



ESTUDO DO CONTATO ENTRE PEÇA E PISTA EM UM TRANSPORTADOR VIBRATÓRIO

Francisco Paulo Lépure Neto(*)

fplepore@mecanica.ufu.br

João Carlos Mendes Carvalho(*)

jcmendes@mecanica.ufu.br

Roberto de Souza Martins (*)

rsouzam@mecanica.ufu.br

(*) Faculdade de Engenharia Mecânica
Universidade Federal de Uberlândia

Resumo: Transportadores vibratórios são dispositivos que têm ampla aplicação na automação de linha de montagem industriais. Neste trabalho é apresentado a modelagem do comportamento dinâmico de um transportador de pista rígida horizontal montada sobre uma suspensão elástica, submetido a movimentos harmônicos nas direções horizontal e vertical. O contato entre a pista e a peça é representado por coeficientes de rigidez e de amortecimento, pela força de atrito e por um coeficiente de restituição. A resposta do modelo não linear é obtida pela integração numérica das equações diferenciais do movimento. Os resultados numéricos são validados com experimentos realizados com um protótipo de transportador, permitindo o ajuste dos parâmetros do modelo.

Palavras Chave: transportador vibratório, contato elástico, alimentadores

1. INTRODUÇÃO

Os transportadores vibratórios utilizam o movimento oscilatório da pista para o transporte de peças, sendo o contato o maior responsável pela transmissão do movimento do transportador ao material. Sua eficiência é medida pela velocidade de transporte do material sobre sua pista, dependendo, principalmente, do coeficiente de atrito e das condições do contato entre a pista e a peça; da inclinação da pista e da amplitude, frequência e forma da função excitadora.

Os primeiros trabalhos sobre transportadores vibratórios datam do final do século XIX. Diversas pesquisas têm sido desenvolvidas com o objetivo de identificar e quantificar os parâmetros que mais influenciam na velocidade de transporte. Povydaylo (1959 e 1960), Both (1964) e Gaberson (1972) apresentaram contribuições significativas para o desenvolvimento deste tipo de equipamento. Grande parte das pesquisas foram concentradas nas décadas de 60 e 70, sendo que após esta fase, poucos trabalhos apresentados mostraram novidades.

A dificuldade da modelagem teórica dos transportadores vibratórios reside na complexidade das características do transporte. Diversos autores fazem simplificações em seus modelos, como por exemplo: descrever separadamente o comportamento da peça no seu retorno à pista após a fase de salto; simplificar as equações das deformações das molas; não considerar a relação entre os modos de vibração do transportador e o movimento da peça e não considerar a transição entre os valores do coeficiente de atrito estático e dinâmico.

Estas dificuldades fazem com que os transportadores vibratórios comerciais, segundo informações dos fabricantes, tenham seu projeto e construção quase sempre baseados em procedimentos empíricos.

Carvalho (1991) identificou vários problemas relativos à validade dos modelos matemáticos simplificados utilizados por outros autores. Dentre eles, o que mais se destaca é a inexistência de relação entre a forma de excitação da pista e a sua resposta dinâmica.

Nas verificações experimentais realizadas com transportadores vibratórios industriais acionados por sistema eletromagnético (Martins et al, 1998), com excitação senoidal, ficou evidente a diferença existente entre o modelo matemático, normalmente utilizado para descrever o movimento da pista, e o movimento real observado.

Martins et al (2001) apresentaram resultados de um estudo mais detalhado do comportamento tanto da pista quanto da peça sendo transportada. Neste estudo, um modelo de elementos finitos representa a estrutura do transportador, sendo usado para calcular o comportamento dinâmico da pista em uma banda de frequências. A partir dos movimentos obtidos para a pista, e usando um modelo matemático algébrico foram calculados os movimentos da peça. Este modelo resultou compatível com as medidas experimentais realizadas com um protótipo de transportador. Os autores apresentam uma análise do comportamento da peça quando de seu retorno à pista, após a fase de salto. Foi verificado que para o modelo algébrico, a consideração do choque, sem a ocorrência de repique, é aplicável até determinadas velocidades de impacto. Acima desta velocidade, a ocorrência do repique pode afetar significativamente a velocidade de transporte.

Neste trabalho propõe-se um modelo dinâmico, constituído por um sistema de equações diferenciais de segunda ordem, para representar a ação da pista sobre a peça, considerando o efeito da rigidez e do amortecimento do contato, o atrito, e um coeficiente de restituição responsável pela dissipação de parte da energia cinética durante o choque. Inicialmente os resultados obtidos com a simulação numérica são comparados com resultados experimentais obtidos com um protótipo de transportador vibratório, para frequências de excitação harmônica da pista iguais a 25 e 35 Hz. Com estes dados são ajustados os parâmetros do contato peça - pista. Simulações são realizadas com o modelo previamente ajustado para avaliar a influência dos seguintes parâmetros de operação do transportador: frequência do acionamento, amplitudes da excitação e do valor do coeficiente de atrito entre a peça e a pista.

2. MODELO DINÂMICO DO SISTEMA

O transportador vibratório é constituído por uma pista horizontal de alumínio montada sobre lâminas paralelas de aço, conforme mostrado na fig.(1a). O acionamento da pista é realizado por um sistema biela - manivela que impõe movimentos nas direções horizontal e vertical. Em virtude da configuração da suspensão, e da grande rigidez de flexão da pista, os movimentos horizontais e verticais medidos ao longo de seu comprimento têm sempre a mesma amplitude e fases nulas, indicando que a pista sofre apenas translações nas direções X e Y. Este fato foi constatado por Martins,(2000) que realizou medidas experimentais no protótipo do transportador vibratório e comparou-os com os resultados da análise modal de um modelo de elementos finitos desta estrutura.

