

MODELO NUMÉRICO PARA PERFIS FINOS EM ESCOAMENTO SUPERSÔNICO NÃO PERMANENTE

Fabiano Hernandes

Empresa Brasileira de Aeronáutica
12227-901 São José dos Campos - SP
fabiano.hernandes@embraer.com.br

Paulo Afonso de Oliveira Soviero

Instituto Tecnológico de Aeronáutica
12228-900 São José dos Campos - SP
soviero@aer.ita.br

Resumo. *Apresenta-se um modelo numérico similar ao conhecido método de vórtices livres, para determinação da resposta do perfil à função degrau unitário (resposta indicial) para um movimento uniforme supersônico de translação. São resultados do modelo proposto os coeficientes de sustentação e de momento, bem como a distribuição de pressão na corda ao longo do tempo. O método é validado usando soluções analíticas disponíveis na literatura.*

Palavras chave: *supersônico, compressível, não estacionário, placa plana, resposta indicial.*

1. Introdução

Ao longo da década passada o Método de Rede Turbilhonar Generalizado (*Generalized Vortex Lattice Method*) foi desenvolvido para o caso não estacionário, inicialmente no regime subsônico (Soviero, 1993) e posteriormente nos regimes supersônico (Soviero e Ribeiro, 1995) e transônico (Soviero e Pinto, 2000). Em todos os casos anteriores o movimento do perfil, tanto em translação lateral como em movimento angular de arfagem, é restrito ao movimento harmônico e, deste modo, o cálculo é efetuado no domínio da frequência e não do tempo.

Se o objeto de estudo for a previsão de cargas aerodinâmicas devidas a movimentos arbitrários a única maneira prática de obtê-las é, segundo Bisplinghoff et al. (1955), através da superposição de integrais de Fourier dos resultados obtidos para movimentos harmônicos. No entanto, tal metodologia não é adequada para movimentos bruscos os quais podem ocorrer durante manobras de aviões de alto desempenho, rajadas ou deflexões rápidas de superfícies de comando, tais como os ailerons, pois nestes casos o número de termos da série a serem empregados pode se tornar proibitivamente elevados em função da lenta convergência da resposta ao movimento estudada.

No regime incompressível são clássicos os estudos de Wagner e Küssner que obtiveram a evolução com o tempo da sustentação em perfis finos para a variação instantânea do ângulo de ataque e da penetração do perfil em uma rajada de canto vivo; ambas, de fato, respostas indiciais. No regime compressível tanto subsônico quanto supersônico uma série de respostas indiciais são apresentadas por Bisplinghoff et al. (1955) em função do número de Mach para perfis finos. No entanto a obtenção analítica destas respostas indiciais é longa e tediosa sugerindo a busca por soluções numéricas suficientemente rápidas e gerais.

Deste modo o estudo e a confecção de um método numérico que permita a obtenção de forças e momentos de origem aerodinâmica para um perfil em movimento arbitrário torna-se atraente, sobretudo em função dos novos tipos de aviões atualmente em projeto ou construção no país, pois ao se procurar a eficiência aerodinâmica as estruturas são cada vez mais leves e portanto mais suscetíveis de, ao serem perturbadas, entrarem em movimento os quais nem sempre são corretamente modelados por movimentos harmônicos, ou mesmo periódicos. Uma outra aplicação da formulação indicial é o cálculo de distribuições de pressão em rotores de helicópteros (Beddoes, 1984). Um modelo numérico para movimentos arbitrários, baseado no potencial de aceleração, foi desenvolvido por Long e Watts (1987).

O estudo é restrito à equação clássica da aerodinâmica não estacionária (equação da onda) escrita em um referencial que se move com velocidade constante. Esta equação tem como característica ser linear e permitir obter soluções para um movimento qualquer a partir do princípio de superposição com o uso da integral de Duhamel (Bisplinghoff et al., 1955).

