



## ESTUDO NUMÉRICO DE BARREIRAS ACÚSTICAS

**Guilherme S. Papini**

**Marcos V. Bortolus**

Universidade Federal de Minas Gerais / Dep. Eng. Mecânica

Av. Antônio Carlos, 6627 - 31270-901 – Belo Horizonte – Minas Gerais - Brasil

papini@demec.ufmg.br

borta@vesper.demec.ufmg.br

***Resumo.** O objetivo do presente trabalho é desenvolver um método de análise de barreiras acústicas baseado no Método dos Elementos de Contorno, que tem se mostrado bastante eficiente principalmente nos casos de propagação de ruído em campo aberto. Na aplicação do método ao caso de barreiras acústicas, considera-se entre outros efeitos, a interferência do solo. Com este procedimento pode-se calcular a perda por inserção ao se acrescentar uma barreira no domínio aberto entre a fonte de ruído e o receptor.*

***Palavras-chave:** Barreira de ruído, Simulação numérica, Método dos elementos de contorno, Acústica ambiental.*

### 1. INTRODUÇÃO

A barreira acústica (ou de ruído) é a proteção mais comum usada contra a propagação de ondas sonoras na acústica exterior, segundo Duhamel (1996). Basicamente essa barreira se comporta como um obstáculo entre a fonte emissora e o receptor, proporcionando a atenuação do ruído através da dispersão das ondas acústicas. Desta forma, os níveis de pressão sonora, expressos em decibel (dB), podem se tornar aceitáveis no campo acústico que envolve o receptor. Estudos teóricos, segundo Duhamel (1996); Watts et al. (1994), Lacerda et al. (1997), Muradali et al. (1996), Hothersall et al. (1991), Piacentini et al. (1996), Van Leuwen (1996), Fyfe et al. (1995), Li et al. (1994) e aplicações práticas, segundo Bicker (1998), demonstram a eficiência das barreiras acústicas quanto a atenuação de ruído pretendida e alcançada.

Diversas técnicas analíticas e numéricas, baseadas no entendimento do fenômeno físico da difração da onda sonora, tem sido desenvolvidas. Particularmente no estudo de barreiras acústicas, as técnicas analíticas apresentam limitações com relação a forma da barreira. Assim, técnicas numéricas, tais como o Método dos Elementos Finitos (MEF) e o Método dos Elementos de Contorno (MEC), permitem um aprimoramento de soluções práticas. O MEC tem se mostrado eficiente, principalmente nos casos que envolvem propagação de ruído em campo aberto, ou seja, casos em que o domínio de interesse se estende para o infinito.

O propósito deste trabalho é discutir um modelo acústico através do MEC direto bidimensional que produza soluções para o campo sonoro na região de uma barreira de ruído, na presença de um chão plano, infinito e totalmente reflexivo. Para testar a eficiência desse modelo numérico os resultados da perda por inserção (IL) são comparados com as soluções numéricas apresentadas por Fyfe et al. (1995), utilizando-se as frequências centrais das bandas de uma oitava. O desempenho de alguns tipos de barreiras são tabelados, aplicando-se a mesma metodologia apresentada por Hothersall et al. (1991), que permite a obtenção de índices de eficiência acústica relativa média.

## 2. MODELO MATEMÁTICO

Considerando-se a equação linearizada da onda acústica, harmônica no tempo, tem-se a Equação de Helmholtz. Esta equação, segundo Ziomek (1995), é própria para resolver problemas bi e tridimensionais que envolvem a propagação de ondas sonoras através de um meio elástico e é apresentada abaixo:

$$\nabla^2 \phi + k^2 \phi = 0, \quad (1)$$

onde  $k$  é o número de onda em radianos por segundo,  $\phi$  é a velocidade potencial em função da posição dos pontos internos ao domínio de interesse  $\Omega$ . Esta equação exhibe modelos no domínio da frequência.

A pressão acústica  $p$  relaciona-se com o potencial de velocidade através da seguinte relação:

$$p = -j \omega \rho_0 \phi, \quad (2)$$

onde  $\omega$  é a frequência angular (rad/s),  $\rho_0$  é a densidade de equilíbrio do meio ( $\text{kg/m}^3$ ).