O contato entre a peça e a pista é considerado elástico, sendo representado por molas e amortecedores viscosos lineares verticais e horizontais, respectivamente, com coeficientes K_n , K_s , e C_n , C_s . O atrito entre a peça e pista obedece o modelo de Coulomb, não sendo considerada a diferença entre seus valores estático e cinemático. Porém, na fase de choque, adota-se um coeficiente de restituição $\alpha \in (0, 1]$, para representar uma possível dissipação de energia cinética.

Na fig.(1b) é apresentado o modelo físico proposto, onde M é a massa da peça, $y_p(t)$ e $x_p(t)$ são os movimentos harmônicos impostos à pista e $y_m(t)$ e $x_m(t)$ representam os movimentos da peça, expressos no referencial inercial (X,Y). Como a massa da peça é significativamente menor que a da estrutura da pista, sua influência no movimento da pista será desprezível.

Assim, a pista age sobre a peça apenas via deslocamentos e velocidades impostos no contato. Com base nestas hipóteses o modelo físico do sistema resulta com apenas dois graus de liberdade.

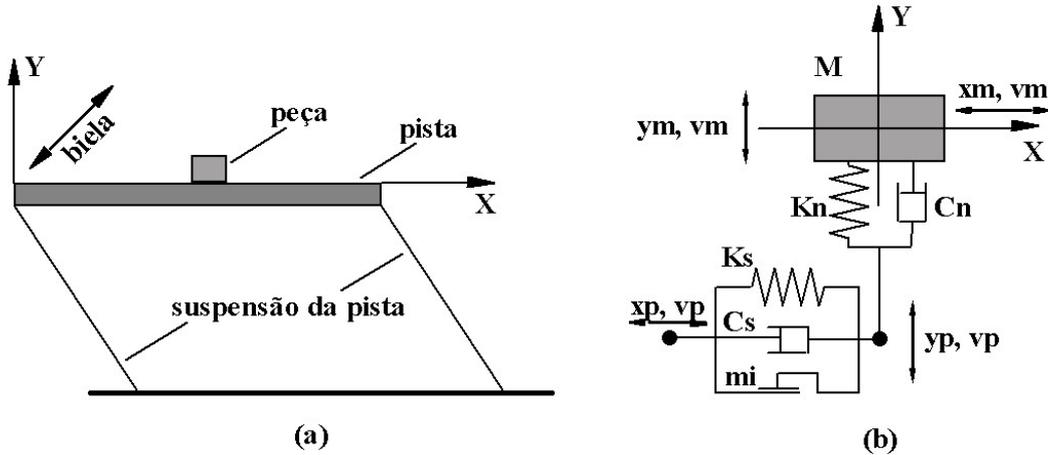


Figura 1. Modelo do sistema: (a) – transportador vibratório, (b) – modelo físico proposto.

O modelo matemático do sistema, apresentado pela Eq.(1), é válido quando existe contato entre a pista e a peça. Quando ocorre o salto da peça, seu movimento é descrito pela Eq. (2), que representa apenas translações.

$$\begin{aligned} M \ddot{y}_m + b Cn (\dot{y}_m - \dot{y}_p) + Kn (y_m - y_p) &= m g \\ M \ddot{x}_m + b Cs (\dot{x}_m - \dot{x}_p) + Ks (x_m - x_p) &= a F_a \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} y_m &= y_{mo} + \alpha v_{myo} (t - t_o) - 0.5g (t - t_o)^2 \\ x_m &= x_{mo} + \alpha v_{m xo} (t - t_o) \end{aligned} \quad (2)$$

Na Eq. (1) têm-se:

$$\begin{aligned} F_a &= a mi F_n = \text{força de atrito} \\ F_n &= b Cn (\dot{y}_m - \dot{y}_p) + Kn (y_m - y_p) = \text{força normal de contato} \\ a &= \begin{cases} +1 \text{ se } (\dot{x}_m - \dot{x}_p) < 0 \\ -1 \text{ se } (\dot{x}_m - \dot{x}_p) > 0 \end{cases} \quad e \quad b = \begin{cases} 0 \text{ se } (\dot{y}_m - \dot{y}_p) > 0 \\ 1 \text{ se } (\dot{y}_m - \dot{y}_p) < 0 \end{cases} \\ y_p &= Y_p \text{ sen}(2\pi f t) \quad e \quad x_p = X_p \text{ sen}(2\pi f t) = \text{movimentos da pista} \end{aligned} \quad (3)$$

O parâmetro b definido na Eq.(3) representa a condição de não adesão do contato na direção vertical, de modo que quando a peça e a pista se afastam o amortecedor não atua. Na Eq.(2), t_o indica o instante de tempo imediatamente anterior a um salto, y_{mo} , v_{myo} , x_{mo} e $v_{m xo}$ são os deslocamentos e velocidades da peça calculados em t_o . As amplitudes dos deslocamentos impostos pelo acionamento são Y_p e X_p , respectivamente nas direções X e Y.

A solução do modelo matemático é implementada numericamente utilizando um integrador Runge – Kutta de quarta ordem.

