

ESTUDO DA UTILIZAÇÃO DE ELEMENTOS HIERÁRQUICOS EM OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL EVOLUCIONÁRIA

Julio Antonio Beltrami da Silva

Janito Vaqueiro Ferreira

Renato Pavanello

Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Faculdade de Engenharia Mecânica - FEM, Departamento de Mecânica Computacional - DMC, CEP 13083-970, Campinas, SP, Brasil.
E-mail: beltrami@fem.unicamp.br

Resumo

Este trabalho faz a avaliação da utilização de uma modelagem de Elementos Finitos p adaptativa em um processo de Otimização Estrutural Evolucionária (OEE) tendo como critério de projeto a tensão equivalente de von Misses. Apresenta-se também uma comparação entre duas formas de se fazer a retirada gradual dos elementos da estrutura: retirando-os ou alterando suas propriedades estruturais.

Os testes são realizados em estruturas planas, em exemplos de otimização de forma e topologia. A implementação é feita em um programa comercial mostrando a simplicidade do método de otimização.

Palavras-chave: Otimização Evolucionária, Estruturas, Método dos Elementos Finitos, Elementos Hierárquicos.

1. INTRODUÇÃO

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é uma técnica computacional utilizada na modelagem de estruturas ou de um meio contínuo através da montagem de pequenos subdomínios, que são os elementos, de modo a se ter uma discretização do domínio completo [Cook,1989]. Cada elemento apresenta geometria simples facilitando sua análise, o que permite que um problema que antes não tinha ou apresentava solução analítica muito difícil, seja resolvido através da superposição de vários problemas simples. A implementação deste método só é viável usando-se computação intensiva.

Os resultados encontrados neste tipo de modelo são uma aproximação ou simulação numérica da solução. A engenharia de simulação é realidade desde 1960, mas a partir de 1970 sistemas de simulação tem sido vendidos comercialmente, sendo que hoje em dia com o desenvolvimento da eletrônica digital e dos computadores, a simulação computacional de sistemas complexos tem se tornado cada vez mais viável do ponto vista de tempo de processamento e custo computacional [Cook,1989]. Como benefícios introduzidos pela simulação computacional nos processos de projeto tem-se: refinamento de componentes, descoberta e previsão de problemas antes da construção do componente, otimização do desempenho e performance. Em resumo, como já disse Bruce Irons, um dos pioneiros no

MEF,” Se houver a oportunidade de se melhorar um projeto, então alguém em algum lugar estará tentando fazê-lo com o MEF” [Xie,1997].

Após larga utilização do MEF como poderosa ferramenta na análise de tensões e em outras áreas, a sua próxima utilização se fez na otimização de sistemas mecânicos. Com a introdução de algoritmos de otimização, onde centenas de variáveis de projeto e restrições puderam ser manipuladas, o conceito de projeto otimizado tornou-se disponível para engenheiros e cientistas de uma forma confiável, barata e de bom entendimento [Xie,1997].

Otimização Estrutural é a fusão de várias áreas como: Engenharia, Matemática, Ciência e Tecnologia, que tem como objetivo a melhor performance para uma dada estrutura. A maioria dos métodos tratam o problema de uma forma matemática onde procura-se maximizar ou minimizar uma característica do sistema. Em contrapartida a este rigor matemático, um método de otimização evolucionário foi desenvolvido por pesquisadores da Austrália (Xie e Steven), onde o processo de otimização é feito de uma forma mais intuitiva e heurística [Xie,1997].

Xie e Steven vêm propondo um método de otimização estrutural evolucionário (OEE) desde 1992. O método é baseado na observação das estruturas da natureza como ossos, galhos de árvores e conchas, tentando-se explicar como estas estruturas adquiriram suas características ao longo do processo de evolução natural [Xie,1993]. Este método é baseado no simples conceito de remoção gradual de material ineficiente da estrutura, sendo que o material não removido tende a comportar-se como uma estrutura melhor adaptada a suas funções. Uma importante característica deste método é o seu fácil entendimento e implementação [Xie,1997].