## 3. MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO APLICADO À EQUAÇÃO DE HELMHOLTZ

### 3.1. Equação Integral de Contorno

Aplicando o método dos resíduos ponderados, pela introdução de uma função ponderadora  $u^*$ , a Eq. (1) é transformada em uma equação integral:

$$\int_{\Omega} u^* (\nabla^2 \phi + k^2 \phi) d\Omega = 0. \quad (3)$$

Através da identidade vetorial,

$$u^* \nabla^2 \phi = \nabla \cdot (u^* \nabla \phi) - \nabla u^* \cdot \nabla \phi, \quad (4)$$

a Eq. (3) pode ser reescrita como:

$$\int_{\Omega} \left( \nabla \cdot (u^* \nabla \phi) - \nabla u^* \cdot \nabla \phi + k^2 \phi u^* \right) d\Omega = 0. \quad (5)$$

Aplicando o Teorema do Divergente no primeiro termo da Eq. (5), a integral de domínio  $\Omega$  pode ser relacionada com a integral de contorno  $\Gamma$  para as duas funções  $\phi$  e  $u^*$  e a Eq. (5) é reescrita como:

$$\int_{\Gamma} u^* \frac{\partial \phi}{\partial \bar{n}} + \int_{\Omega} \left( -\nabla u^* \cdot \nabla \phi + k^2 \phi u^* \right) d\Omega = 0. \quad (6)$$

Através de identidade vetorial, a Eq. (6) é reescrita por:

$$\int_{\Gamma} u^* \frac{\partial \phi}{\partial \bar{n}} d\Gamma + \int_{\Omega} \left( -\nabla \left( \phi \nabla u^* \right) + \phi \nabla^2 u^* + u^* k^2 \phi \right) d\Omega = 0. \quad (7)$$

Aplicando novamente o Teorema do Divergente no segundo termo da Eq. (7), tem-se:

$$\int_{\Gamma} -u^* \frac{\partial \phi}{\partial \bar{n}} d\Gamma + \int_{\Gamma} \phi \frac{\partial u^*}{\partial \bar{n}} d\Gamma = \int_{\Omega} \left( \nabla^2 u^* + u^* k^2 \right) \phi d\Omega. \quad (8)$$

Esta é a Equação Geral, ponto de partida para a Equação Integral no Contorno. Assim, para deduzir a formulação integral no contorno é necessário selecionar a função ponderadora  $u^*$ , que satisfaça a equação que rege o domínio e represente a solução para o potencial concentrado no ponto  $\vec{r}_0$ , tal que:

$$\nabla^2 u^* + k^2 u^* + \Delta(\vec{r}_0) = 0, \quad (9)$$

onde  $\Delta(\vec{r}_0)$  representa a função Delta de Dirac, termo não homogêneo, sem qualquer condição de contorno e definido como uma função que vai para o infinito no ponto  $\vec{r} = \vec{r}_0$  e igual a zero em qualquer outro ponto. A integral de  $\Delta(\vec{r}_0)$  sobre o domínio é igual a 1, onde  $\vec{r}_0$  é o ponto de colocação.

A função ponderadora utilizada, será chamada de solução fundamental. Devido à propriedade da função Delta de Dirac, a integral da mesma multiplicada por qualquer outra função é igual ao valor da função neste ponto, ou seja:

$$\int_{\Omega} \left( \nabla^2 u^* + k^2 u^* \right) \phi d\Omega = \int_{\Omega} \left( -\Delta(\vec{r}_0) \right) \phi d\Omega = -\phi(\vec{r}_0), \quad (10)$$

onde  $\phi(\vec{r}_0)$  representa o valor da função desconhecida no ponto em consideração. Assim, a partir da Eq. (8) e Eq. (9), tem-se:

$$\int_{\Gamma} u^*(\vec{r}, \vec{r}_0) \frac{\partial \phi(\vec{r})}{\partial \bar{n}(\vec{r})} d\Gamma(\vec{r}) - \int_{\Gamma} \phi(\vec{r}) \frac{\partial u^*(\vec{r}, \vec{r}_0)}{\partial \bar{n}(\vec{r})} d\Gamma(\vec{r}) = \phi(\vec{r}_0). \quad (11)$$

A Eq. (11) mostra que é possível solucionar a Eq. (3) em qualquer ponto  $\vec{r}_0$  interior ao domínio  $\Omega$ , utilizando apenas integrais ao longo do contorno  $\Gamma$ . Porém, no Método dos Elementos de Contorno, a Eq. (11) é resolvida no contorno da barreira acústica. Desta forma, quando o ponto  $\vec{r}_0$  tende para o contorno, segundo Ciskowski et al. (1991), tem-se:

$$\int_{\Gamma} u^* \frac{\partial \phi}{\partial \vec{n}} d\Gamma - \int_{\Gamma} \phi \frac{\partial u^*}{\partial \vec{n}} d\Gamma = c(\vec{r}_0) \phi(\vec{r}_0), \quad (12)$$

onde o termo  $c(\vec{r}_0)$  depende da geometria do contorno e da posição do ponto  $\vec{r}_0$ . O termo  $c(\vec{r}_0) = 1/2$  no contorno.

