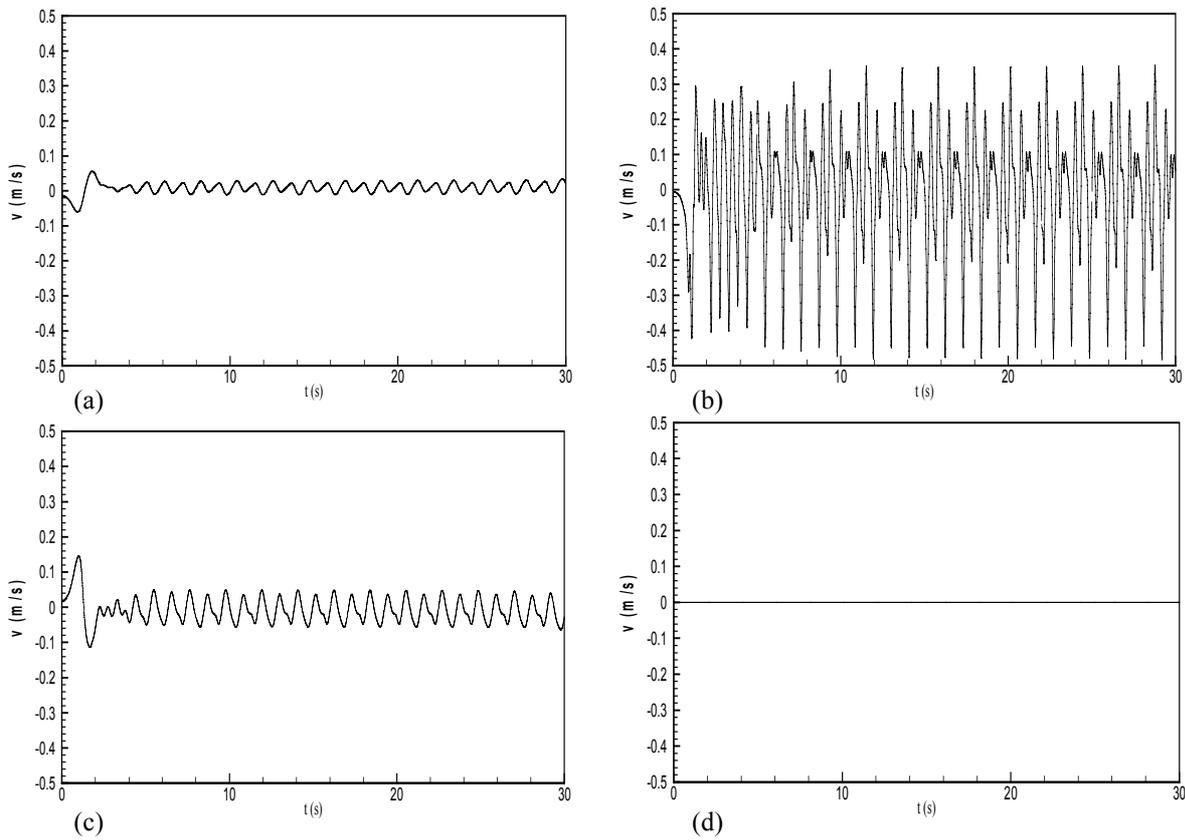


Figura 8: Séries temporais da componente  $v$  (vertical) da velocidade para as quatro estações verticais: (a) estação (2,5); (b) estação (2,11); (c) estação (2,17); estação (2,23).