As propriedades físicas que afetam o comportamento do sistema são: a rigidez e o amortecimento do contato, o coeficiente de atrito, o coeficiente de restituição durante o choque e o valor das amplitudes impostas à pista pelo acionamento. Uma estimativa do valor da rigidez de contato pode ser obtida considerando a associação em série de duas molas lineares que representam rigidez dos corpos na região do contato. Sendo E_p e E_m os módulos de elasticidade, lc o comprimento característico do contato (no caso dos experimentos lc é igual ao diâmetro da peça) e o fator Fac para atenuar o valor da rigidez, pode-se estimar Kn pela Eq.(4).

$$Kn = \frac{E_p E_m}{E_p + E_m} \pi \frac{lc}{4} Fac \quad (4)$$

O amortecimento é considerado proporcional à rigidez, com um fator β , resultando $C = \beta K$, válido para as direções normal e tangencial.

3. AJUSTE DO MODELO A PARTIR DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Martins,(2000) executou vários experimentos com um protótipo de transportador vibratório, com a configuração mostrada na Fig.(1a). Foram ensaiadas peças de aço, latão e borracha, com diferentes massas e geometria. A pista de alumínio tem grande rigidez à flexão e é suportada por lâminas paralelas flexíveis de aço. Neste trabalho serão utilizados, para ajuste dos parâmetros do modelo matemático, apenas os resultados experimentais obtidos com uma peça cilíndrica de latão, que é colocada com sua base sobre a pista de alumínio. Foram escolhidos os resultados obtidos com frequências de excitação de 25 Hz e de 35 Hz, pois estes apresentam características distintas. Para 25 Hz os movimentos predominantes da peça ocorrem na direção horizontal X, enquanto para 35 Hz a peça apresenta saltos na direção vertical, indicando a ocorrência de choques de maior intensidade. A Tab.(1) apresenta as condições de realização dos experimentos nas frequências de 25 e 35 Hz. Os movimentos das extremidades da pista nas direções X e Y foram medidos com acelerômetros piezoelétricos. Na região central da pista, os movimentos da peça e da pista foram adquiridos por uma filmadora CCD de 500 quadros por segundo. Após a aquisição, as imagens são processadas digitalmente para a determinação dos vetores $y_p(t)$, $x_p(t)$, $y_m(t)$ e $x_m(t)$. A escala para medição dos movimentos a partir das imagens é definida por marcas de referência localizadas na pista. A fig.(2) apresenta o esquema da montagem experimental.

Tabela 1. Parâmetros usados nos experimentos com a peça de latão.

Frequência da excitação [Hz]	Amplitudes da Pista		Massa da Peça M [Kg]	Massa da Pista [Kg]	Atrito Coulomb	Frequência Natural da Pista [Hz]
	Y_p [mm]	X_p [mm]				
25	0.254	0.304	0.00097	0.754	0.26	13.09
35	0.267	0.336	0.00097	0.754	0.26	13.09

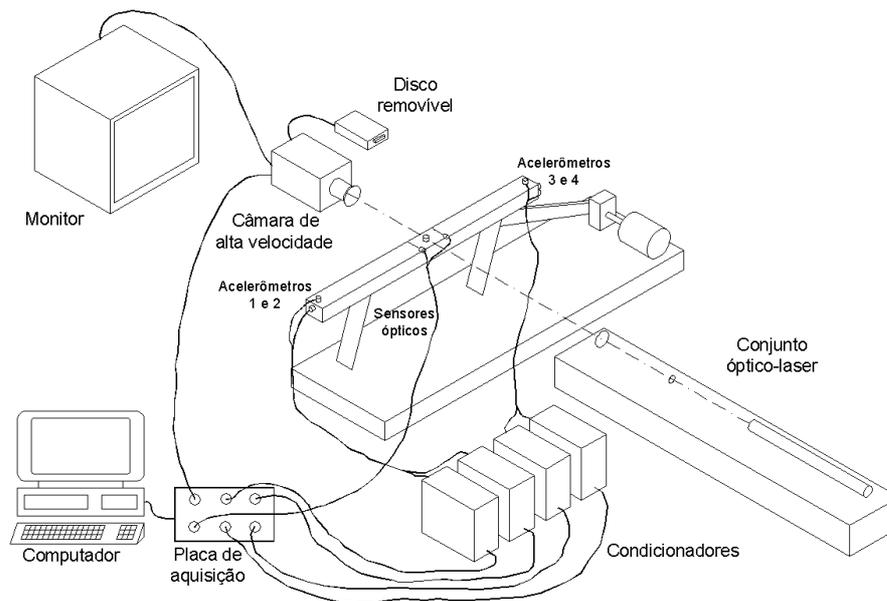


Figura 2. Esquema da montagem experimental.

As figuras seguintes apresentam os resultados experimentais dos movimentos da peça sobre a pista obtidos para a frequência de excitação de 35 Hz, situação em o movimento da peça apresenta fases de salto e de escorregamento em relação à pista.

