COBEM 85

ANAIS DO VIII CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA
SÃO JOSÉ DOS CAMPOS, SP
10-13 DE DEZEMBRO DE 1985

ANAIS DO VIII CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA

COBEM 85

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA
SÃO JOSÉ DOS CAMPOS, SP
10-13 DE DEZEMBRO DE 1985

COMISSÃO ORGANIZADORA

PRESIDENTE: HAZIM ALI AL–QURESHI

VICE-PRESIDENTE: ODMAR SIMÕES PIRES

SECRETÁRIOS: PIO TORRE FLORES
WALTER KENKITI TAKAHASHI

TESOUREIRO: GREGÓRIO JEAN VARVAKIS RADOS

EDITOR-CHEFE: PEDRO CARAJILESCOV

COMITÊ CIENTÍFICO

Antonio Marmo de Oliveira
Atuo Sato
Carlos Lineu de Faria Alves
Euclides Carvalho Fernandes
Gordiano Faria Alvim Filho
Hazim Ali Al-Qureshi
Hely Ricardo Costa Savio
Jersy Tadeuz Sielawa
Odmar Simões Pires
Paulo Rizzi
Paulo Afonso de Oliveira Soviero
Pedro Carajilescov
Robert Stuart Goodrich
Tessaleno Campos de Vezas
Wolf Altman

PATROCÍNIO

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIÊNCIAS MECÂNICAS – ABCM
INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA – ITA

APOIO

Arotec S. A., Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, Centro Técnico Aeroespacial – CTA, Empresa Brasileira de Aeronáutica – EMBRAER, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo – FAPESP, Financiadora de Estudos e Projetos – FINEP, Instituto de Atividades Espaciais – IAE, IBM Brasil, Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento – IPD, PLASTIPRENE, Prefeitura de São José dos Campos, Rhodia S. A., Schlumberger e Varig S. A.

PREFÁCIO

A explosão demográfica, o natural desejo de progresso, a crescente escassez de energia e de matéria-prima geram questões que requerem, para seu equacionamento e eventual resolução, o uso de tecnologias avançadas e inovadoras. Mostra-se indispensável, em tais circunstâncias, o contínuo desenvolvimento de métodos, processos e dispositivos de produção, capazes de tornar máximos os quesitos de qualidade, eficiência e economia. Revela-se igualmente indispensáveis um permanente diálogo entre pesquisadores e engenheiros, a fim de que haja uma salutar discussão, uma necessária revisão e uma constante avaliação dos resultados por eles obtidos.

O Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica (COBEM) é, hoje, um importante forum em que esse diálogo se estabelece, permitindo amplo intercâmbio de idéias provenientes da indústria, dos órgãos governamentais, das universidades e dos centros de pesquisa. E este VIII COBEM demonstra, de modo claro, a par disso, que é perfeitamente viável ampliar os canais de comunicação entre pesquisadores e engenheiros, levando-os a níveis internacionais.

A Comissão Organizadora do COBEM–85, diante do grande número de trabalhos recebidos, de participantes de vários países, foi compelida a deixar de lado muitas contribuições, não porque lhes faltassem qualidades, mas em virtude de limitações de espaço nos Anais e de tempo para sua adequada apresentação. Os trabalhos acolhidos e aqui divulgados distribuem-se, tal como aconteceu nos congressos anteriores, em cinco áreas principais: (1) Fenômenos de Transporte, (2) Mecânica dos Sólidos, (3) Projeto Mecânico, (4) Métodos Numéricos em Ciências Mecânicas e (5) Ciências Mecânicas Aplicadas à Tecnologia Aeroespacial.

As inovações, neste COBEM–85, dizem respeito, sobretudo,

1. aos Anais, em um só volume, com formato similar ao de seus congêneres de cunho internacional;
2. à participação da indústria, de que nasceu, aliás a EXPOMEC–85;
3. a criação de uma Comissão Científica, encarregada de auxiliar os Revisores na tarefa de assegurar o elevado padrão dos trabalhos incluídos nos Anais;
4. a criação de uma "Bandeira COBEM", entregue à Comissão COBEM–87, na Assembléia da ABCM, na esperança de que contribua para manter vivos os propósitos do COBEM e o apoio à ABCM.

Muitas horas foram empregadas para escrever, editar e imprimir os trabalhos, para organizar a programação do conclave e para tratar dos pormenores de uma conferência de âmbito internacional como este COBEM–85. Todavia, os esforços envolvidos parecem diminutos quando comparados aos que se despenderam para realizar as pesquisas descritas nestes Anais. É, pois, com muita satisfação que a Comissão Organizadora deixa registrados aqui seus agradecimentos a todos os participantes do Congresso e, muito especialmente, aos autores dos trabalhos ora divulgados. A expectativa dos membros dessas comissões, quando se entregam à tarefa de concretizar o COBEM–85, era a de que o conclave contribuisse, de maneira efetiva, para a resolução de inúmeros problemas técnicos e, mais que isso, promovesse o estreitamento de relações humanas, tão amplamente desejado. Felizmente, esse objetivo foi alcançado, graças à maneira pela qual todos os participantes encararam o COBEM–85, muito contribuindo para que se criasse um clima de ampla cooperação e compreensão.

A Comissão Organizadora registra com satisfação e gratidão, a assistência recebida por parte dos colegas do ITA e da ABCM que, desde os primeiros momentos, dedicaram seu tempo e sua energia para tornar o COBEM–85 uma realidade. Mostra-se particularmente grata ao Prof. Jair Cândido de Melo, Reitor do ITA, Prof. Luiz Bevilacqua, Presidente da ABCM, e à Administração do ITA, chefiada pelo Cel. Protógenes Pires Porto.

Em nome da Comissão Organizadora, gostaria, também, de externar meus agradecimentos ao Exmo. Sr. Renato Archer, Ministro de Ciência e Tecnologia; ao Prof. José Goldenberg, Presidente das Centrais Elétricas de São Paulo (CESP); ao Prof. Francis Hale da Universidade de North Carolina; ao Dr. Winston Knight da Universidade de Oxford; e ao Dr. Nejat Olgac da Universidade de Connecticut, por terem se prontificado a proferir palestras neste congresso.

Aproveito ainda a oportunidade para exprimir o reconhecimento da Comissão Organizadora às seguintes organizações patrocinadoras: CAPES, CNPq, FAPESP e FINEP. Muito se deve às seguintes organizações, instituições e indústrias, por seu apoio direto ou indireto: Direção do CTA (Maj. Brig. do Ar Hugo de Oliveira Piva), IAE (Cel. Av. Lauro Eduardo de S. Pinto), IPD (Cel. Av. Walter Beltri), PROPESA (Prof. Charles Künze), EMBRAER (Cel. Ozires Silva), IBM Brasil, Schlumberger, AROTEC S. A., RHODIA S. A., Prefeitura de São José dos Campos, PLASTIPRENE, Jornal O VALEPARAIBANO e VARIG S. A.

Concluindo, gostaria de externar meu débito e respeito ao Prof. Odmar Simões Pires por sua exímia coordenação da EXPOMEC–85; ao Prof. Pio Torre Flores por sua criatividade, apoio incessante e cumprimento de uma agenda repleta de compromissos; ao Prof. Pedro Carajilescov por sua criteriosa elaboração do programa; ao Prof. Walter Kenkiti Takahashi, por seu dinamismo e árduo trabalho; ao Prof. Gregório Jean Varvakis Rados por gerenciar eficientemente os projetos financeiros, à senhorita Terezinha do Carmo Rodrigues pelo seu dedicado trabalho na Secretária do COBEM e, enfim, àqueles que laboriosamente atuaram no Comitê Científico, e aos Revisores pelo excelente trabalho executado.

Hazim Ali Al-Qureshi
Presidente do COBEM–85

REVISORES

Alcir de Faro Orlando (PUC/RJ)
Antonio Carlos de Freitas Pedrosa (IAE–CTA)
Antonio Carlos de Oliveira Barroso (CNEN/RJ)
Antonio Ibanez Ruiz (UNB)
Antonio M. D. Figueiredo (COPPE/UFRJ)
Antonio Marmo de Oliveira (ITA)
Antonio Santos Vargas (PUC/RJ)
Arno Blass (UFSC)
Arthur J. C. Faya (IPEN/SP)
Arthur Palmeira Ripper Neto (CEPEL/RJ)
Atair D. Neto (INPE/SJC)
Atuo Sato (IAE–CTA)
Augusto C. Galeão (LNCC/CNPq/RJ)
Aureo Campos Ferreira (GRUCON/UFSC)
Benedito de Moraes Purqueiro (EESP/USP)
Berend Snoeijer (UFSC)
Carlos Alberto de Almeida (PUC/RJ)
Carlos Alberto F. Thompson Leite (IME/RJ)
Carlos Lineu de Faria e Alves (ITA)
Carlos Russo (COPPE/UFRJ)
Carlos V. M. Braga (PUC/RJ)
Celio Tanigushi (EPUSP/SP)
Celso Pascoli Bottura (UNICAMP)
Cirus Macedo Hackenberg (COPPE/UFRJ)
Claudinor Cruz (UFU)
Clóvis Sperb de Barcellos (UFSC)
Daly Esteves da Silva (RJ)
Domingos Boechat Alves (UFSC)
Douglas Eduardo Zampieri (UNICAMP)
Edgardo Taroco (LNCC/CNPq/RJ)
Edmundo Selvatici (NUCLEN/RJ)
Edson Luiz Zaparoli (ITA)
Egberto Vana (UNESP)
Eitaro Yamane (USP/SP)
Eloi Fernandez y Fernandez (PUC/RJ)
Euclides Carvalho Fernandes (ITA)
Fathi Aref Ibrahim Darwish (PUC/RJ)
Fausto Rodrigues Filho (UNICAMP)
Fernando Iguti (UNICAMP)
Francisco Eduardo Mourão Saboya (PUC/RJ)
Francisco P. Lepore Neto (UFU)
Fred Nitzsche (IAE/CTA)
Genésio José Menon (EFEI)
Geraldo Lombardi (EESC/USP)
Giulio Massarani (COPPE/UFRJ)
Gordiano de Faria Alvim Filho (ITA)
Gustan Ferran – (GGPD–METAL LEVE/SP)
Halei Fagundes Vasconcelos (JOÃO PESSOA–PB)
Hans Ingo Weber (UNICAMP)
Hazim Ali Al-Qureshi (ITA)
Hely Ricardo Costa Savio (EMBRAER)
Henner Alberto Gomide (UFU)
Hernani Brinatti (USP/SP)
Hyppolito do Valle Pereira Filho (UFSC)
Isaias de Carvalho Macedo (UNICAMP)
Jaime Szajner (UNICAMP)
Jaime T. Castro (PUC/RJ)
Jan Leon Scieszko (COPPE/UFRJ)
Jerzi T. Sielawa (INPE/SJC)
João Lirani (EESC/USP)
Joaquim de Sylos Cintra Filho (EESC/USP)
José Alberto dos Reis Parise (PUC/RJ)
José Antonio Diaz Diegues (IPEN/CNEN/SP)
José João Espíndola (UFSC)
José Luiz de França Freire (PUC/RJ)
José de Mendonça Freire (PUC/RJ)
José Roberto de França Arruda (UNICAMP)
K. Rajagopal (COPPE/UFRJ)
Kamal Abdel Radi Ismail (UNICAMP)
Leonardo Goldstein Jr. (UNICAMP)
Leopoldo Eurico Gonçalves Basto (COPPE/UFRJ)
Liu Hsu (COPPE/UFRJ)
Luciano Humberto Lampi (EMBRAER)
Luiz Bevilacqua (PUC/RJ)
Luiz Carlos Martins (COPPE/UFRJ)
Manoel Regis Lima Verde Leal (PROMON/RJ)
Márcio da Silveira Luz (IEAv–CTA)
Marco Antonio Brinati (SP)
Marco Antonio Raupp (LNCC/CNPq/RJ)
Maurício Nogueira Frota (PUC/RJ)
Maurício Prates de Campos Filho (UNICAMP)
Mauro S. Misculin (UNICAMP)
Maury Saddy (PROMON/RJ)
Miguel Hiroo Hirata (COPPE/UFRJ)
Moysés Zindleuk (COPPE/UFRJ)
Nelson Back (UFSC)
Nelson Murcia (UNESP)
Nestor Z. Pereira (PUC/RJ)
Nivaldo L. Cupini (UNICAMP)
Octavio Maizza Neto (USP)
Odmar Simões Pires (ITA)
Oscar Saul Hernandez Mendoza (UFU)
Otavio de Mattos Silvares (USP)
Paulo Afonso de Oliveira Soviero (ITA)
Paulo Rizzi (ITA)
Paulo Roberto de Souza Mendes (PUC/RJ)
Paulo Seleghim (EESC/USP)
Pedro Carajilescov (ITA)
Pedro Paglione (ITA)
Perrin Smith Neto (UFU)
Pio Caetano Lobo (UFPb)
Raad Yahya Qassim (COPPE/UFRJ)
Raúl Antonio Feijóo (LNCC/CNPq)
Rogerio Tadeu da Silva Ferreira (UFSC)
Rubens Sampaio Filho (PUC/RJ)
Samir N Y Gerges (UFSC)
Saul Gonçalves D'Ávila (UNICAMP)
Sebastião Varella (EFEI)
Sergio Colle (UFSC)
Sergio L Braga (PUC/RJ)
Sergio Neves Monteiro (COPPE/UFRJ)
Sidney Stuckenbruck (PUC/RJ)
Solly Andy Segenreich (PUC/RJ)
Tessaleno Campos de Vezas (PRM–IPD–CTA)
Tito Luiz da Silveira (FUND. TÉCNICO EDUCACIONAL SOUZA–MARQUES/RJ)
Valder Steffen Jr. (UFU)
Victor Prodonoff (RJ)
Wolf Altman (ITA)
Zulcy de Souza (EFEI)

CONTEÚDO DOS ANAIS DO COBEM 85

Análise de coletores solares

Escoamentos em meios porosos e bifásicos

Mecânica dos fluidos e convecção de calor

Aerodinâmica e gasdinâmica

Escoamento turbulento

Métodos teóricos e experimentais em fenômenos de transporte

Trocadores e armazenadores de calor

Máquinas térmicas e componentes

Aproveitamento de fontes alternativas de energia

Secadores e gasogênios

Termohidráulica de reatores nucleares

Aspectos gerais de projeto mecânico

Tubos e vasos de pressão

Análise estrutural de vigas e painéis

Elementos finitos e de contorno

Projeto mecânico

Otimização estrutural

Elasticidade e plasticidade

Análise dinâmica de sistemas

Vibrações em sistemas e estruturas

Análise teórica de vibrações

Vibrações e acústica

Controle e automação

Usinagem e soldagem

Rotores e mancais

Usinagem

Fadiga

Fratura

Técnicas experimentais em análise de tensões

Propriedades dos materiais

ÍNDICE POR INSTITUIÇÕES

AVIBRÁS S/A
Arfinengo, D., 725
Belletti, C., 599

CENEA/MA
Coelho, F. M. R. P., 157

CENPES/PETROBRÁS
Alves, T. M. J., 413

CEPEL
Oliveira, A. R. E., 599

CNEN
Kuramoto, E., 153
Renha Jr., G., 277
Silva, D. E., 153

CONSUL S/A
Almen, C., 129

COPERSUCAR S/A
Macedo, I. C., 285, 293, 297, 313

COPPE/UFRJ
Bastos, L. E. G., 21
Bougleux, L. H., 273
Bragança, L. P. G., 45
Carmo, E. G. D., 41
Carvalho, L. A. V., 361
Coelho, C. A. B., 429
Figueiredo, A. M., 33, 45
Folescu, J., 41
Guanaes, R. S., 21
Hirata, M. H., 169, 273
Martins, J. L. F., 485
Miranda, P. E. V., 805
Musafir, R. E., 637
Norman, J. H., 361, 429, 493
Pires Jr., F. C. M., 273
Rischbieter, I., 273
Scieszko, J. L., 485
Slama, J. G., 637, 641
Tenenbaum, R. A., 645
Veiga, M. M. D., 641
Zindeluk, M., 637, 645

CSN
Costa, T. F., 865

ECL
(Lyon, França)
Mathia, T., 895

ECOLE POLYTECHNIQUE
(Montreal, Canadá)
Anochinavari, I., 93
Lakis, A. A., 133
Robillard, L., 93
Vasseur, P., 93

ECOLE POLYTECHNIQUE
(Palaiscau Cedex, França)
Frelat, J., 521
Inglebert, G., 521

EE/UFRJ
Ong, T. H., 21

EESC/USP
Coelho, R. T., 777
Cunha Jr, H., 689
Duduch, J. G., 753
Fernandes, D. A. M., 53, 301
Gonçalves, L. A. M., 689
Lirani, J., 669, 705
Lombardi, G., 53, 221, 301
Oliveira, J. F. G., 777
Pagliuso, J. D., 53, 221, 301
Porto, A. J. V., 669, 705
Purquerio, B. M., 753, 777
Santos, A. M., 245
Santos, H. M., 801
Seleghim, P., 445
Spinelli, D., 801

EFEI
Almeida, M. T., 665
Dias, J. C., 445
Menon, G. J., 13
Nogueira, L. A. H., 313
Rocha, H. A., 209

EMBRACO S/A
Driessen, J. L., 237
Ussyk, M. S., 229

EMBRAER S/A
Cecchini, M. A. A., 473
Ferroni, M. R., 891
Kataoka Filho, M., 437
Lampi, L. H., 473
Maciel, M. A. D., 891
Melo, A. M. C., 505
Morais Filho, A. C., 547
Pinheiro Neto, J. P., 137
Sávio, H. R. C., 397, 437

ENACE S/A
(Argentina)
Asta, E. P., 849

ENEA
(Itália)
Villani, A., 373

EPUSP
Silvares, O., M. 121

FACOLTÀ DI ARCHITETTURA
(Napoli, Itália)
Angelillo, M., 529

FEG/UNESP
Hashimoto, T. M., 809
Nascimento, N., 627
Pimenta, M. F., 513
Voorwald, H. J. C., 809
Zangrandi, A., 809

FEJ/UDESC
Andrade, E. B., 649, 653
Barbieri, R., 369
Bressan, J. D., 899
Martins, L. G., 673

FE SOUZA MARQUES
Silveira, T. L., 861

FURB
Tribess, A., 193

FURG
Halal, M. B., 173

IAE/CTA
Fourniols, J. R., 105
Lopes, L. V., 725
Moraes Jr., P., 113
Nitzsche, F., 533
Palmério, A. F., 591
Prakash, S., 105, 357
Seita, N., 357

I. C. LONDON
(Inglaterra)

Hobbs, R. E., 829

IEAv/CTA
Borges, E. M., 317
Braz Filho, F. A., 317
Luz, M. S., 125, 317

IEN/CNEN
Möller, S. V., 329
Sampaio, P. A. B., 325
Silva Neto, A. J., 329
Sousa, E. M., 453

IME
Barbosa, V. S., 537
Fico Jr, N. G. C. R., 145
Guimarães, A. L. S., 353
Pascual, R., 805
Pierantoni, P. S., 805
Souza, J. M., 401, 405
Thompson, C. A. F., 145, 149

INPE/CNPq
Alves Filho, J. S. R., 397
Araújo, E. F. R., 397
Bambace, L. A. W., 575
Bastos Neto, D., 345, 353
Boruszewski, W., 397
Couto, H. S., 345
Dueñas, C. R. E. R., 345
Ferroni, M. R., 397
Fleury, A. T., 481
Fonseca, I. M., 551
Henriques, A. M. D., 397
Lopes, R. V. F., 365
Lourenção, P. T. M., 551, 555
Nogueira, C. F., 397
Oliveira Jr, I. E., 121
Oliveira, J. R. F., 551
Orlando, V., 571
Rios Neto, A., 571
Souza, J. A. M. F., 481
Souza, P. N., 481

INPG
(Grenoble, França)
Charre, M. D., 895

IPEN/CNEN
Augusto, O. B., 385
Dieguez, J. A. D., 37
Oliveira, C. A., 385
Silva, R. D., 37

ITA
Almeida, S. F. M., 421
Al-Qureshi, H. A., 381
Altman, W., 441, 587, 591
Alves, C. L. F., 201
Carajilescov, P., 321, 333
Feng, K.-L., 109
Fernandes, E. C., 13, 137
Lucena Neto, E., 587, 591
Menezes, J. C., 497
Montestruque, C. M., 873
Moraes, R. V., 357
Oliveira, M. G., 441
Pinheiro, F. A., 497
Pontes, M. R., 473
Ramos, F. B. A., 201
Rizzi, P. 505, 513
Sielawa, J. T., 13, 125
Soviero, P. A. O., 105, 117
Takahashi, W. K., 381
Zaparoli, E. L., 137

LAB. CONTROLE AUTOMATICO
(La Plata, Argentina)
Milocco, R. H., 697
Willis, E., 697

LEMIT–CIC
(Argentina)
Gotelli, R., 853
Ipiña, J. E. P., 849, 853
Toloy, H. L, 849, 853

LNCC/CNPq
Barbosa, H. J. C., 541
Feijóo, R. A., 541
Galeão, A. C., 41
Gama, R. M. S., 49, 61
Loula, A. F. D., 537, 619
Veloso, P. A. A., 619

MECÂNICA PESADA S/A
Marinho, T. R. N., 513

MIT
(USA)
Parks, D. M., 813, 817

NATRON S/A
Calado, I. A., 493

NORTH CAROLINA S. U.
(USA)
Hale, F. J., 681

NUCLEN S/A
Araújo, T. D. P., 409
Costa Filho, P. A., 377
Ferrari, L. D. B., 377
Leães, J. F. P. B., 377

PETROBRÁS
Sei Filho, A., 547

POLYTECHNIC I. JASSY
(Romania)
Mihalache, N., 461
Poterasu, V. F., 461

PUC/RJ
Almeida, C. A., 465
Araújo, P. M. S., 141
Barcellos, C. A. C., 911
Barros, R. R., 911
Borges, L. M. S. A., 501
Braga, C. V. M., 177, 241
Braga, L. M. P. F., 517
Braga, S. L., 177
Brasil Jr, A. C. P., 205
Castro, J. T. P., 813, 817, 821, 825
Costa, C. E. S. M., 185
Dumont, N. A., 417
Espíndola, J. C., 509
Fernandez, E. F., 321
Freire, J. L. F., 865, 911
Frota, M. N., 145, 149, 181
Gattass, M., 469
Ghavami, K., 829
Mattos, H. S. C., 425
Mendes, P. R. S., 69, 205
Orlando, A. F., 177, 277
Parise, J. A. R., 213, 225
Pereira, N. Z., 501
Rebello, J. R., 865
Saboya, F. E. M., 185, 277
Sampaio, R., 49, 61, 425, 525
Santos, W. F. N., 69
Scheer, S., 469
Segenreich, S. A., 509, 517
Silva, R. S., 409, 453
Vargas, A. S., 141

ROSE–HULMAN I. T.
(USA)
Smith, C. O., 337

SILESIAN TECHNICAL U.
(Polônia)
Socha, L., 559

TEXAS A 8 M U.
(USA)
Campo, A., 77

TU AACHEN/RWTH
(Alemanha)
Drews, P., 729
Konig, W., 793
Kuhne, A. H., 729
Lauscher, J., 793

Hobbs, R. E., 829

IEAv/CTA
Borges, E. M., 317
Braz Filho, F. A., 317
Luz, M. S., 125, 317

IEN/CNEN
Möller, S. V., 329
Sampaio, P. A. B., 325
Silva Neto, A. J., 329
Sousa, E. M., 453

IME
Barbosa, V. S., 537
Fico Jr, N. G. C. R., 145
Guimarães, A. L. S., 353
Pascual, R., 805
Pierantoni, P. S., 805
Souza, J. M., 401, 405
Thompson, C. A. F., 145, 149

INPE/CNPq
Alves Filho, J. S. R., 397
Araújo, E. F. R., 397
Bambace, L. A. W., 575
Bastos Neto, D., 345, 353
Boruszewski, W., 397
Couto, H. S., 345
Dueñas, C. R. E. R., 345
Ferroni, M. R., 397
Fleury, A. T., 481
Fonseca, I. M., 551
Henriques, A. M. D., 397
Lopes, R. V. F., 365
Lourenção, P. T. M., 551, 555
Nogueira, C. F., 397
Oliveira Jr, I. E., 121
Oliveira, J. R. F., 551
Orlando, V., 571
Rios Neto, A., 571
Souza, J. A. M. F., 481
Souza, P. N., 481

INPG
(Grenoble, França)
Charre, M. D., 895

IPEN/CNEN
Augusto, O. B., 385
Dieguez, J. A. D., 37
Oliveira, C. A., 385
Silva, R. D., 37

ITA
Almeida, S. F. M., 421
Al-Qureshi, H. A., 381
Altman, W., 441, 587, 591
Alves, C. L. F., 201
Carajilescov, P., 321, 333
Feng, K. L., 109
Fernandes, E. C., 13, 137
Lucena Neto, E., 587, 591
Menezes, J. C., 497
Montestruque, C. M., 873
Moraes, R. V., 357
Oliveira, M. G., 441
Pinheiro, F. A., 497
Pontes, M. R., 473
Ramos, F. B. A., 201
Rizzi, P. 505, 513
Sielawa, J. T., 13, 125
Soviero, P. A. O., 105, 117
Takahashi, W. K., 381
Zaparoli, E. L., 137

LAB. CONTROLE AUTOMATICO
(La Plata, Argentina)
Milocco, R. H., 697
Willis, E., 697

LEMIT—CIC
(Argentina)
Gotelli, R., 853
Ipiña, J. E. P., 849, 853
Toloy, H. L, 849, 853

LNCC/CNPq
Barbosa, H. J. C., 541
Feijóo, R. A., 541
Galeão, A. C., 41
Gama, R. M. S., 49, 61
Loula, A. F. D., 537, 619
Veloso, P. A. A., 619

MECÂNICA PESADA S/A
Marinho, T. R. N., 513

MIT
(USA)
Parks, D. M., 813, 817

NATRON S/A
Calado, I. A., 493

NORTH CAROLINA S. U.
(USA)
Hale, F. J., 681

NUCLEN S/A
Araújo, T. D. P., 409
Costa Filho, P. A., 377
Ferrari, L. D. B., 377
Leães, J. F. P. B., 377

PETROBRÁS
Sei Filho, A., 547

POLYTECHNIC I. JASSY
(Romania)
Mihalache, N., 461
Poterasu, V. F., 461

PUC/RJ
Almeida, C. A., 465
Araújo, P. M. S., 141
Barcellos, C. A. C., 911
Barros, R. R., 911
Borges, L. M. S. A., 501
Braga, C. V. M., 177, 241
Braga, L. M. P. F., 517
Braga, S. L., 177
Brasil Jr, A. C. P., 205
Castro, J. T. P., 813, 817, 821, 825
Costa, C. E. S. M., 185
Dumont, N. A., 417
Espíndola, J. C., 509
Fernandez, E. F., 321
Freire, J. L. F., 865, 911
Frota, M. N., 145, 149, 181
Gattass, M., 469
Ghavami, K., 829
Mattos, H. S. C., 425
Mendes, P. R. S., 69, 205
Orlando, A. F., 177, 277
Parise, J. A. R., 213, 225
Pereira, N. Z., 501
Rebello, J. R., 865
Saboya, F. E. M., 185, 277
Sampaio, R., 49, 61, 425, 525
Santos, W. F. N., 69
Scheer, S., 469
Segenreich, S. A., 509, 517
Silva, R. S., 409, 453
Vargas, A. S., 141

ROSE—HULMAN I. T.
(USA)
Smith, C. O., 337

SILESIAN TECHNICAL U.
(Polônia)
Socha, L., 559

TEXAS A 8 M U.
(USA)
Campo, A., 77

TU AACHEN/RWTH
(Alemanha)
Drews, P., 729
Konig, W., 793
Kuhne, A. H., 729
Lauscher, J., 793

TU BERLIN
(Alemanha)
Ganzer, U., 113

TU MUNCHEN
(Alemanha)
Tokar, G., 797

TU NOVA SCOTIA
(Canadá)
Adaikkappan, N., 197
Basu, P., 197
Kujath, M. R., 603
Li, J., 603
Militzer, J., 197

TU WROCLAW
(Polônia)
Dzidowski, S., 907

U. ALBERTA
(Canadá)
Scanlon, A., 413

U. CAGLIARI
(Itália)
Chirino, G., 373
Pirodda, L., 373

U. CALGARI
(Canadá)
Dost, S., 545
Epstein, M., 545

U. CAMBRIDGE
(Inglaterra)
Willians, J. A., 899

U. CAMERINO
(Itália)
Misici, L., 73

U. CHILE
(Chile)
Bejar, M. A., 721
Diaz, G., 837
Kittl, P., 833, 837
Leon, M., 833
Orellana, C., 721
Zambrano, W., 631

UE MARINGÁ
Silva, L. H. M., 389, 457

UE PONTA GROSSA
Quimelli, J. A., 417

UFPa
Bastos, A. M. F., 623
Faria, L. J. G., 289
Lima Filho, S. S., 25
Mesquisa, A. L. A., 17
Moraes, S. B., 309
Ponte, M. X., 25
Rendeiro, G., 17

UFPb – CAMPINA GRANDE
Demartinecourt, J. P., 449

UFPb – JOÃO PESSOA
Dana, S. S., 749
Gurgel, J. M. A. M., 249
Kluppel, R. P., 249
Ribeiro, C. M. C., 189
Silva, V. M. C., 741

UFPe
Barbosa, E. M. S., 5, 269
Cirilo, J. A., 169
Costa, H. S., 265
Cunha, L. B., 765, 769
Fraidenraich, N., 5, 265, 269
Tiba, C., 5, 269

UFRGS
Awruch, A. M., 165
Campagnolo, J. L., 877
Freitas, C. B., 165
Klein, D. L., 877

UFRN
Almeida, C. R. R., 567
Medeiros, J. T. N., 567, 713
Morais, G. A., 903
Silva, J. B., 633

UFSCar
Mamiya, E. N., 525
Spinelli, I. M. M., 801

UFSC
Alves, D. B., 369
Arroyo, I. K., 885
Barcellos, C. S., 389, 457
Boehs, L., 701, 793
Brazzalle, R. R., 677
Clezar, C. A., 129
Colle, S., 173
Damasceno, R. K., 649
Dias, A., 393, 857
Dutra, J. C., 729
Espíndola, J. J., 595, 623
Ferreira, A. C., 701
Ferreira, R. T. S., 229, 233, 237
Gerges, S. N. Y., 649, 653, 657, 661, 673, 677
Guenther, R., 393
Jordan, R., 615
Klein, A. N., 885
Lenzi, A., 579
Lima, N. N. C., 677
Maliska, C. R., 85, 129, 193
Meireles, W. J., 489
Milioli, F. E., 85
Mondl, U. H., 657
Neves, B. M., 579
Palma, E. S., 885
Philippi, P. C., 65, 89
Rosa, E., 857
Silva, A. F. C., 85
Souza, H. A., 65
Todescat, M. L., 129
Valle, N. D., 579
Vargas, R. T., 649
Weingaertner, W. L., 717, 781
Zanini, J. C., 489

UFU
Biage, M., 89, 257
Gomide, H. A., 869, 873
Lépore Neto, F. P., 733, 737
Mello, J. D. B., 895
Mendoza, O. S. H., 257
Ribeiro, C. R., 161
Rosa, C. A., 869
Smith Neto, P., 881
Steffen Jr, V., 733, 737
Teodoro, E. B., 661

UGF
Azevedo, A. G., 149

U. ILORIN
(Nigéria)
Adeniji-Fashola, A. A., 29

U. JULIO DE MESQUITA
Turra, A. E., 595

U. KANSAS
(USA)
Smith, H. W., 421

U. KHARTOUN
(Sudão)
Elias, N. R., 693

U. LAGOS
(Nigéria)
Akinsete, V. A., 101

U. LA SAPIENZA
(Itália)
Socio, L. M., 73

U. LOS ANDES
(Venezuela)
Sanchez, A., A., 253
Sarache, B., L. M., 785, 789

UMIST
(Inglaterra)
Backhouse, R. J., 607

UnB
Balthazar, J. C., 873

U. NEBRASKA
(USA)
Rajurkar, K. P., 709

U. NEW BRUNSWICK
(Canadá)
Hadjsophocleous, G. V., 97
Souza, A. C. M., 97
Theodossiou, U. M., 97

UNICAMP
Altemani, C. A. C., 9, 81, 217
Arruda, J. R. F., 583, 611, 741
Baranauskas, V., 889
Camilo, G. M., 845
Cruz, G. M. M., 81
Cupini, N. L., 765, 769
Dedini, F. G., 341
Dias Jr, M., 757
Ferraresi, D., 773
Ferreira, J. V., 745
Figueiredo, J. R., 261
França, F. A., 1
Gasparetto, C. A., 57, 221
Goldstein Jr, L., 53, 189, 301
Halász, J. Z., 217
Iguti, F., 611, 745
Ismail, K. A. R., 157
Medrano, R. E., 845
Mól, A. W., 889
Nebra, S. A., 285, 293
Oliveira, A. M., 349
Palhares, A. G. B., 349
Pavanello, R., 611
Pécora, A. A. B., 57
Peel, R. B., 305
Pereira, J. T. V., 297
Picado, R. M., 1
Rocha, S. C. S., 289
Rodrigues Filho, F., 563
Rosa, E. S., 9
Rosário, J. M., 349
Santana, C. C., 221, 289
Santos, F. J., 305
Sollero, P., 773
Weber, H. I., 341, 477, 563, 741, 749
Zampieri, D. E., 349, 745, 757

UNIFOR
Rocha, A. S., 781

U. OTTAWA
(Canadá)
Krausz, A. S., 841
Krausz, K., 841

U. SASKATCHEWAN
(Canadá)
Le May, I., 861

U. SIMÓN BOLÍVAR
(Venezuela)
Pérez, C., 77

U. STUTTGART
(Alemanha)
Sautner, M., 881

U. TÉCNICA DE LISBOA
(Portugal)
Mendes, A. C., 281

U. TORONTO
(Canadá)
Abdelmessih, A. H., 29
Fenton, R. G., 685
Nejat, Z., 29
Reeder, J. M., 685

U. WEST INDIES
(Trinidad, W. I.)
Bandyopadhyay, B. P., 761

XEROX CO.
(USA)
Soong, T. C., 433

ÍNDICE POR AUTORES

A

Abdelmessih, A. H., 29
Addaikkappan, N., 197
Adeniji – Fashola, A. A., 29
Akinsete, V. A., 101
Almeida, C. A., 465
Almeida, C. R. R., 567
Almeida, M. T., 665
Almeida, S. F. M., 421
Almen, C., 129
Al-Qureshi, H. A., 381
Altemani, C. A. C., 9, 81, 217
Altman, W., 441, 587, 591
Alves, C. L. F., 201
Alves, D. B., 369
Alves, T. M. J., 413
Alves Filho, J. S. R., 397
Andrade, E. B., 649, 653
Angelillo, M., 529
Anochinavari, I., 93
Araújo, E. F. R., 397
Araújo, P. M. S., 141
Araújo, T. D. P., 409
Arfinengo, D., 725
Arroyo, I. K., 885
Arruda, J. R. F., 583, 611, 741
Asta, E. P., 849
Augusto, O. B., 385
Awruch, A. M., 165
Azevedo, A. G., 149

B

Backhouse, R. J., 607
Balthazar, J. C., 873
Bambace, L. A. W., 575
Bandyopadhyay, B. P., 761
Baranauskas, V., 889
Barbieri, R., 369
Barbosa, E. M. S., 5, 269
Barbosa, H. J. C., 541
Barbosa, V. S., 537
Barcellos, C. A. C., 911
Barcellos, C. S., 389, 457
Barros, R. R., 911
Bastos, A. M. F., 623
Bastos Nêto, D., 345, 353
Bastos, L. E. G., 21
Basu, P., 197
Bejar, M. A., 721
Belletti, C., 599
Biage, M., 89, 257
Boehs, L., 701, 793
Borges, E. M., 317
Borges, L. M. S. A., 501
Boruszewski, W., 397
Bougleaux, L. H., 273
Braga, C. V. M., 177, 241
Braga, L. M. P. F., 517
Braga, S. L., 177
Bragança, L. P. G., 45
Brasil Jr, A. C. P., 205
Braz Filho, F. A., 317
Brazzalle, R. R., 677
Bressan, J. D., 899

C

Calado, I. A., 493
Camilo, G. M., 845
Campagnolo, J. L., 877
Campo, A., 77
Carajilescov, P., 321, 333
Carmo, E. G. D., 41
Carvalho, L. A. V., 361
Castro, J. T. P., 813, 817, 821, 825
Cecchini, M. A. A., 473
Charre, M. D., 895
Chirino, G., 373
Cirilo, J. A., 169
Clezar, C. A., 129
Coelho, C. A. B., 429
Coelho, F. M. R. P., 157
Coelho, R. T., 777
Colle, S., 173
Costa, C. E. S. M., 185
Costa, H. S., 265
Costa, T. F., 865
Costa Filho, P. A., 377
Couto, H. S., 345
Cruz, G. M. M., 81
Cunha, L. B., 765, 769
Cunha Jr H., 689
Cupini, N. L., 765, 769

D

Damasceno, R. K., 649
Dana, S. S., 749
Dedini, F. G., 341
Demartinecourt, J. P., 449
Dias, A., 393, 857
Dias, J. C., 445
Dias Jr, M., 757
Diaz, G., 837
Dieguez, J. A. D., 37
Dost, S., 545
Drews, P., 729
Driessen, J. L., 237
Duduch, J. G., 753
Duenãs, C. R. E. R., 345
Dumont, N. A., 417
Dutra, J. C., 729
Dzidowski, S., 907

E

Elias, N. R., 693
Epstein, M., 545
Espíndola, J. C., 509
Espíndola, J. J., 595, 623

F

Faria, L. J. G., 289
Feijóo, R. A., 541
Feng, K. L., 109
Fenton, R. G., 685
Fernandes, D. A. M., 53, 301
Fernandes, E. C., 13, 137
Fernandez, E. F., 321
Ferraresi, D., 773
Ferrari, L. D. B., 377
Ferreira, A. C., 701
Ferreira, J. V., 745
Ferreira, R. T. S., 229, 233, 237
Ferroni, M. R., 397, 891
Fico Jr, N. G. C. R., 145
Figueiredo, A. M., 33, 45
Figueiredo, J. R., 261
Fleury, A. T., 481
Folescu, J., 41
Fonseca, I. M., 551
Fourniols, J. R., 105
Fraidenraich, N., 5, 265, 269
França, F. A., 1
Frelat, J., 521
Freire, J. L. F., 865, 911
Freitas, C. B., 165
Frota, M. N., 145, 149, 181

G

Galeão, A. C., 41
Gama, R. M. S., 49, 61
Ganzer, U., 113
Gasparetto, C. A., 57, 221
Gatass, M., 469
Gerges, S. N. Y. 649, 653, 657, 661, 673, 677
Ghavami, K., 829
Goldstein Jr, L., 53, 189, 301
Gomide, H. A., 869, 873
Gonçalves, L. A., 689
Gotelli, R., 853

Guanaes, R. S., 21
Guenther, R., 393
Guimarães, A. L. S., 353
Gurgel, J. M. A. M., 249

H

Hadjsophocleous, G. V., 97
Halal, M. B., 173
Halász, J. Z., 217
Hale, F. J., 681
Hashimoto, T. M., 809
Henriques, A. M. D., 397
Hirata, M. H., 169, 273
Hobbs, R. E., 829

I

Iguti, F., 611, 745
Inglebert, G., 521
Ipiña, J. E. P., 849, 853
Ismail, K. A. R., 157

J

Jordan, R.. 615

K

Kataoka Filho, M., 437
Kittl, P., 833, 837
Klein A. N., 885
Klein, D. L., 877
Kluppel, R. P., 249
Krausz, A. S., 841
Krausz, K., 841
König, W., 793
Kuhne, A. H., 729
Kujath, M. R., 603
Kuramoto, E., 153

L

Lakis, A. A., 133
Lampi, L. H., 473
Lauscher, J., 793
Leães, J. F. P. B., 377
Le May, I., 861
Lenzi, A., 579
Leon, M., 833
Lépore Neto, F. P., 733, 737
Li, J., 603
Lima, N. N. C., 677
Lima Filho, S. S., 25
Lirani, J., 669, 705
Lombardi, G., 53, 221, 301
Lopes, L. V., 725
Lopes, R. V. F., 365
Loula, A. F. D., 537, 619
Lourenção, P. T. M., 551, 555
Lucena Neto, E., 587, 591
Luz, M. S., 125, 317

M

Macedo, I. C., 285, 293, 297, 313
Maciel, M. A. D., 891
Maliska, C. R., 85, 129, 193
Mamiya, E. N., 525
Marinho, T. R. N., 513
Martins, J. L. F., 485
Martins, L. G., 673
Mathia, T., 895
Mattos, H. S. C., 425
Medeiros, J. T. N., 567, 713
Medrano, R. E., 845
Meireles, W. J., 489
Melo, A. M. C., 505
Mello, J. D. B., 895
Mendes, A. C., 281
Mendes, P. R. S., 69, 205
Mendoza, O. S. H., 257
Menezes, J. C., 497
Menon, G. J., 13
Mesquisa, A. L. A., 17
Mihalache, N., 461
Milioli, F. E., 85
Militzer, J., 197
Milocco, R. H., 697
Miranda, P. E. V., 805
Misici, L., 73
Mól, A. W., 889
Möller, S. V., 329
Mondl, V. H., 657
Montestruque, C. M., 873
Moraes, R. V., 357
Moraes, S. B., 309
Moraes Jr, P., 113
Morais, G. A., 903
Morais Filho, A. C., 547
Musafir, R. E., 637

N

Nascimento, N., 627
Nebra, S. A., 285, 293
Nejat, Z., 29
Neves, B. M., 579
Nitzsche, F., 533
Nogueira, C. F., 397
Nogueira, L. A. H., 313
Norman, J. H., 361, 429, 493

O

Ong, T. H., 21
Oliveira, A. M., 349
Oliveira, A. R. E., 599
Oliveira, C. A., 385
Oliveira, J. F. G., 777
Oliveira, J. R. F., 551
Oliveira, M. G., 441
Oliveira Jr, I. E., 121
Orellana, C., 721
Orlando, A. F., 177, 277
Orlando, V., 571

P

Pagliuso, J. D., 53, 221, 301
Palhares, A. G. B., 349
Palma, E. S., 885
Palmério, A. F., 591
Parise, J. A. R., 213, 225
Parks, D. M., 813, 817
Pascual, R., 805
Pavanello, R., 611
Pécora, A. A. B., 57
Peel, R. B., 305
Pereira, J. T. V., 297
Pereira, N. Z., 501
Pérez, C., 77
Philippi, P. C., 65, 89
Picado, R. M., 1
Pierantoni, P. S., 805
Pimenta, M. F., 513
Pinheiro, F. A., 497
Pinheiro Neto, J. P., 137
Pires Jr, F. C. M., 273
Pirodda, L., 373
Ponte, M. X., 25
Pontes, M. R., 473
Porto, A. J. V., 669, 705
Poterasu, V. F., 461
Prakash, S., 105, 357
Purquerio, B. M., 753, 777

Q

Quimelli, J. A., 417

R

Rajurkar, K. P., 709
Ramos, F. B. A., 201
Rebello, J. R., 865
Reeder, J. M., 685
Rendeiro, G., 17
Renha Jr, G., 277
Ribeiro, C. M. C., 189
Ribeiro, C. R., 161
Rios Neto, A., 571
Rischbieter, I., 273
Rizzi, P., 505, 513
Robillard, L., 93
Rocha, A. S., 781
Rocha, H. A., 209
Rocha, S. C. S., 289
Rodrigues Filho, F., 563
Rosa, C. A., 869
Rosa, E., 857
Rosa, E. S., 9
Rosário, J. M., 349

S

Saboya, F. E. M., 185, 277
Sampaio, P. A. B., 325
Sampaio, R., 49, 61, 425, 525
Sanchez, A. A., 253
Santana, C. C., 221, 289
Santos, A. M., 245
Santos, F. J., 305
Santos, H. M., 801
Santos, W. F. N., 69

Sarache, B. L. M., 785, 789
Sautner, M., 881
Sávio, H. R. C., 397, 437
Scanlon, A., 413
Scheer, S., 469
Scieszko, J. L., 485
Segenreich, S. A., 509, 517
Sei Filho, A., 547
Seita, N., 357
Seleghim, P., 445
Sielawa, J. T., 13, 125
Silva, A. F. C., 85
Silva, D. E., 153
Silva, J. B., 633
Silva, L. H. M., 389, 457
Silva, R. D., 37
Silva, R. S., 409, 453
Silva, V. M. C., 741
Silva Neto, A. J., 329
Silvares, O. M., 121
Silveira, T. L., 861
Slama, J. G., 637, 641
Smith, C. O., 337
Smith, H. W., 421
Smith, Neto, P., 881
Socha, L., 559
Socio, L. M., 73
Sollero, P., 773
Soong, T. C., 433
Sousa, E. M., 453
Souza, A. C. M., 97
Souza, H. A., 65
Souza, J. A. M. F., 481
Souza, J. M., 401, 405
Souza, P. N., 481
Sovieiro, P. A. O., 105, 117
Spinelli, D., 801
Spinelli, I. M. M., 801
Steffen Jr, V., 733, 737

T

Takahashi, W. K., 381
Tenenbaum, R. A., 645
Teodoro, E. B., 661
Theodossiou, V. M., 97
Thompson, C. A. F., 145, 149
Tiba, C., 5, 269
Todescat, M. L., 129
Tokar, G., 797
Toloy, H. L., 849, 853
Tribess, A., 193
Turra, A. E., 595

U

Ussyk, M. S., 229

V

Valle, N. D., 579
Vargas, A. S., 141
Vargas, R. T., 649
Vasseur, P., 93
Veiga, M. M. D., 641
Veloso, P. A. A., 619
Villani, A., 373
Voorwald, H. J. C., 809

W

Weber, H. I., 341, 477, 563, 741, 749
Weingaertner, W. L., 717, 781
Willians, J. A., 899
Willis, E., 697

Z

Zambrano, W., 631
Zampieri, D. E., 349, 745, 757
Zangrandi, A., 809
Zanini, J. C., 489
Zaparoli, E. L., 137
Zindeluk, M., 637, 645

INDICE

ANÁLISE DE COLETORES SOLARES

DESEMPENHO TÉRMICO COMPARATIVO ENTRE CPC DE BAIXA CONCENTRAÇÃO COM SEGUIMENTO INTERMITENTE DO SOL E COLETOR DE PLACA PLANA – R. M. Picado, F. A. França 1

DESENVOLVIMENTO DE COLETORES CPC DE BAIXO COEFICIENTE DE PERDAS TÉRMICAS – N. Fraidenraich, E. M. S. Barbosa, C. Tiba 5

DISTRIBUIÇÃO DE RADIAÇÃO EM ABSORVEDORES CILÍNDRICOS DE CONCENTRADORES SOLARES CILÍNDRICO PARABÓLICOS – E. S. Rosa, C. A. C. Altemani 9

CONVECÇÃO NATURAL NO INTERIOR DE CONCENTRADORES DE PARÁBOLAS COMPOSTAS – G. J. Menon, E. C. Fernandes, J. T. Sielawa 13

DISTRIBUIÇÃO DE RADIAÇÃO NA REGIÃO FOCAL DE UM CONCENTRADOR SOLAR DE DUPLA GEOMETRIA – A. I. A. Mesquisa, G. Rendeiro 17

CAVIDADE CILÍNDRICA SUBMETIDA À ENERGIA SOLAR CONCENTRADA – R. S. Guanaes, L. E. G. Bastos, T. H. Ong 21

ESTUDO DE TROCADORES DE CALOR DE PLACA CORRUGADA EM V–APLICAÇÃO EM COLETORES SOLARES – S. S. Lima Filho, M. X. Ponte 25

ESCOAMENTOS EM MEIOS POROSOS E BIFÁSICOS

TWO–FLUID TREATMENT OF THE ANNULAR–DISPERSED FLOW REGIME IN VERTICAL FLOW–BOILING – A. H. Abdelmessih, A. A. Adeniji – Fashola, Z. Nejat 29

DESCRIÇÃO DO ESCOAMENTO BIFÁSICO ANULAR NO ÂMBITO DE UM MODELO GENERALIZADO PARA OS ESCOAMENTOS BIFÁSICOS – A. M. D. Figueiredo 33

MEDIDA DE FRAÇÃO DE VAZIO EM ESCOAMENTO BIFÁSICO, GÁS – ÁGUA, EM TUBO VERTICAL, USANDO ABSORÇÃO DE RAIOS GAMA – R. D. Silva, J. A. D. Dieguez 37

ESTUDO DA EVOLUÇÃO DA FRENTE DE REMOLHAMENTO PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS – J. Polescu, A. C. Galeão, E. G. D. Carmo 41

SEPARAÇÃO DE MISTURAS LÍQUIDAS EM ESCOAMENTO PELICULAR EM CANAIS INCLINADOS – L. P. G. Bragança, A. M. D. Figueiredo 45

UM PRINCÍPIO DE MÁXIMO PARA ESCOAMENTOS DE FLUIDOS VISCOSOS ATRAVÉS DE REGIÕES DE FLUIDO PURO E DE MISTURA – R. M. S. Gama, R. Sampaio 49

COMPORTAMENTO FLUIDO–DINÂMICO DE XISTO BRITADO EM LEITO FLUIDIZADO RECIRCULANTE – J. D. Pagliuso, G. Lombardi, L. Goldstein Jr., D. A. M. Fernandes 53

ANÁLISE DA QUEDA DE PRESSÃO EM ESCOAMENTOS GÁS–SÓLIDOS DILUÍDOS – A. A. B. Pécora, C. A. Gasparetto 57

MODELAGEM DO ENCHIMENTO DE UMA PLACA POROSA – R. Sampaio, R. M. S. Gama 61

TRANSFERÊNCIA TRANSIENTE DE CALOR E UMIDADE EM ELEMENTOS POROSOS DE EDIFICAÇÕES – H. A. Souza, P. C. Philippi 65

MECÂNICA DOS FLUÍDOS E CONVECÇÃO DE CALOR

EFFECT OF NON–UNIFORMITIES ON THE FORCED–CONVECTION HEAT TRANSFER CHARACTERISTICS OF BLOCK–LIKE ELECTRONIC COMPONENT ARRAYS – W. F. N. Santos, P. R. S. Mendes 69

ENTRANCE FLOW IN DUCTS: A NEW APPROACH – L. M. Socio, L. Misici 73

NUMERICAL ANALYSIS FOR DEVELOPING LAMINAR FLOW IN VERTICAL DUCTS APPLIED TO COMBINED CONVECTION: COMPARISON WITH EXPERIMENTS – A. Campo, C. Perez 77

EFEITOS DA PAREDE DE UM TUBO NA TRANSFERÊNCIA DE CALOR CIRCUNFERENCIALMENTE NÃO–UNIFORME A UM FLUIDO ESCOANDO NO SEU INTERIOR COM ESCOAMENTO LAMINAR PLENAMENTE DESENVOLVIDO – G. M. M. Cruz, C. A. C. Altemani 81

CONVECÇÃO NATURAL LAMINAR EM CAVIDADES ARBITRÁRIAS SIMPLESMENTE CONEXAS – F. E. Milioli, C. R. Maliska, A. F. C. Maliska, A. F. C. Silva 85

TRANSFERÊNCIA SIMULTÂNEA DE CALOR E MASSA EM PROCESSOS DE CONVECÇÃO NATURAL EM DUTOS VERTICAIS DE PAREDES PLANAS – M. Biage, P. C. Philippi 89

CONVECTIVE HEAT TRANSFER IN A THIN POROUS LAYER EXPOSED TO A CONSTANT HEAT FLUX – P. Vasseur, L. Robillard, I. Anochinavari 93

A MODIFIED PRESSURE CORRECTION SCHEME FOR SOLVING THE INCOMPRESSIBLE NAVIER–STOKES EQUATIONS – A. C. M. Sousa, V. M. Theodossiou, G. V. Hadjisophocleous 97

AERODINÂMICA E GASDINÂMICA

ON VARIABLE ENERGY BLAST WAVES – V. A. Akinsete 101

SUBSONIC FLOWFIELD COMPUTATION OVER AIRCRAFT AND LAUNCH VEHICLE – J. R. Fourniols, S. Prakash , P. A. O. Soviero 105

UM MÉTODO ANALÍTICO PARA MINIMIZAÇÃO DE ARRASTO DE PRESSÃO DO PERFIL EM $M_\infty = 1$ – K. L. Feng 109

THE FLOWFIELD OF A SONIC JET EXHAUSTING AGAINST A SUPERSONIC FLOW – P. M. Júnior, U. Ganzer 113

SIMULAÇÃO DE ESFORÇOS NÃO PERMANENTES SOBRE UM CILINDRO CIRCULAR SUBMETIDO A UM ESCOAMENTO BIDIMENSIONAL – P. A. O. Soviero 117

ANÁLISE E OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS DE JATOS DE GÁS FRIO PARA CONTROLE DE ATITUDE DE SATÉLITES – I. E. O. Júnior, O. M. Silvares 121

GASDINÂMICA DA ULTRACENTRÍFUGA SEMI–LONGA – M. S. Luz, J. T. Sielawa 125

DETERMINAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS HIDRODINÂMICAS DE PLACAS DE MÚLTIPLOS ORIFÍCIOS PARA MEDIÇÃO DE VAZÃO – M. L. Todescat, C. A. Clezar, C. R. Maliska, C. Almen 129

ESCOAMENTO TURBULENTO

EFFECTS OF RANDOM PRESSURE FLUCTUATIONS INDUCED BY TURBULENT FLOW- A. A. Lakis – (ECOLE POLYTECHNIQUE/CANADÁ) 133

ANÁLISE NUMÉRICA DO ESCOAMENTO TURBULENTO ENTRE PLACAS PARALELAS – J. P. Pinheiro Neto, E. C. Fernandes, E. L. Zaparoli 137

ANÁLISE DO CAMPO DE DIFUSIVIDADE TÉRMICA TURBULENTA NO ESCOAMENTO DE AR ENTRE PLACAS PARALELAS – P. M. S. Araújo, A. S. Vargas 141

THERMOANEMOMETRY MEASUREMENTS AND COHERENT STRUCTURES IN A TURBULENT PLANE AIR JET – C. A. Thompson, M. N. Frota, N. G. C. R. Fico Jr. 145

SHEAR LAYER TURBULENCE MEASUREMENTS ON A ARTIFICIALLY EXCITED PLANE AIR JET – C. A. Thompson, M. N. Frota, A. G. Azevedo 149

MÉTODOS TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS EM FENÔMENOS DE TRANSPORTE

CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DE ESFORÇOS EM TUBULAÇÕES SUJEITAS A DESPRESSURIZAÇÃO – E. Kuramoto, D. E. Silva . 153

ESTUDO ANALÍTICO E EXPERIMENTAL DE JATOS COAXIAIS PARA IRRIGAÇÃO – K. A. R. Ismail, F. M. R. P. Coelho 157

CÁLCULO DE REGIMES PERMANENTES DE REDES HIDRÁULICAS ATRAVÉS DE MICRO COMPUTADORES – C. R. Ribeiro .. 161

SOBRE A SIMULAÇÃO DA CIRCULAÇÃO EM REGIME TRANSIENTE COM MODELOS TRIDIMENSIONAIS USANDO ELEMENTOS FINITOS – A. M. Awruch, C. B. Freitas 165

MÉTODO DAS PERTURBAÇÕES APLICADO À RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE ONDA DE CHEIA – J. A. Cirilo, M. H. Hirata . 169

UM ESQUEMA LINEAR PARA AS EQUAÇÕES INTEGRAIS DA RADIAÇÃO TÉRMICA COM CONDUÇÃO COMBINADA EM SÓLIDOS DE GEOMETRIA ARBITRÁRIA – M. B. Halal, S. Colle 173

DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA EMISSIVIDADE DE SUPERFÍCIES – C. V. M. Braga, S. L. Braga, A. F. Orlando 177

A NEW ACCURATE METHOD FOR CALIBRATING SUBMICRON PRESSURE TRANSDUCERS (1 TO 10^{-3} TORR) – M. N. Frota 181

TROCADORES E ARMAZENADORES DE CALOR

SECOND LAW ANALYSIS FOR PARALLEL FLOW AND COUNTERFLOW HEAT EXCHANGERS – C. E. S. M. Costa, F. E. M. Saboya 185

COMPARAÇÃO DE MÉTODOS DE CÁLCULO TERMO–HIDRÁULICO PARA TROCADORES DE CALOR CASCO E TUBO, SEM MUDANÇA DE FASE – C. M. C. Ribeiro, L. G. Júnior 189

UM MODELO NUMÉRICO PARA A PREVISÃO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM ESCOAMENTOS CRUZADOS – A. Tribess, C. R. Maliska 193

SOME PERFORMANCE CHARACTERISTICS OF A FLUIDIZED BED HEAT RECOVERY UNIT – J. Militzer, P. Basu, N. Adaikkappan 197

CAPACITORES TÉRMICOS COM E SEM ALETAS PARA UTILIZAÇÃO AEROESPACIAL – F. B. A. Ramos, C. L. F. Alves 201

HEAT TRANSFER DURING FUSION IN A VERTICAL CYLINDRICAL GEOMETRY – A. C. P. Brasil Jr., P. R. S. Mendes 205

MODELO DE ELEMENTOS FINITOS PARA ESTUDO DA DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA EM ALETAS DE ARREFECIMENTO – H. A. Rocha 209

MÁQUINAS TÉRMICAS E COMPONENTES

HEAT PUMPS: A SURVEY ON HEAT SOURCES – J. A. R. Parise 213

AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL DO DESEMPENHO DE BOMBAS DE CALOR – J. Z. Halász, C. A. C. Altemani 217

DESEMPENHO DE UM SISTEMA FRIGORÍFICO DE ABSORÇÃO DE AMÔNIA – J. D. Pagliuso, G. Lombardi, C. C. Santana, C. A. Gasparetto 221

HEAT RECOVERY FROM REFRIGERATION PLANTS – J. A. R. Parise 225

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO DESEMPENHO DE COMPRESSORES HERMÉTICOS ALTERNATIVOS – M. S. Ussyk, R. T. S. Ferreira 229

INFLUÊNCIA DO ESCOAMENTO ATRAVÉS DA FOLGA PISTÃO/CILINDRO NO DESEMPENHO DE UM COMPRESSOR HERMÉTICO ALTERNATIVO – R. T. S. Ferreira 233

INFLUÊNCIA DAS DIMENSÕES GEOMÉTRICAS DAS VÁLVULAS NO DESEMPENHO DE COMPRESSORES HERMÉTICOS ALTERNATIVOS – J. Driessen, R. T. S. Ferreira 237

A ALTA HIDRATAÇÃO DO ÁLCOOL MOTOR – C. V. M. Braga 241

PARTIDA A FRIO DE MOTORES A ÁLCOOL ETÍLICO COM O AUXÍLIO DO AFOGADOR – A. M. Santos 245

BOMBEAMENTO DE ÁGUA POR COMPRESSÃO DE GÁS – J. M. A. M. Gurgel, R. P. Kluppel 249

APROVEITAMENTO DE FONTES ALTERNATIVAS DE ENERGIA

THERMAL PERFORMANCE OF A SOLAR ASSISTED HOUSE IN IOWA CITY – A. Sanchez A. 253

OPERAÇÃO ANUAL DE UM SISTEMA GERADOR DE VAPOR SOLAR – O. S. H. Mendoza, M. Biage 257

MODELAMENTO ESTÁTICO E DINÂMICO DE SISTEMA DE REFRIGERAÇÃO POR ABSORÇÃO MOVIDO A ENERGIA SOLAR – J. R. Figueiredo 261

DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DOS PARÂMETROS CARACTERÍSTICOS DE UM SISTEMA DE BOMBEAMENTO SOLAR – H. S. Costa, N. Fraidenraich 265

POSSIBILIDADE DA TECNOLOGIA SOLAR PARA A PRODUÇÃO DE CALOR INDUSTRIAL NO BRASIL – C. Tiba, N. Fraidenraich, E. M. S. Barbosa 269

THE O–FAMILY OF HORIZONTAL AXIS WIND ROTORS – M. H. Hirata, I Rischbieter, F. C. M. Jr. Pires, L. H. Bougleux 273

ANÁLISE EXPERIMENTAL E ESTUDO COMPARATIVO DE ROTORES EÓLICOS DO TIPO SAVONIUS – G. R. Júnior, A. F. Orlando, F. E. M. Saboya 277

COMPORTAMENTO HIDRODINÂMICO DE UMA BÓIA NO APROVEITAMENTO DE ENERGIA DAS ONDAS – A. C. Mendes 281

SECADORES E GASOGÊNIOS

SECAGEM PNEUMÁTICA DE BAGAÇO DE CANA – I. C. Macedo, S. A. Nebra 285

MEDIDA DO PERFIL AXIAL DE UMIDADE EM SECADOR PNEUMÁTICO VERTICAL – L. J. G. Faria, S. C. S. Rocha, C. C. Santana . 289

CARACTERIZAÇÃO DAS PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS, DETERMINAÇÃO DE VELOCIDADE TERMINAL E COEFICIENTE DE ARRASTO DE PARTÍCULAS DE BAGAÇO – S. A. Nebra, I. C. Macedo 293

UTILIZAÇÃO DE GASEIFICADOR PARA PRODUÇÃO DE ENERGIA MECÂNICA E TÉRMICA EM SISTEMAS DE SECAGEM – J. T. V. Pereira, I. C. Macedo 297

INJETORES TIPO TORRE COM ORIFÍCIOS TUBULARES – D. A. M. Fernandes, J. D. Pagliuso, L. Goldstein Jr., G. Lombardi 301

ESTUDOS SOBRE A INTERAÇÃO ENTRE A PARTÍCULA DE COMBUSTÍVEL E A FASE DE BOLHAS E SEU EFEITO SOBRE A TAXA DE QUEIMA EM LEITO FLUIDIZADO – F. J. Santos, R. B. Peel 305

GASOGÊNIO – CARACTERÍSTICAS EM DUAS GEOMETRIAS – S. B. Moraes 309

DETERMINAÇÃO DA EXERGIA DO ÁLCOOL ETÍLICO E DO BAGAÇO DE CANA DE AÇÚCAR – L. A. H. Nogueira, I. C. Macedo . 313

TERMOHIDRÁULICA DE REATORES NUCLEARES

SIMULAÇÕES TERMO–HIDRÁULICAS DO NÚCLEO DO REATOR RÁPIDO EXPERIMENTAL – M. S. Luz, F. A. Braz Filho, E. M. Borges 317

MODELOS PARA O ESCOAMENTO TRANSVERSAL E MISTURA TÉRMICA TURBULENTA EM FEIXES DE BARRAS COM ESPAÇADORES HELICOIDAIS – E. F. Fernandez, P. Carajilescov 321

DISTRIBUIÇÃO DE VAZÃO E ANÁLISE DE ESTABILIDADE PARA ESCOAMENTO DESCENDENTE EM CANAIS AQUECIDOS – P. A. B. Sampaio 325

CONVECÇÃO NATURAL EM DUTO ANULAR EM TERMOSIFÃO – S. V. Moller, A. J. Silva Neto 329

SIMULATION OF THERMAL BEHAVIOR OF NUCLEAR FUEL ROD BY ELECTRICALLY HEATED PIN – P. Carajilescov 333

ASPECTOS GERAIS DE PROJETO MECÂNICO

PRODUCTS LIABILITY: A DESIGN CONTRAINT – C. O. Smith 337

ENSAIO DE LUBRIFICANTES PARA TRANSMISSÕES POR TRAÇÃO – F. G. Dedini, H. I. Weber 341

HIGH ENERGY ELECTRONIC IGNITION IN IC ENGINES – H. S. Couto, D. Bastos Netto, C. R. E. R. Duenas 345

SIMULAÇÃO EXPERIMENTAL DE UM CONTROLADOR DE VELOCIDADE PARA UM MODELO DE VEÍCULO HÍBRIDO – A. M. Oliveira, J. M. Rosário, D. E. Zampieri, A. G. B. Palhares 349

OTIMIZAÇÃO DE ASSOCIAÇÕES FOGUETE–ESTATO REATOR INTEGRALIZADOS – D. Bastos Netto, A. L. S. Guimarães 353

ESTUDO DA DINÂMICA DE SEPARAÇÃO DA COIFA DO FOGUETE CENTRAL DE UM VEÍCULO LANÇADOR – N. Seito, S. Prakash, R. V. Moraes 357

BUSCA UNIDIMENSIONAL POR CRITÉRIOS DE DESCIDA SUFICIENTE PARA UM ALGORITMO DE DIREÇÕES VIÁVEIS – L. A. V. Carvalho, J. H. Norman 361

INTERPOLAÇÃO COMO UM PROBLEMA DE CONTROLE ÓTIMO – R. V. F. Lopes 365

TUBOS E VASOS DE PRESSÃO

ANÁLISE DINÂMICA DE TUBULAÇÕES – R. Barbieri, D. B. Alves 369

HOLOGRAPHIC NDE OF PRESSURE TUBES FOR CIRENE NUCLEAR REACTOR – G. D. Chirico, L. Pirodda, A. Villani 373

CONSIDERAÇÕES SOBRE A RIGIDEZ DOS CONSOLOS NO MODELO ESTRUTURAL DE VASOS DE PRESSÃO VERTICAIS – P. A. Costa Filho, J. F. P. B. Leães, L. D. B. Ferrari 377

UMA ANÁLISE 3–D DA DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES E DE DEFORMAÇÕES NUM VASO CILÍNDRICO DE ALTA PRESSÃO, FABRICAÇÃO EM MATERIAL CONJUGADO E COM SELANTE METÁLICO – W. K. Takahashi, H. A. Al-Qureshi 381

ANÁLISE DE FLANGES DE VASOS DE PRESSÃO NUCLEARES – C. A. Oliveira, O. B. Augusto 385

OTIMIZAÇÃO DE TENSÕES TÉRMICAS EM JUNTAS CÔNICAS – L. H. M. Silva, C. S. Barcellos 389

ANÁLISE DE TENSÕES EM DESCONTINUIDADES NAS CASCAS DE REVOLUÇÃO – A. Dias, R. Guenther 393

ANÁLISE ESTRUTURAL DE VIGAS E PAINÉIS

ANÁLISE E PROJETO ESTRUTURAL DO PRIMEIRO SATÉLITE BRASILEIRO – A. M. D. Henriques, H. R. C. Savio, C. F. Nogueira, J. S. R. Alves Filho, E. F. R. Araújo, M. R. Ferroni 397

APLICAÇÃO DAS IDÉIAS DE MOHR AO CÁLCULO DOS DESLOCAMENTOS DE VIGAS DE EIXO CIRCULAR – J. M. Souza 405

ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS DE EIXO CURVO COM INÉRCIA VARIÁVEL – J. M. Souza 405

FORMULAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE ELEMENTOS DE VIGA DE SEÇÃO DEFORMÁVEL – T. D. P. Araújo, R. R. Silva 409

MODELO ANALÍTICO PARA O CÁLCULO DE DEFLEXÕES DE VIGAS DE CONCRETO PROTENDIDO COM ABERTURAS NA ALMA – T. M. J. Alves, A. Scanlon 413

ANÁLISE PARAMÉTRICA DE PAINÉIS METÁLICOS – N. A. Dumont, J. A. Quimelli 417

ALTERNATIVE METHOD FOR COMPUTING INTERLAMINAR STRESSES IN COMPOSITE MATERIALS – S. F. M. Almeida, H. W. Smith 421

MODELAGEM DE ESTRUTURAS UNIDIMENSIONAIS PLANAS EM EQUILIBRIO – H. S. C. Mattos, R. Sampaio 425

UM ALGORITMO DE GRADIENTE CONJUGADO MODIFICADO PARA ANÁLISE DE TORRES ESTAIADAS – C. A. B. Coelho, J. H. Norman 429

THE NONLINEAR EXTENDED KANTOROVICH METHOD WITH MULTIPLE TERMS – T. C. Soong 433

ELEMENTOS FINITOS E DE CONTORNO

A SIMPLE QUADRILATERAL ASSUMED–STRESS-HYBRID FINITE ELEMENT FOR THE ANALYSIS OF LAMINATED PLATES AND SHELLS – H. R. C. Savio, M. Kataoka Filho 437

UM ELEMENTO FINITO MISTO PARA ANÁLISE ESTÁTICA DE CASCAS ESFÉRICAS – M. G. Oliveira, W. Altman 441

ANÁLISE ESTÁTICA E DINÂMICA DE ESTRUTURAS ATRAVÉS DO MÉTODO MATRIZES TRANSFERÊNCIA – ELEMENTOS FINITOS – J. C. Dias, P. Seleghim 445

UM TRATAMENTO DO FENÔMENO DE CONSOLIDAÇÃO BIDIMENSIONAL POR ELEMENTOS FINITOS – J. P. Demartinecourt 449

ELEMENTOS FINITOS PARA ANÁLISE GEOMETRICAMENTE NÃO–LINEAR DE PÓRTICOS ESPACIAIS – E. M. Sousa, R. R. Silva 453

"REVIEW" SOBRE O MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO APLICADO PARA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PLACAS ELÁSTICAS – L. H. M. Silva, C. S. Barcellos 457

STRESS ANALYSIS OF TOOTH GEARS BY BOUNDARY ELEMENTS METHOD IN STATIC REGIME – V. F. Poterasu, N. Mihalache 461

ENFORCEMENT OF BENDING CONTINUITY AND BENDING CONSTRAINT THROUGH THE PENALTY / FUNCTION METHOD – C. A. Almeida 465

PROJETO MECÂNICO

PADRONIZAÇÃO DE SISTEMAS GRÁFICOS NO PROJETO ASSISTIDO POR COMPUTADOR – S. Scheer, M. Gattass 469

ANÁLISE MATRICIAL DE MECANISMOS PLANOS–IMPLEMENTAÇÃO NUM SISTEMA DE PROJETO ASSISTIDO POR COMPUTADOR – M. R. Pontes, M. A. A. Cecchini, L. H. Lampi 473

MOTION ANALYSIS OF A MECHANICAL SYSTEM WITH VARIABLE STRUCTURE – H. I. Weber 477

PROJETO DE UM MODELO EXPERIMENTAL DE UMA RODA DE REAÇÃO PARA CONTROLE DE ATITUDE DE SATÉLITES ARTIFICIAIS – P. N. Souza, A. T. Fleury, J. A. M. F. Souza 481

ESTUDO ANALÍTICO–EXPERIMENTAL DO COMPORTAMENTO DE MECANISMO ARTICULADO – J. L. F. Martins, J. L. Scieszko 485

SÍNTESE ANALÍTICA DE MECANISMOS ARTICULADOS PLANOS PARA POSIÇÕES MULTIPLAMENTE SEPARADAS – J. C. Zanini, W. J. Meireles 489

PROJETO ÓTIMO DE TRANSPORTADORES DE CORREIA – I. A. Calado, J. H. Norman 493

PROJETO DE UMA MÁQUINA DE TRAÇÃO LENTA – J. C. Menezes, F. A. Pinheiro 497

OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

ANÁLISE LIMITE DE PÓRTICOS PLANOS VIA OTIMIZAÇÃO – L. M. S. A. Borges, N. Z. Pereira 501

PROJETO PLÁSTICO ÓTIMO AUTOMÁTICO DE PÓRTICOS PLANOS DE AÇO – A. M. C. Melo, P. Rizzi 505

UM PROGRAMA DE OTIMIZAÇÃO DE TRELIÇAS DE ALUMÍNIO EM MICROS DA FAMÍLIA APPLE – J. C. Espíndola, S. A. Segenreich 509

OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS DE PONTES ROLANTES PROTENDIDAS – M. F. Pimenta, P. Rizzi, T. R. N. Marinho 513

MICROSAPO – UM PROGRAMA DE OTIMIZAÇÃO DE PROJETOS PARA MICROCOMPUTADORES DA FAMÍLIA APPLE – S. A. Segenreich, L. M. P. F. Braga 517

ELASTICIDADE E PLASTICIDADE

DIRECT DETERMINATION OF THE LIMIT STATE IN AN ELASTOPLASTIC STRUCTURE UNDER CYCLIC LOADING APPLICATION TO SHOT PEENING AND ROLLING – G. Inglebert, J. Frelat 521

CONFIGURAÇÕES PLANAS PÓS–FLAMBAGEM DE UM ANEL CIRCULAR EXTENSÍVEL – E. N. Mamiya, R. Sampaio 525

TWO SIDED ENERGY BOUNDS FOR ELASTIC MEMBRANES – M. Angelillo 529

DYNAMIC AEROELASTIC STABILITY OF VERTICAL AXIS WIND TURBINES UNDER A CONSTANT WIND VELOCITY – F. Nitzsche 533

ANÁLISE DE CONTATO E IMPACTO ENTRE CORPO ELÁSTICOS – V. S. Barbosa, A. F. D. Loula 537

UM ALGORITMO NUMÉRICO PARA O PROBLEMA DE SIGNORINI COM ATRITO DE COULOMB – H. J. C. Barbosa, R. A. Feijóo . 541

NONLINEAR SHOCK WAVES IN ELASTIC DIELECTRICS – M. Epstein, S. Dost 545

ESTUDO DA EQUIVALÊNCIA ENTRE INDICADORES DE QUALIDADE DE IMAGEM (IQIs) ASME E DIN EM RADIOGRAFIA INDUSTRIAL – A. C. de Moraes Filho, A. Sei Filho 547

ANÁLISE DINÂMICA DE SISTEMAS

PROCEDIMENTOS PARA A ESTABILIZAÇÃO PASSIVA DE UM SATÉLITE SOB CONDIÇÕES INERCIAIS CRÍTICAS – I. M. Fonseca, P. T. M. Lourenção, J. R. F. Oliveira 551

SPILLOVER MINIMIZATION – AN APPROACH FOR ACTUATORS AND SENSORS PLACEMENT IN DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEMS – P. T. M. Lourenção 555

APPLICATION OF MOMENT EQUATIONS TO SENSITIVITY ANALYSIS OF THE STOCHASTIC NONLINEAR DYNAMICAL SYSTEM – L Socha 559

SIMULAÇÃO DA ESTABILIDADE DINÂMICA DE UMA LOCOMOTIVA – F. Rodrigues Filho, H. I. Weber 563

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UMA MÁQUINA–FERRAMENTA ELETROEROSIVA PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS – C. R. R. Almeida, J. T. N. Medeiros 567

PROCEDIMENTO PARA REDUÇÃO DO TEMPO DE PROCESSAMENTO EM ESTIMAÇÃO DE ESTADO VIA FILTRO DE KALMAN – V. Orlando, A. R. Rios Neto 571

UM FILTRO DE KALMAN COM TAXAS DE ATUALIZAÇÃO DIFERENCIADAS PARA A IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS DINÂMICOS – L. A. W. Bambace 575

VIBRAÇÕES EM SISTEMAS E ESTRUTURAS

PROJETO CONSTRUÇÃO E TESTE DE AMORTECEDOR DE VIBRAÇÕES – N. D. Valle, A. Lenzi, B. M. Neves 579

FREQUENCY DOMAIN ESTIMATION OF STRUCTURAL PARAMETERS – J. R. F. Arruda 583

UM ESTUDO DE VIBRAÇÕES LIVRES DE CASCAS ESFÉRICAS USANDO UM ELEMENTO FINITO MISTO – E. Lucena Neto, W. Altman 587

VIBRAÇÕES LIVRES DE CASCAS CÔNICAS POR UM MODELO MISTO DE ELEMENTOS FINITOS – W. Altman, E. Lucena Neto, A. F. Palmério 591

VIBRAÇÃO EM ESTRUTURAS DE CASCAS ABERTAS, REFORÇADAS COM STRINGERS – J. J. Espíndola, A. E. Turra 595

ANÁLISE NÃO–LINEAR DAS OSCILAÇÕES INDUZIDAS POR VÓRTICES EM ESTRUTURAS CILÍNDRICAS CIRCULARES – A. R. E. Oliveira, C. Belletti 599

