

## TRENS DE ENGRENAGENS EPICICLOIDAIS: TIPOS E REPRESENTAÇÃO

**Danilo Amaral**

**Franco Giuseppe Dedini**

Universidade estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Departamento de Projeto Mecânico, Caixa Postal 6051, CEP 13089-970, Campinas, SP, Brasil.

e-mail:

amaral@fem.unicamp.br

dedini@fem.unicamp.br

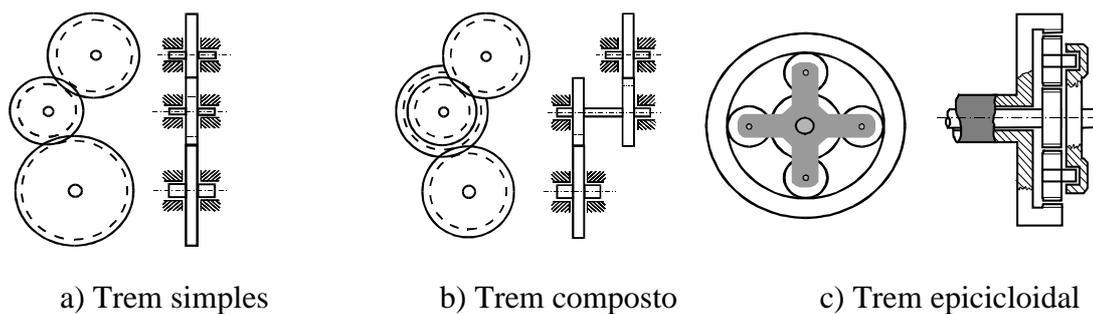
### Resumo

Os trens de engrenagens epicicloidais ou trens de engrenagens planetárias (TEPs) são sistemas de transmissão de alta complexidade cinemática e de difícil visualização. Entretanto, são grandes as suas vantagens: compactos, leves, permitem altas reduções de velocidade, possuem alta confiabilidade pois tem engrenamento permanente, possuem capacidade de bifurcação e adição de potência e permitem múltiplas relações de transmissão. Sua principal aplicação são as caixas de transmissão automática dos veículos modernos. Como existe uma grande variedade de possibilidades de configurações na união de vários TEPs, o estabelecimento de formas de representação do sistema em estudo é fundamental para sua compreensão. Este trabalho tem como objetivo, apresentar as diversas formas de representação adotadas por vários autores e mostrar as equivalências entre elas.

**Palavras-chave:** Trens de engrenagens planetárias, trens de engrenagens epicicloidais, representação.

## 1 – INTRODUÇÃO

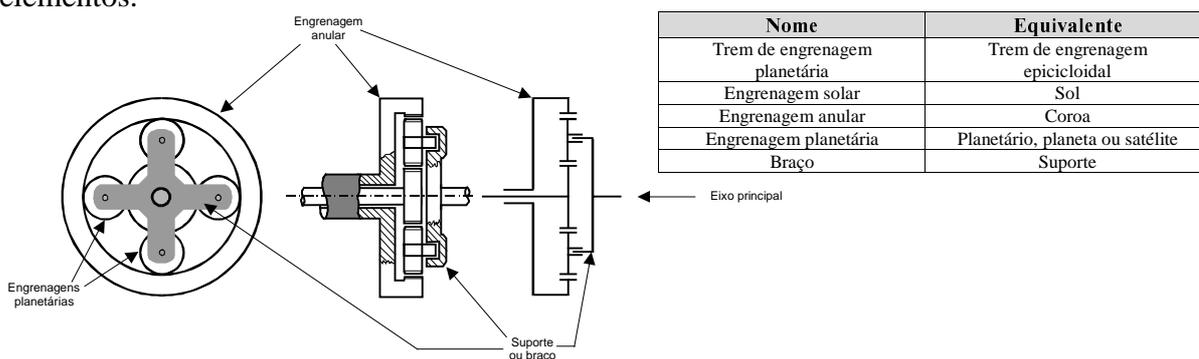
Trem de engrenagem é uma cadeia cinemática destinada a transmitir rotações. Segundo Pires e Albuquerque (1980), três montagens são possíveis: trem simples, trem composto e trem epicicloidal. Trem simples é um sistema de engrenagens onde, em cada eixo, só existe uma engrenagem (Figura 1a). O trem de engrenagem é chamado de composto, quando existe um ou mais eixos com duas engrenagens ou mais (Figura 1b). Nestes dois casos, o suporte dos eixos das engrenagens é fixo. Quando existe um suporte, de pelo menos um eixo, dotado de movimento de rotação, o trem é chamado de epicicloidal. Na Figura 1(c), os eixos que suportam as engrenagens intermediárias entre a engrenagem central e a externa (esta última com dentes internos), estão montados em um suporte que gira em torno do eixo central do conjunto. Essa possibilidade do eixo de uma engrenagem também poder girar ao redor de outro eixo, além de girar em torno de si mesmo é que caracteriza um trem epicicloidal. Essa nomenclatura se deve ao fato de um ponto, pertencente à engrenagem que possui eixo móvel, descrever uma curva epicicloidal.