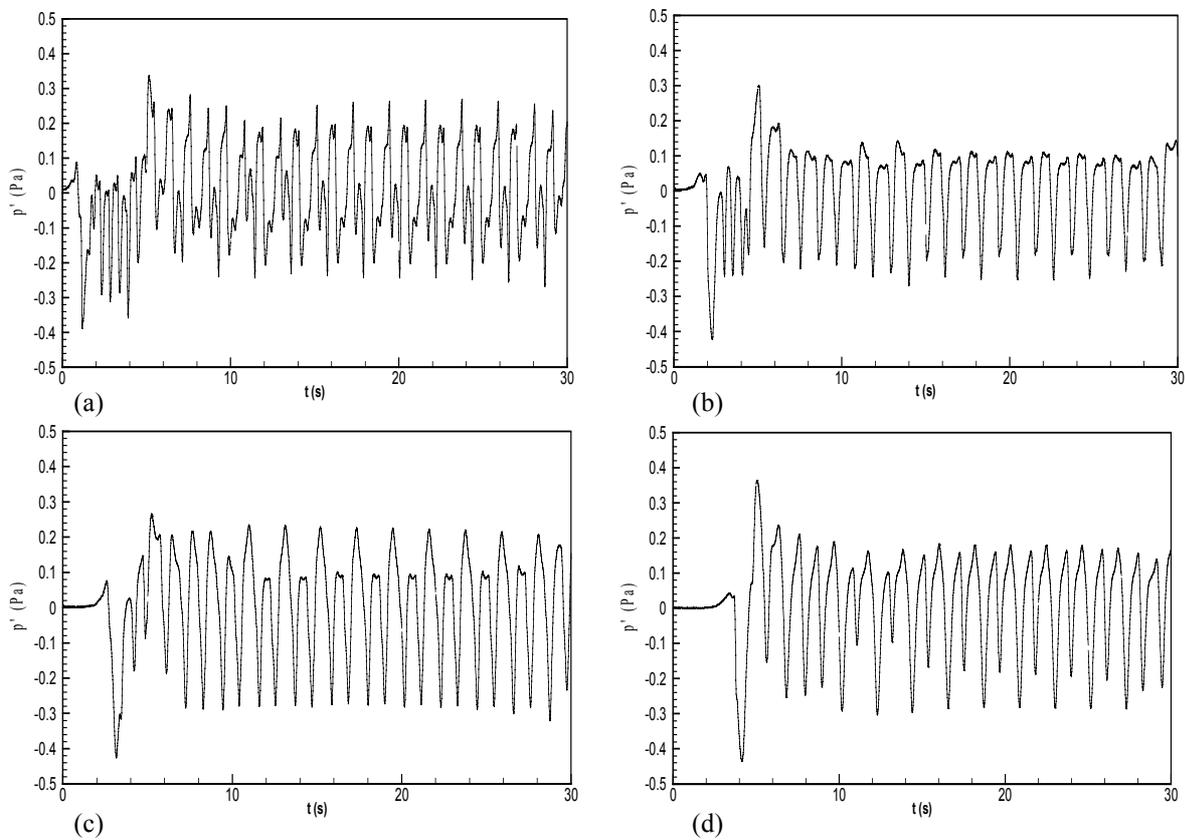


Figura 9: Séries temporais da pressão para quatro estações horizontais: a) estação (2,12); (b) estação (3,12); (c) estação (4,12); estação (5,12).