### 3.2. Discretização da Equação Integral de Contorno

No meio acústico bidimensional, o contorno da barreira é discretizado em N elementos. Neste trabalho, foram utilizados elementos de contorno constantes. Assim, a partir da Eq. (12) pode-se escrever:

$$\frac{1}{2} \phi(\vec{r}_0) + \sum_{j=1}^N \phi_j \int_{\Gamma_j} \frac{\partial u^*}{\partial \vec{n}} d\Gamma = \sum_{j=1}^N \frac{\partial \phi_j}{\partial \vec{n}} \int_{\Gamma_j} u^* d\Gamma + \phi^I(\vec{r}_0), \quad (13)$$

onde  $\phi^I(\vec{r}_0)$  representa o potencial incidente devido a presença de uma fonte sonora. As integrais de contorno  $\Gamma_j$  são chamadas de coeficientes de influência, pois relacionam a influência no ponto  $\vec{r}_0$ , quando a solução fundamental é integrada sobre o elemento  $j$ . Denominando as integrais, tem-se:

$$G_{ij} = \int_{\Gamma_j} u^* d\Gamma ; H_{ij} = \int_{\Gamma_j} \frac{\partial u^*}{\partial \vec{n}} d\Gamma, \quad (14)$$

onde i representa o ponto de colocação e j o elemento em consideração a ser integrado.

## 4. EVOLUÇÃO DAS INTEGRAIS DE CONTORNO DAS MATRIZES G E H

A formulação direta do MEC aplicada à Equação de Helmholtz foi validada para os casos de radiação e dispersão acústica em cilindros bidimensionais, segundo Papini et al. (1998). Seqüencialmente, partiu-se para o estudo de barreiras acústicas. Porém, na solução de problemas de barreiras onde existe um plano infinito é recomendada a utilização da solução fundamental conhecida como Função de Green do semi-espço, segundo Hothersall et al. (1991); manual do software Sysnoise (1993); Piacentini et al. (1996); Ciskowski et al. (1991). Esta solução fundamental é deduzida aplicando-se o método das imagens. Este método permite a remoção da contribuição do plano infinito à equação integral de contorno, não sendo necessária uma discretização do chão através de elementos de contorno. A vantagem dessa formulação está no ganho de tempo computacional e na precisão dos resultados.

A seguir será apresentada a formulação do semi-espaço para o cálculo dos elementos de influência não singulares e singulares das matrizes G e H, aplicando-se a integração numérica pela regra da quadratura gaussiana.

#### 4.1. Cálculo dos Elementos Não Singulares das Matrizes G e H

Para os elementos não singulares da matriz G, tem-se:

$$G_{ij} = \sum_{m=1}^{nptg} \left\{ \frac{i}{4} J_0(K \cdot R(\xi_m)) \cdot W_m \frac{L}{2} - \frac{1}{4} Y_0(K \cdot R(\xi_m)) \cdot W_m \frac{L}{2} \right\} + \left\{ \frac{i}{4} J_0(K \cdot R_1(\xi_m)) \cdot W_m \frac{L}{2} - \frac{1}{4} Y_0(K \cdot R_1(\xi_m)) \cdot W_m \frac{L}{2} \right\}, \quad (15)$$

onde nptg é o número de pontos de Gauss. A segunda parte do lado direito da Eq. (15) representa a influência da imagem do elemento j em si mesmo. A variável  $R_1$  é a distância dos pontos de integração do elemento imagem até o ponto de colocação do elemento j.

Para os elementos não singulares da matriz H, tem-se:

$$H_{ij} = \sum_{m=1}^{nptg} \left\{ -\frac{i \cdot k}{4} J_1(k \cdot R(\xi_m)) \cdot W_m \frac{L}{2} + \frac{k}{4} Y_1(k \cdot R(\xi_m)) \cdot W_m \frac{L}{2} \right\} \cdot \frac{\partial R(\xi_m)}{\partial \bar{n}} + \left\{ -\frac{i \cdot k}{4} J_1(k \cdot R_1(\xi_m)) \cdot W_m \frac{L}{2} + \frac{k}{4} Y_1(k \cdot R_1(\xi_m)) \cdot W_m \frac{L}{2} \right\} \cdot \frac{\partial R_1(\xi_m)}{\partial \bar{n}}, \quad (16)$$

onde a segunda parte do lado direito da Eq. (16) representa a influência da imagem do elemento j em si mesmo.