**Figura 1** - Tipos de trens de engrenagens.

## 2 – TRENS DE ENGRENAGENS PLANETÁRIAS

Devido a analogia com nosso sistema solar, este tipo de trem epicicloidal é freqüentemente chamado de trem planetário ou trem de engrenagens planetárias ou simplesmente TEP. Em virtude disso, a engrenagem central é chamada de solar e a., ou as engrenagens que giram em torno dela, são chamadas de planetárias ou satélites ou simplesmente planetas. Quase sempre se utiliza, também, uma engrenagem de dentes internos em torno do TEP, onde os planetários também se engrenam. Esta é chamada de anular, semelhante a um anel. O elemento que suporta o eixo móvel dos planetas e que pivota em torno do eixo principal do TEP é chamado de suporte ou braço. A Figura 2 identifica estes elementos.



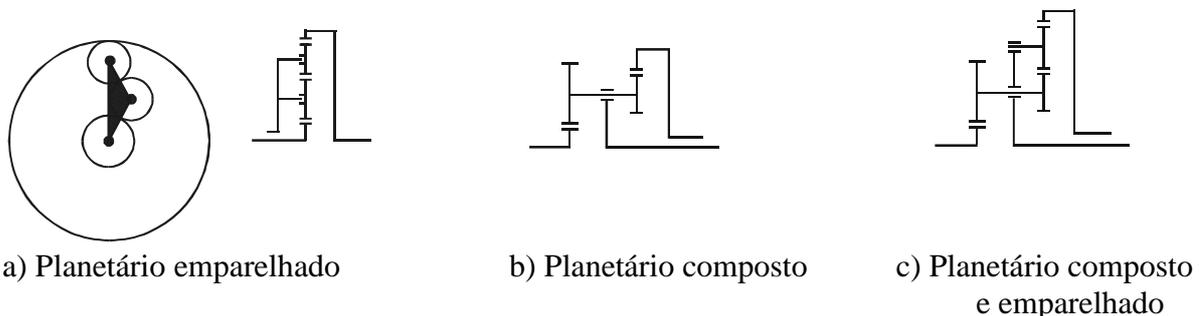
**Figura 2** - Nomenclatura dos elementos de um TEP.

Diversos autores definiram o que é um trem de engrenagens planetários. Dubbel (1944) escreveu que engrenagens planetárias simples se caracterizam porque, nelas, existe uma roda fixa e outra móvel que gira ao redor da fixa e se engrena com ela.. Lima (1980) salientou que alguns sistemas de engrenagens se diferenciam dos comuns, pelo fato de possuírem uma ou mais engrenagens com possibilidade de girar ao redor do próprio eixo e, simultaneamente, em torno de um outro eixo. Shigley (1984) escreveu que, em um tipo de trem de engrenagens, pode-se obter efeitos surpreendentes, fazendo-se com que algum dos eixos gire em relação aos demais. Tais trens chamam-se trens planetários ou epicicloidalis. Olson et al (1987) definiram que os trens de engrenagens planetários consistem de uma ou mais engrenagens centrais com engrenagens planetas engrenadas e que giram em torno delas, de tal forma que os pontos dos planetas descrevam curvas epicíclicas. Brasil (1988) definiu os TEPs, como trens de engrenagens em que alguns eixos são móveis, girando não só em torno de si mesmos, mas também em torno de outro eixo do trem. As engrenagens planetas estão ligadas por um braço de tal forma que a distância entre os centros das engrenagens permaneça constante.

Os TEPs são sistemas de transmissão de alta complexidade cinemática e de difícil visualização. Entretanto, suas vantagens são grandes: compactos, leves, alta redução de velocidade, alta confiabilidade, alta densidade de potência, capacidade de bifurcação e adição de potência, capacidade diferencial, sistemas de múltiplas relações de transmissão e engrenamento permanente, permitindo ainda a minimização dos esforços nos mancais e alinhamento dos eixos. Estas são algumas das características que tornam os TEPs sistemas de grande potencial de aplicações, embora ainda não tanto estudado e pesquisado, de tal forma a permitir cada vez mais sua utilização em massa (Dedini, 1985).

Suas vantagens os tornaram preferíveis para o uso militar, onde múltiplos engrenamentos reduzem o risco de parada. O funcionamento suave também os tornam adequados para uso em submarinos e a grande capacidade de redução torna possível sua aplicação em turbinas. Os TEPs também são utilizados em aplicações aeroespaciais e em helicópteros, além do uso automotivo como diferencial e caixa de transmissão automática. Os TEPs são mecanismos interessantes porque tem dois graus de liberdade.

Pode-se aumentar a complexidade do TEP, alterando-se o arranjo da configuração das engrenagens planetárias. A introdução de uma engrenagem intermediária entre o planeta e a engrenagem central resulta na inversão do sentido de rotação do membro de saída e, portanto, interfere no caráter cinemático do trem planetário. Estas duas engrenagens planetárias não necessariamente podem estar alinhadas radialmente, como mostra a vista frontal da Figura 3(a). Quando se utiliza três planetários emparelhados, não é alterado o sentido de rotação. Estes tipos são chamados de TEP com **planetários emparelhados**. Além disso, pode ocorrer ainda de o TEP possuir pelo menos dois planetas solidários em um único eixo. São chamados de TEP com **planetário composto** (Figura 3 b). E é possível ainda, um TEP possuir simultaneamente planetários emparelhados e compostos (Figura 3 c).

