



VALIDAÇÃO DE MODELOS DE ESTRUTURAS FLEXÍVEIS BASEADA NAS FRF(s)

Ricardo Mikio Doi

João Antonio Pereira

Unesp – Ilha Solteira, Departamento de Engenharia Mecânica

Av. Brasil 56, CEP:15385-000, Ilha Solteira - SP, Brasil

rmdoi@dem.feis.unesp.br - japereir@dem.feis.unesp.br

Hans H. Mueller Slany

Institute of Mechanics, University of Duisburg, D-47048 Duisburg, Germany

mueller-slany@mechanik.uni-duisburg.de

Resumo. *O trabalho discute o ajuste de modelos de elementos finitos com base nas funções de resposta em frequência FRF(s) obtidas em testes experimentais. A formulação das equações de ajuste é feita com base no balanço de força (resíduo de entrada) e o conjunto de equações de ajuste é resolvido de forma iterativa para um conjunto de frequências de ajuste. Os parâmetros de atualização do modelo são definidos em nível de elementos ou macro regiões o que mantém as características de conectividade das matrizes do modelo. A seleção dos parâmetros é feita a partir da avaliação da sensibilidade de cada parâmetro em relação as frequências naturais. Isto busca direcionar a escolha dos parâmetros de atualização de forma, a se obter um modelo mais representativo, ou seja, a validação do modelo numérico com base nos dados experimentais. A proposta discutida é avaliada com dados reais de uma estrutura do tipo "frame" razoavelmente complexa. Os resultados mostraram se bastante promissores e teste adicionais estão sendo conduzidos visando incorporar o caráter complexo das respostas medidas, tomando-se como base o mecanismo de amortecimento proporcional.*

Palavras-chave: *Análise Modal, Correlação, Ajuste de Parâmetros e Validação de Modelos.*

1. INTRODUÇÃO

O avanço tecnológico verificado nas últimas décadas, principalmente na área de simulação computacional, tem levado a uma reestruturação de muitas empresas tecnológicas. Empresas em que o tempo de mercado é crítico, têm reduzido o número de testes em troca de simulações que permitem otimizar projetos de produtos antes mesmo que sejam verdadeiramente construídos, isso reduz construções de protótipos e testes de validação, aumentando a produtividade da engenharia e melhorando o tempo de mercado. Daí a exigência de modelos mais e mais refinados o que envolve a análise de um número crescente de detalhes para análise e desenvolvimento de projetos.

O conceito de validação de modelo, no contexto de simulação computacional, pode ser entendido como o processo de correção, ou ajuste das variáveis utilizadas na formulação matemática do modelo a partir dos dados experimentais do sistema. A representação numérica do comportamento dinâmico de um modelo, por exemplo, pode ser melhorada a partir de um teste modal em que as respostas do modelo para várias excitações são medidas e utilizadas para ajustar os parâmetros do modelo matemático. O modelo matemático formulado geralmente por elementos finitos, envolve a avaliação aproximada de alguns parâmetros. Esses parâmetros, tipicamente associados com as características de rigidez, massa e menos frequentemente, de amortecimento são

atualizados buscando uma melhor representação do comportamento dinâmico do modelo. A modelagem por elementos finitos, tem sido amplamente utilizada devido a sua grande versatilidade e facilidade para simulação de diferentes condições, de forma rápida e com baixo custo. Entretanto, a geração de modelos de elementos finitos envolvendo sistemas mais complexos não é um processo simples, e apesar da relutância do dinamicista em admitir que os modelos desenvolvidos contêm imprecisões, a verdade é que os modelos são aproximações do que o dinamicista acredita que seja o sistema. Para situações de grandes exigências, é necessária a comparação e o ajuste do modelo com base em testes experimentais.

As técnicas de ajuste do modelo de elementos finitos com base em dados experimentais vêm se consolidando, e já apresentam resultados satisfatórios em algumas aplicações de engenharia (Schaak, 2000; Mueller Slany et al, 2001; Pereira & Borges, 2001 e Friswell & Mottershead, 1998). As técnicas envolvem a comparação dos modelos analítico e experimental, a avaliação de possíveis regiões inadequadamente modeladas e posteriormente a atualização dos parâmetros referentes a essas regiões. Na análise estrutural, essas técnicas usualmente não consideram a avaliação do amortecimento na comparação dos modelos. A representatividade do modelo pode ser melhorada se esse amortecimento for considerado, neste contexto, a proposta deste trabalho é comparar e ajustar a modelagem numérico-experimental de uma estrutura razoavelmente complexa e também avaliar o efeito do amortecimento na comparação das respostas dos modelos. O processo de ajuste será feito com base nas funções de resposta em frequências FRF(s) do modelo experimental.

