

# CONVECÇÃO FORÇADA, NATURAL E MISTA NUMA PLACA PLANA

A.A.F. Donaggio, D.V.A. Junior

Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Engenharia de Itajubá, Av. BPS, 1303, Pinheirinho, Itajubá MG, cep: 37.500-000

**Palavras Chaves: Camada Limite, Diferenças Finitas, Placas planas.**

## RESUMO

As análises numéricas são ferramentas muito importantes para resolver problemas da área de engenharia em geral. Devido isto essas ferramentas tem-se expandido e desenvolvido cada vez mais. Existem várias formas de se desenvolver estas análise e todas estão presentes em grande escala na literatura internacional.

Neste trabalho é apresentado o método de diferenças finitas aplicadas a problemas de transferência de calor em fluidos em escoamento.

Partindo dos princípios da conservação da massa, quantidade de movimento e energia, e aplicando o método de diferenças finitas, desenvolvem-se a teoria e os programas para problemas de escoamento de fluídos e transferência de calor de modo a obter as distribuições de temperatura, velocidade, vorticidade e função de corrente.

Este método numérico consiste na aproximação de uma dada equação diferencial ou integral por diferenças baseado na definição de derivadas e integrais. Desta forma, busca-se soluções numéricas aproximadas para as equações do problema.

O estudo aqui está voltado para transferência de calor na camada limite de uma placa plana variando as condições de contorno como mostra a figura 1.

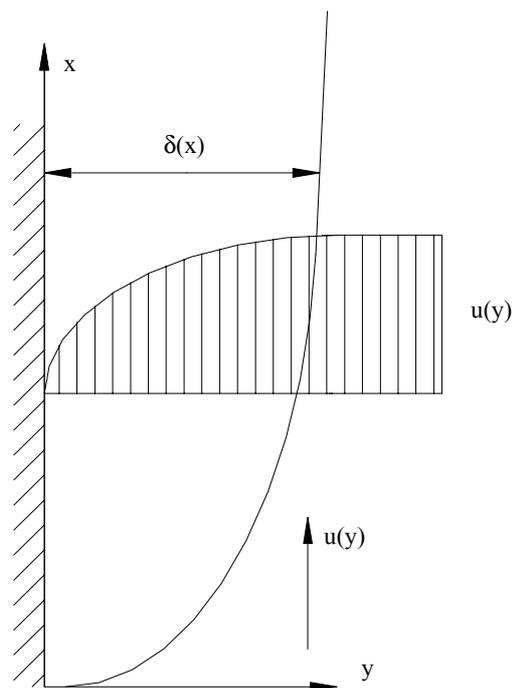


Figura 1: Distribuição da velocidade dentro da camada limite

As equações básicas para a solução do problema são:

Equação da continuidade

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad , \quad (1)$$

Equação de Navier-Stokes

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g_x \beta (T - T^*) \quad , \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = g_x \beta (T - T^*) \quad , \quad (3)$$

Equação da energia

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad . \quad (4)$$

Após se utilizar de várias transformações de variáveis, as equações de (1) até (4), tornam-se:

$$u \frac{\partial u}{\partial y} + \left( \frac{v}{\delta} - \frac{u\eta}{\delta} \frac{d\delta}{dx} \right) \frac{\partial u}{\partial \eta} = \frac{v}{\delta^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} - \left( \frac{\rho}{\rho_\infty} - 1 \right) g \quad , \quad (5)$$

$$v = -\delta \int_0^{\eta} \left( \frac{\partial u}{\partial \eta} - \frac{\eta}{\delta} \frac{d\delta}{dx} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) d\eta \quad , \quad (6)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + \left( \frac{v}{\delta} - \frac{u\eta}{\delta} \frac{d\delta}{dx} \right) \frac{\partial T}{\partial \eta} = \frac{a}{\delta^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} \quad . \quad (7)$$

As condições de contorno podem ser escritas da seguinte forma:

$$v = 0 \quad , \quad u = 0 \quad , \quad T = T_w \quad \left( \text{ou} \quad q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad \text{em} \quad \eta = \frac{y}{\delta(x)} = 0 \quad , \quad (8)$$

$$u = u_\infty \quad , \quad T = T_\infty \quad \text{em} \quad \eta = 1.$$

As equações (5) a (7) podem ser escritas na seguinte forma de diferenças finitas:

$$u_m \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta x} + \left( \frac{v_m}{\delta} - \frac{u_m}{\delta} \eta \frac{d\delta}{dx} \right) \frac{u_{i,j} - u_{i,j-1}}{\Delta \eta} = \frac{v}{\delta^2} \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1} - 2u_{i,j}}{\Delta \eta^2} - \left( \frac{\rho_{i,j}}{\rho_\infty} - 1 \right) g \quad , \quad (9)$$

$$v_{i,j} = v_{i,j-1} - \left[ \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta x} - \frac{\eta}{\delta} \frac{d\delta}{dx} \frac{u_{i,j} - u_{i,j-1}}{\Delta \eta} \right] \delta \Delta \eta \quad , \quad (10)$$

$$u_m \frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{\Delta x} + \left( \frac{v_m}{\delta} - \frac{u_m}{\delta} \eta \frac{d\delta}{dx} \right) \frac{T_{i,j} - T_{i,j-1}}{\Delta \eta} = \frac{a}{\delta^2} \frac{T_{i,j+1} + T_{i,j-1} - 2T_{i,j}}{\Delta \eta^2} \quad . \quad (11)$$

As equações (9) a (11) podem ser escritas numa forma matricial do tipo AX = B.