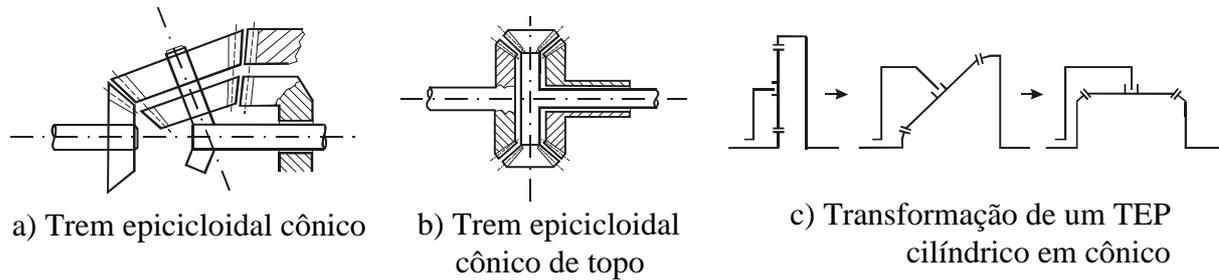


**Figura 3** - Arranjos possíveis dos planetas nos TEPs.

Um TEP pode também possuir mais de um planeta entre as duas engrenagens centrais. Isso não muda o caráter cinemático do TEP. Um aumento do número de engrenagens planetárias resulta em uma maior divisão da carga transmitida entre os planetas. Essa é uma das grandes vantagens dos TEPs, onde o esforço nos mancais é bastante aliviado devido à simetria da aplicação da força pelos planetas, nos dentes da engrenagem solar. Portanto, deve-se sempre evitar a utilização de um único planetário porque, neste caso, não seria possível a compensação dos esforços. Na prática, normalmente se utilizam dois ou três planetas.

Uma importante classe de trens de engrenagens epicicloidais são os que possuem engrenagens cônicas (Figura 4 a). Somente com a utilização desse tipo de engrenagem é que se permite utilizar uma engrenagem solar com o mesmo número de dentes da engrenagem anular (Figura 4 b), o que seria impossível se todas fossem cilíndricas. A Figura 4(c) mostra como se transforma um TEP que possui somente engrenagens cilíndricas em um TEP com engrenagens cônicas, fazendo-se a inclinação do eixo que suporta os planetas. O uso de engrenagens cônicas não muda o caráter cinemático do planetário e a grande aplicação dessa

montagem são os diferenciais automotivos. Este presente trabalho se restringe ao estudo de TEPs com engrenagens cilíndricas.



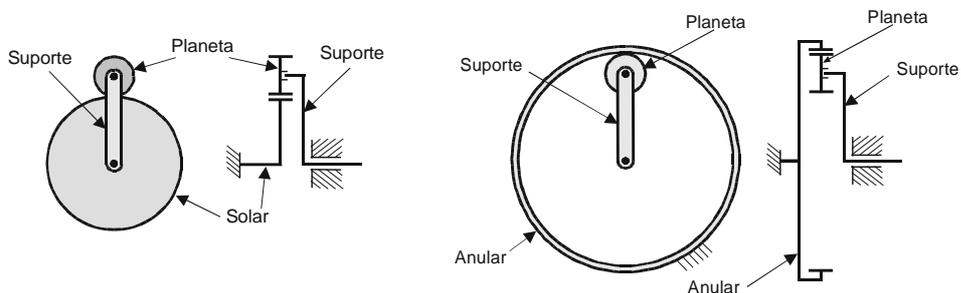
**Figura 4** - TEPs com engrenagens cônicas.

### 3 – TIPOS DE TRENS PLANETÁRIOS

Lévai (1968), identificou em seu trabalho, quatro tipos de TEPs: 1) TEP Elementar; 2) TEP Simples; 3) TEP Ligado (TEP Incorporado) e 4) TEP Satélite e Planeta. Os tipos 2, e 3 são os mais importantes na prática.

#### 3.1 - TEP Elementar:

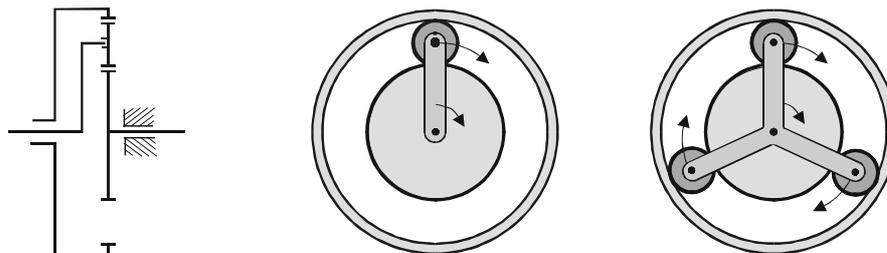
São aqueles que possuem apenas uma engrenagem central. Entende-se por engrenagem central aquela cujo eixo de rotação é o eixo principal do TEP. Assim, a engrenagem solar e anular são engrenagens centrais, conforme mostra a Figura 5.