2. FORMULAÇÃO

O equacionamento básico envolvido na formulação do método de ajuste baseado nas FRF(s) tem sido discutido em vários artigos (Larsson & Sas, 1992 e Pereira et al, 1994), por isso o detalhamento da formulação do problema não será aqui apresentado. Serão discutidos apenas os princípios básicos e as principais características envolvidas no processo de ajuste.

Neste caso, a diferença dos modelos é definida em termos de um balanço de força e o processo descreve a discrepância entre a modelagem analítica e experimental através de um resíduo de força $\{\varepsilon\}$. Esse resíduo é definido em termos da matriz de rigidez dinâmica do modelo analítico, $[Z^A]$, e parte da matriz das FRF(s) medidas no modelo, $[H^X]$ (Pereira, 1996).

$$\{\varepsilon\} = [Z^A(p_1 + \Delta p_1, p_2 + \Delta p_2, \dots, p_m + \Delta p_m)]\{H^X\}_j - \{I\}_j \cong 0 \quad (1)$$

onde: $\{I\}_j$ - vetor nulo, exceto para a j -ésima componente, $i_j = 1$;

p_i - i -ésimo parâmetro a ser ajustado.

Os p_i -parâmetros podem representar qualquer propriedade física ou geométrica do modelo, incluindo parâmetros relacionados com o amortecimento (Pereira & Borges, 2001). Os parâmetros podem representar variáveis de um elemento específico do modelo, elementos ajustados independentemente, ou variáveis de um conjunto de elementos quando vários elementos são ajustados conjuntamente. Os incrementos Δp_i são as correções dos p_i -parâmetros que minimizam a discrepância entre os dois modelos. A estimativa destas variações é obtida através de uma solução aproximada, através da linearização do problema nos parâmetros selecionados, o que conduz a um conjunto de equações de ajuste que podem ser expressas da forma:

$$\{\tilde{\varepsilon}\} = [S]\{\Delta p\} - \{\Delta H\} \quad (2)$$

Os elementos da matriz de sensibilidade $[S]$ e do vetor diferença $\{\Delta H\}$ são valores conhecidos, obtidos a partir da matriz de rigidez dinâmica e das FRF(s) medidas. Os elementos do vetor $\{\Delta p\}$ são valores desconhecidos, associados as correções dos parâmetros de interesse. Para a solução

do sistema de equações são calculadas as m -variações dos parâmetros analíticos Δp_i que levam a uma melhor representação do modelo analítico. Se a discrepância entre os modelos não é contudo suficientemente pequena, o procedimento é iterativamente repetido.

2.1. Sensibilidade do modelo

No processo de comparação e ajuste de modelos, a análise de sensibilidade embora não seja um método direto de localização de erro de modelagem, é uma etapa de grande importância, visto que pode agregar informações referentes a localização desses erros. O cálculo da sensibilidade do modelo permite identificar quais componentes ou parâmetros da estrutura são mais sensíveis às pequenas variações, indicando assim os componentes ou regiões mais indicadas à correções. No entanto, as regiões mais sensíveis não são necessariamente as regiões do modelo inadequadamente representadas na modelagem, muito embora mereçam uma especial atenção. O conhecimento dos parâmetros mais sensíveis se torna uma informação bastante relevante para a escolha dos parâmetros de ajuste, uma vez que ela pode evitar a seleção de parâmetros pouco sensíveis, melhorando assim a performance do processo de atualização (Pereira, 1996). A sensibilidade do modelo em relação aos autovalores para os parâmetros p pode ser estimada a partir da equação de equilíbrio modal escrita. Para o r -ésimo modo, tem-se:

$$[K]\{\psi\}_r + \lambda_r [M]\{\psi\}_r = 0 \quad (3)$$

Derivando a equação (3) em relação ao p -ésimo parâmetro, tem-se a expressão (4).

$$[K]\{\psi\}_r + [K]\{\psi\}'_r - \lambda_r [M]\{\psi\}_r - \lambda_r [M]\{\psi\}'_r - \lambda_r [M]\{\psi\}'_r = 0 \quad (4)$$

onde: $()$, $\{ \}$ e $[]$ indicam derivadas de primeira ordem.