DETERMINING FORMATION OF CRACKS IN VIBRATING SYSTEMS – M. R. Kujath, Jiasen Li 603

FREQUENCY RESPONSE MEASUREMENTS ON A TURBOCHARGED AUTOMOTIVE DIESEL WITH VARIABLE GEOMETRY TURBINE – R. J. Backhouse 607

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM HIDROGERADOR – R. Pavanello, J. R. F. Arruda, F. Iguti 611

VIBRAÇÕES EM LINHAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA – R. Jordam 615

ANÁLISE TEÓRICA DE VIBRAÇÕES

ANÁLISE DE VIBRAÇÕES NÃO–LINEARES – P. A. A. Veloso, A. F. D. Loula 619

ISOLAMENTO DE VIBRAÇÕES EM ALTAS FREQUÊNCIAS EM SISTEMAS COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE – J. J. Espíndola, A. M. F. Bastos 623

VIBRAÇÕES ALEATÓRIAS DE VIGAS – N. Nascimento 627

NATURAL FREQUENCIES OF A PLATE ON AN ELASTIC BED – W. Zambrano 631

RESULTADOS EXPERIMENTAIS DE PROPAGAÇÃO LIVRE DE ONDAS EM ESTRUTURAS PERIÓDICAS DISCRETAS – J. B. Silva 633

ON THE ACOUSTIC RADIATION OF TURBULENCE – R. E. Musafir, M. Zindeluk, J. G. Slama 637

DECONVOLUÇÃO HOMOMÓRFICA DE DADOS HIDROACÚSTICOS – M. M. D. Veiga, J. G. Slama 641

DECONVOLUÇÃO APLICADA A ENSAIOS DE IMPACTO – R. A. Tenenbaum, Z. Zindeluk 645

VIBRAÇÕES E ACÚSTICA

MEDIÇÃO DE ABSORÇÃO ACÚSTICA DE MATERIAIS COM A TÉCNICA DOS DOIS MICROFONES – S. N. Y. Gerges, R. T. Vargas, E. B. Andrade, R. K. Damasceno 649

O IMPACTO DA TÉCNICA DE MEDIÇÃO DE INTENSIDADE ACÚSTICA NA CONSTRUÇÃO DE NOVAS CÂMARAS ACÚSTICAS – E. B. Andrade, S. N. Y. Gerges 653

PREDIÇÃO DO ISOLAMENTO ACÚSTICO DE PAREDES DUPLAS – U. H. Mondl, S. N. Y. Gerges 657

REDUÇÃO DE RUÍDO DE CONDICIONADORES DE AR – E. B. Teodoro, S. N. Y. Gerges 661

REDUÇÃO DE VIBRAÇÃO E RUÍDO EM VENTILADORES DE ESPIRAIS INTERNAS – M. T. Almeida 665

AMORTECIMENTO DE VIBRAÇÕES EM FERRAMENTAS DE TORNO COM AUXÍLIO DE POLÍMEROS VISCO–ELÁSTICOS – A. J. V. Porto, J. Lirani 669

MANUTENÇÃO PREVENTIVA: UM ESTUDO SOBRE O MÉTODO DA CURTOSE – L. G. Martins, S. N. Y. Gerges 673

MANUTENÇÃO PREDITIVA DE ENGRENAGENS: ANÁLISE MODAL E SIMULAÇÃO DO SINAL DE VIBRAÇÕES – PARTE 1 – N. N. C. Lima, S. N. Y. Gerges, R. R. Brazzalle 677

CONTRÔLE E AUTOMAÇÃO

A PRELIMINARY DESIGN AND DYNAMIC ANALYSIS OF AN ELECTROHYDRAULIC SERVO ACTUATOR FOR MOVING AIRCRAFT CONTROL SURFACES – F. J. Hale 681

DEVELOPMENT OF A COMPENSATING ALGORITHM FOR LOAD INDUCED DEFLECTIONS IN ROBOTS -R. G. Fenton, J. M. Reeder 685

ESTUDO COMPARATIVO DOS DIVERSOS ACIONADORES HIDRÁULICOS E ELÉTRICOS PARA ROBOTIZAÇÃO INDUSTRIAL – H. C. Júnior, L. A. M. Gonçalves 689

DYNAMIC POSITIONING SYSTEMS – N. R. Elias 693

– OPTIMIZACION PARAMÉTRICA DE REGULADORES DE VELOCIDAD DE TURBINAS HIDRÁULICAS – R. H. Milocco, E. Willis 697

USINAGEM E SOLDAGEM

ASPECTOS DA CONCEPÇÃO DE UM CENTRO DE INFORMAÇÕES DE USINAGEM (CINFUS) NO BRASIL – L. Boehs, A. C. Ferreira 701

PROPOSTA DE UM SISTEMA DE INFORMAÇÃO COMPUTADORIZADO SOBRE DADOS DE FABRICAÇÃO DE INDÚSTRIAS MECÂNICAS – A. J. V. Porto, J. Lirani 705

MODELING AND ANALYSIS OF EDM PROCESS – K. P. Rajurkar 709

ASPECTOS TERMODINÂMICOS DO PROCESSO DE USINAGEM POR ELETROEROSÃO – J. T. N. Medeiros 713

USINAGEM A QUENTE POR ARCO DE PLASMA–UMA SOLUÇÃO PARA A USINAGEM DE AÇOS DE ELEVADA RESISTÊNCIA E ELEVADA DUREZA – W. L. Weingaertner 717

DETERMINAÇÃO DEL CONTORNO ANODICO EN EL MAQUINADO ELECTROQUIMICO CON HERRAMIENTA RECUBIERTA- C. Orellana, M. A. Bejar 721

PROCEDIMENTO PARA QUALIFICAÇÃO DA ZONA SUPERAQUECIDA DE UMA JUNTA SOLDADA EM AÇO SAE 4340 – D Arfinengo, L. V. Lopes 725

UTILIZAÇÃO DO MICROCOMPUTADOR PARA A AUTOMATIZAÇÃO E ESCOLHA DE PARÂMETROS NA SOLDAGEM MIG/MAG COM FONTES DE ENERGIA TIRISTORISADAS E TRANSISTORISADAS – P. Drews, J. C. Dutra, A. H. Kuhne 729

ROTORES E MANCAIS

DYNAMICAL BEHAVIOR OF A FLEXIBLE ROTOR UNDER NON–LINEAR EXCITATION – V. Steffen Jr., F. P. Lépore, N. 733

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL MODEL FOR A MAGNETICALLY SUSPENDED RIGID ROTOR – F. P. Lépore N., V. Steffen Jr. 737

ANÁLISE DINÂMICA DE UM VOLANTE SUPERCRÍTICO PARA ARMAZENAMENTO DE ENERGIA – V. M. C. Silva, H. I. Weber, J. R. F. Arruda 741

SIMULAÇÃO DO BALANCEAMENTO DE UM ROTOR FLEXÍVEL POR COEFICIENTES DE INFLUÊNCIA – J. V. Ferreira, F. Iguti, D. E. Zampieri 745

MODELLING AND MODAL PARAMETER IDENTIFICATION FOR AN ELASTICALLY MOUNTED VERTICAL ROTOR – S. S. Dana, H. I. Weber 749

OTIMIZAÇÃO DE UM COMPENSADOR FLEXÍVEL PAR MANCAIS AEROSTÁTICOS – J. G. Duduch, B. M. Purquerio 753

DETERMINAÇÃO ANALÍTICA E EXPERIMENTAL DAS CARACTERÍSTICAS FUNDAMENTAIS DE UM SUPORTE MAGNÉTICO – M. D. Júnior, D. E. Zampieri 757

USINAGEM

EVALUATING OF MACHINING CONDITIONS BY RESPONSE SURFACE METHODOLOGY – B. P. Bandyopadhyay 761

INFLUÊNCIA DAS CONDIÇÕES DE USINAGEM NOS ÍNDICES DE USINABILIDADE BASEADOS NAS FORÇAS DE CORTE E DE AVANÇO NO TORNEAMENTO – L. B. Cunha, N. L. Cupini 765

PROPOSTA DE UM ENSAIO DE USINABILIDADE BASEADO NA TEMPERATURA DE USINAGEM – N. L. Cupini, L. B. Cunha .. 769

INFLUÊNCIA DA VELOCIDADE DA PEÇA NA INSTABILIDADE DO PROCESSO DE RETIFICAÇÃO CILÍNDRICA – P. Sollero, D. Ferraresi 773

ANÁLISE EXPERIMENTAL DA CONDIÇÃO IDEAL DE DRESSAMENTO DE REBOLOS USANDO O MÉTODO DA ESFERA RETIFICADA – J. F. G. Oliveira, R. T. Coelho, B. M. Purquerio 777

DETERMINAÇÃO DA FORÇA ESPECÍFICA DE USINAGEM PARA A FURAÇÃO, A PARTIR DO MODELO DA FORÇA ESPECÍFICA PARA O TORNEAMENTO – W. L. Weingaertner A. S. Rocha 781

ESTUDIO DEL ACABADO SUPERFICIAL APLICANDO EL DISEÑO FACTORIAL – L. M. Sarache B. 785

FACTORES INCIDENTES EN EL ACABADO SUPERFICIAL DE PIEZAS MECANIZADAS CON LIMADORA – L. M. Sarache B. 789

FERRAMENTAS CERÂMICAS À BASE DE NITRETO DE SILÍCIO PARA A USINAGEM DE METAIS – W. Konig, L. Lauscher, L. Boehs 793

EXPERIMENTAL ANALYSIS OF THE DRILLING TEST IN DEEP COAL MINING OF HIGHLY STRESSED SEAMS – G. Tokar ... 797

FADIGA

PROPRIEDADES MECÂNICAS DE TRAÇÃO E PROPAGAÇÃO DE TRINCA POR FADIGA EM UM AÇO 300M – I. M. M. Spinelli, D. Spinelli, H. M. Santos 801

FADIGA DO AÇO INOXIDÁVEL AISI 304 PRETRINCADO PELO HIDROGÊNIO – P. S. Pierantoni, R. Pascual, P. E. V. Miranda ... 805

INFLUÊNCIA DE CONCENTRADORES DE TENSÕES NO AÇO ABNT – 8640 EM FADIGA DE ALTO CICLO – H. J. C. Voorwald, T. M. Hashimoto, A. Zangrandi 809

OVERLOAD–INDUCED FATIGUE CRACK GROWTH RETARDATION IN PLANE STRAIN – J. T. P. Castro, D. M. Parks 813

THE VOLTAGE INDUCED AT THE CRACK MOUTH OF CT AND SEN FATIGUE TESTING SPECIMENS BY THE FLUX OF A CONSTANT ELECTRICAL CURRENT – J. T. P. Castro, D. M. Parks 817

INSTRUMENTATION DESIGN FOR MEASURING FATIGUE CRACK CLOSURE – J. T. P. Castro 821

OH THE OF COMPLIANCE AND POTENTIAL DROP TECHNIQUES TO STUDY FATIGUE CRACK PROPAGATION – J. T. P. Castro 825

FATIGUE BEHAVIOUR OF STEEL WIRE CABLE SUBJECTED TO AXIAL AND BENDING CYCLIC LOADS – K. Ghavami, R. E. Hobbs 829

FRATURA

ON THE ESTIMATION OF WEIBULL'S PARAMETERS IN BRITTLE MATERIALS – M. Leon, P. Kittl 833

ON THE INTEGRAL EQUATIONS OF WEIBULL'S FRACTURE STATISTICS – P. Kittl, G. Diaz 837

ON THE UNITY OF PLASTIC FLOW AND FRACTURE WITH HEAT AND MASS TRANSPORT PROCESSES – A. S. Krausz, K. Krausz 841

TEORIA ESTATÍSTICA DA FRATURA FRÁGIL APLICADA AO ENSAIO DE FLEXÃO – G. M. Camilo, R. E. Medrano 845

TENACIDAD A LA FRACTURA EN LA REGION DE TRANSICION DUCTIL–FRAGIL – P. I. Juan E., A. Eduardo P., T. Hipolito L. . 849

TENACIDAD A LA FRACTURA DE FUNDICIONES – P. I. Juan E., T. Hipolito L., G. Raul 853

TENACIDADE DO AÇO ABNT 4137 H AVALIADA PELA MECÂNICA DA FRATURA ELASTO PLÁSTICA – A. Dias, E. Rosa 857

MAPAS DE FRATURA DOS AÇOS INOXIDÁVEIS AUSTENÍTICOS – T. L. Silveira, I. L. May 861

TÉCNICAS EXPERIMENTAIS EM ANÁLISE DE TENSÕES

FATORES DE INTENSIFICAÇÃO DE TENSÃO PARA TRINCAS EM JUNTAS PLANAS SOLDADAS – T. F. Costa, J. R. Rebello, J. L. F. Freire 865

INFLUÊNCIA DO NUMERO DE DENTES E DAS FERRAMENTAS NO FATOR DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO DAS ENGRENAGENS – H. A. Gomide, C. A. Rosa 869

FOTOELASTICIDADE TRI–DIMENSIONAL APLICADA EM INTERFERÊNCIA DE CILINDROS DE PAREDE GROSSA – C. M. Montestruque, J. C. Balthazar, H. A. Gomide 873

ANÁLISE EXPERIMENTAL DO CONJUNTO MASTRO/ALETA E DO RODEIRO DO AEROMÓVEL COESTER – D. L. Klein, J. L. Campagnolo 877

TEMPERATURE DISTRIBUTION ON RESIN EPOXY MODELS SUBMITTED TO INFRA–RED RADIATION -P. Smith Neto, M. Sautner 881

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

DESENVOLVIMENTO DE AÇO SINTERIZADO LIGADO AO Mn E P – E. S. Palma, A. N. Klein, I. K. Arroyo 885

ORIENTATION OF SILICON CRYSTALS BY LASER REFLECTOGRAMS – A. W. Mól, V. Baranauskas 889

VARIABILIDADE DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS COMPOSTOS – M. R. Ferroni, M. A. D. Maciel 891

ABRASÃO DE FERROS FUNDIDOS BRANCOS AO CROMO – J. D. B. Mello, M. D. Charre, T. Mathia 895

CURVAS SUBSEQUENTES DE ESCOAMENTO PLÁSTICO DE CHAPAS METÁLICAS. LOCUS TEÓRICOS E COMPARAÇÕES COM RESULTADOS EXPERIMENTAIS – J. D. Bressan, J. A. Williams 899

PLASTICIDADE SOB RÁPIDO CARREGAMENTO TRACIVO UNIAXIAL – G. A. Morais 903

THE OCCURRENCE OF LOCALIZED SHEAR BANDS DURING TRANSVERSE SHEARING – S. Dzidowski 907

ANÁLISE DE PROBLEMAS DE CONFORMAÇÃO MECÂNICA VIA FOTOPLASTICIDADE – C. A. C. Barcellos, R. R. Barros, J. L. F. Freire 911

DESEMPENHO TÉRMICO COMPARATIVO ENTRE CPC DE BAIXA CONCENTRAÇÃO COM SEGUIMENTO INTERMITENTE DO SOL E COLETOR DE PLACA PLANA

RENATO MIGUEIS PICADO
FERNANDO DE ALMEIDA FRANÇA
UNICAMP - FEC/DEM - CAMPINAS - SP

SUMÁRIO

O modelamento da operação de um coletor solar térmico concentrador, tipo CPC, de baixa concentração, com seguimento intermitente do sol em um eixo, mostra que a eficiência e a quantidade de energia convertida são tão superiores, quando comparadas às de um coletor convencional de placa plana, que pode-se considerar viável sua utilização mesmo a níveis baixos de temperatura de operação. Os resultados são apresentados na forma de curvas padrão de eficiência dos coletores, curvas de média diária mensal de energia útil e curvas de média horária mensal de potência de operação em dias claros.

INTRODUÇÃO

A conversão térmica de energia solar, por meio de coletores planos, tem como fatores limitantes o elevado custo específico da energia útil (custo de investimento mais custo de operação por unidade de energia convertida) e os baixos níveis de temperatura associados à esta energia, quando comparados às fontes tradicionais. A utilização de coletores concentradores com seguimento do sol tem mostrado que, se por um lado converte-se maior quantidade de energia, com maior eficiência, em níveis mais elevados de temperatura de operação, seja por efeito do seguimento do sol, seja como resultado de menores perdas térmicas, via de regra seu custo de investimento e operação supera, proporcionalmente, a quantidade adicional de energia convertida.

Dentro deste quadro deve-se destacar a possibilidade de conversão da energia solar, com custo específico inferior ao de um coletor plano, com a utilização do coletor de baixa concentração, tipo CPC, com seguimento do sol. Por suas características geométricas peculiares o coletor CPC com seguimento intermitente do sol em um eixo (norte sul) permite soluções construtivas de custo compatível ao de um coletor de placa plana convencional. Assim, se a faixa angular de aceitação da radiação incidente no concentrador CPC, $2\theta_{máx}$ (Fig. 1), é determinada pela concentração teórica do coletor,

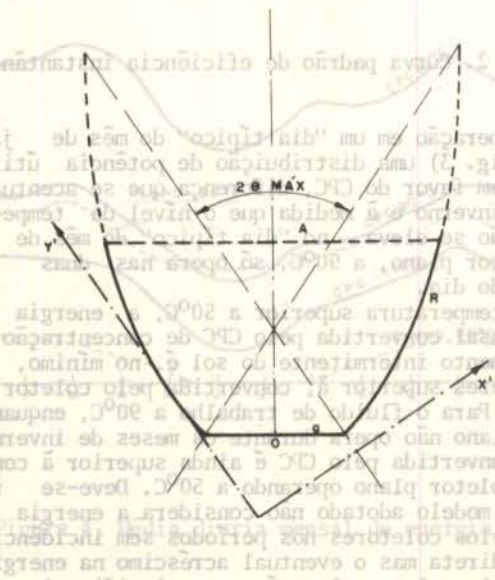


Figura 1. Características geométricas do CPC. A-plano de abertura, a-absorvedor, R-refletor.

$$\theta_{máx} = \text{arc sen } (1/C_t), \quad (1)$$

sendo a concentração real a razão entre a largura da superfície de abertura e a largura do absorvedor (A/a), um coletor de concentração teórica 5,0, e concentração real 2,4, por exemplo, aceita a radiação incidente em uma faixa angular de 23°, e necessita, ao longo de um dia, de cerca de 7 ajustes de posição, em média. O mecanismo de seguimento do sol não contribui, então, de forma significativa para a elevação dos custos de investimento e operação.

Neste trabalho mostra-se os princípios da simulação da operação de um CPC térmico de baixa concentração em "dias típicos" de cada mês do ano, com seguimento do sol em um eixo. Os resultados, obtidos em forma de curva padrão de eficiência do coletor e das curvas de média diária mensal de energia convertida e média horária mensal de potência de operação em dia claro, demonstram que a eficiência e a quantidade de energia convertida são tão superiores, quando comparadas às de um coletor plano convencional, que pode-se considerar viável sua utilização mesmo a níveis baixos de temperatura de operação.

PRINCÍPIOS DO MODELAMENTO DE OPERAÇÃO DOS COLETORES

Modelamento da radiação indidente. As condições de operaçao dos coletores CPC e plano foram simuladas, hora a hora, para o que se denominou de "o dia típico" de cada mês do ano, isto é, um dia intermediário do mês, admitido como inteiramente claro. Assim, foi necessário estimar a intensidade da radiação total incidente (direta + difusa) hora a hora deste "dia típico", e o procedimento adotado foi o seguinte:

1- Determinou-se a intensidade de radiação direta, hora a hora, a partir de dados de clima, latitude e visibilidade média mensal, utilizando o método de Hottel [1];

2- Determinou-se a quantidade de energia direta na horizontal para o "dia típico", ED_H, e da média mensal de energia direta diária na horizontal, $\overline{ED_H}$, fazendo o produto

$$\overline{ED_H} = ED_H \times \frac{n}{N} \quad (2)$$

onde n/N é a fração de insolação;

3- Utilizando-se o modelo de Liu e Jordan [2], determinou-se a média mensal de energia difusa diária, conforme sugerido por Macedo [3], e a média horária de energia difusa;

4- Se considera-se a distribuição uniforme da ra-

diação difusa no intervalo de hora, determina-se a intensidade média da radiação difusa e, conseqüentemente, a intensidade média da radiação total, hora a hora.

Se a intensidade da radiação total incidente é determinada para instantes não nublados ao longo do dia médio do mês, é necessário que se considere, na simulação de operação dos coletores, que os períodos nublados ao longo do dia sejam uniformemente distribuídos, em média, por todos os intervalos de 1 hora ao longo do dia, no espaço de tempo de 1 mês. Exemplificando, se um certo mês tem 180 horas de sol, admite-se que estas horas de sol, e conseqüentemente o total de horas correspondentes ao cobrimento do sol por nuvens, estão uniformemente distribuídas ao longo dos intervalos de 1 hora que constituem o dia: se o dia médio do mês tem 12 horas, haverão 15 horas de sol em cada intervalo de 1 hora.

A Figura 3 mostra a distribuição da intensidade média da radiação total na horizontal (IT_H), determinada segundo o procedimento adotado, para um "dia típico" do mês de janeiro. Os valores de visibilidade local – Campinas – foram retirados de publicação do Departamento de Climatologia Agrícola do Instituto Agronômico de Campinas-S.P.

Modelamento térmico dos coletores. Para simular a operação dos coletores CPC e placa plana adotou-se o procedimento de Duffie e Beckmann [4], na determinação da quantidade de energia convertida, sendo que em nenhum dos casos a inércia térmica dos coletores foi considerada relevante. A intensidade da energia convertida – energia útil – é dada por:

$$Q_u = F_r \left[S - U(T_i - T_o) \right] \qquad (3)$$

onde: F_r = fator de remoção de calor (função das características do coletor);
S = intensidade de radiação incidente no absorvedor;
U = coeficiente global de troca de calor;
T_i = temperatura de entrada do fluido de transferência;
T_o = temperatura ambiente.

Na determinação do coeficiente global de transferência de calor para o coletor CPC, foram utilizadas expressões sugeridas por Rabl [5] para o cálculo das coeficientes de transferência de calor por convecção e radiação no interior do coletor. Em nenhum dos casos a troca de calor com o ambiente através das laterais foi considerada significante. Valores típicos dos coeficientes globais, para níveis distintos de temperatura de operação são dados na tabela 1.

Tabela 1. Valores dos coeficientes de transferência de calor *CPC de concentração 2.4.

T_i [°C]	50	90	110
U_{plan} [w/m²°C]	8,5	9,4	-
U_{CPC^*} [w/m²°C]	3,5	4,3	4,6

A operação dos coletores foi simulada para temperaturas de entrada do fluido de trabalho no coletor de 50°C e 90°C, e ainda 110°C para o CPC somente. A temperatura ambiente média horária para os "dias típicos" dos meses do ano foi determinada a partir dos valores das temperaturas médias máxima e mínima de cada mês, utilizando a distribuição horária sugerida pela ASHRAE [6].

As características básicas dos coletores cuja operação foi simulada, são as seguintes:

- coletor plano - absorvedores e tubos de cobre com união por solda; cobertura de vidro; isolamento inferior do absorvedor com lã de vidro e superfície de absorção não seletiva.

- coletor CPC - faixa angular de 23°; concentração real de 2,4; absorvedor e tubo de cobre com união por solda; cobertura de vidro; superfície de absorção não seletiva e refletor de plástico aluminizado com 85% de refletância.

Os coletores estão voltados para o norte e inclinados de cerca de 12° em relação à horizontal. Para o CPC, com seguimento do sol em eixo, o desvio máximo observado, entre a normal ao plano de abertura do coletor e a direção da radiação incidente foi de 35°.

RESULTADOS

As curvas padrão de eficiência instantânea (Fig. 2) mostram que o CPC de concentração 2,4 é sempre mais eficiente que um coletor plano para temperaturas do fluido de trabalho (T_e) superiores a 50°C, em níveis variáveis de radiação total incidente no plano de abertura do coletor (IT_C) e temperatura ambiente (T_o).

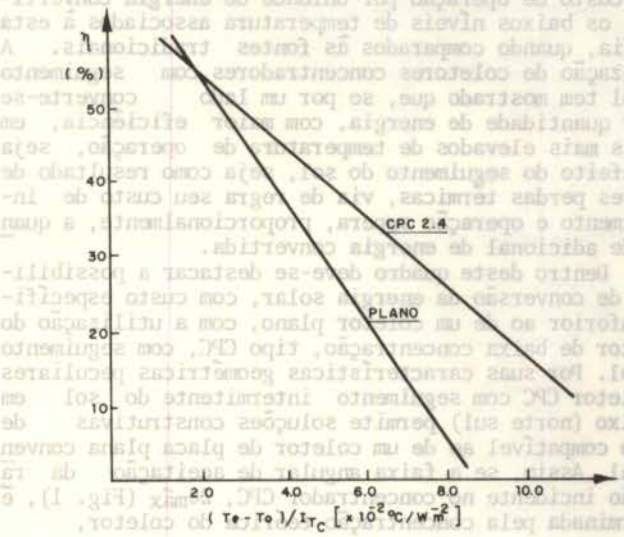


Figura 2. Curva padrão de eficiência instantânea.

A operação em um "dia típico" do mês de janeiro mostra (Fig. 3) uma distribuição de potência útil mais uniforme em favor do CPC, diferença que se acentua nos meses de inverno e à medida que o nível de temperatura de operação se eleva – no "dia típico" do mês de janeiro o coletor plano, a 90°C, só opera nas duas horas centrais do dia.

Em temperatura superior a 50°C, a energia média diária mensal convertida pelo CPC de concentração 2,4 com seguimento intermitente do sol é, no mínimo, cerca de duas vezes superior à convertida pelo coletor plano (Fig. 4). Para o fluido de trabalho a 90°C, enquanto o coletor plano não opera durante os meses de inverno, a energia convertida pelo CPC é ainda superior à convertida pelo coletor plano operando a 50°C. Deve-se ressaltar que o modelo adotado não considera a energia convertida pelos coletores nos períodos sem incidência de radiação direta mas o eventual acréscimo na energia convertida pelo coletor plano é pouco significativo frente à diferença que o separa do CPC, nos níveis de temperatura analisados. Para efeito de comparação a Fig. 4

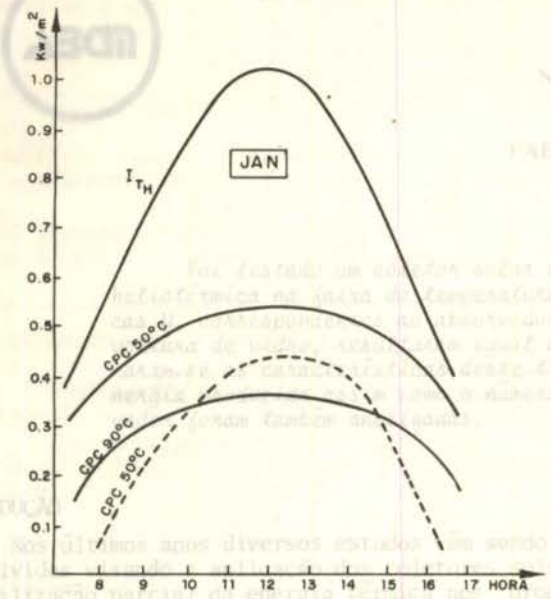


Figura 3. Potência horária de operação.

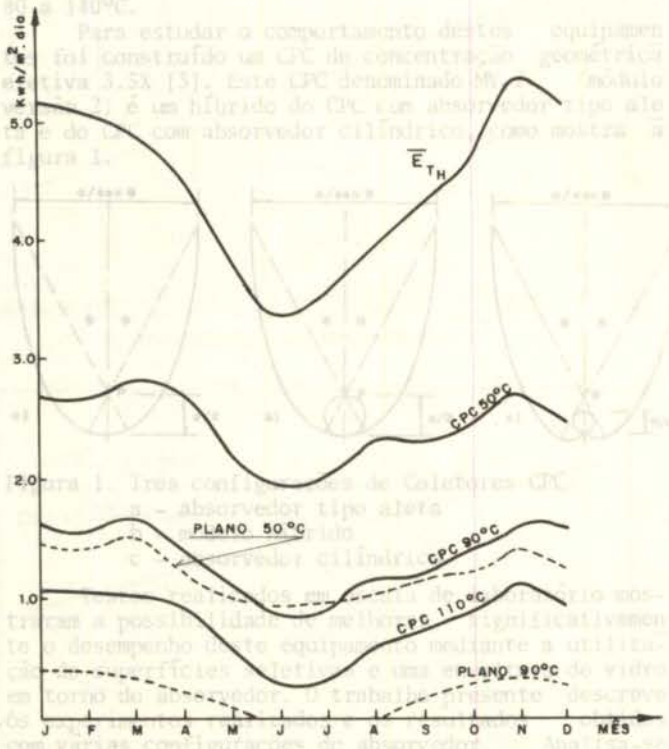


Figura 4. Média diária mensal de energia útil.

apresenta, ainda a média diária mensal de energia total incidente no plano horizontal. - ET_H - valor medido pelo Instituto Agronômico de Campinas.

REFERÊNCIAS

[1] Hottel, H.C., "A simple model for estimating the transmittance of direct solar radiation Through clear atmospheres", ISES Congress, California - EUA (1975).

[2] Liu, B.Y.H. and Jordan, R.C., "The Interrelationship and characteristic distribution of direct, difuse and total solar radiation", Solar Energy, 3(4) (1960).

[3] Macedo, I.C., Estimativa de médias mensais de radiação solar direta e difusa, VI COPIMERA, São Paulo (1975).

[4] Duffie, J.A. and Beckmann, W., Solar Energy Thermal Processes, John Wiley & Sons, New York (1974).

[5] Rabl, A., "Optical and Thermal Properties of Compound Parabolic Concentrators", Solar Energy, 18 (1976).

[6] AHSHRAE - Fundamentals Handbook, Tabela 3, 26.2 (1981).

SUMMARY

The paper presents the results of a computer simulation of the step-by-step sun tracking thermal CPC operation. The comparison between the monthly average of daily useful energy delivered from the 2,4 concentration ratio CPC and a flat plate collector shows that the CPC could be used at an initial instalation and operation specific cost lower than for a conventional flat plate collector, even at low operation temperatures.

DESENVOLVIMENTO DE COLETORES CPC DE BAIXO COEFICIENTE DE PERDAS TÉRMICAS

N. FRAIDENRAICH
E.M.S. BARBOSA
C. TIBA
FAE/DEN/UFPE. RECIFE

SUMÁRIO

Foi testado um coletor solar do tipo CPC, de concentração 3,5X, para conversão heliotérmica na faixa de temperaturas de 80 a 140°C. Os coeficientes de perdas térmicas U, correspondentes ao absorvedor recoberto com superfície seletiva sem e com envoltura de vidro, resultaram igual a 1,83W/m²°C e 1,21/m²°C, respectivamente. Determinaram-se as características deste tipo de equipamentos que minimizam os custos da energia produzida assim como o número de movimentos anuais. Outras geometrias de absorvedor foram também analisadas.

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos diversos estudos vêm sendo desenvolvidos visando a aplicação dos coletores solares na utilização parcial da energia térmica nos processos industriais. Os coletores solares planos já demonstraram sua viabilidade técnico-econômica em processos que utilizam energia térmica até 70°C. Acima desta temperatura os coletores solares concentradores ou evacuados apresentam-se como alternativas atraentes [1], [2] e [3].

Com esses objetivos, o grupo FAE (Grupo de Fontes Alternativas de Energia) vem trabalhando no desenvolvimento de concentradores parabólicos compostos (CPC) para produção de energia térmica, na faixa de 80 a 140°C.

Para estudar o comportamento destes equipamentos foi construído um CPC de concentração geométrica efetiva 3.5X [3]. Este CPC denominado MV-2 (módulo versão 2) é um híbrido do CPC com absorvedor tipo aleta e do CPC com absorvedor cilíndrico, como mostra a figura 1.

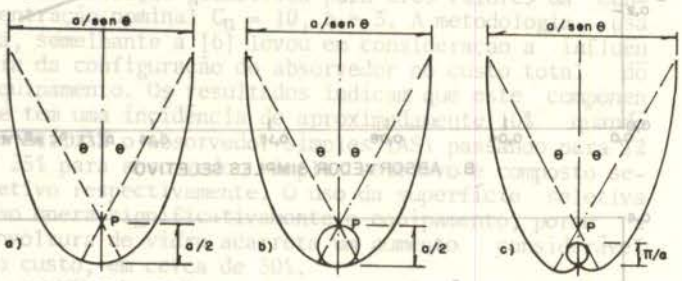


Figura 1. Três configurações de Coletores CPC
a - absorvedor tipo aleta
b - modelo híbrido
c - absorvedor cilíndrico

Testes realizados em escala de laboratório mostraram a possibilidade de melhorar significativamente o desempenho deste equipamento mediante a utilização de superfícies seletivas e uma envoltura de vidro em torno do absorvedor. O trabalho presente descreve os experimentos realizados e os resultados obtidos com várias configurações do absorvedor. Analisa-se também a energia líquida produzida e o comportamento dos custos unitários destes equipamentos, com a finalidade de estabelecer critérios de projeto de coletores CPC.

DESCRIÇÃO DO MÓDULO MV-2

O módulo MV-2 possui nove cavidades refletoras, tendo área ativa de 110,0 x 202,0 cm² e uma profundidade de 24,0cm. As cavidades refletoras, constituídas de poliester e fibra de vidro, com revestimento de alumínio de 70% de refletividade tem uma abertura de 10,0cm e uma profundidade de 13,3cm. No interior de cada cavidade ótica encontra-se localizado o absorvedor, um tubo de cobre de 9mm de diâmetro externo.

O isolamento foi feito utilizando-se dois tipos de isolantes térmicos. o PI-160 como isolamento inferior e o FB-120 como isolamento lateral. Finalmente as cavidades foram colocadas dentro de uma caixa de alumínio cuja parte superior está coberta por vidro comum de 4mm de espessura. A figura 2 mostra um esquema do MV-2 e a secção transversal da cavidade refletora.

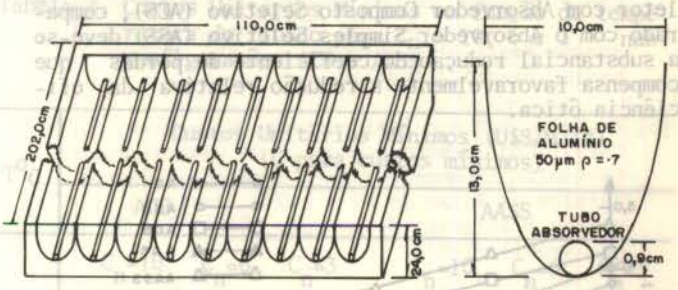


Figura 2. Esquema do módulo MV-2 e secção transversal da cavidade refletora

PREVISÃO DO DESEMPENHO DO MV-2

Trabalhos anteriores, realizados em protótipos de laboratório (PMV-2), mostraram que o coeficiente global de perdas térmicas depende fortemente da configuração do absorvedor. Várias alternativas do absorvedor foram testadas [4]. A Configuração Absorvedor Simples (AS) constituída por um tubo de cobre, de 9mm de diâmetro externo, preto fusco com emissividade (ε) de 0.9 foi transformado no Absorvedor Simples Seletivo (ASS) mediante revestimento do tubo com um adesivo seletivo de emissividade (ε) 0.1 ± 0.03. Posteriormente foi colocada uma envoltura de vidro de 28mm de diâmetro no ASS transformando-o no Absorvedor Composto Seletivo (ACS). A figura 3 mostra um esquema simplificado dos absorvedores utilizados, junto com os valores dos coeficientes globais de perdas térmicas para cada configuração do absorvedor, obtidos através de experiências em protótipos de laboratório.

Tipo do Absorvedor	Configuração	Coeficiente Global de Perdas Térmicas U(W/m²°C)
Simples (AS)		3.08
Simples Seletivo (ASS)		1.98
Composto Seletivo (ACS)		0.90

Figura 3. Configuração do Absorvedor e Coeficiente Global de Perdas Térmicas

Simultaneamente à construção do módulo MV-2 foi estudado, mediante um módulo de simulação numérica, a dependência da energia líquida gerada pelo MV-2 em função da temperatura de trabalho para as diversas configurações do absorvedor. Os resultados experimentais, obtidos no protótipo, foram utilizados como dados de entrada do modelo. Também foi simulado o caso de Absorvedor com Aleta Simples (AAS) e do Absorvedor com Aleta Simples Seletiva (AASS).

A figura 4 mostra estes resultados, evidenciando que embora a configuração Absorvedor Composto Seletivo (ACS) apresenta maior produção de energia que a configuração Absorvedor Simples Seletivo (ASS), ambas do tipo híbrido, o absorvedor tipo aleta apresenta vantagens evidentes em relação a ambos. No caso estudado a configuração Absorvedor Aleta Simples Seletivo (AASS) tem um desempenho levemente superior ao esperado com o Absorvedor Composto Seletivo(ACS). Este resultado é previsível já que o absorvedor tipo aleta alia a um comportamento ótico similar ao híbrido uma superfície de absorvedor, e portanto de perdas, bastante inferior. O melhor comportamento do coletor com Absorvedor Composto Seletivo (ACS), comparado com o Absorvedor Simples Seletivo (ASS) deve-se a substancial redução do coeficiente de perdas que compensa favoravelmente a redução relativa da eficiência ótica.

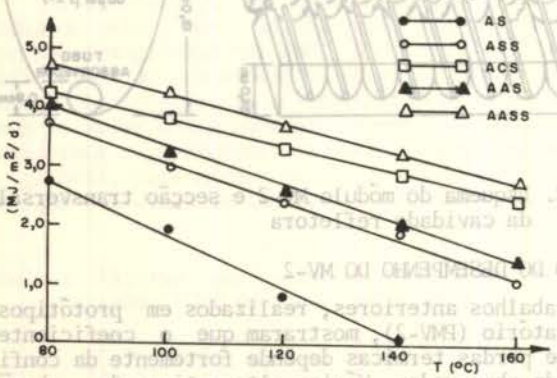


Figura 4. Energia líquida produzida pelo MV-2. Várias configurações do absorvedor.

DETERMINAÇÃO DO DESEMPENHO DO MÓDULO MV-2

O comportamento do módulo MV-2, com as configurações ASS e ACS do absorvedor, foi estudado experimentalmente na área de testes e comparado com o desempenho do mesmo, levantado anteriormente [4].

Para tal fim foi determinada sua eficiência operacional η_c, que pode ser expressa pela relação abaixo [3]

$$\eta_c = F'(\eta_{oc} - \Delta T/I_c) \qquad (1)$$

onde:

ΔT = Tm - Ta
Tm = temp. média do fluído térmico
Ta = temp. ambiente
F' = fator próximo de 1, que relaciona a resistência térmica entre o absorvedor e o ambiente e o fluído térmico e o ambiente
η_{oc} = eficiência ótica do coletor
U = coef. global de perdas térmicas

A curva característica para cada configuração do absorvedor, foi obtida experimentalmente com auxílio de uma bancada de testes [2], [5].

As curvas de desempenho térmico para as configurações AS, ASS, ACS são mostradas na figura 5.

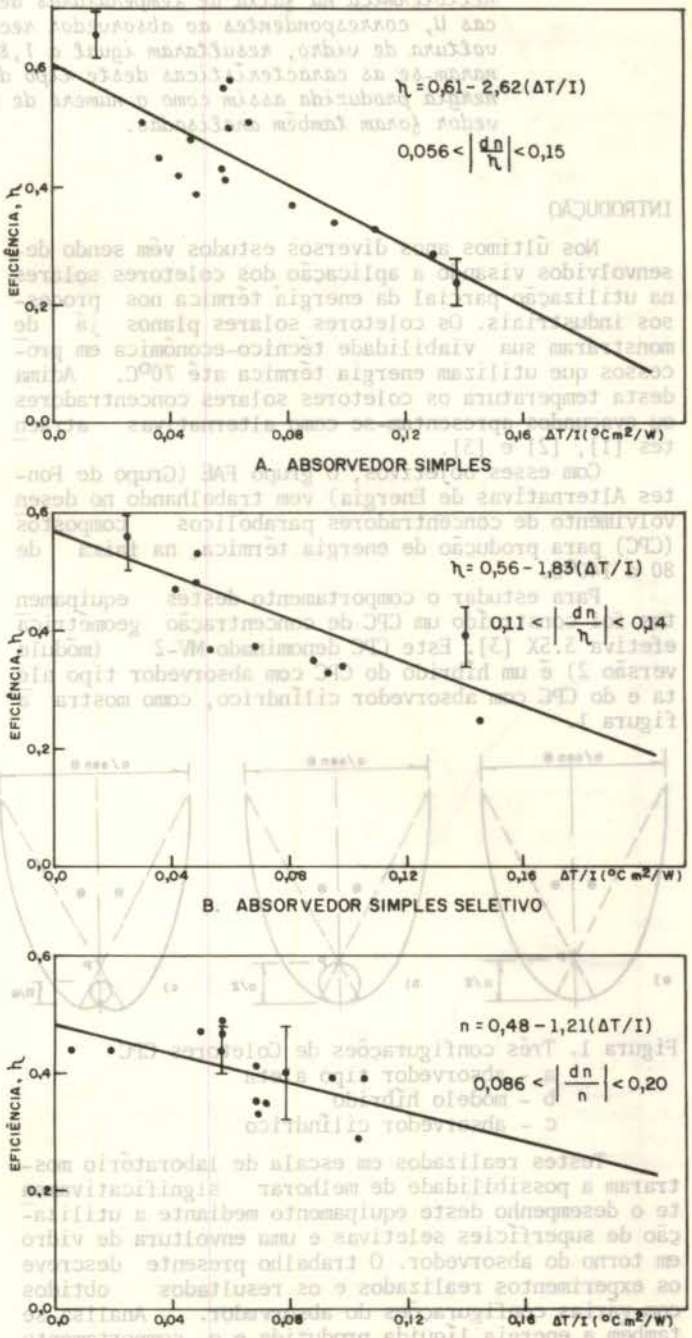


Figura 5. Curvas características do CPC-MV-2 3,5X

As eficiências ópticas obtidas mostram uma boa concordância com as estimativas teóricas, como pode ser visto na tabela 1. As estimativas das eficiências ópticas foram realizadas admitindo-se: refletividade da superfície refletora 0.7, transmitância da cobertura e envoltura de vidro 0.9 e absortância na superfície seletiva 0.87 [4].

Tabela 1. Valores de Eficiência Óptica Estimadas e Obtidas

Configuração	Eficiência Óptica	
	Estimado	Obtido
AS	0.63	0.61
ASS	0.55	0.56
ACS	0.49	0.48

Os valores dos coeficientes de perdas térmicas obtidos, iguais a 2,62, 1,83 e 1,21 W/m²°C, são coerentes com as previsões resultantes das medidas no protótipo de laboratório, PMV-2. As diferenças entre ambos valores estão compreendidas dentro dos erros experimentais, estimadas entre 5 a 20%. Adicionalmente pode-se afirmar que os testes de laboratório podem ser utilizados com segurança na previsão do desempenho operacional de coletores solares.

CRITÉRIOS DE PROJETO DO CPC

Os resultados obtidos mediante o levantamento das curvas características do módulo MV-2 para as configurações ASS e ACS, com valores do coeficiente de perdas térmicas U da ordem de 1,83W/m²°C e 1,21W/m²°C respectivamente são significativamente menores que o valor obtido de 2,62W/m²°C para a configuração absorvedor simples. Não obstante, a escolha de um coletor CPC não é determinada somente por um coeficiente de perdas térmicas baixo, mas,essencialmente, também, pelo custo da energia produzida. Neste sentido, foi realizado um estudo paramétrico do comportamento dos custos do CPC para diferentes concentrações e temperaturas de trabalho. Os valores da eficiência óptica e coeficiente de perdas medidos constituem dados de entrada do estudo.

O custo do equipamento foi calculado em função da concentração geométrica para três valores da concentração nominal C_n = 10, 6 e 3. A metodologia usada, semelhante a [6] levou em consideração a influência da configuração do absorvedor no custo total do equipamento. Os resultados indicam que este componente tem uma incidência de aproximadamente 10% quando se utiliza o absorvedor simples (AS) passando para 12 e 25% para absorvedor simples seletivo e composto seletivo respectivamente. O uso da superfície seletiva nao onera significativamente o equipamento, porém a envoltura de vidro acarreta um aumento considerável no custo, em cerca de 30%.

Não obstante, com a utilização da envoltura de vidro há, também, um considerável ganho na energia líquida produzida e como resultado final o custo da energia, a partir de certas temperaturas, torna-se menor com esta configuração do absorvedor. Este comportamento fica evidente, por exemplo, nas curvas da figura 6 que mostram o custo da energia líquido produzida pelo MV-2 em função da temperatura de trabalho, para as configurações estudadas. A curva nº 1 corresponde a configuração do absorvedor tipo aleta seletiva, que como era previsto apresenta os menores custo da energia líquida produzida. As demais correspondem as configurações do absorvedor do CPC híbrido. A configuração do ACS apresenta custos menores que a configuração ASS, significativamente a partir de 100°C. No intervalo de temperaturas entre 100°C a 160°C há uma redução relativa no custo da energia entre 12 a 30%.

Na tabela 2 constam os resultados da variação do custo da energia em função da concentração geometrica no intervalo de temperatura de 80 a 160°C para as configurações ACS e AASS. Observa-se que a configuração AASS apresenta sempre menores custos. A comparação entre as concentrações C_n = 10 e 6 para ambas as configurações (ACS e AASS) mostra que nos diversos intervalos de temperatura os custos mínimos da energia produzida são similares. Neste caso o critério do mínimo custo da energia não permite distinguir qual a concentração mais adequada. Portanto a escolha do CPC passa a ser determinada pela minimização do número de movimentos anuais do coletor [7]. Assim, para T = 140°C, por exemplo, seria mais aconselhável um CPC com C_n = 6 com custos mínimos (C = 4 e 3) de 65U$S/MJ/d e 43U$S/MJ/d para as configurações ACS e AASS respectivamente, com 10 movimentos anuais, que um CPC com C_n = 10 cujos custos mínimos (C = 6 e 4) são quase os mesmos, mais requer 84 movimentos anuais.

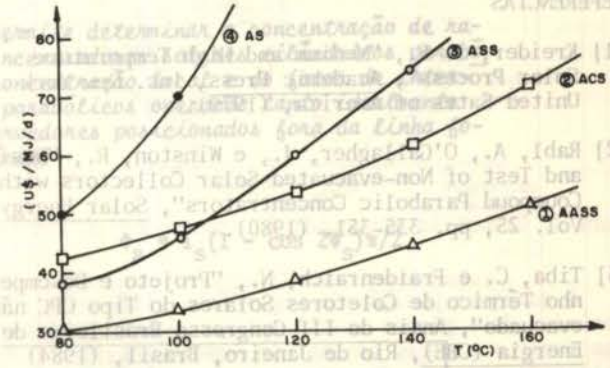


Figura 6. Custo da energia líquida produzida pelo MV-2. Diferentes configurações do absorvedor

Tabela 2. Custos Unitários Mínimos em função da temperatura do fluído para C_n = 10, 6 e 3 nas configurações ACS e AASS

T°C	Custos Unitários Mínimos (U$S/MJ/d) (C para custos mínimos)					
	ACS			AASS		
	C_n=10	C_n=6	C_n=3	C_n=10	C_n=6	C_n=3
80	40	40	48	25	23	26
	(4)	(3)	(2)	(3)	(2)	(15)
100	47	46	57	30	28	33
	(6)	(4)	(2)	(4)	(2)	(2)
120	53	54	81	34	34	42
	(6)	(4)	(2)	(4)	(3)	(2)
140	61	65	-	41	43	-
	(6)	(4)	-	(4)	(3)	-
160	71	-	-	50	-	-
	(6)	-	-	(4)	-	-

- não foi estudado

CONCLUSÃO

O desempenho do MV-2 responde as previsões realizadas a partir de testes de laboratório e estimativas teóricas. O valor do coeficiente de perdas da configuração ACS, de 1,2W/m²°C, comparavel aos apresentados por equipamentos de tecnologia mais sofistica-

da, mostra a potencialidade dos coletores desenvolvido. Os resultados obtidos utilizados conjuntamente com o custo da energia produzida, indicam que o módulo MV-2 pode concorrer favoravelmente no espectro de equipamentos solares, disponíveis para conversão heliotérmica [8].

A análise de custos mostram que a concentração nominal $C_n = 6$ e concentrações geometricas 3 ou 4 resultam as mais favoráveis do ponto de vista da minimização dos custos unitários da energia e do número de movimentos anuais. A engenharia de projeto, construção e testes destes coletores está basicamente disponível, ainda que requerendo de aperfeiçoamentos construtivos, assim como de melhorias na sua qualidade ótica.

REFERÊNCIAS

[1] Kreider, J. F., "Medium and High Temperature Solar Process", Academic Press, Inc. New York United Sates of America, (1979).

[2] Rabl, A., O'Gallagher, J., e Winston, R., "Design and Test of Non-evacuated Solar Collectors with Coumpoud Parabolic Concentrators", Solar Energy, Vol. 25, pp. 335-351. (1980).

[3] Tiba, C. e Fraidenraich, N., "Projeto e Desempenho Térmico de Coletores Solares do Tipo CPC não-evacuado", Anais do III Congresso Brasileiro de Energia (CBE), Rio de Janeiro, Brasil, (1984)

[4] Fraidenraich, N. e Barbosa, E.M.S., "Estudo dos Mecanismos de Perdas de Calor em Concentradores de Energia Solar, CPC, na Geração de Energia Térmica", Anais do III Congresso Brasileiro de Energia (CBE), Rio de Janeiro, Brasil, (1984).

[5] Tiba, C. e Fraidenraich, N., "Projeto, Construção e Operação de uma Bancada de Testes para Coletores Solares do Tipo CPC", Anais do III Congresso Brasileiro de Energia (CBE), Rio de Janeiro, Brasil, (1984).

[6] Barbosa, E.M.S., Fraidenraich, N. e Lira, F.J.M., "Avaliação Técnico Econômica de Concentradores Paranólicos Compostos para Geração de Energia Térmica na Faixa de 80 a 140°C, Anais do III Congresso Brasileiro de Energia (CBE), Rio de Janeiro, Brasil (1984).

[7] Rabl, A., "Optical and Thermal Properties of Compound Parabolic Concentrators", Solar Energy, Vol. 18, pp 497-511, (1976).

[8] Tiba, C. Fraindenraich, N., Barbosa, E.M.S., Possibilidades da Tecnologia Solar para Produção de Calor Industrial no Brasil", Trabalho Submetido para a Apresentação do V COBEM, (1985).

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a colaboração financeira do FIPEC e CNPq, e o excelente apoio técnico de José Martiniano de Aguiar.

SUMMARY

It has been tested a solar coletor of the CPC type, concentration ratio equal to 3.5X, for thermal power generation in the temperature interval of 80 to 140°C. The coeficient of thermal losses U, when the absorber is covered with a selective surface without ant with a glass envelope, resulted equal to 1,83W/m²°C and 1,21W/m²°C, respectively. The characteristics of the equipment which minimizes the cost of energy produced as well as the anual number of movements, has been determined. Also, other geometries have been analised.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

DISTRIBUIÇÃO DE RADIAÇÃO EM ABSORVEDORES CILÍNDRICOS DE CONCENTRADORES SOLARES CILÍNDRICO PARABÓLICOS

EUGÊNIO SPANÓ ROSA
CARLOS ALBERTO C. ALTEMANI
UNICAMP - FEC /DEM - CAMPINAS - SP

SUMÁRIO

É desenvolvida uma relação integral que permite determinar a concentração de radiação em absorvedores cilíndricos usados em concentradores solares cilíndricos parabólicos. Ela é aplicada na análise do perfil de concentração local e do fator de interceptação em concentradores solares cilíndricos parabólicos operando tanto idealmente como com desvio de apontamento ao sol, com absorvedores posicionados fora da linha focal e em refletores com imperfeições na superfície.

INTRODUÇÃO

O conhecimento da distribuição de radiação incidente num absorvedor cilíndrico de um coletor cilíndrico parabólico é útil no projeto, fabricação e montagem desses coletores. Na literatura, encontram-se vários tratamentos semi-empíricos [1,2] ou analíticos [3,4] dessa distribuição para absorvedores planos. Neste trabalho, um método integral desenvolvido em [3] para absorvedores planos será inicialmente refinado e adaptado em seguida para absorvedores cilíndricos.

Serão considerados também quatro modelos de defeitos envolvendo os seguintes aspectos num concentrador solar: eixo do absorvedor cilíndrico deslocado da linha focal do refletor, erro de apontamento ao sol e superfície refletora imperfeita.

ANÁLISE DA DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA NO ABSORVEDOR

Absorvedores planos. Considera-se que o refletor esteja perfeitamente apontado para o sol, que será modelado como um disco circular de intensidade uniforme [3]. Os raios emergentes da borda do disco solar formam um pincel causando uma imagem elíptica no plano focal, descrita por

$$\frac{Z^2}{(r^*\tan\phi_s)^2} = 1 - \frac{\left[y - \left(\frac{y_1+y_2}{2}\right)\right]^2}{\left(\frac{y_1-y_2}{2}\right)^2} = Y \qquad (1)$$

A posição dessa elipse no plano focal, o segmento r^* e a geometria associada estão indicados na Fig. 1.

Numa posição y da superfície absorvedora, o fluxo de energia é obtido por superposição das imagens solares refletidas por toda superfície refletora, podendo ser expresso [6] como

$$\Phi(y) = 2\rho\alpha i_s \tan\phi_s \int_{-\theta_r}^{\theta_r} \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_n}{\cos(\theta/2)} \frac{r_1 r^*}{r_{1,2}^2} F(\theta,y)\, d\theta \qquad (2)$$

onde ρ indica a refletância solar do refletor, α a absortância solar do absorvedor e i_s a intensidade da radiação solar. Na apresentação dos resultados os valores de ρ e de α serão considerados unitários. A função $F(\theta,y)$ é definida [3] como $\sqrt{Y}$ para $Y>0$, sendo nula para $Y<0$, onde o valor de Y é obtido de (1). Os efeitos das extremidades axiais não são considerados nesta análise, tornando a formulação integral independente da coordenada z.

Para o modelo de sol adotado, o fluxo de energia na área de abertura do refletor é dado [6] por

$$\Phi_a = i_s(1 - \cos 2\phi_s)\pi/2 \qquad (3)$$

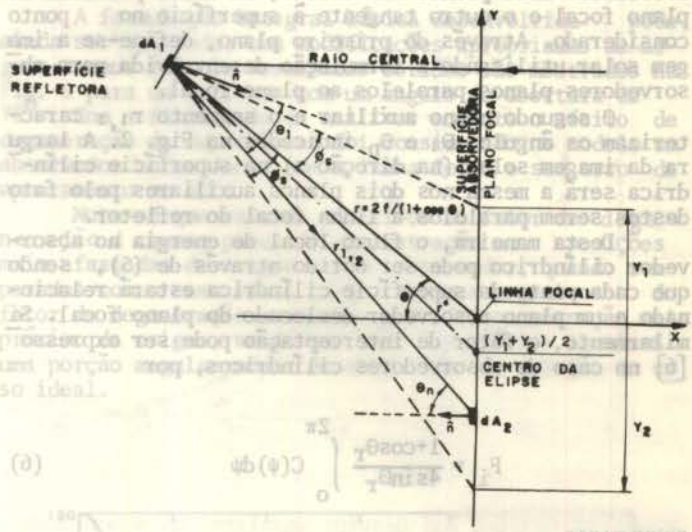


Figura 1. Geometria associada ao plano focal.

A concentração local de radiação é definida como a razão entre o fluxo local de energia e o fluxo de energia na abertura do refletor, podendo ser expressa como

$$C(y) = \Phi(y)/\Phi_a \qquad (4)$$

Outro parâmetro adimensional de interesse é a fração da energia solar incidente na área de abertura do refletor que (depois de ser especularmente refletida) é interceptada pelo absorvedor. Este parâmetro é conhecido na literatura [5] como o fator de interceptação. No presente trabalho, ele pode ser representado [6] por

$$F_i = \frac{1+\cos\theta_r}{4\sin\theta_r} \int_{A_b} C(y)\, d(y/f) \qquad (5)$$

Esta formulação também pode ser utilizada, com algumas modificações, para absorvedores planos deslocados paralelamente ao plano focal, assim como para refletores não apontados perfeitamente ao sol [6]. Estas extensões da configuração inicial são similares àquelas desenvolvidas em [3].

Absorvedores cilíndricos. Neste caso, quando a li

nha de centro do absorvedor coincide com a linha focal do refletor, uma posição na superfície do absorvedor é definida pelo raio R do absorvedor e o ângulo ψ, como indicado na Fig. 2.

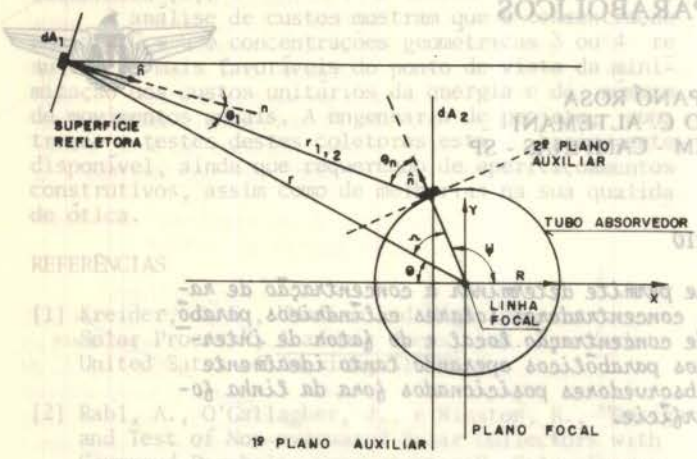


Figura 2. Geometria associada ao absorvedor cilíndrico.

A qualquer posição da superfície cilíndrica são associados dois planos auxiliares, um deles paralelo ao plano focal e o outro tangente à superfície no ponto considerado. Através do primeiro plano, define-se a imagem solar utilizando a formulação desenvolvida para absorvedores planos paralelos ao plano focal.

O segundo plano auxiliar e o segmento $r_{1,2}$ caracterizam os ângulos θ_1 e θ_n indicados na Fig. 2. A largura da imagem solar (na direção z) na superfície cilíndrica será a mesma nos dois planos auxiliares pelo fato destes serem paralelos à linha focal do refletor.

Desta maneira, o fluxo local de energia no absorvedor cilíndrico pode ser obtido através de (5), sendo que cada ponto da superfície cilíndrica estará relacionado a um plano absorvedor deslocado do plano focal. Similarmente, o fator de interceptação pode ser expresso [6] no caso de absorvedores cilíndricos, por

$$F_i = \frac{1+\cos\theta_r}{4\sin\theta_r} \int_0^{2\pi} C(\psi)\,d\psi \qquad (6)$$

RESULTADOS

Concentrador ideal. A distribuição local da concentração de radiação em um absorvedor cilíndrico é obtida como exemplificado na Fig. 3. Nesta figura estão caracterizados três absorvedores através de R/f e três refletores através do ângulo de abertura. Nota-se que para R/f constante, o aumento de ângulo de abertura do refletor causa um pico maior de concentração para posições que se deslocam à direita na figura.

Absorvedor deslocado da linha focal. A influência deste defeito é estudada para casos com deslocamento do absorvedor no eixo x, conforme a Fig. 4.

O parâmetro adimensional que caracterizará o deslocamento da linha de centro do absorvedor será (X/f), onde X é a distância da linha de centro do absorvedor à linha focal e f é a distância focal do refletor. Evidentemente, para um absorvedor coincidente com a linha focal o parâmetro (X/f) é nulo.

Um conjunto típico de curvas da distribuição de radiação para esta configuração é mostrado na Fig. 5 para três valores distintos de (X/f) e comparado com o caso ideal (X/f=0).

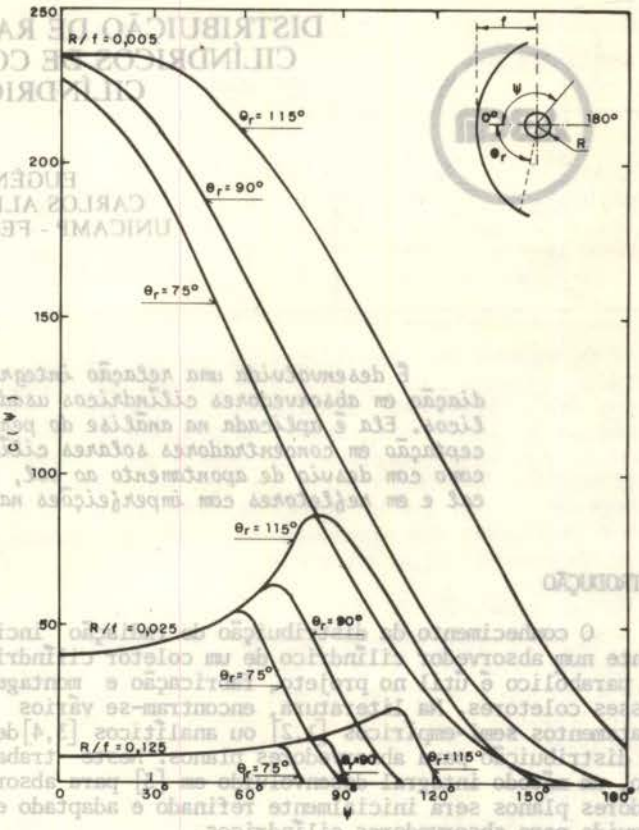


Figura 3. Efeito do ângulo de abertura θ_r e do fator R/f na distribuição de radiação C(ψ).

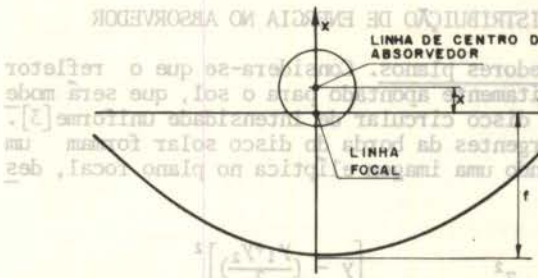


Figura 4. Absorvedor posicionado com a linha de centro deslocada em relação a linha focal.

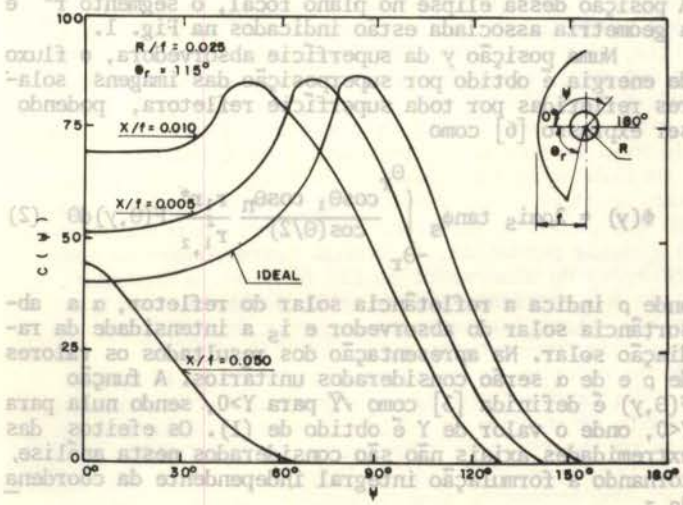


Figura 5. Efeito do deslocamento da linha de centro na distribuição de concentração C(ψ).

Nota-se que para pequenos valores do deslocamento a distribuição de radiação no absorvedor é ligeiramente mais uniforme e restrita a uma menor porção angular do absorbedor em relação ao caso ideal - como mostram as curvas de (X/f) para 0,005 e 0,010.

As curvas da Fig. 6 mostram que a redução do fator de interceptação com o deslocamento do tubo absorvedor é mais pronunciada para refletores com maiores ângulos de abertura.

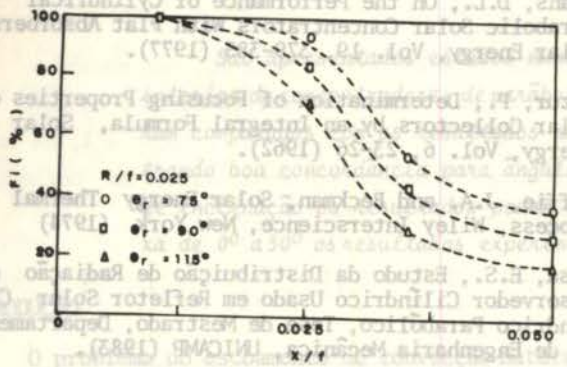


Figura 6. Efeito do deslocamento da linha de centro do absorvedor no Fator de Interceptação.

Erro de apontamento ao sol. Os concentradores parabólicos devem funcionar continuamente apontados para o sol. Novamente, a formulação desenvolvida pode ser empregada, bastando uma redefinição dos termos $r_{1,2}$, θ_1 e θ_n [6]. O efeito do erro de apontamento na concentração local é indicado na Fig. 7. Os resultados para um par de valores de δ podem ser comparados com o caso ideal (δ=0).

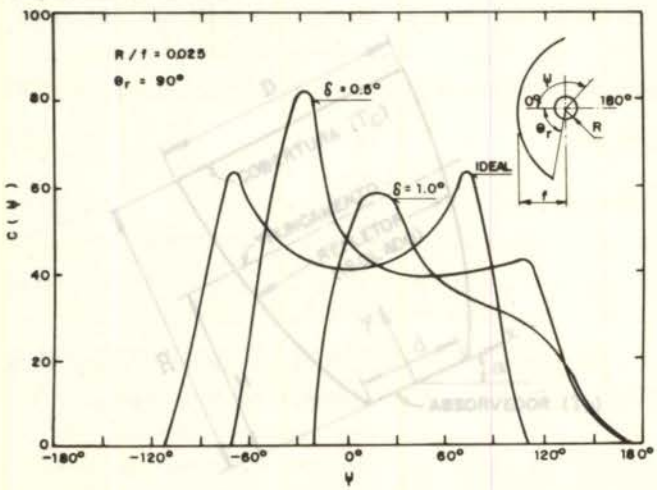


Figura 7 - Efeito do erro de apontamento em C(ψ).

Uma característica do efeito do erro de apontamento é que ele causa uma distribuição de radiação não simétrica. Pequenos valores do erro de apontamento causam um aumento do pico local de concentração. Para valores maiores de δ, o absorvedor passa a não interceptar a totalidade da radiação refletida.

Refletor com imperfeições na superfície. Até agora, foi assumido uma superfície refletora com uma secção perfeitamente parabólica. Esta forma ideal será agora substituída por dois modelos distintos de superfície imperfeita.

No primeiro modelo define-se uma superfície degenerada com um desvio de curvatura em relação a superfície parabólica perfeita. O raio focal das superfícies degeneradas será dado pela equação

$$r_f = \left(\frac{2f}{1+\cos\theta}\right) + f\theta^2 d \qquad (7)$$

onde d é o fator de degeneração. Valores positivos deste fator geram formas com curvaturas menores que a curvatura parabólica e vice-versa. Uma família destas superfícies está representada na Fig. 8.

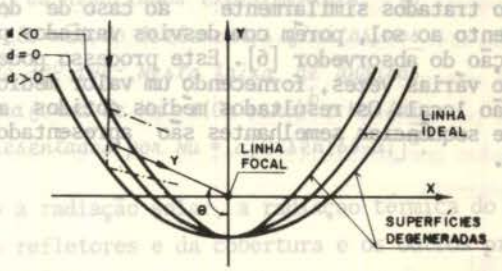


Figura 8 - Superfícies Degeneradas.

A formulação integral básica desenvolvida pode ainda ser aplicada, com modificações apropriadas de alguns termos [6]. Os resultados obtidos são mostrados na Fig. 9 para um refletor com um ângulo de abertura de 75°. Com a finalidade de analisar somente o efeito de degeneração da superfície, foi considerado no modelo um absorvedor coincidente com a linha focal e sem erro de apontamento ao sol.

Nota-se que valores positivos do fator de degeneração d causam picos de concentração em posições mais afastadas da origem ψ=0 do absorvedor, quando comparadas com o caso ideal (d=0). Valores negativos do fator de degeneração causam um pico de concentração mais próximo da origem, sendo que tais superfícies iluminam uma porção angular menor do absorvedor em relação ao caso ideal.

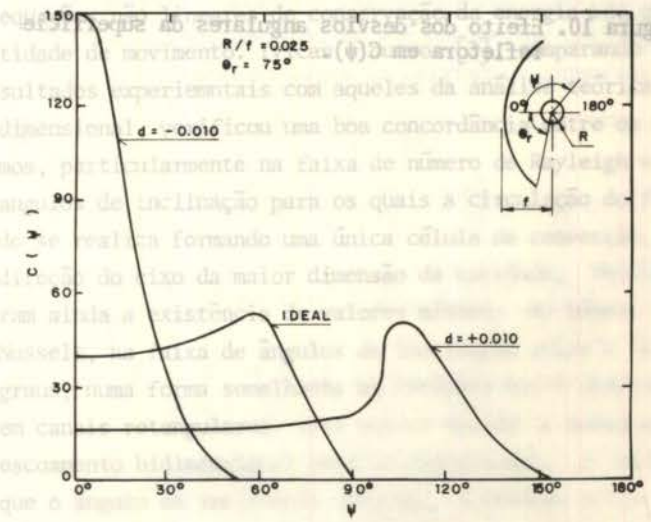


Figura 9. Efeito do fator de degeneração da superfície em C(ψ).

No segundo modelo de superfície refletora imperfeita, considera-se que o raio focal em cada posição angular seja o mesmo da superfície parabólica ideal. Em

cada ponto da superfície a direção normal não coincide entretanto com aquela da superfície ideal. As duas normais formam um ângulo entre si, que pode variar de ponto para ponto da superfície imperfeita. Assume-se então uma distribuição estatística normal do valor desse ângulo, com um valor médio nulo. Caracteriza-se então a superfície imperfeita através do valor assumido para o desvio padrão da distribuição normal.

A distribuição de concentração neste caso é obtida através de um número gerado aleatoriamente para cada posição angular da superfície refletora. Este número é associado a uma função de distribuição normal cumulativa com um valor especificado de desvio padrão, obtendo-se um desvio angular para a posição considerada no refletor. Os desvios obtidos sobre toda superfície refletora são tratados similarmente ao caso de desvio de apontamento ao sol, porém com desvios variados para cada posição do absorvedor [6]. Este processo pode ser repetido várias vezes, fornecendo um valor médio da concentração local. Os resultados médios obtidos através de vinte sequências semelhantes são apresentados na Fig. 10.

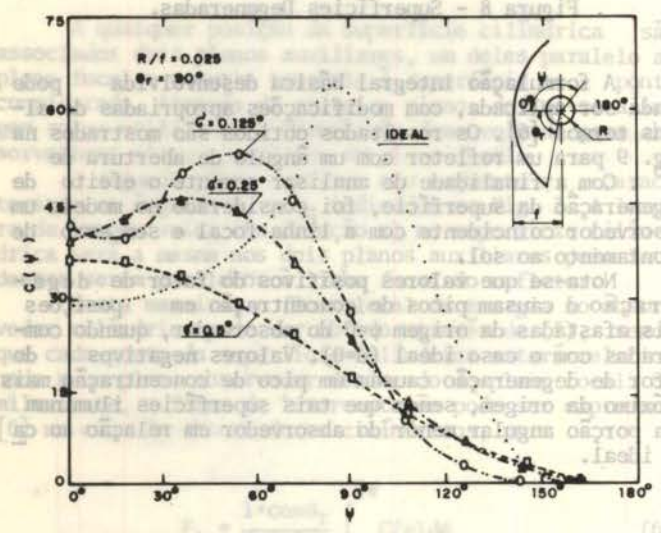


Figura 10. Efeito dos desvios angulares da superfície refletora em C(ψ).

REFERENCIAS

[1] Lof, G.O.G.; Fester, D.A. and Duffie, J.A., Energy Balances on a Parabolic Cylinder Solar Collector, J. Engng. Power, Trans. ASME, Vol. 84A, 24-32 (1962).

[2] Lof, G.O.G. and Duffie, J.A., Optimization of Focusing Solar Collector Design, J. Engng Power Trans. ASME, Vol. 85A, 221-228 (1963).

[3] Evans, D.L., On the Performance of Cylindrical Parabolic Solar Concentrators With Flat Absorbers, Solar Energy, Vol. 19, 379-385 (1977).

[4] Mazur, P., Determination of Focusing Properties of Solar Collectors by an Integral Formula, Solar Energy, Vol. 6, 23-26 (1962).

[5] Duffie, J.A. and Beckman, Solar Energy Thermal Process, Wiley Interscience, New York (1974)

[6] Rosa, E.S., Estudo da Distribuição de Radiação em Absorvedor Cilíndrico Usado em Refletor Solar Cilíndrico Parabólico, Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, UNICAMP (1983).

SUMMARY

An integral method is used to obtain the local concentration ratio and the intercept factor on a cylindrical absorber of a cylindrical parabolic reflector. The influence of the following parameters are considered: off-center absorber, effect of pointing error and imperfect reflector surfaces.

CONVECÇÃO NATURAL NO INTERIOR DE CONCENTRADORES DE PARÁBOLAS COMPOSTAS

GENÉSIO JOSÉ MENON - IEM/EFEI
EUCLIDES CARVALHO FERNANDES - IEM/ITA
JERZY TADEUSZ SIELAWA - IEA/ITA

São apresentados estudos numéricos e experimentais de convecção natural de ar no interior de concentradores de parábolas compostas (CPC). Os resultados experimentais, foram comparados com os resultados numéricos, obtidos pelo método de elementos finitos, mostrando boa concordância para ângulos de inclinação de 30° a 90°. Nesta faixa de ângulos de inclinação os resultados podem ser representados na forma de $Nu = a(Gr\,sen\alpha)^b$. *Na faixa de 0° a 30° os resultados experimentais são bem representados por* $Nu = a[Gr\,sen(60-\alpha)]^b$.

INTRODUÇÃO

O problema do escoamento de convecção natural no interior de concentradores parabólicos compostos (CPC), são típicos de coletores solares. Um modelo que representa a geometria e as condições térmicas de operação de um CPC, é mostrado na figura 1. Os elementos básicos destes concentradores são duas superfícies refletoras na forma de dois segmentos de parábolas, as quais são consideradas adiabáticas. O absorvedor é considerado uma superfície aquecida, mantido na temperatura uniforme Th, e em geral, inclinado de um ângulo α com relação à horizontal. A cobertura é considerada como uma superfície resfriada, com temperatura Tc uniforme.

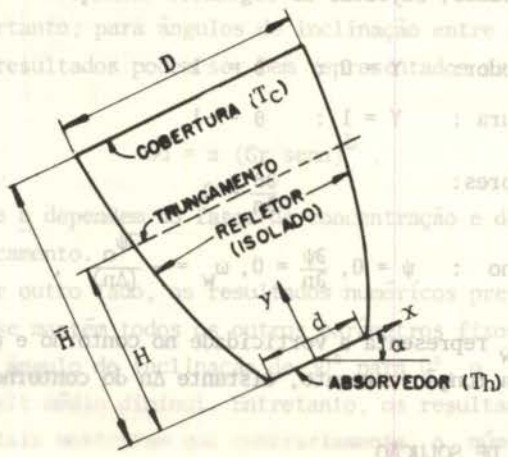


Figura 1. Geometria e Condições de Contorno.