**Figura 5** - Exemplos de TEP elementar.

#### 3.2 TEP Simples:

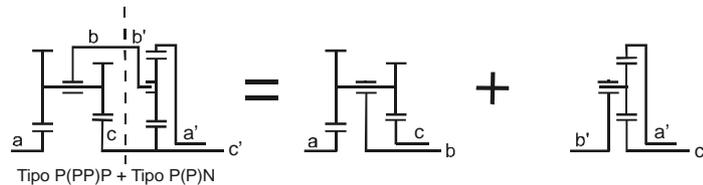
São aqueles que possuem duas engrenagens centrais, um ou mais planetas e um suporte. A alteração da quantidade de engrenagens planetárias não interfere seu enquadramento como TEP simples. A utilização de um número maior de planetas contribui para uma maior e melhor distribuição das cargas atuantes. Este tipo também é chamado de TEP básico.



**Figura 6** - Exemplos de TEP simples com 1 e 3 planetas.

### 3.3 - TEP Ligado

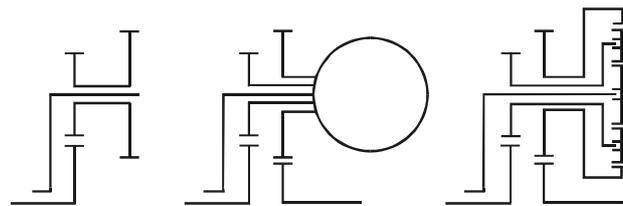
Os TEPs ligados se caracterizam pelo fato de que possuem mais de duas engrenagens centrais e podem ser separados em dois ou mais planetários simples. A separação de um TEP ligado não será muito óbvia se existir um incorporamento entre planetas e, neste caso, o TEP é classificado como incorporado. Trata-se portanto, de um caso particular do TEP ligado. A nomenclatura utilizada na Figura 7 é: P para engrenagens de dentes externos (positivo), N para engrenagens de dentes internos (negativo) e a letra entre parêntesis refere-se a planetas.



**Figura 7** - Exemplo de TEP ligado.

### 3.4 - TEP Satélite e Planeta

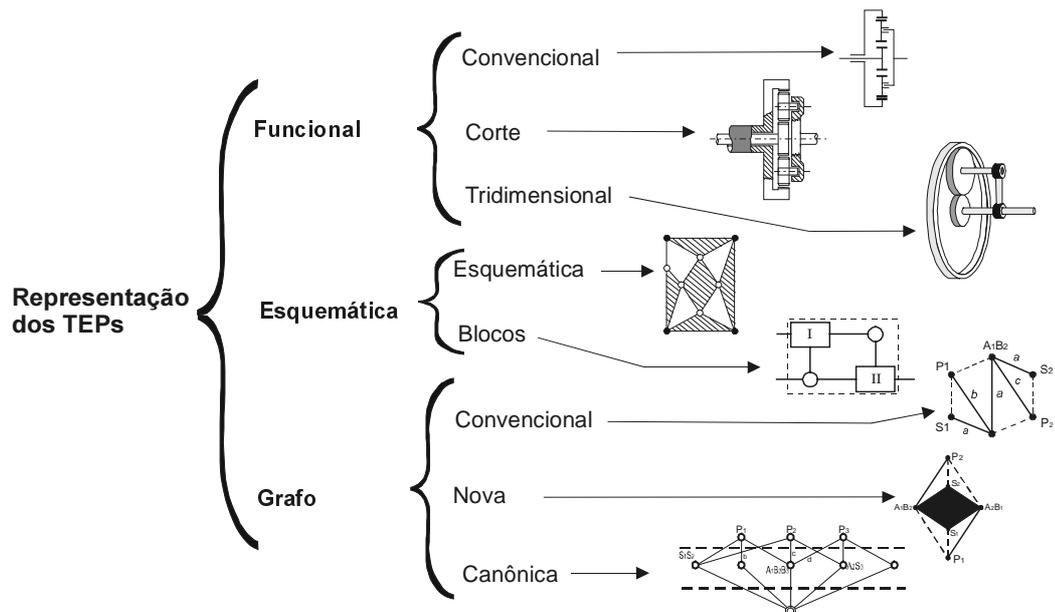
Um TEP é classificado como satélite e planeta quando um TEP secundário é introduzido no eixo do planetário do TEP primário, conforme mostra a Figura 8.



