

PROJETO DE ENGRENAGENS DE DENTES RETOS COM PERFIL EVOLVENTAL

Francisco Iلسon da Silva Júnior

Universidade Federal do Ceará, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Mecânica, Fortaleza - Ce, Brasil. E-mail: petmec@dem.ufc.br

Roberto de Araújo Bezerra

Universidade de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Campinas - SP, Brasil. E-mail: roberto@fem.unicamp.br

Resumo

No projeto e seleção de engrenagens para transmissão de movimento, torna-se difícil compreender os elementos constituintes de um perfil evolvental. Com o uso de *software* gráfico de fácil interação, consegue-se uma ótima interpretação. No presente trabalho foi desenvolvido um programa com diversas rotinas que possibilitam ao usuário a escolha de um conjunto de engrenagens a partir de dados propostos. Entre estes, citam-se as condições de trabalho, materiais para as engrenagens, etc. A linguagem de programação utilizada foi o LISP (*List Processing*), a qual se mostrou bastante adaptada em um ambiente CAD (*Computer Aided Design*). Este programa é acessado através de quadros de diálogos simples e de ampla visualização dos parâmetros do projeto do perfil evolvental. Com a utilização de normas, pôde-se aplicar fatores de correção com o intuito de se determinar as tensões de resistências e as de solicitações do conjunto, obtendo de tal forma, um conjunto confiável e seguro para desempenhar o trabalho o qual foi projetado.

Palavras-chave: Engrenagens, Evolvental, LISP, CAD

1. INTRODUÇÃO

O perfil evolvental é um dos perfis mais utilizados na geração de dentes de engrenagens cilíndricas de dentes retos. Desta forma, alguns processos de fabricação são bastante difundidos, tendo assim suas características dimensionais e construtivas padronizadas. A grande utilização do perfil evolvental em relação a outros deve-se a algumas vantagens. Dentre as quais pode-se destacar: o fato de que a distância entre centros de duas engrenagens de perfil evolvental poder variar sem alterar a razão de velocidades e ainda ser de fácil fabricação.

Com intuito de se entender, de forma mais clara, a construção de um perfil evolvental, faz-se necessária definição de alguns parâmetros básicos de uma engrenagem.

d - Diâmetro primitivo	h - Altura do dente
d_h - Diâmetro de cabeça	p_f - passo linear frontal
d_f - Diâmetro de pé	p_b - passo de base
d_b - Diâmetro de base	$g\alpha$ - comprimento de transmissão
h_h - Altura de cabeça ou adendo	$\epsilon\alpha$ - razão frontal de transmissão
h_f - Altura de pé ou dedendo	

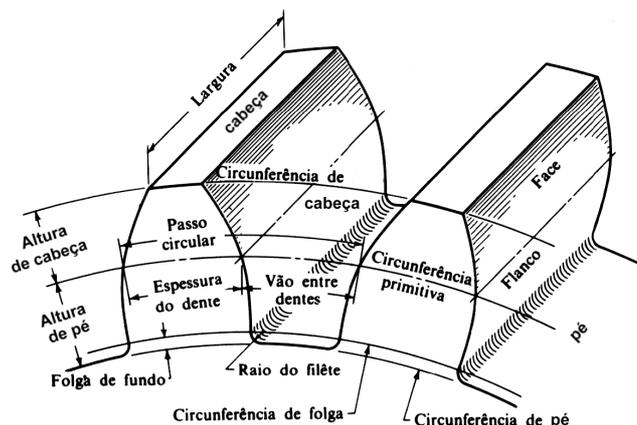


Figura 1. Elementos presentes em uma engrenagem (Buckingham, 1988)

2. NORMALIZAÇÃO DA ENGRENAGEM

Para a construção de um perfil evolvental normalizado, faz-se necessário o conhecimento das relações existentes entre os seus elementos. Formalizou-se uma padronização denominada de módulo (m), na qual para um número de dentes da engrenagem (z), tem-se as seguintes relações:

$$d = m \cdot z \quad (1)$$

$$2h_h = d_h - d \text{ sendo } h_h = (1 + x_c) \cdot m \Rightarrow (\text{normalização}) \quad (2)$$

$$2h_f = d - d_f \text{ sendo } h_f = (1,25 - x_c) \cdot m \Rightarrow (\text{normalização}) \quad (3)$$