Existem basicamente três tipos de otimização estrutural: de topologia – que pode ser exemplificado como a melhor localização das barras de uma treliça, dimensional – que determina os parâmetros geométricos como espessuras ou área da seção, e de forma – em que se escolhe o formato do componente.

Vários tipos de projeto já foram solucionados via OEE como por exemplo: minimizar o peso de estruturas fazendo-se a remoção segundo o nível de tensão [Xie,1993] ou com restrição relacionadas a deslocamentos [Nha Chu,1996]; maximizar ou minimizar uma frequência natural escolhida [Zhao,1997] ou ainda controlar o intervalo entre duas frequências naturais de vibração de uma estrutura variando-se sua forma e topologia [Zhao,1997]; otimizar peso variando-se parâmetros dimensionais [Xie,1997]; otimizar forma com vistas a reduzir concentração de tensão [Xie,1997].

Este trabalho apresenta um estudo da utilização do método adaptativo-p de resolução no processo OEE. O método é aplicado em problemas de otimização de forma e topologia cujo objetivo é a diminuição de peso, tendo como variável de controle a tensão de von Mises ao longo da estrutura. Avalia-se também duas maneiras de se fazer a retirada gradual dos elementos da estrutura. Os algoritmos foram implementados no *software* ANSYS 5.4, usando-se uma linguagem própria, que permite a adequação do pacote comercial para fins de otimização evolucionária [Silva, 1999].

2. PROCESSO EVOLUCIONÁRIO DE OTIMIZAÇÃO

A remoção gradual de material da estrutura determina a tendência da configuração desta estrutura em direção a um ótimo, tendo-se a otimização de forma e de topologia simultaneamente. Este é o conceito simples de otimização evolucionária estrutural (OEE), sendo que vários critérios de projeto podem ser admitidos no sentido de orientar esta retirada de material redundante da estrutura. Como critérios pode-se destacar tensão máxima, rigidez em uma determinada região, frequência natural, entre outros.

O critério escolhido para este trabalho foi a tensão local. Na prática apenas algumas partes da estrutura estão sujeitas a tensões elevadas, tal fato leva a idéia de retirada das regiões que estão sendo pouco utilizadas, ou seja, aquelas em que os níveis de tensão estão bem baixos, usando-se para isso algum critério de rejeição [Xie,1993].

Este procedimento se inicia partindo-se de um domínio de trabalho grande o suficiente para cobrir a área final da peça. Em seguida divide-se este domínio com uma malha suficientemente fina de elementos finitos e aplica-se as condições de contorno, carregamento e restrições, nos seus devidos locais e determina-se a distribuição de tensão ao longo da estrutura.

Elementos são retirados conforme um critério de rejeição **RC** que escolhe aqueles com os mais baixos valores de tensão em toda a estrutura. Para o caso de estado plano de tensão e material isotrópico, a tensão utilizada é a equivalente de von Mises calculada no centróide do elemento, que é definida como:

$$\sigma_{EQV} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2} \quad (1)$$

onde σ_x σ_y são as componentes normais do tensor de tensões nas direções x e y e τ_{xy} é a componente de cisalhamento.

Inicialmente, elementos com valor σ_{EQV} menor que o produto do **RC** pela σ_{EQV} máxima encontrada ao longo da estrutura são eliminados, sendo que **RC** também é chamada de razão de rejeição inicial **RR₀**. O ciclo de eliminação de elementos é repetido até que não existam mais elementos a serem retirados para **RR₀**. A estrutura ótima não é determinada em apenas uma etapa, o processo evolucionário é adotado, ou seja, adiciona-se à **RR₀** uma razão de evolução **ER** e um novo ciclo de eliminação inicia-se até que não exista mais elementos a serem eliminados para esta nova razão de rejeição (**RR = RR₀+ER**), a razão de rejeição vai sendo atualizada até se obter uma configuração otimizada.