**Figura 8** - Exemplo de TEP satélite e planeta.

## 4 - REPRESENTAÇÃO DOS TEPs

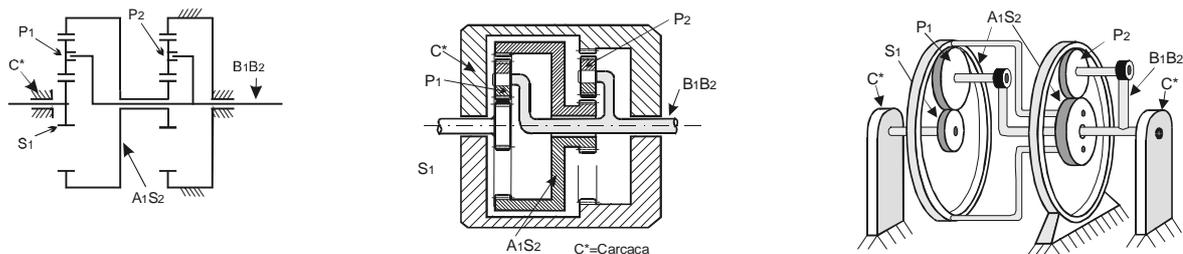
Como existe uma grande variedade de possibilidades de configurações de TEPs, torna-se necessário estabelecer formas de representação, para se definir e identificar o sistema em estudo. Diversas formas de representação de sua topologia já foram desenvolvidas. Basicamente existem três tipos de representação: funcional, esquemática e por grafo. A representação funcional pode ainda ser apresentada na forma tridimensional, em corte ou convencional. A representação esquemática pode ser apresentada sob a forma de esquema para definir um TEP e sob a forma de diagrama esquemático de blocos para definir as ligações entre vários TEPs. A representação por Grafo, mais recentemente utilizada para representar os TEPs, tem a vantagem de facilitar a utilização de computadores para a solução de problemas relativos a este mecanismo. Para solucionar dificuldades de isomorfismo identificadas na representação por grafo originariamente proposta, foi apresentada uma nova forma de representação por grafo, além da forma canônica. Cada uma destas formas de representação serão tratadas nos próximos itens. A Figura 9 ilustra as formas de representação disponíveis com os respectivos exemplos.



**Figura 9 - Formas de representação dos TEPs.**

#### 4.1 - Representação Funcional

A representação funcional foi a primeira a ser empregada para identificar um TEP. Sua vantagem é que há paridade entre o modelo e a representação. Ela pode ser apresentada sob a forma convencional (croqui), em corte e tridimensional. A Figura 13 mostra as três formas de representação funcional de um mesmo TEP, onde as engrenagens são representadas pelos seus círculos primitivos que indicam em que pontos elas se tocam. Devido a simetria dos mecanismos planetários, é usual a representação de apenas metade do mecanismo. A representação funcional do TEP é feita incluindo a carcaça ou apoio do mecanismo. Quando não se inclui a carcaça ou apoio, obtêm-se a estrutura cinemática.



(a) Convencional

(b) Em corte

(c) Tridimensional

**Figura 10 - Representação funcional de um TEP.**

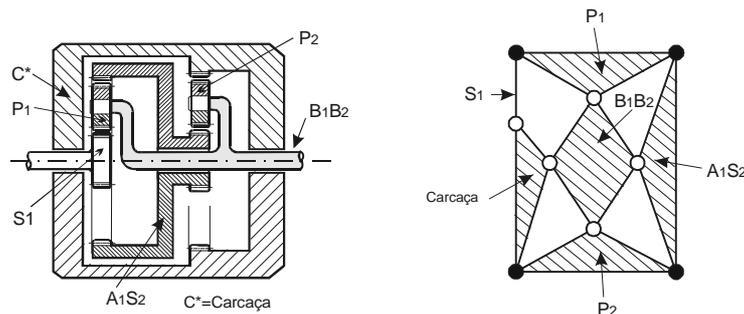
#### 4.2 - Representação por Esquema

Há duas formas distintas de representação esquemática de trens de engrenagens planetárias: através de um esquema ou através de um diagrama de blocos. A primeira forma tem por finalidade identificar sua estrutura cinemática e a segunda tem por objetivo o estudo cinemático e do fluxo de potência em um sistema de vários TEPs ligados. A seguir, será detalhado a metodologia de cada uma destas formas de representação.

### 4.2.1 - Representação Esquemática

A forma de representação esquemática de um TEP foi publicada em 1969 por Buchsbaum e Freudenstein (1970) para identificar sua estrutura cinemática. Um vértice, representado por um círculo branco, significa um suporte de um eixo ou o próprio eixo. Um vértice, representado por um círculo preto, significa que há um engrenamento. Assim, cada elemento (conjunto de engrenagens e/ou eixos que sejam solidários entre si) do TEP forma um polígono hachuriado cujo número de vértices dependerá do número de vínculos (engrenamentos, apoios, eixos) deste elemento. O menor número de vínculos que um elemento isoladamente pode ter é dois (exemplo: uma engrenagem tem o vínculo do engrenamento e o apoio em torno de um eixo). Neste caso, o polígono sombreado se reduz a uma linha que une os dois vértices - um branco e o outro preto. Uma engrenagem bí-apoiada ou um eixo trí-apoiado será representado por um polígono de três vértices (um engrenamento e dois apoios ou os três apoios). Três engrenagens solidárias com um furo central para o eixo será representada por um polígono de quatro vértices. A Figura 11 mostra um exemplo.