Após resolver este sistema se obtêm as distribuições de velocidade e de temperatura do fluido junto a superfície da placa.

A figura 2 mostra os perfis de velocidade figura 2(a) e de temperatura figura 2(b) de um fluido escoando sobre uma placa plana submetida a temperatura constante. Para este problema foram considerados os seguintes parâmetros: número de Reynolds  $Re = 6920$ , número de Grashof  $Gr = 1,57 \times 10^6$ , número de Nusselt  $Nu = 49,1$ , comprimento da placa = 0,1 m, velocidade de escoamento da corrente livre  $U_\infty = 1$  m/s, temperatura da placa  $T_w = 20^\circ\text{C}$  e temperatura da corrente livre  $T_\infty = 10^\circ\text{C}$ . Neste problema o fluido se movimenta devido a convecção forçada, combinada com a convecção natural. Este mecanismo é chamado de convecção mista.

Pode-se notar claramente na figura 2(a) presença da camada limite e o conseqüente desenvolvimento da velocidade de escoamento. Na figura 2(b) nota-se a redução da temperatura conforme nos afastamos da superfície da placa. Esta variação irá de  $20^\circ\text{C}$  (temperatura da placa) até  $10^\circ\text{C}$  (temperatura da corrente livre).

Na figura 3 tem-se os perfis de velocidade figura 3(a) e de temperatura figura 3(b) de um fluido escoando sobre uma placa plana submetida a temperatura constante. Para este problema foram considerados os seguintes parâmetros: número de Grashof  $Gr = 1,57 \times 10^6$ , número de Nusselt  $Nu = 18,1$ , comprimento da placa = 0,1 m, velocidade de escoamento da

corrente livre  $U_\infty = 0$  m/s, temperatura da placa  $T_w = 20^\circ\text{C}$  e temperatura da corrente livre  $T_\infty = 10^\circ\text{C}$ .

Neste problema, como o fluido de trabalho está em repouso longe da placa, somente ocorre a convecção natural. O deslocamento do fluido observado na figura 3a ocorre somente devido a convecção natural.

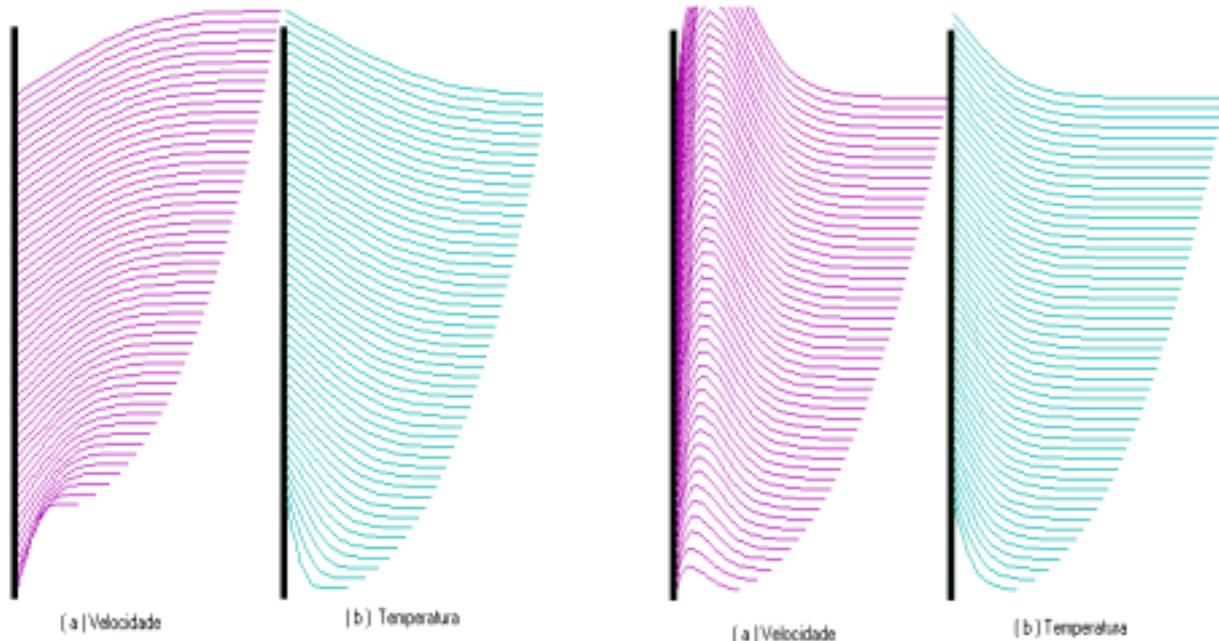


Figura 2: Distribuição da velocidade e da temperatura sobre uma placa plana submetida a temperatura constante e convecção mista

Figura 3: Distribuição da velocidade e da temperatura sobre uma placa plana submetida a temperatura constante e convecção natural

**Agradecimentos: os autores agradecem à CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pela oportunidade e apoio dispensados e ao orientador professor Dr. Genésio José Menon pela paciência e conhecimentos dedicados, sem os quais o trabalho não seria possível**

#### **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:**

- Donaggio A. A. F. – Relatório Final do Projeto - Simulação Numérica de Problemas da Mecânica dos Fluidos e da Transferência de Calor Utilizando o Método de Diferenças Finitas, CNPq, julho de 2001.
- Maliska, C. R., Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1995.
- Carnahan, B.; Luther, H. A. and Wilkers, J. O., Applied Numerical Methods, John Wiley & Sons, Inc., 1969.