Os valores escolhidos para as constantes **RR** e **ER** devem ser pequenos, aproximadamente 1%, para que se tenha uma melhor convergência e não seja retirado muito material, a semelhança do que ocorre nos processos evolutivos da natureza. A cada etapa (**RR**) é possível observar a nova forma e topologia determinada, bem como congelar alguma parte da estrutura que não possa ser eliminada.

O processo evolucionário pode ser resumido assim:

- 1) discretizar o domínio de análise com uma malha fina de elementos finitos,
- 2) determinar a distribuição de tensões para as restrições e carregamentos,
- 3) selecionar e remover os elementos com $\sigma_{EQV} < \sigma_{EQV} \text{ máxima} \times \text{RR}$,
- 4) repetir passos 2 e 3 até não haver elementos selecionados,
- 5) atualizar **RR** e iniciar nova retirada de elementos repetindo-se os passos 2, 3 e 4,

Como exemplo analítico de estrutura otimizada com o uso do OEE, é apresentada uma estrutura de Michell mostrada na Figura 1-a [Hemp,1973]. O domínio de projeto tem dimensões 2H x H e foi discretizado em 50 x 25 elementos quadrilateral bilineares de estado plano de tensão. Os nós dos cantos inferiores foram fixados e uma carga nodal foi aplicada na metade do lado inferior do domínio inicial, conforme Figura 1-b. O processo evolucionário teve início com **RR₀ = 1%**, a razão de evolução **ER = 0,5%**, e os elementos foram retirados da estrutura modificando a topologia da matriz de rigidez global.

A figura 2 mostra diferentes etapas do processo evolucionário para **RR** igual a 5%, 12,5% e 19,5%.

A forma otimizada foi alcançada para **RR=19,5%**. Em cada passo de **RR** foram necessárias 3,5 iterações em média. Observa-se uma concordância do ângulo de 45° entre a solução numérica otimizada e a solução analítica mostrada na figura 1-a. A distribuição das barras na forma final não se apresentou idêntica, mas é bastante semelhante à encontrada por

Steven [Xie,1993], o que pode ser explicado pelo fato da estrutura de Michell assumir solução para elementos de barra pivotados onde a força é aplicada, ao passo que o modelo evolucionário é contínuo[Xie,1997].



Figura 1. a) Estrutura de Michell e b) domínio inicial de projeto



Figura 2. Etapas do processo evolucionário para RR = 5%, 12,5% e 19,5%

3. ELEMENTO HIERÁRQUICO E O PROCESSO EVOLUCIONÁRIO

No contexto deste trabalho a adaptatividade é o processo de modificação da discretização dos elementos finitos com o objetivo de buscar uma melhor precisão no cálculos dos campos de deslocamentos, deformações e tensões. Desta forma, a estimativa e o controle dos erros é feita através de uma série de modificações sistemáticas na aproximação, geralmente aumentando o número de graus de liberdade no final de cada modificação.

Dois tipos de adaptatividade são os mais utilizados. O primeiro consiste em variar o tamanho dos elementos, que é chamada de versão h do método. Pode-se mostrar [Cook,1989] que a medida que a malha é refinada, a solução tende a convergir para a solução exata do modelo matemático que se está resolvendo. O segundo tipo é baseado no aumento da ordem das funções de interpolação do elemento, que é chamada de versão p [Babuska, 1986] do método adaptativo.

Este método oferece duas vantagens: elementos p que são de grande tamanho absorvem melhor problemas de distorção da malha e a topologia da malha não se modifica como resultado da adaptatividade.

Uma vez que na otimização evolucionária estrutural proposta por Steven a posição dos elementos não é alterada, pois a modificação da topologia da estrutura ocorre com a eliminação dos elementos, introduziu-se o método adaptativo p no processo evolucionário com a intenção de se ter um cálculo mais preciso do campo de tensões do modelo. Estando melhor avaliadas as tensões, espera-se um melhor desempenho do método de otimização em relação a razões de evolução e até mesmo mudanças nas etapas do processo evolucionário.