Pré-multiplicando a equação (4) pelo s -ésimo modo $\{\psi\}_s^T$ e utilizando as propriedades de ortogonalidade das matrizes de massa e rigidez (Timoshenko & Young, 1974), a equação resultante pode ser re-arranjada em termos das suas derivadas de primeira ordem. Assumindo-se que $r=s$ e que os modos são normalizados em relação a massa, a sensibilidade de primeira ordem do r -ésimo autovalor em relação a um parâmetro p é calculada pela seguinte expressão:

$$\frac{\partial \lambda_r}{\partial p} = \{\psi\}_r^T \frac{\partial [K]}{\partial p} \{\psi\}_r - \lambda_r \{\psi\}_r^T \frac{\partial [M]}{\partial p} \{\psi\}_r \quad (5)$$

O cálculo da sensibilidade do modelo, neste caso, pode ser obtido pela expressão (5). Para alguns tipos específicos de elementos as sensibilidades podem ser obtidas facilmente derivando as matrizes de massa e rigidez, entretanto para elementos mais complexos, a derivada analítica não é factível e a expressão é avaliada numericamente.

3. APLICAÇÃO

A estrutura analisada na avaliação da metodologia é uma estrutura do tipo *beam like structural*. O modelo espacial da estrutura é formado por 29 barras conectadas entre si por uniões parafusadas, sendo que as barras, em cada ponto de conexão são fixadas por uma junta esférica, conforme detalhe da figura 1.

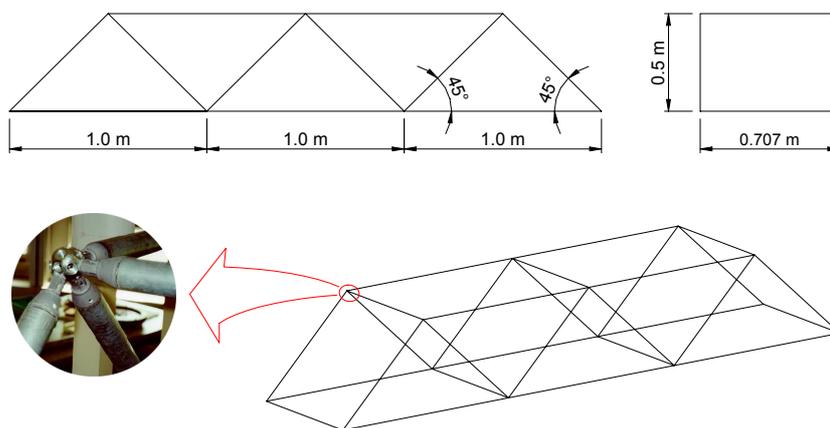


Figura 1. Dimensões da estrutura e detalhe da junção

As barras são cilíndricas vazadas e possuem nas extremidades uma parte cônica também vazada, onde é acomodado o parafuso de fixação das barras na junta esférica. Esses parafusos são livres para girar e são apertados a partir de uma luva externa (formato hexagonal) fixando as barras na junta esférica.

O material dos elementos da estrutura é aço, exceto a parte cônica da barra que é de ferro fundido (fofo), sendo que a massa total da estrutura é 42 kg. A tabela 1 mostra as principais propriedades dos elementos.

Tabela 1. Propriedades de material e geométricas da barra

Propriedades	Região cilíndrica	Região cônica	Parafuso e junta
Módulo de elasticidade	$210 \cdot 10^9$ [N/m ²]	$70 \cdot 10^9$ [N/m ²]	$210 \cdot 10^9$ [N/m ²]
Densidade de massa	7860 [kg/m ³]	7200 [kg/m ³]	7860 [kg/m ³]
Seção de área transversal	$3.31 \cdot 10^{-4}$ [m ²]	$4.91 \cdot 10^{-4}$ [m ²]	$3.55 \cdot 10^{-4}$ [m ²]
Coefficiente de Poisson	0.30	0.40	0.30

3.1. Modelagem Experimental

Os parâmetros experimentais da estrutura utilizados na avaliação da potencialidade da metodologia foram obtidos em testes de laboratório. Testes experimentais de análise modal foram conduzidos para avaliar o comportamento dinâmico da estrutura para diferentes pontos de excitação, visando assim uma estimativa dos parâmetros modais do modelo. A estrutura foi ensaiada na condição livre-livre, cabos elásticos foram utilizados para fixação da estrutura durante os testes, o que permitiu uma representação bastante razoável da condição livre-livre. A excitação foi do tipo impulsiva (martelo instrumentado) aplicada no ponto 6 na direção z. As respostas foram medidas numa faixa de frequência de 0-200 Hz com acelerômetro axial posicionado nas direções x, y e z em 43 pontos da estrutura. Os pontos de medidas foram escolhidos para coincidir com as juntas e posição mediana de cada barra, fig. (2).