O coeficiente x_c representa a correção do dente.

$$2h = d_h - d_f \text{ ou } h = h_h + h_f \text{ sendo } h = 2,25 \cdot m \Rightarrow (\text{normalização}) \quad (4)$$

$$p_f = \frac{\pi \cdot d}{z} \text{ ou } p_f = \pi \cdot m \quad (5)$$

$$d_b = d \cdot \cos \mu \quad (6)$$

Onde μ representa o ângulo de pressão da engrenagem.

$$g\alpha = \sqrt{(r_{hp})^2 - (r_{bp})^2} + \sqrt{(r_{hg})^2 - (r_{bg})^2} - a \cdot \sin \mu, \text{ sendo } a = \frac{d_p + d_g}{2} \quad (7)$$

$$\varepsilon\alpha = \frac{g\alpha}{p_b}, \text{ onde } p_b = \frac{\pi \cdot d_b}{z} \quad (8)$$

3. TRAÇADO DO PERFIL DO DENTE

Para se realizar o traçado do perfil de engrenagens existem diversos métodos. Os métodos gráficos são os mais simples e fáceis de executar, porém os métodos analíticos são mais precisos. No trabalho de Milovici & Turrin (1983), há a descrição de um programa para gerar perfis de engrenagens, o qual é baseado em métodos analíticos.

Na Figura 2, nota-se o traçado de uma curva evolvente em conjunto com uma trocóiide, as quais, juntas representam o perfil de um dente de engrenagem.

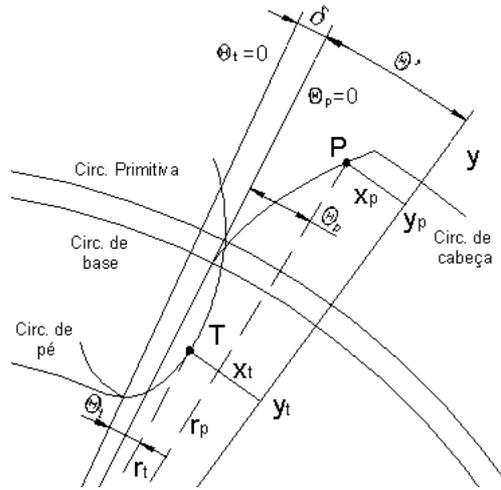


Figura 2. Curvas Evolvente e Trocói

A solução analítica pode ser descrita pelas seguintes equações:

- As coordenadas cartesianas de um ponto P pertencente a curva evolvente em relação a um sistema de coordenadas situado no centro da engrenagem são:

$$X_p = r_p \cdot \sin(\theta' - \theta_p) \quad (9)$$

$$Y_p = r_p \cdot \cos(\theta' - \theta_p) \quad (10)$$

onde r_p é o raio vetor do Ponto P

$$\theta' = \frac{\pi}{2z} + \frac{2x_c}{z} \cdot \tan \mu + \text{Ev}(\mu) \quad (11)$$

$$\theta_p = \text{Ev}(\alpha_p) = \tan(\alpha_p) - \alpha_p \quad (12)$$

$$\alpha_p = \arccos\left(\frac{r_b}{r_p}\right), \text{ sendo } r_b \text{ o raio de base} \quad (13)$$