O algoritmo de otimização evolucionária adaptativa p pode assim ser resumido:

- 1) discretizar o domínio de análise com uma malha fina de elementos finitos,
- 2) determinar o campo de deslocamentos e tensões da estrutura,
- 3) calcular erro na norma de energia dos elementos e selecionar aqueles com erro maior que 5%,
- 4) aumentar em um grau a ordem das funções de forma dos elementos selecionados no item 3,
- 5) repetir 2, 3 e 4 até alcançar a convergência requerida para todos os elementos,
- 6)selecionar e remover os elemento com $\sigma_{EQV} < (\sigma_{EQV \text{ máxima}} \times \mathbf{RR})$,

- 7) repetir 4 a 6 até não haver elementos selecionados,
- 8) atualizar **RR** e repetir e iniciar nova retirada de elementos partindo-se do item 4,

O mesmo exemplo anterior foi resolvido usando-se o algoritmo descrito acima, estando os resultados obtidos registrados na Figura 3, onde observa-se que a forma final obtida é semelhante. No próximo item os métodos são comparados.

4. RESULTADOS

Vários testes numéricos foram realizados para se verificar a influência da modelagem adaptativa p (michellpc) no processo de otimização estrutural evolucionária. A seguir será feita a comparação desta modelagem com o processo evolucionário convencional (michellhc).

Em todos os casos a malha inicial, as condições de contorno e o carregamento foram mantidos iguais. Para o michellpc adotou-se como critério de erro limite 5% na energia de distorção [Zienkiewicz, 1987], sendo que as funções de forma (hierárquica) de cada elemento eram acrescidas em um grau quando a convergência requerida não era alcançada, ou seja, comparando-se o erro da norma da energia da última iteração com a anterior e verificando se a diferença era menor que 5%.



Figura 3. Etapas do processo evolucionário para $RR = 5\%$, $12,5\%$ e $16,5\%$

Com a utilização do método- p houve um evidenciamento de erros devido a concentração de tensão que promoveram valores de tensão máxima 50% em média superiores aos valores encontrados com o método de resolução convencional, conforme mostrado na Tabela 1.

Tabela 1. Valores de tensão máxima ao longo do processo evolucionário

RR(%)	Método- p σ_{EQV} máxima (Pa)	Convencional σ_{EQV} máxima (Pa)
2,5	15333,3	9578,9
5,0	15546,1	9662,0
7,5	16470,5	10187,9
10,0	16469,4	10671,5
12,5	17444,6	10813,8
15,0	16640,1	11040,6
16,5	16635,5	11035,0
17,5	Colapso	11552,4
19,5	Colapso	11566,8
>19,5	Colapso	Colapso

O fato de se obter tensões máximas superiores para o michellpc determina uma maior retirada de elementos para cada **RR**, uma vez que os elementos são selecionados baseado no produto da **RR** pela tensão máxima encontrada na estrutura. A Figura 5-a mostra a evolução do volume, sendo que o michellpc atingiu a estrutura ótima para $RR=16,5\%$ e o michellhc em $RR=19,5\%$. Tal fato pode também ser comprovado comparando-se as configurações para $RR=12,5\%$ mostradas nas Figuras 2 e 3. Pode-se observar uma estrutura mais esbelta referente ao michellpc.

No processo adaptativo-p os elementos com funções de ordem mais alta localizaram-se próximos às restrições e nos pontos de retirada de elementos, pois nestes pontos o contorno perde suavidade causando certa singularidade, o que causa uma perda de precisão nos cálculos. Tal fato pode ser comprovado observando as regiões mais escuras da Figura 4.

O número médio de iterações para cada **RR** foi de 3,5 para o michellhc e de 3,7 para o michellpc, que teve seu tempo de resolução por iteração inicialmente maior. Com maior retirada dos elementos, ou melhor depois de **RR**=3,5%, o tempo de resolução por iteração para michellpc tornou-se menor, conforme mostrado na Figura 6-a.