Visando-se aplicações no aproveitamento de energia solar, é de especial interesse uma previsão do comportamento dos coletores concentradores do tipo CPC. Particularmente, interessa determinar o comportamento em termos da eficiência e do nível de temperatura do fluido de trabalho na saída do coletor, em função dos diversos parâmetros geométricos, térmicos e óticos. Para efetuar esta análise é necessário estabelecer um balanço de energia envolvendo a radiação solar, a radiação térmica do absorvedor, dos refletores e da cobertura e os outros processos de transferência de calor, interna e externamente ao coletor, incluindo o fluido de trabalho. Em particular, a análise do escoamento de convecção natural que se estabelece no interior do CPC, é de fundamental importância, já que decorre deste processo uma parcela importante a ser considerada no balanço de energia.

Uma revisão da literatura, feita por Menon [1] mostra que existem poucos trabalhos que estudaram a convecção natural para geometrias do tipo dos coletores concentradores. Iyican e outros [2, 3] apresentaram um estudo teórico e experimental para convecção natural numa cavidade trapezoidal inclinada. O estudo considerou o trapezoide com forma geométrica fixa e com os refletores formando um ângulo de 30 graus. O estudo teórico, feito por Iyican e outros [2], considerou escoamento bidimensional, tendo sido usado o método de Galerkin para resolver as equações não lineares de conservação da energia e da quantidade de movimento. Iyican e outros [3], comparando resultados experiemntais com aqueles da análise teórica bidimensional, verificou uma boa concordância entre os mesmos, particularmente na faixa de número de Rayleigh e de angulos de inclinação para os quais a circulação do fluido se realiza formando uma única célula de convecção, na direção do eixo da maior dimensão da cavidade. Verificaram ainda a existência de valores mínimos do número de Nusselt, na faixa de ângulos de inclinação entre 0 e 90 graus, numa forma semelhante ao fenômeno que é observado em canais retangulares. Isto ocorre devido a mudança de escoamento bidimensional para tridimensional, a medida que o ângulo de inclinação diminui. A relação entre os números de Nusselt e de Rayleigh foi apresentada por uma equação na forma $Nu = c\,R_a^n$, onde c e n são parâmetros que dependem da inclinação do trapezoide.

Abdel-Khalik e outros [4] aparecem como os primei

ros a estudar a convecção no interior de coletores concentradores do tipo CPC, utilizando para tal o método de elementos finitos. Foram considerados como parâmetros, o fator de concentração (C), o fator de truncamento (Tr), e o número de Rayleith (Ra), tendo sido fixado o ângulo de inclinação (α) igual a zero. Dada a indisponibilidade de resultados experimentais para esta configuração, os estudos se limitaram à discussões relativas aos resultados numéricos.

No presente trabalho foi analisada teórica e experimentalmente a convecção natural de ar no interior de coletores CPC, com o objetivo principal de determinar relações entre os coeficientes de transferência de calor e os parâmetros térmicos e geométricos do CPC, visando dados que possibilitem estabelecer o balanço global de energia.

FORMULAÇÃO

Considera-se o escoamento em regime laminar, permanente, bidimensional e incompressível, sem dissipação viscosa e sem efeitos de compressibilidade e com as propriedades do fluído como constantes, exceto a densidade nos termos de empuxo.

No sentido de generalizar a solução numérica do problema são definidas as seguintes variáveis adimensionais:

$$X = x/H,\ Y = y/H,\ U = uH/\nu,\ V = vH/\nu,\ P = pH^2/\rho\nu^2,$$

$$\theta = (T-T_o)/(T_h-T_o),\ \text{sendo}\ T_o = (T_h-T_c)/2,\ C = D/d,$$

$$T_r = H/\overline{H},\ P_r = \mu Cp/K,\ G_r = g\beta/(T_h-T_c)H^3/\nu^2. \qquad (1)$$

Observadas as hipóteses anteriores e as definições das variáveis adimensionais, o problema em questão é estabelecido pelas equações de continuidade, quantidade de movimento e energia, na seguinte forma:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \qquad (2)$$

$$U\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{Gr}{2}\theta\,\text{sen}\alpha + \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \qquad (3)$$

$$U\frac{\partial V}{\partial X} + V\frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{Gr}{2}\theta\cos\alpha + \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \qquad (4)$$

$$U\frac{\partial \theta}{\partial X} + V\frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{P_r}\left\{\frac{\partial^2\theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial Y^2}\right\}. \qquad (5)$$

Referindo-se à figura 1, as seguintes condições de contorno são especificadas:

absorvedor: $Y = 0\ ;\ U = V = 0\ ,\ \theta = 1$ (6)

cobertura : $Y = 1\ ;\ U = V = 0\ ,\ \theta = -1$ (7)

refletores: $U = V = 0\ ,\ \dfrac{\partial\theta}{\partial n} = 0$ (8)

As definições de função corrente e vorticidade são introduzidas respectivamente pelas seguintes relações:

$$U = \frac{\partial\psi}{\partial Y}\ ,\ V = -\frac{\partial\psi}{\partial X}\ \text{e} \qquad (9)$$

$$\omega = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y}\ . \qquad (10)$$

Note-se que, com as definições dadas pela equação (9), a equação da continuidade (2), fica automaticamente satisfeita.

Os termos referentes à pressão, nas equações (3) e (4), podem ser eliminados derivando-se a equação (3) em relação a Y e a equação (4) em relação a X, em seguida subtraindo as equações e substituindo as definições dadas por (9) e (10), resulta que:

$$\frac{\partial\psi}{\partial Y}\frac{\partial\omega}{\partial X} - \frac{\partial\psi}{\partial X}\frac{\partial\omega}{\partial Y} = \frac{Gr}{2}\cos\alpha\frac{\partial\theta}{\partial X} - \frac{Gr}{2}\,\text{sen}\alpha\frac{\partial\theta}{\partial Y}\ . \qquad (11)$$

Das relações (9) e (10), tem-se que:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial Y^2} = -\omega\ . \qquad (12)$$

Ainda, considerando as equações (5) e (9), resulta que:

$$\frac{\partial\psi}{\partial Y}\frac{\partial\theta}{\partial X} - \frac{\partial\psi}{\partial X}\frac{\partial\theta}{\partial Y} = \frac{1}{P_r}\left\{\frac{\partial^2\theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial Y^2}\right\}\ . \qquad (13)$$

As equações (11), (12) e (13) formam um sistema de equações diferenciais não lineares e acopladas em termos da função corrente, temperatura adimensional e vorticidade, sujeitas as seguintes condições de contorno:

absorvedor: $Y = 0\ :\quad \theta = 1$ (14)

cobertura : $Y = 1\ :\quad \theta = -1$ (15)

refletores: $\dfrac{\partial\theta}{\partial n} = 0$ (16)

contorno : $\psi = 0,\ \dfrac{\partial\psi}{\partial n} = 0,\ \omega_w = -\dfrac{2\psi_o}{(\Delta n)}\ ,$ (17)

onde ω_w representa a vorticidade no contorno e ψ_o é valor da função corrente, distante Δn do contorno.

MÉTODO DE SOLUÇÃO

O sistema de equações (11) a (13), juntamente com as condições de contorno (14) e (17), foram resolvidas usando o método de elementos finitos. Detalhes da solução numérica do problema, são apresentados por Menon [1], incluindo testes do programa de computação com base em diversas outras geometrias, bem como comparações com trabalhos anteriores.

O número de Nusselt médio definido como $Nu = hH/k$, onde h é o coeficiente médio de transferência de calor por convecção, pode ser calculado pela seguinte equação:

$$Nu = \frac{1}{d}\int_{-d/2}^{d/2} -\frac{1}{2}\left.\frac{\partial\theta}{\partial Y}\right|_{Y=0} dx \qquad (18)$$

RESULTADOS

Com a finalidade de comparar os resultados numéricos e experimentais, foram construídos dois modelos de CPC [1]. No primeiro modelo, com fator de concentração 2,5 e fator de truncamento 1, foram realizadas medidas para números de Grashof de $1,3 \times 10^6$ a $3,5 \times 10^6$ e ângulos de inclinação de 0^0 a 90^0, com o número de Prandtl igual a 0,71. No segundo modelo, com fator de concentração 5 e fator de truncamento 1/3, as medidas foram realizadas para números de Grashof de $3,5 \times 10^5$ a $7,5 \times 10^5$ e ângulos de inclinação 0^0 a 90^0, também com o número de Prandtl 0,71.

As figuras 2 e 3 mostram a comparação dos resultados numéricos com os experimentais, respectivamente para o primeiro e segundo modelo de CPC, em termos do número de Nusselt versus Gr senα e para o caso de ângulos de inclinação de 30^0 a 90^0. Observa-se uma boa concordância entre os resultados sendo o desvio médio quadrático inferior a 10%. Com base nos resultados numéricos, foram determinadas as seguintes equações para a faixa de ângulos entre 30^0 a 90^0:

$$Nu = 0,3381\ (Gr\ sen\alpha)^{0,2627} \quad (C = 2,5;\ Tr = 1) \qquad (19)$$

$$Nu = 0,3543\ (Gr\ sen\alpha)^{0,2655} \quad (C = 5;\ Tr = 1/3). \qquad (20)$$

Portanto, para ângulos de inclinação entre 30^0 e 90^0 os resultados podem ser bem representados na forma de:

$$Nu = a\ (Gr\ sen\alpha)^b , \qquad (21)$$

onde a e b dependem do fator de concentração e do fator de truncamento.

Por outro lado, os resultados numéricos prevêm que quando se mantêm todos os outros parâmetros fixos e se varia o ângulo de inclinação de 30^0 para 0^0, o número de Nusselt médio diminui. Entretanto, os resultados experimentais mostraram que contrariamente, o número de Nusselt aumenta. Esta discrepância entre os resultados numéricos e experimentais foram observados também por outros autores, para geometrais quadradas, retangulares e trapezoidais. Estes fatos são justificados tendo em vista a mudança da configuração do escoamento de bidimensional para tridimensional, a medida que o ângulo de inclinação diminui. À título de exemplo, foram determinados os desvios médio quadráticos entre os resultados numéricos e experimentais para $\alpha = 10^0$ de 37% e 30%, respectivamente para o primeiro e segundo modelo, notando-se que os desvios aumentam quando o ângulo de inclinação diminui.

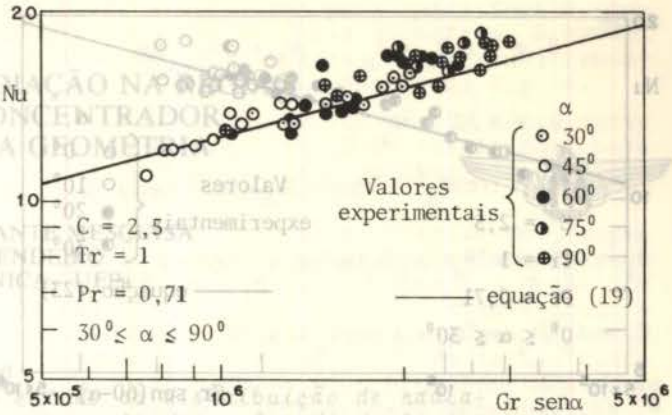


Figura 2. Número de Nusselt médio versus Gr senα.

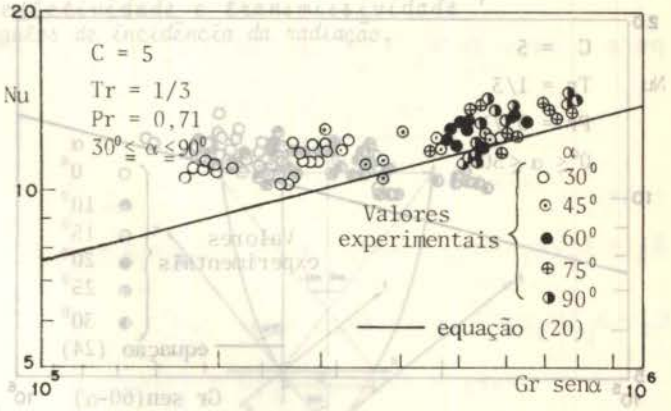


Figura 3. Número de Nusselt médio versus Gr senα.

Experimentalmente se verificou para os dois modelos de CPC, que a taxa mínima de transferência de calor ocorre para ângulos de inclinação próximos de 30^0, o que significa menor número de Nusselt para um dado valor fixo do número de Grashof. Para ângulos de inclinação menores que 30^0, têm-se situações de escoamento tridimensional bastante complexo no interior da cavidade. Baseando-se nos resultados experimentais propõem-se uma equação para ângulos de 0^0 a 30^0, na seguinte forma:

$$Nu = a[Gr\ sen(60 - \alpha)]^b \qquad (22)$$

As figuras 4 e 5 mostram a comparação da equação proposta com os resultados experimentais, respectivamente para o primeiro e segundo modelo de CPC. Nesse caso, foi correlacionado o número de Nusselt com Gr sen$(60-\alpha)$, para ângulos de inclinação de 0^0 a 30^0. Para esta faixa de ângulos de inclinação as equações propostas para o primeiro e segundo modelo, são respectivamente:

$$Nu = 0,3381\ Gr\ sen(60-\alpha)^{0,2627} \quad (C = 2,5;\ Tr = 1) \qquad (23)$$

$$Nu = 0,3543\ Gr\ sen(60-\alpha)^{0,2655} \quad (C = 5;\ Tr = 1/3). \qquad (24)$$

Vale ressaltar o fato de que as equações (19), (20) e (23), (24) diferem apenas nos argumentos (α) e $(60-\alpha)$,

onde,

$\theta_i \neq 0$ e $\theta_i \neq \theta_m$, $A_3 = L - h_i tg\alpha$

$\alpha = \pi/2 + \theta_i$

$A_4 = (\cos\theta_m^2 + tg\alpha sen2\theta_m + tg^2\alpha\, sen^2\theta_m)A_1$

$B_2 = A_3/A_1 sen2\theta_m + 2A_3/A_1 tg\alpha sen^2\theta_m - tg\alpha\cos\theta_m + sen\theta_m$

$C_2 = A_3^2/A_1 sen^2\theta_m - A_3\cos\theta_m - A_1/4$

sendo que será utilizado o sinal "+", quando θ_i for positivo e o sinal "-", quando θ_i for negativo. E a ordenada, para os dois casos, será dada por:

$$v_p = h_p tg\alpha + A_3 \qquad (4)$$

para o caso de $\theta_i = 0$, tem-se : $h_p = h_i$ e

$$v_p = \frac{-B_3 - \sqrt{B_3^2 - 4B_4C_3}}{2B_4}$$

onde,

$B_3 = h_p/A_1 sen\theta_m - \cos\theta_m$ e $B_4 = 1/A_1 sen^2\theta_m$

$C_3 = h_p^2/A_1\cos^2\theta_m + h_p sen\theta_m - A_1/4$

Para o caso de $\theta_i = \theta_m$, tem-se :

$$h_p = - C_2/B_2$$

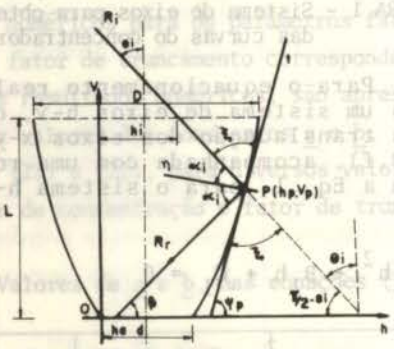


FIGURA 2 - Raio incidente e refletido no CPC

Sendo R_r, Fig. 2, o raio refletido pelo ramo direito do concentrador e considerando esta reflexão como especular, tem-se que o ponto de interseção do raio com o absorvedor será dado por [2]:

$$h_a = \frac{tg\beta h_p - v_p}{tg\beta} \qquad (5)$$

onde,

$\psi = 2\psi_p - \pi/2 - \theta_i$

$$\psi_p = arctg \left[\frac{2h_p\cos^2\theta_m + v_p sen2\theta_m + A_1 sen\theta_m}{A_1\cos\theta_m - 2v_p sen^2\theta_m - h_p sen2\theta_m} \right]$$

Caso o raio atinja o ramo esquerdo do concentrador, o ponto de interseção com o absorvedor é obtido de maneira análoga, observando-se a simetria existente com o eixo do concentrador.

2.2. Equacionamento do sistema tubular.

Para a refração foi adotada uma convenção de sinais para os ângulos e distâncias envolvidas de acordo com JENKINS [3], e SEARS [4], a qual é descriminada a seguir (ver Fig. 3):

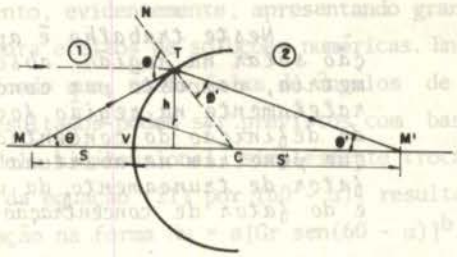


FIGURA 3 - Equacionamento do sistema tubular.

Utilizando a lei de Snell e relações trigonométricas com os ângulos e distâncias envolvidas, tem-se [2]:

$$s' = r\,(1 - sen\emptyset'/sen\theta') \qquad (6)$$

onde,

$\emptyset' = \arcsen(n_1/n_2 sen\emptyset)$ e $\emptyset = \arcsen(r+s)/r\, Sen\theta$

n - índice de refração do meio.

Se o raio incidente for paralelo ao eixo ótico, tem-se:

$$\emptyset = \arcsen(h/r)$$

E quando se obtiver a relação $n_1/n_2 sen\emptyset > 1$, ocorrerá o fenômeno da reflesão interna total, ou seja, o raio sofre uma reflexão em vez da refração.

Para o equacionamento da reflexão é adotado o valor absoluto das grandezas envolvidas. Se o objeto é real, raio 1 (Fig.3), tem-se [2]:

$$s' = R\,(1 - seni/sen\xi)$$

onde,

$i = \arcsen\,(s-R)/R\, sen\xi$ e $\xi' = \pi - \xi - 2i$

Se o objeto for virtual, raio 2 (Fig. 3), tem-se:

$$i = \arcsen(R+s)/R\, sen\xi \quad e \quad \xi' = \pi - \xi$$

De posse dessas relações pode-se encontrar a equação do raio refletido e determinar o ponto de interseção com a curva do absorvedor. A equação do raio refletido e da curva do absorvedor são descritas utilizando-se um sistema de eixos que tem como origem o centro de curvatura da superfície esférica.

2.3. Traçado de raios no CPC

A partir das equações do sistema, pode-se determinar o ponto de interseção dos raios, refletidos ou não, com o plano absorvedor do concentrador, $(h_a, 0)$. Se $h_a < 0$ ou

$h_a > d$, Fig. 2, o raio sofrerá outra reflexão e será novamente equacionado até que atinja a superfície absorvedora em um ponto do intervalo 0,d.

O plano de abertura é dividido em N_D partes, determinando pontos denominados de h_i, e, para cada variação de h_i será gerado um raio incidente, que irá ser seguido até a região absorvedora. Os raios gerados são paralelos e possuem um ângulo de incidência, θ_i, igual a declinação solar.

O plano absorvedor é dividido em N_d partes, formando pontos denominados de h_{a_i}, os quais determinarão os intervalos do absorvedor que serão atingidos pelos raios incidentes.

A intensidade do raio que entra no concentrador é considerada unitária e, a cada reflexão, é atenuada de ρ_W, refletividade da superfície espelhada.

Sendo N_{d_i} o número de raios que chegam ao absorvedor em um intervalo $(h_{a_i}, h_{a_{(i+1)}})$, e que representa uma quantidade de energia E_{d_i}, a percentagem de radiação solar direta, I_D, que atingirá cada intervalo será dada por:

$$\nu_W = E_{d_i}/E_D \qquad (7)$$

onde E_D é a quantidade de energia que entra no concentrador.

Plotando-se os diversos valores de ν_W correspondentes a cada intervalo $(h_{a_i}, h_{a_{(i+1)}})$, consegue-se realizar a distribuição de radiação na região focal do CPC.

2.4. Traçado de raios no sistema tubular.

Sendo N_{c_i} o número de raios que chegam a um observador de um concentrador cilíndrico-tubular, e que representam uma quantidade de energia E_{c_i}, a percentagem de radiação solar direta que atingirá cada absorvedor será dada por:

$$\nu_c = E_{c_i}/E_D \qquad (8)$$

Plotando-se os diversos valores de ν_c correspondentes a cada absorvedor dos concentradores cilíndricos-tubulares, consegue-se realizar a distribuição de radiação na região focal do concentrador solar de dupla geometria.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES.

3.1. Influência do fator de truncamento para vários ângulos de incidência.

Inicialmente, realizou-se a distribuição de radiação na região absorvedora de um CPC para vários ângulos de incidência, e, para cada ângulo foi analisado a influência do fator de truncamento, em seguida foi implantado no absorvedor do CPC concentradores cilíndricos-tubulares para constituir o concentrador solar de dupla geometria. E então, analisou-se a influência do fator de truncamento para esta dupla geometria. Fig. 4.

Os ângulos de incidência foram variados desde θ_m até zero. E os resultados para ângulos de incidência negativos são simétricos aos apresentados.

Para o concentrador solar de dupla geometria, o efeito produzido pelo truncamento na distribuição de radiação é o mesmo que foi analisado para o CPC. Entretanto, com a implementação desse segundo estágio de concentração, a distribuição de radiação tende a se tornar uniforme para ângulos de incidência próximos de zero, e, para esses ângulos o efeito do truncamento é pouco sentido.

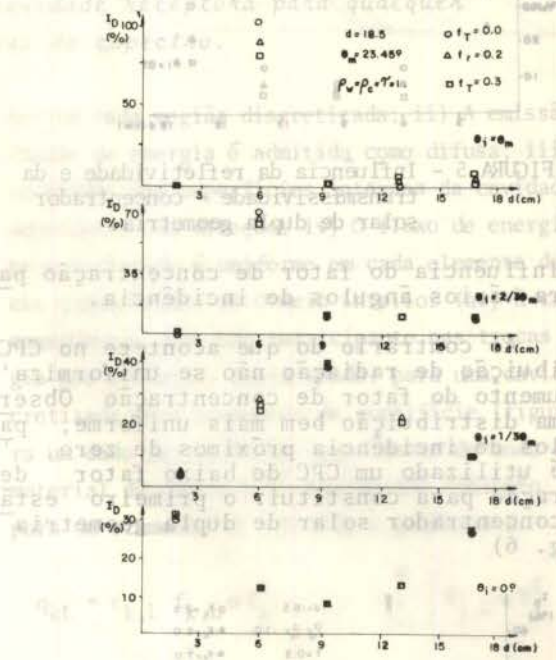


FIGURA 4 - Influência do fator do Truncamento - Concentrador Solar de Dupla Geometria.

3.2. Influência da refletividade e transmissividade para vários ângulos de incidência.

Com a diminuição da refletividade a distribuição de radiação não se torna uniforme, o que se observa é uma atenuação dos picos, mas às custas de uma perda de energia, devido a capacidade de absorção das superfícies refletoras. E esta atenuação é mais sentida para ângulos de incidência próximos de zero, devido ao aumento do número de reflexões.

No concentrador solar de dupla geometria a atenuação dos picos de radiação é mais forte, pois a perda de energia é maior, devido ao aparecimento de uma perda adicional nas superfícies transparentes e refletoras dos concentradores cilíndricos-tubulares (ver Fig. 5).

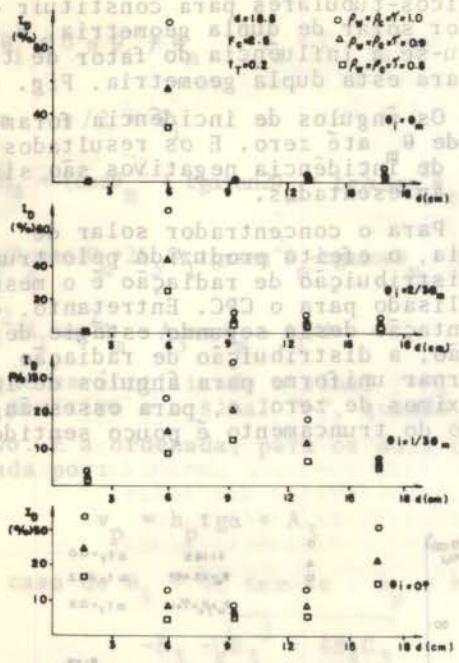


FIGURA 5 - Influência da refletividade e da transmissividade - concentrador solar de dupla geometria.

3.1.3. Influência do fator de concentração para vários ângulos de incidência.

Ao contrário do que acontece no CPC, a distribuição de radiação não se uniformiza com o aumento do fator de concentração Observa-se uma distribuição bem mais uniforme, para ângulos de incidência próximos de zero, quando é utilizado um CPC de baixo fator de concentração para constituir o primeiro estágio do concentrador solar de dupla geometria (ver Fig. 6)

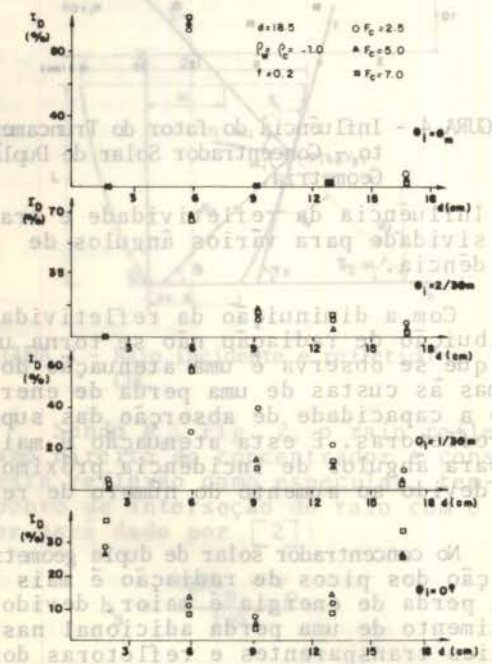


FIGURA 6 - Influência do fator de concentração - concentrador solar de dupla geometria.

4. CONCLUSÕES.

A utilização de concentradores cilíndricos-tubulares para a formação de um segundo estágio de concentração em concentradores de parábola composta, melhora a distribuição de radiação na região absorvedora em termos de uniformidade, somente quando se utiliza CPC de baixo fator de concentração. A homogeneidade conseguida na distribuição de radiação no absorvedor do CPC com o aumento do fator de concentração, não é observada para o concentrador solar de dupla geometria.

O truncamento não influencia significativamente na distribuição de radiação, somente atenua os picos para ângulos de incidência próximos de θ_m. Porém, o mesmo é necessário, pois consegue-se uma boa economia de material refletor do primeiro estágio de concentração, sem grandes perdas no fator de concentração.

Para um mesmo observador de um CPC, o número de concentradores cilíndricos-tubulares influencia no fator de concentração total; quanto menor este número, maior ele será, porém isto implica em um aumento do diâmetro dos tubos de vidro, elevando o custo do projeto. Para diâmetros menores, há a possibilidade de se utilizar tubos de lâmpadas fluorescentes para a formação dos concentradores cilíndricos-tubulares, diminuindo consideravelmente o custo. Entretanto, a diminuição desse diâmetro não ocasiona um grande aumento do fator de concentração total. Então deve-se comparar este aumento, conseguido com a implementação da segunda geometria, com as perdas por ela produzida, para que se tenha certeza que haverá um ganho de energia na região absorvedora do concentrador.

5. BIBLIOGRAFIA.

(1) - WINSTON, R. and WELFORD, W.T. - "The Optics of Nonimaging Concentrators"-Academic Press, 1974.

(2) - MESQUITA, A.L.A. - "Concentrador Solar de Dupla Geometria" - Trabalho de Conclusão de Curso para a Obtenção do Grau de Engenheiro Mecânico, DM,UFPa.

(3) - JENKIN, F. A. and WHITE, H. E. - "Fundamentals of Optics" - MacGraw-Hill Book Company, Inc., 1950.

(4) - SEARS, F.W. - "Optics" - Addison Wesley Publishing Company, Inc., 1949.

SUMMARY

This works presents à solar radiation study at the absorver region of the double geometry solar concentrator, which has cylindrical concentrators placed parallely at the focal region of a CPC, related with definition parameters of the concentrator and whit the incidence angle of rays that penetrate in aperture. The influence of the truncation ratio, reflectivity and transmissivity variation and of the concentration ratio are analyzed for several incidence angles of the radiation.

CAVIDADE CILÍNDRICA SUBMETIDA À ENERGIA SOLAR CONCENTRADA

ROGÉRIO SEIBLITZ GUANAES
LEOPOLDO EURICO GONÇALVES BASTOS
PEM-COOPPE/UFRJ
TIONG HIAP ONG
EE/UFRJ

Este trabalho estabelece um modelo matemático para determinação dos valores dos fluxos de energia e temperaturas em uma caldeira solar tipo cavidade receptora. Considerando o balanço de energia por radiação térmica e as distintas distribuições espectrais resulta um sistema de equações que permite o estudo da cavidade receptora para qualquer distribuição de energia solar e divisão do espectro.

1. INTRODUÇÃO.

O projeto de caldeira tipo cavidades receptora de energia solar concentrada é um tema atual devido a sua grande aplicabilidade em sistemas de conversão heliotérmicas de média e alta potência, FRANCIA [1]. Devido a grande dificuldade de ser elaborado um modelo teórico que descreva com perfeição as características de funcionamento deste equipamento, tal o número de variáveis físicas intervenientes, ênfase tem sido dada a estudos experimentais, BOY-MARCOTTE [2]. No entanto, devido a sua crescente utilização em projetos, alguns autores têm apresentado estudos teóricos e onde fica ressaltada a necessidade de melhores formulações e desenvolvimentos. Este trabalho tem a finalidade de apresentar um modelo teórico capaz de simular as condições de funcionamento de uma caldeira tipo cavidade cilíndrica receptora de energia solar concentrada.

2. CONSIDERAÇÕES GERAIS.

As equações representativas do modelo matemático da caldeira tipo cavidade receptora de energia solar resultam dos balanços realizados em separado para a distribuição de energia na cavidade e para as trocas de energia no permutador de calor inserido na cavidade. Quando do balanço de energia por radiação térmica a cavidade foi discretizada em elementos de superfície de modo a serem obtidas equações que satisfazam as condições: i) Permitir o estudo de uma cavidade para qualquer distribuição de energia solar incidente sobre os elementos de superfície. ii) Possibilitar a obtenção de resultados para qualquer intervalo de comprimento de onda do espectro.

3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS.

Para obtenção das equações do balanço térmico por radiação, as seguintes hipóteses foram estabelecidas, SIEGEL [3] : i) As temperaturas são uniformes em cada região discretizada; ii) A emissão e reflexão de energia é admitida como difusa; iii) As emissividades das superfícies internas da cavidade são independentes da direção; iv) O fluxo de energia incidente e refletido é uniforme em cada elemento de superfície considerado; v) O meio interior (ar) à cavidade é considerado como não participante nas trocas de energia por radiação. Assim sendo, para uma cavidade discretizada em M elementos de superfície (figura 1) e para um dado intervalo de comprimento de onda em que o material da cavidade é considerado cinzento, resulta para um elemento de superfície genérico K:

$$q_{kL} = \varepsilon_{k,L}\, f_{k,L}\, \sigma T_k^4 - \varepsilon_{k,L} \left\{ \sum_{j=1}^{M} \left[f_{j,L}\, \sigma T_j^4 + \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{(1-\varepsilon_{j,L})}{\varepsilon_{j,L}}\, q_{j\,L} \right] F_{k-j} + f_{s,L}\, I_k \right\} \qquad (1)$$

Em que: $\varepsilon_{j,L}$ = emissividade de superfície j; $f_{j,L}$ = fração do poder emissivo à temperatura do elemento de superfície j; $f_{s,L}$ = fração do poder emissivo à temperatura de 5777°K ; F_{k-j} = fator de forma entre os elementos de superfície K e j; I_k = fluxo de energia concentrada na direção normal à superfície j; j = índice relativo ao elemento j de superfície; L = índice relativo a um especificado intervalo de comprimento de onda do espectro; M = número de elementos discretos de superfície da cavidade receptora; T_j = temperatura absoluta do elemento de superfície j ; σ = constante de Stefan-Boltzman; $q_{j,L}$ = fluxo de energia retirada ou fornecida ao elemento de superfície (j) para manter as condições de contorno especificadas.

Admitindo Z como o número de intervalos de comprimento de onda selecionado em todo espectro, para a energia líquida em cada elemento de superfície

resulta: $q_j = \sum_{L=1}^{Z} q_{j,L}$.

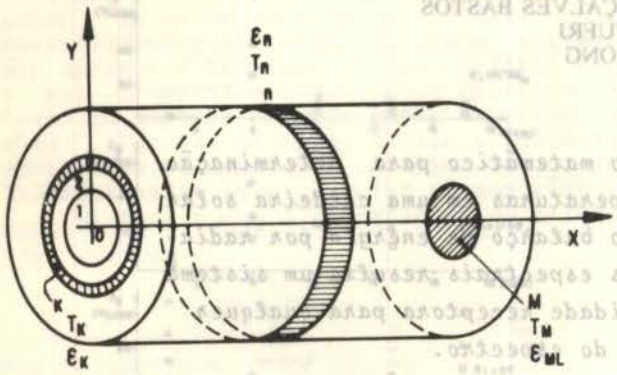


Figura 1: Cavidade receptora cilíndrica discretizada em M elementos de superfície.

A abertura da cavidade, elemento 1 da figura 1 é admitida com $\varepsilon_{1L} = 1$ e $T_1 = 0$. Assim, considerando as trocas de energia radiante no interior da cavidade, resulta:

$$[X][q] = \sigma[Y][T] - f_{s,L}\,[I] \qquad (2)$$

em que:

$$[X] = \begin{bmatrix} 1 \cdots -\frac{1-\varepsilon_{nL}}{\varepsilon_{nL}} F_{1-n} \cdots -\frac{1-\varepsilon_{ML}}{\varepsilon_{ML}} F_{1-M} \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \\ 0 \cdots \frac{1}{\varepsilon_{nL}} - \frac{1-\varepsilon_{nL}}{\varepsilon_{nL}} F_{n-n} \cdots -\frac{1-\varepsilon_{ML}}{\varepsilon_{ML}} F_{n-M} \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \\ 0 \cdots -\frac{1-\varepsilon_{nL}}{\varepsilon_{nL}} F_{m-n} \cdots \frac{1}{\varepsilon_{ML}} \end{bmatrix}$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} f_{1L} \cdots -f_{nL} F_{1-n} \cdots -f_{ML} F_{1-M} \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \\ -f_{1L} F_{n-1} \cdots f_{nL} - f_{nL} F_{n-n} \cdots -f_{ML} F_{n-M} \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \\ -f_{1L} F_{M-1} \cdots -f_{nL} F_{Mn} \cdots f_{ML} \end{bmatrix}$$

$[q] = \{ q_1, \ldots, q_M \}$; $[T] = \{T_1^4, \ldots, T_M^4\}$; $[I] = \{I_1, \ldots, I_M\}$

Considerando agora o volume de controle V_{cj} no trocador de calor situado no interior da cavidade, Figura 2, resulta a seguinte equação de balanço de energia:

$$-A_j q'_j + A_{je} q_{rj} + Q_{aj} + A_{je} q_{cj} + Q_{Tj} = 0$$

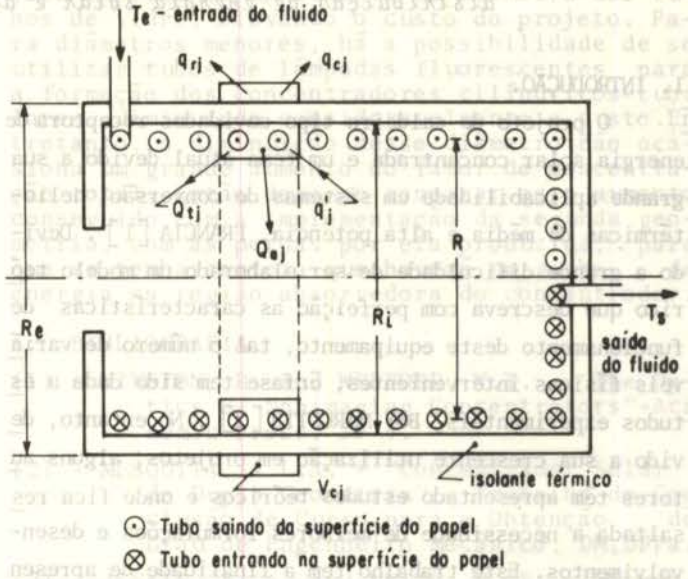


Figura 2: Seção longitudinal de uma cavidade receptora cilíndrica.

Sendo: $q_{rj} = \sigma\varepsilon_{jo}(T_{jo}^4 - T_a^4)$; $q_{cj} = h_{cj}(T_{jo} - T_a)$;

$Q_{T_j} = \dot{m} C_p (T_{fj} - T_{f(j-1)})$; $q'_j = -q_j$ e

$Q_{aj} = -A_t K (T_{j+1} + T_{j-1} - 2T_j)/L_j$;

Considerando que $\dot{m} c_p (T_{fj} - T_{f(j-1)}) = h_T A_{Te} (T_j - T_{fj})$ e desenvolvendo os termos acima, resulta:

$$q_j - W_{1j} = T_{f(j+1)} W_{2j} - T_{fj} W_{3j} + T_{f(j-1)} W_{4j} + T_{f(j-2)} W_{5j}$$

Sendo:

$$W_{1j} = \frac{A_{je} T_a}{A_j R_{Tj}} \quad ; \quad W_{2j} = \frac{A_t K(1+G)}{A_j L_j} \quad ; \quad W_{3j} = -\left\{\frac{A_{je}(1+G)}{A_j R_{Tj}} + \right.$$

$$+ \frac{A_t K(2+3G)}{A_j L_j} + \frac{G h'_t}{A_j} \}; W_{4j} = \frac{A_{je} G}{A_j R_{Tj}} +$$

$$+ \frac{A_t K}{A_j L_j} (1+G) + \frac{G h'_t}{A_j} \quad e \quad W_{5j} = - \{ \frac{G A_t K}{A_j L_j} \}$$

Onde: A_j, A_{je}, A_t e A_{Te} = áreas respectivas da superfície interna da cavidade, da superfície externa do isolante térmico, da seção transversal do tubo e de transferência de energia na interface fluido-tubo; C_p = calor específico do fluido; $G = \dot{m} C_p / h'_t$; $h'_t = h_T A_{te}$; h_t = coeficiente de película entre o fluido e o tubo; k = coeficiente de condutividade térmica do tubo; L_j = comprimento de tubo contido no volume de controle; $\dot{m}$ = vazão mássica do fluido; R_{Tj} = resistência térmica global das paredes da cavidade e T_a, T_{fj} e T_j = temperaturas respectivas do meio ambiente, do fluido e da superfície interna da cavidade.

Admitindo a temperatura de entrada do fluido conhecida e o tubo isolado termicamente a partir do elemento (M + 1), resulta: $T_{f(j-2)} = T_{f(j-1)} = T_e$, para $j = 1$; $T_{f(j+1)} = T_{fj}$, para $j = M$.

Assim sendo, resultam as equações:

$$T_j = T_{fj} (1 + G) - T_{f(j-1)} G \qquad (3)$$

$$[W][T_{fj}] = [Q] \qquad (4)$$

em que:

$$W = \begin{bmatrix} W_{31} & W_{21} & 0 & 0 \ldots & 0 & 0 & 0 \\ W_{42} & W_{32} & W_{22} & 0 \ldots & 0 & 0 & 0 \\ W_{53} & W_{43} & W_{33} & W_{23} \ldots & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 \ldots & W_{5M} & W_{4M} & (W_{3M} + W_{2M}) \end{bmatrix}$$

$$[Q] = [q_1 - W_{12} - T_e (W_{41} + W_{51}), q_2 - W_{13} - T_e W_{52},$$

$$, q_3 - W_{13}, \ldots, q_M - W_{1M}] \; ; [T_{fj}] = [T_{f1}, T_{f2}, T_{f3}, \ldots$$

$$\ldots, T_{fM}]$$

Detalhes sobre o desenvolvimento matemático das equações acima expostas podem ser encontrados em GUANAES [4].

4. MÉTODO DE SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DO BALANÇO DE ENERGIA.

Dados os valores de I_k, das características geométricas da cavidade e das propriedades físicas do material utilizado, e fixando a temperatura e a emitância do material das laterais da entrada ($T_2 = T_e$ e $\varepsilon_2 = 0,01$) haverá, para o sistema de N equações (2), 2N incógnitas (q_j e T_{fj}).

Conhecidas as características do permutador de calor e fixando a temperatura de entrada do fluido na cavidade, o sistema de N equações (4) apresenta 2N incógnitas (q_j e T_j).

As equações (3) permitem calcular T_j em função de T_{fj}. Para solução das equações citadas admite-se $T_j = T_e$ nas equações (2) obtendo-se valores de q_j. Entrando com os valores de q_j nas equações (4) resultam os valores de T_{fj}. Entrando com valores de T_{fj} nas equações (3) obtem-se valores de T_{jnovo}. Introduzindo nas equações (2) os valores de $T_j = (3 T_{jnovo} + T_j)/4$ inicia-se um processo iterativo que termina quando $| T_{jnovo} - T_j | < 1$.

5. ANÁLISE E COMPARAÇÃO DE RESULTADOS ENTRE O MODELO TEÓRICO E OS DADOS EXPERIMENTAIS EXISTENTES NA LITERATURA.

Foi considerada uma cavidade receptora cilíndrica com as seguintes características: diâmetro = 2m ; comprimento = 1,8m; diâmetro da abertura = 0,8m; tubo de aço comercial DN2" e fluido térmico = "therphenyl hidrogene" com vazão mássica de 18.000 Kg/h. O espectro de comprimento de onda foi dividido em seis faixas: 0,0 - 0,2 μm, $\varepsilon_{L1} = 0,7$; 0,2 - 0,5 μm, $\varepsilon_{L2} = 0,65$; 0,5 - 0,8 μm, $\varepsilon_{L3} = 0,6$; 0,8 - 2,0 μm, $\varepsilon_{L4} = 0,58$; 2,0 - 5,0 μm, $\varepsilon_{L5} = 0,4$; 5,0 - ∞ μm, $\varepsilon_{L6} = 0,32$.

A figura (3) apresenta uma comparação entre os resultados teóricos obtidos e os dados experimentais, disponíveis na referência [5], para uma dada distribuição de energia solar na cavidade.

O eixo das abcissas na figura (3) representa, até 1,8m as distâncias contadas a partir do plano de abertura da cavidade receptora. A segunda parte do eixo, 1,0 até 0,0m, representa as distâncias contadas a partir do eixo de simetria do cilindro na parte referente ao fundo.

Os fluxos de energia líquida obtidos através do modelo teórico diferem dos valores experimentais disponíveis. Entretanto, as diferenças encontradas estão na faixa de limite de erro de medida, VIHN [6], isto é de ± 3%. Os valores teóricos encontrados das temperaturas da parede interna do tubo não apresentaram diferenças sensíveis comparadas com os dados experimentais.

Os valores das temperaturas médias do fluido apresentaram na região de altos fluxos de energia lí-

quida pequenas diferenças considerando o modelo teórico e o experimental. Estas diferenças encontradas estão dentro de possíveis erros de medida de temperatura em regiões de elevados gradientes de temperatura.

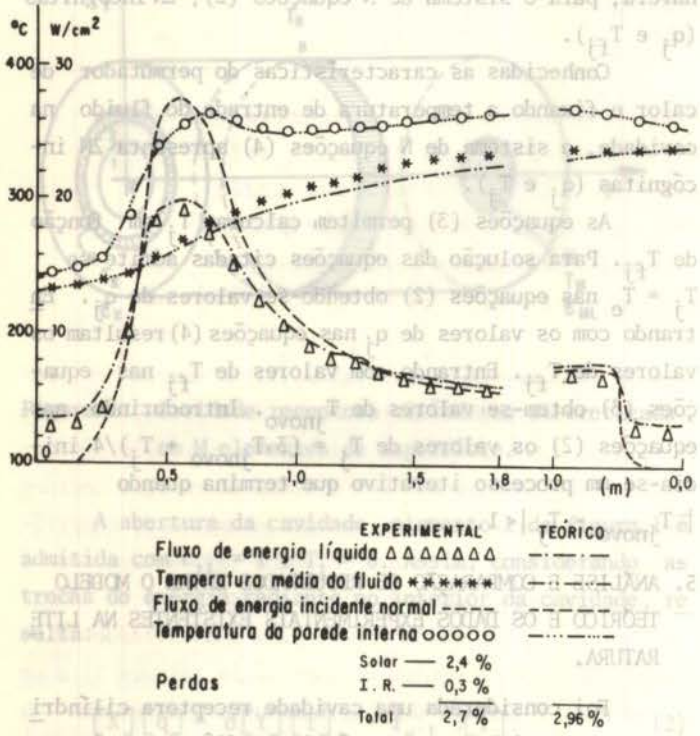


Figura 3: Resultados dos modelos teórico e experimental.

6. CONCLUSÕES.

Os resultados obtidos mostram que o modelo proposto pode simular as condições de fluxos de energia líquida. as temperaturas na parede interna do tubo e as temperaturas médias do fluido considerando uma cavidade receptora cilíndrica submetida à energia solar concentrada incidente e de distribuição conhecida. A divisão do espectro em vários intervalos de comprimento de onda ou em dois intervalos (0 - 3μm e 3 - ∞μm) pouco influenciou nos resultados.

7. REFERÊNCIAS.

[1] FRANCIS, G. - "Centrali Solaire a Torre", La Termotecnica, nº 5, Maggio 1979.

[2] BOY-MARCOTTE, J.L., GROSSIN, R. - "La Production de Chaleur et d'Electricité d'Origine Solaire a Moyenne Puissance 100 à 1.000 KWe", Revue de l'Energie, nº 313, Mars 1979.

[3] SIEGEL, R; HOWELL, J.R. - "Thermal Radiation Heat Transfer", International Student Edition, 1972.

[4] GUANAES, R.S. - "Cavidade Cilíndrica Submetida à Energia Solar Concentrada" - Tese de Mestrado - UFRJ - 1985.

[5] CNRS - "Essais de la Centrale Electrosolaire de 1 MW_{th}" - Rapport final, Font Romeu, França, 1977.

[6] VIHN, A.L. e PHAT; - "Essais de recepteurs héliothermiques au laboratoire de l'énergie Solaire du C.N.R.S.", Revue Generale de Thermique, nº 89, 1969, França.

SUMMARY

The aim of this work is to present a mathematical model simulating the energy flux and temperature values within a solar cavity receiver.

From the thermal radiation balance, results a system of equations simulating the behavior of a cavity receiver for any distribution of concentrated solar energy, discretization of cavity into surface elements and division of the spectrum of radiation.

ESTUDO DE TROCADORES DE CALOR DE PLACA CORRUGADA EM V — APLICAÇÃO EM COLETORES SOLAR

SEVERIANO DA SILVA LIMA FILHO
MARCOS XIMENES PONTE
DEPTO. DE MECÂNICA. UFPa

SUMÁRIO

Este trabalho usa a analogia entre tranferência de calor e transferência de massa a técnica de sublimação de naftaleno, para estudar os parâmetros de transferência em trocadores de placa corrugada em V, com escoamento perpendicular à direção do corrugamento. Com objetivo básico de colher subsídios para projetos de coletores solares, foram estudados, também os parâmetros de transferência numa placa plana que constitui a face do canal oposta a superfície corrugada. Foram estudados 15 trocadores, variando-se o ângulo de corrugamento e a relação L/2a, para números de Reynolds na faixa de 100 a 3.000.

- INTRODUÇÃO

Os trocadores de calor de placa corrugada, se constituem, uma das possíveis formas de se aumentar os parâmetros de transferência. No entanto, poucos trabalhos tem sido feito para o estudo dos parâmetros de transferência neste tipo de trocador, por convecção forçada. Shinnappa [1] estudou experimentalmente os parâmetros de transferência, convecção natural entre uma superfície corrugada de forma triangular, com corrugado em 60° com a horizontal e uma placa plana colocada acima do mesmo. El-Arabi e El-Refaee [2], complementando o trabalho de Shinnappa, estudou os parâmetros de transferência em convecção natural entre uma placa corrugada na horizontal e uma placa plana para vários ângulos de corrugamento, na faixa de 30° a 160°. Goldstein e Sparrow [3] estudaram os parâmetros de transferência em trocadores de calor de tubos aletados com placas corrugadas paralelas com escoamento no sentido transversal. Sparrow e Charmchi [4] fizeram um estudo numérico de escoamento laminar dos parâmetros de transferência em dutos formados por uma parede corrugada e uma parede plana paralela à primeira, com escoamento na direção longitudinal do corrugado.

Os trocadores de calor de placa corrugada em V com ângulo de corrugamento α de 31° e 45° são os objetos de estudo do presente trabalho. Foram determinados e analisados os parâmetros de transferência médios de 12 trocadores de calor na forma de canal corrugado e 3 de placa plana, com uma das superfície isotérmica e outra adiabática. Em todos os trocadores variou-se a relação L/2a.

Os objetivos básicos deste trabalho foram, além da obtenção dos parâmetros de transferência globais para projeto, verificar a influência dos ângulos de corrugamento nos parâmetros de transferência. Preocupou-se em fazer esta análise nas placas corrugadas e verificar a influência das perturbações causada ao escoamento pelo corrugamento nos parâmetros de transferência nas placas planas.

A metodologia utilizada foi a analogia entre transferência de calor e massa associada à técnica de sublimação de Naftaleno. Vários trabalhos foram executados usando esta metodologia, envolvendo geometrias diversas, obtendo resultados plenamente satisfatórios. Dentre alguns trabalhos mais recentes podemos destacar: Fernandes [5], estudou parâmetros locais de transferência entre placas planas paralelas, incluindo a região de entrada; Ximenes [6], estudou parâmetros locais de transferência em trocadores de tubos elípticos aletados de uma e duas fileiras; Parise [7], estudou parâmetros globais de transferência em canais de seção triangular.

Os resultados obtidos foram expressos em termos de $Sh/Sc^{0,4}$, que conforme a analogia é igual a $Nu/Pr^{0,4}$, em função do número de Reynolds no intervalo de 100 a 3.000.

- MÉTODOS EXPERIMENTAIS

Para utilização da Técnica de Sublimação de Naftaleno, placas de naftaleno foram fundidas em moldes projetados especialmente para este fim [8] obtendo-se um conjunto de três placas, sendo uma placa plana e duas placas corrugadas composta por prismas com ângulos de 31° e 45° respectivamente. A figura 1 mostra esquematicamente a bancada de testes utilizada nos experimentos, a qual é constituída pelo circuito de aspiração, instrumentação de medidas e da seção de testes composta por uma caixa formando uma câmara e um espaço reservado às placas planas e aos prismas que simulam o trocador. Cuidados especiais foram tomados na fabricação das placas e na sua colocação e retirada da seção de testes, de tal forma que nos possibilitasse operar o sistema com grande facilidade e rapidez. No decorrer de cada experimento, seguindo uma sequência de operações, as medidas foram tomadas em intervalos de cinco minutos e após um espaço de tempo apropriado determina

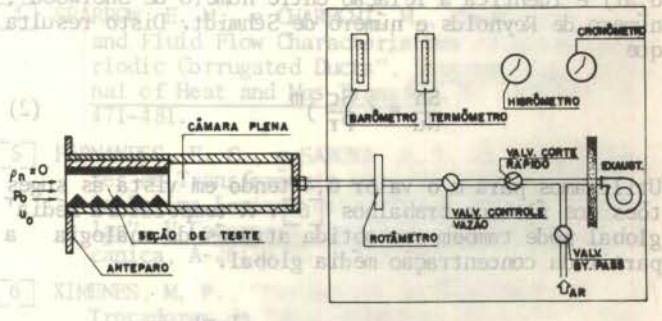


Figura 1. Bancada de Testes

va-se a massa de naftaleno sublimada através de uma balança digital de precisão. Foram executados ensaios em seis trocadores de placas corrugadas e em nove trocadores de placas planas conforme mostra a figura .

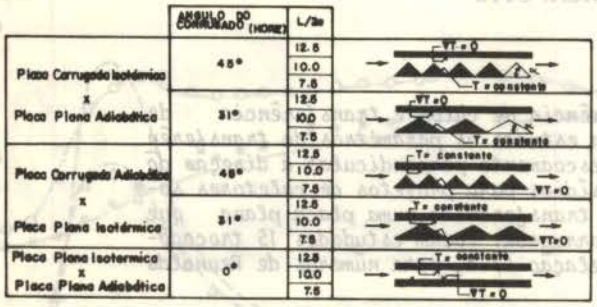


Figura 2. Trocadores Estudados

- TRATAMENTO DOS DADOS EXPERIMENTAIS

Sendo ΔM_n a massa de naftaleno sublimada, os valores médios dos coeficientes de transferência $\bar{h}$ foram determinados para cada experimento, dividindo-se a taxa de massa sulimada $\Delta M_n/te$ pela área total de sublimação Aw e pela diferença de concentração média logarítmica $\Delta\rho_{nb}$ que por sua vez era determinada conhecendo-se a concentração de naftaleno que era avaliada pela expressão sugerida por Sogin [9]. O número de Sherwood médio é determinado por:

$$\overline{Sh}_b = \frac{\Delta M_n . De}{te . Aw . \overline{\Delta\rho}_{nb} . Dn} \qquad (1)$$

com diâmetro equivalente do canal De definido por $4a/(\frac{2a}{b} + 1)$ e a difusibilidade do naftaleno no ar $Dn = 6,272 \times 10^{-6}\ m^2/s$, correspondente ao número de Schmidt, Sc, igual a 2,5. O número de Reynolds Re foi baseado na área transversal média do escoamento, onde foi para cada situação tomou-se dez valores para o número de Reynolds na faixa de 100 a 3.000.

Pressupondo a analogia entre transferência de calor e massa, a relação entre o número de Nusselt Nu, número de Reynolds e número de Prandtl (Pr = 0,7 para o ar) é idêntica a relação entre número de Sherwood, número de Reynolds e número de Schmidt. Disto resulta que

$$\frac{Sh}{Nu} = \left(\frac{Sc}{Pr}\right)^m \qquad (2)$$

Utilizamos para m o valor 0,4 tendo em vista as sugestões dos últimos trabalhos [6]. A temperatura média global pode também ser obtida através da analogia a partir da concentração média global.

$$1 - \theta = \left\{ 1 - \frac{\rho nb}{\rho nw} \right\}^{(Sc/Pr)^{(1-m)}} \qquad (3)$$

onde,

$$\theta = \frac{T_{bo} - T_{bx}}{T_{bo} - T_w} \qquad (4)$$

θ é a temperatura média global adimensional análoga a $\rho nbx/\rho nw$, cujos valores podem ser determinados. Maiores detalhes a respeito do método utilizado e do tratamento dos dados experimentais bem como uma avaliação dos erros são discritos por Lima [8].

- RESULTADOS

Valores dos parâmetros de transferência médios foram determinados em trocadores de placa corrugada em V cuja superfície de troca são placas corrugadas isotérmicas opostas às placas planas adiabáticas e em trocadores de placas planas cuja superfície de troca são placas planas isotérmicas opostas às placas corrugadas adiabáticas. As figuras 3 e 4 mostram estes valores para ângulos do corrugado α iguais a 31° e 45° para as relações L/2a iguais a 7,5, 10,0 e 12,5 em função do número de Reynolds.

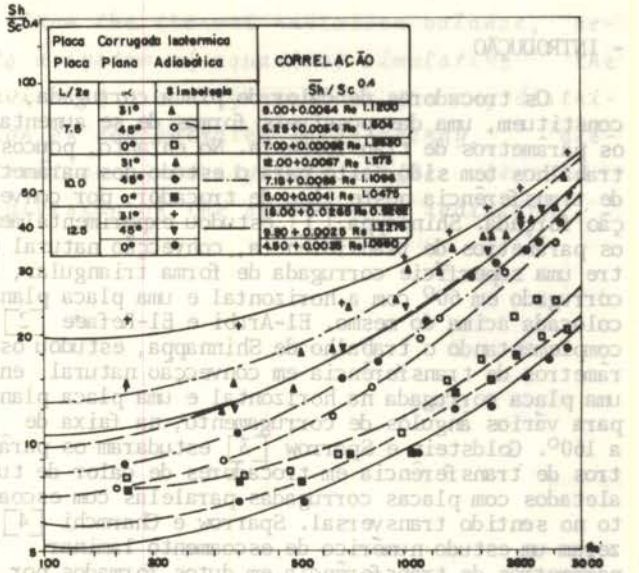


Figura 3. Parâmetros de transferência médios

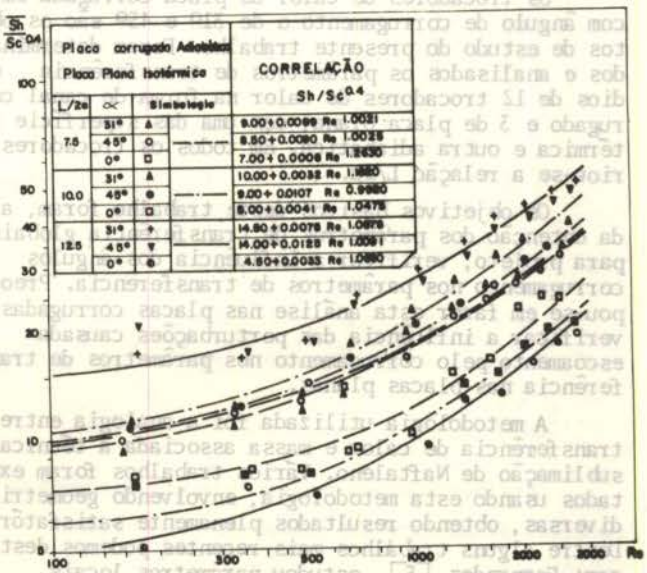


Figura 4. Parâmetros de transferência médios

Como resultados da análise dos parâmetros obtidos podemos destacar:

a) Os parâmetros de transferência dependem substancialmente do ângulo de corrugamento α.
b) Para os trocadores estudados os parâmetros de transferência, aumentam quando o ângulo de corrugamento é diminuído de 45° para 31°. Enquanto que, para o corrugado com ângulo de 0° estes parâmetros atingem valores menores. Possivelmente, existirá um corrugado com ângulo entre 45° e 0° cujos parâmetros de transferência assumem valores máximos.
c) Os parâmetros de transferência globais na placa plana isotérmica que forma um canal com uma placa corrugada adiabática, são da mesma ordem dos parâmetros na superfície corrugada isotérmica.
d) Os parâmetros de transferência nos canais corrugados são duas ou três vezes maiores do que aqueles na placa plana.

Com objetivo de se verificar a confiabilidade dos resultados presentes, procurou-se determinar os parâmetros de transferência em trocadores de placa plana e compara-los com aqueles obtidos por Mercer [10], que analisa o problema correspondente ao caso de canal de seção retangular com uma placa plana isotérmica e outra adiabática, na faixa de número de Reynolds 300 a 1.500, número de Prandtl 0,7 e relação L/2a de 2 a 8. Segundo a citada referência, pode-se representar os valores do número de Nusselt global obtido pelo método de Diferenças Finitas pela expressão:

$$Nu = 3{,}837 + \frac{0{,}146\{Re.Pr/(L/2a)\}^{1,2}}{1+0{,}17Pr^{0,87}\{Re/(L/2a)\}^{0,7}} \qquad (5)$$

Como mostra a figura 5, os resultados obtidos pelo método experimental adotado, apresenta um desvio médio de apenas 2,4% com relação aos valores obtidos por Mercer [10].

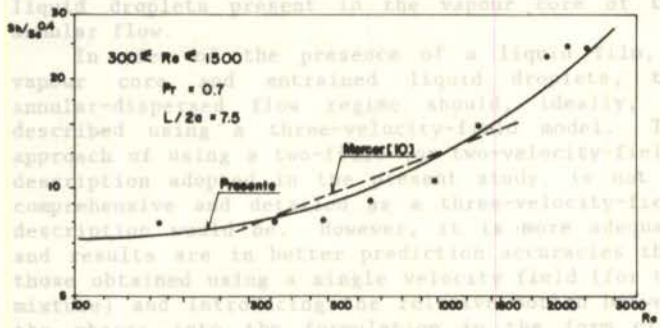


Figura 5. Parâmetros de transferência segundo Mercer [10] e análise presente

- CONCLUSÕES E SUGESTÕES.

Os resultados possibilitam o dimensionamento dos trocadores de calor estudados, independendo do fim a que se destinam, se para um coletor solar ou não.

Considerando a intenção básica deste trabalho, que foi estudar os trocadores de calor de placa corrugada para utilização como coletor solar, para aquecimento de ar, podemos destacar:

- Os trocadores com corrugamento com $\alpha = 31°$ são melhores, pois apresentam maiores parâmetros de transferência.

- Os parâmetros de transferência na placa plana isotérmica são maiores quando a superfície oposta é corrugada. Isto também contribuiria para maiores perdas do coletor através da cobertura transparente. Mas este não é o único fator determinante.

Os resultados obtidos nos possibilitam dimensionar vários trocadores de calor com o fim de utilização com coletores, de acordo com a figura 6. Com estes dados podemos simular estes coletores para várias condições de vazão, insolação. Nos trocadores dos grupos c) e d) as perdas por convecção natural podem ser avaliadas através dos trabalhos de Al-Arabi e El-Refaee [2].



Figura 6. Trocadores de calor propostos

- REFERÊNCIAS

[1] CHINNAPPA, J.C.V., "Free Convection in Air Between a 60° Vee - Corrugated Plate and a Flate Plate", International Journal of Heat and Mass Transfer, V. 13(1970), p. 117-123.

[2] AL-ARABI, M., e EL-REFAEE, M.M., 'Heat Transfer' by Natural Convection from Corrugated Plates' to Air", International Journal of Heat and Mass Transfer, V. 21(1978) p. 357-359.

[3] GOLDSTEIN, L. Jr., e SPARROW, E. M., "Experiments on the transfer Characteristies of a Corrugated Fin and Tube Heat Exchanger Configuration", Journal of Heat Transfer, February (1976), p. 26-34.

[4] SPARROW, E. M., e CHARMCHI, M., "Heat Transfer and Fluid Flow Characteristies of Spanwise-periodic Corrugated Ducts", International Journal of Heat and Mas Transfer, V. 23(1980) p. 471-481.

[5] FERNANDES, E. C., e SABOYA, F. E. M., "Coeficientes de Transferência para Escoamento Forçado em Regime Laminar entre Placas Planas Paralelas". V Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, A-26(1979), p.420-429.

[6] XIMENES, M. P., "Parâmetros de Transferência em Trocadores de Tubos Elípticos Aletados", Tese de Doutorado, Divisão de Eng. Mecânica, ITA, S. J. dos Campos, SP (1980).

[7] PARISE, J. A. R., "Coeficientes de Transporte para Trocadores de Calor de Tubos Triangulares", Tese de Mestrado, Deptº Eng. Mecânica, PUC do Rio de Janeiro-RJ (1978).

[8] LIMA, S. S. F., "Determinação dos Parâmetros de

Transferência em Trocadores de Placas Corrugadas", Tese de Mestrado, Divisão de Eng. Mecânica, ITA, S. J. dos Campos, SP (1984).

[9] SOGIN, N. H., "Sublimation from Disks to Air Streams Flowing Normal to their Surfaces", Trans. ASME, V. 80(1958), p. 61-71.

[10] MERCER, W. E., PEARCE, W. M. and HITCHCOCK, J.E., "Laminar Forced Convection in the Entrance Region Between Parallel Flat Plates". Journal Heat Transfer, V. 89(1967), p.251-257.

SUMMARY

In this work is presented a experimental study about the forced convection problem in vee-corrugated exchangers, with flow in the transversal toward and parallel plates exchangers in which the isotermal plate is equivalent to the absorbing one and the other plate is adiabatic. Average transfer coefficients were experimentally obtained by application of the Naphthalene sublimation technique in accordance with the analogy between heat and mass transfer. In order to obtain data to projects of solar collectors in this work were studied also the parameters of thansfer in a plane plate which composes the side of the channel opposite to corrugated surface. It have been studied fifteen echangers an in all the cases the corrugation angle as the ratio L/2a were ranged for Reynolds number in the interval from 100 to 3.000.

TWO-FLUID TREATMENT OF THE ANNULAR-DISPERSED FLOW REGIME IN VERTICAL FLOW-BOILING

A.H. ABDELMESSIH, U. TORONTO, CANADÁ
A.A. ADENIJI - FASHOLA, U. ILORIN, NIGÉRIA
Z. NEJAT, U. TORONTO, CANADÁ

SUMMARY

A mechanistic modelling scheme based on the two-fluid treatment method is employed to improve the pressure drop predictions of the annular disperse flow in vertical heated tubes. A new approach is adopted to estimate the axial variations of the entrained liquid fraction. Experimental result of the tests on Refrigerant 11 flowing in a vertical heated tube are compared to the present numerical solutions. A good agreement between the results is obtained.

INTRODUCTION

The most general approach to the modelling of multiphase systems is the multi-fluid modelling approach [1,2,3] in which conservation equations are written for each gross fluid aggregate described by a representative velocity vector.

Most mathematical descriptions, however, are limited to a one- or two-fluid treatment of the flow. Mixture models of two-phase flow are currently the most common in use in view of their relative ease of application as well as sufficient accuracy of prediction, at least for those flows exhibiting strong coupling between the phases.

A very important factor which influences the modelling of two-phase flow systems is the prevailing flow regime, especially in the presence of boiling. The two primary types encountered, are the dispersed and separated flow regimes. The annular flow regime is a representative of the separated flow regime type in which the two phases occupy distinctly different domains of the flow channel. At high flow rates of the phases and in the presence of boiling, there are liquid droplets present in the vapour core of the annular flow.

In view of the presence of a liquid film, a vapour core and entrained liquid droplets, the annular-dispersed flow regime should, ideally, be described using a three-velocity-field model. The approach of using a two-fluid (or two-velocity-field) description adopted in the present study, is not as comprehensive and detailed as a three-velocity-field description would be. However, it is more adequate and results are in better prediction accuracies than those obtained using a single velocity field (for the mixture) and introducing the relative motion between the phases into the formulation in the form of a constitutive assumption as it is done in the drift flux model [4,5].

In most flow regime-based studies, the test fluid inside the test section is controlled to stay within a single flow regime. This condition is usually attainable more easily for adiabatic, two-component two-phase flow systems. In present study, in order to include the effects of boiling as well as flow regime changes upstream of the regime of interest, a one-component system has been employed, in which the liquid at the inlet to test-section is subcooled. Therefore, the modelling of the system involves not only the annular-dispersed flow regime (which is the focus of the present study), but also the description of the preceding flow regimes such as the bubbly and churn-turbulent. Besides, the effect of the thermodynamic non-equilibrium in the subcooled boiling regime, has been included.

In this paper, the effects of adopting a two-fluid description of the annular-dispersed flow regime on the overall prediction of the pressure drop in the diabatic two-phase vertical upflow of Refrigerant-11 are demonstrated.

MATHEMATICAL FORMULATION

The drift flux formulation though not providing as detailed a description of two-phase flows, does however, offer a simplified formulation which is easier to apply. Besides, it affords the opportunity of incorporating the thermal non-equilibrium of the phases and the relative motion between them into the description, [5].

The drift flux formulation was adopted for the modelling of the two-phase flow system under present investigation. However, the annular-dispersed flow regime was also modelled using the two-fluid formulation in order to evaluate the improvement to be obtained over a drift flux description.

Two-Fluid Conservation Equations

The local, instantaneous two-fluid conservation equations presented by Ishii [2] were modified for application in the present study. The steady-state, one-dimensional approximation of the two- fluid conservation equations as applied to the annular-dispersed flow regime are as follows:

Phase Continuity:

$$\frac{d}{dz}[\alpha_k \rho_k u_{kz}] - \Gamma_k = 0 \qquad (1)$$

where α is vapour void fraction, ρ is density, u is velocity and Γ is the mass source term. The subscript k indicates the values of variables for phase k at the interface and subscript z is used for axial direction.

Phase Linear Momentum:

$$\frac{d}{dz}[\alpha_k \rho_k u_{kz}^2] + \alpha_k \frac{dp}{dz} + \alpha_k \rho_k g \cos\theta + \frac{2f_k}{D_{hk}} \rho_k u_{kz}^2 - \frac{1}{L_s} \tau_{ki} - \Gamma_k u_{ki} = 0 \qquad (2)$$

In equation 2, p is the pressure, f is the friction factor, D_h is the hydraulic diameter and τ is the shear stress. Subscript i indicates the interfacial values of the variables. Note that θ in Equation (2) is the angle of inclination to the vertical of the flow channel axis while $1/L_s$ is the total area density of the interfaces given by

$$\frac{1}{L_s} = \sum_j \frac{1}{L_j} \qquad (3)$$

Phase Enthalpy:

$$\frac{d}{dz}[\alpha_k \rho_k u_{kz} i_k] - \frac{d}{dz}[\alpha_k u_{kz} p] - \frac{q_{kw} \xi_{hk}}{A} - \frac{1}{L_s} \tau_{ki} u_{ki} - \Gamma_k i_{ki} = 0 \qquad (4)$$

where i is the specific enthalpy, q is the heat flux and ξ_h is the hydraulic perimeter. Subscript w refers to the value at wall. The quantities τ_{ki}, i_{ki} and u_{ki} are usually taken to be the uniform phase values. In particular

$$u_{Gi} = u_{Li} = u_L \tag{5}$$

has been used [6] in applications to the annular flow regime.

u_{Gi} and u_{Li} are the gas and liquid velocities at the interface respectively. u_L is the liquid phase velocity.

Equations (1), (2) and (4) above are valid for each bulk phase making up a two-phase flow system. The balance of mass, linear momentum and enthalpy across the interfaces are expressed by the generalized interfacial jump condition

$$\sum_{k=1,2} H_k - H_m = 0 \tag{6}$$

in terms of the generalized interfacial source term, H_k for each phase, and H_m for the mixture. H_k and H_m assume the values Γ_k and Γ_m, $\vec{M}_k$ and $\vec{M}_m$ and I_k and I_m for the interfacial mass, linear momentum and enthalpy jump conditions respectively.

Constitutive and Auxiliary Relations

The balance equations and jump conditions are not in themselves sufficient to completely describe the flow evolution with respect to space and time. Information on the intrinsic behaviour of each fluid present has to be supplied.

The two primary constitutive assumptions to be specified in a drift flux description of any flow regime are the thermodynamic non-equilibrium of each phase as well as the relative motion between the phases. In this study, the vapour phase has been assumed to remain saturated at all locations since the post-dryout region of two-phase flow in which there is significant vapour superheating was not reached in any of the experimental runs that provide the data for the investigation.

The other important constitutive relation to be supplied is that specifying the relative motion between the phases. Ishii et al. [5] presented the expressions for obtaining the concentration-weighed mean drift velocity in annular flow.

In applying the above constitutive relations, some modification, based on the assumption of a homogeneous droplet-laden vapour core, has been made in order to include the effect of liquid entrainment.

Entrainment in the Annular Flow Regime

In flow-boiling, the fraction of liquid entrained to the total liquid inventory, E, approaches unity as the dryout location is approached. This fraction starts out with a non-zero value, E_{AI}, at the point of inception of annular flow. The increase of the entrained liquid fraction from this starting value to unity at the dryout location is expected to be monotonic and without any discontinuities since there is no flow regime change experienced by the flow in this region. In this study, this increase has been assumed to be described approximately by the following expression

$$E = E_{AI} + (1 - E_{AI})\, x^* \exp[\varepsilon(x^* - 1)] \tag{7}$$

where x^*, the normalized vapour mass quality, is defined as

$$x^* = \frac{x - x_{AI}}{x_{DO} - x_{AI}} \qquad 0 \leq x^* \leq 1 \tag{8}$$

x is the vapour mass quality and subscripts AIand DO denote annular inception and dryout respectively.

Figure 1 is a plot of Equation (7) for $E_{AI} = 0.10$ and ε values lying in the range $0 \leq \varepsilon \leq 10$.

Liquid Film Thickness and Shear Stress Distribution in the Presence of Entrainment

In the presence of an entrained fraction E, the liquid film flow, W_{LF} is:

$$W_{LF} = W_L(1 - E) = [\rho_L u_L (1 - \alpha)A](1 - E) \tag{9}$$
$$= \rho_L u_L \gamma A$$

where W_L is the liquid mass flow rate, γ is the volume fraction occupied by the liquid film

$$\gamma = (1 - \alpha)(1 - E) \tag{10}$$

Hence, the volume fraction occupied by the gas core (containing liquid droplets) is $1 - \gamma$.

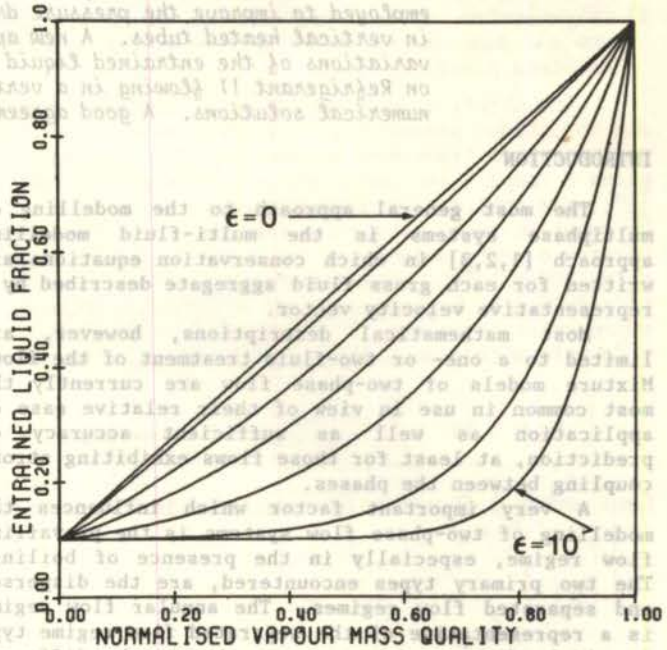


Figure 1. Variation of the Entrained Liquid Fraction with the Normalised Vapour Mass Quality for Values of ε of 0, 1, 2, 3, 4, 5 and 10.

Referring to Figure 2, therefore, for the gas core,

$$1 - \gamma = \frac{\pi D_i^2}{\pi D^2}$$

where D_i is gas core diameter.
Hence,

$$D_i = D\sqrt{(1 - \gamma)} = D\sqrt{(\alpha + E - \alpha E)} \tag{11}$$

and the liquid film thickness, δ is:

$$\delta = \frac{1}{2}(D - D_i) = \frac{D}{2}[1 - \sqrt{(1 - \gamma)}] \tag{12}$$

Performing a force balance on the vertical section dz (Figure 2) for the liquid film and the homogeneous core yields the following shear stress distribution expression for the liquid film

$$\tau = \left(\frac{R}{R_i}\right) \tau_i - \frac{R}{4}(\rho_L - \rho_{HC})\, g[1 - (\frac{R_i}{R})^2] \tag{13}$$

where the homogeneous core density ρ_{HC} is defined as

$$\rho_{HC} \triangleq \frac{W_G + W_{LE}}{(\frac{W_G}{\rho G}) + (\frac{W_{LE}}{\rho L})} \equiv [\frac{\alpha}{(1 - \gamma)}\rho_G + \frac{(1 - \gamma\,\alpha)}{(1 - \gamma)}\rho_L] \tag{14}$$

The assumption is made that there is no drift of the entrained liquid droplets relative to the vapour in

the core (i.e. $u_G = u_{LE}$). In particular, at the flow channel wall,

$$\tau_w = \frac{\tau_i}{\sqrt{(1-\gamma)}} - \frac{D\gamma(\rho_L - \rho_{HC})g}{4} \qquad (15)$$

where Equation (11) has been utilized.

The wall shear stress is thus defined in terms of the interfacial shear stress.