- As coordenadas cartesianas de um ponto T pertencente a curva trocói em relação a um sistema de coordenadas situado no centro da engrenagem são:

$$X_T = r_t \cdot \sin(\theta' + \delta - \theta_t) \quad (14)$$

$$Y_T = r_t \cdot \cos(\theta' + \delta - \theta_t) \quad (15)$$

onde r_t é o raio vetor do Ponto T;

$$\theta_t = \arctan\left(\frac{\sqrt{r_t^2 - (r - h_f)^2}}{r - h_f}\right) - \frac{\sqrt{r_t^2 - (r - h_f)^2}}{r} \quad (16)$$

onde r é o raio primitivo da engrenagem

$$\delta = \mu - \frac{(r - h_f) \cdot \tan \mu}{r} \quad (17)$$

4. PROJETO DE ENGRENAGENS

A filosofia para Projeto de engrenagens cilíndricas de dentes retos parte do cálculo das tensões solicitantes ao par de rodas, conjunto de fatores que contribuem para falha do mecanismo. Em contrapartida também são determinados os valores das resistências obtidas devido a sua construção geométrica e do emprego correto de materiais e tratamentos térmicos.

Em busca dos valores de coeficientes de segurança, determina-se qual a confiabilidade e o grau de qualidade obtidos na seleção e projeto de tais engrenagens, servindo de base para modificações futuras.

Existem basicamente dois modos de falha que podem afetar um dente de uma engrenagem, a fratura por fadiga devido a flutuação das tensões de flexão na raiz do dente ou a fadiga superficial, conhecido como *pitting*, na superfície do dente.

As equações de projeto utilizadas foram baseadas no processo de cálculo formulado pela AGMA (*American Gear Manufacturers Association*) (1988), o qual é discutido a seguir:

- Tensões solicitantes de flexão

$$\sigma_b = \frac{W_t}{F \cdot m \cdot J} \cdot \frac{K_a \cdot K_m}{K_v} \cdot K_s \cdot K_b \cdot K_i, \text{ em unidades do Sistema Internacional} \quad (18)$$

σ_b - tensão de flexão

W_t - carga aplicada ao dente, no ponto de contato entre as duas engrenagens

F - largura da engrenagem

J - fator geométrico de força; depende do tipo de carregamento e correção no dente, do ângulo de pressão e do número de dentes da engrenagem

K_v - coeficiente de correção sobre a velocidade de transmissão de potência; leva em consideração ainda a função ao qual o conjunto de Engrenagens irá desempenhar (índice de qualidade)

K_m - coeficiente de correção sobre a distribuição de carga sobre a área do dente

K_a - coeficiente de correção sobre a aplicação da potência motora e conduzida sobre os eixos das engrenagens, leva em consideração a existência de impactos e choques

K_b - coeficiente de correção sobre a espessura do aro do dente

K_s - coeficiente de correção sobre o tamanho do dente

K_i - coeficiente de correção que leva em consideração a presença de uma engrenagem intermediária

- Tensões solicitantes de superfície

$$\sigma_c = C_p \sqrt{\frac{W_t}{F \cdot I \cdot d} \cdot \frac{C_a \cdot C_m}{C_v} \cdot C_s C_f}, \text{ em unidades do Sistema Internacional} \quad (19)$$

σ_c - tensão de superfície

C_p - coeficiente de elasticidade, leva em consideração o projeto realizado com materiais diferentes para as duas engrenagens. É definido como:

$$C_p = \frac{1}{\sqrt{\pi \left[\left(\frac{1 - \nu_p^2}{E_p} \right) + \left(\frac{1 - \nu_g^2}{E_g} \right) \right]}} \quad (20), \text{ onde:}$$

ν_p - coeficiente de Poisson da engrenagem 1
 ν_g - coeficiente de Poisson da engrenagem 2
 E_p - módulo de Young da engrenagem 1
 E_g - módulo de Young da engrenagem 2

I - fator geométrico de superfície. É definido como sendo:

$$I = \frac{\cos \mu}{\left(\frac{1}{\rho_p} + \frac{1}{\rho_g} \right) \cdot d_p} \quad (21), \text{ onde } \rho \text{ representa os raios de curvatura no ponto de contato.}$$

$$\rho_p = \sqrt{[r_p + m \cdot (1 + x_c)]^2 - (r_p \cdot \cos \mu)^2} - p_f \cdot \cos \mu \quad (22)$$

$$\rho_g = (r_p + r_g) \cdot \sin \mu - \rho_p \quad (23)$$

C_v - coeficiente de correção com definição e aplicação semelhante a K_v

C_m - coeficiente de correção com definição e aplicação semelhante a K_m

C_a - coeficiente de correção com definição e aplicação semelhante a K_a

C_s - coeficiente de correção com definição e aplicação semelhante a K_s

C_f - coeficiente de correção sobre o grau de acabamento superficial do dente

- Tensões resistentes de flexão

$$S_{fb} = \frac{K_L}{K_T \cdot K_R} S'_{fb}, \text{ em unidades do Sistema Internacional} \quad (24)$$