#### 4.2. Cálculo dos Elementos Singulares das Matrizes G e H

Os elementos  $G_{ii}$  da diagonal requerem manuseio especial. Assim, expandindo a função de Hankel, tem-se:

$$G_{ii} = \int_{X_1}^{X_2} \frac{i}{4} H_0^1(k \cdot R) \cdot d\Gamma = -\frac{1}{4} \cdot \int_{X_1}^{X_2} Y_0(k \cdot R) \cdot d\Gamma + \frac{i}{4} \cdot \int_{X_1}^{X_2} J_0(k \cdot R) \cdot d\Gamma, \quad (17)$$

onde  $X_1$  e  $X_2$  são as coordenadas das extremidades do elemento. A segunda integral do lado direito da Eq. (17) pode ser resolvida numericamente, pois não há casos de singularidade presentes na função de Bessel de primeira espécie. As atenções se voltam para a primeira integral do lado direito da Eq. (17). Para integrá-la, deve-se primeiro realizar uma troca de coordenadas para as coordenadas normalizadas  $\xi$  sobre o elemento. No caso de elementos de contorno constantes esta integral pode ser resolvida analiticamente. À Eq. (17) é acrescentada a influência da imagem do elemento ii, que é dada por:

$$\text{Imag } G_{ii} = \sum_{m=1}^{nptg} \left\{ \frac{i}{4} J_0(K \cdot R_1(\xi_m)) \cdot W_m \frac{L}{2} - \frac{1}{4} Y_0(K \cdot R_1(\xi_m)) \cdot W_m \frac{L}{2} \right\}, \quad (18)$$

onde  $R_1$  é a distância dos pontos de integração do elemento imagem até o ponto de colocação do elemento  $i$ .

Para o cálculo do elemento  $H_{ii}$ , sabe-se que o vetor unitário normal à superfície de contorno e a coordenada desse elemento são perpendiculares, e que o raio de integração está sobre o próprio elemento, conseqüentemente  $\nabla R \cdot \vec{n} = 0$  e  $H_{ii} = \frac{1}{2}$ . Porém, soma-se a este valor a influência da imagem deste elemento  $ii$  através da seguinte equação:

$$\text{Imag } H_{ii} = \sum_{m=1}^{\text{nptg}} \left\{ -\frac{i \cdot k}{4} J_1(k \cdot R_1(\xi_m)) \cdot W_m \frac{L}{2} + \frac{k}{4} Y_1(k \cdot R_1(\xi_m)) \cdot W_m \frac{L}{2} \right\} \cdot \frac{\partial R_1(\xi_m)}{\partial \vec{n}} \quad (19)$$

## 5. RESULTADOS

As seguintes análises são realizadas através de um modelo bidimensional de uma barreira de ruído, utilizando-se uma linha de fontes coerentes, cujo eixo é paralelo ao eixo  $z$  da barreira, que é infinito. Desta forma, o ponto que representa a linha de fontes coerentes é posicionado 15m anterior a linha central da seção transversal da barreira e 0.5m acima do chão. Pontos receptores são posicionados posteriores a barreira a partir da linha de centro, a uma altura de 1.5m do chão. A barreira padrão é reta, rígida, com altura de 3m e espessura de 0.2m. Para representar esta geometria, utilizou-se uma malha com 64 elementos constantes, com comprimento igual a 0.1m. Este comprimento é suficiente para garantir a eficiência do modelo até a frequência de 500Hz. Esta geometria é mostrada na figura 1. Através deste modelo a perda por inserção (dB) foi calculada para vários receptores. As frequências utilizadas para as fontes coerentes, foram as frequências centrais das bandas de uma oitava, variando-se de 62.5Hz até 500Hz. Os resultados obtidos foram comparados com os apresentados por Fyfe et al. (1995) e são mostrados nas figuras 2, 3, 4, 5.