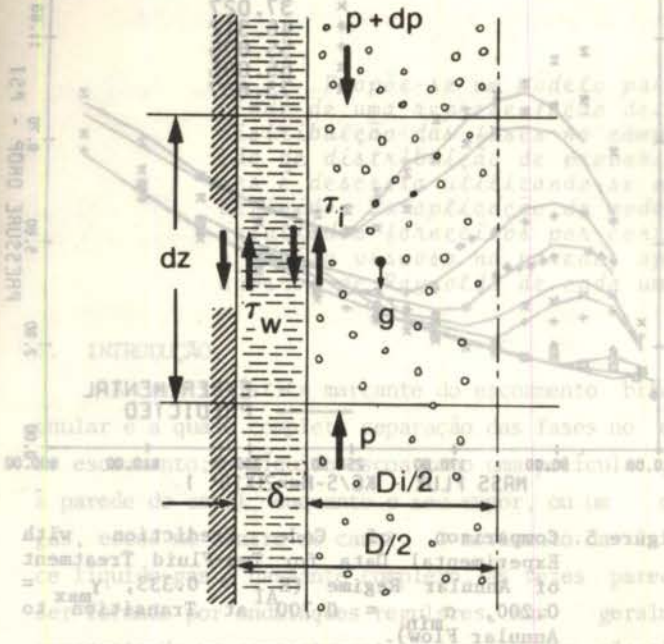


Figure 2. Forces and Dimensions in Annular Two-Phase Flow with Entrainment.

NUMERICAL SOLUTION SCHEME

The primary dependent variables in the (four-equation) drift flux model are the mixture pressure, p, the mixture velocity, u, the mixture enthalpy, i, and the vapour void fraction, α. The specification of the thermodynamic non-equilibrium for each of the phases effectively eliminates the mixture enthalpy as one of the dependent variables. The resulting "three-equation" formulation can be written in terms of the primary dependent variables in the generalized form

$$A_{i1}\frac{dp}{dz} + A_{i2}\frac{du}{dz} + A_{i3}\frac{d\alpha}{dz} = B_i \qquad (16)$$

where i = 1, 2 or 3, corresponding to the respective conservation equations. Equation (16) can be rewritten more compactly as

$$[A]\frac{d}{dz}\{Y\} = \{B\} \qquad (17)$$

where: $\{Y\} = \{p\ u\ \alpha\}^T$

The matrix of coefficients, [A], is non-linear due to the presence of the convective terms in the conservation equations.

Equation (17) is easily put in the form

$$\{Y'\} = \frac{d}{dz}\{Y\} = [A]^{-1}\{B\} = \{f(z,\{Y\}^T)\} \qquad (18)$$

where z, the axial co-ordinate along the tube is the independent variable, {Y} is the vector of dependent variables and {Y'} is the vector of the axial gradients of the dependent variables.

Equation (18) is in the standard form for the application of the initial value ordinary differential equation solution methods. The current problem, though assumed to be time-invariant, is treated as an initial value problem in space using conditions at the tube inlet as the "initial" conditions. A computer code, the UNIDRIFT code, was developed to solve the system of equations obtained.

RESULTS AND DISCUSSION

The formulation presented above was evaluated for the prediction of the pressure drop in the diabatic flow of a two-phase mixture in a small-diameter tube. The primary pressure drop data employed in the present study are for the vertical upflow of Refrigerant-11 in a uniformly-heated small-diameter stainless steel tube. The recirculating forced-convective loop used for the experimental investigation is described in detail by Abdelmessih and Yin [7].

The first approach adopted for the evaluation of the formulation and the code performance was to apply the drift flux formulation to all the flow regimes encountered by the fluid within the flow channel.

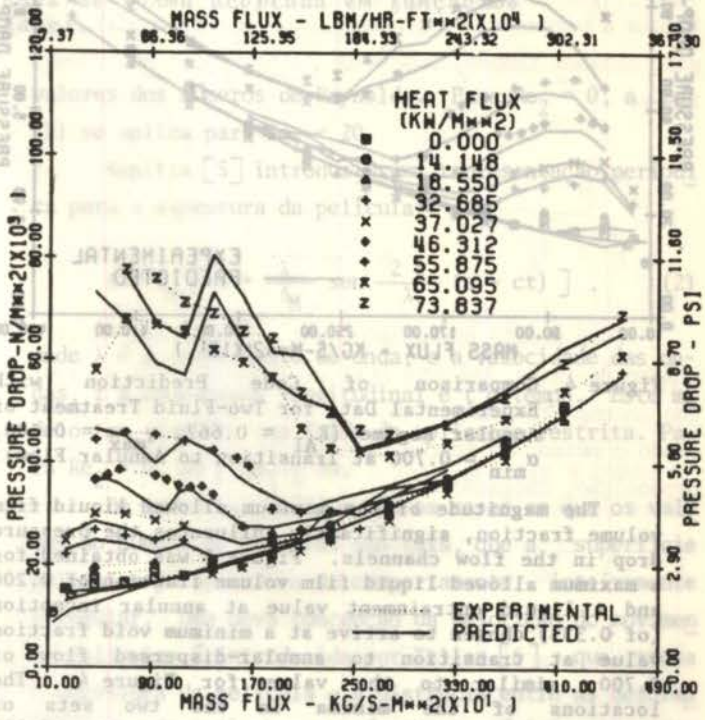


Figure 3. Comparison of Code Prediction with Experimental Data for Drift Flux Treatment of Annular Regime (E_{AI} = 0.667, γ_{max} = 0.100, α_{min} = 0.700 at Transition to Annular Flow).

Figure 3 represents the accuracy of prediction obtained when the Refrigerant-11 experimental data was employed. The experimental results show the S-shape characteristic curve, typically obtained for diabatic two-phase flow systems.

The importance of the assumed values for the parameters in the annular-dispersed flow regime is illustrated in Figure 3. The maximum allowed liquid film volume fraction in the annular-dispersed flow regime was set at 0.100 in the computer code However, the liquid entrainment at the transition to annular-dispersed flow regime, E_{AI}, was assigned a value of 0.667. The combination of assigned values for γ and E, implies, through Equation 10, a restriction on the value of the void fraction at the transition to annular flow of 0.700. This latter criterion was found to significantly influence the location of the minima in the pressure drop vs. mass flux characteristics.

The application of the two-fluid formulation in the (separated) annular-dispersed flow regime was found to give a better prediction of the experimental data compared to the drift flux treatment. This

improvement can be attributed to the non-imposition of the constraint (in correlation form) on the relative motion between the phases which is usually done in the Drift Flux model. To illustrate the improvement obtained, the conditions for the prediction of Figure 3 have been used to arrive at Figure 4, in which the two-fluid treatment of the annular-dispersed flow regime has been applied.

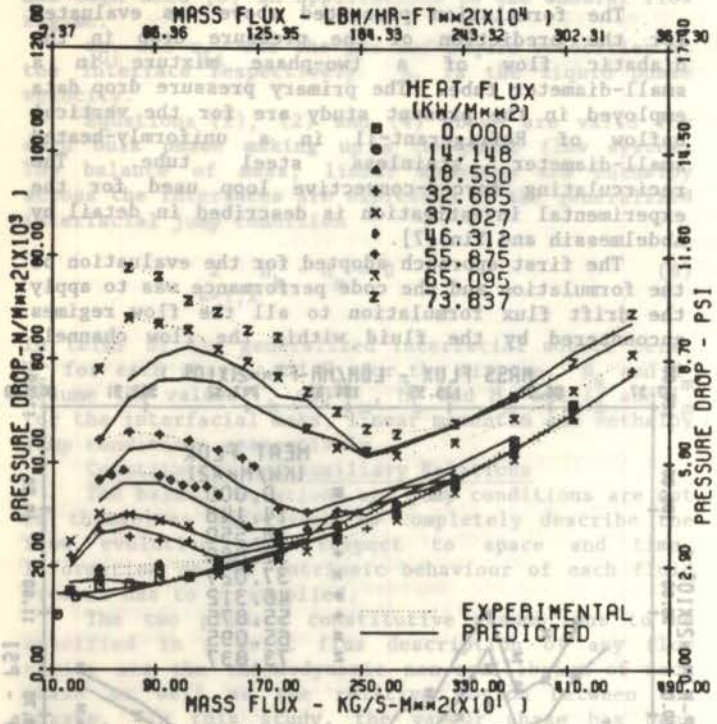


Figure 4. Comparison of Code Prediction with Experimental Data for Two-Fluid Treatment of Annular Regime (E_{AI} = 0.667, γ_{max} = 0.100, α_{min} = 0.700 at Transition to Annular Flow).

The magnitude of the maximum allowed liquid film volume fraction, significantly influences the pressure drop in the flow channels. Figure 5 was obtained for a maximum allowed liquid film volume fraction of 0.200 and a liquid entrainment value at annular inception (of 0.333) chosen to arrive at a minimum void fraction value at transition to annular-dispersed flow of 0.700, similar to the value for Figure 4. The locations of the minima in the two sets of characteristics (Figures 4 and 5) are essentially identical while the magnitudes of the pressure drops in the low flow (corresponding to relatively high quality in most cases) portions of the plots are generally higher for Figure 5.

CONCLUSIONS

The application of the two-fluid treatment of the annular-dispersed flow regime within the framework of a mechanistic modelling scheme has been demonstrated to provide an improved simulation of the experimental pressure drop data for the vertical upflow of Refrigerant-11 in a low pressure, uniformly-heated flow channel.

The axial profiles of system parameters obtained from the formulation serve to provide additional information concerning the evolution of the flow from a subcooled inlet to various other conditions at the flow channel exit. In particular, the minima in the pressure drop vs. mass flux characteristics at higher heat flux levels are postulated to be due to the transition in flow regimes from the churn-turbulent to the annular-dispersed. The mechanism of boiling inception is believed to govern the phenomenon for lower heat flux levels only.

The value of the vapour void fraction at the transition to the annular-dispersed flow regime was shown to influence the location of the minima in the pressure drop vs. mass flux characteristics, significantly.

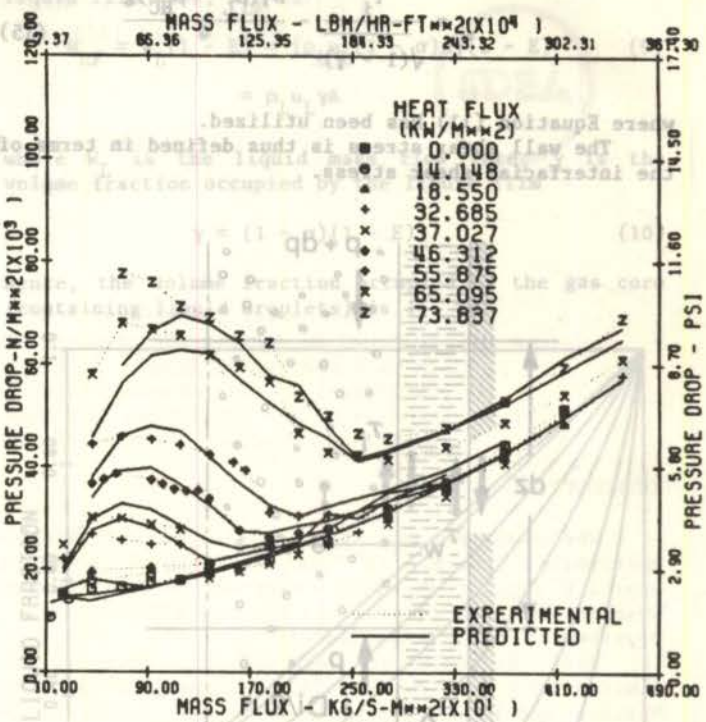


Figure 5. Comparison of Code Prediction with Experimental Data for Two-Fluid Treatment of Annular Regime (E_{AI} = 0.333, γ_{max} = 0.200, α_{min} = 0.700 at Transition to Annular Flow).

ACKNOWLEDGEMENT

The financial support received from the National Science & Engineering Research Council of Canada is acknowledged.

REFERENCES

[1] J.M. DELHAYE, Jump Conditions and Entropy Sources in Two-Phase Systems. Local Instant Formulation, Int. J. Multiphase Flow 1, 395-409 (1974).

[2] M. ISHII, Thermofluid Dynamic Theory of Two-Phase Flow, Eyrolles, Paris (1975).

[3] G. YADIGAROGLU and R.T. LAHEY Jr., On the Various Forms of the Conservation Equations in Two-Phase Flow, Int. J. Multiphase Flow 2, 477-494 (1976).

[4] N. ZUBER and J.A. FINDLAY, Average Volumetric Concentration in Two-Phase Flow Systems, Journal of Heat Transfer 87, 453-468 (1965).

[5] M. ISHII, T.C. CHAWLA and N. ZUBER, Constutive Equation for Vapour Drift Velocity in Two-Phase Annular Flow, J.A. Inst. Chem. Engrs., 22, 283-289 (1976).

[6] C.W. SOLBRIG, J.H. McFADDEN, R.W. LYCZKOWSKI and E.D. HUGHES, Heat Transfer and Friction Correlation Required to Describe Steam-Water Behaviour in Nuclear Safety Studies, Proceedings of the 15th National Heat Transfer Conference, San Francisco, 100-128 (1976).

[7] A.H. ABDELMESSIH and S.T. YIN, A Facility for Experimental Investigation of Forced-Convection Boiling Two-Phase Flow, University of Toronto, Mech. Engng. Tech. Publ. Series, UTME-TP7304 (1973).

DESCRIÇÃO DO ESCOAMENTO BIFÁSICO ANULAR NO ÂMBITO DE UM MODELO GENERALIZADO PARA OS ESCOAMENTOS BIFÁSICOS

ANTÔNIO MAC DOWELL DE FIGUEIREDO
PEM-COOPE/UFRJ E DET-EE/UFRJ

Propõe-se um modelo para o escoamento bifásico anular que prescinde de uma representação determinística da interface líquido-gás; a distribuição das fases no campo de escoamento é representada por uma função de distribuição de probabilidades. A interação viscosa entre as fases é descrita utilizando-se um coeficiente de atrito apropriadamente definido. Da aplicação do modelo, obtêm-se muito boa concordância com resultados fornecidos por correlações empíricas para a perda de carga e o atrito viscoso na parede, apresentados de forma acoplada em função dos números de Reynolds de cada uma das fases.

1. INTRODUÇÃO.

A característica marcante do escoamento bifásico anular é a quase completa separação das fases no campo de escoamento; o líquido escoa como uma película junto à parede do canal, enquanto o seu vapor, ou um outro gás, escoa no centro do canal. O movimento da interface líquido-gás é bastante complexo, às vezes parecendo ser formado por ondulações regulares, mas geralmente apresentando um comportamento aparentemente aleatório. Naturalmente, a descrição do comportamento interfacial influencia significativamente o grau de complexidade de cada modelo adotado para o escoamento e, consequentemente, sua precisão no cálculo dos processos de transferência de quantidade de movimento, de calor e de massa.

Avaliações críticas e abrangentes dos modelos existentes para descrição do escoamento bifásico anular podem ser encontradas nos trabalhos de Dukler [1] e Hewitt e Hall-Taylor [2]. No presente trabalho, é sugerido um modelo para o escoamento bifásico anular, que se baseia em considerações estatísticas sobre o movimento da interface líquido-gás. O modelo prescinde de uma descrição determinística deste movimento, ou mesmo da localização da interface, sendo desenvolvido em analogia ao "modelo de superposição" (Two-fluid model) referido na literatura [3,4]

2. INTERFACE: DESCRIÇÃO DETERMINISTICA.

A descrição mais frequentemente adotada para a interface líquido-gás é a de uma superfície lisa e sem pertubações. A película de líquido junto à parede tem espessurá

$$\delta = \delta_M \, (Re_1, \, Re_2) \ , \qquad (1)$$

onde δ_M representa um valor médio, Re_1 e Re_2 denotam os números de Reynolds para o líquido e para o gás, respectivamente. Esta representação é válida para pequenos valores dos números de Reynolds. Para $Re_2 = 0$, a eq. (1) se aplica para $Re_1 < 20$.

Kapitza [5] introduziu uma representação periodica para a espessura da película

$$\delta = \delta_M \left[\, 1 + \frac{\lambda}{\delta_M} \, \text{sen} \, \frac{2\pi}{\lambda} \, (z - ct) \, \right] \ , \qquad (2)$$

onde λ é o comprimento de onda, c a velocidade das ondas, z a coordenada longitudinal e t o tempo. Este modelo tem, também, uma faixa de aplicação restrita. Para $Re_2 = 0$, $20 \leq Re_1 \leq 70$.

De interesse prático são os casos em que os valores do número de Reynolds são tais, que a superfície pelicular já apresenta um comportamento inteiramente irregular. Uma nova concepção da descrição do movimento pelicular é introduzida por Telles [6], que trata a espessura da película e a distância entre as deformações superficiais como variáveis aleatórias. As características estocásticas destas variáveis são utilizadas para construção de uma deformação "média" idealizada, resultando para espessura da película

$$\delta = \delta_G + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \, (\delta_o - \delta_1 \, \xi) e^{-\frac{1}{2} \xi^2} \qquad (3)$$

Aqui δ_G denota a espessura minima de película, δ_o e δ_1 são parâmetros calculados com os momentos estatisticos das variáveis aleatórias e ξ representa uma coordenada longitudinal adimensional ($\xi = z/L$) ou um tempo adimensional ($\xi = t/T$), supostos equivalentes com base na hipótese de ergocidade.

3. REGIÃO INTERFACES: DESCRIÇÃO PROBABILISTICA.

Se, num escoamento bifásico anular, o líquido está totalmente contido na película junto à parede e o gás escoa inteiramente no centro do canal, ou seja ,

não há bolhas ou gotas, então a distribuição de fases numa dada seção do canal de escoamento corresponde ao valor instantâneo da espessura da película. Se está é tratada como uma variável aleatória, a distribuição de probabilidades para a espessura de película corresponde à distribuição de probabilidades para a ocorrência de cada fase à uma dada distância da parede. Assim, a ocorrência de líquido é um acontecimento certo (probabilidade unitária) entre a parede e a distância à mesma que corresponde à espessura mínima da película; além de uma certa distância da parede, para a qual já não há ocorrência de líquido, esta probabilidade é nula, sendo a ocorrência de gás um acontecimento certo. A região em que há alguma probabilidade de ocorrência das duas fases é chamada região entre-fases. Sendo y a distância à parede e α a probabilidade de ocorrência de gás, chamada, também, função de distribuição de fases, tem-se

$$o \leq y \leq \delta_G \quad : \quad \alpha = 0 \quad , \tag{4.a}$$

$$y > \delta_G \quad : \quad 0 < \alpha \leq 1 \, . \tag{4.b}$$

Como modelo apropriado para a função de distribuição de fases, Telles e Dukler [7] propuseram a função incompleta Gamma, $\gamma(b, \xi)$; Figueiredo [8], aplicando o método da função característica, generaliza a proposição, chegando a

$$\xi = a(y - \delta_G) \leq 0 \, : \, \alpha = 0 \tag{5.a}$$

$$\xi = a(y - \delta_G) > 0 \, : \, \alpha = \gamma(b,\xi) = \frac{1}{\Gamma(b)} \int_o^{\xi} e^{-\xi} \, \xi^{b-1} \, d\xi \tag{5.b}$$

$$a = 2 \frac{\mu_2}{\mu_3} \quad , \quad b = 4 \frac{\mu_2^3}{\mu_3^2} \quad , \quad \delta_G = \delta_M - \frac{b}{a} \, . \tag{5.c}$$

Aqui δ_G é a espessura média da película (momento de primeira ordem), μ_2 e μ_3, respectivamente, os momentos centrais de segunda e terceira ordem, relativos à distribuição estatística da espessura instantânea da película.

4. O MODELO DE SUPERPOSIÇÃO.

O modelo de superposição representa uma imagem virtual do escoamento bifásico, segundo a qual o campo descontinuo de escoamento passa a ser visto como uma superposição de campos monofásicos continuos, onde os valores das variáveis de campo são condicionados por uma função de distribuição de probabilidades da fase correspondente. O desenvolvimento do modelo pode ser encontrado, entre outros, em Figueiredo [3].

Além das hipóteses e restrições já introduzidas, considera-se, ainda, que: 1) não há mudança de fase; 2) o escoamento é estacionário, bidimensional e hidrodinamicamente desenvolvido; 3) não há variação longitudinal da função de distribuição de fases; 4) não há variação transversal da pressão; 5) os efeitos de inércia são despresíveis, comparados com o gradiente longitudinal de pressão e com os efeitos gravitacional e viscoso.

A equação de balanço de quantidade de movimento reduz-se, então, para a película, a

$$\frac{1}{R - y} \frac{d}{dy} \left[(R-y) \, (1-\alpha) \, \tau_1 \right] + (1 - \alpha) \left(\rho_1 g - \frac{dp}{dz} \right) + \tau^s \frac{d\alpha}{dy} = 0 \tag{6.a}$$

e, para o centro do canal, a

$$\frac{1}{R - y} \frac{d}{dy} \left[(R-y) \, \alpha \, \tau_2 \right] + \alpha \left(\rho_2 g - \frac{dp}{dz} \right) - \tau^s \frac{d\alpha}{dy} = 0 \, , \tag{6.b}$$

onde τ representa a tensão de cizalhamento, incluindo os efeitos de turbulência, ρ a massa específica, g a aceleração da gravidade e p a pressão. Os indices 1 e 2 indicam, respectivamente, o líquido e o gás, e R representa o raio da seção circular do canal de escoamento. A tensão de cizalhamento τ^s denota o atrito viscoso entre as fases, representando o termo de acoplamento entre os campos de escoamento das duas fases.

Sendo o escoamento turbulento e bidimensional, a relação entre a tensão de cizalhamento e o gradiente de velocidade na película pode ser expressa por

$$\tau_1 = \rho_1 \nu_1 \left[1 + \frac{\ell^2}{\nu_1} \left| \frac{d u_1}{dy} \right| \right] \frac{d u_1}{dy} \tag{7}$$

onde ν representa a viscosidade cinemática, u a velocidade na direção longitudinal e ℓ o cumprimento de mistura, para o qual adota-se uma modificação do modelo de van Driest, proposto por Delhaye [9]:

$$\ell = 0{,}4 \, y \left[1 - e^{- \frac{y}{26\nu_1} \left(\frac{\tau_o}{\rho_1} \right)^{1/2} (1-\alpha)^{5/2}} \right] . \tag{8}$$

Aqui τ_o denota a tensão de cizalhamento na parede. O coeficiente $(1-\alpha)^{5/2}$ atua como um fator de amortecimento da turbulência no escoamento pelicular. Para a tensão de cizalhamento na interfase, τ^s, é sugerida uma relação análoga àquela usualmente adotada para os

escoamentos monofásicos sugere-se, porém, como velocidade característica, a velocidade relativa entre as fases, v_R :

$$\tau^s = \frac{1}{2} c_R \rho_2 | v_R | v_R \qquad (9)$$

onde c_R representa um coeficiente de atrito. Para uma dada distância da parede, a velocidade relativa é dada por

$$v_R = \frac{\dot{M}_2}{\pi\rho_2 (R - y)^2} - \frac{\dot{M}_1}{\pi\rho_1 y(2R - y)} , \qquad (10)$$

onde $\dot{M}_1$ e $\dot{M}_2$ denotam os fluxos mássicos do líquido e do gás, respectivamente.

5. CONDIÇÕES DE CONTORNO E CONDIÇÕES INTEGRAIS.

As equações diferenciais (6.a), (6.b) e (7) são resolvidos para as condições de contorno.

$$y = 0 \; : \; u_1 = 0 \; , \; \tau_1 = \tau_o \qquad (11.a)$$

$$y = R \; : \; \tau_2 = 0 \; . \qquad (11.b)$$

Da adição das soluções das equações (6.a) e (6.b), resulta

$$\tau_o = \left(\rho_1 g - \frac{dp}{dz} \right) \frac{R}{2} - \frac{1}{R} \rho_1 g \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) \int_o^R \alpha (R - y) \, dy \; . \qquad (12)$$

Introduzindo a eq. (9) na eq. (6.b) e integrando, obtém-se

$$\left(\rho_2 g - \frac{dp}{dz}\right) \int_{\delta_o}^{R} \alpha(R - y) \, dy = \frac{1}{2} \rho_2 c_R \int_{\delta_G}^{\delta_H} \frac{d\alpha}{dy} |v_R| v_R (R-y) dy \; . \qquad (13)$$

A continuidade da massa na película fornece

$$\dot{M}_1 = 2\pi \int_o^{\delta_H} (R - y) (1 - \alpha) \rho_1 u_1 \, dy \; . \qquad (14)$$

Nas eqs. (13) e (14), δ_H representa a espessura máxima da película, obtida da condição:

$$y \to \delta_H \; : \; \alpha \to 1, \; \frac{d\alpha}{dy} \to 0 \; . \qquad (15)$$

6. RESULTADOS E CONCLUSÕES.

Numa situação de interesse, as propriedades físicas dos fluidos, ρ_1, ρ_2, ν_1 são conhecidos, assim como o raio, R, da seção do canal e os fluxos mássicos $\dot{M}_1$ e $\dot{M}_2$. Deseja-se calcular a tensão de cizalhamento, τ_o, na parede e o gradiente de pressão dp/dz. Para aplicação do modelo deve-se conhecer, ainda, os parâmetros a, b e δ_G da função de distribuição de fases, α, e o coeficiente de atrito, c_R. Para este, no entanto, não existe relação proposta que corresponde à concepção do modelo de superposição. Inverte-se, assim, o processo, procurando-se determinar c_R e τ_o a partir dos dados experimentais de Chu [10]. Para facilitar a generalização do cálculo, o modelo analítico foi adimensionalizado, sendo os resultados apresentados utilizando-se os seguintes parâmetros

$$Re_1 = \frac{\dot{M}_1}{2\pi R \eta_1} \; , \; Re_2 = \frac{\dot{M}_2}{2\pi R \eta_2}$$

$$R^* = R \left(\frac{g}{\nu_1^2}\right)^{1/3}$$

$$P^+ = \frac{dp}{dz} \frac{\nu_1}{\rho_1 \left(\frac{\tau_o}{\rho_1}\right)^{3/2}} \; , \; R^+ = \frac{R}{\nu_1} \left(\frac{\tau_o}{\rho_1}\right)^{1/2}$$

A eq. (12) estabelece a relação entre a queda de pressão total, P^+, no escoamento e as contribuições do atrito na parede, R^+, e da ação gravitacional, R^*. Sua solução está apresentada na Fig. 1, com os números de Reynolds, Re_1 e Re_2, como parâmetros. Sendo a queda de pressão despresível quando não há escoamento de gás, a curva $Re_2 = 0$ confunde-se com o eixo das ordenadas , $- P^+ R^{+3} / 2 = 0$. Nesta situação, há equilíbrio entre as forças gravitacional e viscosa. Quando não há líquido, tem-se $Re_1 = 0$, $\alpha = 1$ e a eq. (12), em forma adimensional, reduz-se a

$$R^{+2} = \frac{1}{2} \left[\frac{\rho_2}{\rho_1} R^{*3} - P^+ R^{+3} \right] .$$

O primeiro termo da direita desta operação representa a contribuição da força gravitacional para a perda de carga, quando $Re_1 = 0$, correspondendo à linha paralela à diagonal, Fig. 1.

Propõe-se, portanto, uma representação paramétrica do gradiente de pressão e da tensão de cizalhamento na parede, para o escoamento descendente, bifásico e anular. Os limites da representação são a curva $Re_1 = 0$, que corresponde ao escoamento monofásico interno, e a curva $Re_2 = 0$, que corresponde ao escoamento de uma película líquida por ação gravitacional.

Na Fig. 2, é indicada a relação entre o coeficiente de atrito, c_R, e o parâmetro adimensional P^+, que representa uma forma combinada do gradiente de pressão e da tensão de cizalhamento na parede.

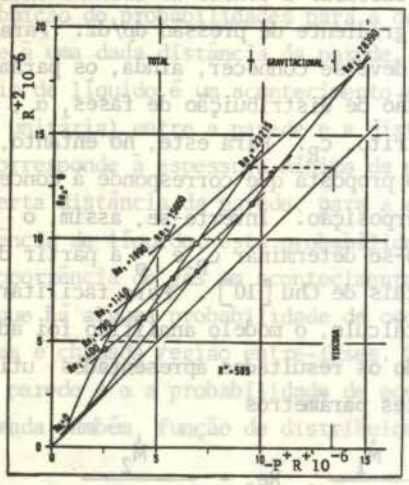


Figura 1

Uma comparação entre os resultados teóricos para a perda de carga e aqueles calculados com a correlação empírica de Baroczy-Chisholm [11] é apresentada na Fig. 3, utilizando-se o multiplicador bifásico, ϕ_1^2, de Lockhart e Martinelli. O erro relativo médio entre os resultados teóricos e os empíricos é 2,6%. Segundo Frieldel [12], uma comparação entre esta correlação e resultados experimentais indicam um erro relativo médio de 7,1%. Os resultados teóricos podem, em decorrência, ser classificados como muito bons.

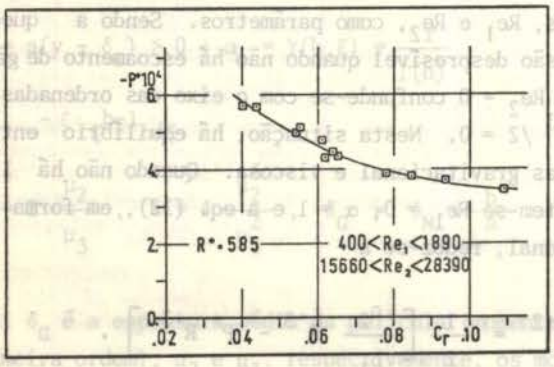


Figura 2

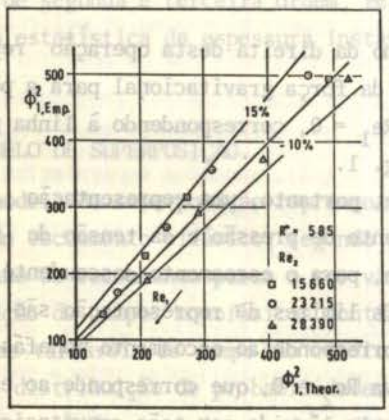


Figura 3

7. BIBLIOGRAFIA.

[1] Dukler, A.E.; Characterization, effects and modelling of wavy gas-liquid interface; in Progress in Heat and Mass Transfer, 1972, 6, 207-234.

[2] Hewitt, G.F.: N.S.Hall-Taylor: Annular Two-Phase Flow, 1970, Pergamon.

[3] Figueiredo, A.M.D.: Modelo Multifluidico para os Escoamentos Bifásicos; Rev.Br.C.Mec., 1982, 4 e 5, 4, 21-28.

[4] Ishii, M.: Thermo-fluid Dynamic Theory of Two-Phase Flow, 1975, Eyrolles.

[5] Kapitza, P.L.: Wave flow of thin layers of a viscous fluid; in Collected Papers, 1965, 2.

[6] Telles, A.C.S.: Liquid film characteristics in vertical two-phase flow; Ph.D. Thesis, 1968.

[7] Telles, A.C.S.; A.E.Dukler: Statistical characteristics of thin, vertical, wavy liquid films; IEC-Fundamentals, 1970, 9, 412-421.

[8] Figueiredo, A.M.D.: Beitrag zur allgemeinen fluid- und thermomechanischen Beschreibung der Mehrphasenströmungen; Dissertation, 1980, Stuttgart.

[9] Delhaye, J.M.; Contribution à l'étude des ecoulements disphasiques eau-air et eau-vapeur; Docteur-These, 1970, Grenoble.

[10] Chu, K.J.: Statistical characterization and modelling of wavy liquid films in vertical two-phase flow; Ph.D. Thesis, 1973, Houston.

[11] Chisholm, D.: Pressure gradients due to friction during the flow evaporating two-phase mixtures in smooth tubes and channels; Int.J. Heat Mass Transfer, 1973, 16, 347-358.

[12] Frieldel, L.: Druckabfall bei der Strömung von Gas/Dampf-Flüssigkeits-Gemischen in Rohren: Chem. Ing.Techn. 1978, 50, 167-180.

SUMMARY

A model is proposed to the annular two-phase flow, that precinds a deterministic representation of the gas-liquid interface ; the occurrence of each phase in flow field is expressed by a probability distribution function. The viscous interaction between the phases is represented by a friction coefficient. The model is applied to air-water downward flow, giving results that compare very good with those of selected empirical correlations for the pressure gradient.

MEDIDA DE FRAÇÃO DE VAZIO EM ESCOAMENTO BIFÁSICO, GÁS-ÁGUA, EM TUBO VERTICAL USANDO ABSORÇÃO DE RAIOS GAMA

RAIMUNDO DIAS DA SILVA
JOSÉ ANTONIO DIAZ DIEGUEZ
INPEN - CNEN, SP

SUMÁRIO

No presente trabalho foram realizadas medidas de fração de vazio em escoamento bifásico água-nitrogênio, utilizando a técnica de absorção de raios gama. Foram simulados vários regimes de escoamento bifásico ascendente em tubo cilíndrico, variando-se as vazões de água e nitrogênio, respectivamente, de 0,15 a 0,44 m³/h e de 0,01 a 0,1 m³/h. Para cada condição de fluxo foi determinada a fração de vazio. A comparação entre os resultados obtidos e os dados de outros autores mostrou haver uma boa concordância.

INTRODUÇÃO

A importância do estudo de escoamento bifásico vem da ocorrência de escoamentos simultâneos de um líquido e um gás ou vapor em vários equipamentos industriais tais como, caldeiras, evaporadores, trocadores de calor e, mais recentemente, em reatores nucleares, devido à necessidade de aumento de potência térmica específica.

A obtenção de dados relativos às frações de vazio linear ($\bar{R}_{g1}$) e espacial ($\bar{R}_{g2}$), bem como à determinação do regime de escoamento é de fundamental importância para o entendimento fluido-mecânico de escoamento bifásico.

Nos últimos anos muitas técnicas tem sido desenvolvidas e outras já existentes, foram aperfeiçoadas, com o objetivo de medir com maior precisão e rapidez a densidade bifásica ou fração de vazio, em sistemas de escoamentos bifásicos. Resumidamente, podem-se citar algumas técnicas largamente empregadas: "probe" de condutividade elétrica [7], anemômetro a fio quente [5], "probe" óptico [2], válvulas de fechamento rápido [11], atenuação e espalhamento de radiações, tais como, beta [8], nêutrons [1], raios X [4] e raios gama [9].

O objetivo do presente trabalho é desenvolver a técnica de medida de fração de vazio, utilizando o método de absorção de raios gama, para aplicação no laboratório de termohidráulica do Departamento de Reatores e Circuitos Experimentais do IPEN-CNEN/SP.

MÉTODO UTILIZADO

Quando se deseja determinar a fração de vazio média espacial ($\bar{R}_{g2}$), o método da absorção de raios gama é um dos mais eficientes. Este método consiste em se atravessar a secção de testes com um ou mais feixes de raios γ e medir a intensidade transmitida, I. No caso de um único feixe, a secção de testes deve ser dotada de um mecanismo que permita a movimentação na horizontal, possibilitando, assim, que seja varrida toda a seção transversal do tubo.

A atenuação de um feixe de raios gama monoenergético ao atravessar uma substância segue a lei exponencial :

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{\mu}{\rho}\rho x\right) \qquad (1)$$

onde, μ/ρ é o coeficiente de absorção específico do material, I_0 é a intensidade do feixe incidente, I é a intensidade do feixe emergente, ρ a densidade e x a espessura do material.

O coeficiente μ/ρ geralmente diminue com o aumento da energia do fóton e independe do estado físico da substância (sólido, líquido ou gasoso) [3].

Quando um feixe de raios gama colimado atravessa uma secção de testes, onde flui uma mistura bifásica, ao longo de uma corda, a radiação é absorvida pelo material da parede do tubo, pelo gás e pela água. A intensidade emergente é dada por [3], [9] :

$$I = I_0 \exp(-\mu_p X_p)\exp[-\mu_\ell(1-\bar{R}_{g1})X_d]\exp(-\mu_g \bar{R}_{g1} X_d), \qquad (2)$$

onde: X_p = espessura total da parede

X_d = comprimento da corda interna do tubo

μ_p, μ_g, μ_ℓ = coeficiente de absorção da parede, do gás e do líquido

$\bar{R}_{g1}$ = fração de vazio média linear; relação entre o volume de gás em uma corda e o volume total (gás e água) na corda.

Para um fluxo de gás-líquido, à pressão e temperatura ambientes, μ_g é desprezível comparado com μ_ℓ e pode-se demonstrar que [9] :

$$\bar{R}_{g1} = \frac{\log I/I_\ell}{\log I_g/I_\ell} \qquad (3)$$

onde: I_ℓ = intensidade emergente quando o tubo contém apenas líquido

I_g = intensidade emergente quando o tubo contém apenas gás

I = intensidade emergente quando o tubo contém uma mistura gás-água

A fração de vazio espacial, numa dada superfície transversal da secção de testes, é a relação entre a área ocupada pelo gás e a área transversal total da secção de testes. Quando um feixe colimado de raios gama varre essa secção transversal, a fração de vazio média espacial ($\bar{R}_{g2}$) é obtida integrando-se $\bar{R}_{g1}$:

$$\bar{R}_{g2} = \frac{1}{\pi R^2}\int_{y=-R}^{y=R} 2\sqrt{R^2-y^2}\,\bar{R}_{g1}(y)\,(dy) \qquad (4)$$

onde R é o raio interno do tubo e y é a distância do eixo do tubo ao feixe.

ARRANJO EXPERIMENTAL

O dispositivo experimental é composto de um circuito de água, um circuito de gás, a secção de

teste, uma fonte de raios gama, detector de radiação e eletrônica associada.

a) Circuito de Água:

Esse circuito opera à pressão e temperatura ambientes e é constituído por um reservatório, bomba, secção de testes, mecanismo de movimentação, manômetros e rotâmetros, conforme a Figura 1.

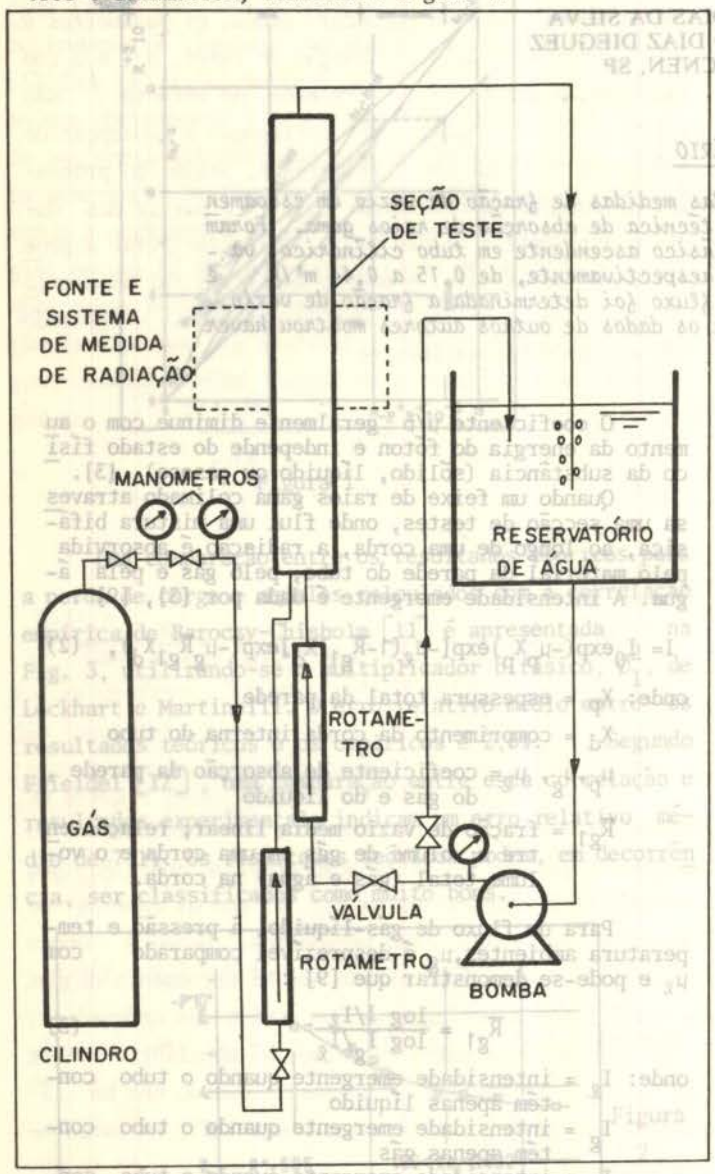


Figura 1. Esquema do Circuito Experimental

b) Circuito de Gás :

O gás, nitrogênio, é introduzido no circuito de água através de um bocal injetor. O bocal foi construído e montado de tal modo que o gás, quando injetado na água, se dispersa homogeneamente.

c) Secção de Testes :

A secção de testes consiste de um tubo cilíndrico de vidro na posição vertical, com 16mm de diâmetro interno, fixado em um mecanismo que permite sua movimentação tanto na horizontal quando na vertical.

d) Equipamentos de Medida de Radiação :

O sistema de medidas é composto de um detector Iodeto de Sódio ativado com Tálio acoplado a uma fotomultiplicadora, colimador de 2mm de diâmetro, pré-amplificador, fonte de alta tensão, amplificador linear, analisador monocanal, temporizador e impressora, conforme Figura 2.

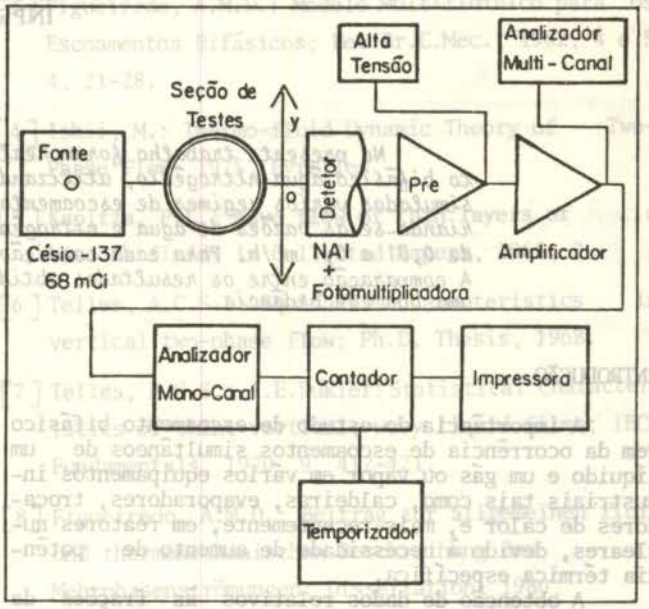


Figura 2. Esquema do Sistema de Medida de Radiação

e) Fonte de Raios Gama :

Foi utilizada uma fonte de raios gama de Césio-137 de 68 milicuries cuja meia vida ($T_{1/2}$) é de aproximadamente 30 anos e energia de emissão 662 KeV.

CARACTERIZAÇÃO DOS REGIMES DE ESCOAMENTO E MEDIDA DA FRAÇÃO DE VAZIO

Para escoamento bifásico ascendente, em tubos cilíndricos de 16mm de diâmetro interno, à pressão atmosférica, Roumy [11] correlacionou a fração de vazio ($\bar{R}_{g2}$) com as velocidades superficiais do gás (J_G) e do líquido (J_ℓ) através da expressão:

$$\bar{R}_{g2} = 0{,}9 \frac{J_G}{J_\ell + 20} \qquad (5)$$

onde a velocidade superficial é a relação entre a vazão do fluído pela área total de escoamento; J_G e J_ℓ são dados em cm/s.

Foram simulados vários regimes de escoamento bifásico, variando-se as vazões de gás desde 0,01 a 0,1 m³/h e de água desde 0,15 a 0,44 m³/h. As frações de vazio foram calculadas, através da expressão (5), para cada regime observado visualmente e introduzidas na carta teórica de Taitel e Dukler [12], conforme Figura 3.

Medindo a intensidade emergente em cada corda, foram levantadas as curvas do perfil de escoamento para o tubo cheio de água, tubo vazio e para uma mistura gás-água (0,1 m³/h de gás e 0,17 m³/h de água), representadas na Figura 4. Como pode ser observado, a maior taxa de contagem ocorre com o tubo vazio, pois, praticamente não há absorção de radiação gama. A taxa de contagem na região interna do tubo vazio é menor do que a contagem na região externa à seção de teste, devido à absorção de radiação pelas paredes do tubo.

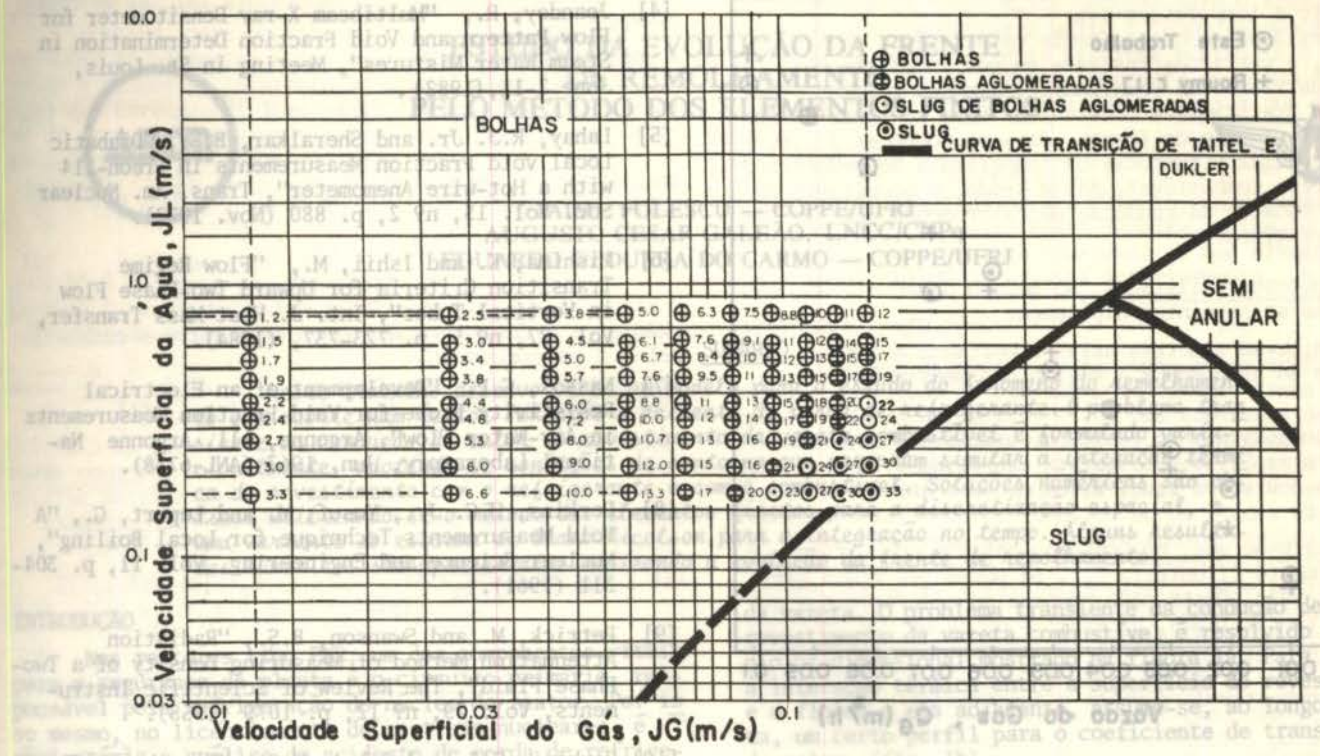


Figura 3. Mapa de escoamento bifásico ascendente em tubo cilíndrico com a Fração de Vazio ($\overline{R}_{g2}$) em porcentagem, indicada.

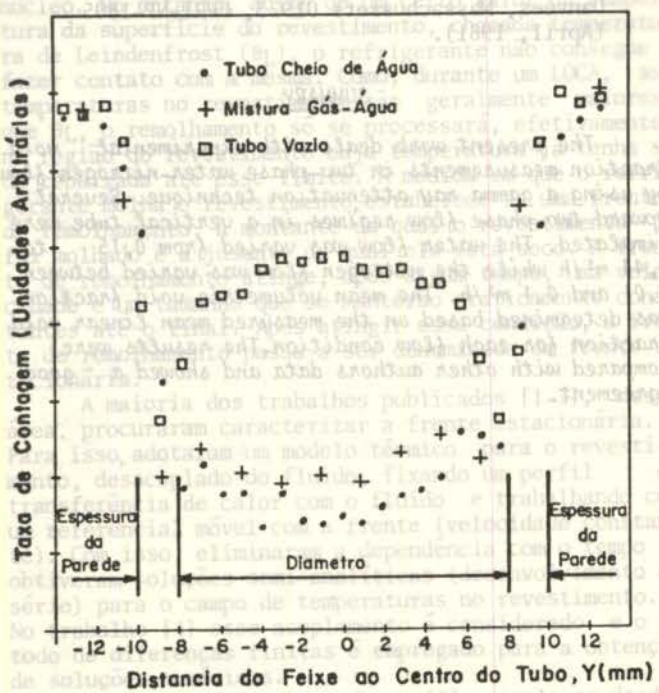


Figura 4. Curvas de perfil do escoamento para tubo cheio de água, tubo vazio e tubo com mistura gás-água (0,1 m³/h de gás e 0,17 m³/h de água)

Mantendo fixa a vazão de água em 0,17 m³/h e variando a vazão de gás de 0,01 a 0,1 m³/h, foram medidas as intensidades emergentes. Para cada par de vazão de água e nitrogênio, em cada corda do tubo, foram feitas 10 contagens de 40 segundos cada uma. Utilizando as relações (3) e (4) foram determinadas as frações de vazio médias linear e espacial, $\overline{R}_{g1}$ e $\overline{R}_{g2}$. Na Figura 5 são apresentados os resultados obtidos para $\overline{R}_{g2}$, em função da vazão do gás, Q_G.

DISCUSSÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para as faixas de vazões utilizadas, observou-se visualmente a predominância de dois regimes característicos: bolhas e "slug", comprovado pelos resultados experimentais da Figura 3. Para o regime "slug" há um desvio de comportamento entre os dados experimentais e os resultados de Taitel e Dukler [12] nas vizinhanças da curva de transição bolhas-"slug". Comparando com outros autores, por exemplo [6], verifica-se que esse desvio ocorre frequentemente quando se comparam entre si dados experimentais e teóricos, devido, principalmente, às pequenas diferenças na geometria e condições da experiência. Conclue-se, portanto, que os resultados obtidos estão coerentes e permitem a caracterização do regime de escoamento.

Referente à fração de vazio média espacial, observa-se na Figura 3 que, apesar de existirem poucos pontos, a transição do regime bolhas para "slug" se caracteriza por frações de vazio na faixa de 30%, concordando com os dados obtidos por Mishima [6] e Rouhani [10].

As frações de vazio obtidas por Roumy [11] utilizando a técnica de válvulas de fechamento rápido, foram introduzidas na Figura 5, para comparação com os resultados obtidos neste trabalho. Como pode ser observado, houve uma boa concordância entre os resultados dos dois trabalhos.

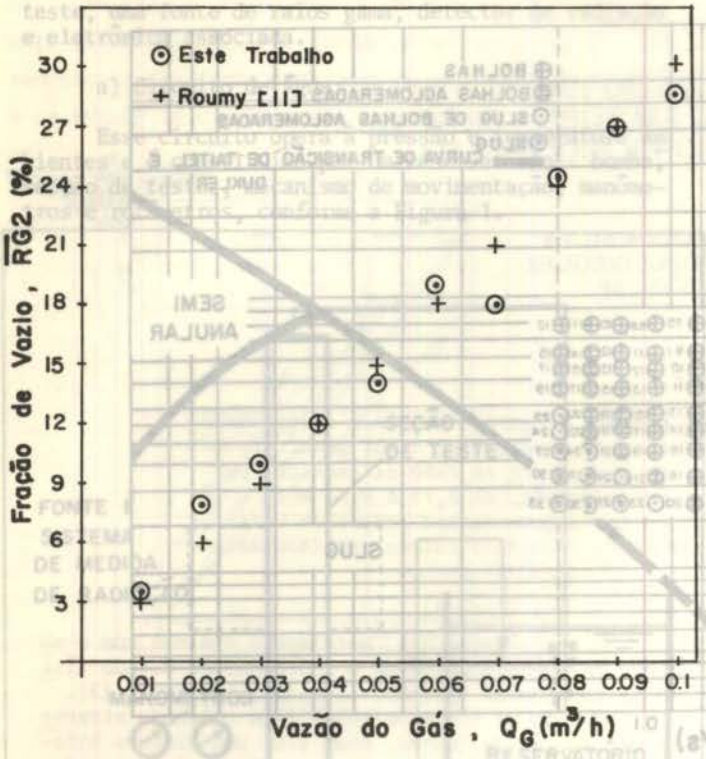


Figura 5. Comparação entre as frações de vazio medidas e as obtidas por Roumy [11], em escoamento bifásico ascendente dentro de tubo de 16mm de diâmetro interno, à pressão atmosférica e temperatura ambiente.

REFERÊNCIAS

[1] Banenjee, S., "Two-phase Flow void Fraction Measurements using Neutron Beams", Trans, Am. Nuclear Soc. Vol. 34, p. 799-802, (1980).

[2] Bayoumi, M. and Charlot, R., "Local Voidage Measurements in Two-phase Flow System Using an Optical Probe", Atomkernenerg Kerntech V.37 (2) p. 110-112 (1981).

[3] Delhaye, J.M., Giot, M. and Riethmuller, M.L., "Thermohidraulics of Two-phase Systems for Industrial Design and Nuclear Engineering", Hemisphere MacGraw-Hill,(1981).

[4] Jeandey, R., "Multibeam X-ray Densitometer for Flow Pattern and Void Fraction Determination in Steam Water Mistures", Meeting in St. Louis, June 7-11,(1982).

[5] Lahay, R.J. Jr. and Sheralkar, B.S., "Diabatic Local void Fraction Measurements in Freon-114 with a Hot-wire Anemometer", Trans, Am. Nuclear Soc. Vol. 15, nº 2, p. 880 (Nov. 1972).

[6] Mishima, K. and Ishii, M., "Flow Regime Transition Criteria for Upward Two-Phase Flow in Vertical Tubes", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 27, nº 5, p. 723-737, (1984).

[7] Nassos, G.P. "Development of an Electrical Resistivity Probe for Void-Fraction Measurements in Air-Water Flow", Argonne, 111, Argonne National Laboratory, Jun. 1963 (ANL-6738).

[8] Perkins, H.C. Jr., Yusuf, M. and Lepert, G., "A Void Measurements Technique for Local Boiling", Nuclear Science and Engineering, Vol. 11, p. 304-311 (1961).

[9] Petrick, M. and Swanson, B.S., "Radiation Attenuation Method of Measuring Density of a Two-Phase Fluid", The Review of Scientific Instruments, Vol. 29, nº 12, p. 1079 (1958).

[10] Rouhani, S.Z. and Sohal, M.S., "Two-phase flow Patterns: A Review of Research Results",Nuclear Energy, Vol. 11, nº 3, p. 219-259 (1983).

[11] Roumy, R., "Structure des Ecoulements Difasiques Eau-Air, Etude de la Fracion de Vide Moyenne et des Configurations d'ecoulements", Grenoble,Fr., CEA, Centre d'Etudes Nucleaires Dec. 1969 (CEA-R-3892) (1969).

[12] Snell, C.C. et all., "Flow Regime Characterization with a Multielement Conductance Gauge, Aubiom International, Inc. One Southaide Road Danvees, Massachussets 01923, EPRI-NP-1805 (April, 1981).

SUMMARY

The present work deals with experimental void fraction measurements in two-phase water-nitrogen flow, by using a gamma ray attenuation technique. Several ypward two-phase flow regimes in a vertical tube were simulated. The water flow was varied from 0,15 to 0,44 m³/h while the nitrogen flow was varied between 0.01 and 0.1 m³/h. The mean volumetric void fraction was determined based on the measured mean linear void fraction for each flow condition.The results were compared with other authors data and showed a good agreement.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

ESTUDO DA EVOLUÇÃO DA FRENTE DE REMOLHAMENTO PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

JAIME FOLESCU — COPPE/UFRJ
AUGUSTO CESAR GALEÃO, LNCC/CNPq
EDUARDO G. DUTRA DO CARMO — COPPE/UFRJ

SUMÁRIO

Neste trabalho desenvolve-se um modelo para o estudo do fenômeno do remolhamento que ocorre num reator PWR após o acidente de perda de refrigerante. O problema transiente da condução de calor no revestimento da vareta combustível é formulado variacionalmente, adotando-se condições de contorno que procuram simular a interação térmica do revestimento com o refrigerante e com o combustível. Soluções numéricas são obtidas utilizando-se o método dos elementos finitos para a discretização espacial, e uma variante do esquema de Crank-Nicolson para a integração no tempo. Alguns resultados numéricos são apresentados mostrando a evolução da frente de remolhamento.

INTRODUÇÃO

Nos reatores tipo PWR, um dos componentes vitais para a segurança da planta é o circuito primário, responsável pela refrigeração do núcleo do reator. Por isso mesmo, no licenciamento de centrais nucleares é obrigatória a análise do acidente de perda de refrigerante (LOCA). Este acidente, causado pela ruptura da tubulação do circuito primário e a perda, em um tempo extremamente curto, do refrigerante nele contido, conduz a um aumento da temperatura do revestimento da vareta combustível, quer pelo calor armazenado nas pastilhas, quer pela geração de calor por decaimento dos produtos de fissão.

Para evitar que a temperatura do revestimento aumente excessivamente, o que poderia causar a fusão do revestimento e conseqüentemente a liberação de produtos radioativos para a contenção, entra em ação o Sistema de Refrigeração de Emergência injetando água no núcleo. No entanto, acima de um certo valor da temperatura da superfície do revestimento, chamada temperatura de Leindenfrost (θ_L), o refrigerante não consegue fazer contato com a mesma. Como, durante um LOCA, as temperaturas no revestimento são geralmente maiores que θ_L, o remolhamento só se processará, efetivamente, na região do revestimento cuja temperatura já tenha sido rebaixada até esse limite. À medida em que o refrigerante molha o revestimento, estabelece-se uma frente de remolhamento, à montante da qual o revestimento já foi molhado e à jusante da qual ele está seco. A frente de remolhamento atinge, após algum tempo, uma velocidade e um tamanho que se manterão praticamente constantes até o final. Após atingir essa condição, a frente de remolhamento passa a ser denominada de frente estacionária.

A maioria dos trabalhos publicados [1-3], nesta área, procuraram caracterizar a frente estacionária. Para isso, adotaram um modelo térmico para o revestimento, desacoplado do fluido, fixando um perfil de transferência de calor com o fluido e trabalhando com um referencial móvel com a frente (velocidade constante). Com isso, eliminaram a dependência com o tempo e obtiveram soluções semi-analíticas (desenvolvimento em série) para o campo de temperaturas no revestimento. No trabalho [4] esse acoplamento é considerado e o método de diferenças finitas é empregado para a obtenção de soluções numéricas.

Nesse trabalho, baseado em [5], simula-se desde o aparecimento da frente de remolhamento até o estabelecimento da frente estacionária, com o que leva-se em conta os efeitos provenientes da entrada e saida do refrigerante. Admitindo-se que a injeção de água no núcleo é feita por baixo, a simulação do aparecimento da frente é conseguida mediante a definição de um coeficiente de transferência de calor no contorno inferior da vareta. O problema transiente da condução de calor no revestimento da vareta combustível é resolvido no domínio bi-dimensional mostrado na figura 1a. Para simular a interação térmica entre a superfície do revestimento e o fluido a ela adjacente, assume-se, ao longo da vareta, um certo perfil para o coeficiente de transferência de calor (fig. 1b).

Soluções numéricas desse problema são obtidas usando-se o método dos elementos finitos para a discretização do domínio espacial, e uma variante do esquema de Crank-Nicolson para o avanço da solução no tempo.

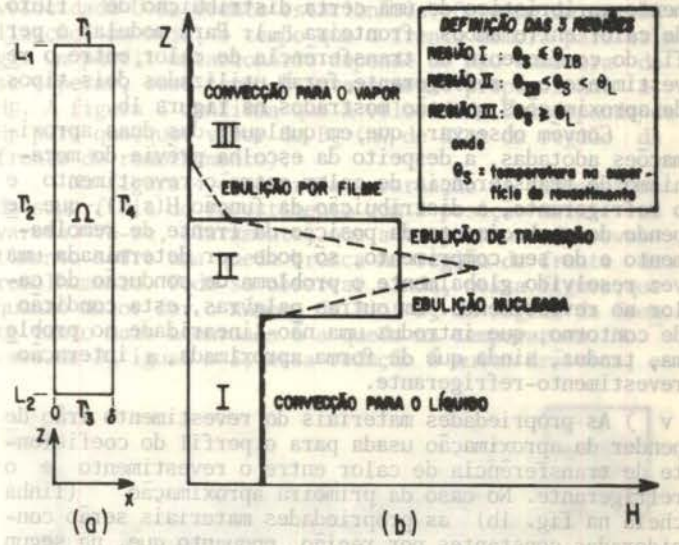


Fig. 1. a) Domínio de definição do problema. b) Aproximações para o perfil do coeficiente de transferência de calor

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA - DESENVOLVIMENTO DO MODELO

Os limites, inferior e superior, da frente de remolhamento, são os pontos do revestimento que estão respectivamente à temperatura de ebulição incipiente (θ_{IB}) e à temperatura de Leindenfrost (θ_L). Para simular o aparecimento da frente, estabelece-se um coeficiente de transferência de calor constante (H_F) no contorno inferior da vareta. Esta transferência de calor faz com que a temperatura na parte inferior da vareta diminua. A partir do instante em que as temperaturas, nesta região do revestimento, se tornarem menores que θ_L, a vareta começará a ser remolhada, passando a existir uma transferência de calor no contorno lateral, entre a vareta e o refrigerante. A frente de remolhamento estará total-

mente formada quando aparecer na parte inferior do revestimento a temperatura θ_{IB}.

Considera-se que a frente estacionária está estabelecida, a partir do instante em que a velocidade e o tamanho da frente de remolhamento assumem valores que se mantêm praticamente constantes. Para se saber a velocidade e o tamanho da frente deve-se conhecer a distribuição espacial e temporal da temperatura no revestimento da vareta combustível. Assim sendo, é necessário resolver a equação da condução de calor dependente do tempo no revestimento.

Hipóteses Utilizadas. No modelo desenvolvido são utilizadas as seguintes hipóteses:

i) Admite-se simetria axial e portanto o domínio de definição do problema é a região bidimensional Ω (fig. 1a).

ii) A temperatura no contorno superior do revestimento (fronteira Γ_1) é considerada conhecida e fixa no tempo, sendo seu valor igual à temperatura inicial do revestimento.

iii) Admite-se que, no contorno entre o combustível e o revestimento (fronteira Γ_2), se possa ter fluxo prescrito não-nulo. Deste modo, pode-se considerar, ainda que de forma simplificada, os efeitos do calor que continua a ser gerado no combustível pelo decaimento dos produtos de fissão, e também a redistribuição do calor acumulado no combustível durante o funcionamento normal do reator.

iv) Os fenômenos termo-hidráulicos que governariam os diferentes mecanismos de transferência de calor, entre o revestimento e o refrigerante, não são considerados. Este problema é tratado de modo aproximado, de forma que o efeito térmico do refrigerante sobre o revestimento é indiretamente levado em conta pelo estabelecimento apriorístico de uma certa distribuição de fluxo de calor entre ambos (fronteira Γ_4). Para modelar o perfil do coeficiente de transferência de calor, entre o revestimento e o refrigerante, foram utilizados dois tipos de aproximações que são mostrados na figura 1b.

Convém observar que, em qualquer das duas aproximações adotadas, a despeito da escolha prévia do mecanismo de transferência de calor entre o revestimento e o refrigerante, a distribuição da função $H(z,t)$, que depende do conhecimento da posição da frente de remolhamento e do seu comprimento, só pode ser determinada uma vez resolvido globalmente o problema de condução de calor no revestimento. Em outras palavras, esta condição de contorno, que introduz uma não-linearidade no problema, traduz, ainda que de forma aproximada, a interação revestimento-refrigerante.

v) As propriedades materiais do revestimento irão depender da aproximação usada para o perfil do coeficiente de transferência de calor entre o revestimento e o refrigerante. No caso da primeira aproximação (linha cheia na fig. 1b) as propriedades materiais serão consideradas constantes por região, enquanto que, na segunda aproximação (linha tracejada) elas serão consideradas variáveis com a posição axial.

De acordo com as hipóteses anteriores, o problema a ser analisado é descrito por:

- Equação da condução de calor (regime transiente)

$$\operatorname{div}[-K(z,t)\nabla\theta(x,z,t)]+\rho(z,t)c_p(z,t)\dot{\theta}(x,z,t) = 0; \quad \text{em } \Omega\times[0,T] \tag{1}$$

onde $\theta(x,z,t)$ é o campo de temperatura do revestimento, e $K(z,t)$, $\rho(z,t)$ e $c_p(z,t)$ representam respectivamente a condutividade térmica, a densidade e o calor específico do material do revestimento.

- Condição Inicial

$$\theta(x,z,0) = \theta_o(x,z) \tag{2}$$

onde $\theta_o(x,z)$ é o campo de temperatura inicial do revestimento.

- Condições de Contorno

$$(\text{i})\ \theta(x,z,t)\Big|_{z=L_1} = \bar{\theta}(x,t) \quad \text{em } \Gamma_1\ , \tag{3}$$

onde $\bar{\theta}$ é a temperatura prescrita na face superior do revestimento.

$$(\text{ii})\ -K(z,t)\frac{\partial\theta(x,z,t)}{\partial x}\Big|_{x=0} = \bar{q}_o(z,t) \quad \text{em } \Gamma_2\ , \tag{4}$$

onde $\bar{q}_o$ é o fluxo de calor prescrito entre o combustível e o revestimento.

$$(\text{iii})\ -K(z,t)\frac{\partial\theta(x,z,t)}{\partial z}\Big|_{z=L_2} = H_F[\theta_{EF}-\theta(x,L_2,t)] \quad \text{em } \Gamma_3\ , \tag{5}$$

onde θ_{EF} é a temperatura de entrada do refrigerante.

$$(\text{iv})\ K(z,t)\frac{\partial\theta(x,z,t)}{\partial x}\Big|_{x=\delta} = H(z,t)[\theta_F(z,t)-\theta(\delta,z,t)] \quad \text{em } \Gamma_4\ , \tag{6}$$

onde $\theta_F(z,t)$ é a temperatura do refrigerante e δ é a espessura do revestimento.

No caso em estudo, o fluxo de calor entre o revestimento e o refrigerante é uma função seccionalmente contínua. É esperado, portanto, que numa pequena região da superfície do revestimento, próxima à frente de remolhamento, desenvolvam-se acentuados gradientes de temperatura. Assim, do ponto de vista de soluções numéricas, é mais conveniente a utilização de uma formulação variacional.

Formulação Variacional. Define-se o espaço de variações admissíveis V_θ como sendo igual a

$$V_\theta = \{\hat{\theta} \in L_2(\Omega);(\nabla\hat{\theta})_i \in L_2(\Omega);\hat{\theta}\big|_{\Gamma_1}=0;\ i=1,2\}\ ; \tag{7}$$

e o conjunto de funções admissíveis K_θ como sendo:

$$K_\theta = \{\theta \in L_2(\Omega);(\nabla\theta)_i \in L_2(\Omega);\theta\big|_{\Gamma_1}=\bar{\theta};\ i=1,2\}\ , \tag{8}$$

onde $L_2(\Omega)$ é o espaço das funções quadrado-integráveis em Ω, e Γ_1 é o contorno de Ω com temperatura prescrita.

A formulação variacional do problema, equivalente à obtenção da solução fraca do problema da condução de calor, consiste na determinação do elemento $\theta(x,t) \in K_\theta$ que satisfaz a condição inicial (2), e que para cada tempo $t \in [0,T]$ verifica a forma variacional

$$\int_\Omega \{K\nabla\theta\cdot\nabla\hat{\theta}+\rho c_p\frac{\partial\theta}{\partial t}\hat{\theta}\}d\Omega-\int_{\Gamma_2}\bar{q}_o\hat{\theta}d\Gamma-\int_{\Gamma_3}\{H_F\theta_{EF}-H_F\theta\}\hat{\theta}d\Gamma-$$
$$-\int_{\Gamma_4}\{H\theta_F-H\theta\}\hat{\theta}d\Gamma = 0\ ; \quad \forall\hat{\theta} \in V_\theta \tag{9}$$

de maneira tal que:

$$\theta - \bar{\theta} \in V_\theta\ ; \quad \forall\hat{\theta} \in K_\theta\ . \tag{10}$$

Modelo Discreto-Soluções Aproximadas. Seja V_θ^h um subespaço de dimensão finita de V_θ e $\{\phi_1,\phi_2,\ldots,\phi_N\}$ uma base desse subespaço. O subespaço V_θ^h é construído pelo método dos elementos finitos. Para isto, a região Ω é particionada em triângulos que não se sobrepõem. Em cada triângulo, o campo de temperatura é aproximado por:

$$\theta^e(x,z,t) = \sum_{j=1}^{3} L_j(x,z)\theta^j(t) \quad (x,z)\in\Omega^e\ , \tag{11}$$

onde $L_j(x,z)$ são as funções de interpolação local e $\theta^j(t)$ são os valores nodais da temperatura.

A união, para um dado nó i da malha, das $L_i(x,z)$ de todos os elementos a que este nó pertence, irá fornecer a função de interpolação global associada ao nó i, e que corresponde justamente à componente ϕ_i da base do espaço V_θ^h. Adotando-se em cada elemento uma interpolação linear, V_θ^h fica definido como:

$$V_\theta^h = \{\theta^h \in C^o; \theta^h|_{\Omega^e} \in P^1 \ \forall \Omega^e \subset \Omega_h; \theta^h|_{\Gamma_1} = 0\} \ , \qquad (12)$$

onde P^1 é o espaço dos polinômios de grau menor ou igual a 1, e C^o designa o espaço de funções contínuas.

Usando-se, para o campo de temperatura, a aproximação $\theta^h = \sum_{i=1}^{N} \phi_i(x,z)\theta^i(t)$, e utilizando-se o método de Galerkin na forma variacional (9), chega-se a um sistema de equações diferenciais de 1ª ordem, que pode ser escrito matricialmente como:

$$[C]\{\dot\theta\} + [K]\{\theta\} = \{F\} \ , \qquad (13)$$

onde $[C]_{ij} = \int_\Omega \rho c_p \phi_i \phi_j d\Omega$; i,j=1,2,...,N ,

$$[K]_{ij} = \int_\Omega K \nabla\phi_i \cdot \nabla\phi_j d\Omega + \int_{\Gamma_3} H_F \phi_i \phi_j d\Gamma + \int_{\Gamma_4} H \phi_i \phi_j d\Gamma \ ;$$

i,j=1,2,...,N ,

$$\{F\}_i = \int_{\Gamma_2} \bar q_o \phi_i d\Gamma + \int_{\Gamma_3} H_F \theta_{EF} \phi_i d\Gamma + \int_{\Gamma_4} H \theta_F \phi_i d\Gamma \ ;$$

i=1,2,...,N ,

$$\{\theta\}^T = \{\theta^1, \theta^2, \ldots, \theta^N\} \quad e \quad \{\dot\theta\}^T = \{\dot\theta^1, \dot\theta^2, \ldots, \dot\theta^N\}.$$

A determinação dos parâmetros θ^i, a partir dos quais fica caracterizado θ^h, exige a integração do sistema de equações (13). Utilizando-se o esquema de Crank-Nicolson obtém-se

$$[\frac{1}{2\Delta t}[C_{n+1}] + \frac{1}{2\Delta t}[C_n] + \frac{1}{2}[K_{n+1}]]\{\theta_{n+1}\} =$$

$$= [\frac{1}{2\Delta t}[C_{n+1}] + \frac{1}{2\Delta t}[C_n] - \frac{1}{2}[K_n]]\{\theta_n\} +$$

$$+ \frac{1}{2}\{F_{n+1}\} + \frac{1}{2}\{F_n\} \ , \qquad (14)$$

onde levou-se em conta que [C], [K] e {F} dependem do campo de temperatura e, portanto, implicitamente, do instante considerado. Na expressão anterior, o índice (n+1) indica valores a serem avaliados no instante de cálculo $t_{n+1}=(n+1)\Delta t$ e o índice n corresponde a valores conhecidos no instante anterior $t_n = n\Delta t$.

Como o sistema de equações (14) é não-linear, uma linearização é feita pelo seguinte esquema iterativo:

$$[\frac{1}{2\Delta t}[C^{\ell-1}_{n+1}] + \frac{1}{2\Delta t}[C_n] + \frac{1}{2}[K^{\ell-1}_{n+1}]]\{\theta^\ell_{n+1}\} =$$

$$= [\frac{1}{2\Delta t}[C^{\ell-1}_{n+1}] + \frac{1}{2\Delta t}[C_n] - \frac{1}{2}[K_n]]\{\theta_n\} +$$

$$+ \frac{1}{2}\{F^{\ell-1}_{n+1}\} + \frac{1}{2}\{F_n\} \ , \qquad (15)$$

onde o índice ℓ indica a iteração que está sendo realizada. Assim, fixado o instante de tempo, repete-se o processo iterativo até que a convergência desejada seja alcançada, quando, então, um novo instante de tempo é considerado.

O método de Crank-Nicolson, dependendo do passo de integração utilizado, conduz a uma resposta oscilatória. Para isto ser evitado seria necessário utilizar um intervalo de tempo muito pequeno para o avanço da solução, o que aumentaria muito o tempo de processamento. Para se contornar este problema, adotou-se o procedimento proposto em [6], que consiste em assumir que o valor calculado θ^*_{n+1} é apenas uma previsão que será utilizada para o cálculo final de $\theta_{n+1/2} = (\theta^*_{n+1} + \theta_n)/2$, o qual será a partida para o cálculo, no próximo passo, do valor final de θ_{n+1}. Desta maneira, obtém-se um algoritmo incondicionalmente estável e que elimina o caráter oscilatório que existia anteriormente.

RESULTADOS NUMÉRICOS

O modelo desenvolvido na seção anterior foi empregado no estudo do remolhamento de uma vareta combustível, medindo 3.6 metros e com uma espessura de revestimento de 0.6 milímetros. Admitiu-se em todas as análises que a temperatura inicial do revestimento era $\theta_W = 500^oC$, adotando-se um perfil, para o coeficiente de transferencia de calor, idêntico ao da figura 1b em linha cheia. Os resultados apresentados a seguir, foram obtidos com uma malha de (6x54) elementos, num total de 220 nós. Na parte inferior da vareta, onde ocorre a formação e estabilização da frente de remolhamento e, portanto, elevados gradientes de temperatura, a discretização envolveu (6x40) elementos, distribuídos numa altura de aproximadamente 20 milímetros.

Na figura 2 é mostrada a variação, com o tempo, da velocidade U da frente de remolhamento, para diversos valores do coeficiente de transferência de calor H_F no contorno inferior da vareta. Como pode ser observado, qualquer que seja esse coeficiente, a velocidade da frente, depois de algum tempo, irá alcançar um valor que se mantém constante até o fim do remolhamento. Denomina-se esta velocidade, que independe de H_F, de velocidade $\bar U$ da frente estacionária. O tempo de estabilização, ou seja, o tempo que a frente demora para atingir um perfil estacionário depende de H_F. Como era de se esperar, esse tempo é inversamente proporcional a H_F. A figura 3 confirma que a velocidade $\bar U$ independe de H_F para qualquer valor de B_S (nº de Biot da região da frente de remolhamento).