S_{fb} - limite de resistência à flexão da engrenagem

K_L - coeficiente de correção que leva em consideração o número de rotações que a engrenagem irá desempenhar antes do aparecimento do *pitting*

K_T - coeficiente de correção com relação a temperatura de trabalho

K_R - coeficiente de correção que leva em consideração a confiabilidade nos dados estatísticos e empíricos obtidos para determinação dos parâmetros e coeficientes

S'_{fb} - limite de resistência à flexão da engrenagem sem as correções, função da dureza do material escolhido para fabricar a engrenagem

- Tensões resistentes de superfície

$$S_{fc} = \frac{C_L \cdot C_H}{C_T \cdot C_R} S'_{fc}, \text{ em unidades do Sistema Internacional} \quad (25)$$

S_{fc} - limite de resistência ao desgaste superficial da engrenagem

C_L - coeficiente de correção com definição e aplicação semelhante a K_L

C_T - coeficiente de correção com definição e aplicação semelhante a K_T

C_R - coeficiente de correção com definição e aplicação semelhante a K_R

C_H - coeficiente de correção com relação ao grau de endurecimento entre as engrenagens

S'_{fc} - limite de resistência ao desgaste superficial da engrenagem sem as correções, função da dureza do material escolhido para fabricar a engrenagem

Os fatores de segurança são importantes parâmetros que reproduzem a confiança no projeto. Estes podem ser calculados para o projeto de engrenagens da seguinte forma:

Segurança com relação a flexão

$$N_{fb} = \frac{S_{fb}}{\sigma_b} \quad (26)$$

Segurança com relação ao desgaste superficial

$$N_{fc} = \left(\frac{S_{fc}}{\sigma_c} \right)^2 \quad (27)$$

5. PROGRAMA EM LISP

Foi utilizado a linguagem LISP para desenvolver as rotinas e sub-rotinas para implementar o projeto e seleção de engrenagens. Os parâmetros e coeficientes são determinados a partir das condições propostas pelo usuário. Posteriormente pode-se verificar os valores de segurança, gerar o perfil evolvental e visualizar a construção tridimensional em um ambiente CAD.

Foram definidas duas formas de selecionar um par de engrenagens de dentes retos e perfil evolvental. Uma primeira modalidade, a distância entre eixos é dado de entrada de tal forma a se determinar o módulo para a engrenagem a partir de uma dada relação de transmissão pré-estabelecida. Em outra rotina, o usuário entra com outros dados, tendo maior liberdade para modificar o projeto inicial, o módulo agora é dado de entrada.

Os valores dos números de dentes, correção e ângulo de pressão são discretos, ou seja são valores pré-estabelecidos, porém suficientes para se realizar e adequar o projeto de seleção de engrenagens.

Com auxílio de um DLC (*Dialog Language Control*), criaram-se quadros de diálogos, descritos nas Figuras 3 e 6, nas quais se mostram em ampla visualização, as condições de trabalho do conjunto de engrenagens.