Um modelo para escoamento bidimensional incompressível foi desenvolvido por Soviero e Lavagna (1997). O modelo aqui proposto obtém numericamente a resposta indicial para movimento de translação para escoamentos compressíveis.

2. Modelo Matemático

Seja uma placa plana de comprimento c , imersa num fluido em repouso, que executa um movimento de translação com velocidade U supersônica e determinado ângulo de ataque α . O modelo apresentado determina a resposta indicial do movimento e portanto os coeficientes aerodinâmicos de sustentação $C_{L\alpha}$, de momento $C_{M\alpha}$ e de pressão $\Delta c_{p\alpha}$, todos para ângulo de ataque unitário. Um movimento arbitrário pode ser resolvido mediante superposição de uma série de movimentos indiciais conforme ilustrado na figura 1. Uma vez conhecida a resposta indicial, o movimento arbitrário pode ser obtido via Integral de Duhammel (Bisplinghoff et al., 1955).

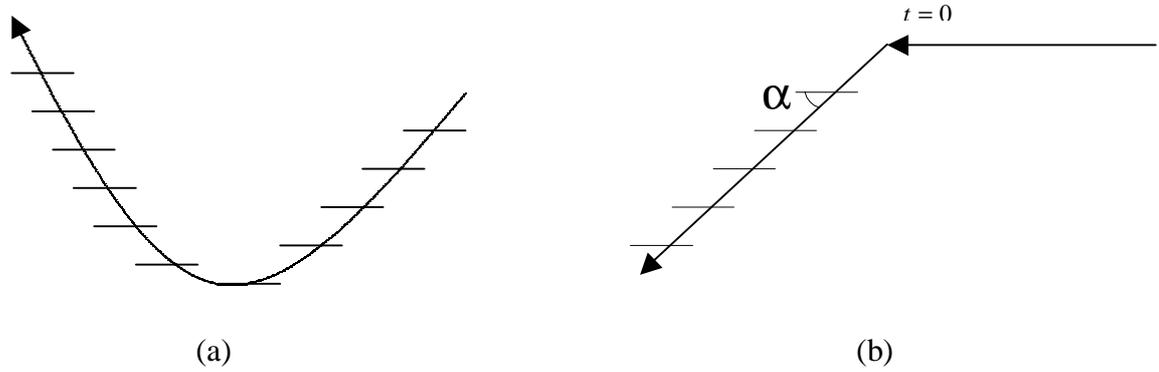


Figura 1. (a) movimento arbitrário, (b) movimento indicial (translação)

O estudo é restrito a equação da onda escrita para uma placa movendo-se ao longo do eixo x num fluido compressível em repouso. Sendo admitido o conceito de pequenas perturbações a equação da onda linearizada se escreve:

$$\phi_{xx} + \phi_{zz} - \frac{1}{a^2} \phi_{tt} = 0 \tag{1}$$

Uma vez resolvida a Eq. (1) o salto de pressão através da placa se escreve:

$$\Delta c_p = \frac{2}{U^2} \frac{\partial(\delta\phi)}{\partial t} \tag{2}$$

Logo que iniciado o movimento é gerado um salto de potencial de perturbação $\delta\phi$ na placa. Este potencial no instante seguinte é substituído por um par de vórtices de intensidade Γ e $-\Gamma$ (onde Γ é numericamente igual a $\delta\phi$). A Fig. (2) ilustra essa correspondência:

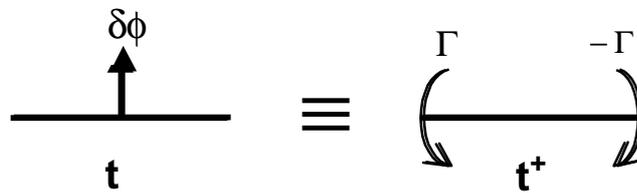


Figura 2. Correspondência entre o salto de perturbação e um par de vórtices contrarotativos.