Na figura 4 é mostrada a variação de temperatura da superfície do revestimento com a posição axial na vareta. Vê-se, claramente, que a temperatura do revestimento sofre uma queda brusca na região da frente de remolhamento. Pode-se observar ainda, nessa figura, que quanto maior for o número de Biot B_S da região da frente tanto mais acentuada é a queda na temperatura. No caso de B_S igual a 5, essa redução é muito drástica, e

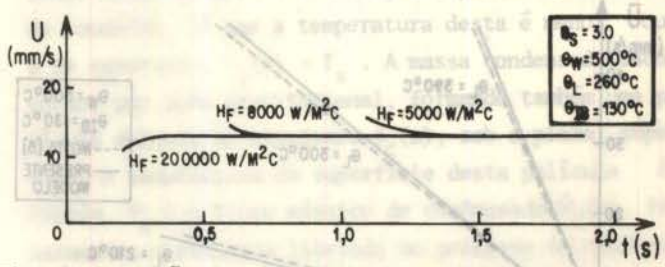


Fig. 2. Evolução da velocidade de remolhamento

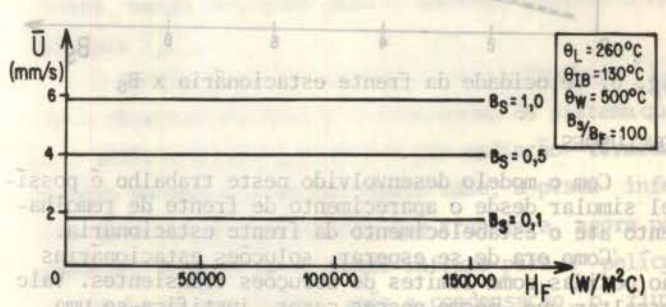


Fig. 3. Velocidade da frente estacionária x H_F

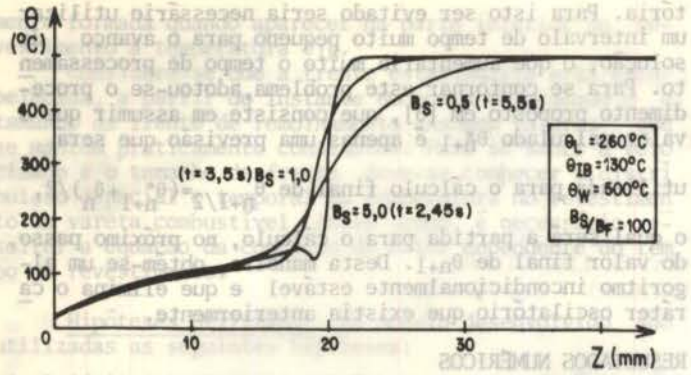


Fig. 4. Temperatura na superfície do revestimento

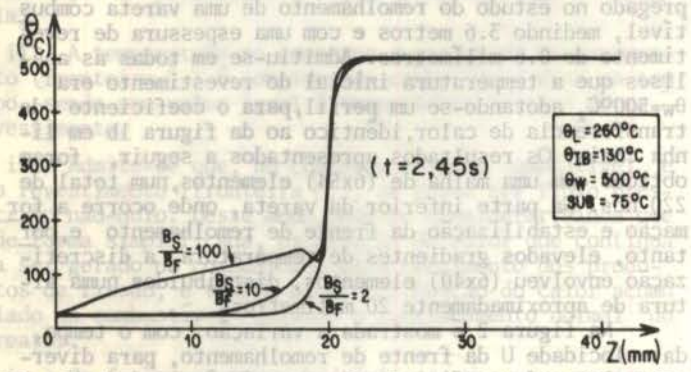


Fig. 5. Temperatura na superf. do revestimento (B_S=5.0)

o fluxo de calor axial gerado é muito grande, de forma que o fluxo de calor radial, na região já remolhada, é insuficiente para evitar o aumento de temperatura que se nota à montante da região da frente de remolhamento.

A explicação anterior é justificada na fig. 5, onde plota-se a temperatura da superfície do revestimento contra a posição axial na vareta, para diversos valores do parâmetro (B_S/B_F). Como o valor de B_S é mantido igual a 5, para diminuir esse parâmetro é necessário aumentar o valor do número de Biot B_F da região já molhada. Com isso possibilita-se uma maior retirada de calor nessa região. Esperava-se que, com a diminuição desse parâmetro, desaparecesse o aumento de temperatura observado anteriormente à montante da frente de remolhamento, o que de fato ocorreu.

Finalmente, na figura 6 comparam-se os resultados obtidos com o modelo desenvolvido nesse trabalho com os resultados do modelo proposto por Motta [3]. Pode-se observar que existe uma boa concordância entre eles.

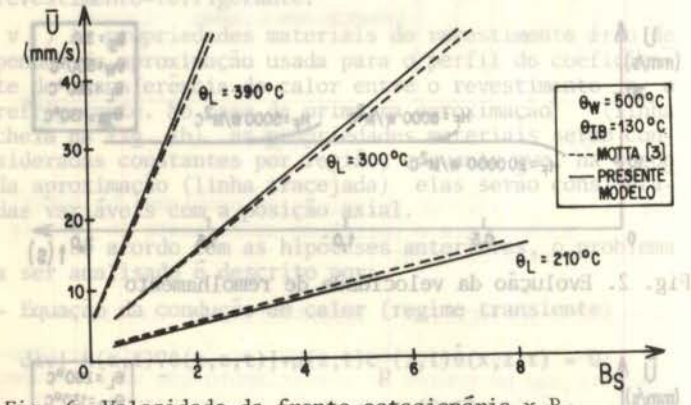


Fig. 6. Velocidade da frente estacionária x B_S

CONCLUSÕES

Com o modelo desenvolvido neste trabalho é possível simular desde o aparecimento de frente de remolhamento até o estabelecimento da frente estacionária.

Como era de se esperar, soluções estacionárias são obtidas como limites de soluções transientes. Vale ressaltar que, mesmo nesses casos, justifica-se uma análise transiente, pois no intervalo de tempo decorrido entre a formação e a estabilização da frente de remolhamento podem ocorrer picos de tensões térmicas que poderiam comprometer a integridade do revestimento e que, eventualmente, não seriam detectados por uma análise de tensões baseada no campo de temperaturas da frente estacionária.

Por último, em trabalhos futuros, pretende-se acoplar a esse modelo os fenômenos termo-hidráulicos, de forma a representar mais realisticamente a interação térmica revestimento-refrigerante.

REFERÊNCIAS

[1] Yeh, H., "An Analysis of Rewetting of a Nuclear Fuel Rod in Water Reactor Emergency Core Cooling", Nucl.Eng.Des., v. 34(1975), p. 317-322.

[2] Sawan, M.E.; Temraz, H.M., "A Three Regions Semi-Analytical Rewetting Model", Nucl.Eng.Des., v. 64 (1981), p. 319-327.

[3] Motta, A.T., "Análise Bidimensional do Fenômeno do Remolhamento", Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ (1983).

[4] Arrieta, L.; Yadigaroglu, G., "Analytical Model for Bottom Reflooding Heat Transfer in Light Water Reactors", Univ. of California, Berkeley (1978).

[5] Folescu, J., "Estudo da Evolução da Frente de Remolhamento num Reator PWR pelo Método dos Elementos Finitos", Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ (1985).

[6] Galeão, A.C.; Loula, A.F., "Métodos Numéricos em Análise Dinâmica", Monografia do 2º Curso de Mecânica Teórica e Aplicada, LNCC/CNPq, Rio de Janeiro (1984).

SUMMARY

In this work a model for the rewetting problem associated with the loss of coolant accident in a PWR reactor is proposed. A variational formulation for the time-dependent heat conduction problem on fuel rod cladding is used, and appropriate boundary conditions are assumed in order to simulate the thermal interaction between the fuel rod cladding and the fluid. A numerical procedure which uses the finite element method for the spatial discretization and a Crank-Nicolson-like method for the step-by-step integration is developed. Some numerical results are presented showing the quench front evolution and its stationary profile.

SEPARAÇÃO DE MISTURAS LÍQUIDAS EM ESCOAMENTO PELICULAR EM CANAIS INCLINADOS

LAURINDA P.G. BRAGANÇA
PEM-COPPE/UFRJ E TEQ/UFF
ANTONIO MAC DOWELL DE FIGUEIREDO
PEM/COPPE/UFRJ E DET/UFRJ

Apresenta-se um modelo simplificado para o processo de separação de misturas líquidas bicomponentes por meio de mudança de fase. O modelo permite calcular o fluxo de condensado e o grau de enriquecimento na mistura em função do influxo de energia e de massa e da geometria do sistema. A formulação apresentada é parte do modelo completo de um sistema evaporador-condensador que recebe energia por radiação térmica. Objetiva-se a sua aplicação a sistemas de refrigeração por absorção e sistemas de dessalinização por energia solar.

1. INTRODUÇÃO.

A separação parcial ou total dos componentes de misturas líquidas binárias é frequentemente conduzida utilizando-se processos com mudança de fase. O processo ocorre pela vaporização do componente volátil, com consequente enriquecimento da mistura, em relação ao componente não-volátil. É condição para este processo a existência de diferença significativa entre os valores da temperatura de saturação de cada componente, pressão do sistema. Em algumas aplicações, é também de interesse dispor-se do componente vaporizado novamente na fase líquida, caso em que se segue a condensação do mesmo. Em situações em que a temperatura de saturação do componente volátil é relativamente baixa (T_s < 100°C, por exemplo) e, quando sua entalpia de vaporização é pequena, é possível o emprego de fontes de calor de baixa densidade (< 5000 W/m^2, tipicamente) para consecução do processo. Como exemplos específicos destas situações, citam-se a separação de misturas água-amônia e água-brometo de litio em ciclos de refrigeração por absorção, e a dessalinização da água do mar [1].

Este trabalho apresenta um modelo simplificado de um sistema evaporador-condensador para misturas líquidas bicomponentes; o seu detalhamento exaustivo é encontrado em Bragança [2]. O modelo calcula o fluxo de condensado, o grau de enriquecimento da mistura, as temperaturas e demais parâmetros relevantes em função dos influxos de energia e de massa no sistema.

2. SISTEMA EVAPORADOR-CONDENSADOR.

O sistema evaporador-condensador é composto por duas placas planas paralelas, impermeáveis, de comprimento L e largura b, separadas entre si de uma distância d e inclinadas de um ângulo θ em relação à horizontal. O sistema recebe, através da placa inferior, um fluxo de energia por unidade de área, q, e, através de uma abertura de altura δ_o, um fluxo mássico, $\dot{M}_o$, de uma mistura líquida bicomponente, miscível em todas as proporções, com uma fração mássica c_o do componente não volátil.

A mistura líquida escoa sobre a placa inferior, por ação gravitacional, na forma de uma película delgada de espessura $\delta(x)$, onde x representa a variável longitudinal. A uma dada distância da entrada, o fluxo mássico é $\dot{M}(x)$ e a fração mássica do componente não-volátil, c(x). A temperatura da placa inferior é $T_2(x)$. O fluxo de energia atravessa a película inferior, por condução térmica, chegando à superfície desta, onde é utilizado para vaporização do componente volátil. A temperatura da superfície da película inferior, T_s, é a de saturação na pressão reinante no sistema.

O vapor do componente volátil, assim obtido, ascende isotermicamente em direção à placa superior, onde condensa, já que a temperatura desta é menor que a de saturação, $T_1(x) < T_s$. A massa condensada escoa, então, por ação gravitacional, formando também uma película delgada de espessura $\delta_c(x)$, sob a placa superior. A temperatura da superfície desta película é, também, T_s, e o fluxo mássico de condensado $\dot{M}_c(x)$. Finalmente, a entalpia liberada no processo de condensação é conduzida através da película e da placa superiores, sendo dissipada para o ambiente externo à temperatura T_∞.

O modelo completo, desenvolvido por Bragança [2], tem o objetivo de avaliar o desempenho do sistema quando o influxo de energia ocorre por radiação térmica, através da placa superior. Neste caso, a placa inferior deve ser um absorvedor, que transfere, agora por condução, a maior parte deste influxo para a película. De forma semelhante, após a condensação, o fluxo

de energia é transferido para o exterior por convecção e radiação. Relevante no modelo proposto é a forma como são tratados os processos de mudança de fase e de transferência de calor por radiação. Para o primeiro, adota-se o modelo clássico de Nusselt [3], para o escoamento pelicular com mudança de fase. Para o segundo, considera-se que o efeito de múltiplas reflexões do fluxo de energia radiante, entre as superficies que limitam o sistema, pode contribuir para uma melhor eficiência do processo [4]. Como, devido à extensão do trabalho, não é possível descrever o modelo na sua integra, procede-se uma parametrização da condição de aquecimento, como desenvolvido a seguir.

3. A MUDANÇA DE FASE.

Para formulação do modelo, supõe-se que: a) o escoamento em ambas as películas é laminar, em regime permanente; b) as forças inerciais são pequenas, comparadas às forças gravitacional e viscosa; o sistema é isobárico; c) são despresíveis os efeitos convectivos de transferência de calor, em relação à condução de calor na direção transversal; d) as propriedades termofísicas dos componentes da mistura são constantes; e) a camada de vapor entre as películas líquidas é isotérmica, em estado de saturação.

Um balanço de massa para todo o sistema e para o componente não-volátil fornece, respectivamente,

$$\dot{M}_o = \dot{M} + \dot{M}_c \quad , \quad \dot{M}_B = c_o \dot{M}_o = c \dot{M} \quad . \tag{1}$$

Da solução da equação do movimento, com as hipóteses assinaladas, resulta para as películas inferior e superior, respectivamente,

$$\dot{M} = \frac{1}{3\eta} \rho^2 \, b \, \delta^3 \, g \, \operatorname{sen}\theta \quad , \tag{2.a}$$

$$\dot{M}_c = \frac{1}{3\eta_c} \rho_c^2 \, b \, \delta_c^3 \, g \, \operatorname{sen}\theta \quad , \tag{2.b}$$

onde, para

$$x = 0: \; \delta = \delta_o \quad , \quad \dot{M} = \dot{M}_o \quad , \quad c = c_o \quad , \tag{3.a}$$

$$\delta_c = 0 \quad , \quad \dot{M}_c = 0 \quad . \tag{3.b}$$

A solução da equação da energia térmica para ambas as películas é

$$q = \frac{k_c}{\delta_c} (T_s - T_1) = \frac{k}{\delta} (T_2 - T_s) \quad . \tag{4}$$

Para o processo de mudança de fase nas superficies peliculares, tem-se

$$q = \frac{1}{b} \Delta h_v \frac{d\dot{M}_c}{dx} = - \frac{1}{b} \Delta h_v \frac{d\dot{M}}{dx} \quad , \tag{5}$$

onde Δh_v é a entalpia de vaporização. Introduzem-se para a massa específica ρ, para a viscosidade dinâmica η e para a condutividade térmica k, as relações

$$\frac{1}{\rho} = \frac{c}{\rho_B} + \frac{1-c}{\rho_c} \quad , \quad \frac{1}{\eta} = \frac{c}{\eta_B} + \frac{1-c}{\eta_c} \tag{6.a}$$

$$\frac{1}{k} = \frac{c}{k_B} + \frac{1-c}{k_c} \quad . \tag{6.b}$$

A formulação é, a seguir, adimensionalizada, utilizando-se as definições:

$$x^+ = \frac{x}{L} \quad , \quad \delta^+ = \frac{\delta}{\delta_o} \quad , \quad \delta_c^+ = \frac{\delta_c}{\delta_o} \quad , \tag{7.a}$$

$$\rho^+ = \frac{\rho_c}{\rho_B} \quad , \quad \eta^+ = \frac{\eta_c}{\eta_B} \quad , \quad k^+ = \frac{k_c}{k_B} \quad , \tag{7.b}$$

$$\dot{M}_c^+ = \frac{\dot{M}_c}{\dot{M}_o} \quad , \quad T^+ = \frac{T}{T_\infty} \quad , \quad q^+ = \frac{q \, \delta_o}{k_c T_\infty} \quad , \tag{7.c}$$

$$A = \frac{\eta_c \, k_c \, L \, T_\infty}{\rho_c^2 \, \Delta h_v \, g \, \delta_o^4} \quad , \tag{7.d}$$

Ainda, para a condição de fluxo de calor constante na parede ao longo do escoamento, tem-se

$$n = 0 \quad , \quad B = A \, q^+ \quad , \tag{8}$$

e, para a condição de diferença constante de temperatura, $T_s - T_1$, ao longo do escoamento,

$$n = 1 \quad , \quad B = A \, (T_s^+ - T_1^+) \quad . \tag{9}$$

Combinando-se, finalmente, as equações (1) a (9), chega-se a

$$\delta_c^{+\,(3+n)} = (3+n) \frac{B}{\operatorname{sen}\theta} x^+ \tag{10}$$

$$M_c^+ = \frac{\left[1 - c_o (1 - \rho^+)\right]^2}{1 - c_o (1 - \eta^+)} \delta_c^{+\,3} \quad , \tag{11}$$

$$c = \frac{c_o}{1 - \dot{M}_c^+} \tag{12}$$

$$\delta^{+3} = (1 - \dot{M}_c^+) \frac{1 - c_o(1-\eta^+)}{1 - c\,(1-\eta^+)} \left[\frac{1 - c\,\,(1-\rho^+)}{1 - c_o\,(1-\rho^+)}\right]^2 , \quad (13)$$

$$q^+ = \frac{1}{\delta_c^+}(T_s^+ - T_1^+) = \frac{1}{\delta^+[1 - c(1-k^+)]}(T_2^+ - T_s^+) . \quad (14)$$

A fração mássica apresenta valores limites correspondentes às situações de vaporização nula e total do componente volátil, ou seja, $c_o \leq c \leq 1$. Em decorrência, vem, da eq. (12), $0 \leq \dot{M}_c^+ \leq 1 - c_o$. Das equações (10) e (11), conclui-se, que haverá vaporização total, se, para $0 \leq x^+ \leq 1$,

$$B \geq \frac{\text{sen}\,\theta}{x^+(3+n)} \left\{(1-c_o)\frac{1-c_o(1-\eta^+)}{[1-c_o(1-\rho^+)]^2}\right\}^{\frac{3+n}{3}} . \quad (15)$$

Naturalmente, esta condição estabelece um limite para aplicação do modelo. Para um mesmo valor do parâmetro B, pode-se mostrar, das eqs. (7.d), (8) e (9), que

$$q_{n=o} = \delta_c^+ \; q_{n=1} . \quad (16)$$

Observando a eq. (5) e que $\delta_c^+ < 1$, sempre, conclui-se que haverá maior fluxo de condensado para a situação em que n = 1, ou seja, $T_s - T_1 = \text{cte.}$.

4. RESULTADOS.

A Fig. 1 mostra a influência da condição de aquecimento e da inclinação do sistema sobre o fluxo mássico de condensado para $x^+ = 1$, $c_o = 0,5$ e $\rho^+ = \eta^+ = 0,25$. Observa-se, como inferido da eq.(16), que um mesmo valor do parâmetro B implica num maior fluxo do condensado quando n = 1. Esta tendência aumenta com a inclinação do sistema, diminuindo para maiores valores de B, cujo valor máximo é o calculado com a eq. (15), para $x^+ = 1$. A diminuição do fluxo de condensado com maiores valores do angulo θ se deve ao menor tempo de permanência da mistura no sistema, pois a velocidade do escoamento é maior.

O valor máximo do parâmetro B está representado na Fig. 2, que mostra a relação entre a fração mássica c em $x^+ = 1$ e aquele parâmetro, para diversos valores de c_o, e θ = 1° , $\rho^+ = \eta^+ = 0,25$. Observa-se um maior enriquecimento da mistura para a condição com diferença constante de temperatura, n = 1, em relação àquela com fluxo constante, n = 0. Para um valor dado de B, a relação entre a fração mássica para $x^+ = 1$ e c_o diminui à medida que a fração mássica na entrada aumenta.

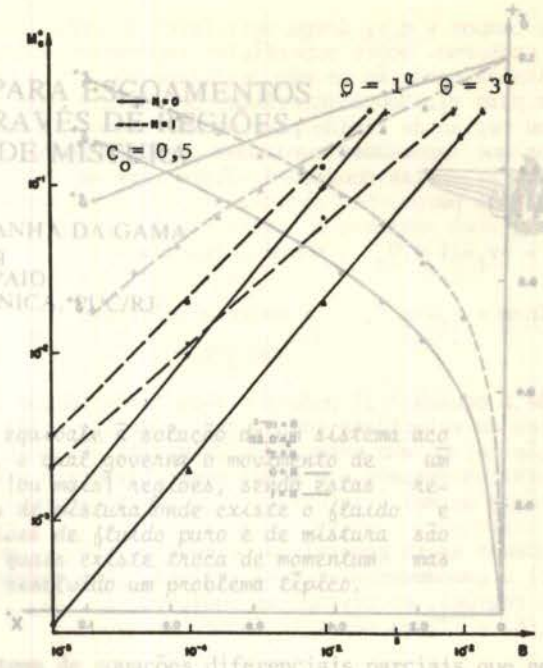


Figura 1.

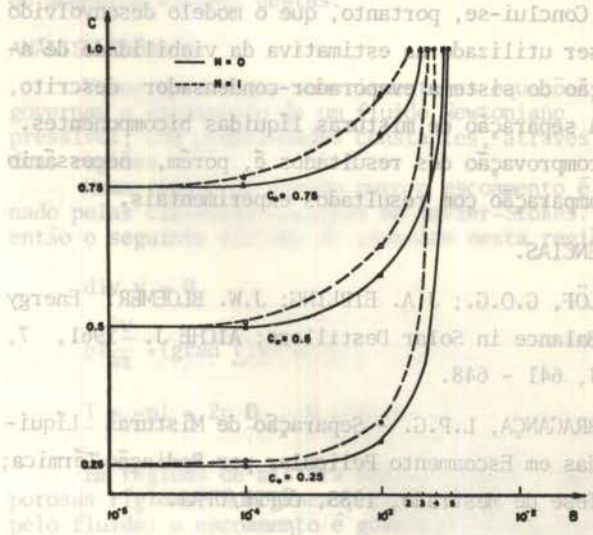


Figura 2.

A Fig. 3 mostra, finalmente, o perfil das películas, ou seja, a variação de sua espessura ao longo de x^+, para $B = 10^{-2}$, $c_o = 0,25$ θ = 3° e $\rho^+ = \eta^+ = 0,25$. A altura do canal deve ser tal que, para $x^+ = 1$, não haja contato entre as películas, ou seja, $d \geq \delta_o^+ + \delta^+$.

A avaliação dos efeitos de variações dos parâmetros ρ^+ e η^+ indicam que a fração mássica não se altera, para as mesmas condições iniciais. No entanto, para a situação em que n = 0, $B = 10^{-3}$, $\eta^+ = 0,25$, $c_o = 0,5$ e θ = 3°, aumentar ρ^+ de 0,25 para 0,75, provoca uma variação em $\dot{M}_c^+$, de $3,7\,10^{-2}$ para $7,2\,10^{-2}$. Esta variável é, porém, relativamente insensível à variação de η^+.

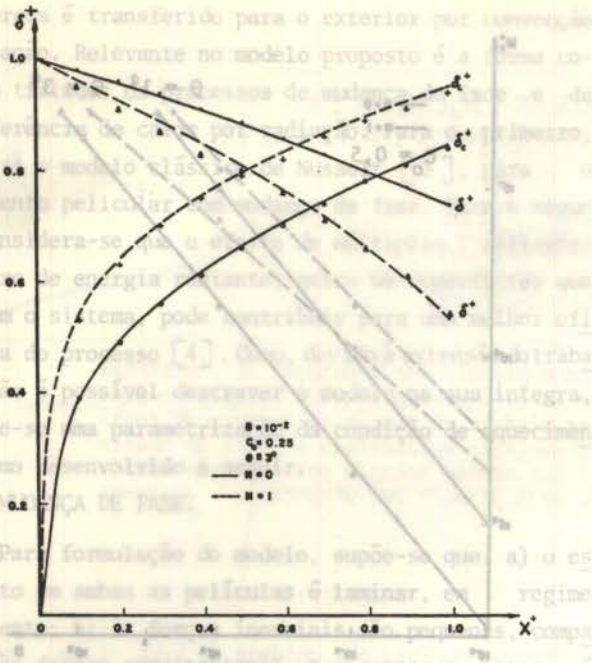


Figura 3.

Conclui-se, portanto, que o modelo desenvolvido pode ser utilizado na estimativa da viabilidade de aplicação do sistema evaporador-condensador descrito, para a separação de misturas líquidas bicomponentes. Para comprovação dos resultados é, porém, necessário sua comparação com resultados experimentais.

REFERÊNCIAS.

[1] LÖF, G.O.G.; J.A. EIBLING; J.W. BLOEMER: Energy Balance in Solar Destillers; AICHE J. 1961, 7, 4, 641 - 648.

[2] BRAGANÇA, L.P.G. - Separação de Misturas Líquidas em Escoamento Pelicular por Radiação Térmica; Tese de Mestrado, 1985, COPPE/UFRJ.

[3] NUSSELT, W. - Die Oberflächenkondensation des Wasserdampfes; VDI - Zeitschrift, 1916, 60, 541-546.

[4] FIGUEIREDO, A.M.D. - Estudos de Radiação com Anteparos Perfurados; 1983, Anais VII COBEM, vol.A, 417 - 430.

SUMMARY.

A model is proposed for the separation of two-component liquid mixtures by way of change of phase. One of the components vaporises at the surface of a liquid film that flows over a heated inclined plate. The vapor condenses in contact with a cold plate, parallel to the first one, forming also a liquid film. The condensate mass flux and the increase on the mass fraction of the non-volatile solute are calculated as functions of the energy and mass influx and the geometry of the system. The proposed model is part of a complete model for an evaporator-condenser system that uses solar energy, for example, on an absorption refrigeration cycle.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

UM PRINCÍPIO DE MÁXIMO PARA ESCOAMENTOS DE FLUÍDOS VISCOSOS ATRAVÉS DE REGIÕES DE FLUÍDO PURO E DE MISTURA

ROGÉRIO MARTINS SALDANHA DA GAMA
LNCC/CNPq
RUBENS SAMPAIO
DEPTO DE ENG. MECÂNICA, PUC/RJ

SUMÁRIO

É apresentado um funcional cuja maximização equivale à solução de um sistema acoplado de equações diferenciais parciais lineares, o qual governa o movimento de um fluido Newtoniano incompressível através de duas (ou mais) regiões, sendo estas regiões de fluido puro (onde só existe o fluido) ou de mistura (onde existe o fluido e um meio poroso pelo qual o fluido escoa). As regiões de fluido puro e de mistura são separadas por interfaces permeáveis, através dos quais existe troca de momentum mas não existe troca de massa. A título de exemplo é resolvido um problema típico.

INTRODUÇÃO

Suponhamos um fluido Newtoniano escoando através de um canal, cuja seção reta é representada na figura 1. Tal escoamento é aqui denominado "Escoamento em Duas Regiões", sendo a região-1 chamada "Região de Fluido Puro" (onde só existe o referido fluido) e a região-2 chamada "Região de Mistura" (onde existe o fluido e um sólido poroso).

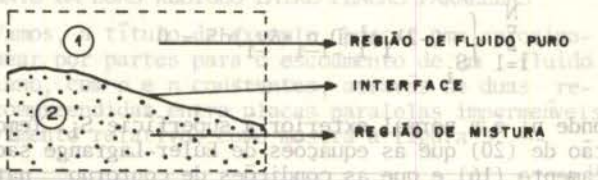


Figura 1. Escoamento em Duas Regiões, vista em corte

Se o fluido em questão for Newtoniano, o escoamento através da região-1 será governado pelas equações de Navier-Stokes. Na região-2 o escoamento será tratado como o movimento de uma mistura contínua binária, composta por um constituinte sólido e um constituinte fluido.

Os campos $\underline{v}_1$ e $\underline{v}_2$ (campos de velocidade do fluido em cada uma das regiões), além de satisfazerem às devidas equações de balanço, deverão satisfazer também certas condições de compatibilidade sobre a interface que separa as duas regiões.

Assim como o escoamento em duas regiões esquematizado na figura 1, podemos ter um escoamento em várias regiões, como é mostrado na figura 2.

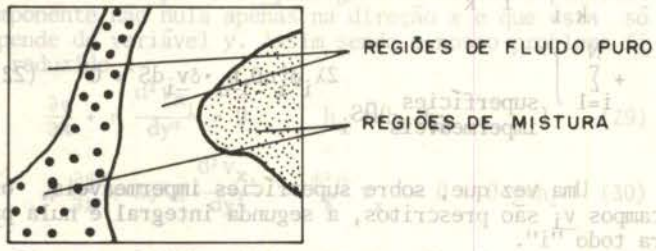


Figura 2. Escoamento em várias Regiões

Em todas as situações, a serem aqui estudadas, supormos o fluido Newtoniano e incompressível e as matrizes porosas rígidas, homogêneas, isotrópicas e saturadas pelo fluido.

O objetivo deste trabalho é apresentar um funcional cujo máximo é atingido para o conjunto de campos de velocidades, nas diversas regiões, que satisfaz o sistema de equações diferenciais parciais que governa o fenômeno, satisfazendo também as condições de compatibilidade sobre as interfaces. Este princípio de máximo será aplicável a escoamentos onde não exista troca de massa pelas interfaces, existindo apenas troca de momentum através destas.

ANÁLISE TEÓRICA

Vamos apresentar sumariamente as equações que governam o escoamento de um fluido Newtoniano incompressível, com propriedades constantes, através de duas regiões.

Numa região de fluido puro o escoamento é governado pelas clássicas equações de Navier-Stokes. Temos então o seguinte sistema de equações nesta região

$$\operatorname{div} \underline{v} = 0 \tag{1}$$

$$\rho\left(\frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + (\operatorname{grad} \underline{v})\underline{v}\right) = \operatorname{div} \underline{\underline{T}} + \rho \underline{g} \tag{2}$$

$$\underline{\underline{T}} = -p\underline{\underline{1}} + 2\eta \underline{\underline{D}}\,, \quad \underline{\underline{D}} = (\operatorname{grad} \underline{v})^S \tag{3}$$

Em regiões de mistura sólido-fluido (matrizes porosas rígidas, homogêneas, isotrópicas e saturadas pelo fluido) o escoamento é governado pelas seguintes equações, provenientes da Teoria Contínua de Misturas [1,2].

$$\operatorname{div} \underline{v}_f = 0 \tag{4}$$

$$\rho\phi\left(\frac{\partial \underline{v}_f}{\partial t} + (\operatorname{grad} \underline{v}_f)\underline{v}_f\right) = \operatorname{div} \underline{\underline{T}}_f + \underline{m}_f + \rho\phi \underline{g} \tag{5}$$

$$\underline{\underline{T}}_f = -\phi p\underline{\underline{1}} + 2\lambda\phi^2\eta \underline{\underline{D}}_f\,, \quad \underline{\underline{D}}_f = (\operatorname{grad} \underline{v}_f)^S \tag{6}$$

$$\underline{m}_f = -\frac{\phi^2\eta}{K}(\underline{v}_f - \underline{U}_s) \tag{7}$$

onde $\rho, \eta, p, \underline{v}, \underline{v}_f, \underline{U}_s, \underline{\underline{T}}, \underline{\underline{T}}_f, \underline{\underline{D}}, \underline{\underline{D}}_f, \underline{m}_f, \phi, K$ e λ são respectivamente densidade do fluido, viscosidade, pressão, campo de velocidades na região de fluido puro, campo de velocidades do fluido na região de mistura, velocidade da matriz porosa, tensor tensão na região de fluido puro, tensor parcial de tensão no fluido na região de mistura, parte simétrica do gradiente de $\underline{v}$, parte simétrica do gradiente de $\underline{v}_f$, força de interação sólido-fluido, porosidade, permeabilidade específica e um fator adimensional que é função da microgeometria da matriz porosa.

Os campos $\underline{v}$ e $\underline{v}_f$ devem satisfazer a certas condições de contorno. Sobre superfícies impermeáveis adota-se a clássica condição de não deslizamento, tanto para $\underline{v}$ quanto para $\underline{v}_f$. Sobre interfaces permeáveis (que separam uma região de fluido puro de uma região de mistura) temos que impor duas condições que relacionem os campos $\underline{v}$ e $\underline{v}_f$. Estas condições, discutidas em [2,3] são expressas por

$$\underline{v} = \phi \underline{v}_f + (1-\phi)\underline{U}_s \quad , \text{ sobre a interface} \tag{8}$$

$$\phi \underline{\underline{T}}_n \cdot \underline{m} = \underline{\underline{T}}_f \underline{n} \cdot \underline{m} \quad , \quad \underline{m} \text{ sobre a interface}$$
$$\text{com } \underline{n} \cdot \underline{m} = 0 \tag{9}$$

sendo que a equação (9) pode ser escrita em função dos gradientes de velocidade com o auxílio de (3) e (6). Na equação (8) $\underline{U}_s$ é a velocidade da matriz porosa e na equação (9) os vetores $\underline{n}$ e $\underline{m}$ são respectivamente o vetor unitário normal à interface e um vetor tangente a esta.

Podemos agora generalizar o modelo, até aqui aplicável a escoamentos em duas regiões, para escoamentos em N regiões, escrevendo as equações (1),(2), (3), (4),(5),(6) e (7) na seguinte forma

$$\operatorname{div} \underline{v}_i = 0 \qquad i=1,N \tag{10}$$

$$\rho\phi_i \left(\frac{\partial \underline{v}_i}{\partial t} + (\operatorname{grad} \underline{v}_i)\underline{v}_i\right) = -\phi_i \operatorname{grad} p + \lambda_i \phi_i^2 \eta \Delta \underline{v}_i + \rho\phi_i \underline{g} - \frac{\phi_i^2 \eta}{K_i}(\underline{v}_i - \underline{U}_i), \quad i=1,N \tag{11}$$

onde o índice "i" se refere a campos e parâmetros na i-ésima região. Se a i-ésima região for uma região de fluido puro teremos que

$$\phi_i = \lambda_i = 1 \tag{12}$$

$$\frac{1}{K_i} = 0 \tag{13}$$

Na equação (11) $\underline{U}_i$ é a velocidade da matriz porosa da i-ésima região (se esta for uma região de mistura).

As equações (18) e (19) são escritas para cada região (de 1 a N) e os campos $\underline{v}_i$ devem satisfazer às seguintes condições

$$(1-\phi_j)\underline{U}_j + \phi_j \underline{v}_j = (1-\phi_k)\underline{U}_k + \phi_k \underline{v}_k \tag{14}$$

$$\lambda_j \phi_j \underline{\underline{D}}_j \underline{n} \cdot \underline{m} = \lambda_k \phi_k \underline{\underline{D}}_k \underline{n} \cdot \underline{m} \tag{15}$$

sobre a interface que separa as regiões j e k.

Pode ser notado que a condição (14) é válida para interfaces fluido puro-mistura como a equação (8) e que descreve a condição de não deslizamento sobre superfícies impermeáveis se supusermos estas como sendo regiões de mistura onde a porosidade é nula.

O PRINCÍPIO DE MÁXIMO

Suponhamos agora um escoamento em várias regiões, em regime permanente, onde a parte convectiva da aceleração possa ser desprezada. Para um problema deste tipo a equação (11) se reduz a

$$0 = \phi_i \operatorname{grad} \psi + \lambda_i \phi_i^2 \eta \Delta \underline{v}_i - \frac{\phi_i^2 \eta}{K}(\underline{v}_i - \underline{U}_i) \qquad i=1,N \tag{16}$$

onde ψ é tal que

$$\operatorname{grad} \psi = -\operatorname{grad} p + \rho \underline{g} \tag{17}$$

A solução de (16) sujeita a (15) é dada pelo conjunto de campos $\underline{v}_i$ que tornam máximo o funcional π dado por

$$\pi = \sum_{i=1}^{N} \left[-\int_{V_i} \lambda_i \phi_i^2 \eta \underline{\underline{D}}_i \cdot \underline{\underline{D}}_i \, dV + \int_{V_i} \phi_i \operatorname{grad} \psi \cdot \underline{v}_i \, dV - \int_{V_i} \frac{\phi_i^2 \eta}{2K_i}(\underline{v}_i - \underline{U}_i)\cdot(\underline{v}_i - \underline{U}_i) \, dV \right] \tag{18}$$

onde N é o número de regiões consideradas e V_i o volume de cada uma delas.

A maximização de (18) é feita dentro de um espaço de campos $\underline{v}_i$ que satisfaçam (10) e (14) e que, sobre as interfaces, sejam tangentes a estas.

Tomando a primeira variação de π, considerando prescrito grad , obtemos que

$$\delta\pi = \sum_{i=1}^{N} \left[-\int_{V_i} 2\lambda_i \phi_i^2 \eta \underline{\underline{D}}_i \cdot \delta \underline{\underline{D}}_i \, dV + \int_{V_i} \phi_i \operatorname{grad} \psi \cdot \delta \underline{v}_i \, dV + \int_{V_i} -\frac{\phi_i^2 \eta}{K_i}(\underline{v}_i - \underline{U}_i)\cdot \delta \underline{v}_i \, dV \right] \tag{19}$$

Aplicando o Teorema de Divergência, e impondo que a primeira variação de π seja nula, ficamos com

$$\sum_{i=1}^{N} \int_{V_i} \left[\lambda_i \phi_i^2 \eta \Delta \underline{v}_i \cdot \delta \underline{v}_i + \phi_i \operatorname{grad} \cdot \delta \underline{v}_i - \frac{\phi_i^2 \eta}{K_i}(\underline{v}_i - \underline{U}_i)\cdot \delta \underline{v}_i \right] dV + \sum_{i=1}^{N} \int_{S_i} (-2\lambda_i \phi_i^2 \eta \underline{\underline{D}}_i \underline{n}_i \cdot \delta \underline{v}_i) \, dS = 0 \tag{20}$$

onde $\underline{n}_i$ é a normal exterior à superfície S_i. Temos então de (20) que as equações de Euler-Lagrange são exatamente (16) e que as condições de contorno naturais serão dadas por

$$\sum_{i=1}^{N} \int_{S_i} 2\lambda_i \phi_i^2 \eta \underline{\underline{D}}_i \underline{n}_i \cdot \delta \underline{v}_i \, dS = 0 \tag{21}$$

Vamos mostrar agora que (21) fornecerá as condições (15).

Cada superfície S_i é composta por interfaces permeáveis que separam duas regiões e/ou superfícies impermeáveis. Cada interface permeável será composta pela interseção de duas superfícies S_j e S_k. Assim sendo, (21) pode ser reescrita como

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{N} \int_{S_i \cap S_k} (\lambda_i \phi_i^2 \eta \underline{\underline{D}}_i \underline{n}_i \cdot \delta \underline{v}_i + \lambda_k \phi_k^2 \eta \underline{\underline{D}}_k \underline{n}_k \cdot \delta \underline{v}_k) \, dS + \sum_{i=1}^{N} \int_{(\text{superfícies impermeáveis}) \cap S_i} 2\lambda_i \phi_i^2 \eta \underline{\underline{D}}_i \underline{n}_i \cdot \delta \underline{v}_i \, dS = 0 \tag{22}$$

Uma vez que, sobre superfícies impermeáveis, os campos $\underline{v}_i$ são prescritos, a segunda integral é nula para todo "i".

Na primeira integral, se "i" e "k" forem regiões adjacentes então $S_i \cap S_k \neq \emptyset$ e assim a equação (22) é satisfeita se

$$\lambda_i \phi_i^2 \eta \underline{\underline{D}}_i \underline{n}_i \cdot \delta \underline{v}_i + \lambda_k \phi_k^2 \eta \underline{\underline{D}}_k \underline{n}_k \cdot \delta \underline{v}_k = 0 \tag{23}$$

para todo "i" e "k" tais que $S_i \cap S_k \neq \emptyset$.

Sendo $S_i \cap S_k$ a interface que separa as regiões "i" e "k" então

$$\underline{n}_i = -\underline{n}_k \quad \text{sobre} \quad S_i \cap S_k \tag{24}$$

Da equação (14) temos que

$$\phi_i \delta \underline{v}_i = \phi_k \delta \underline{v}_k \tag{25}$$

Combinando agora (23), (24) e (25) podemos escrever que

$$\lambda_i \phi_i \underline{D}_i \underline{n}_i \cdot \phi_i \delta \underline{v}_i + \lambda_k \phi_k \underline{D}_k (-\underline{n}_i) \cdot \phi_i \delta \underline{v}_i = 0 \tag{26}$$

ou seja, como $\delta \underline{v}_i$ é tangente à interface

$$\lambda_i \phi_i \underline{D}_i \underline{n} \cdot \underline{m} = \lambda_k \phi_k \underline{D}_k \underline{n} \cdot \underline{m} \tag{27}$$

sendo esta condição idêntica a (15).

Falta agora mostrar que o extremo de π é um máximo. Para isto tomemos a segunda variação do funcional π, o que fornece

$$\delta^2 \pi = -\sum_{i=1}^{N} \left[(2\lambda_i \phi_i^2 \eta) \int_{V_i} (\delta \underline{D}_i \cdot \delta \underline{D}_i) dV + \frac{\phi_i^2 \eta}{K_i} \int_{V_i} (\delta \underline{v}_i \cdot \delta \underline{v}_i) dV \right] \tag{28}$$

ou seja, $\delta^2 \pi < 0$ o que, neste caso, implica que o extremo encontrado, do funcional π, é um máximo.

ESCOAMENTO EM DUAS REGIÕES ENTRE PLACAS PARALELAS

Vamos, a título de exemplo, buscar uma aproximação linear por partes para o escoamento de um fluido Newtoniano, com ρ e η constantes, através de duas regiões compreendidas entre placas paralelas impermeáveis com movimento relativo, como mostra a figura 3.

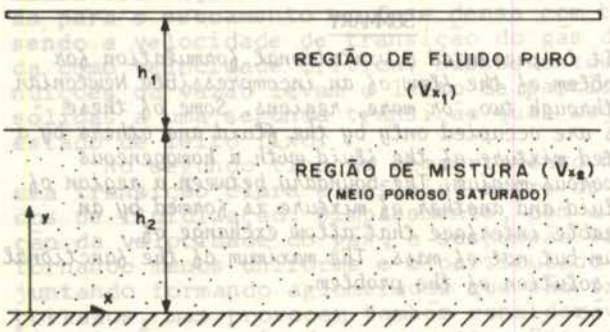


Figura 3. Esquema do Arranjo Estudado

Suporemos que os campos de velocidades $\underline{v}_1$ (região de fluido puro) e $\underline{v}_2$ (região de mistura) possuem componente não nula apenas na direção x e que esta só depende da variável y. Assim sendo o nosso problema fica reduzido a

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} + \eta \frac{d^2 v_{x_1}}{dy^2} = 0 \qquad h_2 < y < h_1 + h_2 \tag{29}$$

$$\phi \frac{\partial \psi}{\partial x} + \lambda \phi^2 \eta \frac{d^2 v_{x_2}}{dy^2} - \frac{\phi^2 \eta}{K} v_{x_2} = 0 \qquad 0 < y < h_2 \tag{30}$$

sujeitas às seguintes condições

$$v_{x_2}' = 0 \qquad \text{em} \quad y=0 \tag{31}$$

$$v_{x_1} = \phi v_{x_2} \qquad \text{em} \quad y=h_2 \tag{32}$$

$$\frac{dv_{x_1}}{dy} = \lambda \phi \frac{dv_{x_2}}{dy} \qquad \text{em} \quad y=h_2 \tag{33}$$

$$v_{x_1} = U \qquad \text{em} \quad y=h_2+h_1 \tag{34}$$

onde λ, ϕ e K são constantes referentes à matriz porosa.

Tomando como exemplo a situação particular em que U=1, $\partial\psi/\partial x$=1, η=1, K=1, λ=1, h_1=1 e h_2=2, onde as unidades devem ser consideradas dentro de um mesmo sistema, temos a solução exata do problema dada por

$$v_{x_1} = A_1 y^2 + B_1 y + C_1 \qquad 2 < y < 3 \tag{35}$$

$$\phi v_{x_2} = A_2 \cosh y + B_2 \operatorname{senh} y + C_2 \qquad 0 \le y < 2 \tag{36}$$

onde A_1=-0,5, B_1=2,390, C_1=-1,670, A_2=-1,0, B_2=1,068 e C_2=1,0.

Vamos aproximar a solução acima por uma função linear por partes e contínua em cada região, através da maximização de π.

O tipo de aproximação proposta é expresso como

$$v_{x_1} = D_i y + E_i \qquad (i-1)\Delta_1 + h_2 \le y < i\Delta_1 + h_2 \qquad 1 \le i \le N \tag{37}$$

$$\phi v_{x_2} = F_j y + G_j \qquad (j-1)\Delta_2 \le y < j\Delta_2 \qquad 1 \le j \le M \tag{38}$$

onde N e M são os números de segmentos de reta que compõem a aproximação na região de fluido puro e na região de mistura respectivamente. Temos ainda que

$$\Delta_1 = \frac{h_1}{N} \quad , \quad \Delta_2 = \frac{h_2}{M} \tag{39}$$

Para a situação particular, proposta acima, uma aproximação com 10 segmentos na região de fluido puro e 20 segmentos na região de mistura teria os coeficientes das equações (37) e (38) dados pela Tabela 1.

Tabela 1. Os coeficientes de (37) e (38)

k=	D_k=	E_k=	F_k=	G_k=	k=	F_k=	G_k=
1	0,340	0,430	1,020	0,000	11	0,459	0,253
2	0,240	0,640	0,930	0,009	12	0,434	0,280
3	0,140	0,860	0,850	0,025	13	0,414	0,304
4	0,040	1,090	0,777	0,047	14	0,399	0,324
5	-0,060	1,330	0,713	0,073	15	0,387	0,341
6	-0,160	1,580	0,655	0,101	16	0,379	0,353
7	-0,260	1,840	0,605	0,132	17	0,375	0,359
8	-0,360	2,110	0,560	0,163	18	0,374	0,360
9	-0,460	2,390	0,521	0,194	19	0,378	0,354
10	-0,560	2,680	0,487	0,224	20	0,385	0,340

Uma comparação gráfica pode ser feita através da figura 4. Nas figuras 5 e 6 temos uma comparação entre a solução exata e uma aproximação, com N=10 e M=20, para os casos onde U=1 e $\partial\psi/\partial x$=0 e U=0 e $\partial\psi/\partial x$=1, com os mesmos valores para λ, K, η, h_1 e h_2.

Nas figuras 4, 5 e 6 temos plotados, à esquerda, as soluções analíticas e, à direita, as aproximações com 10 segmentos na região de fluido puro e 20 segmentos na região de mistura. Na parte acima da interface permeável temos o campo de velocidades na região de fluido puro v_{x_1} e, abaixo desta, o produto da porosidade ϕ pelo campo de velocidades do fluido na região de mistura v_{x_2}.

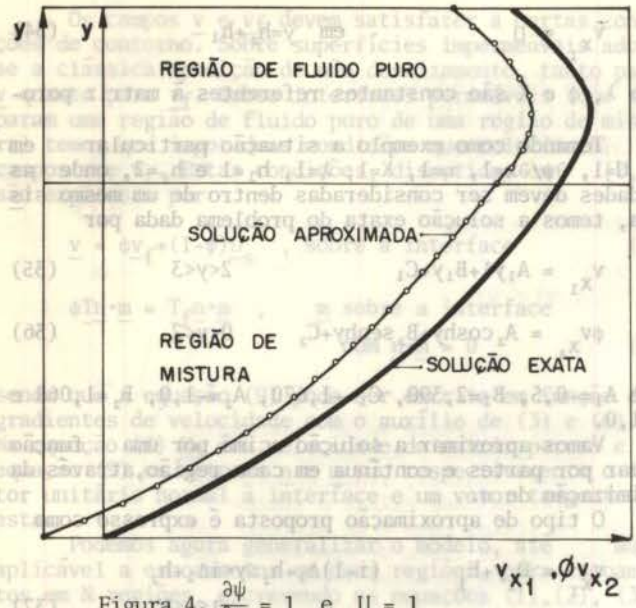


Figura 4. $\frac{\partial \psi}{\partial x} = 1$ e U = 1

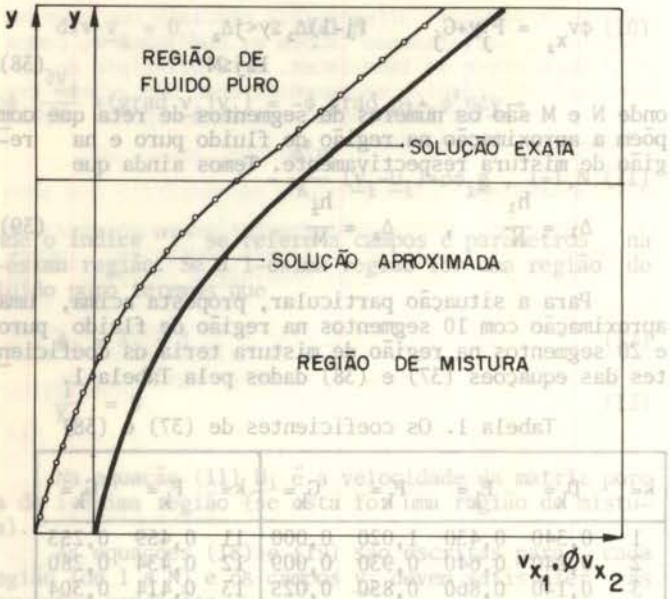


Figura 5. $\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0$ e U = 1

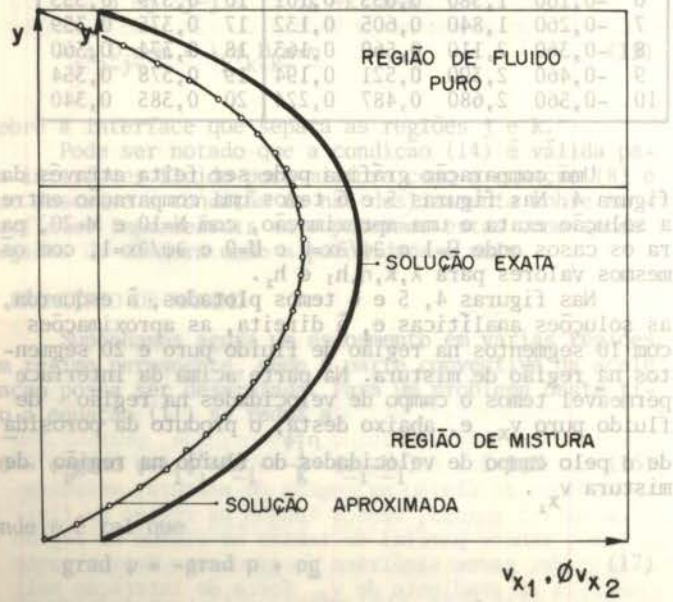


Figura 6. $\frac{\partial \psi}{\partial x} = 1$ e U = 0

COMENTÁRIOS FINAIS

A equação (9), aplicável a uma interface fluido puro-mistura, é proposta a partir da idéia de que o fluido, na região de mistura, recebe apenas uma parcela ϕ, de força cizalhante, do fluido na região de fluido puro. Esta idéia não tem comprovação teorica mas fica fortemente sustentada pelo fato de (9) surgir como uma condição de contorno natural na formulação variacional do problema.

Pode ser observado que, em regiões de mistura um repouso, é sempre mais conveniente se trabalhar com o produto ϕv_i do que com v_i simplesmente. Isto porque, sobre uma interface fluido puro-mistura, nestes casos, o valor da velocidade na região de fluido puro é igual ao produto ϕv_i na região de mistura.

Com relação ao exemplo apresentado, não houve preocupação em se fazer uma análise quantitativa de erro, e sim em se apresentar uma aproximação através da maximização de π. Podemos constatar no entanto que, para a aproximação proposta, o erro cometido foi muito pequeno, não passando de 0,1% na média.

A existência de um funcional cuja maximização é equivalente à solução do nosso sistema de equações diferenciais, é uma forte ferramenta para a obtenção de soluções aproximadas numericamente as quais são, em geral, necessárias em problemas envolvendo grande número de regiões e/ou geometrias mais complicadas [3].

REFERÊNCIAS

[1] ATKIN, R.J. and CRAINE, R.E. - "Continuum Theory of Mixtures. Aplications", J.Inst.Math.Appl. 17, pp. 153-207 (1976).

[2] WILLIAMS, W.O. - "Constitutive Equations for Flow of an Incompressible Fluid through a Porous Media", Quart.Appl.Math. 36, pp. 255-267 (1978).

[3] GAMA, R.M.S. - "Modelagem para Escoamentos em Meios Porosos", Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Mecânica PUC/RJ (1985).

SUMMARY

It is presented a variational formulation for the problem of the flow of an incompressible Newtonian fluid through two, or more, regions. Some of these regions are occupied only by the fluid and others by a saturated mixture of the fluid with a homogeneous rigid porous medium. The boundary between a region of pure fluid and another of mixture is formed by an impermeable interface that allow exchange of momentum but not of mass. The maximum of the functional is the solution of the problem.

COMPORTAMENTO FLUÍDO-DINÂMICO DE XISTO BRITADO EM LEITO FLUIDIZADO RECIRCULANTE

JOSMAR DAVILSON PAGLIUSO
GERALDO LOMBARDI
EESC-USP
LEONARDO GOLDSTEIN JR.
DEM - UNICAMP
DINIZ A.M. FERNANDES
EESC - USP

Foi estudado o comportamento fluido-dinâmico de xisto britado em leito fluidizado recirculante, com velocidades de fluidização até 1,1 m/s, partículas inferiores a 5,0 mm e inventários de 7 e 12 Kg.

Foram determinadas as taxas de recirculação e elutriação e o correspondente diâmetro médio dos sólidos em função da velocidade de fluidização.

Os resultados foram obtidos experimentalmente em leito recirculante com 0,30 m de diâmetro e 2,2 m de altura.

INTRODUÇÃO

Os escoamentos gás-sólido ascendentes verticais apresentam regimes de escoamento, dependendo da vazão do gás, que vão desde o escoamento em fase diluída com transporte de sólidos em suspensão uniforme e porosidade próxima de um, até o regime de leito fixo, no qual as partículas acham-se imóveis.

Entre esses dois extremos e agora dependendo do particulado do leito, será possível encontrar-se dois tipos de comportamentos distintos, se consideradas vazões continuamente decrescentes de gás.

No primeiro comportamento passa-se por clara transição do escoamento em fase diluida para o escoamento em fase densa com bolhas, sendo a velocidade de transição do gás definida como velocidade crítica. Subsequentes diminuições da vazão levam o leito de partículas sólidas a uma segunda transição qual seja, o estado de leito fixo.

No segundo tipo de comportamento não há uma transição clara e definida entre os estados de fluidização. Simplesmente, com a redução da velocidade do gás, a suspensão vai se tornando menos uniforme e o particulado vai se juntando formando aglomerados que são transportados, mas provocam também considerável recirculação no seio do escoamento. Esse estado é conhecido por leito rápido ou escoamento em fase densa sem bolhas [1]. Subsequentes reduções da vazão levam ao leito denso com bolhas e posteriormente ao leito fixo.

Note-se, como já ressaltado anteriormente, que o fator que diferencia um comportamento do outro é a distribuição granulométrica.

O leito fluidizado rápido apresenta grande aplicação em reatores gás-sólido, sendo consideradas vantajosas suas características de maior uniformização de temperatura, e de processamento de maior massa de sólidos por unidade de volume do que na fluidização convencional em fase densa com bolhas. A queda de pressão no leito rápido é função da descarga de sólidos, ao contrário do que ocorre na fluidização convencional que é aproximadamente independente da vazão.

O uso de reatores de leito fluidizado rápido com recirculação, para a queima de combustíveis pobres ou de combustíveis com alto teor de enxôfre, tem se revestido de características que permitem prever a efetiva conquista de um lugar próprio como solução atraente para os problemas causados pela queima destes combustíveis. Oferece ainda a mais elevada taxa de liberação de energia por volume de fornalha.

As informações disponíveis sobre leitos recirculantes na literatura aberta são escassas, pois não existe uma parametrização universal para sua apresentação, e os resultados dependem das características do material, do equipamento, e das condições de operação. Entre os resultados disponíveis tem-se o trabalho de Yerushalmi e Cankurt [3], que traz a taxa de recirculação como função da velocidade para F.C.C., com distribuição granulométrica entre 0 e 130 μm, diâmetro médio de 40 μm e densidade de 1,07 g/cm³. Li [4] traz a taxa de recirculação para material com diâmetro médio de 56 a 105 μm, densidade de 2,41 a 4,5 g/cm³ e velocidades superficiais de 1,5 a 7,0 m/s. Yerushalmi, Turner e Squires [1] exploram a taxa de recirculação para sólidos de 0,879 g/cm³ e diâmetro médio de 60 μm, velocidades superficiais de 2,4 a 4,5 m/s. Nenhum destes autores entretanto, cobre a faixa estudada por este trabalho para que se possa estabelecer comparações.

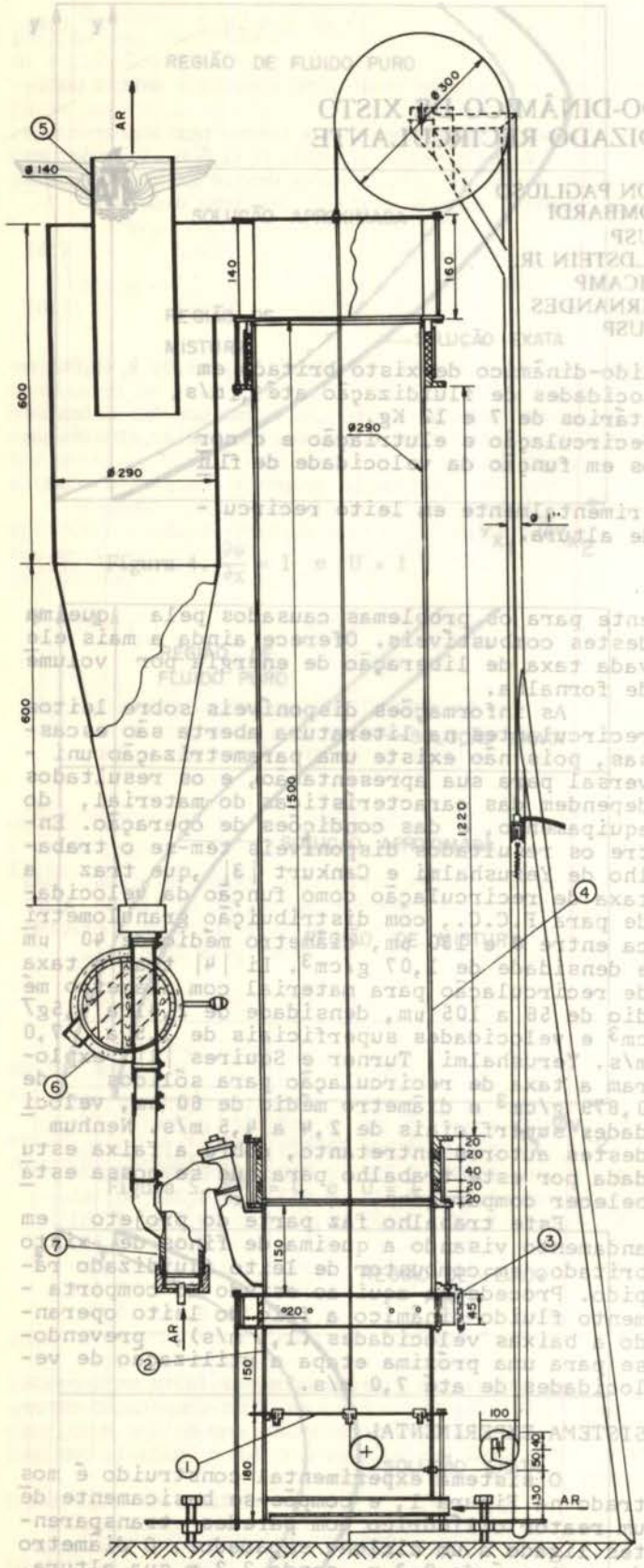
Este trabalho faz parte do projeto em andamento visando a queima de finos de xisto britado, em combustor de leito fluidizado rápido. Procede-se aqui ao estudo do comportamento fluido-dinâmico a frio do leito operando a baixas velocidades (1,1 m/s), prevendo-se para uma próxima etapa a utilização de velocidades de até 7,0 m/s.

SISTEMA EXPERIMENTAL

O sistema experimental construido é mostrado na Figura 1, e compõe-se basicamente de um reator cilíndrico com paredes transparentes ligado a um ciclone separador. O diâmetro do reator é de 0,3 m, sendo 2,2 m sua altura.

O sistema é constituido do injetor de ar primário, câmara do leito denso, injetor de ar secundário, corpo cilíndrico, ciclone, válvula para coleta dos sólidos em recirculação e válvula fluidizada para reinjeção dos sólidos no reator, a qual é realizada logo acima do injetor secundário.

O ar de fluidização é introduzido pelo injetor primário, na base do reator, promovendo a formação do leito fluidizado em fase densa com bolhas. A injeção do ar secundário au-



1 - Injetor de Ar Primário
2 - Câmara do Leito Denso
3 - Injetor de Ar Secundário
4 - Corpo Cilíndrico
5 - Ciclone
6 - Válvula de Coleta de Sólidos
7 - Válvula Reinjetora Fluidizada

Figura 1 - Sistema Experimental

menta grandemente a vazão interna do que resulta o arraste das partículas sólidas, obtendo-se então o leito recirculante. Os sistemas de controle e medida das vazões dos injetores são constituidos de válvulas tipo gaveta e placas de orifício. Os testes foram realizados com xisto britado do Irati, cuja distribuição granulométrica é a dada na Tabela 1.

Tabela 1 - Distribuição Granulométrica do Material do Leito

Granulometria (mm)	% Em Massa
4,76 - 2,00	0,02
2,00 - 1,19	14,93
1,19 - 0,590	40,03
0,590 - 0,297	17,74
0,297 - 0,149	12,83
0,149 - 0,074	6,91
0,074	7,54

Foram realizados oito testes, variando a velocidade do ar de 0,5 a 1,1 m/s e utilizando inventários de 7,0 e 12,0 kg de xisto, com densidade de 2,386 g/cm^3 e diâmetro médio de 247 µm.

As principais informações pesquisadas foram:

- Taxa de recirculação como função da velocidade de fluidização e da granulometria do material.
- Elutriação de partículas sólidas através do ciclone, como função da velocidade de fluidização e da granulometria do material.

A medida de vazão dos sólidos recirculados é feita através da válvula para coleta, que é uma válvula direcional rotatória que permite o desvio do fluxo de sólidos para fora do sistema, onde podem ser coletados e pesados. O tempo considerado é aproximadamente 10 segundos, sendo os sólidos reintroduzidos no sistema.

Os testes duraram uma hora em média, sendo as medidas de recirculação de sólidos feitas no início e no fim, utilizando-se como valor final a média dos resultados obtidos.

A elutriação de partículas sólidas através do ciclone foi obtida pela pesagem, no início e ao fim de cada teste, de um filtro de tecido colocado na saída superior do ciclone.

A medida da distribuição de pressões ao longo do leito, e através de uma análise simplificada, da distribuição longitudinal de porosidade, obtida para esferas de vidro na faixa de 50 a 100 µ, consta de trabalho anterior [2].

RESULTADOS

A Figura 2 mostra a relação entre a taxa de recirculação de sólidos e a velocidade de fluidização, para os dois inventários considerados, podendo-se notar a maior recirculação de sólidos com o aumento da velocidade e da massa do inventário.

A Figura 3 apresenta a relação entre a taxa de elutriação de sólidos pelo ciclone e a velocidade de fluidização para cada um dos inventários considerados. Há um aumento geral da elutriação com a velocidade e com o inventário.

A Figura 4 relaciona as taxas de elutriação e recirculação, não se podendo observar um efeito claro do inventário sobre estas variá-

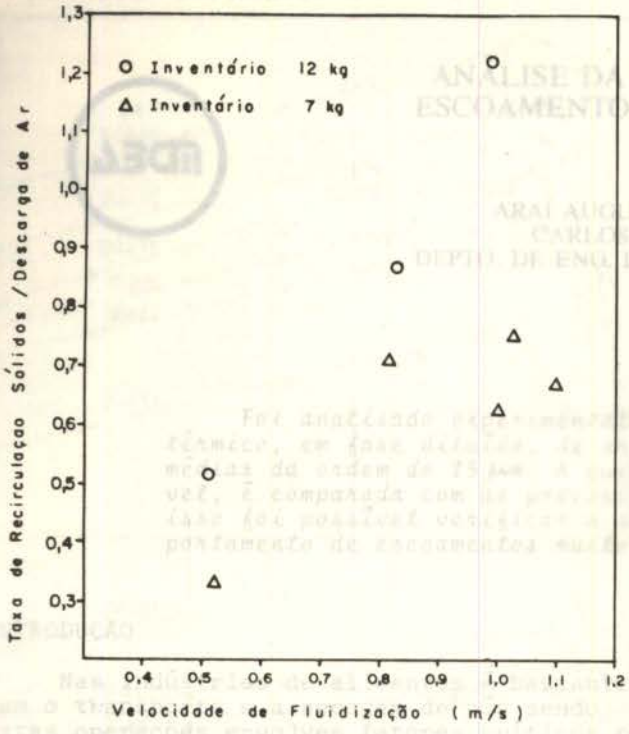


Fig. 2 - Razão Recirculação de Sólidos/Descarga de Ar em Função da Velocidade de Fluidização.

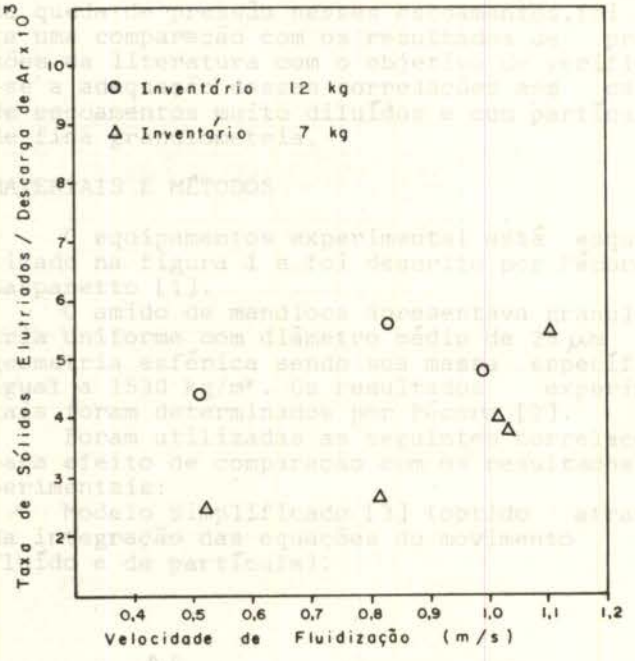


Fig. 3 - Razão Sólidos Elutriados/Descarga de Ar em Função da Velocidade de Fluidização

veis, o aumento da recirculação sendo acompanhado por um aumento da elutriação.

É importante observar que a taxa de recirculação medida é, na realidade a recirculação externa ao corpo do reator, ou seja, aquela que passa através da parte inferior do ciclone. Verificações visuais indicam, no entanto, que há uma recirculação aparentemente expressiva dentro do corpo principal do reator, na forma de material sólido que cai de volta ao leito pela região mais próxima à parede.

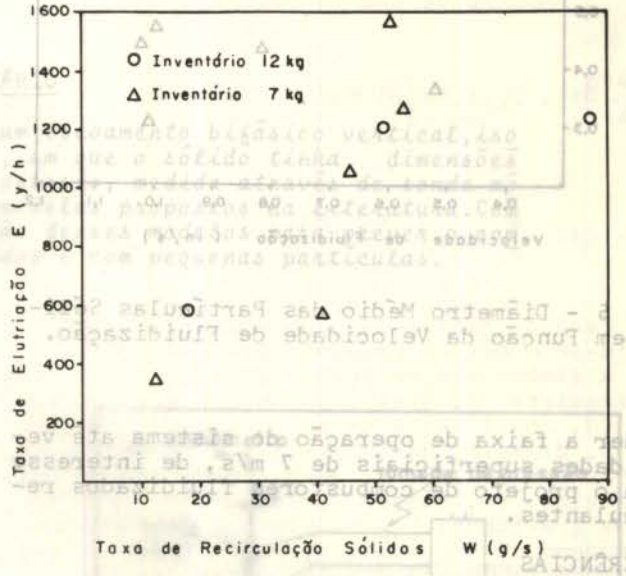


Fig 4 - Relação Entre Taxa de Elutriação e Taxa de Recirculação de Sólidos

A Figura 5 apresenta o diâmetro médio das partículas sólidas em função da velocidade de fluidização. A informação foi levantada apenas para o inventário de 7 kg, e o diâmetro apresentado corresponde ao do material que permanece no leito, i.e., não é elutriado, após uma hora de operação. A informação levantada parece indicar que com o aumento da velocidade do ar são elutriadas mais partículas finas, aumentado a granulometria do material que permanece no leito. Paralelamente não há uma parametrização adimensional que represente adequadamente os resultados obtidos, sendo usual a representação como apresentada nas figuras de 2 a 5.

O xisto tal como recebido tem um teor de umidade de cerca de 5 a 6%. Se utilizado diretamente nas corridas experimentais sua secagem pelo ar de fluidização provoca uma queda de temperatura na superfície externa das paredes do equipamento, com consequente condensação da umidade do ar atmosférico, além da aderência do material às paredes internas. Procedeu-se, portanto, à uma secagem inicial do xisto, usando-se ar a uma velocidade baixa o suficiente para não provocar arraste, por um período de duas horas.

CONCLUSÕES

Foi construido um reator operando com leito fluidizado rápido e levantou-se experimentalmente os dados necessários para a caracterização do desempenho fluido-dinâmico do xisto britado de Irati em velocidades até 1,1m/s. Os resultados obtidos confirmaram as expectativas quanto ao comportamento a frio esperado.

Numa próxima etapa de trabalho será pesquisado o aumento da capacidade do sistema ciclone-válvula fluidizada de retorno, para es-

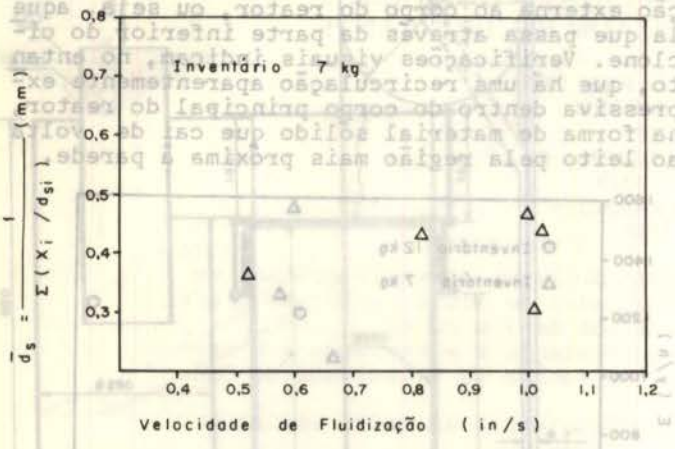


Fig. 5 - Diâmetro Médio das Partículas Sólidas em Função da Velocidade de Fluidização.

tender a faixa de operação do sistema até velocidades superficiais de 7 m/s, de interesse para o projeto de combustores fluidizados recirculantes.

REFERÊNCIAS

1 - Yerushalmi, J., Turner, D.H. & Squires, A.M., "The Fast Fluidized Bed", Ind. Eng. Chem., Process Des. Dev., Vol 15 (1978), p.47-53.

2 - Pagliuso, J.D., Lombardi, G., Santana, C.C. & Gasparetto, C.A., "Comportamento Dinâmico de Leito Fluidizado com Recirculação de Sólidos";VII COBEM, Uberlândia (1953), p.143-150.

3 - Yerushalmi, J. & Cankurt, N.T, "Further Studies of the Regimes of Fluidization", Powder Technology. 24 (1979), p.187-205.

4 - Li et all., Int. Chem. Eng., Vol 21 (1981), 4.

SUMMARY

The hydraulic behaviour of pulverized Irati shale was experimentally studied in a recirculating fluidized bed, with superficial velocities us to 1,1 m/s, mean particle diameter of 5,0 mm and mass loads of 7 and 12 kg. The results relate mean particle diameter, to gas velocities, mass loads and rate of particle recirculation and elutriation.

ANÁLISE DA QUEDA DE PRESSÃO EM ESCOAMENTOS GÁS-SÓLIDOS DILUÍDOS

ARAÍ AUGUSTA BERNÁRDEZ PÉCORA
CARLOS ALBERTO GASPARETO
DEPTO. DE ENG. DE ALIMENTOS - FEAA/UNICAMP

SUMÁRIO

Foi analisado experimentalmente um escoamento bifásico vertical, isotérmico, em fase diluída, de ar-amido, em que o sólido tinha dimensões médias da ordem de 25 μm. A queda de pressão, medida através de sonda móvel, é comparada com as previsões de modelos propostos na literatura. Com isso foi possível verificar a adequação desses modelos para prever o comportamento de escoamentos muito diluídos e com pequenas partículas.

INTRODUÇÃO

Nas indústrias de alimentos é bastante comum o transporte e a secagem de pós sendo que estas operações envolvem fatores críticos como qualidade final do produto e consumo de energia.

O conhecimento da queda de pressão ao longo do escoamento é provavelmente o parâmetro mais importante no projeto dos equipamentos de transporte pneumático.

Ensaios de transporte pneumático foram realizados neste trabalho utilizando como sólido o amido de mandioca pois seus processamento exige uma etapa de secagem em que se usa tradicionalmente o sistema pneumático. Os escoamentos ensaiados eram bastante diluídos sendo que as partículas possuiam dimensões médias de 25 μm.

Além da obtenção dos dados experimentais de queda de pressão nesses escoamentos, foi feita uma comparação com os resultados de previsões da literatura com o objetivo de verificar-se a adequação dessas correlações aos casos de escoamentos muito diluídos e com partículas de fina granulometria.

MATERIAIS E MÉTODOS

O equipamentos experimental está esquematizado na figura 1 e foi descrito por Pécora e Gasparetto [1].

O amido de mandioca apresentava granulometria uniforme com diâmetro médio de 25 μm, e geometria esférica sendo sua massa específica igual a 1530 kg/m³. Os resultados experimentais foram determinados por Pécora [2].

Foram utilizadas as seguintes correlações para efeito de comparação com os resultados experimentais:

Modelo simplificado [3] (obtido através da integração das equações do movimento do fluído e da partícula).

$$\left(\frac{\Delta P}{L}\right)_{sf} = (1-\varepsilon).(\rho_s - \rho).g \qquad (1)$$

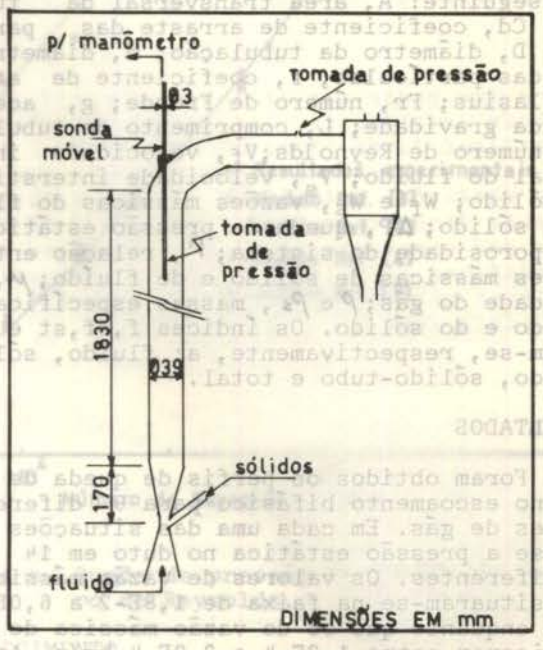


Figura 1. Esquema do sistema pneumático

Modelo de Leung e Wiles [4]

$$\left(\frac{\Delta P}{L}\right)_t = \frac{\rho_s.(1-\varepsilon).V_s^2}{L} + (1-\varepsilon).\rho_s.g + \left(\frac{\Delta P}{L}\right)_f + \left(\frac{\Delta P}{L}\right)_{st} \qquad (2)$$

$$\text{onde: } \left(\frac{\Delta P}{L}\right)_{st} = \frac{2.f_s.(1-\varepsilon).\rho_s.V_s^2}{D} \qquad (3)$$

aqui é utilizada a equação de Yang [5] para o cálculo de f_s (fator de atrito devido ao sólido).