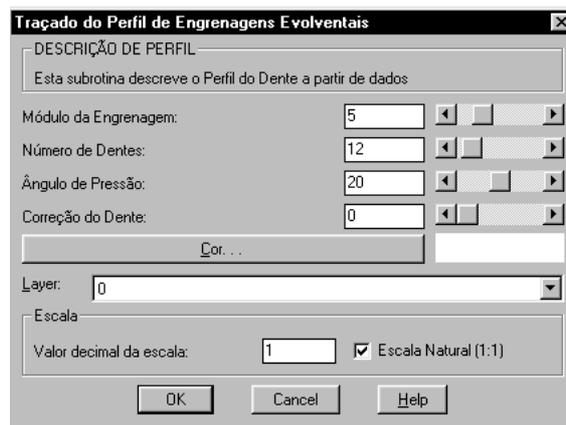


Figura 3. Quadro de diálogo para construção do perfil da engrenagem

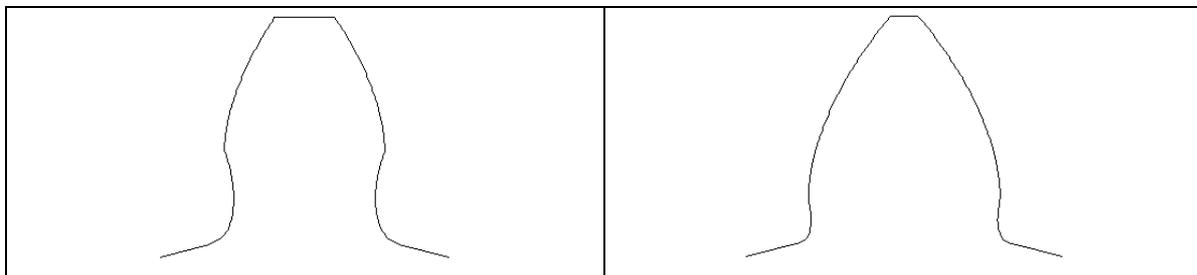


Figura 4. Perfil de um dente de uma engrenagem evolvental
 $m=5$, $z=12$, $\mu=20^{\circ}$, $x_c = 0$

Figura 5. Perfil de um dente de uma engrenagem evolvental
 $m=5$, $z=12$, $\mu=20^{\circ}$, $x_c = 0,5$

Figura 6. Quadro de diálogo para construção da engrenagem – “Projeto 1”

Vale destacar que o projeto da chaveta (elemento de fixação da engrenagem a um eixo) é concebido a partir de um padrão ASME (*American Society of Mechanical Engineers*) (1967). A chaveta escolhida é quadrada e paralela, sendo o valor de sua aresta, função do diâmetro do furo escolhido.

6. RESULTADOS DE PROJETO 1

Com a aplicação de “Projeto 1” com os dados propostos no quadro de diálogo (Figura 6), chega-se aos seguintes resultados e parâmetros geométricos determinados pela sub-rotina “pro_param”. Na Figura 7, tem-se os valores dos parâmetros calculados.

```

***** DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS GEOMÉTRICOS DA ENGENHAGEM *****
.....
0 valor do módulo das duas engrenagens (mm) é == 4
0 valor do número de dentes da 1a. Engrenagem é == 21
0 valor do número de dentes da 2a. Engrenagem é == 26
0 valor da relação de transmissão [mg] é == 1.2381
0 valor da espessura das engrenagens (mm) é == 51.0638
0 valor do ângulo de pressão das duas rodas (graus) é == 20.0
0 valor do passo linear das duas rodas (mm) é == 13.3685
0 valor do diâmetro primitivo da 1a. Engrenagem (mm) é == 89.3617
0 valor do diâmetro primitivo da 2a. Engrenagem (mm) é == 110.638
0 valor da distância entre eixos (mm) é == 100.0
0 valor do diâmetro externo da 1a. Engrenagem (mm) é == 97.8723
0 valor do diâmetro externo da 2a. Engrenagem (mm) é == 119.149
0 valor do diâmetro interno da 1a. Engrenagem (mm) é == 78.7234
0 valor do diâmetro interno da 2a. Engrenagem (mm) é == 100.0
0 valor do diâmetro de base da 1a. Engrenagem (mm) é == 83.9725
0 valor do diâmetro de base da 2a. Engrenagem (mm) é == 103.966
0 valor da altura do dente é (mm) == 9.57447
0 valor do diâmetro do furo da 1a. Engrenagem é (mm) == 20.0
0 valor do diâmetro do furo da 2a. Engrenagem é (mm) == 25.0
0 valor da largura da chaveta na 1a. Engrenagem é (mm) == 4.7498
0 valor da largura da chaveta na 2a. Engrenagem é (mm) == 6.35
.....
0 valor do comprimento de transmissão (g alfa) (mm) é == 20.0369
0 valor da razão frontal de transmissão (e alfa) é == 1.59501
Tecla F2 para Continuar ...