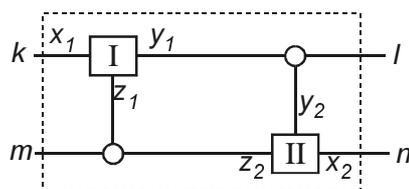
É importante salientar que a soma do número de áreas sombreadas e das linhas isoladas representa o número de elementos do trem epicycloidal, aí incluído a carcaça ou apoio. O TEP da figura tem 6 elementos. A representação esquemática conta com 5 áreas sombreadas e mais um segmento que representa a engrenagem solar  $S_1$  com o vínculo do engrenamento (círculo preto) na planetária  $P_1$  e um vínculo de apoio e pivotamento na carcaça  $C^*$  (círculo branco).



**Figura 11** - Representação funcional em corte e esquemática do mesmo TEP.

### 4.2.2 - Representação Esquemática por Diagrama de Blocos

Macmillan (1961) propôs uma forma de representação para o estudo do fluxo de potência em mecanismos diferenciais. Sanger, em seu trabalho de 1972, sobre síntese de TEPs, utilizou esta forma de representação em um sistema de vários planetários conectados entre si. Este tipo de montagem é bastante utilizada em sistemas de transmissão de múltiplas velocidades. O elemento básico é o TEP simples, com dois graus de liberdade, que pode estar acoplado com outros TEPs. As conexões externas do TEP podem ser usadas como entrada, saída ou membro de controle. Portanto, para uma representação esquemática por diagrama de blocos é necessário se conhecer o número de TEPs e suas respectivas conexões. Os TEPs são representados por blocos e as conexões por círculos, conforme demonstra a Figura 12.



**Figura 12** - Representação de dois TEPs ligados e suas conexões.

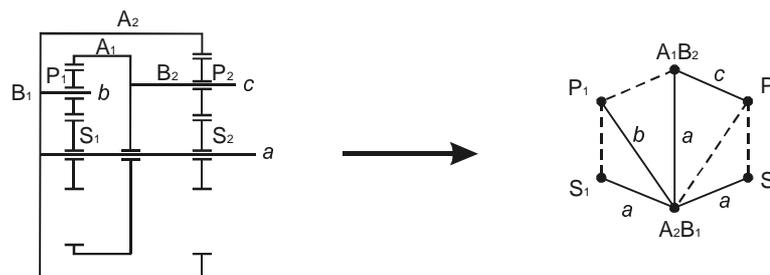
### 4.3 - Representação por Grafo

Segundo Wilson et al (1990), um grafo é um diagrama que consiste de pontos chamados vértices, unidos por linhas chamadas bordas, de tal forma que cada borda une dois vértices. A teoria de representação por grafo tem uma ampla faixa de aplicação, desde estudos sobre sistemas flexíveis de manufatura, gerenciamento da produção, tráfego urbano e até a representação de mecanismos. A representação por grafo tem sido usada como modelo de mecanismos desde 1960 (Olson et al.). Sua utilização tem a vantagem de facilitar o uso de computadores e sua principal característica é que há uma correspondência paritária entre os vértices e os elementos do TEP e as bordas com as ligações entre os elementos. O grafo também pode ser apresentado sob a forma de matriz, de onde se pode utilizar técnicas algébricas para a análise do TEP.

#### 4.3.1 - Representação Convencional por Grafo

A representação convencional por grafo de um TEP é feita da seguinte forma: 1) Cada elemento é representado por um vértice. Engrenagens distintas mas solidárias são representadas por um único vértice ou seja, trata-se de um único elemento. Idem para uma engrenagem solidária com um eixo. O braço também é considerado um elemento assim como as engrenagens. Elementos fixos são representados por um círculo em torno do vértice. 2) As bordas ou lados tracejados representam um engrenamento entre dois elementos. São chamadas de “bordas de engrenamento”. 3) Uma borda ou lado de linha contínua indica que um elemento gira ou pivota sobre o outro. Este lado é chamado de “borda de revolução”. 4) Cada borda e cada vértice é denominado com o respectivo símbolo utilizado nas demais formas de representação.

Esta representação é comumente chamada de bicolor em função da necessidade de distinguir a diferença entre uma ligação de elementos através de engrenamento ou pivotamento. Para ilustrar este tipo, têm-se na Figura 13 a representação funcional convencional e a respectiva representação por grafo. Alguns autores utilizam bordas contínuas para ambos os casos, diferenciando-as pela espessura da linha.



**Figura 13** - Representação por grafo.

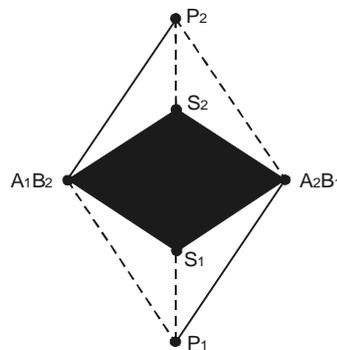
Entretanto, a representação por grafo convencional pode resultar em que o mesmo TEP possa ter mais do que uma representação (Hsu - 1992). Segundo Hsieh (1987), quando existe três ou mais elementos coaxiais em um TEP, pode-se fazer um rearranjo nos elementos coaxiais sem afetar e alterar a funcionabilidade do mecanismo. Isto pode resultar em um problema de isomorfismo. Dois grafos são ditos isomórficos se existe uma correspondência biunívoca entre seus vértices e bordas. Para os TEPs, dois grafos não isomórficos ou distintos podem representar mecanismos cinematicamente equivalentes. Tais grafos são chamados de pseudoisomórficos.