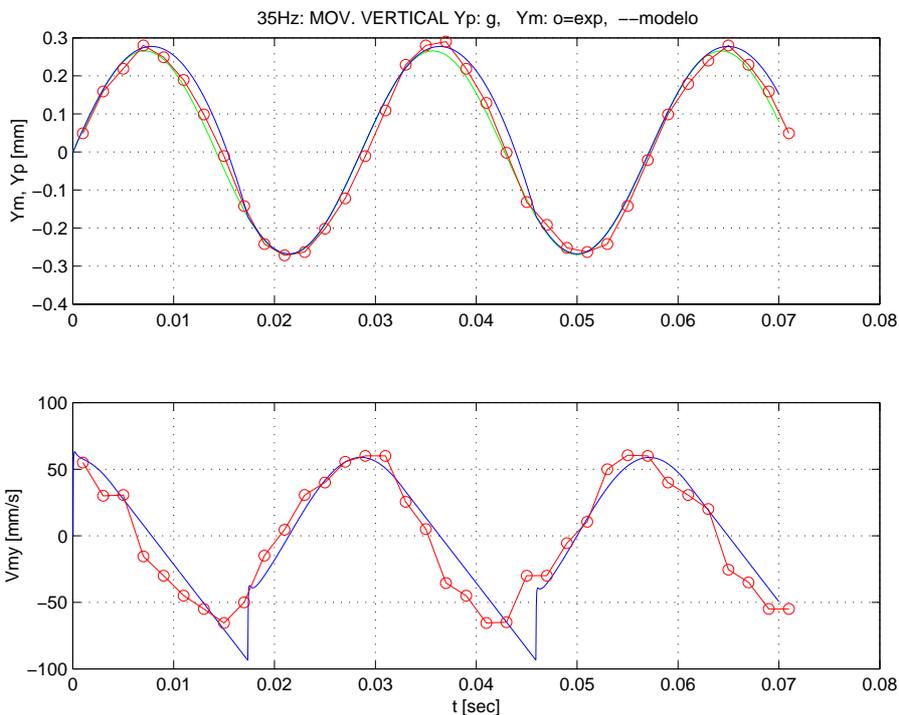


Figura 3. Comparação dos movimentos verticais na frequência de 35 Hz.

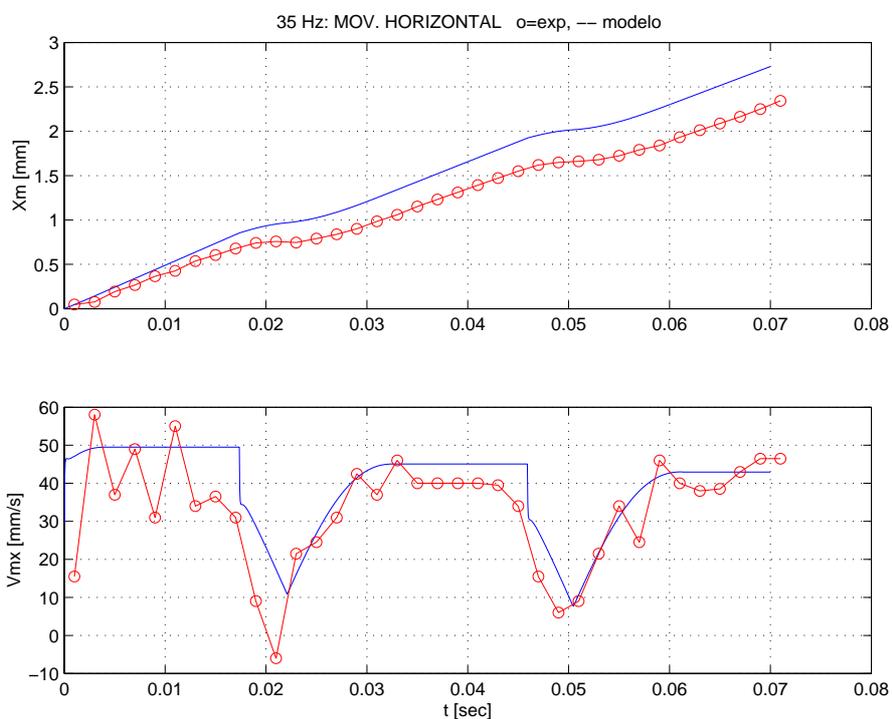


Figura 4. Comparação do movimento horizontal na frequência de 35 Hz.

A comparação dos resultados apresentados nas figuras Fig.(3) e Fig.(4, indicam perfeito ajuste quanto à forma dos sinais experimentais e simulados. As diferenças em amplitude são provenientes dos erros de medição dos deslocamentos da peça, decorrentes do método óptico utilizado. Deve-se observar que o intervalo de tempo de aquisição das imagens é de 2 ms, enquanto as simulações foram realizadas com 0.5 ms, permitindo maior resolução para os resultados numéricos.

As velocidades experimentais foram obtidas a partir dos valores dos deslocamentos medidos, por derivação numérica. Por esta razão os gráficos de v_{mx} na Fig.(4) apresentam maior discrepância. Os valores dos parâmetros do contato foram ajustados a partir das respostas experimentais, considerando como função objetivo a diferença dos deslocamentos $|x_m - x_{mexp}|^2$. Os valores de K_n , C_n , K_s , C_s , α e β são apresentados após a comparação dos resultados para a frequência de 25 Hz, mostrados nas Fig.(5) e Fig.(6), uma vez que eles foram mantidos fixos, independente da frequência imposta.