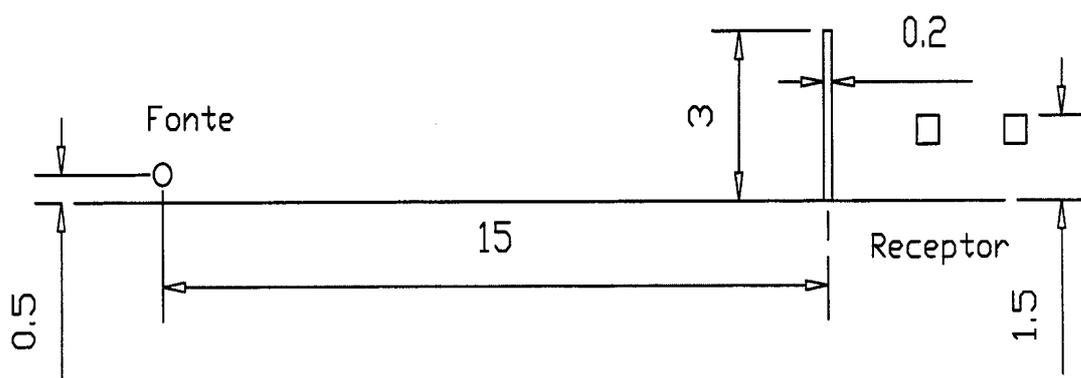


Figura 1 – Geometria padrão usada para validação do modelo

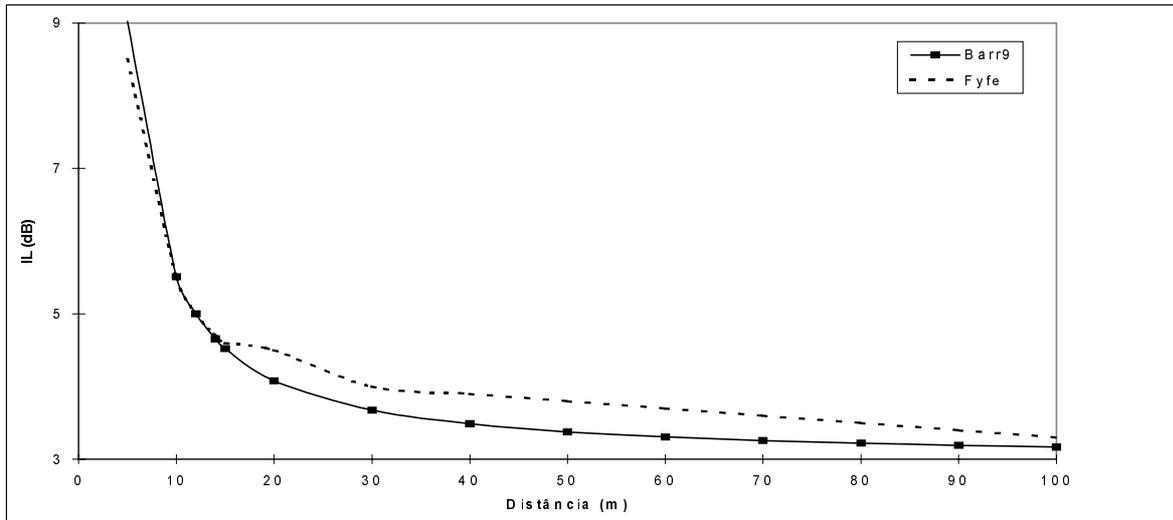


Figura 2 - Espectro da perda por inserção (dB) para a frequência de 62.5Hz.