Para superar esta dificuldade, foi então proposta uma nova forma de representação por grafo, abordada no item seguinte.

### 4.3.2 – Nova Representação por Grafo

Diversos autores (Olson et al., Yan and Hsu) publicaram, após 1987, uma nova proposta de representação de TEPs por grafo, sem os inconvenientes verificados em sua forma convencional. Nesta nova representação, um TEP com “n” elementos é identificado por um grafo completo com “n” vértices. A diferença é que, além de vértices, bordas de engrenamento (linha tracejada) e bordas de revolução (linhas contínuas) ainda se tem um polígono sólido. Por esta proposta, um único grafo da Figura 17 representa o TEP mostrado na Figura 16.

Considerando que os elementos que giram em torno de um mesmo eixo estão em um mesmo nível, Hsu propõe uma nova forma de representação de TEPs por grafo, onde estes elementos de mesmo nível formam um polígono sólido.



**Figura 14** - Nova representação por grafo do TEP da Figura 13.

#### 4.3.2.1 – Representação por Matriz

A matriz *adjacency* é a fundamental e completa representação de um grafo. Existem diferentes tipos de matriz que caracterizam um grafo. Um exemplo é a matriz *adjacency* de elemento-a-elemento ou um-para-um. Esta matriz, para representar um TEP de “n” elementos, é definida como uma matriz de  $n \times n$  cujos elementos são dados por  $a_{ij} = 1$  se o elemento  $i$  é adjacente com  $j$  e, caso contrário,  $a_{ij} = 0$  (inclusive  $a_{ii} = 0$ ).

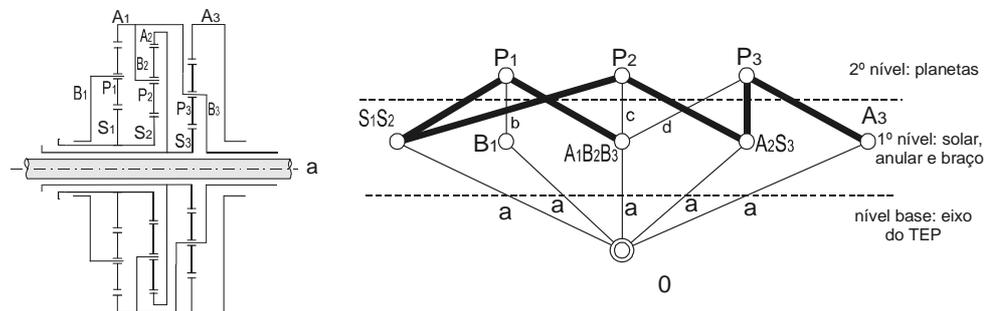
Para a nova representação por grafo com  $n$  vértices, a matriz *adjacency*  $A$  pode ser definida como uma matriz simétrica de ordem  $n$  em que o elemento  $a_{ij} = 1$  se o vértice  $i$  é adjacente ao vértice  $j$  por uma borda de revolução (linha cheia),  $a_{ij} = 2$  se  $i$  é adjacente ao vértice  $j$ , unidos por uma borda de engrenamento (linha tracejada),  $a_{ij} = m$  se o vértice  $i$  é adjacente ao vértice  $j$  com um polígono sólido com  $m$  vértices e  $a_{ij} = 0$  se os vértices não são adjacentes. Ainda se tem  $a_{ii} = 0$ . Por exemplo, a Figura 14 apresenta um grafo com 6 vértices, bicolorido e com um polígono sólido de 4 vértices. A correspondente matriz de conectividade utilizando a seguinte ordem dos elementos (P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>, A<sub>1</sub>B<sub>2</sub> e A<sub>2</sub>B<sub>1</sub>) é:

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 4 & 4 & 4 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 4 & 4 & 2 & 1 \\ 4 & 4 & 0 & 4 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 4 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (1)$$

### 4.3 – Representação Canônica por Grafo

Para evitar o problema já relatado na seção 4.3.1 do pseudoisomorfismo na representação convencional por grafo, diversos autores (Tsai-1988, Chatterjee-1995) propuseram uma outra alternativa em função da existência de pelo menos três elementos coaxiais: a representação canônica por grafo. Nesta representação, há uma distinção entre as bordas e os vértices que são divididos em vários níveis. No primeiro nível, ficam as representações das engrenagens solar e anular e o braço. No segundo nível, ficam os planetas. Abaixo de todos está o nível base, que representa o eixo comum do conjunto. A Figura 15(b) mostra um exemplo de representação canônica por grafo do TEP da Figura 15(a).