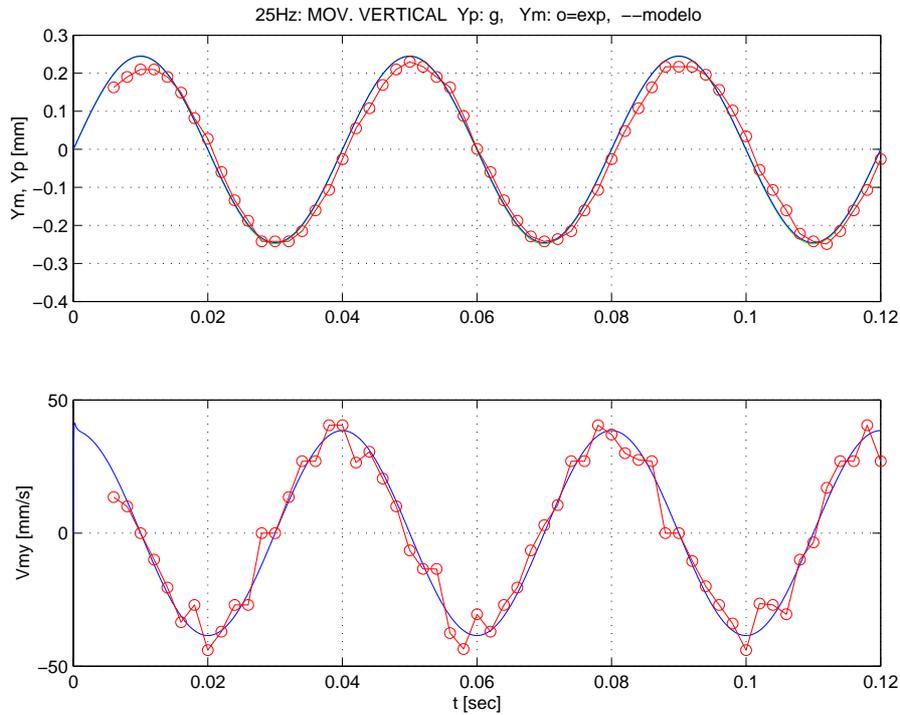


Figura 5. Comparação dos movimentos verticais na frequência de 25 hz.

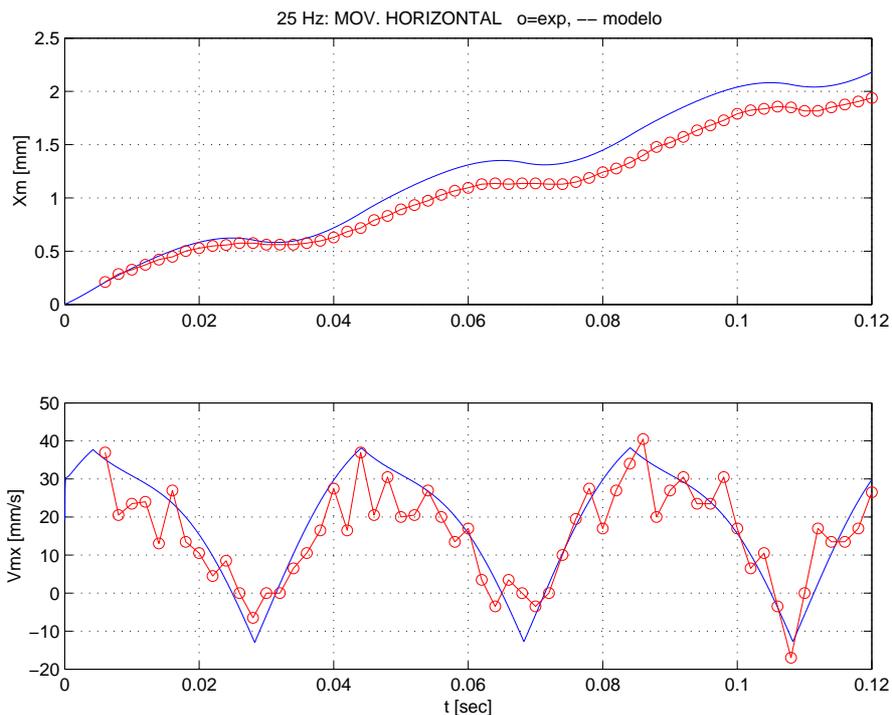


Figura 6. Comparação dos movimentos horizontais na frequência de 25 Hz.

Na frequência de 25 Hz praticamente não ocorre a fase de salto no movimento da peça, predominando o efeito do atito como mecanismo de transporte horizontal.

Para os dados experimentais obtidos para as frequências de excitação de 25 Hz e 35 Hz os valores ajustados para os parâmetros de contato são os mesmos e estão apresentados na Tab.(2).

Tabela 2. Valores ajustados para os parâmetros de contato.

K_n [N/m]	C_n [Ns/m]	β [s]	K_s [n/m]	C_s [Ns/m]	α
86055	27.54	0.00032	$10^6 K_n$	0	1.0

4. INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS DE CONTATO E DA EXCITAÇÃO

Para analisar o comportamento do transportador sob diferentes condições de operação, foram realizadas simulações com o modelo proposto, utilizando os parâmetros de contato da Tab. (2). As figuras seguintes apresentam o comportamento do deslocamento horizontal da peça e da velocidade absoluta de transporte. para diferentes frequências e amplitudes da excitação e para diferentes valores do coeficiente de atrito entre a peça e a pista.