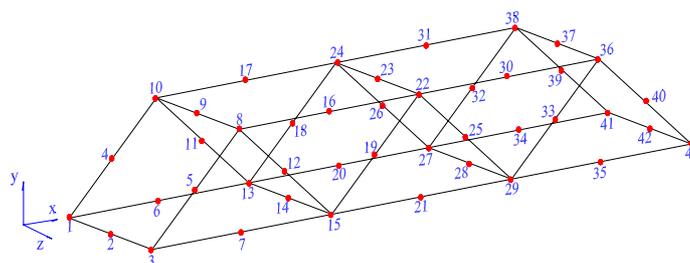


Figura 2. Modelo Experimental

3.2. Modelagem Analítica

O modelo analítico foi gerado pelo método de elementos finitos, utilizando elementos de viga espacial (6 graus de liberdade por nó) e massa concentrada. As barras apresentam três regiões distintas o que levou a uma modelagem da mesma em elementos denominados elementos "cilíndricos", "cônicos" e "parafusos". Elementos de massa foram adicionados nos pontos de conexão das barras para levar em consideração os efeitos de massa concentrada. A figura 3 mostra a discretização da estrutura que consiste em 174 elementos de viga e 66 elementos de massa, contendo 159 nós que correspondem a 954 graus de liberdade.

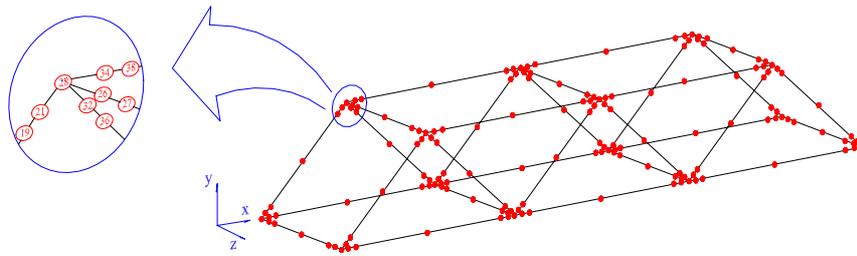


Figura 3. Modelo analítico

3.3. Comparação de Modelos

A comparação dos modelos demanda uma compatibilidade entre as malhas do modelo de elementos finitos e do teste experimental, a principio vale ressaltar que as malhas do modelo analítico e experimental apresentam uma equivalência geométrica entre os gl(s), ou seja, foram definidas num sistema de referência em comum. A diferença entre o número de gl(s) é contornada pela redução dinâmica do modelo analítico. Neste método, a redução das matrizes do modelo é calculada a partir do sistema de equações do movimento do sistema (Kidder, 1973), o que envolve os efeitos de distribuição de massa.

A tabela (2) mostra a correlação dos modelos em relação aos primeiros modos de vibrar. A correlação dos modos, como pode ser verificado pelo MAC-valores é muito boa, valores acima de 90 %. Além das diferenças das frequências serem bastante grandes, adicionalmente pode se observar no Plot-45° das frequências, um desvio sistemático dos pontos, o que indica um provável erro na estimativa de alguma propriedade global do modelo. Entretanto não existe uma grande dispersão dos pontos, indicando portanto que o modelo analítico representa a mesma estrutura.

Tabela 2. Correlação dos modelos

Modelo experimental		Modelo analítico		Correlação inicial		Plot-45°
Modo	Freq. [Hz]	Modo	Freq. [Hz]	MAC (%)	Dif. (%)	
1	21.1	1	18.0	97.7	-14.69	
2	24.6	2	21.1	98.8	-14.23	
3	29.1	3	24.7	95.0	-15.12	
4	41.4	4	34.9	93.6	-15.70	
5	43.1	5	36.2	97.6	-16.01	

A figura (4) mostra as FRF(s) da estrutura e do modelo analítico superpostas, a discrepância é nitidamente visível, confirmando a necessidade de ajuste do modelo que leva a uma melhor representatividade do comportamento da estrutura real. As FRF(s) mostradas foram medidas no ponto de excitação, que na estrutura equivale ao nó 6, na direção z.