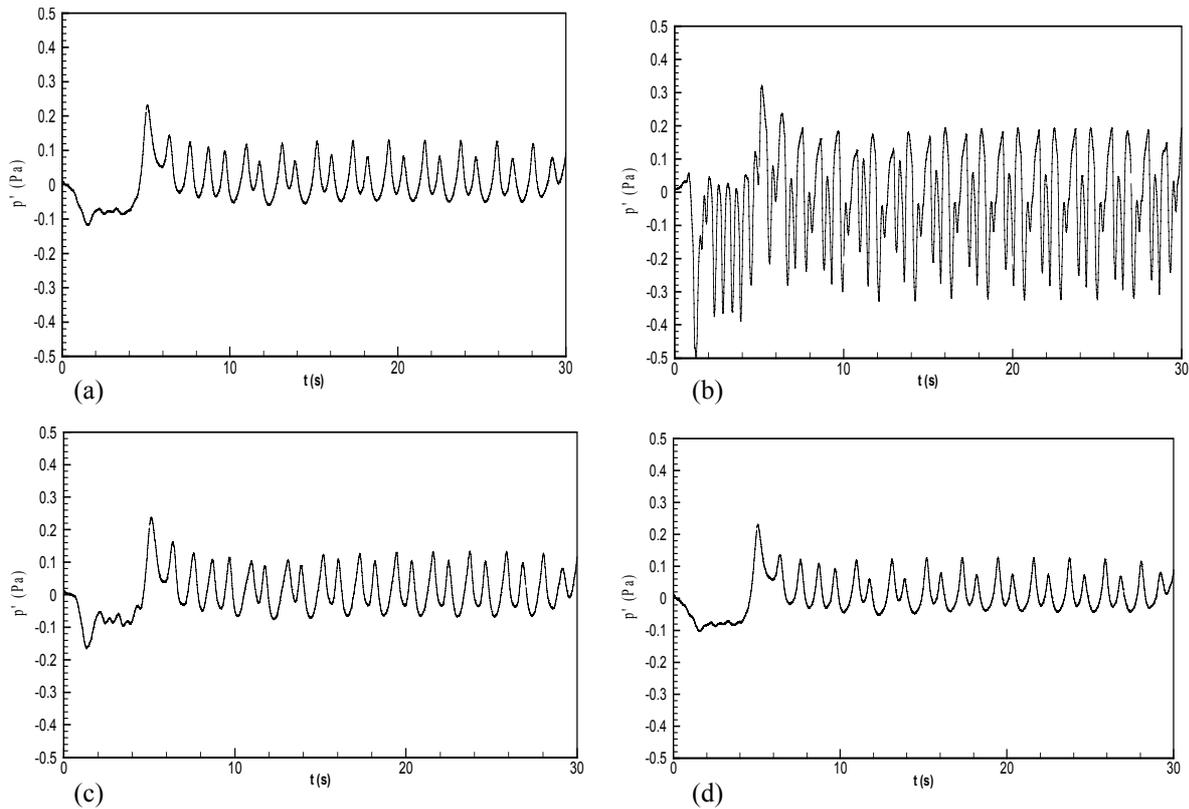


Figura 10: Séries temporais da pressão para quatro estações verticais: a) estação (2,5); (b) estação (2,11); (c) estação (2,17); estação (2,23).

Observa-se que as séries apresentam um comportamento não estacionário, o que corresponde ao regime instável visualizado nas figuras precedentes. Notas-se no entanto que o regime estatisticamente estabelecido foi atingido em todas as sondas. Desta forma, a hipótese de ergodicidade fica satisfeita e pode-se proceder o tratamento estatístico sobre as séries temporais, dispensando, assim, o cálculo dos momentos estatísticos sobre uma série de amostras para cada sonda.

### 4.3. Tratamento Estatístico dos Resultados

Conhecidas as séries temporais, procede-se ao tratamento estatístico das mesmas. Foram calculadas as médias, as intensidades e a energia cinética turbulenta. Isto foi feito para as duas componentes de velocidade. A média é obtida por meio da equação abaixo:

$$\bar{u}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N u_i(t_j). \quad (14)$$

A intensidade da turbulência ( $\overline{u_i'^2}$ ) é calculada por:

$$\overline{u_i'^2} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N [u_i(t_j) - \bar{u}_i]^2, \text{ "i"} \text{ varia de 1 a 2, indicando as duas componentes da velocidade} \quad (15)$$

A energia cinética turbulenta é definida em função do traço do tensor de Reynolds, ou seja:

$$k = \frac{1}{2} (\overline{u_i' u_j'}), \text{ para escoamentos tridimensionais.} \quad (17)$$

Escrevendo esta expressão de forma estendida, tem-se que :

$$k = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}). \quad (18)$$

Para cálculos bidimensionais, constata-se experimentalmente, que a componente em  $z$  pode ser estimada a partir das componentes em  $x$  e em  $y$ , ou seja,

$$\overline{w^2} = \frac{1}{2}(\overline{u^2} + \overline{v^2}) \quad (19)$$

o que fornece:

$$k = \frac{3}{4}(\overline{u^2} + \overline{v^2}) \quad (20)$$

Esta expressão pode ainda ser normalizada em relação à energia cinética média do escoamento, fornecendo