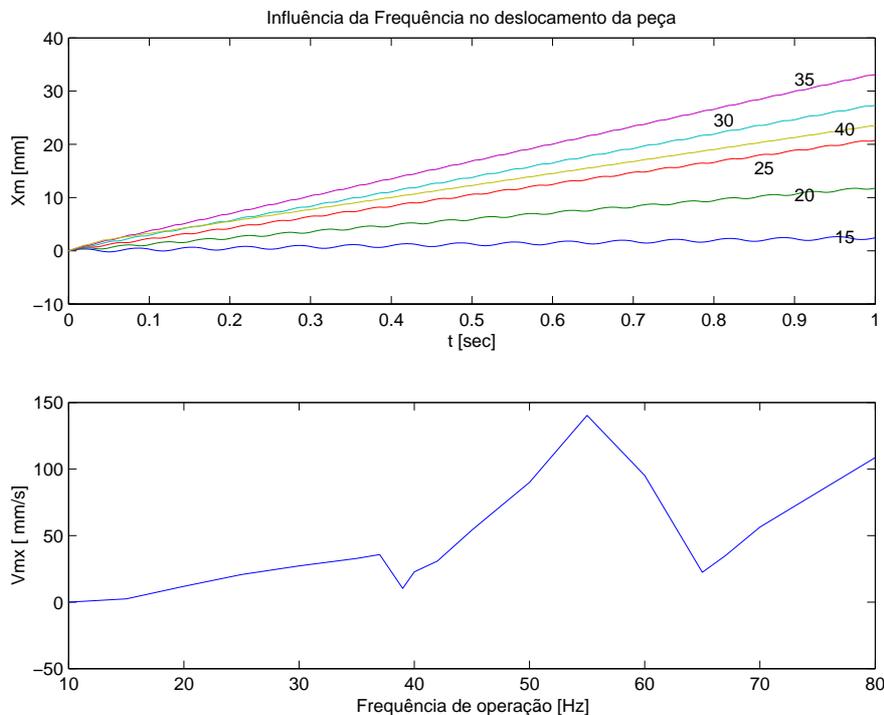


Figura 7. Influência da frequência da excitação sobre os movimentos horizontais da peça.

Os resultados da fig.(7) foram obtidos para valores constantes do coeficiente de atrito ($\mu_i=0.26$), e das amplitudes da pista, $Y_p=0.254$ mm e $X_p=0.304$ mm, com valores da frequência da excitação na banda de 10 a 80 Hz. A velocidade de transporte é pequena nas frequências mais baixas, atingindo valor máximo para 55 Hz. Na banda analisada pode-se observar um comportamento oscilante de $v_{mx}(f)$. Para $f > 25$ Hz, a peça salta constantemente sobre a pista e como o ponto de lançamento ocorre quase sempre na região positiva do pico de $y_p(t)$, o ponto de aterrissagem, após a fase de salto, irá controlar a velocidade de transporte. Caso este ponto esteja localizado na descendente de $y_p(t)$, v_{mx} tende a diminuir. Se a aterrissagem ocorrer na região ascendente de $y_p(t)$, o comportamento da peça se inverte. Isto explica os mínimos de $v_{mx}(f)$ localizados em 37 Hz e em 65 Hz. Nas curvas $x_m(t)$ pode-se verificar que para frequências inferiores a 25 Hz as velocidades $v_{xm}(t)$ apresentam valores positivos e negativos, devido ao caráter oscilante de $x_m(t)$. Estes resultados

não podem ser generalizados para outros valores dos parâmetros de contato e nem para outras amplitudes de excitação da pista, dada a forte não linearidade do sistema.

A Fig.(8) apresenta a influência da amplitude da pista, X_p , sobre o transporte da peça, para uma frequência de excitação fixada em 35 Hz, sendo a relação $X_p/Y_p=1.2558$ mantida constante. Nesta frequência, a máxima velocidade de transporte ocorre para $Y_m=0.700$ mm e $X_p=0.879$ mm. Observa-se que existe um único máximo para v_{mx} em função da amplitude.

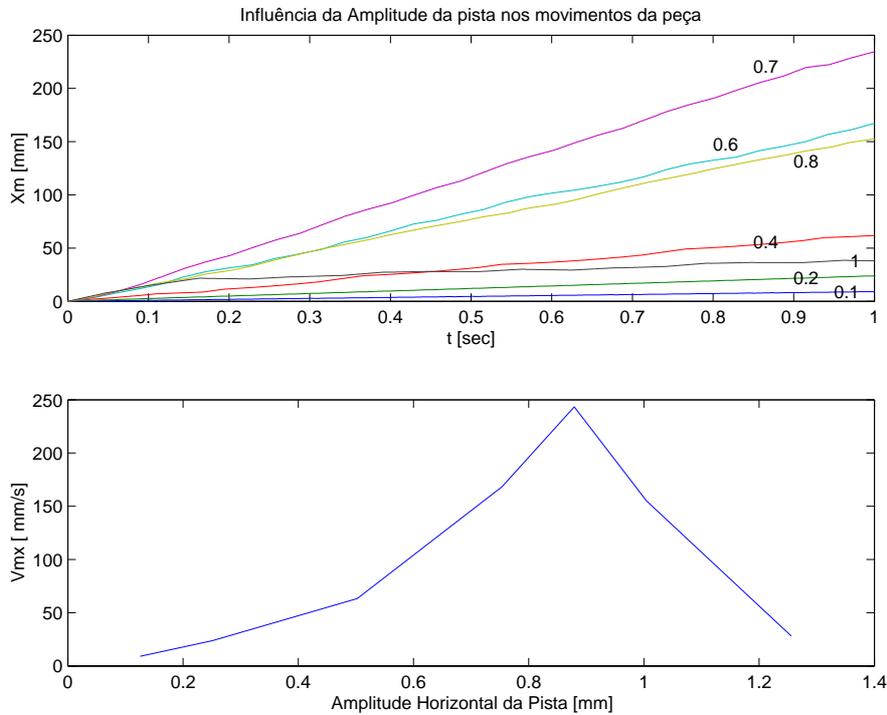


Figura 8. Influência da amplitude da pista na frequência de 35 Hz.

O efeito do coeficiente de atrito sobre o transporte da peça é apresentado na Fig.(9). Para estas simulações a frequência foi mantida em 35 Hz, as amplitudes fixadas em $Y_p=0.267$ mm e $X_p=0.336$ mm. Com o aumento de μ_i a velocidade de transporte estabiliza-se em torno de 53 mm/s.