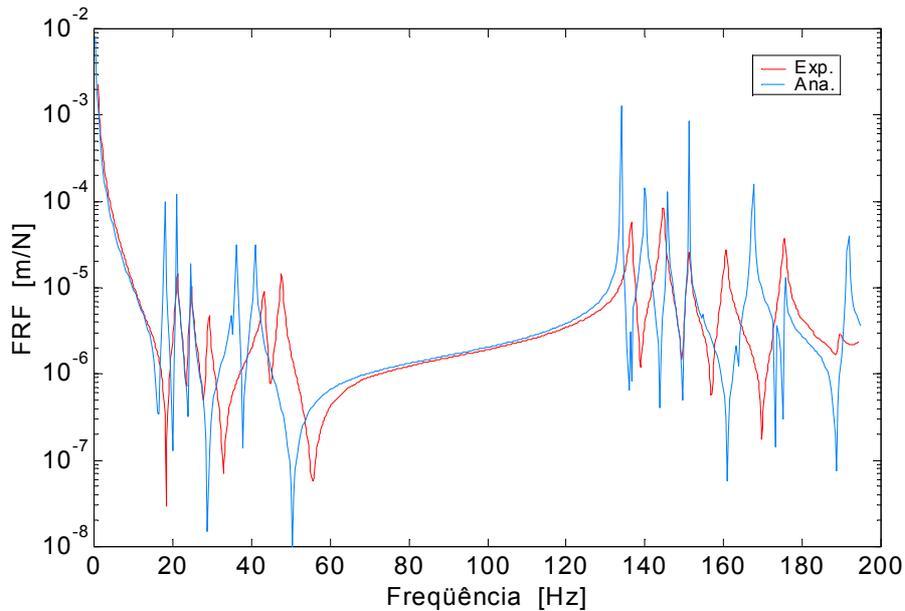


Figura 4. Superposição das FRF(s) experimental e analítica antes do ajuste

3.4. Análise de Sensibilidade e Ajuste

Nesta primeira etapa do processo, procurou-se identificar os parâmetros do modelo mais susceptível a mudanças. Uma primeira análise conforme discutido no item anterior, foi mostrado a existência de uma provável discrepância nos parâmetros globais do modelo. Desta forma, a estrutura foi separada em três regiões distintas e a sensibilidade de cada região foi calculada em relação aos seus respectivos parâmetros, totalizando em 10 parâmetros especificados na tabela 3.

Tabela 3. Numeração dos parâmetros p_i para análise de sensibilidade

Elemento	Propriedade de material	Parâmetros p_i
Cilíndrico Parafuso	Densidade de massa do aço	1
	Módulo de Elasticidade do aço	2
Cônico	Densidade de massa do fofo	3
	Módulo de Elasticidade do fofo	4
Elemento	Propriedade geométrica	Parâmetros p_i
Cilíndrico	Momento de inércia em z	5
	Momento de inércia em y	6
Cônico	Momento de inércia em z	7
	Momento de inércia em y	8
Parafuso	Momento de inércia em z	9
	Momento de inércia em y	10

A figura (5) mostra através de mapa de cores, para as primeiras frequências naturais, a sensibilidade do modelo em relação aos parâmetros de cada região das barras (densidade, elasticidade ...). A figura (6) mostra os valores médios da sensibilidade dos elementos tomando-se as 5 primeiras frequências naturais da estrutura. Os parâmetros físicos do modelo mais sensíveis para os primeiros modos são os parâmetros 1, 2, 9 e 10 que correspondem respectivamente a densidade de massa e módulo de elasticidade do elemento cilíndrico e ao momento de inércia I_z e I_y do elemento parafuso.