A representação canônica por grafo tem sua aplicação típica na ilustração de “caixa de transmissão epicicloidial” conhecidas também por “caixa de transmissão automática” utilizada amplamente em automóveis. Estes sistemas normalmente trabalham com um único eixo comum, apoiado em uma carcaça por rolamentos. A taxa de redução do conjunto é a relação entre a rotação do eixo de saída e a rotação do eixo de entrada. Com a utilização de freios e embreagens, várias taxas de redução são obtidas.



**Figura 15** - (a) Representação funcional e (b) respectiva representação canônica por grafo.

## 5 – EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Na Figura 16, é apresentado um exemplo das diversas representações de um sistema de transmissão chamado “caixa Wilson” de 4 velocidades. Trata-se de uma série de quatro TEPs ligados entre si com 10 elementos e uma carcaça. Pela representação por diagrama de blocos, pode-se observar que há duas ligações diretas a um TEP ( $S_1$  e  $A_4$ ), três conexões unindo duas saídas ( $B_1A_2$ ,  $S_2S_3$ ,  $B_3B_4$ ) e uma conexão unindo quatro saídas o que resulta em um sistema com dois graus de liberdade. Para utilização deste sistema como transmissão, é necessário atuar nos membros de controle de tal forma que resulte em grau de liberdade igual a 1. Aplicando-se um freio de cada vez, obtêm-se este resultado, alterando a relação de transmissão, sem necessidade de que haja desengrenamentos dos elementos.



## 6 – CONCLUSÃO

Neste trabalho foi apresentada diversas formas de representação dos TEPs adotadas por vários autores mostrando, através do exemplo de aplicação da caixa Wilson, como construí-las. Para os pesquisadores de sistemas automáticos de transmissão, esse trabalho objetiva ser uma fonte de consulta, por condensar, em um único texto, várias formas de representação disponíveis.

## 7 – BIBLIOGRAFIA

- Brasil, H. V.**, Máquinas de Levantamento, *Editora Guanabara S.A*, Rio de Janeiro, 230 p., 1988
- Buchsbaum, F., Freudenstein, F.**, Syntesis of Kinematic Structure of Geared Kinematic Chains and other Mechanisms, *Journal of Mechanisms*, v. 5, p. 357-392, 1970.
- Charterjee, G., Tsai, L. W.**, Computer-Aided Sketching of Epicyclic-Type Automatic Transmission Gear Trains, *Technical Research Report of ISR*, paper TR 95-92, 7 p., 1995.
- Dedini, F. G.**, Projeto e Otimização de uma Transmissão Planetária por Rolos de Tração, *Dissertação de Mestrado*, UNICAMP, 150 p. , 1985.
- Dubbel, H.**, Manual Del Constructor de Maquinas, 2ª Edição, Editorial Labor S.ª, Barcelona, Madri, 1951 p., 1944
- Hsieh, H-I.**, Enumeration and Selection of Clutching Sequences Associate with Epicyclic-Type Transmission Mechanisms, Tese (Doutorado), 212 p., 1997
- Hsu, C. H.**, A Graph Representation for the Structural Synthesis of Geared Kinematic Chains, *Journal of Franklin Institute*, v. 330, nº. 1, p. 131-143, janeiro 1993.
- Hsu, C. H., Lam, K. T.**, A New Graph Representation for the Automatic Kinematic Analysis of Planetary Spur-Gear Trains, *ASME Journal of Mechanical Design*, v. 114, p. 196-200, 1992.
- Lévai, Z.**, Structure and Analysis of Planetary Gear Trains, *Journal of Mechanism*, v. 3, p. 131-148, 1968
- Lima, C. S.**, Trem de Engrenagens Planetários: Análise, Síntese e Aplicação em Veículo Híbrido, *Dissertação de Mestrado*, Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP, 1980.
- Macmillan, R. H.**, Power Flow and Loss in Differential Mechanisms, *Journal of Mechanical Engineering Science*, v. 3, n. 37, p. 45-53, 1961
- Olson, D. J., Riley, D. R.**, A New Graph Theory Representation for the Topological Analysis of Planetary Gear Trains, *Proceedings of the 7<sup>th</sup> World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms*, v. 3, p. 1421-1425, 1987.
- Pires e Albuquerque, O. A. L.**, Elementos de Máquinas, Editora Guanabara Dois S. A. , Rio de Janeiro, 440 p., 1980
- Sanger, D. J.**, Syntesis of Multiple-Speed Transmissions of the Planetary – Gear Type, *Journal of Mechanical Engineering Science*, v. 14, p. 93-101, 1972
- Shigley, J. E.**, Elementos de Máquinas, Livros Técnicos e Científicos Editora S. A, Rio de Janeiro, 700 p., 1984.
- Tsai, L. W., Lin, C. C.**, The Creation of True Two-Degree-of-Freedom Epicyclic Gear Trains, *Technical Research Report of ISR*, paper TR 88-21, 1988
- Wilson, R. J., Watkins, J. J.**, Graphs – An Introductory Approach, *John Wiley & Sons*, 340 p., 1990.