$$k = \frac{3}{4} \frac{(\overline{u^2} + \overline{v^2})}{U^2} \quad (21)$$

Na Fig. 11 apresenta-se os perfis da componente horizontal da velocidade média para as diversas estações verticais de amostragem indicadas anteriormente. Observa-se o comportamento clássico de alarguecimento médio do jato. O valor máximo da velocidade cai de 1 para 0,8 à medida que se anda sobre a coordenada  $x$ . Isto se deve ao crescimento dos vórtices, por meio de emparelhamentos sucessivos que transportam quantidade de movimento do interior para o exterior do jato. Este é um dos aspectos físicos que pode ser capturado através da experimentação numérica. Este processo de transporte de quantidade de movimento fica ainda mais evidente ao analisar a evolução da componente vertical da velocidade média, como mostra a Fig. 13. A Fig. 12 apresenta os resultados simulados numericamente e os resultados obtidos através da resolução analítica das equações da continuidade e da conservação da quantidade de movimento para jatos planos (White, 1991). Pode se observar que os resultados da simulação numérica e da solução analítica apresentam boa concordância para a segunda estação ( $x/h=8$ ). No entanto, para as demais estações, verifica-se um aumento das discrepâncias a medida que o jato se desenvolve. Este comportamento pode ser explicado devido ao fato que no modelo para resolução analítica considera-se a equação da quantidade de movimento apenas na direção  $x$ , e desconsidera-se o termo difusivo na direção vertical e o gradiente de pressão. Na simulação numérica, além de serem resolvidas as equações de movimento para as duas direções de escoamento, considerando-se os termos difusivos nestas direções. Verificou-se que o domínio não apresentou-se suficientemente grande para desenvolvimento do jato, sendo portanto relevante o gradiente de pressão e notável a presença de recirculações de fluido nas proximidades da região de saída. Este fato também promove diferenças entre os resultados comparados.

A intensidade da turbulência, associada à componente horizontal da velocidade, é apresentada na Fig. 14, também para as diversas estações. Observa-se que na primeira estação esta grandeza é nula, por não ter a presença de instabilidades. À medida que se anda em se esta grandeza aumenta, passando por um máximo e voltando a decrescer. Este comportamento mostra o processo de decaimento de intensidade, como era de se esperar para um jato livre.

Esta grandeza está plotada para as diversas estações de amostragem, na Figura 15. O seu comportamento é análogo ao comportamento da intensidade, evidenciando também o processo de decaimento da turbulência no jato livre.

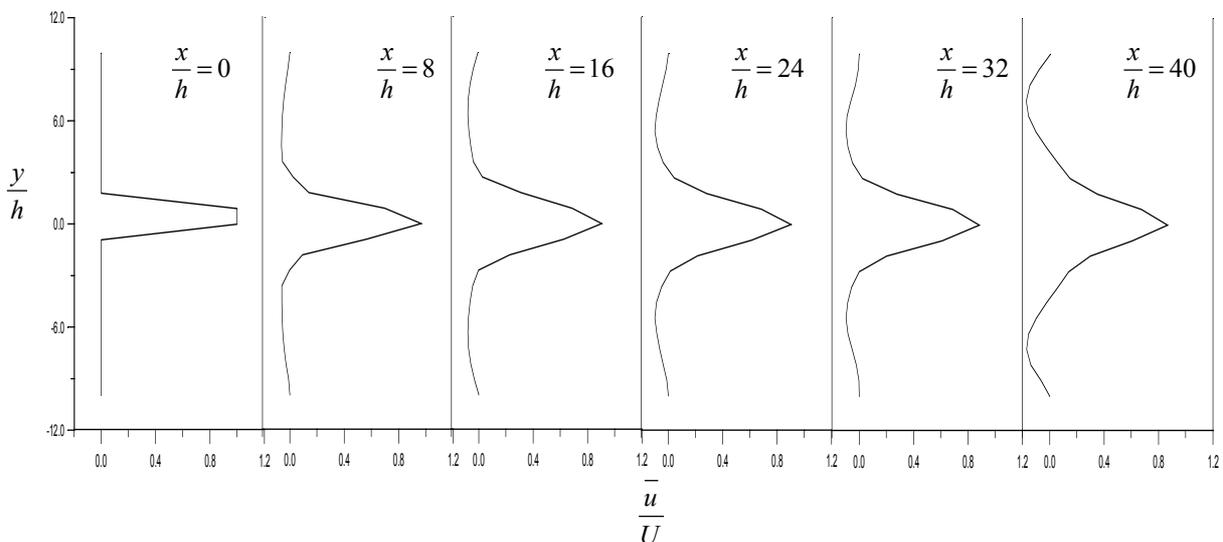


Figura 11. Perfil da velocidade média  $\overline{u}/U$  (componente horizontal) para as seis estações verticais do domínio