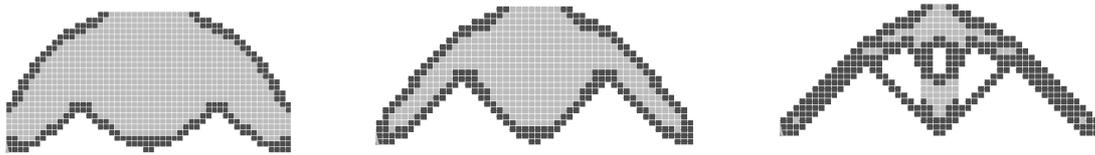


Figura 4. Elementos hierárquicos p para **RR** = 2,5%, 5% e 7,5%

A fim de diminuir a excessiva concentração de tensão evidenciada pelo método adaptativo p, será feita a comparação novamente para os dois casos: método adaptativo p e o método convencional com cargas distribuídas. Os exemplos serão identificados por michellpd e michellhd respectivamente.

O que se verificou é que o michellpd apresentou tensões máximas em um patamar superior, 15% em média, mas o colapso se deu praticamente para o mesmo valor de **RR**, sendo **RR**=31,5% para o michellpd e **RR**=32% para o michellhd, conforme Figura 5-b. Os tempos de resolução foram equivalentes, sendo que depois de **RR**=13%, Figura 6-b, o tempo de resolução para o michellpd ficou menor. O número médio de iterações para cada **RR** foi de 4,9 para o método convencional e de 3,7 para o método-p.

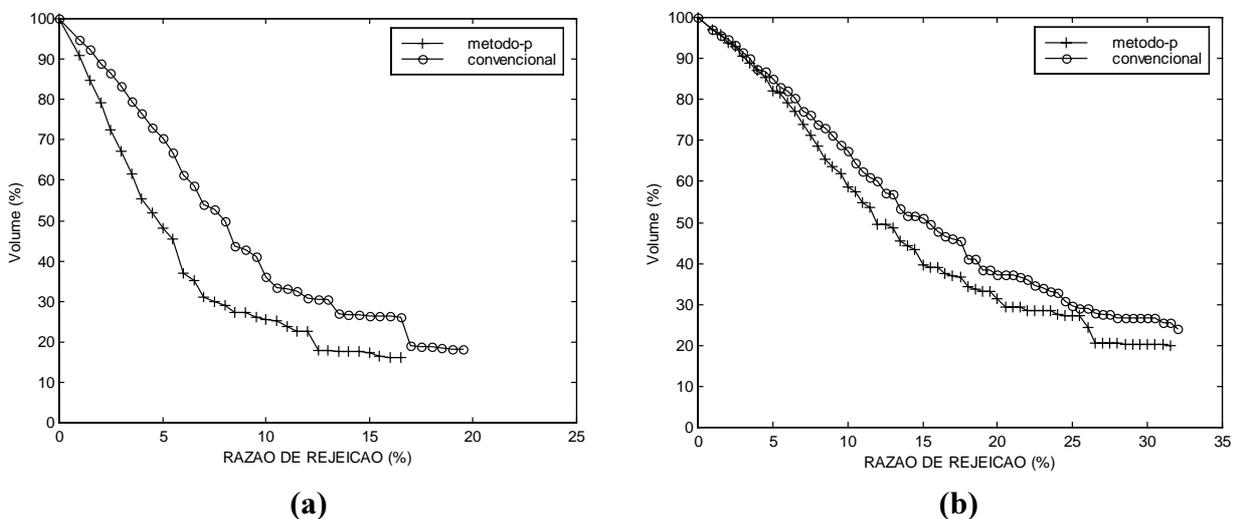


Figura 5. Variação do volume em função da **RR**, a) carga concentrada., b) carga distribuída

Outro ponto analisado, refere-se a forma como é feita a retirada dos elementos ao longo do processo evolucionário. Duas maneiras são apresentadas: retirando os elementos do modelo, ou alterando as propriedades estruturais dos elementos selecionados. Neste caso é imposto módulo de elasticidade E muito pequeno, de tal forma que a contribuição destes elementos na rigidez do sistema passa a ser desprezível, ou seja, os elementos são considerados mortos estruturalmente. As condições de contorno são do tipo concentrada, e já descritas inicialmente, e o método de resolução é o convencional em ambos os casos.