```

Figura 7. Resultados dos parâmetros geométricos da engrenagem – “Projeto 1”

O conjunto de engrenagens construído é descrito na Figura 8.

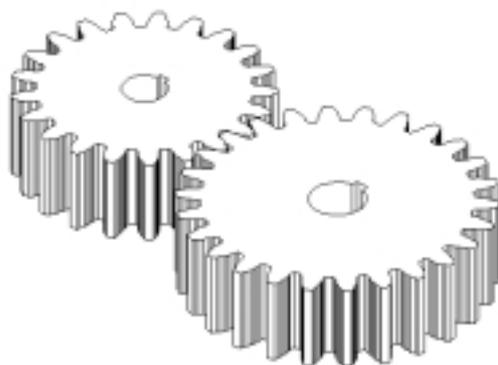


Figura 8. Projeto de um par de Engrenagens obtido a partir da rotina “Projeto 1”

Aplicando agora a sub-rotina “pro_tens”, determinam-se os valores de resistência, solicitação e segurança para as duas engrenagens. Os resultados de projeto são descritos, a seguir, na Figura 9.

```

***** PROJETO DE ENGENHAGENS DE DENTES RETOS E PERFIL EVOLVENTAL *****
-----
O valor da resistência quanto a flexão da 1a. Roda é (MPa) == 235
O valor da resistência quanto a flexão da 2a. Roda é (MPa) == 213
O valor da resistência quanto ao desgaste da 1a. Roda é (MPa) == 747
O valor da resistência quanto ao desgaste da 2a. Roda é (MPa) == 653
O valor da solicitação quanto a flexão da 1a. Roda é (MPa) == 53
O valor da solicitação quanto a flexão da 2a. Roda é (MPa) == 51
O valor da solicitação quanto ao desgaste da 1a. Roda é (MPa) == 510
O valor da solicitação quanto ao desgaste da 2a. Roda é (MPa) == 459
O valor da segurança quanto a flexão da 1a. Roda é == 4.39652
O valor da segurança quanto a flexão da 2a. Roda é == 4.15186
O valor da segurança quanto ao desgaste da 1a. Roda é == 2.13886
O valor da segurança quanto ao desgaste da 2a. Roda é == 2.02225
-----
Tecle F2 para Continuar ...
  
```

Figura 9. Resultados da seleção obtida a partir da rotina “Projeto 1”

7. CONCLUSÃO

Os resultados se mostraram compatíveis com os valores obtidos de segurança em relação aos processos de falha. A experiência na seleção de materiais é um ponto chave para o projeto de engrenagens. O programa proposto mostrou-se ser de fácil interação com o usuário, podendo facilmente ser implementado no estudo dos elementos de um perfil evolvental.

8. REFERÊNCIAS

- AGMA, 1988, “Fundamental rating factors and calculation methods for involute spur and helical gear teeth”, ANSI/AGMA Standard 2001-B88, Alexandria, Va.
- AGMA, 1989, “Geometry factors for determining the pitting resistance and bending strength of spur, helical and herringbone gear teeth”, ANSI/AGMA Standard 908-B89, Alexandria, Va.
- ASME, 1967, “Keys and Keyseats”, ANSI/ASME Standard B17.1 and B17.2, New York, USA.
- Buckingham, E., 1988, “Analytical Mechanics of Gears”, Editor Dover, USA.
- Milovici, M. & Turrin, M., 1983, “Traçado do perfil de engrenagens cilíndricas de evolvente”, Revista Mundo Mecânico, Rio de Janeiro, Brasil, pp. 2-7.