

# DETECÇÃO DE FALHAS VIA OBSERVADORES DE ESTADO EM SISTEMAS ROTOR-SUPORTES-ESTRUTURA, CONSIDERANDO-SE SUAS FUNÇÕES

P. Altarugio (1) e G. P. Melo (1)

(1) Departamento de Engenharia Mecânica – Unesp – Ilha Solteira. Av. Brasil Centro, 56 Ilha Solteira-SP, CEP 15385-000

Palavras-chaves: Vibrações em rotores, Máquina Rotativa, Elementos Finitos, Análise Modal, Modelo Matemático.

## RESUMO

O desenvolvimento de novas técnicas de detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos submetidos a carregamentos dinâmicos tem evoluído muito nos últimos anos em função da necessidade cada vez maior das indústrias em manter os equipamentos em funcionamento sem paradas abruptas. Para garantir este funcionamento com segurança os sistemas mecânicos têm que ser supervisionados, pois os distúrbios em operação normal causam uma deterioração da performance do sistema ou até mesmo levam a situações perigosas. Entre estas técnicas, pode se citada a dos observadores de estado consiste em desenvolver um modelo para o sistema em análise e comparar a saída estimada com a saída medida. Os observadores de estado podem reconstruir os estados não medidos ou os valores provenientes de pontos de difícil acesso no sistema. Neste caso, pode-se detectar falhas nestes pontos, podendo monitorá-los através das reconstruções de seus estados. A idéia foi montar um banco de observadores para supervisionar o processo, onde cada observador é dedicado somente a um parâmetro físico do sistema. O sistema estudado é um rotor-suportes-estrutura, onde a fundação do mesmo é considerada, pois a resposta em frequência de uma máquina rotativa pode ser significativamente afetada pelo comportamento de sua estrutura. O sistema é desenvolvido pelo método dos elementos finitos e é aplicado o método analítico das coordenadas mistas para desenvolvimento do modelo matemático da estrutura.

## Método das Coordenadas Mistas

Este método elimina a necessidade de dispor de um número de modos próprios da fundação igual ao número de graus de liberdade associados aos nós de conexão entre rotor e estrutura. Os deslocamentos  $x_f$  associados aos nós de conexão com o rotor serão substituídos pelas coordenadas principais  $q$ . Desta forma, somente os modos de vibrar que efetivamente contribuem na resposta dinâmica do sistema completo serão levados em consideração.

A passagem das coordenadas físicas  $x_f$  para coordenadas principais das  $q$  é feita através da matriz modal  $[\phi]$ . Definimos, então, um vetor  $Z(t)$  (1) que contém as variáveis independentes seja do rotor,  $X_r(t)$ , seja da fundação,  $q(t)$ :

$$Z(t) = \begin{Bmatrix} X_r(t) \\ q(t) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

As equações de movimento (2) são obtidas aplicando as equações de Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_{cn}}{\partial Z(t)} \right) - \left( \frac{\partial E_{cn}}{\partial Z(t)} \right) + \left( \frac{\partial D}{\partial Z(t)} \right) + \left( \frac{\partial V}{\partial Z(t)} \right) = F_z(t) \quad (2)$$

Onde:

$E_{cn}$  = energia cinética do sistema rotor mais estrutura.

$V$  = Energia potencial do sistema devido à deformação elástica do rotor mais fundação.

$D$  = função de dissipação de energia.

$F_z$  = vetor das forças atuantes no sistema.

Considera-se a energia cinética, potencial e de dissipação e as forças externas juntamente com as forças do filme de óleo(3), chegando na seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} [M_r] & [0] \\ [0] & [m_f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\underline{X}}_r(t) \\ \ddot{\underline{q}}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [R_r] & 0 \\ 0 & [r_f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\underline{X}}_r(t) \\ \dot{\underline{q}}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_r] & 0 \\ 0 & [K_f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{X}_r(t) \\ \underline{q}(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{F}_r(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

Onde:

$[M_r]$  e  $[k_r]$  = matrizes de massa e rigidez do rotor;  $m_f$  = matriz das massas modais da estrutura.  
 $[R_r]$  = matriz de amortecimento do rotor;  $[r_f]$  = matriz de amortecimento modal da estrutura.  
 $[k_f]$  = matriz de rigidez modal da estrutura.