A intensidade do potencial de perturbação pode ser determinada considerando a solução para o movimento de um pistão, o qual é subitamente colocado em movimento impulsivo em um meio compressível (Bisplinghoff et al., 1955). A pressão de perturbação desenvolvida sobre a placa é dada por:

$$\Delta p = 2\rho a U \alpha \tag{3}$$

$$\Delta c_p = \frac{2\rho a U \alpha}{\frac{1}{2}\rho U^2} \Rightarrow \Delta c_p = \frac{4a\alpha}{U} \tag{4}$$

Da Eq. (3) e Eq. (4) temos:

$$\delta\phi = 2\alpha \frac{U^2}{M} dt \quad (5)$$

Os vórtices uma vez emitidos permanecem no local sendo a propagação da perturbação na forma de velocidade induzida. A velocidade induzida em um ponto x por um vórtice de intensidade Γ situado em x_0 num tempo t_0 é dado por:

$$w(x, t, x_0, t_0) = \frac{-\Gamma}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{(x-x_0)^2} - \frac{1}{a^2(t-t_0)^2}} \quad (6)$$

3. Modelo Numérico

O modelo proposto é similar ao conhecido método de vórtices livres, e se apóia em dois conceitos bem conhecidos da aerodinâmica teórica; o primeiro conceito é o da geração impulsiva de vórtices em um fluido perfeito e o segundo conceito é a relação que existe entre um par de vórtices contrarrotativos e o salto de potencial de velocidade que ocorre sobre a linha que os une.

A placa é dividida em um número conveniente de n painéis. A partir do movimento inicial da placa, estando o fluido em repouso, é gerado em cada painel um movimento impulsivo $\delta\phi$, o qual gera um salto de potencial, que tem sua magnitude finita dada pela Eq. (5). No instante seguinte, esses n potenciais de perturbação são substituídos por pares de vórtices contrarrotativos (ver Fig. (2)) que permanecem em seus locais de emissão enquanto a placa continua seu movimento a velocidade constante U . Os vórtices tem velocidade de propagação igual a velocidade do som a .

Os pontos de controle (posicionados no centro de cada painel) são identificados por j (variando de 1 a n) e os instantes de tempo identificados por k (variando de 1 a N) com passo de tempo de dt entre iterações. A seqüência de eventos acima descrita é mostrada na Fig. (3).

O salto de perturbação é calculado por:

$$\delta\phi_j^k = 2(w_j^k + U\alpha) \frac{U}{M} dt \quad (9)$$

onde w_j^k é a velocidade induzida pelos vórtices emitidos no painel j para o instante k (no primeiro instante é nulo devido inexistência de vórtices, $w_j^1 = 0$). O salto do coeficiente de pressão para cada painel é dado por:

$$(\Delta c_{p\alpha})_j^k = \frac{2\delta\phi_j^k}{\alpha U^2 dt} \quad (10)$$

Integrando o salto de pressão ao longo da placa obtém-se o coeficiente de sustentação,

$$(C_{L\alpha})^k = dy \sum_{j=1}^n (\Delta c_{p\alpha})_j^k \quad (11)$$

e o coeficiente de momento aplicado ao bordo de ataque:

$$(C_{M\alpha})^k = dy \sum_{j=1}^n (\Delta c_{p\alpha})_j^k (ds)_j, \quad (ds)_j = c \left[1 - \frac{(2j-1)}{2n} \right] \quad (12)$$

4. Comparação com solução analítica

A solução para o problema de aceleração brusca, a velocidade constante U , da placa plana com ângulo de ataque α pode ser obtida em Bisplinghoff et al. (1955). Os valores de $C_{L\alpha}$ e $C_{M\alpha}$ calculados numericamente são comparados aos analíticos na Fig. (4).

A Fig. (5) apresenta valores de $C_{L\alpha}$ e $C_{M\alpha}$. obtidos numericamente para uma faixa maior de números de Mach, M .