Observou-se que as duas formas são idênticas no que diz respeito ao número de elementos retirados, tensão máxima, tensão mínima e configurações geradas para cada valor de **RR**. A diferença se deu na **RR** de colapso e no tempo total de resolução.

No caso em que os elementos foram retirados da estrutura, o colapso se deu em **RR**=19%, e para o caso que os elementos foram mortos o colapso se deu em **RR**=24%. Para o primeiro caso, embora a retirada de elementos tenha sido idêntica ao segundo, depois de **RR**=19% surgem instabilidades numéricas que causam o colapso, pois elementos ficam ligados entre si por um nó apenas, determinando antecipadamente o aparecimento de singularidades. Em contrapartida, o tempo total de resolução se torna constante no modelo de elementos mortos, uma vez que os elementos se tornam pouco rígidos e não são retirados da estrutura, conservando-se o número total de graus de liberdade da estrutura. A Figura 7 mostra a evolução dos tempos de resolução em função da razão de rejeição para as duas formas de se eliminar elementos.

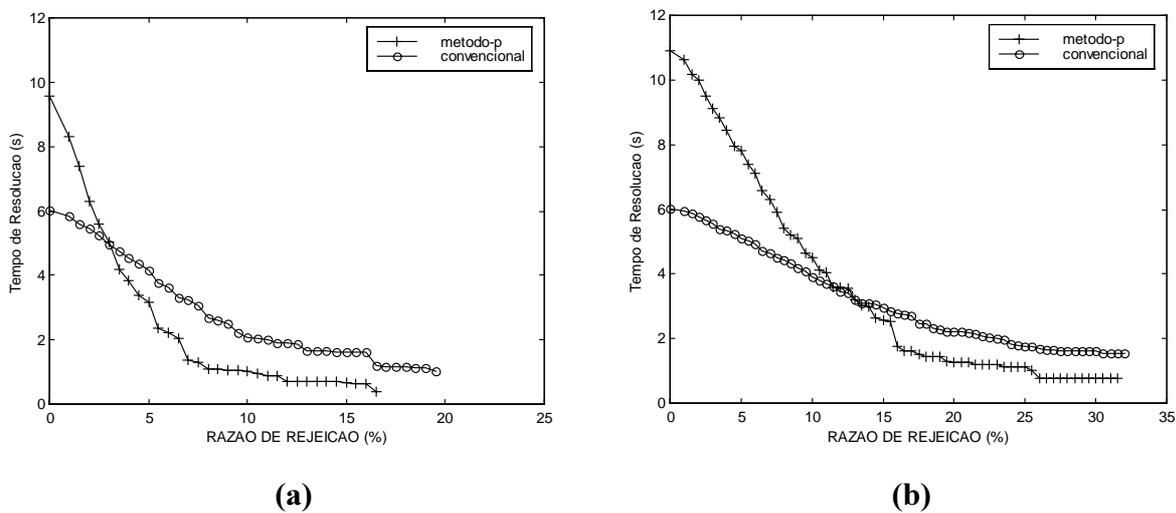


Figura 6. Variação do Tempo de Resolução em função de **RR**, a) carga concentrada, b) carga distribuída

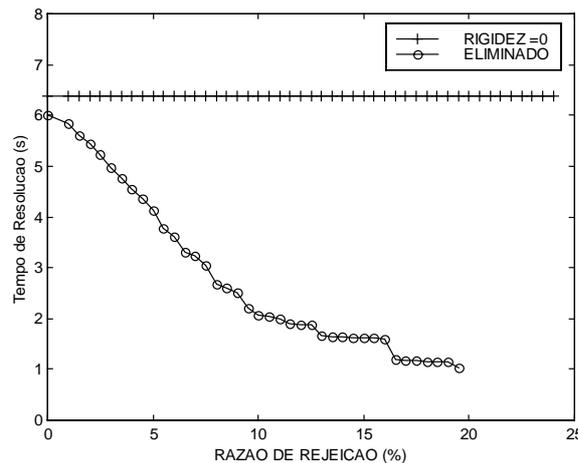


Figura 7. Variação do Tempo de Resolução em função de **RR**

5. CONCLUSÕES:

O método evolucionário adaptativo proposto acelerou o processo evolucionário, convergindo para as soluções otimizadas em razões de rejeição menores. As configurações de forma e topologia encontradas concordam, de forma satisfatória, com as soluções analíticas e