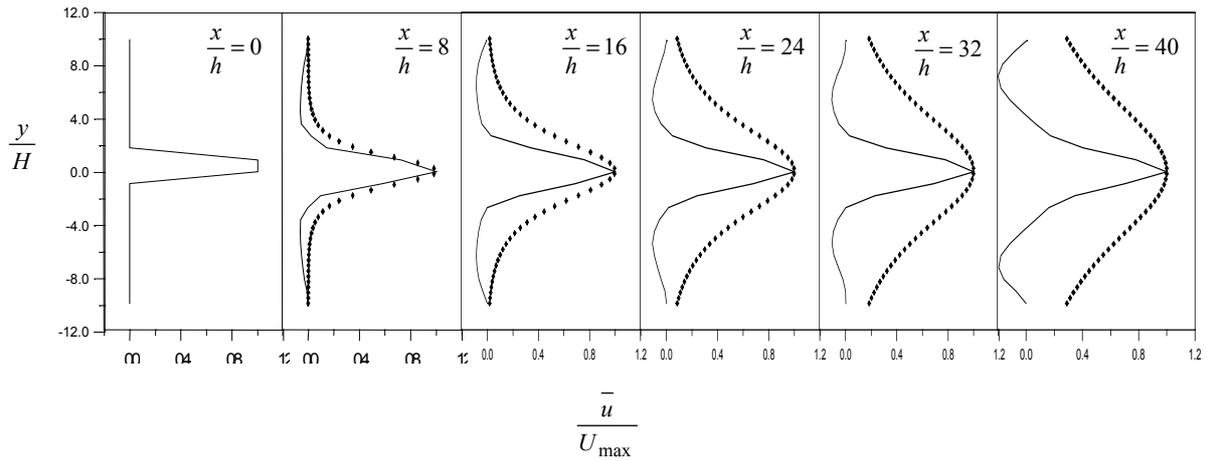


Figura 12. Perfil da velocidade média  $\bar{u}/U_{max}$  (componente horizontal) para as seis estações verticais do domínio: a linha cheia representa os resultados da simulação numérica e os pontos (•) representam o resultado analítico (White, 1991)