A distribuição de pressão sobre a placa apresenta instantaneamente (quando a placa inicia o movimento) um salto de pressão de $\Delta c_p = \frac{4\alpha}{M}$, sendo que o carregamento de pressão ocorre do borda de ataque para o bordo de fuga até que atinja o regime permanente com $\Delta c_p = \frac{4\alpha}{\sqrt{M^2 - 1}}$. Uma distribuição de pressão típica pode ser observada na Fig. (6), a qual representa resultados teóricos (Lomax et al., 1952) para uma velocidade equivalente a $M=2$.

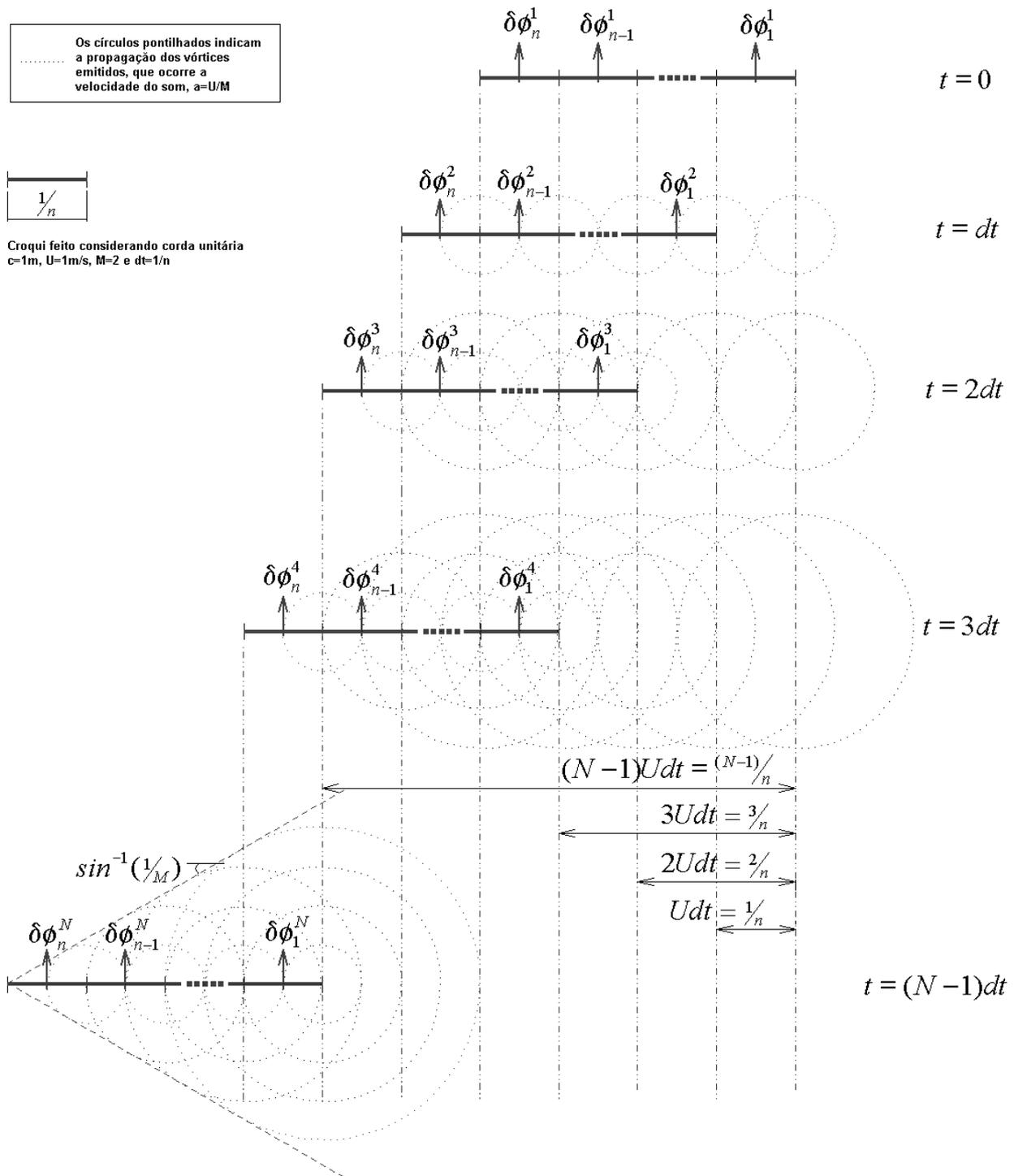


Figura 3. Sequência de eventos

Os saltos de pressão obtidos numericamente são mostrados na Fig. (7) para dois instantes de tempo, com a placa tendo percorrido 0,6 e 4,0 cordas. Observa-se que os valores calculados numericamente apresentam pequenas oscilações em torno dos valores teóricos (Lomax et al., 1952) - essa oscilação foi observada também por