numéricas encontradas na literatura. Os testes preliminares realizados mostram um pequeno ganho do ponto de vista de custo computacional, quando comparado ao método evolucionário convencional. Observa-se que este ganho é fortemente influenciado pelo nível de concentração de tensão.

Nos exemplos estudados, o ganho em precisão na avaliação das distribuições do campo de tensão não foi muito significativo na obtenção das configurações finais.

Quanto às maneiras de retirada dos elementos: retirando-os da estrutura ou alterando suas propriedades estruturais, conclui-se que são idênticas até as etapas de evolução em que instabilidades numéricas aparecem, sendo que quando elemento são retirados, a estrutura resultante se torna singular antecipadamente. Uma implementação mais eficiente seria a combinação das duas formas, iniciando-se com a retirada de elementos, e a partir de certa etapa utilizar a modificação do módulo de elasticidade como forma de se anular os elementos selecionados, uma vez que a última exige um maior custo computacional.

O método de otimização estrutural evolucionário (OEE) é simples, de fácil compreensão e pode ser implementado em qualquer código comercial.

6. REFERÊNCIAS

- Babuska, I; Zienkiewicz, O.C.; Gago, J; Oliveira, E.R.A., "Accuracy estimates and adaptive refinements in finite element computations.", John Wiley & Sons – 1986
- Cook, R.D., Malkus, D.S. and Plesha, M.E., 1989, "Concepts and applications of finite element analysis", 3rd edn, John Wiley & Sons, New York.
- Hemp, W. S., "Michell's structural continua. In Optimal Structures", 1973, Clarendon Press, Oxford.
- Nha Chu, D.N., Xie, Y.M., Hira, A. and Steven, G.P., "Evolutionary structural optimization for problems with stiffness constraints ", Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 21, (1996), pp. 239-251.
- Silva, J.A.B., Pavanello R., Evolutionary structural optimization using finite element method. IX Seminário de Elementos Finitos - ANSYS. São Paulo SP, Brasil, 09 e 10 de Novembro, 1999. 20 pp. (CD ROM).
- Silva J.A.B., Pavanello R., Evolutionary structural optimization using finite element method. SAE Technical Paper Series 1999-013033E. VIII Internacional Mobility Technology Conference & Exhibit. São Paulo , Brazil , October 4 to 6, 1999. 7 pp. (CD ROM). ISSN 0148-7191.
- Xie, Y.M, Steven, G.P., 1997, "Evolutionary structural optimization " 1st edn, Springer-Verlag, London.
- Xie, Y.M, Steven, G.P., "Evolutionary structural optimization for dynamic problems", Computer and Structures, Vol. 58, 6, pp 1067-1073, (1996).
- Xie, Y.M, Steven, G. P., "A simple evolutionary procedure for structural optimization", Computer and Structures, Vol. 49, 5, pp 885-896, (1993).
- Zhao, C. B., Steven, G. P., Xie, Y.M, "Evolutionary optimization of maximizing the difference between two natural frequencies of a vibration structure", Structural Optimization, 13, (1997), pp148-154, © Springer-Verlag.
- Zhao, C. B., Steven, G. P., Xie, Y.M, "Effect of initial nodesign domain on optimal topologies of structures during natural frequency optimization", Computer and Structures, Vol. 62, 1, pp 119-131, (1997).
- Zienkiewicz, O. C., Zhu, J. Z., "A simple error estimator and adaptive procedure for practical engineering analysis", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 24, pp. 337-357 (1987).