



Instituto Politécnico, Nova Friburgo  
August 30<sup>th</sup>- September 3<sup>rd</sup>, 2004

Paper CRE04 – MC01

## Aplicação da Técnica da Transformada Integral Generalizada na Solução de Problemas Difusivos Transientes em Domínios de Geometria Elíptica

Marcelo F. Pelegrini, Thiago A. Alves, Cassio R. M. Maia, Ricardo A. V. Ramos

Núcleo de Planejamento Energético e Cogeração (NUPLEN)

Departamento de Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia, Campus de Ilha Solteira

Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, UNESP

Avenida Brasil, 56, Centro, Ilha Solteira, SP, Brasil, CEP: 15385-000

marcelo@dem.feis.unesp.br, antonini@dem.feis.unesp.br

Um constante desafio para a Engenharia é a resolução de problemas difusivos, uma vez que, as equações diferenciais fundamentais que regem as equações governantes são, via em regra, de natureza complexa. Mais recentemente, técnicas analítico-numéricas de resolução vêm ganhando destaque nas mais diversas áreas por garantirem maior confiabilidade dos resultados com um menor custo computacional (Özisik, 1993).

A Técnica da Transformada Integral Generalizada – TTIG (Cotta, 1998), em particular, é uma ferramenta que vem demonstrando ser poderosa na solução de problemas de transferência de calor e massa, os quais, geralmente, não possuem solução pelas técnicas analíticas clássicas. Neste sentido, o objetivo do presente trabalho é a obtenção da solução, via TTIG, de problemas difusivos transientes em domínios representados por cilindros com seção transversal elíptica submetidos a condições de contorno de Dirichlet (temperatura prescrita) conforme Maia *et. al.* (2001).

Na formulação do problema consideram-se meios difusivos com propriedades termofísicas constantes e distribuição de temperatura inicial uniforme. Para a difusão em domínios de geometria elíptica procede-se uma transformação de coordenadas adequada para facilitar a aplicação das condições de contorno. Na determinação da evolução do campo de temperatura aplica-se a TTIG sobre a equação da energia para a remoção das derivadas parciais espaciais de segunda ordem. As distribuições de temperatura máxima e média, em função do tempo para diversas razões de aspecto (definidas como a razão entre a altura e largura da seção transversal do cilindro) são apresentadas nas Figs. 1 e 2 e na Tab. 1. Na Tab. 2, a constante de tempo do processo é determinada para diversas razões de aspecto e comparada com aqueles resultados disponíveis na literatura.

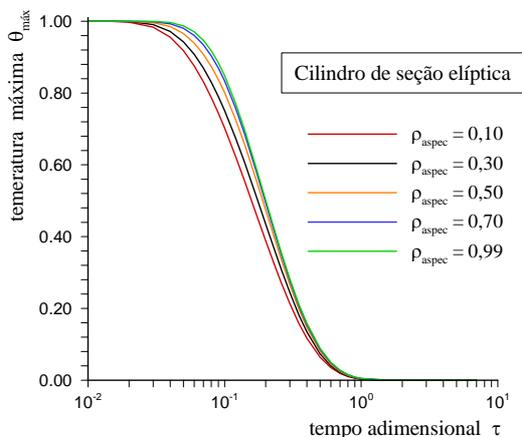


Figura 1. Perfil da temperatura máxima em função do tempo.

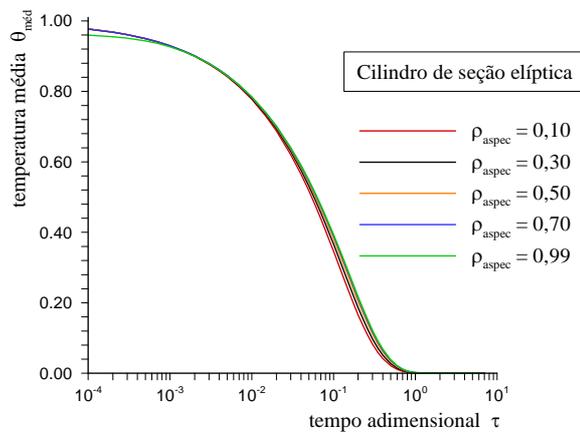


Figura 2. Perfil da temperatura média em função do tempo.

**Tabela 1.** Evolução das temperaturas máxima e média em função do tempo para cilindros de seção elíptica ambos com razão de aspecto 0,50.

$\tau$	Elíptico	
	$\theta_{\text{máx}}$	$\theta_{\text{méd}}$
0,0001	1,0002	0,9772
0,0002	1,0000	0,9682
0,0005	1,0000	0,9500
0,0010	1,0000	0,9295
0,0020	1,0000	0,9008
0,0050	1,0000	0,8447
0,0100	1,0000	0,7830
0,0200	0,9997	0,6984
0,0500	0,9656	0,5408
0,1000	0,8010	0,3821
0,2000	0,4742	0,2034
0,5000	0,0811	0,0332
1,0000	0,0040	0,0017
2,0000	0,0000	0,0000
5,0000	0,0000	0,0000
10,0000	0,0000	0,0000

**Tabela 2.** Constantes de tempo em função da razão de aspecto para cilindros de seção elíptica.

$\rho_{\text{aspec}}$	Elíptico	
	$\tau_{\text{máx}}$	$\tau_{\text{méd}}$
0,10	0,2091	0,0922
0,20	0,2191	0,0957
0,30	0,2295	0,0995
0,40	0,2383	0,1029
0,50	0,2446	0,1057
0,60	0,2487	0,1079
0,70	0,2514	0,1095
0,80	0,2535	0,1105
0,90	0,2543	0,1110
0,99	0,2545	0,1111

Analisou-se no presente trabalho a transferência de calor em regime transiente em cilindros de seção transversal elíptica submetidos à condição de contorno de Dirichilet. Para tanto, utilizou-se um sistema de coordenadas ortogonais adequado a fim de facilitar a aplicação das condições de contorno. Soluções da equação da energia foram obtidas, então, através da aplicação da Técnica da Transformada Integral Generalizada. Observou-se que a expansão que determina o potencial temperatura apresenta convergência lenta no início do transiente. Constantes de tempo definidas em relação à temperatura máxima e à temperatura média foram também calculadas para diversas razões de aspecto. Finalizando, observou-se mais uma vez que a TTIG foi aplicada com sucesso para a obtenção de solução de problemas difusivos relativamente complexos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Cotta, R. M., 1998, “The Integral Transform Method in Thermal and Fluids Science and Engineering”, Begell House Inc., New York, USA.
- [2] Maia, C. R. M., Aparecido, J. B. & Milanez, L. F., 2001, “Critical Specific Power in Fuel Rods With Biconcave Cross-section”, Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Heat Transfer Conference (IHTC), August, Grenoble, France, paper 0868, 6 p.
- [3] Özisik, M. N., 1993, “Heat Conduction”, 2<sup>nd</sup> ed., John Wiley & Sons, New York, NY, USA.