Long e Watts (1987), porém sem causa definida. No entanto, considerando a equivalência entre o problema tridimensional em regime permanente com o bidimensional em regime não-permanente, duas são as possíveis causas das oscilações apresentadas pelo coeficiente de pressão. A primeira uma escolha inadequada do ponto de controle e a segunda a utilização da singularidade dipolo com densidade constante sobre o painel - a qual foi utilizada neste trabalho. A influência destas duas causas ainda estão sendo estudadas. Os valores médios (suavização para 5 pontos na Fig. 7) apresentam bom acordo com a literatura (Lomax et al., 1952).

Os valores integrados, que geram $C_{L\alpha}$ e $C_{M\alpha}$, apresentam muito boa concordância conforme mostrado na Fig. (4).

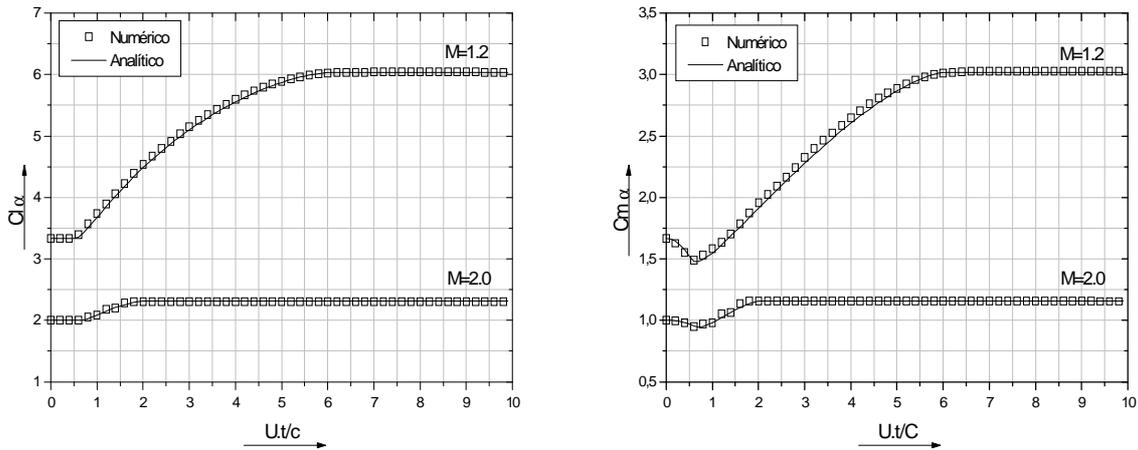


Figura 4. Comparação de $C_{L\alpha}$ e $C_{M\alpha}$ obtidos com valores analíticos.