Esta equação pode ser resolvida para um número qualquer de frequências próprias da fundação. Não sendo necessária a inversão de sua matriz de flexibilidade. O modelo de coordenadas mistas permite levar em conta somente os modos de vibrar de interesse, mesmo se em número inferior ao número de graus de liberdade dos suportes.

**Exemplos de Aplicação:** Seja um sistema rotor, suportes, fundação da figura abaixo:

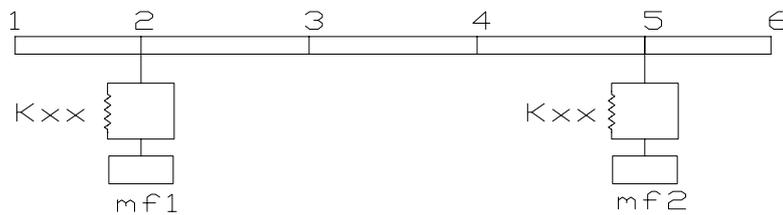


Figura 1: Sistema rotor, suportes e fundação

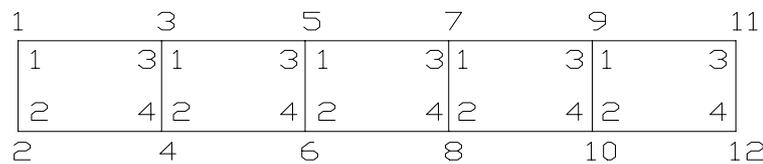


Figura 2: Representação dos elementos

Rotor: elementos trave ou e nós

Suportes: 1 grau de liberdade por suporte na direção vertical

Fundação: sistemas de 1 grau de liberdade por suporte na direção vertical.

Para cada elemento, tem-se as seguintes matrizes locais de rigidez(4) e massa(5):

$$k = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$m = \frac{\rho SL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Para o sistema global tem-se:

### MATRIZ RIGIDEZ

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	12	6L	-12	6L												
2	6L	4L <sup>2</sup>	-6L	2L <sup>2</sup>												
3	-12	-6L	24	0	-12	6L										
4	6L	2L <sup>2</sup>	0	8L <sup>2</sup>	-6L	2L <sup>2</sup>										
5			-12	-6L	24	0	-12	6L								
6			6L	2L <sup>2</sup>	0	8L <sup>2</sup>	-6L	2L <sup>2</sup>								
7					-12	-6L	24	0	-12	6L						
8					6L	2L <sup>2</sup>	0	8L <sup>2</sup>	-6L	2L <sup>2</sup>						
9							-12	-6L	24	0	-12	6L				
10							6L	2L <sup>2</sup>	0	8L <sup>2</sup>	-6L	2L <sup>2</sup>				
11									-12	-6L	12	-6L				
12									6L	2L <sup>2</sup>	-6L	4L <sup>2</sup>				
13													Mf <sub>1</sub>			
14														Mf <sub>1</sub>		
15															Mf <sub>2</sub>	
16																Mf <sub>1</sub>

### MATRIZ MASSA

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	156	22L	54	-												
2	22L	4L <sup>2</sup>	13L	-												
3	54	13L	312+k <sub>xx</sub>	0	54	-							-			
4	13L	-	0	8L <sup>2</sup>	13L	-							k <sub>xx</sub>			
5		3L <sup>2</sup>	54	13L	312	0	54	-								
6			-13L	-	0	8L <sup>2</sup>	13L	-								
7				3L <sup>2</sup>	54	13L	312	0	54	-						
8					-	-	0	8L <sup>2</sup>	13L	-						
9					13L	3L <sup>2</sup>				3L <sup>2</sup>						
10							54	13L	312+k <sub>xx</sub>	0	54	-			-	
11												13L			k <sub>xx</sub>	
12													13L			
13														13L		
14																
15																
16																

15
16

 $-k_{xx}$  $[k]_f \quad k_{xx}$ 

Com estas matrizes, verifica-se a componente dinâmica da estrutura, podendo-se aplicar a metodologia de detecção de falhas através dos observadores de estado.

### **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:**

- Luenberger, D. G. - An Introduction to Observers, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol AC16, n°.6, pp. 596-602, 1971.
- Diana G. - Dinâmica e Vibrazioni Delle Mecchini, Vol. I, II e III.
- Lalanne, M., Ferraris, G., Rotor Dynamics - Prediction Engineering.
- Luenberger, D. G. - Introduction to Dynamic Systems. Theory, Models, & Applications, New York, Chichester, Toronto, John Wiley & Sons, 445p., 1979.