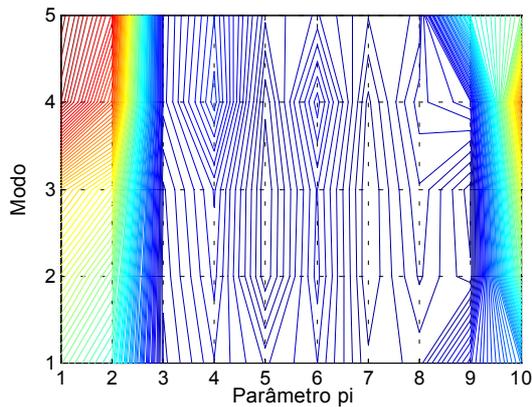


Figura 5. Sensibilidade da estrutura

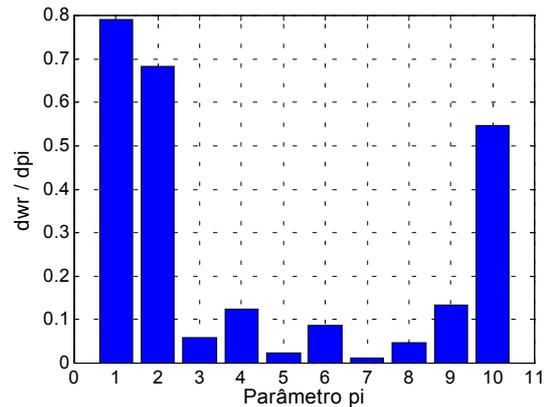


Figura 6. Sensibilidade da estrutura (média)

Para a seleção dos parâmetros de ajuste do modelo, os valores das propriedades físicas do material foram assumidos, neste caso, como sendo mais confiáveis quando comparado com as propriedades geométricas dos elementos. Adicionalmente, tem se o fato de que o elemento parafuso mais a luva de aperto (detalhe da figura 1) apresenta uma geometria complexa, e isso torna a estimativa de suas propriedades menos realística. Portanto a seleção dos parâmetros a serem corrigidos recai sobre os momentos de inércia de todos os elementos "parafusos" no processo de ajuste do modelo. As figuras 7 e 8 mostram respectivamente, a evolução dos parâmetros de ajuste e as diferenças de freqüências, sendo que neste trabalho, os parâmetros de inércia, nas direções I_z e I_y de cada elemento foram ajustados de forma proporcional. O processo é iterativo e o critério de parada é definido pela diferença dos parâmetros ajustados para duas iterações consecutivas. Essa diferença é definida pelo dinamicista.

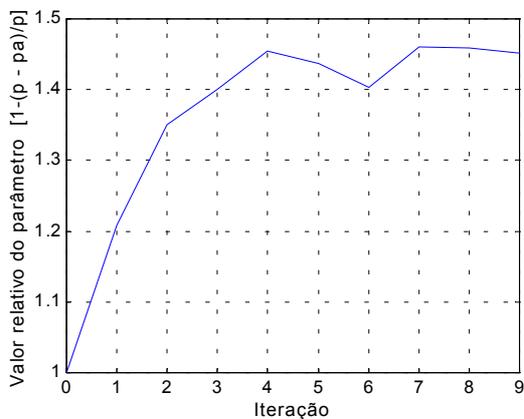


Figura 7. Variação do parâmetro ajustado

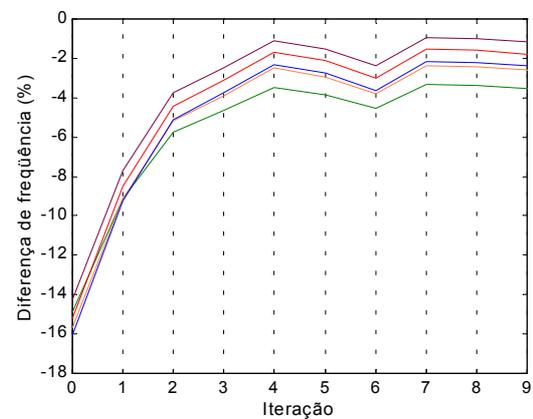


Figura 8. Diferenças das freqüências dos modelos

A tabela (4) mostra a correlação dos modelos, os Mac-valores indicam uma boa correlação dos modos e a diferença entre as freqüências naturais dos modelos foi reduzida, se comparada com o modelo inicial, indicando assim uma sensível melhora na correlação dos modelos para as primeiras freqüências.

Tabela 4. Correlação dos modelos após o ajuste

Modelo experimental		Modelo ajustado		Correlação final	
Modo	Freq. [Hz]	Modo	Freq. [Hz]	Df (%)	MAC (%)
1	21.1	1	20.4	-3.32	97.7
2	24.6	2	24.3	-1.22	98.8
3	29.1	3	28.6	-1.72	95.0
4	41.4	4	40.4	-2.42	93.2
5	43.1	5	42.1	-2.32	97.3

A figura (9) apresenta a superposição dos valores absolutos, em escala logarítmica, das FRF(s) do modelo analítico e experimental, medidas no ponto de excitação.