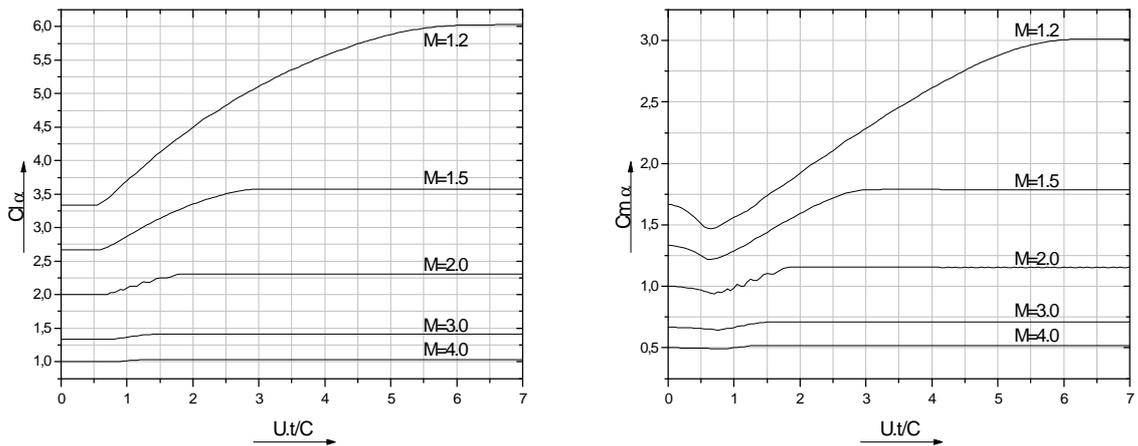


Figura 5. Valores obtidos numericamente para $C_{L\alpha}$ e $C_{M\alpha}$.

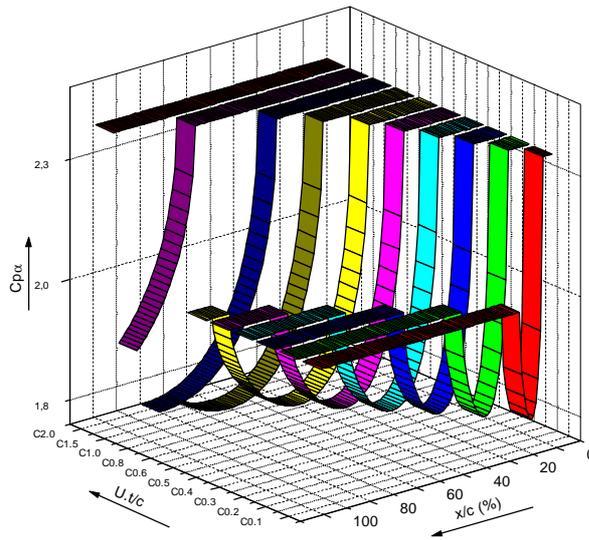


Figura 6. Distribuição de pressão teórica para $M=2,0$.

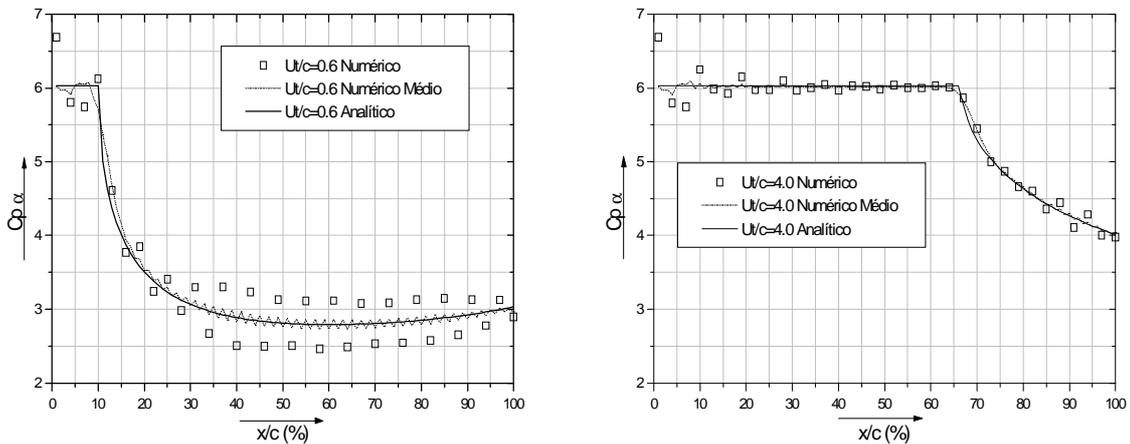


Figura 7. Coeficiente de pressão para dois instantes de tempo $Ut/c=0,6$ e $Ut/c=4,0$ para $M=1,2$.