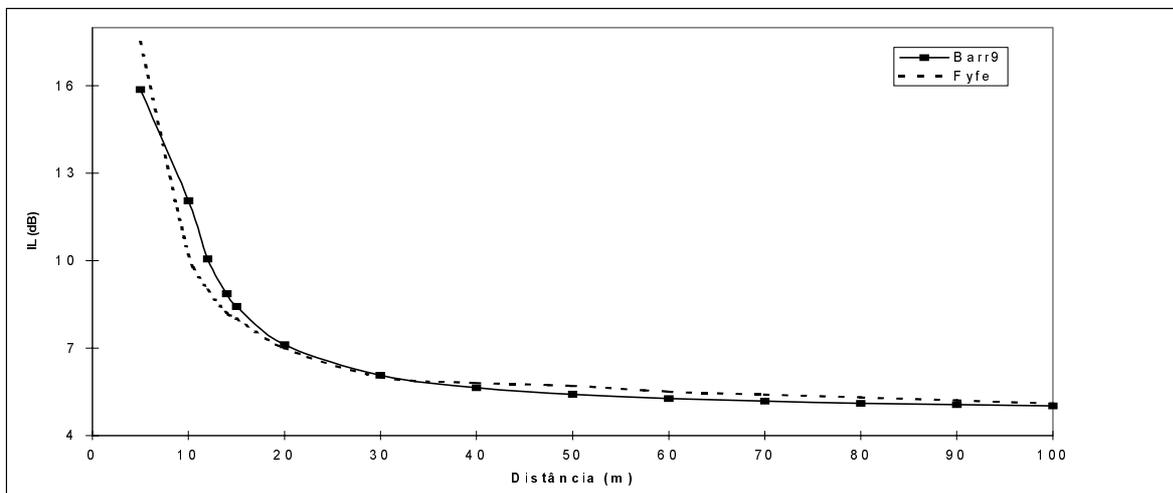


Figura 3 - Espectro da perda por inserção (dB) para a frequência de 125Hz.

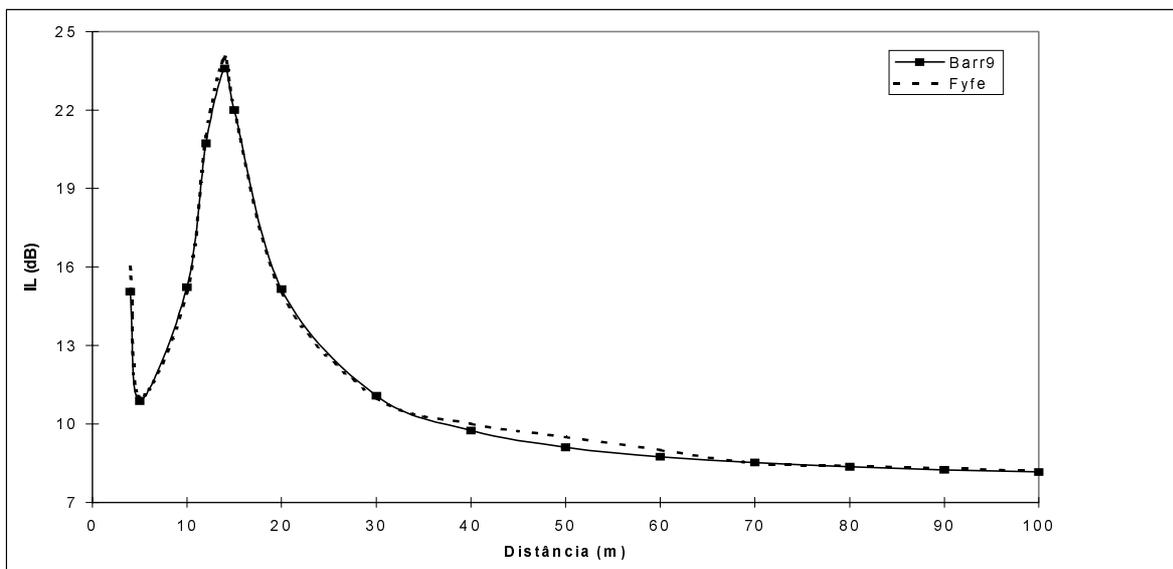


Figura 4 - Espectro da perda por inserção (dB) para a frequência de 250Hz.