Modelo de Massarani e Santana [6]

$$\left(\frac{\Delta P}{L}\right)_{sf} = \left\{\frac{18.\mu.(1-\varepsilon).[1+(1-\varepsilon)^{1/3}].\frac{1-\varepsilon}{e^{0,6\varepsilon}}}{\varepsilon.d^2} + 1,5.(1-\varepsilon).\varepsilon^{9/5}.\left(\frac{\mu.\rho^4}{d^6}\right)^{1/5}.(V_f-V_s)^{4/5}\right\}(V_f-V_s) \quad (5)$$

Modelo de Khan e Pei [7]

$$\left(\frac{\Delta P_s}{\Delta P_f}\right) = 2,66.\left(\frac{Cd}{f}\right).\left(\frac{\rho}{\rho_s}\right).\left(\frac{d}{D}\right)^2.\left(\frac{Re}{Fr}\right)^{1/2}.\frac{\Gamma}{\phi^{1/2}} \quad (6)$$

onde: $Cd = \frac{4}{3}.g.d.\frac{(\rho_s-\rho)/\rho}{(V_f-V_s)^2}$ (7)

Para o cálculo da porosidade do sistema seguiu-se o método proposto por Yuan [8].

A simbologia referente às equações acima é a seguinte: A, área transversal da tubulação; Cd, coeficiente de arraste das partículas; D, diâmetro da tubulação; d, diâmetro médio das partículas; f, coeficiente de atrito de Blasius; Fr, número de Froude; g, aceleração da gravidade; L, comprimento da tubulação; Re, número de Reynolds; V_f, velocidade intersticial do fluído; V_s, velocidade intersticial do sólido; W_f e W_s, vazões mássicas do fluído e do sólido; ΔP, queda de pressão estática; ε, porosidade do sistema; Γ, relação entre as vazões mássicas de sólido e de fluído; μ, viscosidade do gás; ρ e ρ_s, massas específicas do fluído e do sólido. Os índices f,sf,st e t referem-se, respectivamente, a: fluído, sólido-fluído, sólido-tubo e total.

RESULTADOS

Foram obtidos os perfis de queda de pressão no escoamento bifásico para 9 diferentes vazões de gás. Em cada uma das situações mediu-se a pressão estática no duto em 14 locais diferentes. Os valores de vazão mássica de gás situaram-se na faixa de 1,8E-2 a 6,0E- 3 kg/s enquanto que os de vazão mássica de sólido ficaram entre 1,2E-4 e 2,9E-4 kg/s. As relações entre as vazões mássicas de sólido e gás situaram-se na faixa de 0,013 a 0,023 kg sólido seco por kg ar seco.

Para a análise dos resultados foram construídos gráficos de pressão estática em função da relação entre o comprimento e o diâmetro do tubo (L/D), (figura 2). Nesta figura as setas indicam o comprimento de entrada do escoamento.

Os resultados das determinações experimentais bem como a comparação com as correlações dos pesquisadores citados anteriormente estão na figura 4. Os pontos obtidos utilizando-se as correlações da literatura foram calculados com os dados experimentais de vazão de gás e de sólido.

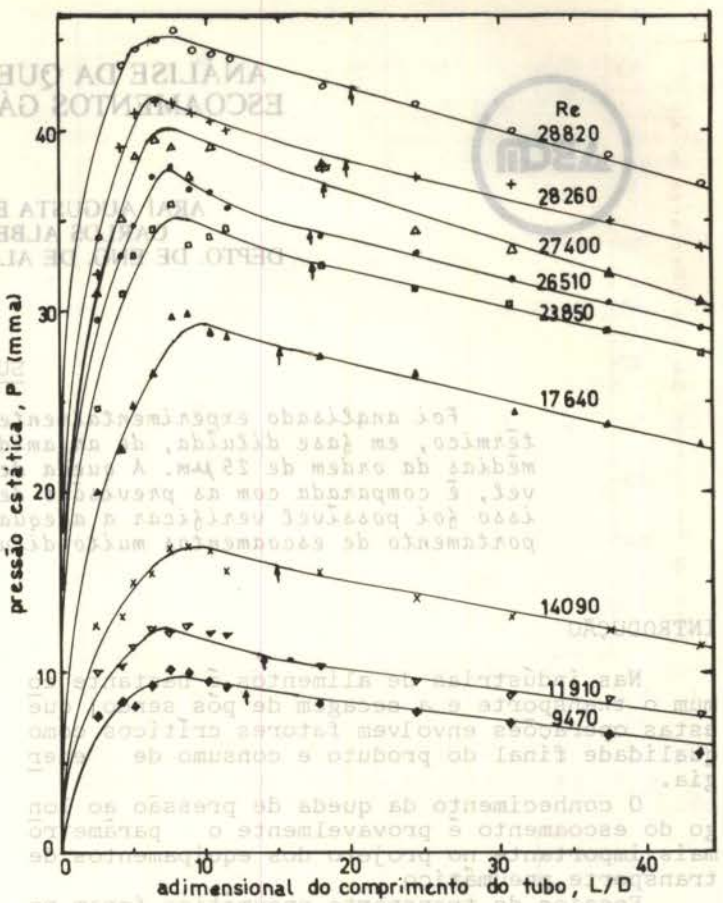


Figura 2. Pressão estática ao longo do tubo do sistema pneumático

Tabela 1. Resultados da queda de pressão no escoamento bifásico (Pa/m)

Re	Result. Experim.	Modelos			
		Ref.[3]	Ref[4]	Ref[6]	Ref[7]
28.820	58,74	59,36	59,80	59,31	59,19
28.260	49,41	57,85	58,25	57,79	57,69
27.400	65,54	54,77	55,13	54,73	54,61
26.510	51,17	51,93	52,26	51,87	51,78
23.850	46,64	42,55	44,07	42,50	42,41
17.640	47,90	24,82	24,96	24,79	24,67
14.090	38,57	17,19	17,28	17,16	17,05
11.910	28,23	13,15	13,26	13,09	12,91
9.470	25,11	8,71	8,77	8,66	8,52

DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

A partir da figura 2 é possível determinar a região de entrada de cada escoamento ensaiado, que são apresentadas na figura 3. Nesta figura, verifica-se a influência do número de Reynolds no comprimento de entrada sendo que a seguinte correlação foi obtida a partir dos resultados experimentais:

$$\frac{Le}{D} = 0,541.(Re)^{0,345} \quad (8)$$

Na figura 3 foi colocado, para efeito de comparação, o resultado experimental do caso monofásico determinado por Pécora e Gasparetto [1].

Através da figura 4 verifica-se que houve uma defasagem considerável entre os resultados experimentais e os previstos pelos modelos para números de Reynolds menores que 20.000.

Foi traçada apenas uma curva para representar os resultados obtidos a partir dos modelos testados uma vez que seus valores praticamente se sobrepuseram.

Pode-se concluir que qualquer um dos modelos se ajusta para o sistema ar-amido para números de Reynolds maiores que 24.000 dentro da faixa de Reynolds ensaiada neste trabalho.

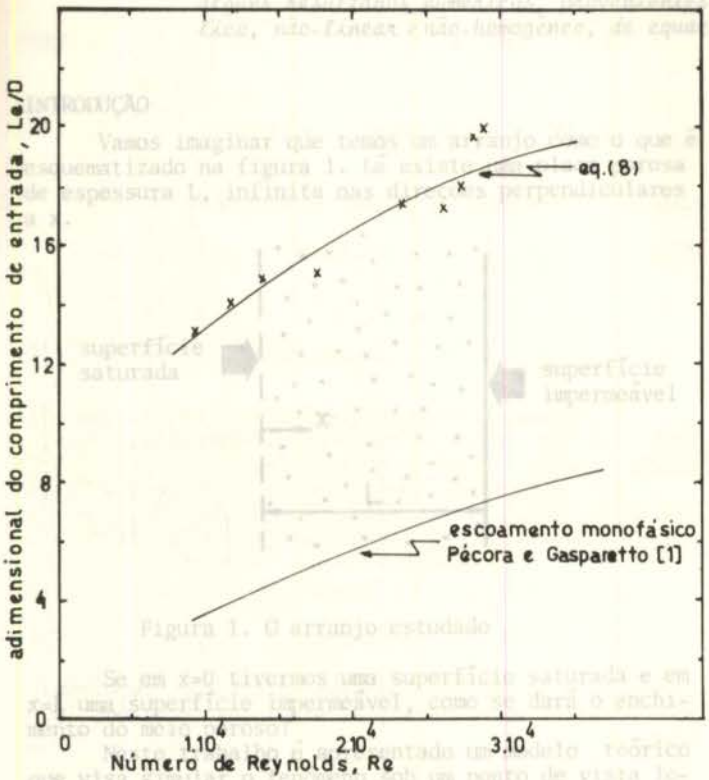


Figura 3. Comprimento de entrada no tubo de secagem em função do número de Reynolds.

Os resultados experimentais levaram à obtenção da seguinte correlação para a queda de pressão em função de Reynolds:

$$\left(\frac{\Delta P}{L}\right)_t = 3{,}989.10^{-2}.(Re)^{0{,}709} \qquad (9)$$

para $9000 < Re < 28850$

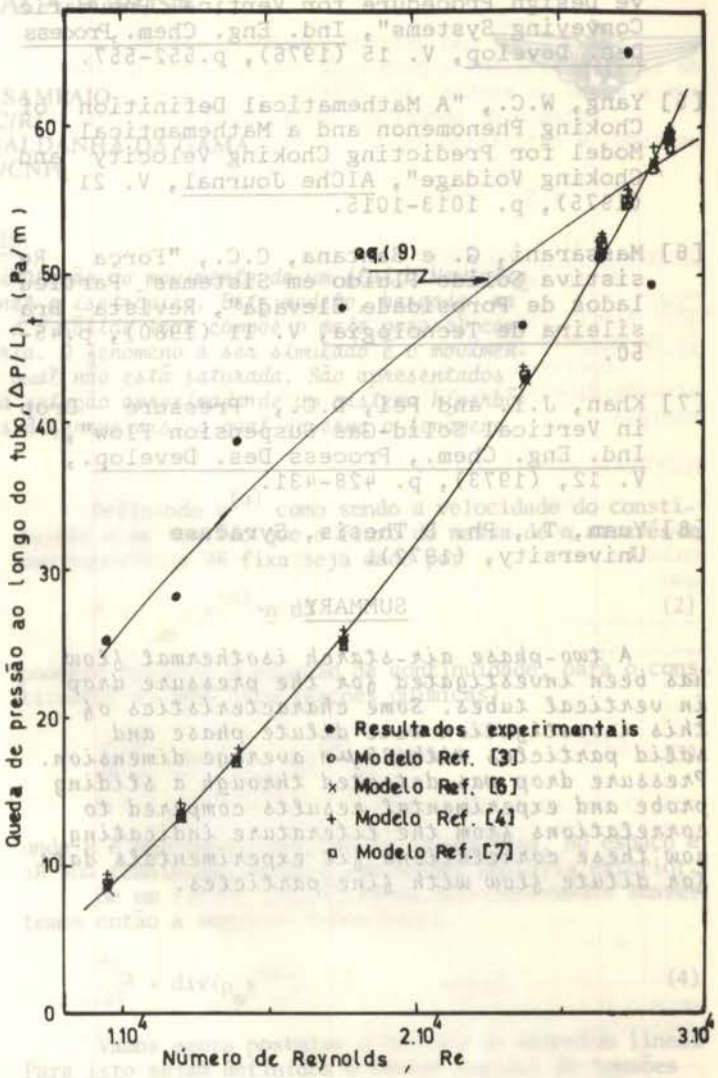


Figura 4. Queda de pressão em função do número de Reynolds.

AGRADECIMENTO

Os autores agradecem a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo(FAPESP), processo 83/2205-1.

REFERÊNCIAS

[1] Pécora, A.A.B. e Gasparetto, C.A., "Determinação da perda de carga e do coeficiente de transferência de calor num escoamento gás-sólidos", VII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, (1983), p.109-118.

[2] Pécora, A.A.B., Relatório nº2 de Mestrado, FAPESP, Processo 83/2205-1, "Estudo experimental do escoamento gás-sólidos em fase diluída com transferência de calor e massa", (1985).

[3] Santana, C.C. e Massarani, G., "I Encontro sobre Escoamentos em Meios Porosos", Rio de Janeiro, (1973).

[4] Leung, L.S. and Wiles, R.J., "A Quantitative Design Procedure for Vertical Pneumatic Conveying Systems", Ind. Eng. Chem., Process Des. Develop, V. 15 (1976), p.552-557.

[5] Yang, W.C., "A Mathematical Definition of Choking Phenomenon and a Mathemantical Model for Predicting Choking Velocity and Choking Voidage", AIChe Journal, V. 21 (1975), p. 1013-1015.

[6] Massarani, G. e Santana, C.C., "Força Resistiva Sólido-Fluído em Sistemas Particulados de Porosidade Elevada", Revista Brasileira de Tecnologia, V. 11 (1980), p.45-50.

[7] Khan, J.I. and Pei, D.C., "Pressure Drop in Vertical Solid-Gas Suspension Flow", Ind. Eng. Chem., Process Des. Develop., V. 12, (1973), p. 428-431.

[8] Yuan, T., Ph. D Thesis, Syracuse University, (1972).

SUMMARY

A two-phase air-starch isothermal flow has been investigated for the pressure drop in vertical tubes. Some characteristics of this investigation were dilute phase and solid particles with 25 μm average dimension. Pressure drop was detected through a sliding probe and experimental results compared to correlations from the literature indicating how these correlations fit experimentals data for dilute flow with fine particles.

MODELAGEM DO ENCHIMENTO DE UMA PLACA POROSA

RUBENS SAMPAIO
PUC/RJ
ROGÉRIO MARTINS SALDANHA DA GAMA
LNCC/CNPq

SUMÁRIO

É proposto um modelo teórico para a simulação do movimento de um fluido Newtoniano através de um meio poroso rígido, homogêneo e isotrópico. Este modelo, baseado na Teoria Contínua de Misturas, trata o fluido e o sólido (que compõe o meio poroso) como constituintes contínuos de uma mistura binária. O fenômeno a ser simulado é o movimento do fluido através de uma placa porosa, a qual não está saturada. São apresentados alguns resultados numéricos, provenientes da solução aproximada de um sistema hiperbólico, não-linear e não-homogêneo, de equações diferenciais, o qual governa o fenômeno.

INTRODUÇÃO

Vamos imaginar que temos um arranjo como o que é esquematizado na figura 1. Lá existe uma placa porosa de espessura L, infinita nas direções perpendiculares a x.

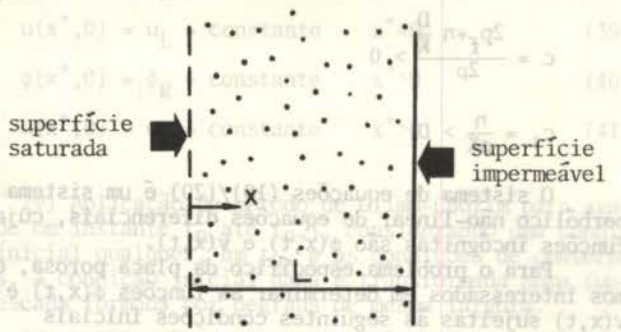


Figura 1. O arranjo estudado

Se em x=0 tivermos uma superfície saturada e em x=L uma superfície impermeável, como se dará o enchimento do meio poroso?

Neste trabalho é apresentado um modelo teórico que visa simular o fenômeno sob um ponto de vista local. Para isto lançaremos mão da Teoria Contínua de Misturas [1] e consideraremos o fluido e o sólido(que compõe a placa) como constituintes contínuos de uma mistura binária. Estes constituintes serão dotados de cinemática independente e sua interação será levada em conta nas equações de balanço de momentum.

Aqui serão considerados dois tipos de interação. O primeiro é o que leva em conta o atrito entre o fluido e o meio poroso (sólido) durante o movimento e o segundo o que leva em conta a tendência do deslocamento do fluido de uma região de maior concentração para uma região de menor concentração.

TEORIA CONTÍNUA DE MISTURAS

Apresentaremos agora, sumariamente, as equações de balanço para uma mistura binária sem reações químicas.

Suporemos que o fluido e o sólido são constituintes contínuos de uma mistura binária e que, simultaneamente, ocupam todo o volume desta mistura.

Definindo ρ_α como sendo uma relação local entre a massa do constituinte α e o volume de mistura, temos que a massa de α contida num certo volume R é dada por

$$M = \int_R \rho_\alpha dV \qquad (1)$$

Definindo $\underline{v}^{(\alpha)}$ como sendo a velocidade do constituinte α no sentido que o fluxo de massa de α através de uma superfície ∂R fixa seja dado por

$$\dot{M} = \int_{\partial R} \rho_\alpha \underline{v}^{(\alpha)} \cdot \underline{n}\, dS \qquad (2)$$

podemos postular a equação da continuidade, para o constituinte α, como (sem reações químicas)

$$\frac{d}{dt}\int_R \rho_\alpha dV + \int_{\partial R} \rho_\alpha \underline{v}^{(\alpha)} \cdot \underline{n}\, dS = 0 \qquad (3)$$

onde R é uma região arbitrária, porém fixa, no espaço e ∂R sua fronteira, sendo $\underline{n}$ sua normal unitária exterior.

Se em (3) as funções forem suficientemente suaves temos então a seguinte forma local

$$\frac{\partial \rho_\alpha}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho_\alpha \underline{v}^{(\alpha)}) = 0 \qquad \alpha=1,2 \qquad (4)$$

Vamos agora postular o balanço de momentum linear. Para isto sejam definidos o tensor parcial de tensões $\underline{\underline{T}}^{(\alpha)}$ e a força de interação por unidade de volume $\underline{m}^{(\alpha)}$. Se tivermos uma certa superfície de mistura ∂R com normal exterior $\underline{n}$, então a força de contato exercida, sobre o constituinte α, através desta superfície é dada por

$$\underline{F} = \int_{\partial R} \underline{\underline{T}}^{(\alpha)} \underline{n}\, dS \qquad (5)$$

O vetor $\underline{m}^{(\alpha)}$ representa o efeito do outro constituinte sobre o constituinte α, sendo a força de interação, exercida sobre α, dada por

$$\underline{F}_i = \int_R \underline{m}^{(\alpha)} dV \qquad (6)$$

Desta forma postulamos o balanço de momentum como

$$\frac{d}{dt}\int_R \rho_\alpha \underline{v}^{(\alpha)} dV + \int_{\partial R} \rho_\alpha \underline{v}^{(\alpha)} (\underline{v}^{(\alpha)} \cdot \underline{n}) dS = \int_{\partial R} \underline{\underline{T}}^{(\alpha)} \underline{n}\, dS + \int_R (\underline{m}^{(\alpha)} + \rho_\alpha \underline{b}^{(\alpha)}) dV \qquad \alpha=1,2 \qquad (7)$$

para o constituinte α. Em (7) $\underline{b}^{(\alpha)}$ é uma força de campo por unidade de massa, exercida externamente sobre o constituinte α, podendo ser a própria aceleração da gravidade g.

Da equação acima, se as funções forem suficientemente suaves, podemos escrever que

$$\rho_\alpha\left(\frac{\partial \underline{v}^{(\alpha)}}{\partial t} + (\text{grad}\ \underline{v}^{(\alpha)})\underline{v}^{(\alpha)}\right) = \text{div}\ \underline{T}^{(\alpha)} + \underline{m}^{(\alpha)} + \rho_\alpha \underline{b}^{(\alpha)} \qquad \alpha=1,2 \qquad (8)$$

Uma vez que não existem reações químicas, o fato de (3) ser satisfeita para cada constituinte garante que a massa da mistura se conserva.

O balanço de momentum linear, para a mistura como um todo, é satisfeito se

$$\underline{m}^{(1)} + \underline{m}^{(2)} = 0 \qquad (9)$$

já que $\underline{m}^{(\alpha)}$ é uma força interna.

Neste trabalho trabalharemos sempre com tensores $T^{(\alpha)}$ simétricos o que automaticamente satisfaz o balanço de momento angular.

Suporemos que a equação da energia é satisfeita através da escolha adequada de uma fonte externa de energia.

HIPÓTESES CONSTITUTIVAS

Supondo que a matriz porosa é rígida e está em repouso não precisaremos nos preocupar com as equações de balanço para o constituinte sólido. Assim, temos apenas que

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \text{div}(\rho_f \underline{v}_f) = 0 \qquad (10)$$

$$\rho_f\left(\frac{\partial \underline{v}_f}{\partial t} + (\text{grad}\ \underline{v}_f)\underline{v}_f\right) = \text{div}\ \underline{T}_f + \underline{m}_f + \rho_f \underline{b}_f \qquad (11)$$

onde o índice f indica que as equações se referem ao constituinte fluido.

Se supusermos que o fluido é incompressível torna se conveniente definir a fração de fluido ϕ como

$$\phi = \frac{\rho_f}{\rho} \qquad (12)$$

onde ρ é a densidade real do fluido. Com (12) podemos reescrever (10) e (11) como

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \text{div}(\phi \underline{v}_f) = 0 \qquad (13)$$

$$\rho\phi\left(\frac{\partial \underline{v}_f}{\partial t} + (\text{grad}\ \underline{v}_f)\underline{v}_f\right) = \text{div}\ \underline{T}_f + \underline{m}_f + \rho\phi \underline{b}_f \qquad (14)$$

São necessárias equações constitutivas para $\underline{T}_f$ e $\underline{m}_f$.

Para o tensor parcial de tensões $\underline{T}_f$ assumiremos a seguinte relação [2]

$$\underline{T}_f = -\phi^2 p_f \underline{1} \qquad (15)$$

onde p_f é a pressão do poro, suposta constante. A força exercida pelo fluido sobre um plano imaginário que corte a mistura será igual a ϕ vezes a integral da pressão reinante no fluido sobre esta superfície, além disso supusemos que esta pressão reinante é uma função linear da fração de fluido ϕ, o que levou à relação (15).

Para a força de interação por unidade de volume $\underline{m}_f$, proporemos que

$$\underline{m}_f = -\frac{\phi^2 \eta}{K}\underline{v}_f - \frac{\phi \eta D}{K}\text{grad}\ \phi \qquad (16)$$

onde η é a viscosidade do fluido, K a permeabilidade específica do meio poroso e D o coeficiente de difusão. A relação (16) é proposta com base nas leis de Darcy e de Fick, de tal forma que estas leis sejam casos particulares do modelo aqui proposto.

Com estas relações constitutivas podemos escrever (13) e (14) como

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \text{div}(\phi \underline{v}_f) = 0 \qquad (17)$$

$$\rho\phi\left(\frac{\partial \underline{v}_f}{\partial t} + (\text{grad}\ \underline{v}_f)\underline{v}_f\right) = -\text{grad}(\phi^2 p_f) + \rho\phi \underline{b}_f - \frac{\phi^2 \eta}{K}\underline{v}_f - \frac{\phi \eta D}{K}\text{grad}\ \phi \qquad (18)$$

MODELO UNIDIMENSIONAL

Voltando agora ao problema inicialmente proposto (enchimento de uma placa), vamos simplificar o sistema de equações de balanço supondo que só exista dependência em x e em t e que o campo de velocidades $\underline{v}_f$ só possua componente não nula na direção x, denotada aqui por v. Além disso suporemos que $\underline{b}_f = \underline{0}$. Assim sendo ficamos com

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\phi v) = 0 \qquad (19)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi v) + \frac{\partial}{\partial x}(\phi v^2 + c\phi^2) = -c_1 \phi^2 v \qquad (20)$$

onde as constantes c e c_1 são dadas por

$$c = \frac{2p_f + \eta \frac{D}{K}}{2\rho} > 0 \qquad (21)$$

$$c_1 = \frac{\eta}{\rho K} > 0 \qquad (22)$$

O sistema de equações (19)/(20) é um sistema hiperbólico não-linear de equações diferenciais, cujas funções incógnitas são $\phi(x,t)$ e $v(x,t)$.

Para o problema específico da placa porosa, estamos interessados em determinar as funções $\phi(x,t)$ e $v(x,t)$ sujeitas às seguintes condições iniciais

$$\phi(x,0) = \phi_o(x) \quad , \quad 0<x<L \qquad (23)$$

$$v(x,0) = 0 \quad , \quad 0<x<L \qquad (24)$$

e, com base na equação clássica da difusão proporemos, como primeira aproximação, as seguintes condições de contorno

$$\phi(0,t) = \phi_- = \text{constante} \quad t>0 \qquad (25)$$

$$v(L,t) = 0 \quad t>0 \qquad (26)$$

A condição (25) diz que a fração de fluido é fixa sobre o plano x=0, sendo igual à porosidade da placa (já que se supos esta superfície saturada). A condição (26) traduz a impermeabilidade da superfície x=L.

Podemos formular o problema adimensionalmente, através das seguintes definições

$$x^+ = \frac{x}{L} \qquad (27)$$

$$t^+ = \frac{t\sqrt{c}}{L} \qquad (28)$$

$$c_1^+ = \frac{c_1 L}{\sqrt{c}} \qquad (29)$$

$$u(x^+,t^+) = \frac{v(x,t)}{\sqrt{c}} \qquad (30)$$

que nos permitem escrever o seguinte sistema

$$\frac{\partial \phi}{\partial t^+} + \frac{\partial}{\partial x^+}(\phi u) = 0 \qquad (31)$$

$$\frac{\partial}{\partial t^+}(\phi u) + \frac{\partial}{\partial x^+}(\phi u^2+\phi^2) = -c_1^+\phi^2 u \qquad (32)$$

sujeito às seguintes condições

$$\phi(x^+,0) = \phi_o(x^+) \qquad 0<x^+<1 \qquad (33)$$

$$u(x^+,0) = 0 \qquad 0<x^+<1 \qquad (34)$$

$$(0,t^+) = \phi_- \qquad t^+>0 \qquad (35)$$

$$u(1,t^+) = 0 \qquad t^+>0 \qquad (36)$$

SOLUÇÃO APROXIMADA

Para simular o enchimento da placa porosa lançamos não de um método numérico para a obtenção de soluções aproximadas do sistema (31)/(32) sujeito a (33), (34),(35) e (36).

O procedimento adotado foi o seguinte:

1º) Solução analítica do Problema de Riemann associado

$$\frac{\partial}{\partial t^+}\begin{pmatrix}\phi\\ \phi u\end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial x^+}\begin{pmatrix}\phi u\\ \phi u^2+\phi^2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\ 0\end{pmatrix} \qquad (37)$$

$$\phi(x^+,0) = \phi_L = \text{constante} \qquad x^+<0 \qquad (38)$$

$$u(x^+,0) = u_L = \text{constante} \qquad x^+<0 \qquad (39)$$

$$\phi(x^+,0) = \phi_R = \text{constante} \qquad x^+>0 \qquad (40)$$

$$u(x^+,0) = u_R = \text{constante} \qquad x^+>0 \qquad (41)$$

2º) Aplicação do método de Glimm-Chorim para avançar de um instante t_n até t_{n+1}, considerando uma condição inicial qualquer, em t_n, e as condições de contorno dadas. A condição inicial dada é transformada numa função escada formada por degraus de mesma largura.

3º) Utilização de uma Fatoração, para considerar o termo $-c_1^+\phi^2 u$, da seguinte forma

a) $$\frac{\partial}{\partial t^+}\begin{pmatrix}\phi\\ \phi u\end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial x^+}\begin{pmatrix}u\\ \phi u^2+\phi^2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\ 0\end{pmatrix} \qquad (42)$$

b) $$\frac{\partial}{\partial t^+}\begin{pmatrix}\phi\\ \phi u\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\ -c_1^+\phi^2 u\end{pmatrix} \qquad (43)$$

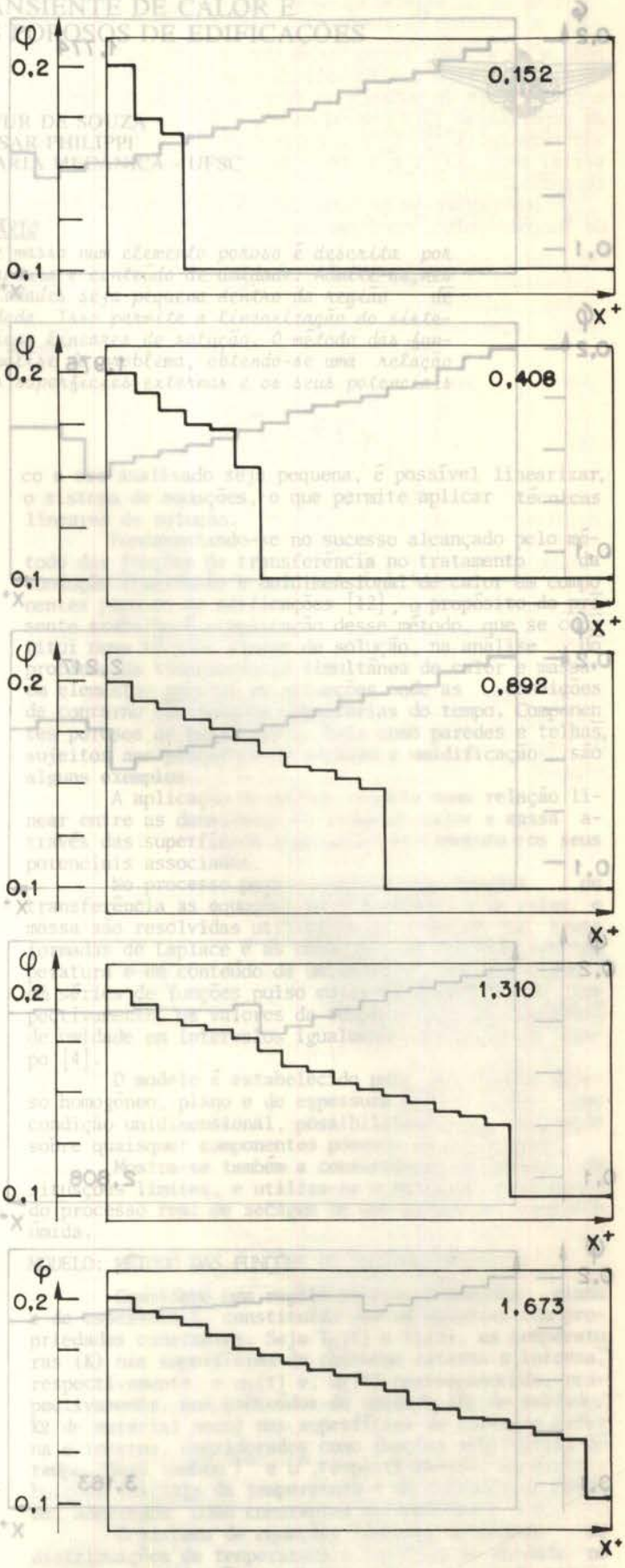
Depois de se avançar de t_n até t_{n+1}, com o método de Glimm-Chorin, com (42), constrói-se a nova função escada que será utilizada como condição inicial para (43). Avança-se com esta condição inicial, por (43), no mesmo intervalo de tempo. As funções obtidas serão utilizadas como condição inicial no tempo t_{n+1}. O procedimento pode ser repetido quantas vezes for necessário. Uma discussão mais detalhada pode ser encontrada em [3,4].

ALGUNS RESULTADOS

A figura 2 apresenta alguns resultados obtidos para o caso onde $c_1^+=10$, $\phi_-=0,2$ e $\phi_o(x^+)=0,1$.

Foram empregados vinte degraus para a solução aproximada, sendo o valor de ϕ fixo no primeiro degrau e o valor de u (u=0) fixo no último degrau, para simular as superfícies saturada e impermeável.

O número indicado em cada retângulo indica o valor da variável t^+.



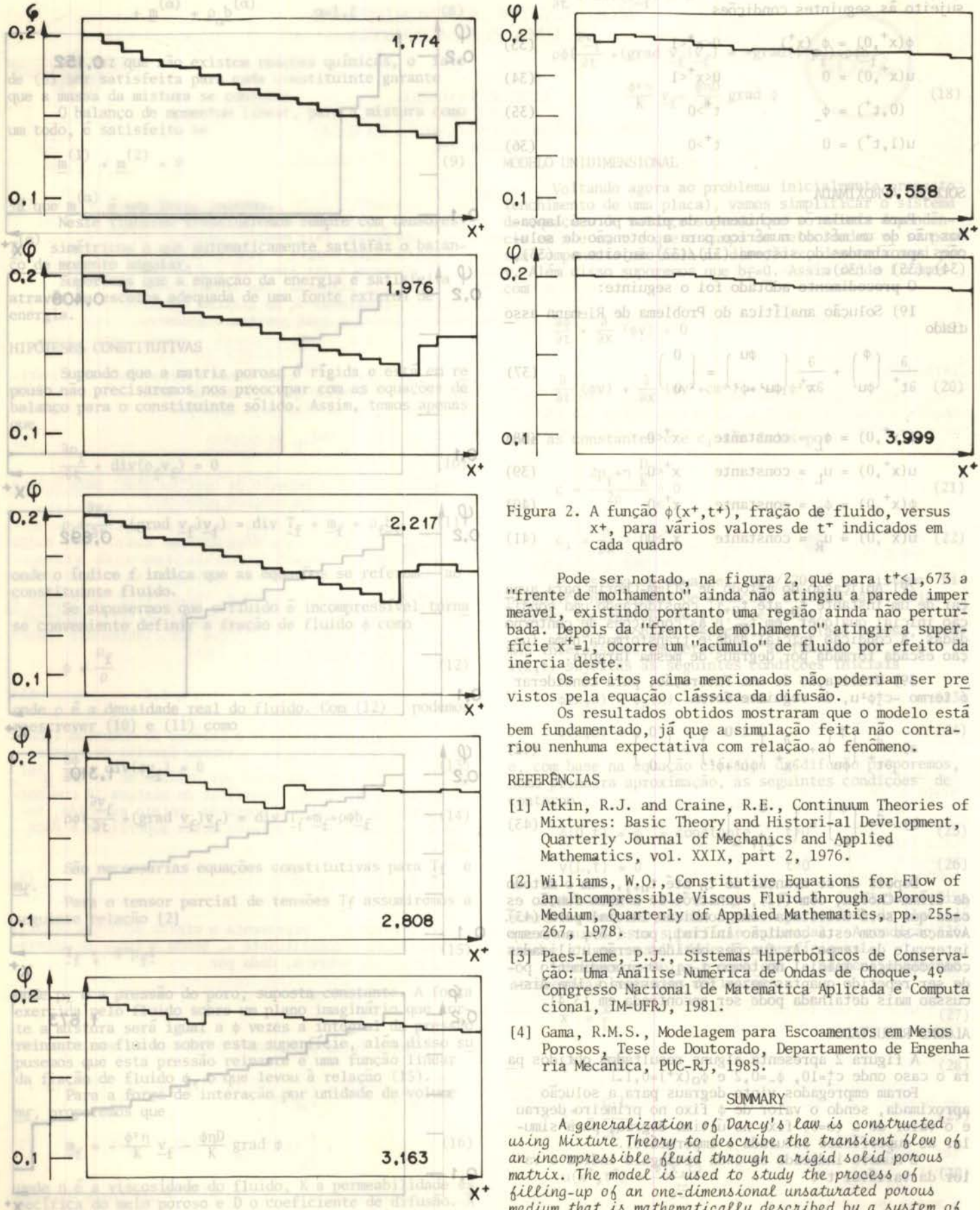


Figura 2. A função $\phi(x^+,t^+)$, fração de fluido, versus x^+, para vários valores de t^+ indicados em cada quadro

Pode ser notado, na figura 2, que para $t^+<1,673$ a "frente de molhamento" ainda não atingiu a parede impermeável, existindo portanto uma região ainda não perturbada. Depois da "frente de molhamento" atingir a superfície $x^+=1$, ocorre um "acúmulo" de fluido por efeito da inércia deste.

Os efeitos acima mencionados não poderiam ser previstos pela equação clássica da difusão.

Os resultados obtidos mostraram que o modelo está bem fundamentado, já que a simulação feita não contrariou nenhuma expectativa com relação ao fenômeno.

REFERÊNCIAS

[1] Atkin, R.J. and Craine, R.E., Continuum Theories of Mixtures: Basic Theory and Histori-al Development, Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, vol. XXIX, part 2, 1976.

[2] Williams, W.O., Constitutive Equations for Flow of an Incompressible Viscous Fluid through a Porous Medium, Quarterly of Applied Mathematics, pp. 255-267, 1978.

[3] Paes-Leme, P.J., Sistemas Hiperbólicos de Conservação: Uma Análise Numérica de Ondas de Choque, 4º Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, IM-UFRJ, 1981.

[4] Gama, R.M.S., Modelagem para Escoamentos em Meios Porosos, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-RJ, 1985.

SUMMARY

A generalization of Darcy's law is constructed using Mixture Theory to describe the transient flow of an incompressible fluid through a rigid solid porous matrix. The model is used to study the process of filling-up of an one-dimensional unsaturated porous medium that is mathematically described by a system of nonlinear hyperbolic equations that is non-homogeneous due to the drag force between the fluid and the solid matrix. The system is analysed throughly and solved numerically.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

TRANSFERÊNCIA TRANSIENTE DE CALOR E UMIDADE EM ELEMENTOS POROSOS DE EDIFICAÇÕES

HENOR ARTUR DE SOUZA
PAULO CÉSAR PHILIPPI
DEPTO. DE ENGENHARIA MECÂNICA - UFSC

SUMÁRIO

A transferência simultânea de calor e massa num elemento poroso é descrita por um par de equações não lineares para temperatura e conteúdo de umidade. Admite-se, neste trabalho, que a variação real das propriedades seja pequena dentro da região de análise, na situação específica a ser estudada. Isso permite a linearização do sistema de equações e possibilita o uso de técnicas lineares de solução. O método das funções de transferência é utilizado para a análise do problema, obtendo-se uma relação linear entre os fluxos de calor e massa nas superfícies externas e os seus potenciais associados.

INTRODUÇÃO

A transferência simultânea de calor e massa com mudança de fase no interior de um elemento poroso é um fenômeno que ocorre em vários processos da natureza bem como em sistemas industriais, envolvendo a secagem de materiais e/ou a umidificação. O movimento da umidade em componentes porosos de edificações, em particular, constitui uma situação especialmente importante.

Os processos de mudança de fase que ocorrem no interior e nas superfícies limites do elemento poroso, podem afetar, além das propriedades estruturais dos materiais que constituem esse elemento, a transferência de calor através do mesmo [1,2].

Uma análise desses processos é, no entanto, complicada por fatores tais como a estrutura da matriz sólida e a forma e distribuição dos vazios [3]. Desse modo, um estudo minucioso do processo da transferência simultânea de calor e massa ocorrendo dentro do elemento poroso é bastante complicado mesmo para uma matriz sólida regular. Em consequência uma aproximação usual, considerada na análise é de meio contínuo [3,4]. Outra dificuldade que surge é a forte dependência das propriedades de transporte em relação ao conteúdo de umidade e a temperatura [5, 6].

Mesmo com as dificuldades assinaladas acima, existe uma extensa literatura [5, 6, 7] para a formulação matemática do processo de transferência de calor e massa em elementos porosos. Utilizando as equações da energia térmica, a lei de Darcy para o fluxo de líquido e a lei de Fick; e incluíndo o efeito térmico sobre a transferência de massa, Philip e de Vries [5], e de Vries [6] desenvolveram um sistema acoplado de equações governantes para esse processo, similar ao sistema obtido por Luikov [7]. A formulação matemática resulta num par de equações não lineares acoplando as distribuições de temperatura e conteúdo de umidade.

O desenvolvimento dessas equações, baseado nas teorias desenvolvidas por Luikov [7], e por Philip e de Vries [5] é descrito em [4] e não será aqui apresentado devido as limitações de espaço.

O trabalho analítico na obtenção de soluções para esse par de equações não lineares acopladas apresenta grandes dificuldades matemáticas e, consequentemente, as correspondentes soluções podem ser obtidas somente para configurações geométricas e condições de contorno mais simples [8,9].

Soluções numéricas das equações de transporte, abrangendo casos específicos, são encontradas na literatura [10,11,12], onde o método de diferenças finitas é o mais comumente usado. O método dos elementos finitos tem sido também usado [10].

Admitindo-se, no entanto, que a variação real das propriedades do material dentro da faixa de variação das variáveis que caracterizam o problema específico a ser analisado seja pequena, é possível linearizar, o sistema de equações, o que permite aplicar técnicas lineares de solução.

Fundamentando-se no sucesso alcançado pelo método das funções de transferência no tratamento da condução transiente e unidimensional de calor em componentes porosos de edificações [12], o propósito do presente trabalho é a aplicação desse método, que se constitui numa técnica linear de solução, na análise do problema da transferência simultânea de calor e massa em elementos porosos em situações onde as condições de contorno são funções arbitrárias do tempo. Componentes porosos de edificações, tais como paredes e telhas, sujeitos aos processos de secagem e umidificação são alguns exemplos.

A aplicação do método resulta numa relação linear entre as densidades de fluxo de calor e massa através das superfícies limitantes do elemento e os seus potenciais associados.

No processo para a obtenção das funções de transferência as equações de transferência de calor e massa são resolvidas utilizando-se o método das transformadas de Laplace e as condições de contorno (em temperatura e em conteúdo de umidade) são desenvolvidas em séries de funções pulso cujos coeficientes são, respectivamente, os valores da temperatura e do conteúdo de umidade em intervalos igualmente espaçados de tempo [4].

O modelo é estabelecido para um elemento poroso homogêneo, plano e de espessura finita e para uma condição unidimensional, possibilitando sua aplicação sobre quaisquer componentes porosos de edificações.

Mostra-se também a consistência do modelo em situações limites, e utiliza-se o mesmo no tratamento do processo real de secagem de uma parede de concreto úmida.

MODELO: MÉTODO DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA

Considere uma região porosa, homogênea, plana e de espessura L, constituída por um material com propriedades constantes. Seja $T_0(t)$ e $T_L(t)$, as temperaturas (K) nas superfícies de contorno externa e interna, respectivamente, e $u_0(t)$ e, $u_L(t)$ correspondendo, respectivamente, aos conteúdos de umidade (Kg de umidade/Kg de material seco) nas superfícies de contorno externa e interna, considerados como funções arbitrárias do tempo. Seja também T^o e u^o, respectivamente, as distribuições iniciais da temperatura e do conteúdo de umidade, admitidos como constantes no instante t = 0.

O sistema de equações lineares acoplando as distribuições de temperatura e conteúdo de umidade no material, sujeito às condições acima, de acordo com [4] é dado por:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_q \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\varepsilon r}{C_q} \frac{\partial u}{\partial t} \quad , \qquad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a_m \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + a_m \delta \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad , \qquad (2)$$

onde a_q e a_m são, respectivamente, a difusibilidade térmica (m^2/s) e a difusibilidade mássica (m^2/s), ε é o coeficiente de mudança de fase, r é o calor latente de vaporização (J/Kg de umidade), δ é o fator de difusão térmica (K^{-1}), C_q é o calor específico (J/Kg de material seco .K), t é o tempo (s) e x é a coordenada referencial.

Desenvolve-se as condições de contorno em séries de funções-pulso, conforme expressões abaixo,

$$T(t) = \sum_{i=1}^{\tau-1} T_{i+1} \, \Omega(t_i) \quad , \qquad (3a)$$

$$u(t) = \sum_{i=1}^{\tau-1} u_{i+1} \, \Omega(t_i) \quad , \qquad (3b)$$

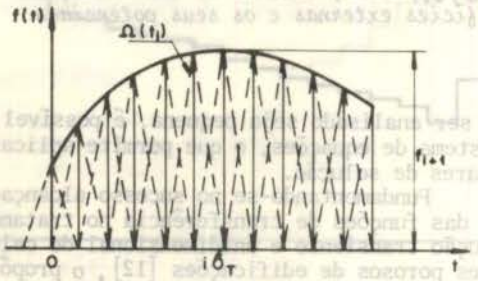


Figura 1 - Representação de uma função f(t) através de pulsos triangulares

cujos coeficientes são os valores da temperatura e do conteúdo de umidade em intervalos igualmente espaçados de tempo (fig. 1), e onde $\Omega(t_i)$ é a função pulso triangular [4], dada por:

$$\Omega(t_i) = u_0(t_i) \frac{t_i}{\delta_T} - u_{\delta_T}(t_i) \frac{2}{\delta_T}(t_i - \delta_T) + \qquad (4)$$

$$+ u_{2\delta_T}(t_i) \frac{1}{\delta_T}(t_i - 2\delta_T) \quad ,$$

onde τ é um inteiro positivo associado ao tempo t, $t=\tau\delta_T$, δ_T é o incremento do tempo, $t_i = t - i\delta_T$, e $u_a(t_i)$ é a função de Heaviside,

$$u_a(t_i) = \begin{cases} 0 \, , & t_i < a \\ 1 \, , & t_i \geq a. \end{cases} \qquad (5)$$

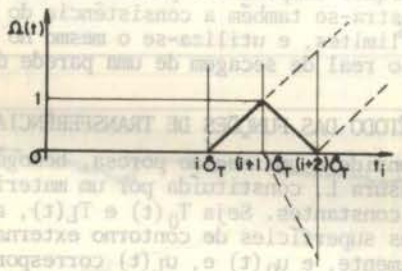


Figura 2 - Representação de uma função-pulso triangular.

Aplicando-se a transformada de Laplace nas Eqs. (1) e (2) e nas condições de contorno, e utilizando o princípio de superposição onde a temperatura e o conteúdo de umidade são representados conforme as Eqs. (3), o método das funções de transferência para a transferência de calor e umidade num elemento poroso resulta na seguinte equação [4]:

$$\begin{bmatrix} j_{q,0} \\ j_{q,L} \\ j_{m,0} \\ j_{m,L} \end{bmatrix}_{(\tau)} = \sum_{j=0}^{\tau} \begin{bmatrix} U_j & -V_j & W_j & -Z_j \\ V_j & -U_j & Z_j & -W_j \\ S_j & -T_j & X_j & -Y_j \\ T_j & -S_j & Y_j & -X_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{0,\tau-j} \\ \psi_{L,\tau-j} \\ \phi_{0,\tau-j} \\ \phi_{L,\tau-j} \end{bmatrix} \qquad (6)$$

que relaciona as densidades de fluxo, de calor j_q e de massa j_m no instante τ, com valores das temperaturas ψ $\psi=T-T_0$, e dos conteúdos de umidade ϕ, $\phi=u-u_0$, nos contornos da região nos instantes τ, $\tau-1$, $\tau-2$,....,0. A Eq. 6 representa uma generalização do trabalho de Kusuda [12], para o problema específico da transferência unidimensional transiente de calor em corpos sujeitos a condições de contorno arbitrárias. Os parâmetros U_j, V_j, W_j, Z_j, S_j, T_j, X_j, Y_j, (j=0,1,....) são as funções de transferência da região porosa finita e são dependentes apenas do comprimento dessa região e das difusibilidades térmica a_q e mássica a_m. As expressões para essas funções são mostradas em [4].

Da Eq. (6), observa-se que as funções U_j e V_j estão associadas unicamente ao processo de transferência de calor sendo equivalentes, às funções de transferência obtidas por Kusuda [12], já as funções X_j e Y_j estão associadas ao processo de transferência de massa. As funções U_j descrevem a influência das temperaturas da superfície em análise, em instantes anteriores, sobre a densidade de fluxo de calor correspondente, no instante considerado. Estão portanto associados à capacidade de armazenamento térmico do material. As funções V_j, por outro lado, descrevem a influência das temperaturas da superfície oposta àquela em questão, em instantes anteriores, sobre a densidade de fluxo de calor no instante em consideração. As funções X_j descrevem a influência dos conteúdos de umidade na superfície em análise, em instantes anteriores, sobre a densidade de fluxo de massa correspondente a mesma superfície no instante em consideração. Assim como as funções U_j para a transferência de calor, as funções X_j estão portanto assoiadas à capacidade de armazenamento de umidade do material. Da mesma forma as funções Y_j, descrevem a influência dos conteúdos de umidade na superfície oposta àquela em questão.

As demais funções, conforme mostra a Eq. (6) descrevem a interferência entre os dois processos de transferência, devido aos processos de mudança de fase e de difusão térmica da umidade. As funções W_j e Z_j associam-se ao efeito dos processos de evaporação e condensação dentro do elemento poroso sobre o transporte de calor. Elas são proporcionais ao calor latente de vaporização r e ao fator de mudança de fase ε e descrevem, respectivamente, a influência dos conteúdos de umidade na superfície em análise e na superfície oposta, em instantes precedentes, sobre a densidade de fluxo de calor correspondente a superfície em questão, no instante considerado.

Finalmente, as funções S_j e T_j estão associadas ao efeito da difusão de umidade promovida por gradientes de temperatura, sendo proporcionais à difusibilidade térmica. Essas funções descrevem, respectivamente, a influência das temperaturas na superfície em questão e na superfície oposta, em instantes anteriores, sobre a densidade de fluxo de massa correspondente a superfície em análise, no instante em consideração.

Situações Assintóticas

O calculo das funções de transferência, como é mostrado em [4], é feito em função de parâmetros característicos do problema. Em termos de importância, o número de Luikov, Lu, o coeficiente de mudança de fase, ε e o fator de difusão térmica, δ, são os parâmetros mais relevantes para o processo combinado de transferência de calor e massa em meios porosos [4]. O parâmetro Lu é definido como sendo a razão entre as difusibilidades mássica e térmica, $Lu = a_m/a_q$, ε como sendo a razão

entre a quantidade de vapor que é adicionada a um elemento de volume por difusão e a quantidade total de umidade que é adicionada ao mesmo elemento de volume, no mesmo período de tempo, e δ representa a transferência de vapor e líquido associada a um gradiente de temperatura.

Dessa forma, de modo a verificar a consistência da Eq. (6) e das expressões obtidas para as funções de transferência, [4], é interessante analisar-se certas situações em que esses parâmetros adquirem valores extremos, caracterizando problemas mais simples, cujas soluções já são conhecidas e/ou podem ser obtidas por métodos complexos.

Por serem parâmetros de interferência essas situações serão normalmente caracterizadas pela anulação de um ou mais desses fatores. Assim:

a - Situação correspondente a Lu=0 - caracteriza um processo em que não há transferência de massa e cuja solução já é conhecida [12]. Nessa situação somente as funções U_j, V_j, (j=0,1,....), resultam não nulas, de modo consistente com a condição de que há transferência de calor unicamente, quando Lu=0. As equações resultantes dessa situação e das situações seguintes são mostradas em detalhes em [4] e aqui não serão apresentadas devido as limitações de espaço.

b - Situação correspondente a ε=0 - caracteriza um processo em que a transferência de calor independe da transferência de massa. Descreve a situação que o meio poroso se encontra saturado de umidade, e a migração de umidade no interior do meio se dá somente por transporte de líquido. Os processos de mudança de fase ocorrem somente nas superfícies de contorno da região, onde acontece a evaporação do líquido interstical e/ou a condensação do vapor a partir da atmosfera adjacente. Nessa situação as funções W_j, Z_j, (j=0,1,...) são nulas, de modo consistente com o fato de que não deve haver influência do processo de transferência de massa sobre o processo de transferência de calor.

c - Situação correspondente a δ=0 - caracteriza um processo em que não há efeito térmico sobre a variação do conteúdo de umidade. A equação de transferência de massa (2) fica desacoplada da equação de transferência de calor (1). Nessa situação as funções S_j, e T_j, (j=0, 1,...) são nulas, o que mostra a consistência das expressões obtidas, [4], para a condição de que não há efeito térmico sobre a variação interna de conteúdo de umidade. Assim como a situação em ε=0, a situação correspondente a δ=0, caracteriza problemas de interesse prático envolvendo a análise térmica dos componentes porosos de edificações [10].

d - Situação correspondente a $\varepsilon=\delta=0$ - caracteriza a situação em que o meio poroso está saturado de umidade e o efeito térmico sobre a transferência de massa não existe, isto é, as Eqs. (1) e (2) ficam totalmente desacopladas. Nessa situação resultam diferentes de zero somente as funções U_j, V_j, X_j e Y_j, (j=0,1,...), associadas aos processos de transferências de calor e massa, respectivamente. As demais funções são nulas, consistente com o fato de que não deve haver interdependências dos processos de transferência quando $\varepsilon=\delta=0$. Essa situação reflete problemas mais simples, onde os processos de transferência de calor e massa são analisados como sendo dois processos separados e em paralelo, cujas soluções podem ser obtidas por métodos menos complexos.

A principal limitação imposta pelo método das funções de transferência na resolução do sistema de equações diferenciais acopladas para a temperatura e para o conteúdo de umidade é a de que esse sistema de equações governantes seja linear, o que implica na consideração de que a variação real das propriedades do meio poroso seja pequena, dentro da faixa de variação das variáveis T e u. Uma outra limitação está ligada as dificuldades encontradas na obtenção das relações funcionais dos coeficientes de transporte para o elemento poroso em relação a T e u. Em situações práticas, isso pode afetar significativamente a aplicabilidade do modelo.

APLICAÇÃO

O método acima desenvolvido é aqui aplicado para a simulação do período inicial do processo de secagem de uma parede de concreto de edificação de 20cm de espessura, preliminarmente saturada de umidade. A superfície de contorno interna da parede é admitida estar em contato com o ar a uma temperatura de 20°C e a um nível constante de umidade relativa de 50%. A superfície de contorno externa é admitida estar trocando calor e umidade com um meio cuja temperatura e umidade relativa flutuam periodicamente entre 18 e 28,4°C e entre 56 e 92%, respectivamente. Admite-se ainda que a superfície de contorno externa absorve radiação solar durante o período diurno, atingindo um máximo de 850 (W/m²) ao meio dia.

As condições de contorno que descrevem a lei de troca de calor e massa entre as superfícies limitantes da parede e o meio adjacente são representadas pelas seguintes equações que devem ser aplicadas para cada superfície de contorno da parede [4,7]:

$$-\lambda_q (\nabla T)_s - r(1-\varepsilon)\underline{j}_{ms} + \underline{j}_{qs} + \alpha_r \cdot \underline{j}_{qr} = 0 \quad , \qquad (7)$$

$$-a_n \rho_o \left[(\nabla u)_s + \delta (\nabla T)_s \right] + \underline{j}_{ms} = 0 \quad , \qquad (8)$$

onde s é o sub-índice associado às condições nas superfícies de contorno da parede, ρ_o é a massa específica da matriz sólida (Kg de material seco/m³), λ_q é a condutibilidade térmica sem considerar migração de umidade (W/m.K), α_r é a absortividade em ondas curtas do material, $\underline{j}_{qr}$ é o fluxo de calor por radiação (W/m²), $\underline{j}_{ms}$ e $\underline{j}_{qs}$ são, respectivamente, o fluxo de umidade (Kg de umidade/m².s) e o calor sensível (W/m²) trocados entre a superfície do elemento e o meio ambiente.

O fluxo de calor $\underline{j}_{qs}$ pode ser escrito como sendo proporcional à uma diferença entre as temperaturas da superfície do elemento, T_s, e do meio adjacente, T_a, considerando-se que a troca de calor entre a superfície do elemento e o meio se dá somente por convecção [7]:

$$\underline{j}_{qs} = \alpha_q (T_s - T_a) \quad , \qquad (9)$$

onde α_q é o coeficiente de transferência de calor (W/m².K).

Admite-se, da mesma forma, que a troca de massa entre a parede e o meio ambiente possa ser escrita como sendo proporcional à uma diferença de potenciais químicos (J/Kg) do vapor na superfície do elemento, μ_s, e no meio, μ_a, por ser este o potencial mais adequado a ser usado para a transferência de massa entre diferentes fases [13]:

$$\underline{j}_{ms} = \alpha_\mu (\mu_s - \mu_a) \quad , \qquad (10)$$

onde α_μ é o coeficiente de transferência da massa referenciado à difernça de potenciais químicos ((Kg/m².s) / (J/Kg)).

A equação acima tem uma dependência não linear em relação à temperatura T e ao potencial capilar Ψ na superfície de contorno do elemento [4]. O potencial capilar Ψ representa a capacidade de adsorção da umidade do ar pela superfície limitante do elemento e pode afetar significativamente a transferência de massa, especialmente quando o conteúdo do umidade no elemento é reduzido. Em [4], a Eq. (10) foi linearizada, possibilitando a obtenção de um sistema de quatro equações lineares (duas para cada superfície limitante) das Eqs. (6), (7) e (8). A solução detalhada desse sistema é apresentada em [4].

Os resultados foram obtidos, admitindo-se um fator de mudança de fase, ε=0, e distribuições iniciais constantes para a temperatura (20°C) e para o conteúdo de umidade (0,20 Kg de umidade/Kg de material seco) nas superfícies limitantes. Na figura 3 é mostrada a evolução da temperatura e do conteúdo de umidade na su-

perfície de contorno externa da parede nos três primeiros ciclos diários após o início do processo de secagem. O conteúdo de umidade reduz-se durante o período diurno, devido a evaporação da umidade para o ambiente em decorrência da incidência de radiação solar sobre essa superfície, e apresenta, no entanto, uma distribuição com coeficiente angular positivo à noite. Isso se deve a um fluxo de massa da superfície de contorno interna para a superfície de contorno externa, e, em alguns casos, ao processo de condensação a partir da camada de ar adjacente.

A incidência de radiação solar sobre a superfície de contorno externa e a consequente evaporação da umidade nessa superfície determinam basicamente a evolução da temperatura no período diurno.

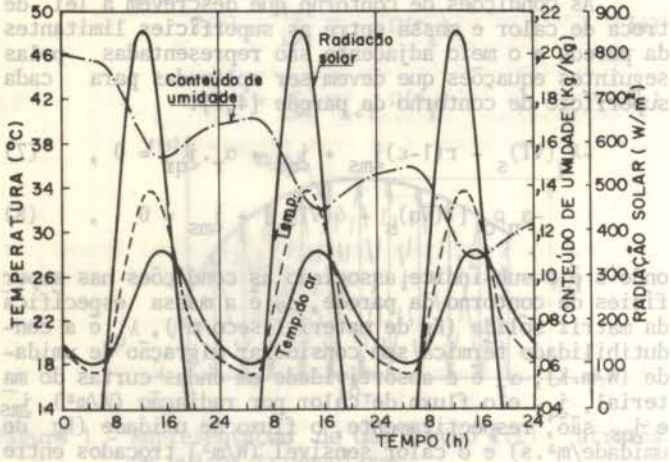


Figura 2 - Distribuições da temperatura e do conteúdo de umidade na superfície de contorno externa de uma parede de concreto de 20cm de espessura num processo de secagem. Para Lu=0,2 ; ε=0; δ=2x10^{-} K; Ψ=-100m; Biqe=2,5; Biqi= 1,0.

A distribuição do conteúdo de umidade apresenta evoluções temporais semelhantes em cada ciclo diário, diminuindo porém de um ciclo para outro, visto que as condições do meio ambiente adjacente são mantidas as mesmas em todos os ciclos. Adistribuição temporal da temperatura nas superfícies de contorno, fica por outro lado, inalterada quando ε=0 durante todo o período.

Resultados adicionais mostrando a habilitação do modelo na análise do comportamento higro-térmico de elementos porosos de edificações, sujeitos a condições de terceira espécie, funções arbitrárias do tempo são apresentadas em [4].

CONCLUSÕES

Um modelo matemático baseado no método das funções de transferência foi desenvolvido para o tratamento do problema da transferência simultânea de calor e massa em meios porosos, sujeitos a condições de contorno arbitrárias. As funções de transferência foram também avaliadas para algumas situações limites, que descrevem problemas práticos, mostrando-se consistentes nessas situações. A aplicabilidade desse método na resolução de problemas da transferência acoplada de calor e massa em meios porosos parece ser bastante ampla e prática, principalmente quando os processos internos de mudança de fase são considerados.

REFERÊNCIAS

[1] Newman, C. J., "Distorcion of External Doors", Building Research and Pratice, v.12 (1984), jan./fev., p. 25-29.

[2] Poppei, G.; Venzmer, H. and Zacharias, B., "Evaporation from Damp Walls", Building Research and Pratice, v.12 (1984), jul./ago.,p. 223-229.

[3] Huang, C. L. D.; Siang, H. H. and Best, C. H., "Heat and Moisture Transfer in Concrete Slabs", Int. J. Heat Mass Transfer, v.22 (1979),p. 257-266.

[4] Souza, H. A., Método das Funções de Transferência para a Transferencia simultanea de Calor e Umidade em Elementos Porosos, Dissertaçao de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis (1985).

[5] Philip, J. R. and De Vries, D.A., "Moisture Movement in Porous Materials Under Temperature Gradients", Trans. American Geophysical Union, v. 38 (1957), p. 222-232.

[6] De Vries, D. A., "Simultaneous Transfer of Heat and Moisture in Porous Media", Trans. American Geophysical Union, v.39 (1958), p. 909-916.

[7] Luikov, A.V., Heat and Mass Transfer in Capillary-Porous Bodies, Pergamon Press, Oxford (1966) .

[8] Luikov, A.V., and Mikhailov, Yu.A., Theory of Energy and Mass Transfer, Pergamon Press, Oxford (1965).

[9] Dinulescu, H. A. and Eckert, E.R.G., "Analysis of the One-Dimensional Moisture Migration Caused by Temperature Gradients in a Porous Medium", Int. J. Heat Mass Transfer, v.23 (1980). p. 1069-1078.

[10] Comini, G. and Del Giudice, S., "Finite Element Analysis of Heat and Mass Transfer in Building", in Energy Conservation in Heating, Cooling and Ventilating Buildings, C.J. Hoogendoorn and N.H. Afgan., Hemisphere Publishing Corporation, Whashington (1978), p. 25-36.

[11] Eckert, E.R.G. and Faghri, M., "A General Analysis of Moisture Migration Caused by Temperature Deferences in an Unsatured Porous Medium", Int. J. Heart Mass Transfer, v.23 (1980), p. 1613-1623.

[12] Kusuda, T., "Agorithms for Calculating the Transient Heat Conduction by Thermal Response Factores for Multi-Layer Structures of Various Heat Conduction Systems", National Bureau of Standards, Report 10108, Whashington (1966).

[13] Matsumoto, M., 'Simultaneous Heat and Moisture-Transfer in Porous Walls and Analysis of Internal Condensation", in Energy Conservation in Heating, Cooling and Ventilating Buildings, C. J. Hoogendoorn and N.H. Afgan, Hemisphere Publishing Corporation, Whashington (1978), p. 45-58.

SUMMARY

The simultaneous heat and mass transfer in a porous element is decribed for a pair of nonlinear equations for the temperature and moisture content. It is supposed, in this work, that the actual variations of the properties is small in the analysis region in the specific situation to be analyzed. This enables us to work with linearized equations, making possible the use of linear solution methods. The method of transfer functions is then utilized for the analysis of problens, being obtained a linear relation between the heat and mass flux densities through the boundary surfaces and their associated potentials.

EFFECT OF NON-UNIFORMITIES ON THE FORCED-CONVECTION HEAT TRANSFER CHARACTERISTICS OF BLOCK — LIKE ELETRONIC COMPONENT ARRAYS

WILSON FERNANDO NOGUEIRA DOS SANTOS
PAULO ROBERTO DE SOUZA MENDES
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA — PUC/RJ

ABSTRACT

An experimental investigation has been performed to determine the effect of geometrical non-uniformities on heat transfer of arrays of rectangular modules deployed along one wall of a parallel-plate channel. The presence of a taller module in the array and its consequences on heat transfer coefficients of other modules was studied for various relative positions of the taller block. It was found that the modules situated just downstream have their heat transfer coefficients increased in 40-50%, whereas the side modules undergo even higher enhancements.

INTRODUCTION

Efficient design of cooling systems for electronic equipment is still a challenging task for the engineers. This happens mainly due to dearth of related heat transfer information. It seems that presently most desiners still employ heat transfer results obtained for physical models that are too far from the complex configurations found in electronic equipment [1].

A pioneer attempt to study a configuration that more closely reflects the actual heat transfer situation is presented in [2], where the forced convection heat transfer consequences of missing components and heat-transfer-enhancing barriers in an array of rectangular heat generating modulus is investigated. An extension of this work is presented in [3].

The work to be reported here was concerned with the effect of geometrical non-uniformities on forced convection heat transfer to air from an array of heat-generating modules deployed along one wall of a flat rectangular duct. Upon examination of the interior of any electronic equipment it is readily seen that the electronic components are far from being uniform in size and form, and this greatly complicates any attempt to closely model this physical situation. It is believed that the present work represents one more step towards a better approach to this unusually complex problem.

THE EXPERIMENTS

The physical situation reproduced in laboratory was the forced convection flow in a parallel-plate channel. The walls were adiabatic, and an array of rectangular heat-generating modules was deployed along one of the channel walls (Fig. 1). All modules were of equal dimensions, except one, which was taller than the others. The location of this taller module was varied, and heat transfer coefficients were measured at all other modules.

Although the heat transfer situation described in the foregoing paragraph was the subject of the present experimental investigation, no heat transfer experiments were performed. As a matter of fact, one of the main concerns during the experiments was to eliminate all temperature differences in the laboratory. The desired heat transfer coefficients were measured with the aid of the already well known naphthalene sublimation technique, which is based on the existing analogy between heat and mass transfer mechanisms. Therefore, only mass transfer experiments were performed.

The channel walls and modules were metallic (no mass transfer), and, for each position of the taller module (also metallic), the heat (mass) transfer coefficients of all the other modules were determined as described next. One of the metallic modules in the array was substituted by a naphthalene module of identical dimensions (specially fabricated for this application) and hence the flow in the channel was activated. With knowledge of the amount of sublimation in the naphthalene module (and of other relevant information), the heat (mass) transfer coefficient could be determined at that module position. All other relative positions were investigated in the same fashion, and the effect of the taller module could be determined by comparing the results thus obtained with heat (mass) transfer results obtained for the regular array. The transport coefficients at the tall modules were also measured by employing the same procedure, and naphthalene taller modules were also fabricated for this specific purpose.

Experimental apparatus. A rectangular duct with an aspect ratio of five to one was the main piece of the experimental apparatus. Its cross section width was 13.4cm, and the height was 2.67cm. The duct was composed of a 165.cm-long development section, followed by a 58.4-cm accessible test section (see Fig. 1), and, downstream of it, more 48.3cm of duct length. All inner surfaces were polished to provide smooth walls.

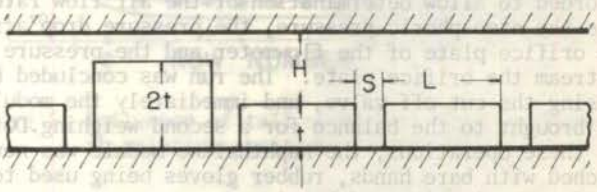


Figure 1. The test section

The bottom surface of the test section was populated with an array of small rectangular brass modules, regularly distributed in seventeen rows. Each row comprised three center modules and two half modules, one adjacent to each of the side walls. The idea behind this layout was to model an array of infinite spanwise dimension, and this procedure was shown in [2] to be satisfactory. Each center module was square in plan view and rectangular in side new, with length L= 2.67cm and height t = 1.00cm (t/L = 3/8) for the regular module and twice this height for the taller module. The intermodule gap was S = 0.67cm, such that S/L = 0.25. The height measured from top surface of module to top inner surface of duct was H = 1.67cm. Hence, the total cross section height (H + t) was equal to the module

length ((H + t)/L = 1).

All brass modules were removable, to allow substitution either by taller brass modules or by naphthalene modules, which were cast in the same two different dimensions (regular and tall modules). Furthermore, the top surface of the test section was also removable, which permitted ready access to the modules. The rectangular duct was made of aluminun with 0.64-cm thick walls, except the test section top surface, which was made of plexiglass.

An orifice-type flowmeter was installed downstream the rectangular duct, followed by a cut-off valve and another valve used to select the flow rate. After the valves, a short pipe crossing the laboratory wall connected the apparatus to two blowers, installed in an adjacent room. With this arrangement, the test section worked in a suction mode. Air entered the rectangular duct through a baffle plate, installed at one of its ends, flowed along the hydrodynamical development section, went through the test section, and then through the rest of the open loop.

Experimental procedure. Before a typical data run could be performed, several provisions had to be made. Naphthalene modules were fabricated by employing an efficient casting technique, providing perfectly smooth naphthalene surfaces. After the casting procedure, the modules were wrapped in plastic film to eliminate contact with the environment, and then transported to the laboratory room where the data runs took place.

The temperature inside the room of the experiments was controlled, to ensure no temperature changes in the environmental air during the experiments. Once the naphthalene piece to be used in a data run was in thermal equilibrium with the room air, the run was ready to start. This equilibrium period was of about sixteen hours.

The beginning of a data run was preceeded by a warming-up period of the blowers, which was necessary to ensure a steady air flow rate. During this period, the naphthalene module was already positioned in the test section, although still wrapped. Then, the blowers were switched off, the naphthalene module was removed, unwrapped, weighted in a high precision balance and positioned back in the test section. Immediately after this operation, the test section was closed and the blowers were turned on, marking the start of the data run.

During the data run, several measurements were performed. The air temperature was read at short intervals from a 0.1°C ASTM-certified thermometer, located close to the duct entrance. The additional data recorded to allow determination of the air flow rate were the atmospheric pressure, the pressure drop across the orifice plate of the flowmeter and the pressure upstream the orifice plate. The run was concluded by closing the cut-off valve, and immediately the module was brought to the balance for a second weighing. During all these operations, the naphthalene module was never touched with bare hands, rubber gloves being used to avoid contamination and heating.

To estimate the extraneous sublimation that might have occurred before starting and after terminating each data run, the run procedure was then repeated in every detail, except for the fact that at this time the blowers were never activated. This procedure determined a correction for the sublimed mass, which was always very low compared to the total mass transfer.

Data reduction. The data obtained in the experiments were employed in the determination of the per-module mass transfer coefficients, defined as

$$K = \dot{M}/(A(\rho_{nw} - \rho_{nb})) \qquad (1)$$

In equation (1), $\dot{M} = \Delta M/\Delta t$ is the mass transfer per unit time (Δm is the corrected mass sublimed, and Δt is the time duration of the run), A is the surface area of mass transfer, ρ_{nw} and ρ_{nb} are respectively the naphthalene vapor densities at the surface of the module and in the bulk flow. Since only one naphthalene module was present in the test section during a given data run, ρ_{nb} was simply equal to zero. The quantity ρ_{nw} was determined from Sogin's relation and the perfect gas law.

The Sherwood number was given by Sh = KL/D, where the diffusion coefficient D was calculated by D = ν/Sc. In this last expression, ν is the air kinematic viscosity and Sc is the Schmidt number, equal to 2.5 for the pair naphthalene-air [4]. The Reynolds number Re was chosen to be equal to ρVH/μ, where ρ and μ are respectively the air density and absolute viscosity, and V is the mean velocity at the free flow passage above the modules, at any cross section where the taller module is absent. Hence, V = $\dot{m}$/ρHW, in which $\dot{m}$ is the total air mass flow rate and W is the spanwise channel width.

The mass transfer results are also valid for heat transfer situations, provided Pr = Sc, where Pr stands for the Prandtl number. In this case, the Nusselt number Nu is equal to the Sherwood number. However, for other interesting values of Pr (specially Pr = 0.7, which is the case of heat transfer to air) the results cannot be directly employed. This difficulty is readily removed when the concept of heat-mass analogy is invoked. As discussed in [2], the Nusselt number for Pr = 0.7 (heat transfer to air) can be determined from

$$Nu = 0.632\ Sh\ . \qquad (2)$$

For other fluids, a similar expression can also be obtained.

RESULTS AND DISCUSSION

Two distinct classes of heat transfer results will now be discussed. Firstly, the heat (mass) transfer behavior at the tall module will be focused, and hence attention will be turned to the tall module influences on heat (mass) transfer at other (regular) modules.

For the sake of simplicity, all results shown in the figures are given in a ratio form, namely, $Sh/Sh_{fd,r}$, where $Sh_{fd,r}$ stands for the Sherwood number corresponding to a regular module situated in the fully developed region of a flow over a regular array. Evidently, $Sh_{fd,r}$ depends on the Reynolds number, and its dependence was determined in [2]. These experiments for the regular array were also performed in the present research, and the results obtained ($Sh_{fd,r}$ = 36.82, 57.10 and 91.67 for Re = 2000, 3700 and 7000 respectively) were in very good agreement with the just mentioned reference.

To allow direct comparisons with available results, the Reynolds number values investigated in the present experimental research were 2000, 3700 and 7000.

Tall modules. Attention is now turned to Figure 2, which illustrates the tall module Sherwood number at several streamwise locations and for some values of the Reynolds number. It is readily seen that, after the fifth row (for the Reynolds number range under investigation), the Sherwood number becomes independent of the tall module position, indicating a full development of the flow, both for the regular array and for the tall module case. As expected, the Sh values for the tall module are higher than for the regular array, since the area exposed to the core flow is larger for the tall module. Furthermore, it can be observed that the entry length mildly decreases with the Reynolds number.

Another interesting finding is that, although for the regular array the entry region is characterized by higher Sherwood numbers, the opposit is true for the Sh values corresponding to the tall module. This is explained when the two different physical situations are more closely examined.

The heat transfer rate of a regular module at the first row is higher than at subsequent rows due to two

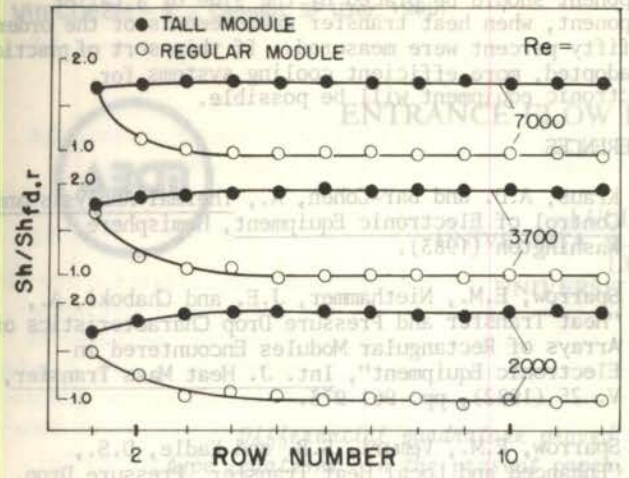


Figure 2. Sherwood number distributions for tall and regular modules

reasons. Firstly, the front surface is directly exposed to the flow, which does not happen at the other rows. Secondly, the side surfaces are still significantly active from the point of view of heat transfer, since the flow through the intermodule gaps, at this point, has velocities of the same order of magnitude as in the core flow above the modules. As the flow resistance through the gaps increases, the air tends to leave the gaps and flow only above the array, yielding higher velocities at the core and very low velocities close to the side surfaces. Hence, very low heat transfer rates are found at these side surfaces. Therefore, the top surface of a regular module carries almost all the burden of heat transfer, resulting in a pronounced decrease of the per-module average heat (mass) transfer coefficient as the flow develops. A considerably different situation occurs for the tall module. At the first row, a tall or regular module are both exposed to the same flow conditions, and hence the heat transfer coefficients are very close to each other.At subsequent rows, however, part of the front and side surfaces become nearly inactive as far as heat transfer is concerned, but, on the other hand, the rest of these same surfaces and also the top surface become exposed to higher velocities at the core, increasing heat transfer. The conjunction of these two counteracting effects yields a still positive heat transfer effect, as can be observed in Figure 2.

The fully developed Sherwood number at the tall module, $Sh_{fd,t}$, was found to be equal to $Sh_{fd,t} = 71.25$, 110.5 and 161.9 for Re=2000,3700 and 7000 respectively. A least square fit to these data yielded

$$Sh_{fd,t} = 0.497\ Re^{0.66} \qquad (3)$$

Comparison between the exponent of equation (3) and the one found in [2] for the regular array (0.72) indicates that the fully developed Sherwood number for the tall module is slightly less sensitive to the Reynolds number, since, as Re gets high, more flow penetration is obtained through the gaps. Therefore, heat transfer at the side surfaces is enhanced, and this effect is obviously stronger for the heat transfer coefficient of a regular module.