5. Conclusões

O presente trabalho descreve um método numérico para solução do movimento de translação de uma placa plana em escoamento compressível linearizado. O método apresenta uma maneira rápida e prática para obtenção da resposta indicial do movimento. As soluções obtidas podem ser aplicadas a um movimento qualquer, através de metodologia adequada, como por exemplo Integral de Duhammel.

Foram obtidos resultados para o regime supersônico. Estudos futuros serão feitos para obtenção de resultados também para a faixa subsônica.

As oscilações observadas nos valores calculados numericamente dos coeficientes de pressão (Fig. 7) estão em estudo visando diminuição das mesmas.

6. Agradecimentos

Este trabalho teve o apoio parcial do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Brasília, DF, através Bolsa de Produtividade em Pesquisa (Processo No. 300.682/93-0).

7. Referências

Beddoes, T. S., 1984, "Practical Computation of Unsteady Lift", Vertica, Vol. 8, pp. 55-71.
 Bisplinghoff, R. L., Ashley, H., and Halfman, R. L., 1955, *Aeroelasticity*, Addison-Wesley, Reading, MA, p. 294.
 Lomax, H., Heaslet, M. A., Fuller, F. B., and Sluder, L., 1952, "Two- and Three-Dimensional Unsteady Lift Problems in High-Speed Flight", NACA Report 1077.

- Long, L. N., and Watts, G. A., 1987, "Arbitrary Motion Aerodynamics using an Aeroacoustic Approach", AIAA Journal, vol. 25 , No.11, pp. 1442-1448.
- Sears, W. R., 1954, Edited, "General Theory of High Speed Aerodynamics", Volume VI – "High Speed Aerodynamics and Jet Propulsion", Princeton, New Jersey, Princeton University Press.
- Soviero, P. A. O., 1993 "Generalized Vortex Lattice Method for Oscillating Thin Airfoil in Subsonic Flow", AIAA Journal, Vol. 31, No. 12, pp. 2380-2382.
- Soviero, P. A. O., and Ribeiro, M. V., 1995 "Panel Method Formulation for Oscillating Airfoils in Supersonic Flow", AIAA Journal, Vol. 33, No. 9, pp. 1659-1666.
- Soviero, P. A. O., and Lavagna, L. G. M., 1997, *A Numerical Model for Airfoils in Unsteady Motion*, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences, Vol. XIX, No. 3, pp. 332-340.
- Soviero, P. A. O., and Pinto, F. H. L., 2000, "Panel Method Formulation for Oscillating Airfoils in Sonic Flow", 8th Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences, Porto Alegre, Brasil, s01p32.

A NUMERICAL MODEL FOR THIN AIRFOILS IN UNSTEADY SUPERSONIC MOTION

Fabiano Hernandez

Empresa Brasileira de Aeronáutica
12227-901 São José dos Campos - SP
fabiano.hernandes@embraer.com.br

Paulo Afonso de Oliveira Soviero

Instituto Tecnológico de Aeronáutica
12228-901 São José dos Campos - SP
soviero@aer.ita.cta.br

Abstract. *A numerical method similar to the free vortex methodology is presented. The response of the thin profile to the unit step function (indicial response) for a supersonic uniform flow is studied. Results for the proposed model are presented as the lift, pitching moment and pressure coefficients along the profile chord for some instants of time. The method is also compared with analytical solutions available in the literature..*

Keywords: *supersonic, compressible, unsteady flow, thin airfoil, indicial.*