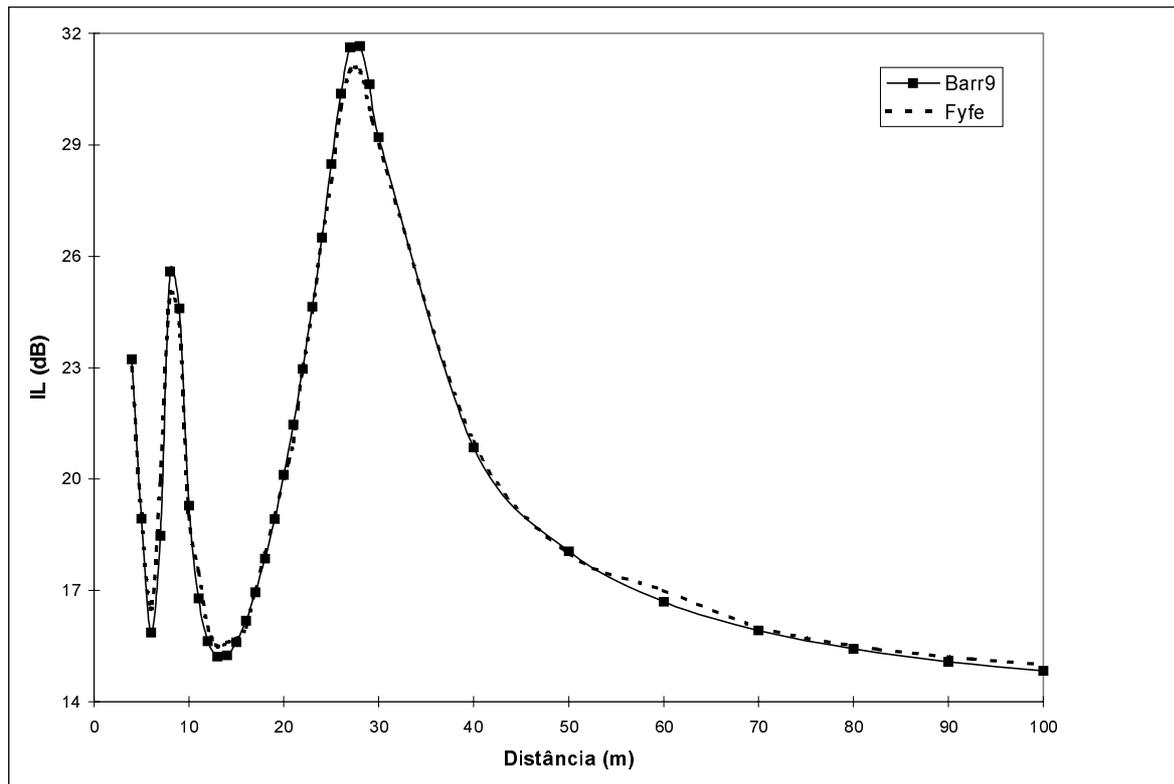


Figura 5 - Espectro da perda por inserção (dB) para a frequência de 500Hz.

A seguir será apresentado um estudo da eficiência relativa de vários tipos de barreiras acústicas. Esta eficiência é demonstrada calculando-se a perda por inserção relativa ( $\Delta$ ) e a perda por inserção relativa média ( $\Delta_{\text{média}}$ ) de cada tipo de barreira, para cinco posições de receptores, que são indicadas na tabela 1. As perdas por inserção para estas posições, utilizando-se uma fonte monofrequente de 500Hz, são apresentadas na tabela 2, para cada tipo de barreira. Os detalhes de cada tipo de barreira são mostrados na figura 6, onde o tipo A é tomado como padrão. Para cada receptor, a diferença,  $\Delta$ , entre a perda por inserção do tipo A e a perda por inserção para os tipos B, C, D e E também é indicada na tabela 2. O valor da eficiência média relativa,  $\Delta_{\text{medio}}$ , para cada barreira é dado na coluna final desta tabela. Os resultados apresentados representam uma simples estimativa da eficiência relativa de cada forma. As óbvias limitações desse estudo estão relacionadas aos seguintes itens: 1) utilização de uma única posição de fonte. 2) impossibilidade de uma definição precisa quanto a chamada 'região de sombra acústica'. 3) limitações do modelo 2D. Entretanto, esta análise apresenta-se útil na comparação de diferentes tipos, mostrando a influência de vários fatores na eficiência acústica da barreira.

Tabela 1 - Posição dos receptores em relação a barreira A, para uma fonte monofrequente de 500 Hz, localizada em  $x = -15$  e  $y = 0,5$ .

Posição dos receptores	D (m)	H (m)
1	20	0.0
2	20	1.5
3	50	0.0
4	50	1.5
5	100	1.5

Tabela 2 - Valores da perda por inserção, perda por inserção relativa e perda por inserção relativa média em relação a diferentes tipos de barreira.

Tipo	Posição dos receptores										
	1		2		3		4		5		$\Delta_{medio}$
	dB	$\Delta$	dB	$\Delta$	dB	$\Delta$	dB	$\Delta$	dB	$\Delta$	
A	11,04	0	16,31	0	10,05	0	13,58	0	10,45	0	0
B	9,8	-1,229	14,2	-2,12	8,8	-1,206	12,6	-0,942	9,3	-1,12	-1,324
C	8,22	-2,82	19,82	3,51	7,37	-2,68	8,93	-4,65	7,41	3,04	-1,937
D	14,37	3,3	14,5	-1,83	13,5	3,45	27,92	14,34	15,38	4,93	4,832
E	12,88	1,84	13,4	-2,91	11,96	1,91	19,1	5,5	13,0	2,55	1,778