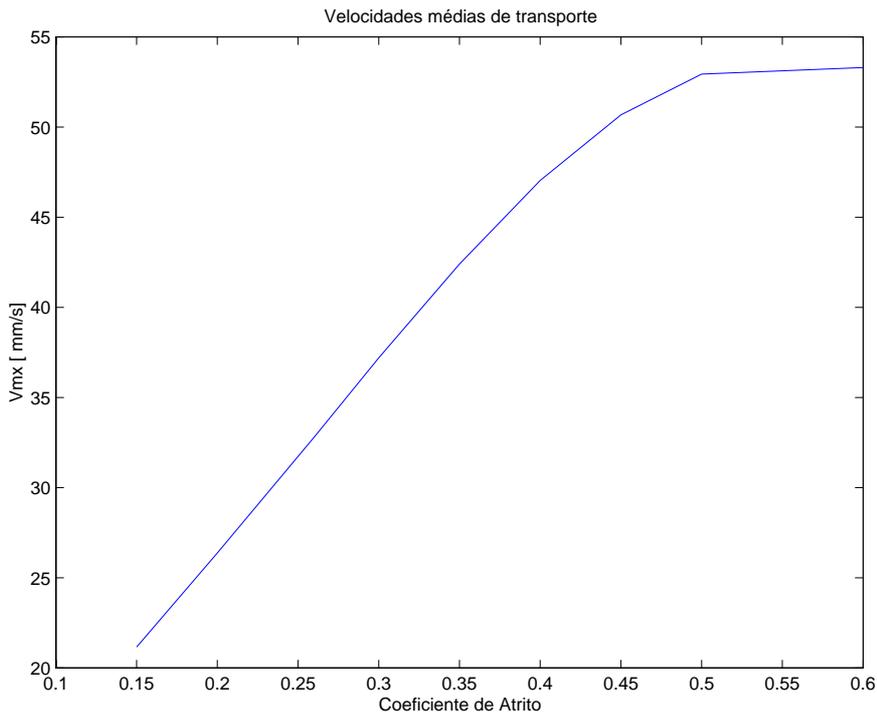


Figura 9. Influência do atrito entre peça e pista na frequência de 35 Hz

5. CONCLUSÕES

O modelo proposto para representar o comportamento dinâmico do contato entre a peça e a pista de um transportador vibratório embora seja simplificado permitiu representar adequadamente o movimento da peça nas frequências de 25 hz e 35 Hz. Em frequências mais baixas e mais elevadas que estas, em virtude de ainda não estarem disponíveis resultados experimentais não é possível garantir a validade do modelo. Entretanto, as simulações apresentadas mostram coerência com o comportamento físico esperado para o movimento da peça, no que diz respeito à fases de escorregamento e de salto. Este fato pode ser verificado nas figuras Fig (10) e Fig.(11).

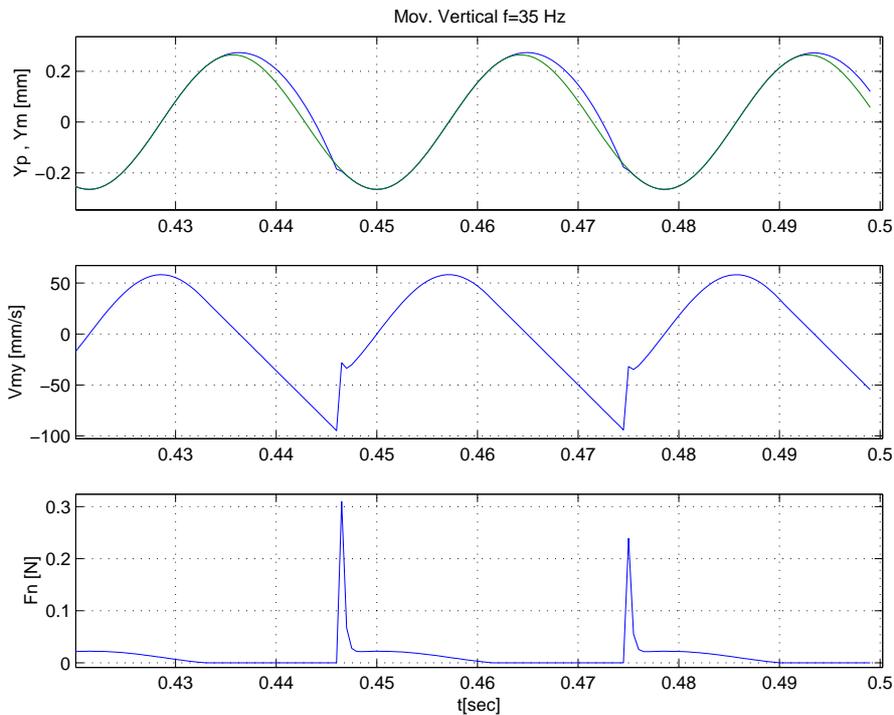


Figura 10. Correlação entre Movimentos verticais e a força normal de contato.