Heat transfer effects due to presence of the tall module. Figures 3 through 5 show how the Sherwood number of a regular module is affected by the proximity of a taller module. Following the convention presented at the top of Figure 3, curve ① in all three figures pertains to the per-module average Sherwood number at the relative position just upstream the tall module, plotted against its position in the array. In this manner, it becomes clear why there is no datum for the

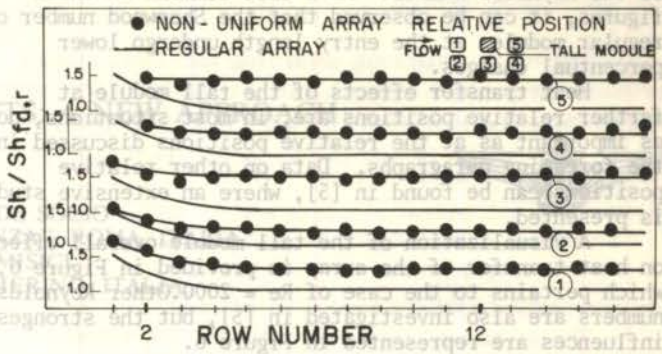


Figure 3. Influence of tall module on Sherwood number at relative positions. Re = 2000

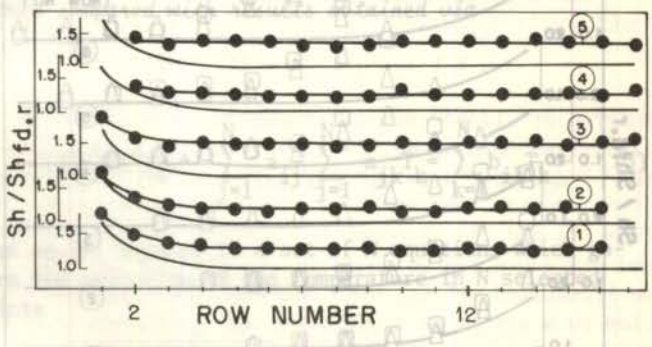


Figure 4. Influence of tall module on Sherwood number at relative positions. Re = 3700

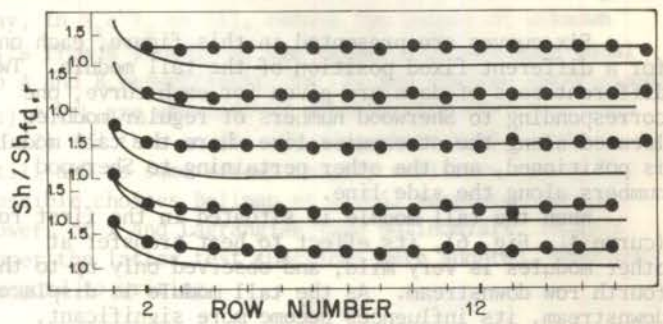


Figure 5. Influence of tall module on Sherwood number at relative positions. Re = 7000

first row in curves ④ and ⑤, since the first possible position of regular modules at these relative positions is the second row, when the tall module is located at the first row.

Upon examination of Figures 3 through 5, it can be observed that the largest enhancement of heat transfer is found at position ③, i.e., by the side of the tall module. Enhancements of up to 50 percent were observed. The second best relative position (as far as heat transfer enhancement is concerned) is just downstream the tall module (position ⑤), with enhancements almost as high as the ones found at position 3. Then follow position ④, position ①, and position ②, this last with enhancements of the order of 17%.

It can also be concluded that there is a mild trend to decrease the heat transfer enhancements as the Reynolds number increases. The relative position most sensitive to Re is position ⑤, whereas heat transfer enhancement at position ② seems to be nearly independent

of the Reynolds number. As a last comment on these figures, it can be observed that the Sherwood number of regular modules at the entry length undergo lower percentual changes.

Heat transfer effects of the tall module at farther relative positions are, in most situations, not as important as at the relative positions discussed in the foregoing paragraphs. Data on other relative positions can be found in [5], where an extensive study is presented.

A visualization of the tall module overall effect on heat transfer of the array is provided in Figure 6, which pertains to the case of Re = 2000.Other Reynolds numbers are also investigated in [5], but the strongest influences are represented in Figure 6.

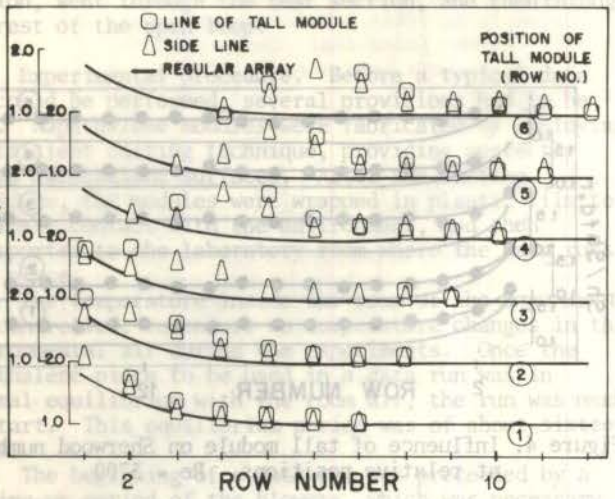


Figure 6. Influence of tall module on Sherwood number of regular modules. Re = 2000

Six curves are presented in this figure, each one for a different fixed position of the tall module. Two different sets of data are given for each curve, one corresponding to Sherwood numbers of regular modules located along the streamwise line where the tall module is positioned, and the other pertaining to Sherwood numbers along the side line.

When the tall module is situated in the first row (curve ① , Fig. 6), its effect to heat transfer at other modules is very mild, and observed only up to the fourth row downstream. As the tall module is displaced downstream, its influences become more significant, spreading farther downstream.

It is also observed that the heat (mass) transfer enhancement at modules deployed along the side line is always lower than at corresponding modules (same row) along the tall module line. When the tall module is positioned in the fully developed region of the array (after fifth row), heat transfer effects can be felt at the row just upstream and at the following six rows downstream (for Re = 2000). For other Reynolds numbers, the effects of the tall module presence are milder and confined to a smaller region in its neighborhood.

FINAL REMARKS

Experiments were performed to investigate the influence on heat transfer of the presence of non-uniformities in an array of block-like electronic components. It is inferred from the results of the present research that it is very advisable, from the point of view of cooling of electronic components, to explore the effects of these non-uniformities while arranging the components on printed-circuit boards. For example, whenever is possible, a high-power dissipating component should be placed by the side of a taller component, when heat transfer enhancements of the order of fifty percent were measured. If this sort of practice is adopted, more efficient cooling systems for electronic equipment will be possible.

REFERENCES

[1] Kraus, A.D. and Bar-Cohen, A., Thermal Analysis and Control of Electronic Equipment, Hemisphere, Washington (1983).

[2] Sparrow, E.M., Niethammer, J.E. and Chaboki, A., "Heat Transfer and Pressure Drop Characteristics of Arrays of Rectangular Modules Encountered in Electronic Equipment", Int. J. Heat Mass Transfer, V. 25 (1982), pp. 961-973.

[3] Sparrow, E.M., Vemuri, S.B. and Kadle, D.S., "Enhanced and Local Heat Transfer, Pressure Drop, and Flow Visualization for Arrays of Block-Like Electronic Components" Int. J. Heat Mass Transfer, V. 26 (1983), pp. 689-699.

[4] Sogin, H.H., "Sublimation from Discs to Air Streams Flowing Normal to their Surfaces", Trans. ASME 80 (1958), pp. 61-71.

[5] Nogueira dos Santos, W.F., "Escoamento Interno de Ar sobre uma Matriz de Módulos Retangulares: Efeitos de Não-Uniformidades na Transferência de Calor e Perda de Carga", M.S. Thesis, Pontifícia Universidade Católica - Rio de Janeiro, Brazil (1985).

ENTRANCE FLOW IN DUCTS: A NEW APPROACH

LUCIANO M. DE SÓCIO
UNIVERSITÁ "LA SAPIENZA", ROMA, ITÁLIA
LUCIANO MISICI
UNIVERSITÁ DI CAMERINO, ITÁLIA

SUMMARY

Differential quadrature proved to be a powerful method for solving diffusion type equations. In the present paper, Bellman's procedure is applied to the inlet flow in a channel, by adopting Lagrange polynomials for velocity profile representation across the flow. The method easily provides the flow development characteristics and the obtained solutions show good accuracy when compared with results obtained via existing linearized and non-linear approaches.

INTRODUCTION

The inlet flow is a standard situation which has attracted great interest in the past for comparing analytical and computational techniques, apart from its intrinsic, physical value. Due to the large number of papers related to the subject, only a few classical indicative references are here indicated where the investigated aspects of the entrance flow and most of the several approaches to the solution are reported [1,2 3,4]. In this paper, Bellman's Differential Quadrature Method (DQM) is applied which, up to now, has received scanty attention in practical applications [5,6], in spite of being -as will again be shown here- a powerful technique for solving non-linear PDE of parabolic type. After a brief description of Bellman's method, the basic equations which govern the plane flow in the inlet region of a straight channel are considered. The linearized formulation of the problem given by Sparrow et al.[7]is first considered,in order to show the capabilities of the chosen computation procedure in a case where an analytical solution exists [8]. Subsequently the non-linear parabolic system is solved and the results are compared with those obtained by means of more conventional approaches [1,9].

THE DIFFERENTIAL QUADRATURE METHOD

The DQM was first proposed by Bellman et al.[5] for solving PDE rapidly and accurately. In its essence the DQM reduces the solution of a parabolic equation to the solution of a set of ODE and the original one equation problem is approximated by an initial value problem of a set of a finite number of equations. A classical example is provided by the heat conduction equation

$$\partial T/\partial t = \partial^2 T/\partial x^2 \qquad (1)$$

If one assumes the spatial first derivative at a point x_i to be approximately expressed by

$$(\partial T/\partial x)_i \doteq \sum_{j=1}^{N} a_{ij} T_j \qquad (2)$$

and as a consequence

$$(\partial^2 T/\partial x^2)_i \doteq \sum_{j=1}^{N} a_{ij} \sum_{j=1}^{N} a_{jk} T_k = \sum_{k=1}^{N} b_{ik} T_k \qquad (3)$$

then eq.(1) reduces to a set of N equations which govern the evolution of the temperature in N selected points

$$dT_i(t)/dt \doteq \sum_{j=1}^{N} b_{ij} T_j(t) \quad \forall\, i = 1,..,N \qquad (4)$$

The initial conditions for the set (4) are immediately obtained by the initial condition for (1), while it is immediate to realize that the boundary conditions given, say, in x_A e x_B on (1), reduce the number of unknown T_i's from N to N-2, if two values of i are made equal to A and B,respectively. In (2) and (3) the coefficients a_{ij} e b_{ik} are obtained by substituting test functions in (2) and then in (1). Chosing there test functions is still and to some extent largely arbitrary. Among the possible choices Bellman et al.[5] suggested integer powers of x and Lagrangian type polinomials. In this paper the latter test functions were adopted. They correspond to writing

$$T(t,x) \doteq \sum_{i=1}^{N} L_i(x) T_i(t) \qquad (5)$$

where $L_i(x)$ is a polynomial of (N-1)th degree, such that $L_i(x_j) = \delta_{ij}$, with δ_{ij} the Kronecker's delta. As a consequence

$$a_{ij} = \psi'(x_i)/[(x_i - x_j)\psi'(x_j)] \;;\; i \neq j$$
$$a_{ii} = \psi''(x_i)/(2\psi'(x_j)) \qquad (6)$$

where $\psi(x) = (x-x_1)(x-x_2)....(x-x_N)$

The final set (4), which is approximately equivalent to (1), is eventually solved by one of the existing several computational methods. It can be shown [6] that for $N \to \infty$ the spatial representation of the unknown T tends to the exact one.

THE INLET FLOW PROBLEM

The basic equations governing the inlet region problem for a plane channel are, in the boundary layer approximation and in dimensionless form [2]

$$\partial u/\partial x + \partial v/\partial y = 0 \qquad (7)$$

$$u\partial u/\partial x + v\partial u/\partial y = - \partial p/\partial x + (1/Re)\partial^2 u/\partial y^2 \qquad (8)$$

where standard symbols have been adopted.

The distances are dimensionless with respect to the channel semi-width while the duct symmetry plane is given by y = 0 and the entrance is at x = 0. Associated to (7-8) are the following boundary conditions

$$\begin{aligned} u = v = 0 \quad &; \quad y = 1 \quad , \quad \forall x \\ \partial u/\partial y = 0 \quad &; \quad y = 0 \quad , \quad \forall x \\ u = 1 \quad &; \quad x = 0 \quad , \quad 0 \le y < 1 \end{aligned} \qquad (9)$$

Sparrow et al. [7] found the analytical solution to a linearized form of eq. (7), where $u\partial u/\partial x$ is substituted by $u_m \partial u/\partial x$, with $u_m(x)$ a mean value of u over the cross section, and $\partial p/\partial x$ is calculated in integral form from (7) and (8). A complete treatment of the linearized procedure can be found in [8]. In this work the same linearized set has been solved by reducing the problem to a system of 9 ODE which was then dealt with by means of a 2-nd order Runge-Kutta solver.

The results of the DQM were then tested against the analytical data with excellent agreement, in spite of the relatively low value of N.

Subsequently the full non-linear problem was solved. In particular in eq.(8) one puts

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{d}{dx}\int_0^1 u^2(x,y)dy - \frac{1}{Re}\frac{\partial u(x,1)}{\partial y} \qquad (10)$$

and

$$v(x,y) = \int_y^1 (\partial u/\partial x)dt \qquad (11)$$

and the DQM is applied to the resulting equation, again for N = 11. The following set of non-linear ODE is obtained

$$u_i \frac{du_i}{dx} + B_i \sum_{j=1}^{N} (C_{ij} - 2\sum_{k=1}^{N} D_{jk}u_k)\frac{du_j}{dx} = \frac{1}{Re}\sum_{j=1}^{N}(b_{ij} - a_{Nj})u_j \qquad \forall\, i = 2,N-1$$

where

$$c_{ij} = \int_{y_i}^{1} L_j(t)dt \quad ; \quad B_i = \sum_{j=1}^{N} a_{ij}u_j$$

$$D_{jk} = \int_0^1 L_j(t)L_k(t)dt$$

subjected to

$$u_i(o) = 1 \quad ; \quad i = 2,\ldots,(N-1)$$

The final system also was solved by means of a conventional one-step computational scheme.

RESULTS AND CONCLUSION

The main results of present investigation are given in figs. (1-3). In all the drawings broken correspond to Sparrow's analytical solutions, while solid lines correspond to numerical solutions in [9]. Circles refer to present approximated solutions to the generalized problem, and squares correspond to present solutions of the non-linear system. All the represented results were obtained for a Reynolds number equal to 75.

Indicative profiles of u as a function of y at selected stations along x are given in fig. (1). Comparison of data obtained by DQM are excellent for the linearized case and fairly good for the non-linear case, when the relatively low order of the differential equivalent system is considered.

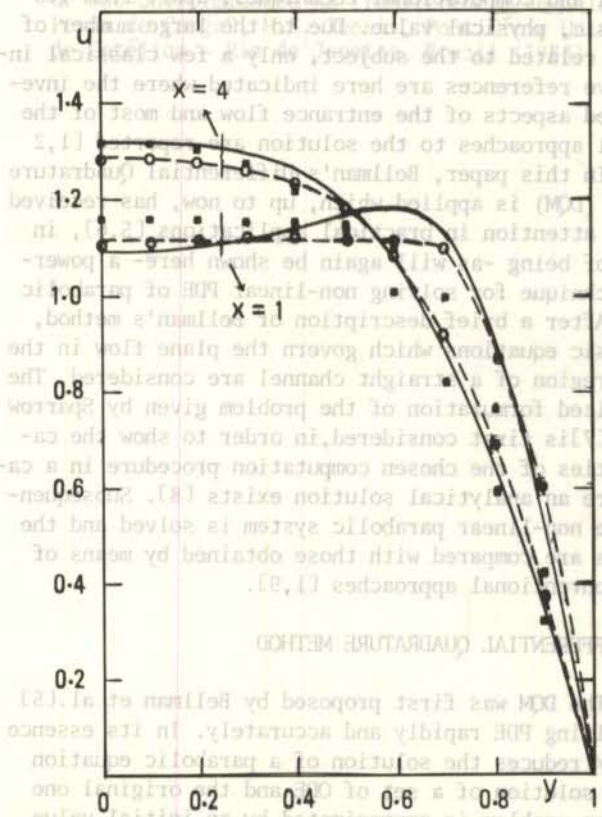


Figure 1.

Figure (2) shows the u and v profiles across the channel, close to the entrance section. The effect of the non linearity is clearly seen in terms of v changing sign and u non-monotonically decreasing from the centre plane to the wall.

Finally in fig. (3) the behaviour of the velocity along the symmetry line is given.

The present approximated results in the non linear case appear to differ from the data in [9] which

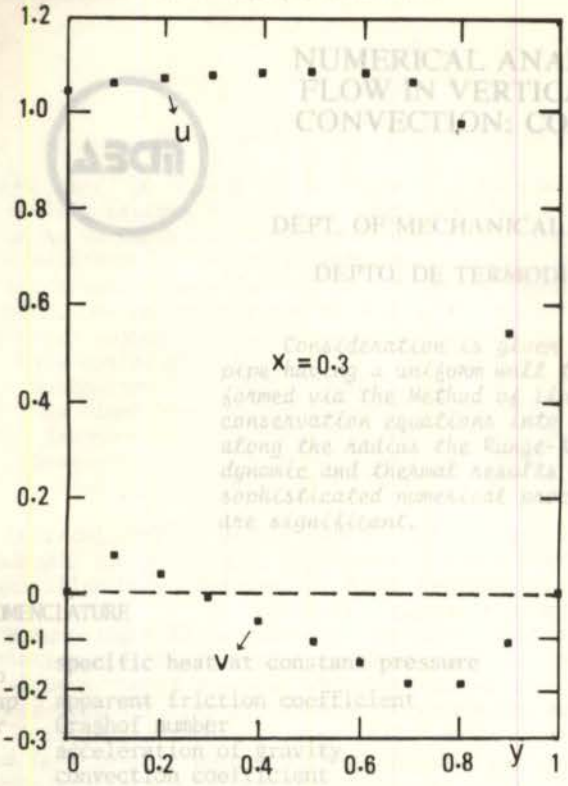


Figure 2.

where obtained via finite difference approximation, only in the proximity of entrance.

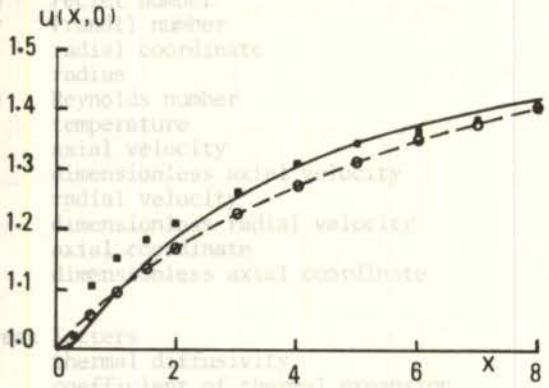


Figure 3.

As a conclusion, the DQM appears a very promising technique for the approximate, rapid solution of parabolic equations of engineering, withouth major limitations

REFERENCES

[1] Van Dyke, M.,"Entry Flow in a Channel", J.Fluid Mech., V. 44 (1970), pp. 813 - 823.

[2] Schlichting, H., Boundary Layer Theory, Mc Graw-Hill Book Co., New York (1979).

[3] Yao, L.S.,"Entry Flow in a Heated Straight Tube", J.Fluid Mech., V. 88 (1978), pp. 465 - 483.

[4] Yao, L.S. and Berger, S.A., "Entry Flow in a Curved Pipe",J.Fluid Mech., V.67 (1975) pp.177 - 196.

[5] Bellman, R., Kashef, B.G. and Casti, J., "Differential Quadrature : A Technique for the Rapid Solution of Nonlinear, Partial Differential Equations", J.Comp. Phys., V.10 (1972) pp. 40 - 52.

[6] Satofuka, N., "A New Explicit Method for the Numerical Solution of Parabolic Differential Equations" in Numerical Properties and Methodologies in Heat Transfer, T.M. Shih Editor, Hemisphere Publ. Corp. Washington (1983) pp. 97 - 108.

[7] Sparrow, E.M., Lin, S.H. and Lundgren, T.S., "Flow Development in the Hydrodynamic Entrance Region of Tubes and Ducts", The Phys.Fluids, V.7 (1964) pp. 338 - 347.

[8] Mikhailov, M.D. and Özisik, M.N., Unified Analysis and Solutions of Heat and Mass Diffusion, John Wiley and Sons, New York (1984).

[9] McDonald, J.W., Denny, V.E. and Mills, A.F.,"Numerical Solutions of the Navier-Stokes Equations in Inlet Regions", ASME Paper n°72 - APM - DD (1972).

NUMERICAL ANALYSIS FOR DEVELOPING LAMINAR FLOW IN VERTICAL DUCTS APPLIED TO COMBINED CONVECTION: COMPARARISON WITH EXPERIMENTS

ANTONIO CAMPO
DEPT. OF MECHANICAL ENGINEERING, TEXAS A&M UNIVERSITY, USA
CARLOS PERES
DEPTO. DE TERMODINÁMICA, UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR, VENEZUELA

Consideration is given to a laminar mixed convection flow in a vertical pipe having a uniform wall temperature. An analysis of the problem is performed via the Method of Lines (MOL) which allowed a transformation of the conservation equations into an initial value problem. For only ten lines along the radius the Runge-Kutta integration scheme provided reliable hydrodynamic and thermal results which are comparable to those obtained by more sophisticated numerical procedures and experiments. Savings in CPU time are significant.

NOMENCLATURE

c_p	specific heat at constant pressure
f_{ap}	apparent friction coefficient
Gr	Grashof number
g	acceleration of gravity
h	convection coefficient
k	thermal conductivity
L	parameter related to the sign of the bouyancy term
Nu	local Nusselt number
$\overline{Nu}$	average Nusselt number
n	number of lines
p	pressure
P	dimensionless pressure
Pe	Peclet number
Pr	Prandtl number
r	radial coordinate
R	radius
Re	Reynolds number
T	temperature
u	axial velocity
U	dimensionless axial velocity
v	radial velocity
V	dimensionless radial velocity
x	axial coordinate
z	dimensionless axial coordinate

Greek letters

α	thermal diffusivity
β	coefficient of thermal expansion
η	dimensionless radial coordinate
ν	kinematic viscosity
ρ	density
ψ	generalized variable

Subindices

b	mean bulk
c	center
i	line
m	mean
o	entrance
w	wall

INTRODUCTION

Laminar mixed convection usually occurs when the mass flow rate is sufficiently low to make bouyancy effects important. This situation may cause distortions in the velocity field and the temperature field in a significant manner. For these low Reynolds number flows the heat transfer rate deviates markedly from solutions based on pure forced convection.

Historically, Martinelli and Boelter [1] first solved the problem of forced and natural convection in a vertical tube in 1942. They proposed a correlation for Nusselt, Graetz and Rayleigh numbers. Subsequent studies were performed by Rosen and Hanratty [2], who presented an approximate numerical solution of the equations of motion and energy. These authors included some experimental evidence for water flow also. A more comprehensive finite-difference formulation was devised by Marner and McMillan [3] using the boundary layer assumptions for the conservation equations. In addition to this, Collins [4] used a numerical scheme for elliptic equations in order to simulate the thermo-hydraulic behavior of combined convection.

The present contribution reports an alternate numerical model for the simultaneous convection in vertical tubes. Accordingly, in the following sections a hybrid finite-difference procedure is presented, namely, the method of lines (MOL) [5]. Common features of the methodology include discrete formulations for the radial direction while retaining continuous derivatives in the axial direction. The coupling of the conservation equations gives rise to a system of first order ordinary differential equations, which in turn, allows the use of a marching integration technique. A series of calculations were made covering a range of possible physical conditions deviating from pure forced convection.

Although, not specifically described here, the present methodology is capable of handling temperature-dependent properties without additional difficulties.

GOVERNING EQUATIONS

The dimensionless conservation equations capable of describing laminar flow under the influence of simultaneous forced and natural convection in a vertical pipe are

continuity:

$$\frac{\partial U}{\partial Z} + \frac{1}{\eta}\frac{\partial}{\partial \eta}(\eta V) = 0 \qquad (1)$$

$$\int_0^1 U \eta d\eta = 1/2 \qquad (2)$$

axial momentum:

$$U\frac{\partial U}{\partial Z} + V\frac{\partial U}{\partial \eta} = -\frac{dP}{dZ} + \frac{2}{Re}\frac{1}{\eta}\frac{\partial}{\partial \eta}\left(\eta\frac{\partial U}{\partial \eta}\right) + \frac{4GrL\theta}{Re^2} \qquad (3)$$

where

L = 1 for upflow with cooling
L = -1 for upflow with heating

energy:

$$U \frac{\partial \theta}{\partial Z} + V \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \frac{2}{Pr} \left[\frac{1}{\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right) \right] \quad (4)$$

The most important idealization valid for this study is that the fluid possesses constant properties except for density in the body force term of the momentum equation.

The associated boundary conditions for this mixed convection problem are:

$$U(0,\eta) = 2(1 - \eta^2) \quad (5)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \eta}(Z,0) = U(Z,1) = 0 \quad (6)$$

$$V(0,\eta) = V(Z,0) = V(Z,1) = 0 \quad (7)$$

$$P(0) = 0 \quad (8)$$

$$\theta(0,\eta) = 1 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \eta}(Z,0) = \theta(Z,1) = 0 \quad (10)$$

Thus, the preceding system shows four dependent variables: U, V, P and θ in the flow domain as functions of Z and η, while the controlling parameters are Gr/Re and Pr.

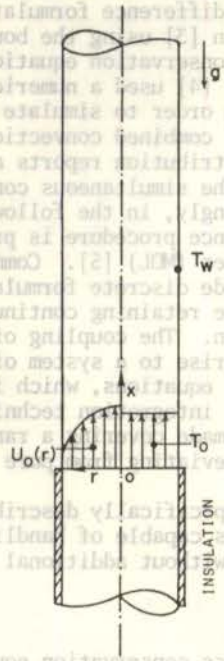


Figure 1. Physical system

The relevant hydrodynamic and thermal quantities needed for engineering analysis are the following:

1. the apparent friction factor:

$$f_{ap} = \frac{p_o - p(x) + \rho_w g x L}{\rho U_m^2} \frac{x}{R} \quad (11)$$

2. the mean bulk temperature:

$$\theta_b(Z) = 2 \int_0^1 U(Z,\eta)\theta(Z,\eta)\eta d\eta \quad (12)$$

3. the local Nusselt number:

$$Nu(Z) = \frac{-2 \frac{\partial \theta}{\partial \eta}(1,Z)}{\theta_b(Z)} \quad (13)$$

METHOD OF LINES

Liskovets [5] described the Method of Lines (MOL) as a technique that replaces a single partial differential equation in two independent variables by an appropriate system of ordinary differential equations in one of these variables. If the independent variables are Z, η; then the region of integration may be divided into strips parallel to one of the coordinates (say η) by lines η = constant. The partial derivatives with respect to η on each of these lines are represented by finite difference formulations. This simple approach generates a system of ordinary differential equations where the dependent variable is expressed along each line in terms of the other independent variable Z.

One application of MOL related to the classical Graetz problem was presented in [6] and it was concluded that satisfactory results can be obtained utilizing four lines with unequal intervals.

The discretization procedure is straightforward except for the fact that eqs. (2) and (3) required a coupling through the pressure gradient term. Accordingly, the system of ordinary differential equations of first order for the axial velocity and temperature constitute the mathematical model that governs the mixed convection phenomena in vertical pipe flows. The above-mentioned system along with the respective boundary conditions at Z = 0 is indeed an initial value problem (IVP), whose numerical solution was obtained by a fourth-order Runge-Kutta algorithm utilizing 10 lines. The computer printout included both axial and radial velocity distributions, pressure distribution and temperature distribution. Whenever, a numerical integration was needed, Simpson's rule was used.

NUMERICAL RESULTS

The Runge-Kutta integration technique was used for the solution of the initial value problem utilizing 10 uniformly distributed lines between the centerline and the wall of the tube.

Velocity and temperature distributions are plotted in Figs. 2 and 3 for upward flow with heating

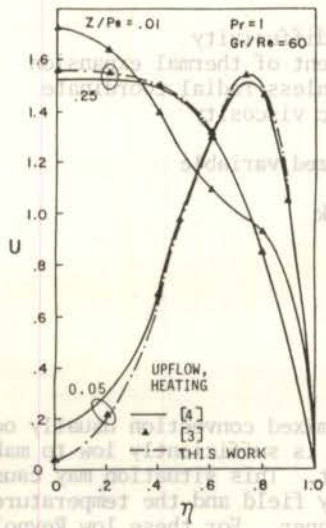


Figure 2. Axial velocity distribution

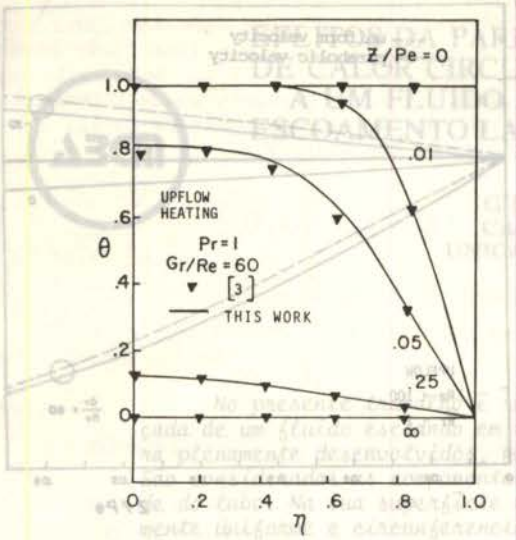


Figure 3. Temperature distribution

having Gr/Re = 60 and Pr = 1. In Fig. 2 the minimum velocity at the centerline is attained at the axial station Z/Pe = 0.05, yielding the maximum gradient for the radial velocity at the wall. Meanwhile, at Z/Pe = 0.25 the axial velocity is not fully developed yet. It can be seen that agreement with the numerical predictions of [3] and [4] is satisfactory, except for minor deviations with the results of [3]. Similarly, Fig. 3 illustrates the excellent comparison with [3] for the temperature distribution from the origin until a downstream station corresponding to thermodynamic equilibrium.

The Nusselt number distribution associated to the situation presented in Figs. 2 and 3 is now discussed in Fig. 4. Here, Nu behaves in an unusual fashion in

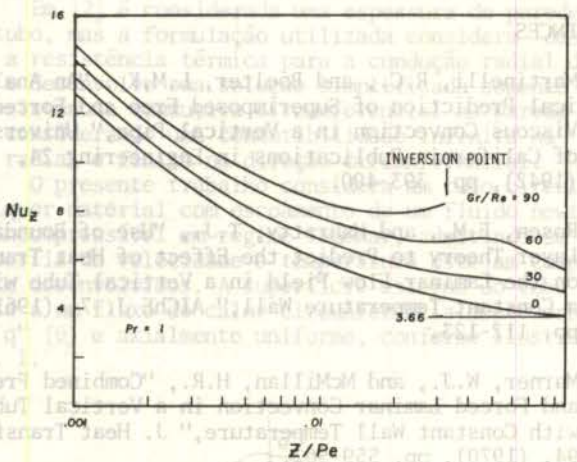


Figure 4. Local Nusselt numbers

the neighboorhood of Z/Pe = 0.05 showing its peak value at this station. This is a consequence of an abrupt increase in the axial velocity close to the wall, as already mentioned in the analysis of Fig. 2. Moreover, Nu increases as a result of an increase in Gr/Re, and when Gr/Re = 90 an inversion point occurs at Z/Pe = 0.0323. Negative velocities show up beyond this station, and consequently the present numerical formulation is unable to handle these situations.

It is a known fact that the influence of natural convection is more pronounced whenever the axial velocity at the centerline reaches a minimum value. In turn, this is linked to a maximum gradient of the radial velocity at the wall which consequently, increases the

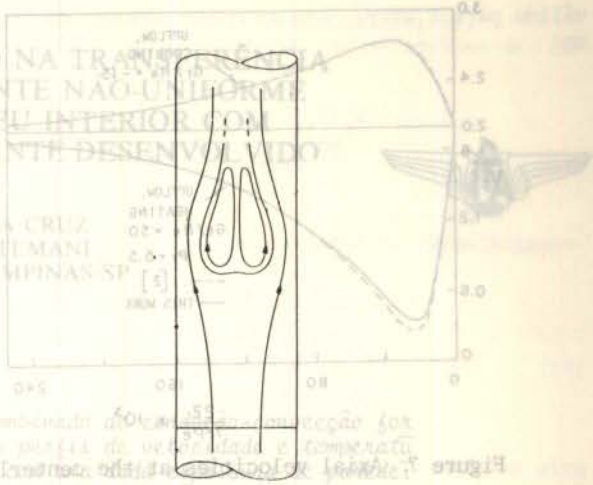


Figure 5. Recirculation currents

heat transfer rate. The contribution of natural convection tend to increase as |Gr/Re| increases up to a critical value where the velocity distortion is such that the axial velocity at the centerline is zero. Beyond this critical value there will be always an inversion point for zero axial velocity at the centerline located at smaller axial stations each time. This situation indicates the onset of recirculatory currents as evidenced by the streamlines in Fig. 5. Resen and Hanratty [2] realized a series of experiments with water (Pr = 6) in order to examine this recirculatory phenomenon. Fig. 6 depicts the data and the numerical prediction using the method of lines. In general, the level of agreement is quite good covering the range of Gr/Re from 2×10^2 to 2×10^3.

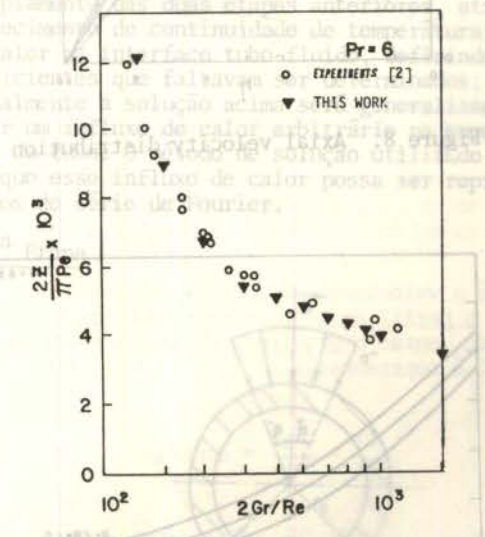


Figure 6. Inversion points at the centerline

The centerline velocity for upward flow with cooling where Pr = 5.5 and Gr/Pr = -15 is depicted in Fig. 7, along with the numerical results of [2]. Both curves are extremely close showing a peak and decreasing gradually toward the asymptotic value of 2. A detailed velocity development is illustrated in Fig. 8 emphasizing the effects of gravity forces, which have a tendency to decrease the velocity in the region close to the wall. This behavior results in an significant increase of the velocity in the vicinity of the centerline. Moreover, the corresponding local Nusselt number distribution for Gr/Pr = 0, -15 and 30 is drawn in Fig. 9.

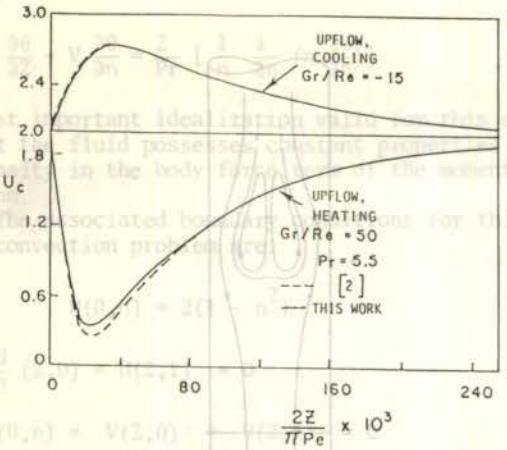


Figure 7. Axial velocities at the centerline

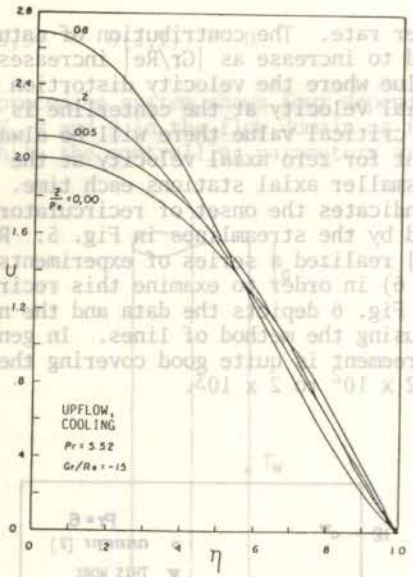


Figure 8. Axial velocity distribution

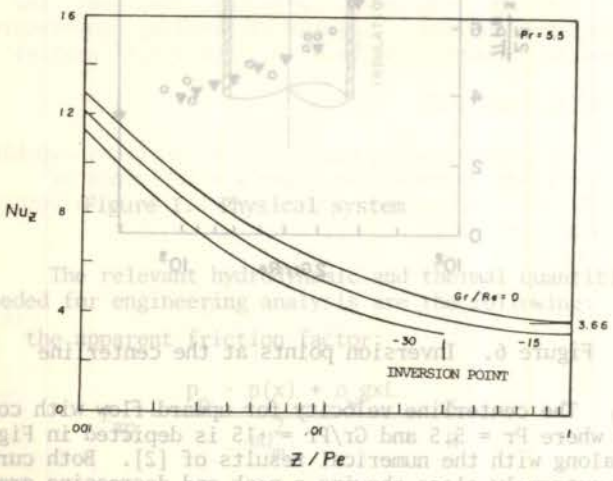


Figure 9. Local Nusselt numbers

Finally, the dimensionless pressure distribution is depicted in Fig. 10 for both cases of heating and cooling in upward flow.

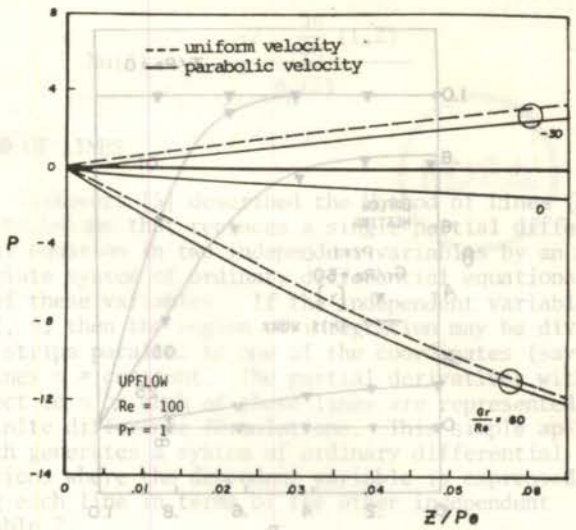


Figure 10. Pressure distribution

CONCLUDING REMARKS

The mixed convection problem considered here is believed to be the first one to be solved by the method of lines. A hybrid method was employed to deal with this complex physical situation, the special feature of which is that a differential-difference approach utilizing only ten lines along the radius furnished excellent results. The rapid convergence of the marching scheme validates the utility of this approach.

More complicated cases involving temperature dependent properties and/or thermal radiation can be readily accommodated in the numerical analysis . This, would, however, require the specification of additional prescribable parameters.

REFERENCES

[1] Martinelli, R.C., and Boelter, L.M.K., "An Analytical Prediction of Superimposed Free and Forced Viscous Convection in a Vertical Pipe," University of California Publications in Engineering 24, (1942), pp. 393-400.

[2] Rosen, E.M., and Hanratty, T.J., "Use of Boundary-Layer Theory to Predict the Effect of Heat Transfer on the Laminar Flow Field in a Vertical Tube with a Constant Temperature Wall," AIChE J. 7, (1961), pp. 112-123.

[3] Marner, W.J., and McMillan, H.R., "Combined Free and Forced Laminar Convection in a Vertical Tube with Constant Wall Temperature," J. Heat Transfer 94, (1970), pp. 559-562.

[4] Collins, M.W., "Finite Difference Analysis for Developing Laminar Flow in Circular Tubes Applied to Forced and Combined Convection," Int. J. Numerical Methods in Engineering 15, (1980), pp. 381-404.

[5] Liskovets, O.A., "The Method of Lines (Review)," Differential Equations 1, (1965), pp. 1308-1323.

[6] Campo, A., Lacoa, U., Morales, J.C., and Rangel, R., "Semi-Analytical Computation for Laminar Flow in the Thermal Entrance Region of Circular Tubes," Presented at the ASEE Annual Conference, Atlanta, June (1985).

EFEITOS DA PAREDE DE UM TUBO NA TRANSFERÊNCIA DE CALOR CIRCUNFERENCIALMENTE NÃO-UNIFORME A UM FLUIDO ESCOANDO NO SEU INTERIOR COM ESCOAMENTO LAMINAR PLENAMENTE DESENVOLVIDO

GILMAR MOMPEAN M. DA CRUZ
CARLOS ALBERTO C. ALTEMANI
UNICAMP — FEC/DEM — CAMPINAS-SP

SUMÁRIO

No presente trabalho é resolvido o problema combinado de condução-convecção forçada de um fluido escoando em regime laminar, com os perfis de velocidade e temperatura plenamente desenvolvidos, no interior de um tubo com uma dada espessura de parede. São consideradas as componentes radial e circunferencial de condução de calor na parede do tubo. Na sua superfície externa, considera-se um caso de fluxo de calor axialmente uniforme e circunferencialmente variável. Os resultados são apresentados na forma adimensional.

INTRODUÇÃO

O aquecimento (ou resfriamento) circunferencialmente não-uniforme da superfície externa de tubos ocorre em várias aplicações, como em trocadores de calor em geral, coletores solares planos e concentradores. Quando um fluido escoa no interior do tubo, as características de transferência convectiva de calor na superfície interna do tubo são conjugadas com a condução de calor no interior da parede desse tubo. Esse acoplamento dos dois mecanismos de transferência de calor é encontrado em alguns trabalhos.

Em [1], é apresentada uma solução para o problema da convecção térmica no escoamento de um fluido em regime laminar, completamente desenvolvido no interior de um tubo com espessura desprezível de parede, sujeito a um dado fluxo de calor circunferencial não-uniforme.

Em [2] é considerada uma espessura de parede de um tubo, mas a formulação utilizada considera desprezível a resistência térmica para a condução radial de calor e desenvolve sua solução simplificada somente com a resistência condutiva circunferencial na parede do tubo, considerando uma condutibilidade infinita na direção radial e finita na direção circunferencial.

O presente trabalho considera um tubo circular de qualquer material com escoamento de um fluido newtoniano incompressível em regime laminar, admitindo-se que os perfis de velocidade e temperatura estejam completamente desenvolvidos. A superfície esterna do tubo é exposta a um fluxo de calor circunferencialmente arbitrário q" (θ) e axialmente uniforme, conforme ilustrado na Fig. 1.

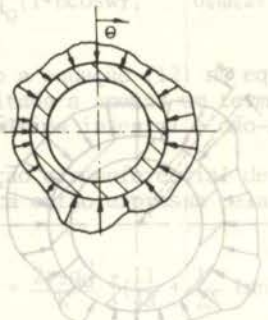


Figura 1. Fluxo de calor circunferencialmente arbitrário na superfície externa do tubo.

As propriedades físicas neste problema são consideradas constantes, não há geração interna de energia e o regime é permanente. Admite-se que os efeitos de condução natural sejam desprezíveis.

É feito um estudo do problema combinado condução-convecção considerando-se as componentes de condução de calor nas direções radial e circunferencial.

DESENVOLVIMENTO ANALÍTICO

O método de análise seguirá as seguintes etapas:
1º) obtenção de uma solução da equação da condução de calor para o caso de um tubo com um fluxo de calor externo distribuído em degrau (solução incompleta), como indicado na Fig. 2;
2º) obtenção de uma solução do problema da convecção de calor para o fluido, considerando o mesmo influxo de calor da 1ª etapa (solução também incompleta);
3º) acoplamento das duas etapas anteriores, através do estabelecimento de continuidade de temperatura e de fluxo de calor na interface tubo-fluido, definindo assim os coeficientes que faltavam ser determinados;
4º) finalmente a solução acima será generalizada para abranger um influxo de calor arbitrário na superfície externa do tubo. O método de solução utilizado exige apenas que esse influxo de calor possa ser representado em termos de série de Fourier.

1ª Etapa

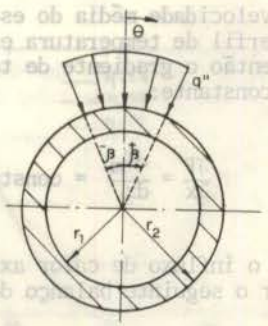


Figura 2. Tubo com influxo de calor em forma de degrau na parede externa.

A equação diferencial que fornece a distribuição de temperatura T_t na parede do tubo é a seguinte:

$$\frac{\partial^2 T_t}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T_t}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T_t}{\partial \theta^2} = 0 \qquad (1)$$

válida para $r_1 \leq r \leq r_2$, com as quatro condições de contorno:

$$K_t \frac{\partial T_t}{\partial r}\bigg|_{r=r_2} = q'' \qquad -\beta \leq \theta \leq +\beta$$

$$K_t \frac{\partial T_t}{\partial r}\bigg|_{r=r_2} = 0 \qquad \beta < \theta < 2\pi - \beta$$

$$T(r,\theta) = T_t(r,\theta+2\pi n)$$

$$K_t \frac{\partial T_t}{d\theta}\bigg|_{\theta=0} = 0 \qquad \text{(simetria)}$$

As variáveis originais do problema são alteradas para $\eta = r/r_1$ e $\phi_t(r,\theta) = T_t(r,\theta) - T_m$. Utilizando o método de separação de variáveis obtém-se:

$$\phi_t(\eta,\theta) = J_o + \frac{q'' r_2 \beta}{\pi K_t} \ell n \eta + \sum_{n=1}^{\infty} \left[J_n (\eta^n + \eta_2^{2n}\, \eta^{-n}) - \frac{q'' r_2 2 \operatorname{sen} n\beta}{n^2 K_t \pi}\, \eta_2^n\, \eta^{-n} \right] \cos n\theta \qquad (2)$$

2ª. Etapa

A equação que governa a distribuição de temperatura no fluido, em regime permanente e na ausência de fontes de calor é a seguinte:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{r^2 \partial \theta^2} = \frac{V}{\alpha}\frac{\partial T}{dx} \qquad (3)$$

válida para $0 < r \leq r_1$

O perfil de velocidade desenvolvida é dado por:

$$V(r) = 2V_m \left[1 - \left(\frac{r}{r_1}\right)^2\right] \qquad (4)$$

onde V_m é a velocidade média do escoamento.

Se o perfil de temperatura está completamente desenvolvido, então o gradiente de temperatura na direção axial é constante:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_m}{dx} = \text{constante} \qquad (5)$$

Considerando o influxo de calor axialmente uniforme pode-se fazer o seguinte balanço de energia:

$$\rho \pi r_1^2\, V_m cp \frac{dT_m}{dx} = \int_0^{2\pi} q''\, r_2\, d\theta = Q \qquad (6)$$

Substituindo as equações 4, 5 e 6 na equação 3, utilizando η e ϕ obtém-se através de separação de variáveis

$$\phi(n,\theta) = \frac{2Q}{\pi K}\left(\frac{\eta^2}{4} - \frac{\eta^4}{16} - \frac{7}{96}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} I_n . \eta^n . \cos n\theta \qquad (7)$$

3ª Etapa

O acoplamento das equações deduzidas para a condução (2) com a convecção (7), com a finalidade de obter o valor dos coeficientes J_o, J_n e I_n, será feito com o auxílio de duas condições de contorno na interface da superfície interna do tubo com o fluido ($\eta = 1$).

a) continuidade de temperatura:

$$\phi_t(1,\theta) = \phi(1,\theta)$$

b) continuidade de fluxo de calor:

$$q''_t(1,\theta) = q''_c(1,\theta)$$

São obtidas então as seguintes equações:

$$\frac{\phi(\eta,\theta)}{\frac{q'' 2r_2}{K}} = 2\frac{\beta}{\pi}\left(\frac{\eta^2}{4} + \frac{\eta^4}{16} - \frac{7}{96}\right) + \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\,\frac{\eta^n \operatorname{sen}\beta \cos n\theta}{\frac{n}{\eta_2} - \eta_2^{-n} + \frac{K_t}{K}(\eta_2^n - \eta_2^{-n})} \qquad (8)$$

válida para $0 \leq \eta \leq 1$

$$\frac{\phi_t}{\frac{q'' 2r_2}{K}} = \left(\frac{11}{48} + \frac{1}{2}\frac{k}{K_t}\ell n\, \eta\right)\frac{\beta}{\pi} + \frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\,\frac{\eta^n + \eta^{-n} + \frac{k}{K_t}(\eta^n - \eta^{-n})}{\eta_2^n + \eta_2^{-n} + \frac{K_t}{K}(\eta_2^n - \eta_2^{-n})} \operatorname{sen}\beta \cos n\theta \qquad (9)$$

válida para $1 \leq \eta \leq \eta_2$

4ª. Etapa

Nessa etapa será feita a generalização para um fluxo de calor circunferencialmente não-uniforme. Em primeiro lugar é introduzida uma mudança de eixo, admitindo-se que o fluxo de calor em degrau é imposto na superfície externa para um intervalo angular entre $w+\Delta w$. Em seguida é considerado o caso com Ms degraus com influxos de calor $q''(w_m)$. Devido à linearidade das equações 1 e 3, pode-se aplicar o princípio de superposição. O caso da variação circunferencial contínua do fluxo de calor externo pode ser tratado como o caso limite da variação em degrau. Basta para isso considerar uma largura infinitesimal de cada degrau, como indicado na Fig. 3.

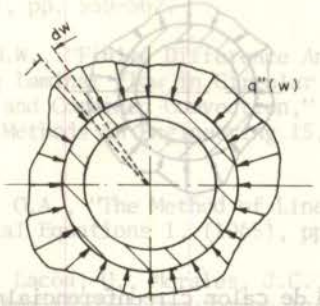


Figura 3. Fluxo de calor arbitrário tratado como fluxo em degrau infinitesimal.

Aplicando o procedimento acima descrito, que pode ser visto com mais detalhes em [3], obtém-se as seguintes equações:

$$\phi_t(\eta,\theta;w) = \int_0^{2\pi} \frac{q''(w)2r_2}{K}\left[\left(\frac{11}{48}+\frac{1}{2}\frac{K}{K_t}\ell n\eta\right)+\right.$$

$$\left.+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\frac{\eta^n+\eta^{-n}+\frac{K}{K_t}(\eta^n-\eta^{-n})}{\eta_2^n+\eta_2^{-n}+\frac{K_t}{K}(\eta_2^n-\eta_2^{-n})}\cos n(\theta-w)\right]\frac{dw}{2\pi} \qquad (10)$$

A equação (10) fornece a temperatura em qualquer ponto na parede do tubo

$$\phi(\eta,\theta;w) = \int_0^{2\pi} \frac{q''(w)2r_2}{K}\left[\left(\frac{\eta^2}{4}-\frac{\eta^4}{16}-\frac{7}{96}\right)+\right.$$

$$\left.+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\frac{\eta^n\cos n(\theta-w)}{\eta_2^n+\eta_2^{-n}+\frac{K_t}{K}(\eta_2^n-\eta_2^{-n})}\right]\frac{dw}{2\pi} \qquad (11)$$

A equação (11) fornece a distribuição de temperatura no fluido quando imposto um fluxo de calor circunferencialmente arbitrário na parte externa da parede do tubo.

A distribuição circunferencial do número de Nusselt é dada pela equação:

$$Nu(\theta) = \frac{q_t''(1,\theta)}{\phi_t(1,\theta)}\frac{2r_1}{K}$$

onde $q_t''(1,\theta)$ é o influxo de calor na superfície interna do tubo, e é determinado por:

$$q_t''(1,\theta) = \frac{K_t}{r_1}\frac{\partial\phi_t(1,\theta)}{\partial\eta}$$

UM EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Os resultados analíticos obtidos são agora aplicados a um exemplo com influxo de calor que fornece resultados sem a necessidade do cálculo de somatórios. Em [3] são indicados outros dois exemplos cujos resultados são calculados através da somatória de um grande número de termos.

O influxo de calor considerado na superfície externa do tubo é descrito por:

$$q''(w) = q_o''(1+b\cos w), \qquad 0\leq\omega\leq 2\pi \qquad (12)$$

Introduzindo a equação (12) na equação (10), a integração fica limitada a apenas um termo da série, devido ao fato que a última integral é não-nula apenas para n=1.

A distribuição circunferencial de temperatura na parede do tubo fica então expressa pela equação:

$$\phi_t(\eta,\theta) = \frac{2r_2q_o''}{K}\left[\left(\frac{11}{48}+\frac{1}{2A}\ell n\eta\right)+\right.$$

$$\left.\frac{b}{2}\frac{\eta+\eta^{-1}+\frac{1}{A}(\eta-\eta^{-1})}{\eta_2+\eta_2^{-1}+A(\eta_2-\eta_2^{-1})}\right]\cos\theta \qquad (13)$$

onde A indica o parâmetro adimensional (K_t/K).

A distribuição circunferencial do influxo de calor é obtido pela lei de Fourier:

$$q_t''(\eta,\theta) = \frac{K_t}{r_1}\frac{\partial\phi_t}{\partial\eta}$$

Dessa forma, o influxo de calor na forma adimensional é dado por:

$$\frac{q_t(\eta,\theta)}{q_o''}\frac{\eta}{\eta_2} = 1+b\left[\frac{\eta+\eta^{-1}+\frac{1}{A}(\eta-\eta^{-1})}{\eta_2+\eta_2^{-1}+A(\eta_2-\eta_2^{-1})}\right]\cos\theta \qquad (14)$$

O número de Nusselt, neste exemplo, obtém-se através de:

$$Nu(\theta) = \frac{1+\frac{2b\cos\theta}{\eta_2+\eta_2^{-1}+A(\eta_2-\eta_2^{-1})}}{\frac{11}{48}+\frac{b\cos\theta}{\eta_2+\eta_2^{-1}+A(\eta_2-\eta_2^{-1})}} \qquad (15)$$

A partir da equação (14) foram construídos para um tubo com η_2=1,4 as Fig. 4 (A=10) e Fig. 5 (A=300), os quais fornecem os perfis de fluxo de calor em três regiões do tubo: externa (η=1,4), intermediária (η=1,2) e interna (η=1,0).

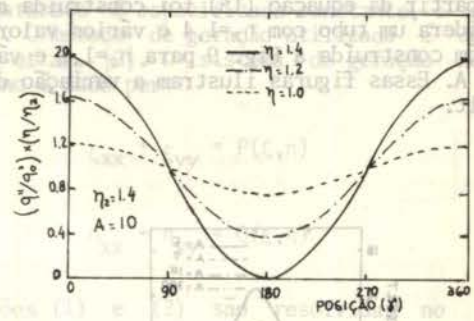


Figura 4. Fluxo de calor em três regiões de um tubo de parede espessa e relativamente baixa condutividade térmica.

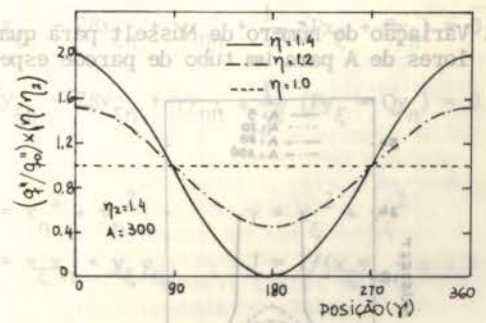


Figura 5. Fluxo de calor em três regiões do tubo com parede espessa e relativamente alta condutibilidade térmica.

Utilizando a equação (13) para um tubo com η_2=1,4 foram construídas a Fig. 6 (A=10) e a Fig. 7 (A=300) que fornecem os perfis de temperatura também nas três regiões do tubo.

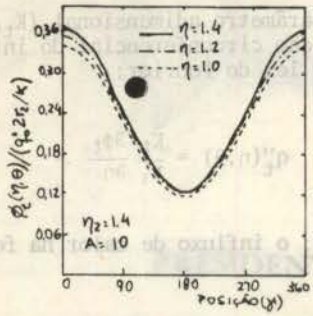


Figura 6. Perfil de temperatura em três regiões do tubo de parede espessa e A reduzido.

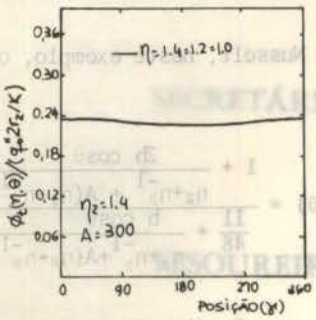


Figura 7. Perfil de temperatura em três regiões do tubo de parede espessa e A elevado.

A partir da equação (15) foi construída a Fig. 8 que considera um tubo com η_2=1,4 e vários valores de A. Foi também construída a Fig. 9 para η_2=1,1 e vários valores de A. Essas figuras ilustram a variação do número de Nusselt.

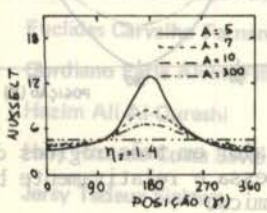


Figura 8. Variação do número de Nusselt para quatro valores de A para um tubo de parede espessa.

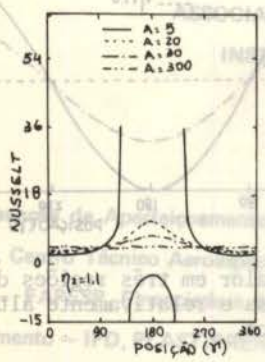


Figura 9. Variação do número de Nusselt para quatro valores de A para um tubo de parede fina.

Comparando as figuras 4 e 5, nota-se que a superfície interna apresenta sempre um fluxo tanto mais uniforme quanto maior for o valor do parâmetro A.

Nas figuras 6 e 7 pode-se notar que à medida que a condutibilidade térmica do tubo aumenta, a distribuição de temperatura torna-se radialmente concentrada e circunferencialmente mais uniforme.

Na figura 8, nota-se que o valor de Nusselt é praticamente uniforme, com valor médio igual a 4,36 (influxo uniforme de calor no fluido).

Comparando as figuras 8 e 9, nota-se a influência da espessura da parede, que tende a uniformizar os valores de Nu.

CONCLUSÕES

As soluções obtidas e as comparações efetuadas com a literatura [3] permitem algumas conclusões:

1º) Uma variação circunferencial do fluxo de calor na superfície externa de um tubo, não deve ser transferida para a superfície interna do tubo, desprezando-se assim a espessura de parede para permitir um tratamento somente convectivo do problema. Deve ser lembrado que o efeito da condução de calor na parede do tubo é sempre no sentido de uniformizar o fluxo de calor na superfície interna do tubo.

2º) Os resultados indicam a influência dos parâmetros A e η_2. Quanto maior estes dois parâmetros, mais uniforme será o fluxo de calor na superfície interna do tubo e dessa forma também uniformiza o coeficiente convectivo de troca de calor.

3º) O método utilizado para soluções (séries de Fourier) implica em que a convergência da solução será tanto mais rápida quanto mais suave for a variação circunferencial do fluxo de calor externo. Quando esse fluxo sofre descontinuidades circunferenciais abruptas, a convergência da solução pode ser bastante difícil.

REFERÊNCIAS

[1] Reynolds, W.C., Heat Transfer to fully developed laminar flow in a circular tube with arbitrary circunferencial heat flux, J. of Heat Transfer, Trans. ASME, vol. 82, pp. 108-112, 1960.

[2] Reynolds, W.C., Effect of wall heat conduction on convection in a circular tube with arbitrary circunferential heat input, Shorter Communication, J. Heat Mass Transfer, vol. 6, pp. 925-930, 1963.

[3] Gilmar M.M. da Cruz - Efeitos da parede de um tubo na transferência de calor circunferencialmente não-uniforme a um fluido escoando no seu interior com escoamento laminar plenamente desenvolvido. Tese de Mestrado, Dez/83. - DEM/FEC-UNICAMP.

SUMMARY

A combined problem of conduction forced convection of a newtonian fluid in fully developed laminar flow inside a circular tube is solved. The components of radial and circunferencial heat conduction in the walls of the tube are considered. In external surface, a case with circunferencially non-uniform heat flux will be considered as an example. The results are presented in dimensionless form. The circunferencial variation of heat flux and temperature profiles in the walls of the tube are included.

CONVENCÇÃO NATURAL LAMINAR EM CAVIDADES ARBITRÁRIAS SIMPLESMENTE CONEXAS

F.E. MILIOLI
C.R. MALISKA
A.F.C. SILVA
DEM-UFSC, SC

SUMÁRIO

Um método em volumes finitos foi desenvolvido para resolver problemas de convecção natural laminar em cavidades bidimensionais arbitrárias. As equações de conservação são escritas para um sistema curvilíneo generalizado de coordenadas empregando componentes contravariantes da velocidade. Obtêm-se soluções em cavidade quadrada utilizando malha ortogonal e não-ortogonal para números de Rayleigh de 10^3 a 10^6 e número de Prandtl de 0,71. O método não é restrito à convecção natural, sendo aplicável a quaisquer problemas térmicos e/ou hidrodinâmicos.

INTRODUÇÃO

A solução de problemas de convecção natural em espaços confinados é de fundamental importância na engenharia. Algumas aplicações são: janelas de vidro duplo; coletores solares; isolamento de cabines de aeronaves de altas velocidades; resfriamento de componentes eletrônicos; etc. Sobressaem-se nesse contexto as cavidades irregulares, cuja aplicação está relacionada a questões como eficácia de trocas térmicas ou mesmo limitações físicas e técnicas de projeto. Para a solução dessa classe de problemas, deve-se resolver um sistema de equações diferenciais parciais não-lineares acopladas, cuja complexidade matemática limita a possibilidade de soluções analíticas.

O procedimento numérico adotado neste trabalho baseia-se no modelo apresentado em [1], desenvolvido para dutos arbitrários. Este modelo tridimensional é simplificado para duas dimensões e a ele são acrescidos a equação da energia e os termos de forças de flutuação.

Para evitar interpolações na aplicação das condições de contorno, o modelo é montado utilizando

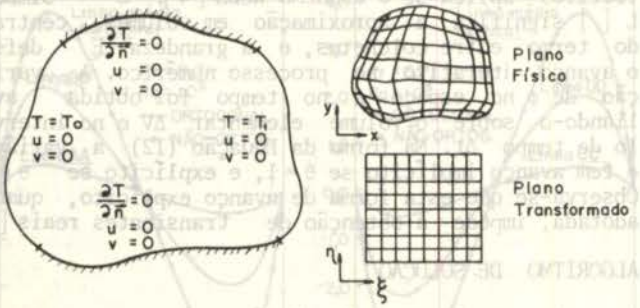


Figura 1. Geometria e condições de contorno.

um sistema de coordenadas curvilíneas generalizadas.

No desenvolvimento das equações governantes as hipóteses de fluído newtoniano e escoamento incompressível são adotadas. A aproximação de Boussinesq é também adotada. Com isso a massa específica é assumida constante, exceto no termo de forças de flutuação. As demais propriedades do fluido são assumidas constantes e a dissipação viscosa é desprezada.

O modelo é testado resolvendo-se o problema da convecção natural em uma cavidade quadrada usando malha ortogonal e não-ortogonal, e comparando os resultados com os da literatura. As condições de contorno consideradas são dadas na Figura 1.

GERAÇÃO DO SISTEMA NATURAL DE COORDENADAS

O sistema de coordenadas curvilíneas generalizadas (ξ,η) é obtido da solução de um sistema de duas equações diferenciais parciais elípticas com condições de contorno de Dirichlet. Ao longo de cada uma das fronteiras do domínio, uma das coordenadas naturais é especificada constante, e a outra variável. O método de geração utilizado é devido a Thompson et al. [7]. O sistema de geração no plano cartesiano é dado por

$$\xi_{xx} + \xi_{yy} = P(\xi,\eta) \qquad (1)$$

$$\eta_{xx} + \eta_{yy} = Q(\xi,\eta) \qquad (2)$$

As Equações (1) e (2) são resolvidas no plano transformado, onde o domínio passa a ser representado por uma malha retangular fixa (ver Figura 1). As funções $P(\xi,\eta)$ e $Q(\xi,\eta)$ permitem concentrar as linhas coordenadas [7], [1], [3]. As equações de geração para o plano transformado são

$$\alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta} + \frac{1}{J^2}(Px_\xi + Qx_\eta) = 0 \qquad (3)$$

$$\alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta} + \frac{1}{J^2}(Py_\xi + Qy_\eta) = 0 \qquad (4)$$

onde

$$\alpha = x_\eta^2 + y_\eta^2 \qquad \gamma = x_\xi^2 + y_\xi^2$$

$$\beta = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta \qquad J = 1/(x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi)$$

EQUAÇÕES GOVERNANTES

As equações diferenciais parciais governantes são transformadas do sistema cartesino para o sistema não-ortogonal, mantendo sua forma divergente.

As velocidades utilizadas como variáveis dependentes nas equações de movimento são as componentes contravariantes sem normalização métrica, U e V [1], [3]. Estas, sendo normais as linhas coordenadas (ver Figura 2), fazem com que a equação da continuidade no plano transformado apresente estrutura semelhante àquelas para sistemas de coordenadas

CONVENCÇÃO NATURAL LAMINAR EM CAVIDADES ARBITRÁRIAS SIMPLESMENTE CONEXAS

F.E. MILIOLI
C.R. MALISKA
A.F.C. SILVA
DEM-UFSC, SC

SUMÁRIO

Um método em volumes finitos foi desenvolvido para resolver problemas de convecção natural laminar em cavidades bidimensionais arbitrárias. As equações de conservação são escritas para um sistema curvilíneo generalizado de coordenadas empregando componentes contravariantes da velocidade. Obtêm-se soluções em cavidade quadrada utilizando malha ortogonal e não-ortogonal para números de Rayleigh de 10^3 a 10^6 e número de Prandtl de 0,71. O método não é restrito à convecção natural, sendo aplicável a quaisquer problemas térmicos e/ou hidrodinâmicos.

INTRODUÇÃO

A solução de problemas de convecção natural em espaços confinados é de fundamental importância na engenharia. Algumas aplicações são: janelas de vidro duplo; coletores solares; isolamento de cabines de aeronaves de altas velocidades; resfriamento de componentes eletrônicos; etc. Sobressaem-se nesse contexto as cavidades irregulares, cuja aplicação está relacionada a questões como eficácia de trocas térmicas ou mesmo limitações físicas e técnicas de projeto. Para a solução dessa classe de problemas, deve-se resolver um sistema de equações diferenciais parciais não-lineares acopladas, cuja complexidade matemática limita a possibilidade de soluções analíticas.

O procedimento numérico adotado neste trabalho baseia-se no modelo apresentado em [1], desenvolvido para dutos arbitrários. Este modelo tridimensional é simplificado para duas dimensões e a ele são acrescidos a equação da energia e os termos de forças de flutuação.

Para evitar interpolações na aplicação das condições de contorno, o modelo é montado utilizando

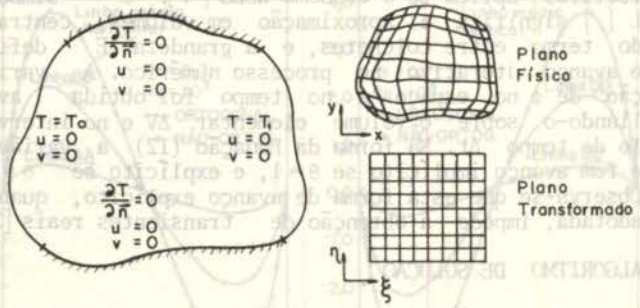


Figura 1. Geometria e condições de contorno.

um sistema de coordenadas curvilíneas generalizadas.

No desenvolvimento das equações governantes as hipóteses de fluído newtoniano e escoamento incompressível são adotadas. A aproximação de Boussinesq é também adotada. Com isso a massa específica é assumida constante, exceto no termo de forças de flutuação. As demais propriedades do fluido são assumidas constantes e a dissipação viscosa é desprezada.

O modelo é testado resolvendo-se o problema da convecção natural em uma cavidade quadrada usando malha ortogonal e não-ortogonal, e comparando os resultados com os da literatura. As condições de contorno consideradas são dadas na Figura 1.

GERAÇÃO DO SISTEMA NATURAL DE COORDENADAS

O sistema de coordenadas curvilíneas generalizadas (ξ,η) é obtido da solução de um sistema de duas equações diferenciais parciais elípticas com condições de contorno de Dirichlet. Ao longo de cada uma das fronteiras do domínio, uma das coordenadas naturais é especificada constante, e a outra variável. O método de geração utilizado é devido a Thompson et al. [7]. O sistema de geração no plano cartesiano é dado por

$$\xi_{xx} + \xi_{yy} = P(\xi,\eta) \qquad (1)$$

$$\eta_{xx} + \eta_{yy} = Q(\xi,\eta) \qquad (2)$$

As Equações (1) e (2) são resolvidas no plano transformado, onde o domínio passa a ser representado por uma malha retangular fixa (ver Figura 1). As funções $P(\xi,\eta)$ e $Q(\xi,\eta)$ permitem concentrar as linhas coordenadas [7], [1], [3]. As equações de geração para o plano transformado são

$$\alpha x_{\xi\xi} - 2\beta x_{\xi\eta} + \gamma x_{\eta\eta} + \frac{1}{J^2}(Px_\xi + Qx_\eta) = 0 \qquad (3)$$

$$\alpha y_{\xi\xi} - 2\beta y_{\xi\eta} + \gamma y_{\eta\eta} + \frac{1}{J^2}(Py_\xi + Qy_\eta) = 0 \qquad (4)$$

onde

$$\alpha = x_\eta^2 + y_\eta^2 \qquad \gamma = x_\xi^2 + y_\xi^2$$

$$\beta = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta \qquad J = 1/(x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi)$$

EQUAÇÕES GOVERNANTES

As equações diferenciais parciais governantes são transformadas do sistema cartesino para o sistema não-ortogonal, mantendo sua forma divergente.

As velocidades utilizadas como variáveis dependentes nas equações de movimento são as componentes contravariantes sem normalização métrica, U e V [1], [3]. Estas, sendo normais as linhas coordenadas (ver Figura 2), fazem com que a equação da continuidade no plano transformado apresente estrutura semelhante àquelas para sistemas de coordenadas

ortogonais. Tais componentes estão relacionadas às cartesianas por

$$U = y_\eta u - x_\eta v \quad (5)$$

$$V = x_\xi v - y_\xi u \quad (6)$$

A transformação das equações governantes escritas para U e V é bastante complexa, e a interpretação física dos termos resultantes fica bastante dificultada [1]. Assim, faz-se a transformação das equações de movimento mantendo as velocidades cartesianas como variáveis dependentes, obtendo-se em seguida as aproximações em volumes finitos. Equações discretas para U e V são então obtidas com auxílio das Equações (5) e (6) [1].

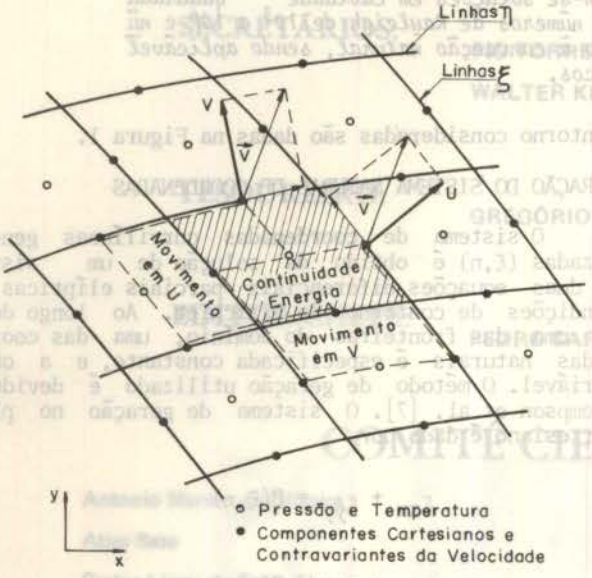


Figura 2. Velocidades contravariantes e arranjo das variáveis dependentes na malha.

Aplicando a transformação para uma equação genérica definida no plano cartesiano, obtém-se [1], [3].

$$\frac{\partial}{\partial}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial\xi}(\rho U\phi) + \frac{\partial}{\partial\eta}(\rho V\phi) + P^\phi = \frac{\partial}{\partial\xi}\left(C_1\frac{\partial\phi}{\partial\xi}\right) + \frac{\partial}{\partial\eta}\left(C_2\frac{\partial\phi}{\partial\eta}\right) + ST^\phi \quad (7)$$

onde

$$ST^\phi = S^\phi + \frac{\partial}{\partial\xi}\left(C_3\frac{\partial\phi}{\partial\eta}\right) + \frac{\partial}{\partial\eta}\left(C_4\frac{\partial\phi}{\partial\xi}\right) \quad (8)$$

Nessas equações, C_1, C_2, C_3 e C_4 são os coeficientes de difusão transformados, e valem

$$C_1 = \Gamma^\phi J\alpha \qquad C_2 = \Gamma^\phi J\gamma \qquad C_3 = C_4 = -\Gamma^\phi J\beta \quad (9)$$

Fazendo $\phi = 1$ na Equação (7) e tomando P^ϕ, S^ϕ e Γ^ϕ nulos, obtém-se a equação da continuidade. As demais equações são obtidas igualando-se ϕ às demais variáveis dependentes. Os termos P^ϕ, S^ϕ e Γ^ϕ para essas equações são dados na Tabela 1. Nessa tabela, ρ, $\bar{\beta}$, μ, K e c_p são respectivamente: massa específica, coeficiente de expansão térmica, viscosidade absoluta, condutibilidade térmica e calor específico a pressão constante. Ainda, $\bar{T}$ é a temperatura de referência para os cálculos de forças flutuantes [3].

Tabela 1. Grandezas P^ϕ, S^ϕ, e Γ^ϕ.

ϕ	1	T	u	v
P^ϕ	0	0	$\frac{\partial P}{\partial\xi}y_\eta - \frac{\partial P}{\partial\eta}y_\xi$	$\frac{\partial P}{\partial\eta}x_\xi - \frac{\partial P}{\partial\xi}x_\eta$
S^ϕ	0	0	0	$\frac{1}{J}[\rho g\bar{\beta}(T-\bar{T})]$
Γ^ϕ	0	$\frac{k}{c_p}$	μ	μ

EQUAÇÕES EM VOLUMES FINITOS

O aranjo de grade utilizado localiza as componentes de velocidade nos centros das quatro faces dos volumes de controle para a continuidade, enquanto pressão e temperatura são fixadas no centro desses elementos (ver Figura 2). Uma importante consequência desta disposição é dar origem a equações discretas onde os termos não ortogonais exercem influência na correta proporção do grau de não-ortogonalidade da malha utilizada [1], [2]. Destaca-se que a equação de movimento para U é resolvida apenas sobre as faces de ξ constante do volume de controle para a continuidade, enquanto a equação para V é resolvida apenas sobre as faces de η constante. Às componentes restantes são avaliadas por média aritmética das vizinhas calculadas. Esse é o procedimento mais simples, podendo-se implementar outras formas de avaliação, como interpolações parabólicas ou algum critério relacionado à intensidade relativa dos processos difusivos e convectidos locais.