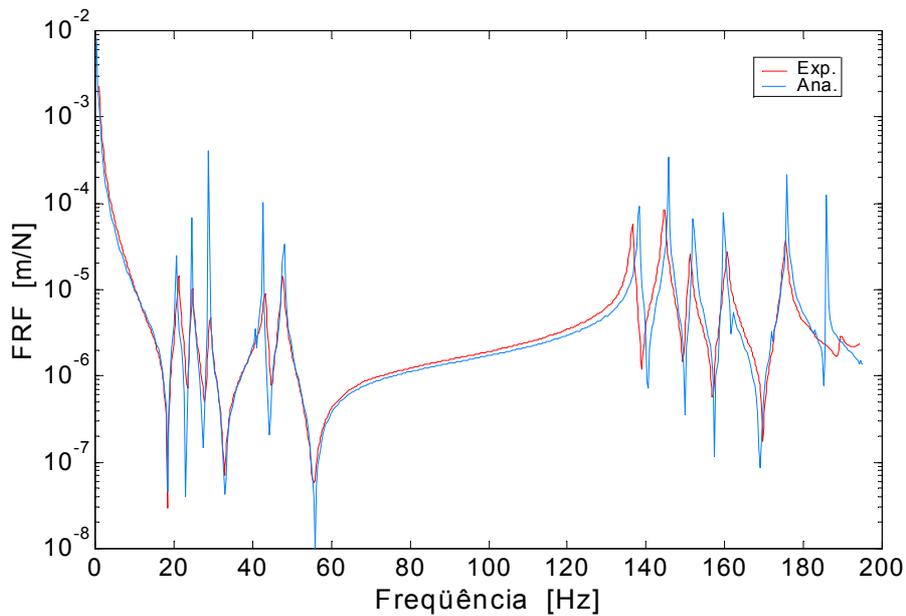


Figura 9. Superposição das FRF(s) experimental e analítica depois do ajuste

Os resultados mostram que a correlação dos modelos apresenta uma sensível melhora, entretanto a figura (10) mostra uma nítida discrepância entre as amplitudes das FRF(s), o que pode ser creditado ao efeito do amortecimento. Testes preliminares realizados pelos autores indicam que o ajuste das constantes de proporcionalidade (assumindo amortecimento proporcional) poderia reduzir essa discrepância entre as amplitudes.

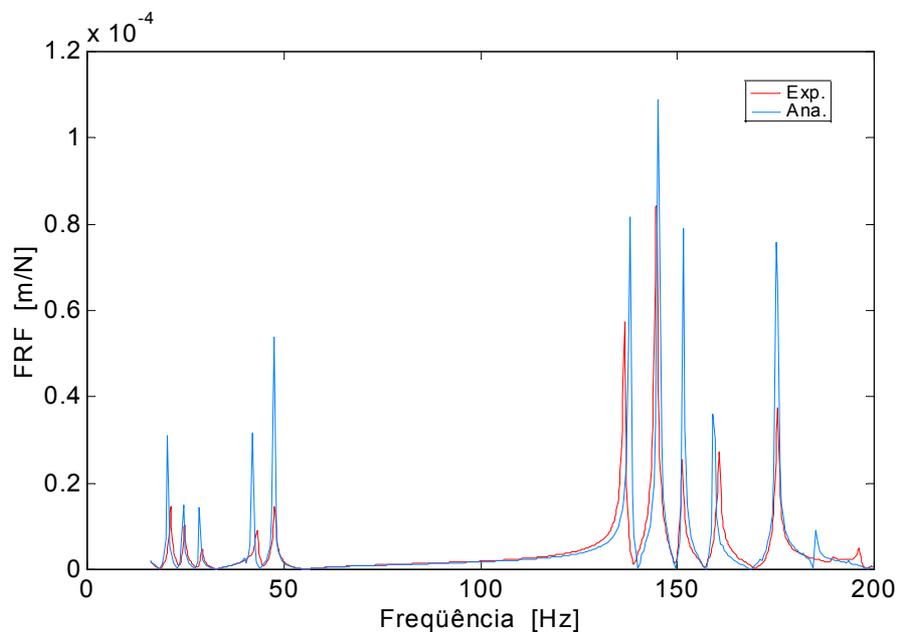


Figura 10. Valores absoluto das FRF(s)

4. CONCLUSÕES

Este artigo discute a interação de testes experimentais com dados numéricos, buscando um modelo numérico que represente realisticamente a estrutura de teste. Técnica de análise de sensibilidade foi utilizada e demonstrou-se útil como indicador para orientar o dinamicista a selecionar os parâmetros mais adequados a correção, buscando reduzir a discrepância entre o modelo analítico e os dados experimentais da estrutura. Isso evita a escolha de parâmetros pouco sensíveis, melhorando o desempenho do algoritmo.