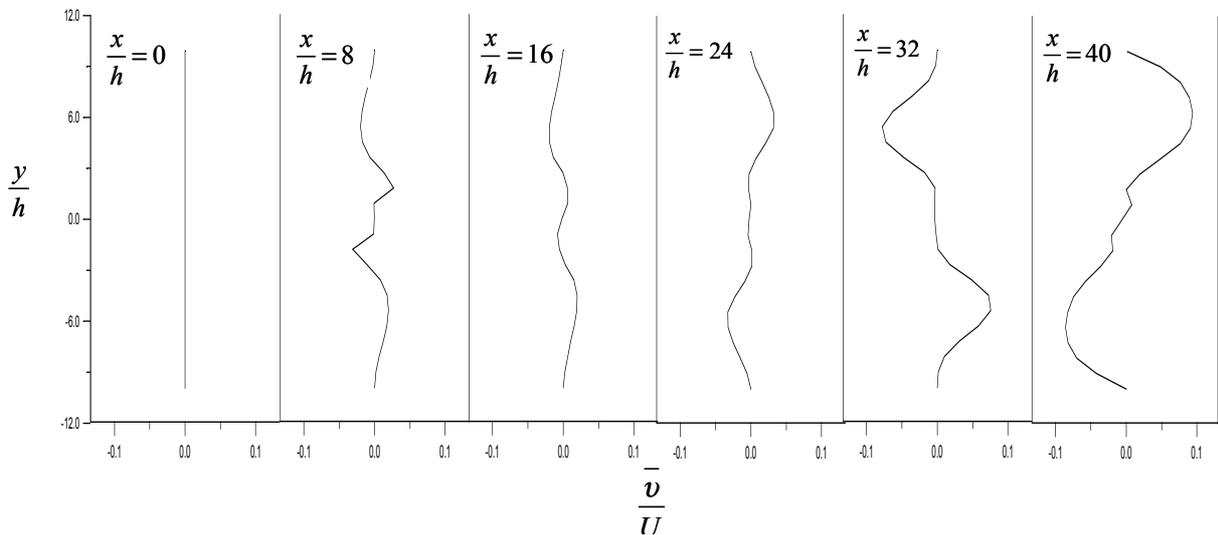


Figura 13. Perfil da velocidade média  $\bar{v}/U$  (componente vertical) para as seis estações verticais do domínio

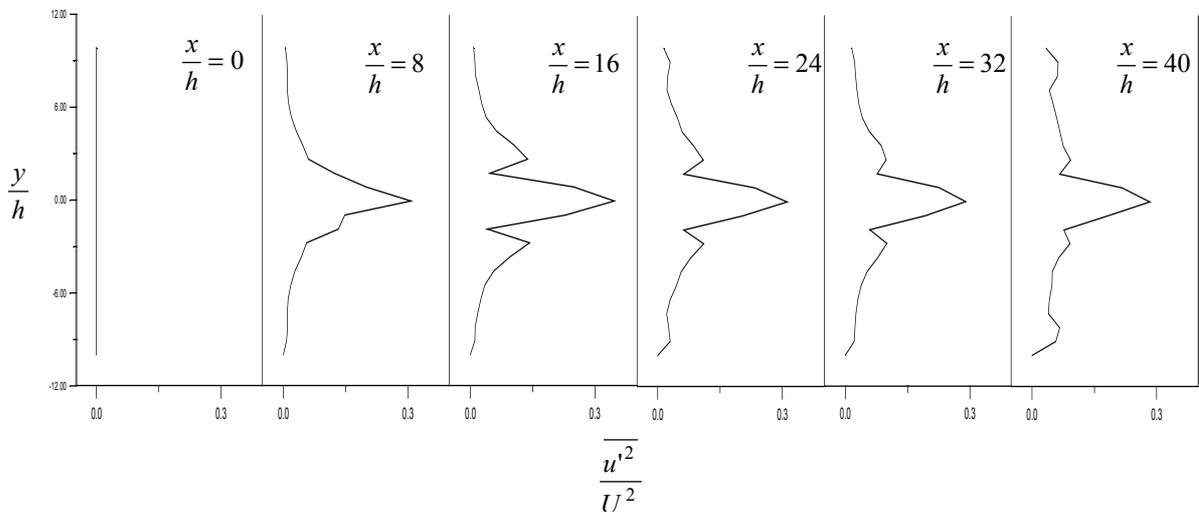


Figura 14. Perfil da intensidade associada à componente horizontal de velocidade para as seis estações verticais do domínio.