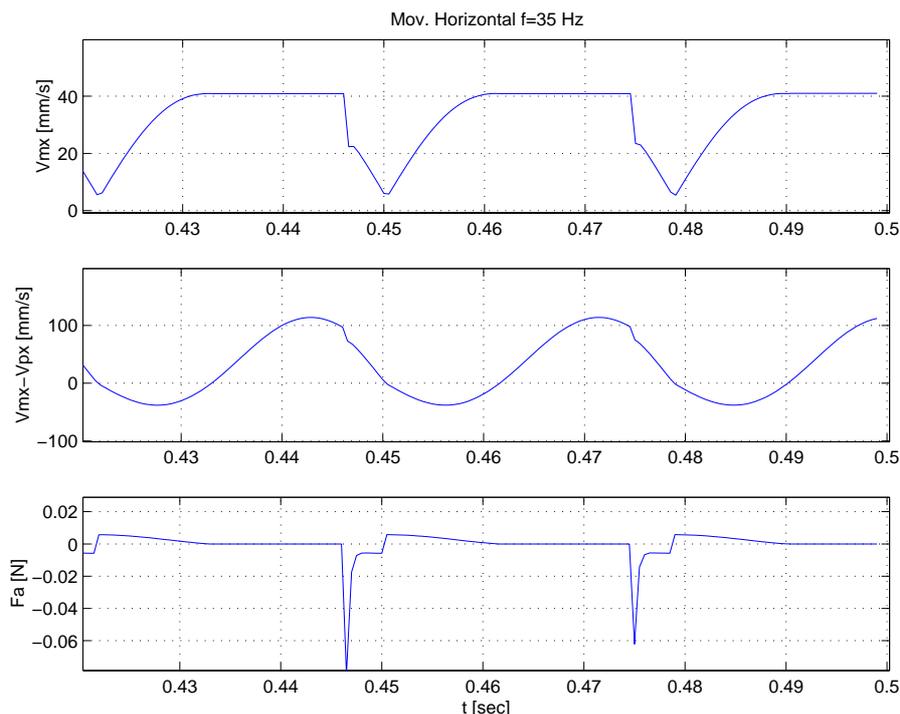


Figura 11. Correlação entre Movimentos horizontais e a força de atrito no contato.

Nos instantes de choque da peça com a pista que ocorrem após as fases de salto, a força normal de contato que atua sobre a peça aumenta rapidamente.

A velocidade vertical sofre um súbito acréscimo, como apresentado na Fig.(10). Nas fases de escorregamento, a força normal é reduzida, até se anular durante a próxima fase de salto.

O comportamento da peça na direção do transporte pode ser observada na Fig.(11). A força de atrito aumenta rapidamente durante o choque da peça com a pista e tem valor negativo, indicando que está no sentido contrário ao do movimento de transporte. Na fase de escorregamento sua intensidade é reduzida, assumindo valores positivos e negativos, como consequência da velocidade da peça relativa à pista. Quando esta velocidade relativa é positiva a força de atrito atua a favor do transporte da peça.

Este modelo pode ser aplicado ao projeto de transportadores vibratórios. Fornecendo a massa da peça, uma estimativa da rigidez de contato, do coeficiente de atrito é possível determinar as condições de acionamento que produzam a máxima velocidade de transporte. O modelo proposto permite o estudo de outras formas de onda para a excitação da pista.

Futuras etapas deste trabalho incluem um modelo da peça com sua geometria real, incluindo um grau de liberdade de rotação. Para tratar este problema está sendo desenvolvido um modelo plano de elementos finitos que incorpora a pista, sua suspensão e a peça com massa e inércia de rotação.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq e à FAPEMIG pelo suporte financeiro.

7. REFERÊNCIAS

- Booth, J. H.; McCallion, H., 1964, On Predicting the Mean Conveying Velocity of a Vibrating Conveyor, Proc. Inst. Mech. Engineers, 178(20), pp. 521-538.
- Carvalho, J. C. M.; Dahan, M., 1991, Transporteurs vibrants excités par des mécanismes plans à quatre barres, Proc. COMEFIN 3, Brasov, Romênia, pp.: 243-248.
- Gaberson, H. A., 1972 (a), Particle Motion on Oscillating Conveyors - The Equations of Motion and the Rules for Predicting Motion Form Transitions - Part I, II, Trans. ASME, J. of Eng. for Industry, pp. 50-63.
- Martins, R. S, Carvalho, J. C. M., Rade, D. A., 1998, Estudo Teórico e Experimental de Transportadores Vibratórios Lineares com Excitação Eletromagnética, V Congresso de Engenharia Mecânica Norte Nordeste, 27 a 30 de Outubro, Fortaleza, vol. 1, pp. 49-55.
- Martins, R. S, Carvalho, J. C. M., Rade, D. A., 2001, Análise Teórica e Experimental do Comportamento de Materiais em Transportadores Vibratórios, XVI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica – COBEM2001, 26 a 30 de Novembro, Uberlândia, Brasil, pp.186-193.
- Povidaylo, V. A., 1959, Design Calculations and Construction of Vibratory Hoppers, Machines and Tooling, 30(2), pp. 5-9.
- Povidaylo, V. A., 1960, Optimun Vibratory Feeder Operating Conditions, Machines and Tooling, 31(5), pp. 2-6.

STUDY OF THE CONTACT BETWEEN A PIECE AND THE TRACK OF A VIBRATORY CONVEYOR.

Francisco Paulo Léopore Neto(*)

flepore@mecanica.ufu.br

João Carlos Mendes Carvalho(*)

jcmendes@mecanica.ufu.br

Roberto de Souza Martins (*)

Temporary Professor

rsouzam@mecanica.ufu.br

(*) College of Mechanical Engineering

Federal university of Uberlandia

***Abstract:** Vibratory conveyors are widely applied on automated industrial production lines. This paper present a model to represent the dynamic behavior of a piece transported by a conveyor vibratory device that has a horizontal rigid track mounted on a flexible suspension. The track is driven by a four bar mechanism, which provides horizontal and vertical harmonic motion. The contact between the piece and the track is modeled by four parameters: two linear springs and two viscous dampers, a Coulomb friction coefficient, and a shock restitution coefficient. The dynamic response is obtained by numeric integration of the differential nonlinear equations of the system. Numerical results are compared to those obtained by experiments conducted on a conveyor prototype. The experimental results were used to identify the numerical values of the contact parameters used on the numerical simulations.*

***Keywords:** vibratory conveyor, elastic contact, feeders*