A modelagem aproximada das conexões e juntas e sua posterior atualização buscando ajustar o modelo numérico mostrou-se adequada neste caso, mesmo considerando estes componentes sendo complexos e difíceis de serem modeladas. Testes adicionais estão sendo conduzidos no sentido de incluir e ajustar as propriedades de amortecimento do modelo.

5. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a FAPESP pela bolsa do Eng^o. RMDoi e a CAPES-DAAD-Probral pelo suporte financeiro para a realização dos testes experimentais e, em especial, aos Eng^{os}. Adriano S. Borges e Daniela Demarchi pela participação nos testes realizados na Gerhard Mercator Universität Duisburg, Duisburg-De.

6. REFERÊNCIAS

- Friswell, M. J. and Mottershead, J. E., 1998, "Editorial", Mechanical Systems and Signal Processing, vol.12, London, pp.1-6.
- Kidder, R.L., 1973, "Redution of Structural Frequency Equation", AIAA Journal, vol.11, USA, pp.892.
- Larsson, P. O. and Sas, P., 1992, "Model Updating Based on Forced Vibration Testing Using Numerically Stable Formulations", in: 10th International Modal Analysis Conference- IMAC, CD-ROM.
- Maia, N. M. M. and Silva, J. M. M., 1997, "Theoretical and Experimental Modal Analysis," Ed. Research Studies Press Ltd., Tauton, 468 p.
- Mueller Slany, H. H., Brunzel, F. and Pereira, J. A., 2001, "Structural Damage Detection Based on Highly Accurate Updated Models", in: 19^o International Modal Analysis Conference- IMAC, Orlando, USA, CD-ROM.
- Pereira, J.A. and Borges, A.S., 2001, "Using of Model Updating Considering Damped FRF(s)", in: 16^o Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Uberlândia, Brazil, CD-ROM.
- Pereira, J. A., 1996, "Structural Damage Detection Methodology using a Model Updating Procedure based on Frequency Response Functions - FRF(s)", Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Campinas, Brasil.
- Pereira, J.A.; Heylen, W.; Lammens, W.S. and Sas, P., 1994, "Model Updating and Failure Detection Based on Experimental FRF's: Case study on space frame structure", in: 19th International Seminar on Modal Analysis-ISMA, Leuven, Belgium, pp.669-681.
- Schaak, H., 2000, "Industrial Model Updating of Civil Four-Engine Aircraft in NASTRAN Environment – An Overview", in: 25th International Seminar on Modal Analysis-ISMA, Leuven, Belgium, CD-ROM.
- Timoshenko, S. and Young, D. H., 1974, "Vibration Problems in Engineering", Ed. John Willey & Sons, New York, 521 p.

7. DIREITOS AUTORAIS

Os autores são os únicos responsáveis pelo conteúdo do material impresso incluído no seu trabalho.

MODELS VALIDATION OF A FRAME STRUCTURE BY USING FRF-BASED MODEL UPDATING APPROACH

Ricardo Mikio Doi

João Antonio Pereira

Unesp – Ilha Solteira, Departamento de Engenharia Mecânica

Av. Brasil 56, CEP:15385-000, Ilha Solteira - SP, Brasil

rmdoi@dem.feis.unesp.br - japereir@dem.feis.unesp.br

Hans H. Mueller Slany

Institute of Mechanics, University of Duisburg, D-47048 Duisburg, Germany

mueller-slany@mechanik.uni-duisburg.de

***Abstract.** This work presents the use of a finite element model updating procedure based on the Frequency Response Function (FRF). The formulation of the updating equations is based on the force balance (input residue) and the updating set of equations is solved in an iterative way for a set of updating frequencies previously selected. The updating parameters are defined in level of elements or macro regions of the model, which maintains the characteristics of connectivity of the matrices of the model. The selection of the parameters is made starting from the evaluation of the sensibility of each parameter in relation to the natural frequencies. This searches to address the choice of the updating parameters, aiming at obtaining a more representative model, i. e., the validation of the numeric model based on the experimental data. The discussed proposal is evaluated with real data from a beam like structure reasonably complex. The results have been shown quite promising and additional tests are being managed with a purpose to incorporate the complex character of the measured response in the updating process by using the proportional damping mechanism.*

***Keywords.** Modal Analysis, Correlation, Updating Parameters and Model Validation.*