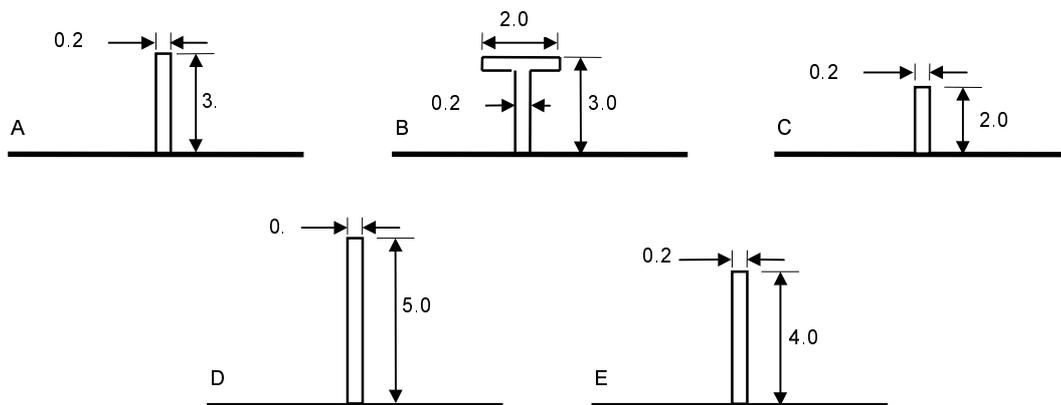


Figura 6 - Tipos de barreiras acústicas.

## 6. CONCLUSÕES

A formulação direta do Método dos Elementos de Contorno aplicada à Equação de Helmholtz, utilizando uma solução fundamental conhecida como Função de Green para o semi-espaço, é apropriada para análise de barreiras acústicas rígidas na presença de um chão infinito, plano, homogêneo e totalmente reflexivo. Os resultados obtidos por este modelo, utilizando-se elementos de contorno constante, apresentaram-se bastante coerentes com os da literatura utilizada. Desta forma, o modelo numérico mostrou-se robusto, sendo útil para predições do desempenho relativo de várias formas de barreiras na presença de fontes monofreqüentes. A altura da barreira foi o parâmetro que mais influenciou a atenuação conseguida nos receptores na presença de um chão rígido.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bicker, A.J. Utilização de barreiras acústicas absorventes para controle de ruído industrial. Anais Congresso Ibérico de Acústica, XXIX Jornada TecniAcústica 98, I Simpósio Ibérico-americano de Acústica, Portugal, 1998.

Ciskowiki, R.D., Brebbia, C.A. Boundary Element Methods in Acoustics. Southampton-Boston: Computational Mechanics Publications, 1991.

- Duhamel, D. Efficient calculation of the three-dimensional sound pressure field around a noise barrier. *Journal of Sound and Vibration*, v.197, n.5, p.547-571, 1996.
- Fyfe, K.R., Harrison, C.C. and Muradali, A. A study of 2D and 3D barrier insertion loss using the Boundary Element Method. *Applied Acoustics*, 1995.
- Hothersall, D.C., Chandler-Wilde, S.N., Hajmirzae, M.N. Efficiency of single noise barriers. *Journal of Sound and Vibration*, v.146, n.2, p.303-322, 1991.
- Muradali, A., Fyfe, K.R. A study of 2D and 3D barrier insertion loss using improved diffraction based methods. University of Alberta, Canada, 1996, p.1-41.
- Papini, G. S., Bortolus M. V. Formulação do Método dos Elementos de Contorno para Equação de Helmholtz em domínios bidimensionais. *Anais Congresso Ibérico de Acústica, XXIX Jornada Tecnológica Acústica 98, I Simpósio Ibérico-americano de Acústica, Portugal, 1998.*
- Piacentini, A., Invernizzi, A., M., Pannese, L. Computational acoustics: noise reduction via diffraction by barriers with different geometries. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, n.130, p.81-91, 1996.
- Van Leuwen, J.J.A. Noise prediction models to determine the effect of barriers placed alongside railway lines. *Journal of Sound and Vibration*, v.193, n.1, p.269-276, 1996.
- Ziomek, L.J. *Fundamentals of Acoustic Field Theory and Space - Time Signal Processing*. Boca Raton: CRC Press, 1995.

## **NUMERICAL STUDY OF ACOUSTICS BARRIERS**

**Summary.** The objective in this present work is develop an acoustics barriers analysis method based in the Boundary Elements Method. This method is enough efficient, especially in acoustics environment with sound propagation. The soil interference is one of the important effects to be considered in the acoustics barriers case. The insertion loss can be calculated when a barrier is inserted between the noise source and the receptor using this proceeding.

**Key-words.** Noise barrier, Numerical simulation, Boundary elements method, environment acoustics.