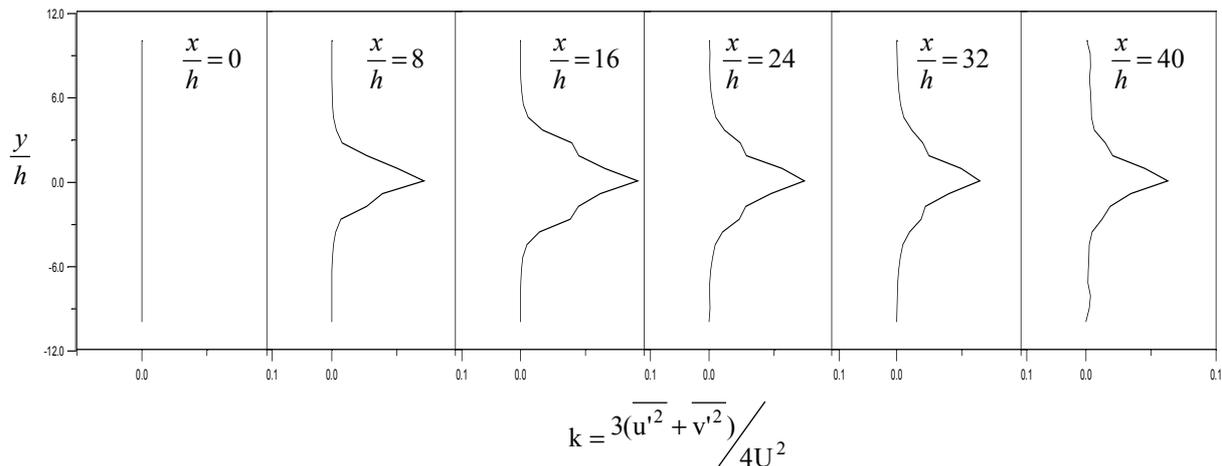


Figura 15. . Perfil da energia cinética turbulenta para as seis estações verticais do domínio

## 5. Conclusões

Apresenta-se, a título ilustrativo do que se denomina, atualmente, experimentação numérica, a simulação, a amostragem de resultados e respectivo tratamento estatístico de um jato plano em transição para diversos números de Reynolds. Ilustrou-se com este **exercício acadêmico** a utilização da metodologia de SGE para a análise física e estatística de escoamentos em transição e em regime de turbulência. Enfatiza-se que o objetivo almejado com este artigo não é de apresentar resultados cientificamente originais e, sim, fomentar uma discussão sobre o tema experimentação numérica, no contexto de um fórum de debates no qual, certamente, contar-se-á com a presença de pessoas interessadas por esta discussão. Apesar de não terem sido realizadas comparações com dados experimentais, os resultados são fisicamente consistentes e permitiram que os objetivos almejados neste artigo fossem alcançados.

## 6. Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq pelo apoio financeiro fornecido para realização deste trabalho.

## 7. Referências

- Armfield, S. and Street, R., 1999, "The Fractional Step Method for the Navier Stokes Equations on Staggered Grids: the Accuracy of Three Variations", *Journal of Computational Physics*, 153, pp. 660-665.
- Lesier, M., 1997, *Turbulence in Fluids*, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht.
- Norris, S. E. , 1996, "Na Investigation in to the Comparative Speeds of Linear Solvers in the Solution of PDE's", Ph.D. thesis, School of Mechanical Engineering, University of South Wales, Australia.
- Silveira-Neto, A., 2001, *Turbulência nos Fluidos Aplicada*, Apostila do curso de Turbulência, UFU-FEMEC\_LTCM.
- Smagorinsky, J. , 1963, "General Circulation Experiments with the Primitive Equations, I. The basic experiment.", *Monthly Weather Review* Rev 91, pp. 99-164.
- Stone, H. L. , 1968, "Iterative Solution of Implicit Approximations of Multidimensional Partial Differential Equations", *SIAM J. Numer. Anal.*, 5, n.3, pp.530-558.
- White, F. M., 1991, *Viscous Fluid Flow*, Second Edition, McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering, pp. 472-474.

## NUMERICAL SIMULATION OF TWO-DIMENSIONAL PLANE JET

**Ana Marta de Souza**

[amsouza@mecanica.ufu.br](mailto:amsouza@mecanica.ufu.br)

**Francisco José de Souza**

[fjsouza@mecanica.ufu.br](mailto:fjsouza@mecanica.ufu.br)

**Aristeu da Silveira Neto**

School of Mechanical Engineering-Federal University of Uberlândia-Av. João Naves de Ávila, 2160-Uberlândia – Brasil  
[aristeus@mecanica.ufu.br](mailto:aristeus@mecanica.ufu.br)

**Abstract.** Planes Jet Flow were numerically simulated using Large Eddy Simulation. Physical results were obtained. Numerical samples and statistical treatment were performed. The numerical experimentation process, applied to analyze a Fluid Dynamical problem was exemplified by this academical exercise.

**Keywords.** numerical simulation, Large Eddy Simulation, numerical experimentation, bidimensional planes jets