A equação genérica em volumes finitos é obtida pela aplicação do método do volume de controle [5], e resulta

$$A_p\phi_p^{n+1} = A_e\phi_E^{n+\theta} + A_w\phi_W^{n+\theta} + A_n\phi_N^{n+\theta} + A_s\phi_S^{n+\theta} + \frac{A_p}{1+E}\phi_p^n + L[P^\phi]\Delta V + L[ST^\phi]\Delta V \quad (10)$$

Os coeficientes dessa equação podem ser encontrados em [3]. Na aproximação dos termos difusivos e convectivos aplica-se o esquema WUDS [4]. O símbolo L [ ] significa a aproximação em volumes centrais do termo entre colchetes, e a grandeza E define o avanço iterativo no processo numérico. A variação de ϕ no espaço e no tempo foi obtida avaliando-o sobre o volume elementar ΔV e no intervalo de tempo Δt. Na forma da Equação (12) a variável ϕ tem avanço implícito se $\theta = 1$, e explícito se $\theta = 0$. Observa-se que esta forma de avanço explícito, quando adotada, impede a obtenção de transientes reais [3].

ALGORITMO DE SOLUÇÃO

As equações para U e V são

$$U_p = \hat{U}_p - \left[\frac{\Delta P}{\Delta\xi}\frac{\alpha}{A_p^U}\right]_p + \left[\frac{\Delta P}{\Delta\eta}\frac{\beta}{A_p^U}\right]_p \quad (11)$$

$$V_p = \hat{V}_p - \left[\frac{\Delta P}{\Delta\eta}\frac{\gamma}{A_p^V}\right]_p + \left[\frac{\Delta P}{\Delta\xi}\frac{\beta}{A_p^V}\right]_p \quad (12)$$

onde as expressões para $\hat{U}$ e $\hat{V}$ podem ser encontradas em [3]. Admitindo-se aproximações de segunda ordem para os gradientes de pressão nas Equações (11) e

(12), e inserindo-as na equação da continuidade, obtém-se uma equação do tipo Poisson para a pressão dada por

$$A_p P_p = A_e P_E + A_w P_W + A_n P_N + A_s P_S + A_{ne} P_{NE} + A_{nw} P_{NW} + A_{se} P_{SE} + A_{sw} P_{SW} + B \quad (13)$$

onde os coeficientes e termo fonte dessa equação podem ser encontrados em [3].

O acoplamento pressão-velocidade é resolvido pelo método PRIME, apresentado em [6]. Nesse procedimento as pressões são calculadas implicitamente pela Equação (13), e são utilizadas para corrigir o campo de velocidades através das Equações (11) e (12).

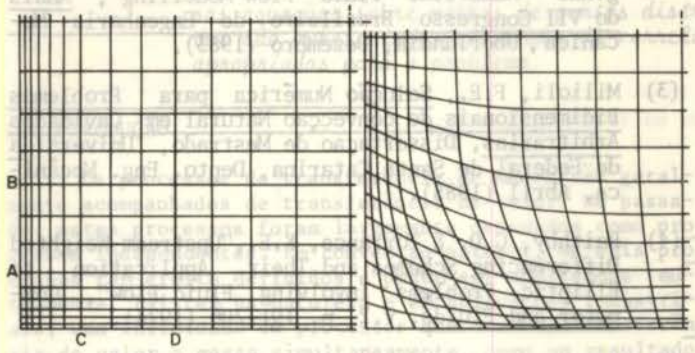


Figura 3. Malhas ortogonal e não-ortogonal.

A solução para U e V é encontrada em processo iterativo semelhante ao de Jacobi. As etapas do ciclo iterativo são: (1) - arbitrar os campos de pressão, temperatura e velocidades cartesianas; (2) - calcular os coeficientes para as equações de conservação; (3) - calcular a temperatura resolvendo a equação da energia implicitamente; (4) - calcular $\hat{U}$ e $\hat{V}$; (5) - Resolver a equação de Poisson para a pressão; (6) - corrigir U e V usando as Equações (11) e (12); (7) - calcular U e V onde não exigidas para satisfazer a continuidade; (8) - calcular as velocidades cartesianas.

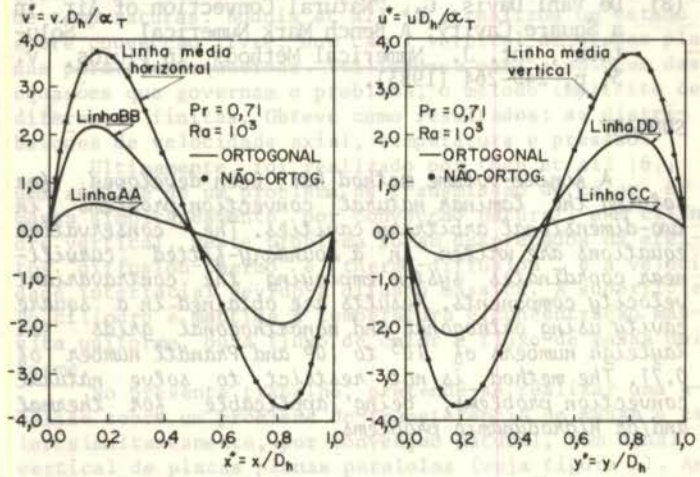


Figura 4. Velocidades cartesianas. $Ra = 10^3$, $Pr = 0,71$.

As condições de contorno no domínio transformado são aquelas encontradas nos quatro segmentos físicos mapeados sobre os quatro lados do retangulo no sistema (ξ,η). O arranjo de grade utilizado permite resolver o problema de contorno para a pressão simplesmente inserindo na equação da continuidade as velocidades especificadas nos contornos quando da dedução da equação de Poisson para volumes de controle de fronteira [1]. Essa é uma grande vantagem do arranjo adotado, especialmente ao trabalhar-se com malhas não-ortogonais. As condições de contorno para a temperatura são consideradas de modo semelhante, através de balanços de energia nas fronteiras. Para as velocidades aplica-se a técnica de pontos fictícios.

Pelo fato de estar-se trabalhando com sistemas

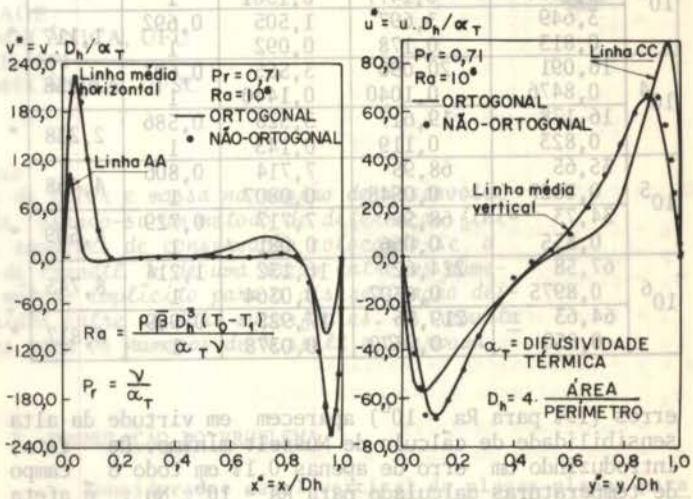


Figura 5. Velocidades Cartesianas. $Ra = 10^6$, $Pr = 0,71$.

de coordenadas não-ortogonais, para determinados elementos de controle, surgem nos termos fonte e de pressão das equações governantes gradientes de pressão e temperatura a serem determinados nas fronteiras. Como não se está usando pontos fictícios para essas variáveis, os gradientes são avaliados em aproximações de segunda ordem (parabólicas), utilizando-se valores de pressão e temperatura internos ao domínio.

A tolerância para o critério de convergência foi fixada em 5. E-05, tanto para os cálculos implícitos de pressão e temperatura, quanto para a convergência final nas velocidades. O critério de convergência é dado por

$$\varepsilon \leq \frac{|\phi^{n+1} - \phi^{n}|}{|R|}$$

onde $R = \phi_{max} - \phi_{min}$, sendo ϕ_{max} e ϕ_{min} os valores máximo e mínimo da variável no domínio, e ε é a tolerancia.

RESULTADOS

O modelo numérico é testado obtendo-se resultados para o problema da cavidade quadrada usando tanto malha ortogonal quanto não-ortogonal, e fazendo-se comparações com a solução de referência de Vahl Davis [8]. Os resultados são estabelecidos sobre as malhas 26 x 26 mostradas na Figura 3, para números de Rayleigh de 10^3 a 10^6, e número de Prandtl de 0,71. A concentração de linhas coordenadas nas fronteiras implica em maior precisão das aproximações nessas regiões.

Os números de Nusselt locais ao longo das fronteiras de linhas ξ constante são dados por

$$Nu(y^*) = -D_h J \left(\alpha^{\frac{1}{2}} \frac{\partial T^*}{\partial \xi} - \alpha^{\frac{1}{2}} \beta \frac{\partial T^*}{\partial \eta}\right) \quad (15)$$

A Tabela 2 mostra os resultados obtidos usando malha ortogonal em comparação aos de Vahl Davis. Relaciona-se componentes cartesianas adimensionais de velocidade máximas nas linhas médias da cavidade, além de valores máximos, mínimos e médios do número de Nusselt na fronteira esquerda. Os resultados estão em muito boa concordância, sendo verificados maiores desvios apenas para os valores de Nu_{min}. Os grandes

Tabela 2. Comparações com resultados de Vahl Davis (*)

Ra	u^*_{max} y^*	v^*_{max} x^*	Nu_{max} y^*	Nu_{min} y^*	Nu_o	
10^3	3,679 0,8384	3,724 0,1477	1,466 0,1301	0,747 1	1,116	
	3,649 0,813	3,697 0,178	1,505 0,092	0,692 1	1,117	*
10^4	16,091 0,8476	20,090 0,1040	3,555 0,1440	0,603 1	2,238	
	16,178 0,823	19,617 0,119	3,528 0,143	0,586 1	2,238	*
10^5	35,65 0,8827	68,95 0,0548	7,714 0,0807	0,806 1	4,468	
	34,73 0,855	68,59 0,066	7,717 0,081	0,729 1	4,509	*
10^6	67,58 0,8975	224,62 0,0307	16,132 0,0364	1,214 1	8,743	
	64,63 0,850	219,36 0,0379	17,925 0,0378	0,989 1	8,817	*

erros (19% para Ra = 10^6) aparecem em virtude da alta sensibilidade de cálculo de Nusselt mínimo. De fato, introduzindo um erro de apenas 0,1% em todo o campo de temperaturas calculado para Ra = 10^6, Nu_{min} é afetado de um erro de aproximadamente = 22%. Observe se por outro lado, que Vahl Davis atribui a sua solução uma precisão de até 1% para Ra = 10^6.

Alguns resultados para a malha não-ortogonal são

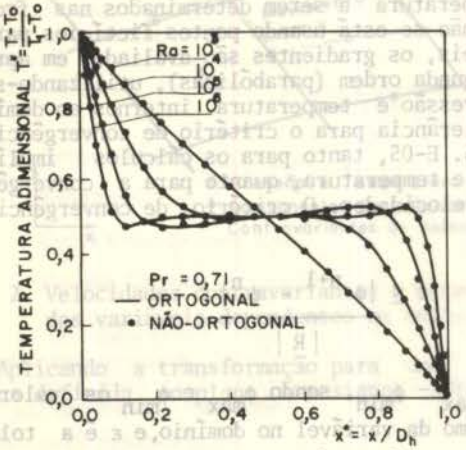


Figura 6. Temperaturas. Ra = 10^3 a 10^6. Pr = 0,71.

apresentados nas Figuras 4, 5 e 6 em comparação com os resultados obtidos usando a malha ortogonal. Como pode ser observado, há muito boa concordância, comprovando a correção da modelagem em termos de coordenadas genéricas. Nas Figuras 4 e 5 são apresentados perfis de velocidades obtidos nas linhas médias da cavidade, bem como em outras seções definidas na Figura 3 para Ra = 10^3 e 10^6. Na Figura 6 apresenta-se os perfis de temperatura na linha média horizontal da cavidade.

Resultados complementares para outras geometrias, inclusive irregulares, podem ser encontrados em [3].

CONCLUSÕES

Os resultados apresentados comparados entre si e com os disponíveis em literatura atestam a capacidade do modelo para o tratamento das geometrias arbitrárias. O tempo de computação para a obtenção das soluções foi da mesma ordem de grandeza para as duas malhas utilizadas, ortogonal e não-ortogonal. Houve ainda sensível diminuição do tempo consumido com o crescimento de Rayleigh, refletindo o caráter associado a física do problema apresentado pelo modelo. A estabilidade numérica já comprovada para soluções puramente hidrodinâmicas manteve-se com a introdução da equação da energia e do termo de forças de flutuação.

Os resultados obtidos no presente trabalho mostram que o uso de coordenadas não-ortogonais associado a utilização de modelos conservativos é um caminho bastante promissor para o estabelecimento de modelos genéricos para a previsão de transferência de calor em fluídos.

REFERÊNCIAS

(1) Maliska, C.R. & Raithby, G.D., " A Mothod for Computing three Dimensional Flows Using Non-Orthogonal Boundary-Fitted Co-Ordinates", Int. J. Numerical Methods in Fluids, v.4, p. 519-537 (1984).

(2) Maliska, C.R., "Grid Layout Design for Nonorthogonal Numerical Fluid Flow Modelling", Anais do VII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Uberlandia, Dezembro (1983).

(3) Milioli, F.E., Solução Numérica para Problemas Bidimensionais de convecçao Natural em Cavidades Arbitrarias, Dissertaçao de Mestrado, Universida de Federal de Santa Catarina, Depto. Eng. Mecânica, Abril (1985).

(4) Raithby, G.D. & Torrance, K.E.,"Upstream-Weighted Differencing Schemes and Their Application to Elliptic Problems Involving Fluid Flow", Computer and Fluids, v.2, p. 191-206 (1974).

(5) Roache, P.J., Computational Fluid Dinamics, Hermosa Publishers (1976).

(6) Van Doormaal, J.P. & Raithby, G.D., The Application of Quasi-Continuum Aproach to Three-Dimensional Elliptic Flows in Complex Geometries, Waterloo Research Institute Report to Atomic Energy of Canada Ltda., September (1981).

(7) Thompson, J.F., Thames, F.C. & Mastin, C.W., "Automatic Numerical Generation of Body-Fitted Curvilinear Coordinate System for Fields Containing Any Number of Arbitrary Two-Dimensional Bodies", J. Comp. Phys., v. 15, p. 299-319 (1974).

(8) De Vahl Davis, G., "Natural Convection of Air in a Square Cavity: A Bench Mark Numerical Solution", Int. J. Numerical Methods in Fluids, v. 3, p. 249-264 (1983).

SUMMARY

A finite-volume method has been developed for solving the laminar natural convection problems in two-dimensional arbitrary cavities. The conservation equations are writen in a boundary-fitted curvilinear coordinates system employing the contravariant velocity components. Results are obtained in a square cavity using orthogonal and nonorthogonal grids for Rayleigh numbers of 10^3 to 10^6 and Prandtl number of 0.71. The method is not restrict to solve natural convection problems, being applicable for thermal and/or hidrodynamic problems.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

TRANSFERÊNCIA SIMULTÂNEA DE CALOR E MASSA EM PROCESSOS DE CONVECÇÃO NATURAL EM DUTOS VERTICAIS DE PAREDES PLANAS

M. BIAGE
DEPTO. DE ENG. MECÂNICA, UFU
P.C. PHILIPPI
DEPTO. DE ENG. MECÂNICA, UFSC

Sumário

Analisa-se o processo de transferência de calor e massa na região de desenvolvimento de um duto vertical de placas paralelas, usando-se um método de diferenças finitas. Uma análise dimensional é feita para as equações de conservação colocando-se o problema em termos do parâmetro de Schmidt, de Prandtl e de uma razão entre os números de Grashoff mássico e térmico. Usa-se o método implícito para a discretização dessas equações sobre malhas de pontos distribuídos entre as duas superfícies. Os resultados são apresentados em termos de correlações para os números de Nusselt e Sherwood apropriados para o problema.

1. INTRODUÇÃO

Os processos de transferência de massa são geralmente acompanhados de transferência de calor. No passado, estes processos foram largamente estudados como processos independentes. Em convecção natural, os dois processos tem efeito definidos e podem ser analisados mutuamente. Existem na natureza e em aplicações industriais, uma infinidade de processos que ocorrem transferência de calor e massa simultaneamente, como um resultado da combinação dos efeitos de empuxo devido as difusões térmica e mássica.

Estudos sobre difusão de massa acoplados a processos de transferência de calor por convecção natural, em placas planas verticais, inclinadas e horizontais, tem sido intensamente pesquisados |1,2,3,4|. Mathers et all |3|, analisou a difusão de calor e massa simultaneamente, numa placa plana vertical de material volátil, submersa num fluido menos saturado do que o material da placa. Os resultados foram apresentados em função das distribuições de temperatura, concentração mássica e velocidade.

Análises sobre convecção natural em canais verticais de placas paralelas, tem sido reduzidas a situações em que fluxo é induzido somente devido a variações de temperaturas. Bodoia et all |5|, realizou um estudo sobre convecção livre, num canal vertical de placas planas paralelas aquecidas. Utilizou-se para a solução das equações que governam o problema, o método implícito de diferenças finitas. Obteve como resultados: as distribuições de velocidade axial, temperatura e pressão.

Ultimamente, foi realizado por Chen et all |6|, uma análise de um problema de transmissão de calor e massa simultaneamente, por convecção natural, num cilindro vertical. Neste problema foram desprezados os efeitos "diffusion-thermo" e "thermo-diffusion", e a velocidade interfacial devido a difusão mássica. A superfície do cilindro é mantida a temperatura e concentração mássica uniforme, ou a fluxo de calor e fluxo de massa uniforme.

No presente trabalho, pretende-se realizar uma análise sobre um problema de transferência de massa e calor simultaneamente, por convecção natural, num canal vertical de placas planas paralelas (veja figura 1). As placas são mantidas à temperatura uniforme e sobre uma das placas flui uma solução higroscópica completamente saturada, com baixa velocidade de tal forma que possa ser desprezada a difusão de massa devido ao termo convectivo e, que a velocidade superficial possa ser assumida nula. Como exemplo de aplicação prática de tal situação física, pode-se citar um sistema de desumificação de ambiente através de uma solução higroscópica, cuja etapa de recuperação da propriedade higroscópica da solução pode ser obtida num equipamento de características similares ao problema proposto.

2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Considera-se canal vertical de placas planas paralelas de altura ℓ e separadas por uma distância 2b (figura 1). A solução higroscópica que flui sobre uma das placas apresenta uma concentração mássica W_{A1}. As placas são mantidas nas temperaturas T_1 e T_2, respectivamente, e estão submersas num fluido incompressível, cuja concentração mássica é W_{A0} (com $W_{A0} < W_{A1}$) e a temperatura é T_0 (com $T_0 < T_1$ e T_2). A camada de solução é considerada espessa, de tal forma que sua temperatura pode ser assumida como a temperatura da placa.

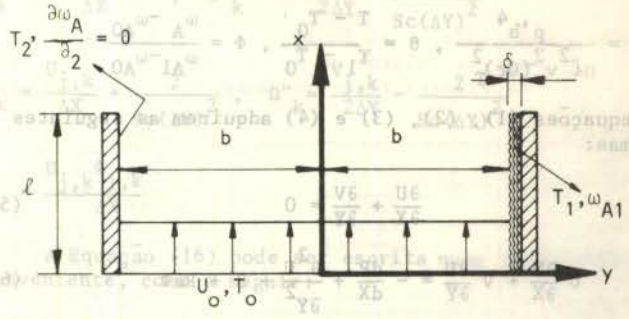


Figura 1 - Configuração geométrica do canal

O fluido é succionado para dentro do canal devido aos efeitos de convecção natural. A velocidade de sucção é assumida ser uniforme e a temperatura na entrada do canal é igual a temperatura ambiente. A força gravitacional atua na direção oposta a direção x e a força de empuxo devido ao gradiente de concentração mássica no fluido, pode atuar no mesmo sentido ou em sentido contrário ao da força de empuxo devido ao gradiente de temperatura, também no fluido.

A análise do problema será restringida para processos de difusão, cujos efeitos "thermo-diffusion" e "diffusion-thermo" podem ser desprezados.

Empregando-se a aproximação de Boussinesq, pode-se escrever as equações da conservação que caracterizam o problema, como segue:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1}{\rho} \frac{dp'}{dx} + \beta g (T - T_0) + \xi g (\omega_A - \omega_{A0}) \qquad (2)$$

onde,

$$p' = p - p_0, \quad \frac{\partial p_0}{\partial x} = -\rho_0 g, \quad \beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_{T_0, \omega_{A0}}$$

$$\xi = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial \omega_A}\right)_{T_0, \omega_{A0}}$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad (3)$$

$$u\frac{\partial \omega_A}{\partial x} + v\frac{\partial \omega_A}{\partial y} = D_{AB}\frac{\partial^2 \omega_A}{\partial y^2} \qquad (4)$$

D_{AB} = coeficiente de difusão binário
g = aceleração de gravidade
p = pressão do fluido devido a força de empuxo
p_0 = pressão hidrostática
T = temperatura no fluido
u = velocidade na direção axial ao escoamento
x e y = coordenadas cartesianas
ω_A = concentração mássica no fluido
ρ = densidade do fluido
ρ_0 = densidade do fluido a temperatura ambiente
ν = viscosidade cinemática
α = difusibilidade térmica
β = coeficiente de expansão do fluido devido a variação de temperatura
ξ = coeficiente de expansão do fluido devido a variação de concentração mássica

Utilizando-se os grupos adimensionais abaixo:

$$U = \frac{b^2 u}{\ell\,\nu\,(Gr)_T}, \quad V = \frac{bv}{\nu}, \quad X = \frac{x}{\ell (Gr)_T}, \quad Y = \frac{y}{b},$$

$$P = \frac{p' b^4}{\rho \ell^2 \nu^2 (Gr)_T^2}, \quad \theta = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0}, \quad \Phi = \frac{\omega_A - \omega_{A0}}{\omega_{A1} - \omega_{A0}}$$

as equações (1), (2), (3) e (4) adquirem as seguintes formas:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \qquad (5)$$

$$U\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{dP}{dX} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \theta + Re\,\Phi \qquad (6)$$

$$U\frac{\partial \theta}{\partial X} + V\frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr}\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \qquad (7)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial X} + V\frac{\partial \Phi}{\partial Y} = \frac{1}{Sc}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial Y^2} \qquad (8)$$

onde:

$$R_e = \frac{(Gr)_m}{(Gr)_T}, \quad (Gr)_m = \frac{g\xi(\omega_{A1} - \omega_{A0}) b^4}{\ell \nu^2}$$

$$(Gr)_T = \frac{g\beta(T_1 - T_0) b^4}{\ell \nu^2}, \quad Pr = \frac{C_p \nu \rho}{K} \text{ e } Sc = \frac{\nu}{D_{AB}}$$

$(Gr)_T$ é o número de Grashof térmico, $(Gr)_m$ é o número de Grashof mássico, Pr é o número de Prandtl e Sc é o número de Schmidt.

Quando Re = 0, não há nenhuma difusão de massa e a força de empuxo existente no canal é devido somente ao gradiente de temperatura. Quando $R_e > 0$, as forças de empuxo devido ao gradiente de concentração mássica e ao gradiente de temperatura atuam no mesmo sentido, e quando $R_e < 0$ estas forças atuam em sentidos contrário.

As condições de contorno que satisfazem as equações (5), (6), (7) e (8), são as seguintes:

$$\left.\begin{array}{l} u = 0 \quad V = 0 \text{ em } Y = \pm 1 \\ \theta = \theta_2\,, \ \dfrac{\partial \Phi}{\partial Y} = 0 \text{ em } Y = -1 \\ \theta = 1\,, \ \Phi = 1 \text{ em } Y = 1 \end{array}\right\} \ X \geq 0 \qquad (9)$$

$$\left.\begin{array}{l} \Phi = 0 \\ \theta = 0 \\ U = Q/2 \\ V = 0 \end{array}\right\} \ \text{em } X = 0 \text{ e } -1 < Y < 1$$

onde Q é a vazão volumétrica na forma adimensional.

Considerando-se que o fluxo volumétrico q permanece uniforme em qualquer secção transversal do canal, obtem-se:

$$q = 2bu = \int_{-b}^{b} u\,dy \qquad (10)$$

ou na forma adimensional:

$$Q = 2U = \int_{-1}^{1} U\,dY \qquad (11)$$

Fazendo-se um balanço de energia na interface fluido-placa ou fluido-solução higroscópica, obtem-se a seguinte equação em função de parametros adimensionais:

$$Nu = \frac{hb}{k} = -\frac{\left.\dfrac{\partial \theta}{\partial Y}\right|_{Y = \pm 1}}{(\theta_b - \theta\omega)} \qquad (12)$$

onde h é o coeficiente de transmissão de calor por convecção, k é a condutividade térmica, $\theta\omega$ é a temperatura adimensional na interface fluido-placa ou fluido-solução higroscópica e θ_b é a temperatura média de mistura na forma adimensional, dada pela seguinte equação:

$$\theta_b = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} \theta U dY \qquad (13)$$

Fazendo-se um balanço de massa na interface fluido-solução higroscópica, obtem-se a seguinte equação em função dos parâmetros adimensionais:

$$Sh = \frac{Kc\ b}{D_{AB}} = -\frac{\left.\dfrac{\partial \Phi}{\partial Y}\right|_{y = 1}}{(\Phi_b - 1)} \qquad (14)$$

onde Kc é o coeficiente de transmissão de massa por convecção, Φ_b é a concentração mássica média de mistura, definida pela seguinte equação:

$$b = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} \theta U dY \qquad (15)$$

3. SOLUÇÃO NUMÉRICA

As equações (5), (6), (7) e (8) são escritas sob a forma de diferenças finitas (método implícito) e aplicadas nos pontos da malha retangular da Figura 2, como segue:

$$\frac{U_{j+1,k+1} + U_{j,k+1} - U_{j+1,k} - U_{j,k}}{2 \cdot \Delta X} + \frac{V_{j+1,k+1} - V_{j,k+1}}{\Delta Y} = 0 \qquad (16)$$

$$U_{j,k}\frac{U_{j+1,k}-U_{j,k}}{\Delta X}+V_{j,k}\frac{U_{j+1,k+1}-U_{j+1,k-1}}{2\cdot\Delta Y}=$$

$$\frac{U_{j+1,k+1}-2U_{j+1,k}+U_{j+1,k-1}}{(\Delta Y)^2}-\frac{P_{j+1}-P_j}{\Delta X}+\theta_{j+1,k}+$$

$$Re\cdot\Phi_{j+1,k} \qquad (17)$$

$$U_{j,k}\frac{\theta_{j+1,k}-\theta_{j,k}}{\Delta X}+V_{j,k}\frac{\theta_{j+1,k+1}-\theta_{j+1,k-1}}{2\,\Delta Y}=$$

$$\frac{1}{Pr}\frac{\theta_{j+1,k+1}-2\theta_{j+1,k}+\theta_{j+1,k-1}}{(\Delta Y)^2} \qquad (18)$$

$$U_{j,k}\frac{\Phi_{j+1,k}-\Phi_{j,k}}{\Delta X}+V_{j,k}\frac{\Phi_{j+1,k+1}-\Phi_{j+1,k-1}}{2\,\Delta Y}=$$

$$\frac{1}{Sc}\frac{\Phi_{j+1,k+1}-2\Phi_{j+1,k}+\Phi_{j+1,k-1}}{(\Delta Y)^2} \qquad (19)$$

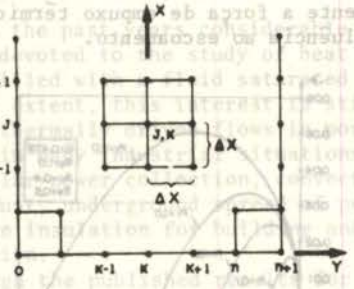


Figura 2 - Representação esquemática da subdivisão da malha para a solução do problema

A Equação (11) é integrada pelo método da regra trapezoidal e escrita também sob a forma de diferenças finitas, resultando:

$$Q=\frac{2}{(n+1)}\sum_{k=1}^{n}2\,U_{j,k} \qquad (20)$$

Aplicando-se a fórmula dos três pontos para diferenciação (diferenças finitas), na condição de contorno $\frac{\partial\Phi}{\partial Y}=0$ em Y = 1, dada pela Equação (9), obtem-se:

$$-3\,\Phi_{j+1,0}+4\,\Phi_{j+1,1}-\Phi_{j+1,2}=0 \qquad (21)$$

As condições de contorno especificadas por (9) são aplicadas no conjunto de equações dadas de (16) a (19). O sistema de equações dado por (17) será escrito na forma matricial juntamente com a Equação (20). O sistema de equações (19) juntamente com a Equação (21) são agrutinados numa única matriz, o mesmo acontece com o sistema de equações dado por (18), isto é:

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & & & & & & 0 \\ \gamma_1 & \Omega_1 & & & & & & \frac{1}{\Delta X} \\ \alpha_2 & \gamma_2 & \Omega_2 & & & & & - \\ & - & - & - & & & & - \\ & & - & - & - & & & - \\ & & & \alpha_{n-1} & \gamma_{n-1} & \Omega_{n-1} & & \frac{1}{\Delta X} \\ & & & & \alpha_n & \gamma_n & & \frac{1}{\Delta X} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U_{j+1,1} \\ U_{j+1,2} \\ \cdot \\ \cdot \\ U_{j+1,n} \\ P_{j+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (n+1)Q \\ H_1 \\ H_2 \\ \cdot \\ H_{n-1} \\ H_n \end{Bmatrix} \qquad (22)$$

$$\begin{bmatrix} \gamma'_1 & \Omega'_1 & & & \\ \alpha'_2 & \gamma'_2 & \Omega'_2 & & \\ & - & - & - & \\ & & \alpha'_{n-1} & \gamma'_{n-1} & \Omega'_{n-1} \\ & & & \alpha'_n & \gamma'_n \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \theta_{j+1,1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \theta_{j+1,n-1} \\ \theta_{j+1,n} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} H_1-\alpha'_1\theta_2 \\ H'_2 \\ \cdot \\ H'_{n-1} \\ H'_n-\Omega'_n \end{Bmatrix} \qquad (23)$$

$$\begin{bmatrix} \alpha''_1 & \gamma''_1 & \Omega''_1 & & \\ \alpha''_2 & \gamma''_2 & \Omega''_2 & & \\ & - & - & - & \\ & & \alpha''_{n-1} & \gamma''_{n-1} & \Omega''_{n-1} \\ & & & \alpha''_n & \gamma''_n \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \phi_{j+1,0} \\ \phi_{j+1,1} \\ \cdot \\ \phi_{j+1,n-1} \\ \phi_{j+1,n} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} H''_1 \\ H''_2 \\ \cdot \\ H''_n-\Omega''_n \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad (24)$$

$$\begin{bmatrix} -3 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

onde,

$$H_k=\frac{(U_{j,k})^2+P_j}{\Delta X}+\theta_{j+1,k}+Re\,\Phi_{j+1,k}$$

$$\alpha_k=-\frac{V_{j,k}}{2\Delta Y}-\frac{1}{(\Delta Y)^2},\quad \gamma_k=\frac{U_{j,k}}{\Delta X}+\frac{2}{(\Delta Y)^2}$$

$$\Omega_k=\frac{V_{j,k}}{2\Delta Y}-\frac{1}{(\Delta Y)^2},\quad \alpha'_k=-\frac{V_{j,k}}{2\Delta Y}-\frac{1}{Pr(\Delta Y)^2}$$

$$\gamma'_k=\frac{U_{j,k}}{\Delta X}+\frac{2}{Pr(\Delta Y)^2},\quad \Omega'_k=\frac{V_{j,k}}{2\Delta Y}-\frac{1}{Pr(\Delta Y)^2}$$

$$H'_k=\frac{U_{j,k}\cdot\theta_{j,k}}{\Delta X},\quad \alpha''_k=-\frac{V_{j,k}}{2\Delta Y}-\frac{1}{Sc(\Delta Y)^2}$$

$$\gamma''_k=\frac{U_{j,k}}{\Delta X}+\frac{2}{Sc(\Delta Y)^2},\quad \Omega''_k=\frac{V_{j,k}}{2\Delta Y}-\frac{2}{Sc(\Delta Y)^2}$$

$$H''_k=\frac{U_{j,k}\,\Phi_{j,k}}{\Delta X}$$

A Equação (16) pode ser escrita numa forma mais conveniente, como a seguir:

$$V_{j+1,k+1}=V_{j+1,k}-\frac{\Delta Y}{2(\Delta X)}(U_{j+1,k+1}+U_{j+1,k}-U_{j,k+1}-U_{j,k}) \qquad (24)$$

Os sistemas de equações (22), (23) e (24) são resolvidos pelo método de eliminação de Gauss-Jordan. As equações (13) e (15) são resolvidas pelo método de integração de Simpson.

Nas equações (12) e (14) são aplicadas a fórmula dos três pontos para diferenciação e obtidos os valores locais de Nu e Sh.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Na Figura 3, é visto que o Nu local aumenta quando Pr cresce. Isto é esperado, pelo fato de que, para maiores valores de Pr, o perfil de velocidade desenvolve mais lentamente (veja Figura 6), o que produz camadas limites térmicas mais espessas, em consequência, haverá maiores gradientes de temperatura próxima a superfície da placa. Nesta figura, é visto também que Sh local aumenta quando Pr cresce. Tal fato, é compreensível, pois, como explicado, para maiores valores de Pr, haverá um maior fluxo de calor na interface fluido-solução higroscópica, o que provoca maior difusão de massa da região próxima a esta interface, causando maiores gradientes de concentração mássica na interface fluido-solução. Na

Figura 4, verifica-se que para maiores valores de Pr, o perfil de temperatura desenvolve mais lentamente. Isto é esperado devido ao próprio significado físico de Pr, que estabelece uma relação entre o desenvolvimento do perfil de velocidade e o perfil de temperatura. Portanto, para maiores valores de Pr, o perfil de velocidade desenvolve mais rapidamente que o perfil de temperatura, atingindo a condição de escoamento completamente desenvolvido, sem o perfil de temperatura estar totalmente desenvolvido. Na Figura 5, observa-se que a pressão se anula numa altura do canal, tanto menor quanto menor for Pr. Tal fato acontece, porque para pequenos valores de Pr, o perfil de temperatura e concentração mássica (como explicado anteriormente) desenvolvem rapidamente, anulando as forças de empuxo. Na Figura 6, observa-se que Nu e Sh local aumentam quando Re cresce, para Re>0. Os efeitos da força de empuxo devido ao gradiente térmico e ao gradiente de concentração mássica atuam no mesmo sentido quando Re>0. Portanto, para grandes valores de Re, haverá uma maior força de empuxo devido ao gradiente de concentração mássica, e consequentemente, uma maior força de empuxo resultante. Quanto maior for esta força, maior será a velocidade de deslocamento do fluido no escoamento, o que produz uma camada limite térmica mais espessa e uma camada limite de concentração mássica também mais espessa, provocando na região próxima a interface fluido-solução maiores gradientes de temperatura e de concentração mássica. Na Figura 7, verifica-se que maiores valores de Re, θ_b e Φ_b, são maiores na saída do canal (em L), entretanto, estas apresentam os mesmos valores em cada secção transversal do canal. Tal fato pode ser compreendido observando-se que para menores valores de Re, o perfil de velocidade se desenvolve mais rapidamente (menor velocidade de deslocamento do fluido no escoamento), anulando a pressão sem o perfil de temperatura ou o perfil de concentração mássica ter-se desenvolvido completamente. Na Figura 8, observa-se que a pressão anula numa altura do canal, tanto menor quanto maior for Re. Este comportamento é justificado pelas considerações apresentadas no parágrafo anterior.

Foi observado em figuras não apresentadas que Nu local e Φ_b não sofrem qualquer alteração quando analisadas para varios valores de Sc e mantidos fixos os valores de Re e Pr. Entretanto, para esta situação Sh local e Φ_b aumentam quando Sc<0,7 permanecendo constantes para Sc>0,7. Este fato é caracterizado, devido a camada limite de concentração mássica tornar-se mais espessa para maiores valores de Sc, o que produz maiores gradientes de concentração mássica na interface fluído-solução.

Em resumo, observa-se que Pr e Re tem maior influência sobre o escoamento do que Sc. Tal fato se justifica pelo fato de que a transferência de calor e de massa aumentaram com maior significância quando a força de empuxo térmico aumenta. Como os parâmetros Pr e Re afetam mais efetivamente a força de empuxo térmico, estes causarão mais influência ao escoamento.

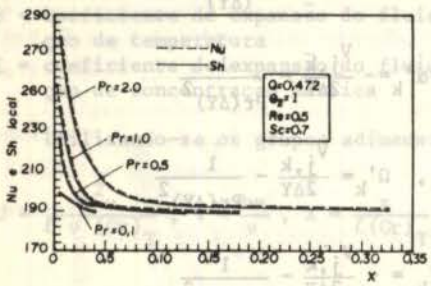


Figura 3 - Nu local e Sh local para vários valores de Pr e para valores fixos de Re e Sc.

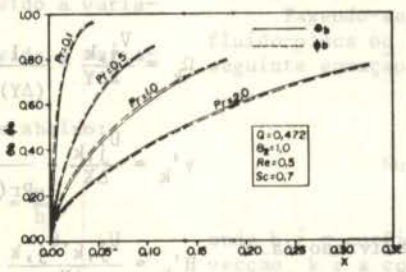


Figura 4 - θ_b e Φ_b, para valores de Pr e para valores fixos de Re e Sc.

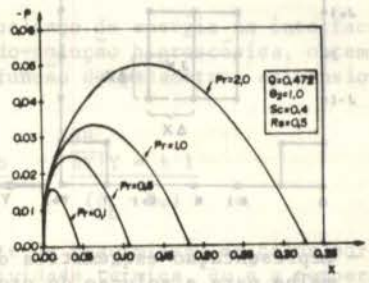


Figura 5 - Distribuição de pressão ao longo do canal, para vários valores de Pr e para valores fixos de Re e Sc.

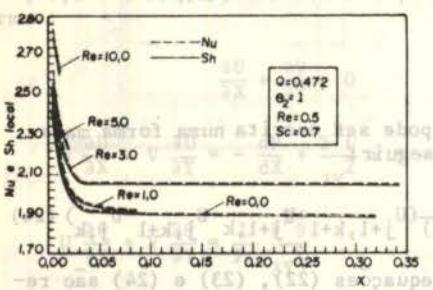


Figura 6 - Nu local e Sh local, para vários valores de Re e para valores fixos de Pr e Sc

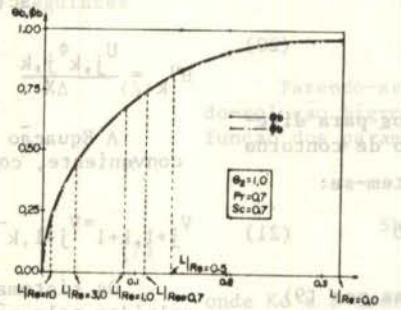


Figura 7 - θ_b e Φ_b, para valores de Re e para valores fixos de Pr e Sc.

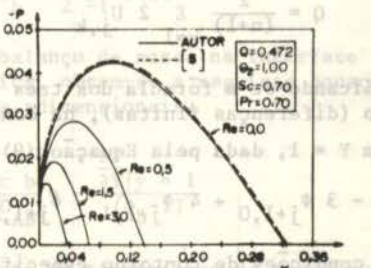


Figura 8 - Distribuição de pressão ao longo do canal, para vários valores de Pre para valores ficos de Pr e Sc.

BIBLIOGRAFIA

1. B. Gebhart and L. Pera, The nature of vertical natural convection flows resulting from the combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion, Int. J. Heat Mass Transfer 14, 2025-2050 (1971).
2. L. Pera and B. Gebhart, Natural convection flows adjacent to horizontal surfaces resulting from the combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion, Int.J. Heat Mass Transfer 15, 269-278(1978).
3. W.G. Mathers, A.J. Madden, Jr and Edgar L. Piret, Simultaneous Heat and Mass Transfer in Free Convection, Fluid Mechanics in Chemical Engineering, V.49, nº 6, 961-968 (1957).
4. T.S.Chen and C.F. Yuh, Combined heat and mass transfer in natural convection on inclined surfaces, Numer. Heat Transfer 2, 233-250 (1979).
5. J.R. Bodoia and J.F. Osterle, The Development of free convection between heated vertical plates, J. of Heat Transfer, 40-44 (1962).
6. T.S. Chen and C.F. Yuh, Combined heat and mass transfer in natural convection along a vertical cylinder, Int. J. Heat Mass Transfer, 23, pp. 451-461(1980).

SUMMARY

This paper presents a heat and mass transfer process in the transition region of a flat plates vertical channel, using a finite differences method. The results are presented in terms of the correlations calculated for the number of Nusselt and Sherwood.

CONVECTIVE HEAT TRANSFER IN A THIN POROUS LAYER EXPOSED TO A CONSTANT HEAT FLUX

P. VASSEUR
L. ROBILLARD
I. ANOCHINAVARI
DEPARTMENT OF CIVIL ENGINEERING
ECOLE POLYTECHINIQUE, MONTREAL, CANADA

SUMMARY

Thermally driven flow in a thin rectangular cavity filled with a porous medium heated with uniform heat flux along the vertical side walls is considered. An approximate solution, valid for small cavity aspect ratios, is developed. The flow fields, temperature distribution and heat transfer rates are obtained explicitely in terms of the Rayleigh number: A numerical solution of the present problem is also presented. The agreement between the analytical and numerical results is found to be very good.

INTRODUCTION

Over the past years considerable research efforts have been devoted to the study of heat transfer in enclosures filled with a fluid saturated porous medium. To a large extent, this interest is stimulated by the fact that thermally driven flows in porous media are important in many industrial situations. Applications include solar power collection, convection in the earth's crust, underground spread of pollutants, high performance insulation for building and geothermal energy extraction.

Though the published results for the convective heat transfer in a rectangular cavity cover wide ranges of Rayleigh number and aspect ratio, most of them have been limited to large aspect ratios A (A = height/width ≥ 1). For low aspect ratios, $A < 1$, very few reports are available in the literature. Cormack et al [1] investigated the case of the gravity induced flow in slender horizontal enclosures subjected to a horizontal temperature gradient. The problem was solved by means of an asymptotic theory for very small aspect ratios $A \ll 1$ and arbitrary but fixed values of the Grashof and Prandtl numbers. An approximate theory, valid for small but finite aspects ratios, was developed by Bejan and Tien [2] to cover the three regimes of $Ra \to 0$, Ra intermediate and large Ra. A numerical solution for the problem considered by Bejan and Tien was presented by Kickox and Gartling [3] and regions of validity for the analytical results were delineated. All these works have considered almost exclusively cavities having isothermal vertical walls. However, in many applications, the temperature of the heated wall is not maintained uniform but, rather, it is the consequence of the heat flux imposed to the wall.

The objective of the present investigation is to study analytically and numerically the flow and heat transfer characteristics in a thin porous layer with uniform heat flux along the two vertical sides. The differential equations which describe the natural convection process are formulated in a standard manner assuming the validity of Darcy's law and the Boussinesq approximation. An approximate solution, based on the method developed by Bejan and Tien [2], is developed. The results of the analysis are verified through numerical calculations. The agreement between numerical results and theory is good.

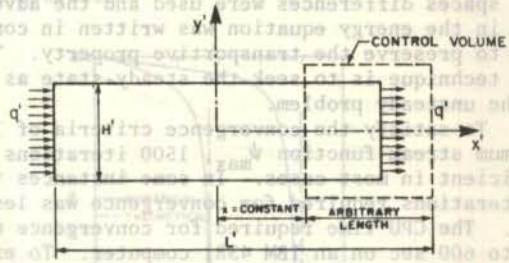


Fig. 1 Control volume for determination of constant C

MATHEMATICAL FORMULATION

The problem under study is steady two-dimensional natural convection in a rectangular cavity containing a Darcy medium. The two horizontal surfaces are taken to be perfectly insulating and a uniform heat flux is imposed along both side walls. The momentum boundary conditions are no mass flux through the boundaries. The cavity is taken to be of height H' and length L' with a co-ordinate system (x',y') located at the geometric center of the slot (see Fig. 1). Invoking Darcy's law along with the Boussinesq approximation the dimensionless form of the governing equations are:

$$\nabla^2 \psi = -Ra \frac{\partial T}{\partial x} \tag{1}$$

$$\nabla^2 T = u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \tag{2}$$

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad , \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{3}$$

with the conditions

$$\psi = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial x} = -1 \quad \text{on} \quad x = \pm 0.5$$
$$\psi = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad \text{on} \quad y = \pm 0.5A \tag{4}$$

In the above equations the variables have been reduced to dimensionless form by introducing the following scales

$$(x,y) = (x',y')/L' \qquad u,v = (u',v')L'/\alpha$$

$$T = (T'-T_0')/\Delta T' \qquad \Delta T' = q'L'/k \qquad (5)$$

$$Ra = g\beta KL'\Delta T'/\nu\alpha \qquad A = H'/L'$$

where primes denote dimensional variables, u' and v' are the Darcy velocity components in the x' and y' directions, T_0' the temperature in the geometric center of the slot, Ra the Darcy-Rayleigh number and q' the heat flux applied on both side walls. The symbols α, β, g, K and ν denote the effective thermal diffusivity, the coefficient of thermal expansion, the gravitational acceleration, the permeability and the kinematic viscosity respectively. From the above equations it is seen that the present problem contains two dimensionless parameters: the aspect ratio A and the Rayleigh number Ra.

Numerical Solution. To obtain numerical solutions of the governing equations (1) to (4) finite differences were used. The energy equation was solved using the alternating implicit (ADI) method. The stream function field was obtained from equation (1) using the successive over-relaxation method (SOR) and a known temperature distribution. Forward time and central spaces differences were used and the advective term in the energy equation was written in conservative form to preserve the transportive property. The solution technique is to seek the steady-state as a limit of the unsteady problem.

To satisfy the convergence criteria of 1% on the maximum stream function ψ_{max}, 1500 iterations were sufficient in most cases. In some instances the number of iterations required for convergence was less than 1200. The CPU time required for convergence was from 120 to 600 sec on an IBM 4381 computer. To expedite plotting of the results, an auxilliary computer program was written to locate points lying on specified isotherms and streamlines by linear interpolation of the computed values at the grid points. All graphs were performed on a CALCOMP 563 automatic plotter.

Analytical Solution. Following the procedure developed by Bejan and Tien [2], it is assumed that the natural convection pattern consists of a core region situated in the middle of the porous layer plus two end regions in which the flow adjusts to the imposed boundary conditions. As the aspect ratio is decreased, the streamlines in the core region become nearly parallel and the temperature profile is only weakly dependent on the vertical coordinate. Thus by setting $v = 0$ in equations (1) to (3) and solving the resulting equations it is found that the resulting velocity and temperature distributions in the core region are

$$\psi = -\frac{C}{2} Ra \left(y^2 - \frac{A^2}{4}\right) ; \qquad u = -C Ra\, y \qquad (6)$$

$$T = Cx - \frac{C^2}{2} Ra \left(\frac{y^3}{3} - \frac{A^2}{4} y\right) \qquad (7)$$

where the constant C, the axial temperature gradient, has to be determined from the thermal boundary conditions imposed on the vertical walls. This may be done by integrating the energy equation over an arbitrary control volume located on one of the end regions of the cavity. By making use of the fact that the top and the bottom of the control volume is insulated and the heat flux through the vertical walls is specified, it may be shown that at any x = constant (see figure 1) one obtains:

$$\int_{-A/2}^{A/2} \frac{\partial T}{\partial x}\, dy = \int_{-A/2}^{A/2} T u\, dy \qquad (8)$$

substituting equations (6) and (7) into (8) and integrating yields:

$$C^3 A^4 Ra^2 + 120C - 120 = 0 \qquad (9)$$

The value of the axial temperature gradient C for a given Rayleigh number Ra may thus be obtained from equation (9).

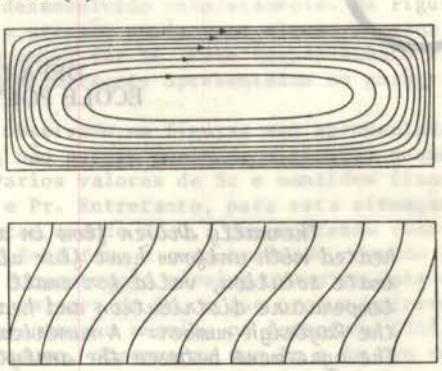


Fig. 2 Streamlines and isotherms for Ra = 100, A = 1/3

RESULTS AND DISCUSSION

The natural convective flow in the porous layer under consideration is uniquely characterized by the specification of the Rayleigh number Ra and the aspect ratio A . For the numerical studies presented in this section, we have considered only the case of a cavity having an aspect ratio A = 1/3 and Rayleigh numbers ranging from 20 to 5000.

Velocity and temperature distributions. Typical isotherms and streamlines for Rayleigh numbers of 100 and 1000 are presented in Figs 2 and 3 respectively. The strealines are equally spaced between a value of zero on the boundaries and the maximum value quoted on each figure. The isotherms are equally spaced between the maximum temperature, located on the top of the right vertical wall, and the minimum temperature on the bottom of the left one.

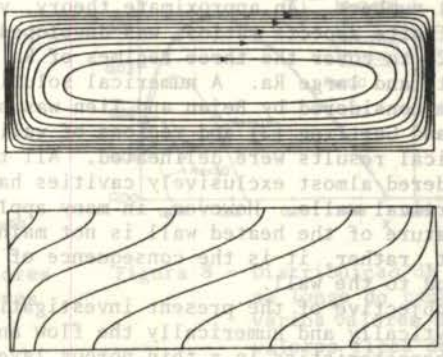


Fig. 3 Streamlines and isotherms for Ra = 1000, A = 1/3

The nondimensionless temperature at the center of the cavity is equal to zero due to the normalization used in equation (5). Compared to the classical case of constant temperatures at both vertical walls, temperature fields in the present case are quite different. Here isotherms start from the heated or the cooled wall and end at the top or the bottom wall respectively. This change in the temperature field brings a noticeable change of the flow patterns near the vertical walls as compared to those for the cavity with isothermal verti-

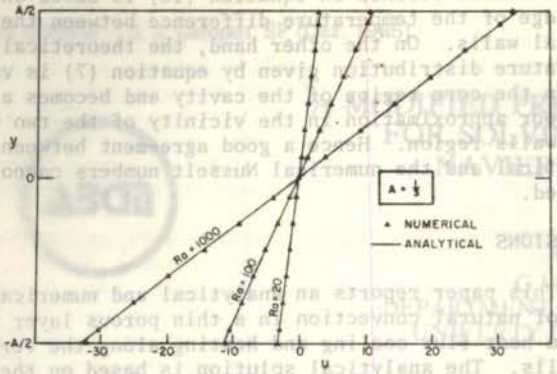


Fig. 4 Comparison of numerical and analytical predictions for horizontal velocity distribution on the vertical mid-plane A = 1/3

cal walls. Hence streamlines near a wall subjected to a constant heat flux are observed to run almost parallel to the wall over a significantly large portion of its extent. This behavior was found to become more prominent as the aspect ratio was increased. Flow patterns reported for nonporous cavities exhibit a very similar qualitative behavior.

In Figs. 4 and 5, numerically and analytically predicted velocity and temperature distributions are compared for an aspect ratio of 1/3 and Rayleigh numbers of 20, 100 and 1000. In Fig. 4 the calculated velocity distribution on a vertical plane passing through the center of the cavity is compared with the distribution predicted by equation (6).

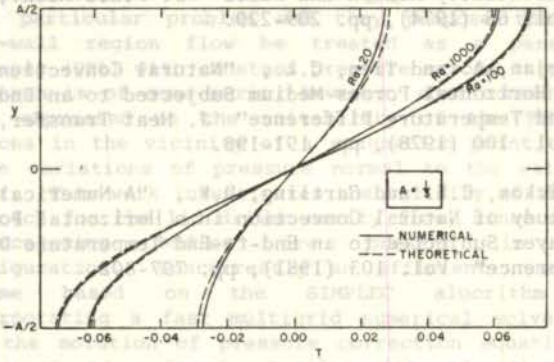


Fig. 5a) Comparison of numerical and analytical predictions for temperature distribution on the vertical mid-plane A = 1/3

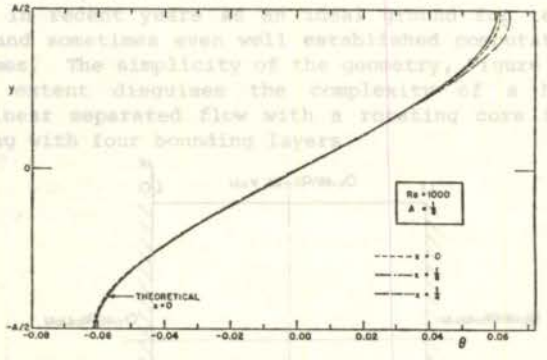


Fig. 5b) Comparison of numerical and analytical predictions for temperature distribution on x = 0, 1/8 and 1/4, A = 1/3

This figure is presented in order to test the chief property of the theoretical solution, namely, the linear variation of velocity with altitude, regardless of x. The numerical results show clearly that, in the core region, the velocity varies linearly with altitude. A slight discrepancy between the theoretical and numerical velocity is observed for all the points located on the horizontal boundaries. This is probably due to the fact that a first order scheme was used to calculate the points located on those boundaries. Similarly, temperature distributions calculated for the vertical mid-plane are compared with the analytical result given by equation (7), in Fig. 5. Here again it is seen that the calculated results are predicted very well by the analytical solutions.

Fig. 6 tests the main characteristic of the theoretical flow field, namely, the no-vertical flow condition which must prevail in the core region. The figure shows the stream function in the horizontal mid-plane of the porous layer for the cases A = 1/3 and Ra = 1000 and 5000. It is seen that the profile is remarkably flat in the central region of the cavity and varies only in the relatively thin layers located along the vertical walls of the cavity. This result indicates that a vertical flow circulates only through these two thin layers and is negligeable in the core region where only a horizontal flow prevails.

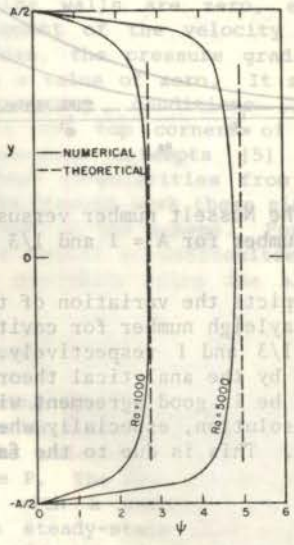


Fig. 6 Numerical results for the stream function in the horizontal mid-plane and comparison with the theoretical value A = 1/3

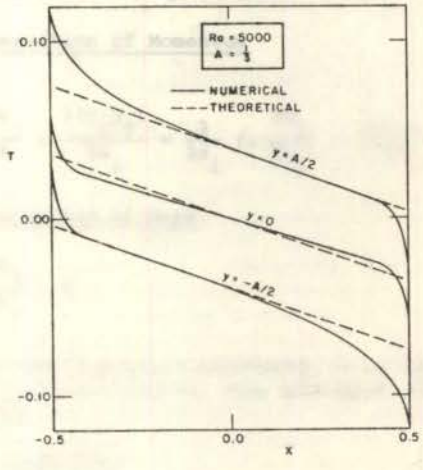


Fig. 7 Numerical results for the temperature distributions along the top and bottom walls and mid-plane and comparison with the theoretical value, A = 1/3.

The temperature distributions along the top and bottom walls and the mid-plane of the cavity are given in Fig. 7 for the case A = 1/3 and Ra = 5000. The numerical profiles agree well with the analytical expression (7) in the core region of the cavity. Deviations from the theoretically predicted pattern occur near the vertical extremities where the horizontal temperature gradient must be equal to unity to satisfy the imposed constant heat flux applied on those boundaries.

HEAT TRANSFER RATE

The heat transfer rate between the ends of the horizontal layer can be evaluated, in terms of the Nusselt number, Nu, from the following relation:

$$Nu = \frac{q'/\Delta T'}{k} L' = \frac{1}{\Delta T} \qquad (10)$$

where $\Delta T'$ is a characteristic wall-to-wall temperature difference, taken in this study at the position x = 0, and ΔT is the corresponding dimensionless temperature difference.

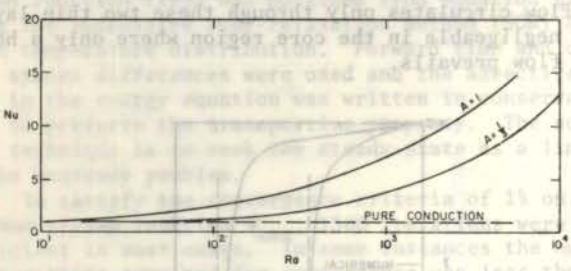


Fig. 8 The Nusselt number versus the Rayleigh number for A = 1 and 1/3

Figure 8 depicts the variation of the Nusselt number with the Rayleigh number for cavities with aspect ratios A = 1/3 and 1 respectively. The Nusselt numbers predicted by the analytical theory, Nu = 1/C, were not found to be in good agreement with the results of the numerical solution, especially when the Rayleigh numbers are large. This is due to the fact that the Nusselt number defined in equation (10) is based on the knowledge of the temperature difference between the two vertical walls. On the other hand, the theoretical temperature distribution given by equation (7) is valid only in the core region of the cavity and becomes a very poor approximation in the vicinity of the two vertical walls region. Hence a good agreement between the theoretical and the numerical Nusselt numbers cannot be expected.

CONCLUSIONS

This paper reports an analytical and numerical study of natural convection in a thin porous layer with uniform heat flux cooling and heating along the vertical walls. The analytical solution is based on the hypothesis that if the two-dimensional cavity is very slender, $A \ll 1$, the central portion is sufficiently far removed from the two ends so that in the core retion the streamlines are essentially parallel to the two horizontal walls. This hypothesis was strongly confirmed by numerical simulation of the same natural convection phenomenon. The results presented in this paper provide information useful for the analysis of insulating layers. It is also possible that these results may prove useful in geothermal applications.

ACKNOWLEDGEMENT

The authors wish to acknowledge the support of the National Research Council of Canada, Grant No. A9201.

REFERENCES

[1] Cormack, D.E., Leal, L.G. and Imberger, J., "Natural Convection in a Shallow Cavity with Differentially Heated End Walls" J. Fluid Mech., Vol. 65 (1974), pp. 209-229.

[2] Bejan, A. and Tien, C.L., "Natural Convection in a Horizontal Porous Medium Subjected to an End-to-End Temperature Difference" J. Heat Transfer, Vol. 100 (1978), pp. 191-198.

[3] Hickox, C.E. and Gartling, D.K., "A Numerical Study of Natural Convection in a Horizontal Porous Layer Subjected to an End-to-End Temperature Difference" Vol. 103 (1981), pp. 797-802.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

A MODIFIED PRESSURE CORRECTION SCHEME FOR SOLVING THE INCOMPRESSIBLE NAVIER - STOKES EQUATIONS

A.C.M. SOUSA
V.M. THEODOSSIOU
G.V. HADJISOPHOCLEOUS
DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING
UNIVERTY OF NEW BRUNSWICK, CANADA

SUMMARY

The present paper reports on a modified pressure implicit predictor-corrector type scheme for solving the flow governing equations described in primitive variables. A parabolic sublayer (PSL) approach for the treatment of the flow in the vicinity of solid walls is critically evaluated in terms of computational efficiency and accuracy. The lid driven cavity flow is chosen as the test case and results are presented for Reynolds numbers ranging from 100 to 5000. Predictions with the proposed scheme indicate substantial computational savings and fairly good agreement when compared with previous work.

INTRODUCTION

The numerical study of turbulent or high Reynolds number laminar flows requires a special treatment in the near-wall region. Typically, mesh refinement is used, but this approach tends to slow down convergence rates quite dramatically. For this reason, as an alternative, wall functions are employed. These functions, however, are in most cases simple formulae based on experimental data for parallel flows with dubious applicability to recirculating flows. Two recent papers [1,2] examine this particular problem and they propose that the near-wall region flow be treated as a parabolic sublayer (PSL) with constant pressure across it. This approach is of some merit, however, some concern has been expressed on the suitability of the PSL for regions in the vicinity of a stagnation point, where large variations of pressure normal to the wall may occur. This work investigates the validity of the PSL approach for the lid driven cavity flow, since strong recirculating eddies are present in this configuration. Concurrently an efficient numerical scheme based on the SIMPLEC algorithm [3] incorporating a fast multigrid numerical solver [4] for the solution of pressure correction equation is discussed and analysed. Results with and without the PSL approach are compared to each other and with work of previous authors for different Reynolds numbers.

TEST SECTION

Cavity flows have attracted considerable attention in recent years as an ideal ground for testing new and sometimes even well established computational schemes. The simplicity of the geometry, Figure 1, to some extent disguises the complexity of a highly nonlinear separated flow with a rotating core interacting with four bounding layers.

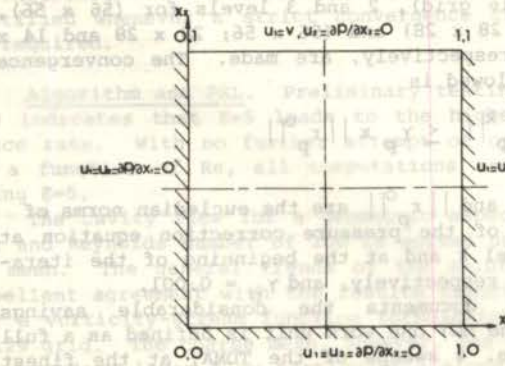


Figure 1. Test Section and Boundary Conditions

The boundaries of the flow domain are assumed to be non-slip and impermeable, consequently the velocity components at the walls are zero, except for the tangential component of the velocity at the moving wall. Furthermore, the pressure gradient normal to the walls takes a value of zero. It should be noted that these boundary conditions lead to two singularities in the top corners of the cavities. Contrary to previous attempts [5] of extracting analytically these singularities from the dependent variables, in the present work these singularities are fully incorporated in the scheme. For the range of Reynolds numbers tested no difficulties were experienced with the procedure using the algorithm to be described.

MATHEMATICAL MODEL

The governing equations for conservation of mass and momentum are written in primitive variables, i.e. in terms of the velocity vector U_i (i=1,2) and the dynamic pressure P. The flow motion is assumed to be steady laminar with a constant property Newtonian fluid. Although steady-state conditions are assumed for the flow, the numerical solution is obtained through a quasi-transient procedure starting from rest initial conditions.

The equations in conservative form for the mathematical model using cartesian tensonial notation are:

Conservation of Momentum

$$\frac{\partial U_j}{\partial t} + \frac{\partial (U_i U_j)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\nu \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) - \frac{\partial (P/\rho)}{\partial x_i} \qquad (1)$$

Conservation of Mass

$$\frac{\partial U_j}{\partial x_j} = 0 \qquad (2)$$

where ν is the kinematic viscosity, ρ is the density and t and X_i (i=1,2) denote time and space dimensions, respectively.

NUMERICAL ALGORITHM

In the following sections the major features of the numerical algorithm are outlined, however, the reader is expected to be familiar with the general principles of numerical solutions of pressure linked equations [6].

Discretization Procedure. The conservation equations are discretized by an averaging procedure over small control domains surrounding nodal points. Velocities and pressure are staggered on each control domain, with pressure defined in the center of the domain and velocity components at the center of the faces normal to them. The interaction between diffusion and convection is described by hybrid differencing. This formulation, based on numerical experiments reported elsewhere [7], proved to be a reasonable compromise between accuracy and computational effort.

The discretized equations are written for each domain in the general form

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_w \phi_w + a_n \phi_n + a_s \phi_s + b_p \qquad (3)$$

where a_p, a_E, a_W, a_N, a_S are coefficients which may be a function of ϕ itself as well as other variables. For this particular case ϕ stands for U_1, U_2 and P' (pressure correction) respectively. For brevity the right-hand side of Equation (3) hereon is denoted by

$$\Sigma a_{nb}^{(\phi)} \phi_{nb}.$$

Numerical Scheme. A predictor-corrector scheme is used in which the momentum equations are linked to the continuity equation by the pressure correction equation. The solution is advanced in a distorted transient fashion in which the local time step, Δt, is given by

$$\Delta t = E \times (\Delta t)_{max} \qquad (4)$$

where $(\Delta t)_{max}$ is the maximum step allowed for an explicit formulation and E is a constant factor equal to or larger than one.

The main steps of the scheme may be summarized as follows:

1. Determination of the velocity field using a tentative value for pressure (P*) in the discretized momentum equations. The discretized U_1 - momentum equation over the domain centered on e is

$$a_e \cdot U_{1_e}^* = \Sigma a_{nb}^{(u_1)} \cdot U_{1_e}^* + (P_p^* - P_E^*) \cdot A_e + b_e \qquad (5)$$

Where $a_e = \Sigma a_{nb} \cdot (1 + \frac{1}{E})$ and A_e is the area of the domain on which the pressure difference is applied. The U_2 equation takes a form similar to that of Equation (5).

2. Solution of a pressure correction (P') equation

$$a_P \cdot P'_P = \Sigma a_{nb}^{(P')} \cdot P'_{nb} + b_p \qquad (6)$$

3. Correction of the velocity, e.g. for U_1 is given by

$$U_{1_e} = U_{1_e}^* + d_e (P'_P - P'_E) \qquad (7)$$

$$\text{where } d_e = \frac{A_e}{a_e - \Sigma a_{nb}} \qquad (8)$$

4. Updating of pressure

$$P = P^* + P' \qquad (9)$$

At this stage convergence criteria are checked and if satisfied the calculation is stopped, otherwise the calculational procedure is repeated from 1 where P takes the place of P*.

It should be noted that Equations (4) and (8) are critical steps on the formulation of this algorithm. Unfortunately there is no general guideline for the selection of an optimum value of E but for cavity flows, in general, E is between 1 and 7.

Solution of Equations. Due to the non-linear nature of the problem iterative methods are used for the solution of the discretized momentum equations and for the pressure correction equation; Equation (6). The momentum equations are solved using the Tridiagonal Matrix Algorithm (TDMA) [3] sweeping from the bottom to the top of the cavity with a relaxation factor of 1.4.

Equation (6) poses a considerable challenge to most of conventional iterative schemes due to its strong ellipticity associated with the relative order-of-magnitude of the coefficients and the zero-gradient boundary conditions. These difficulties are overcome with the use of a cycling-accommodative correction multigrid method (MG) [8]. The MG approach implies the dynamic interaction of the numerical solution over grids of different size (levels). In this particular case a maximum of three levels are used. The three major components of the MG are prolongation, restriction and relaxation. Prolongation, i.e. the transfer of corrections from coarse grid points to fine grid points, is achieved by bilinear interpolation. It should be noted that in this particular MG the grid points at different levels are not subset of each other. This procedure has the advantage of a more realistic interplay between the different levels. The restriction or transfer of residuals from fine to coarse grids is accomplished by linear interpolation, which is adequate for most applications with no abrupt changes in flow. For the relaxation the TDMA is applied in four successive sweeps in different directions. In addition the coefficients of the pressure correction equation are transferred to the coarser grids using linear interpolation.

PSL Procedure. The parabolic sublayer approach is used along the vertical walls. Within the sublayer the u_1 momentum equation is not solved, as the pressure gradient across the layer is assumed to be zero, requiring that only the continuity equation be satisfied.

RESULTS AND DISCUSSION

Numerical tests are conducted to evaluate the performance of the MG and to determine the relative computational efficiency of PSL and its influence upon the solution. In addition the overall accuracy of the scheme is compared with previously published work.

MG Testing. The excellent convergence rate for MG when applied to elliptic equations with uniform coefficients and Dirichlet boundary conditions is well known [8]. By contrast, there is some uncertainty when coefficients are variable and Neumann boundary conditions are present. Previous work in this area has met only moderate success [4] or conditions are artificially oversimplified [9].

For the testing of this new MG a mesh of 56 x 56, corresponding to the finest level is used. A typical single cycle is solved for the cavity flow with Reynolds number (Re) equal to 5,000. Comparisons with 1 (single grid), 2 and 3 levels for (56 x 56), (56 x 56 and 28 x 28) and (56 x 56; 28 x 28 and 14 x 14) meshes, respectively, are made. The convergence criterion followed is

$$||r_p^k|| \leq \gamma_p \times ||r_p^o||$$

where $||r_p^k||$ and $||r_p^o||$ are the eucledian norms of the residual of the pressure correction equation at iteration level k and at the beginning of the iterative process, respectively, and $\gamma_p = 0.001$.

Table 1 documents the considerable savings achieved by the MG; one work unit is defined as a full iteration, i.e. 4 sweeps of the TDMA, at the finest level.

Figure 2 depicts the behaviour of the solution.

It should be noted that single grid point-by-point relaxation techniques lead to no convergence. Also, for the test cases examined the rate of convergence of MG with 4 levels is nearly identical to that with 3 levels.

Table 1

No. of levels	Work Units	CPU(seconds) IBM 3081	Computational Savings, %
1	228	80.35	-
2	112	42.76	46.8
3	93.9	37.69	53.1

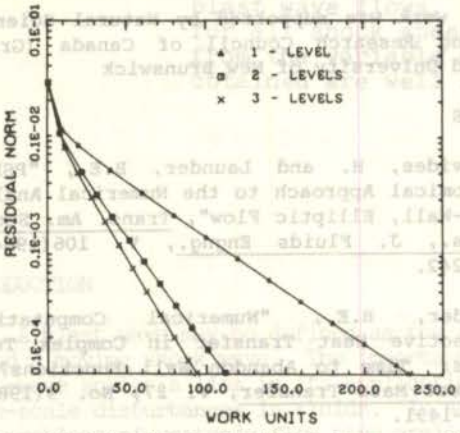


Figure 2. MG Behaviour, Residual Norm vs. Work Units

The MG leads to some considerable savings even for moderate Reynolds numbers, less stringent convergence criterion and lower mesh densities. Table 2 illustrates this point for Re = 400 finest level mesh of 36 x 36 and γ_p = 0.01, where computational savings in excess of 25% are obtained.

Table 2

No. of Level(s)	CPU (seconds) IBM 3081	Computational Savings, %
1	343	-
2	256	25.4
3	252	26.5

The above results are representative of the performance and eventual benefits that the use of MG may lead. When deciding if a single-grid method or MG should be used with the consequent penalty of increase in programming complexity the following points should be pondered: (i) the relative efficiency of MG compared to a single-grid method increases with increasing Reynolds numbers; (ii) higher the mesh density more advantageous the MG becomes, since in most iterative methods the convergence rate is a strong function of the mesh density; (iii) MG is fully justified whenever a strict convergence criterion(a) is required.

Algorithm and PSL. Preliminary testing for Re = 100 indicates that E=5 leads to the highest convergence rate. With no further attempt of optimizing E as a function of Re, all computations are performed using E=5.

The cavity flow for a geometric aspect ratio of one and Reynolds number of 100 is solved using a 18 x 18 mesh. The general trends of the solution are in excellent agreement with the results reported in [10] for a vorticity-stream function formulation and a 129 x 129 grid. The coarse mesh, however, can not resolve the boundary layer flow particularly along the vertical walls. To overcome this difficulty the control domains lying along the vertical walls are subdivided in 4 finer domains resulting in a non-uniform 24 x 18 mesh. This discretization of the flow domain is very successful in predicting the near-wall flow, but it represents a considerable computational effort compared to the 18 x 18 mesh solution. With the same discretization the PSL approach is employed, with very interesting results (Figure 3). The recirculation eddies in the lower corners are clearly predicted despite the assumptions embodied by PSL.

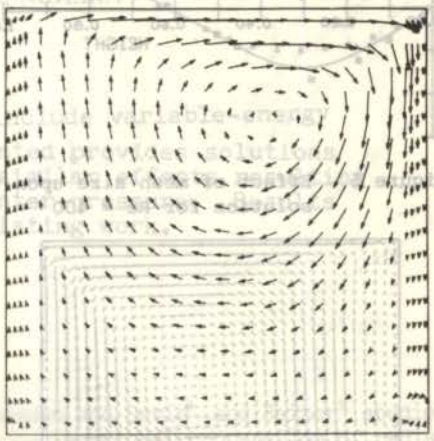


Figure 3. Flow Prediction for Re = 100 on a 24 x 18 mesh using PSL

The relative computer times for solutions with Re = 100 using 18 x 18 mesh and 24 x 18 mesh without and with PSL are 16.31, 27.03 and 17.35 seconds, respectively, for the same convergence requirements.

Figure 4 presents the vertical velocity profile along the centreline in the x_1 direction calculated using a 24 x 18 mesh with and without PSL and the 129 x 129 mesh solution reported in [10].

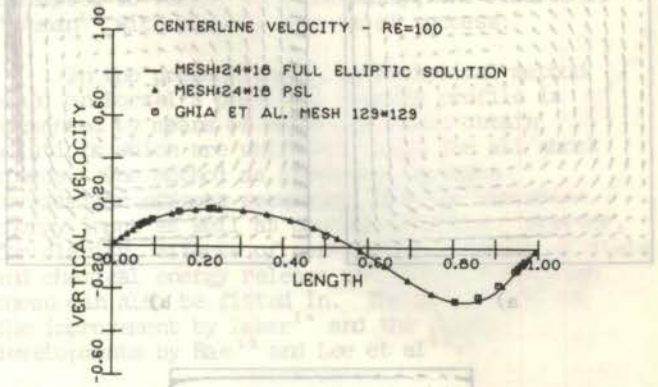


Figure 4. Vertical velocity profile along the x_1-centreline for Re = 100.

High Re Flows. The simulation of high Re flows impose a considerable computational effort, since the mesh density should be increased with increasing Re, not only due to the near-wall flow but also to circumvent the difficulties related with artificial diffusion. This particular aspect is illustrated in Figure 5 where the horizontal velocity profile along the x_2 centreline is plotted for Re = 400. Even when a 36 x 36 mesh solution is compared to that reported in [10] a maximum deviation of approximately 15% is apparent.

It should be pointed out that the present method predicts the location and strength of the recirculating eddies, including the central vortex, (Figure 6) within 1% to 2% of results reported in [10] at the one-third of their computational expense.

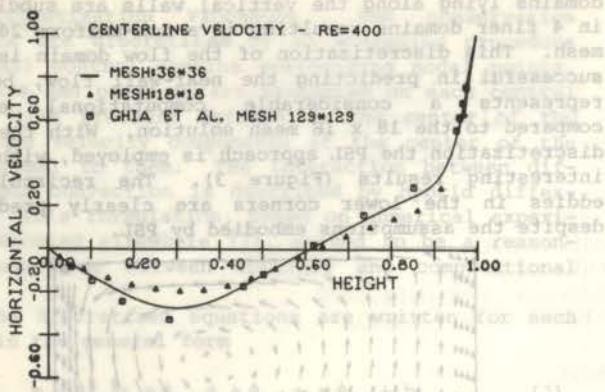


Figure 5. Effect of mesh size upon the solution for Re = 400

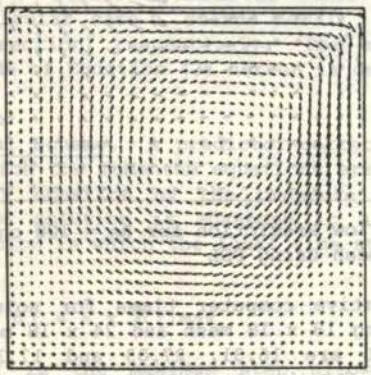
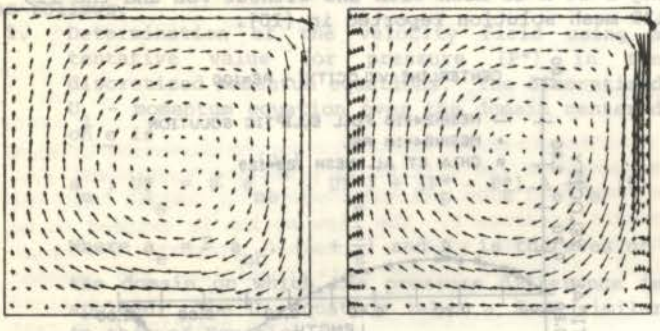


Figure 6. Flow pattern on a 36 x 36 mesh for Re = 400



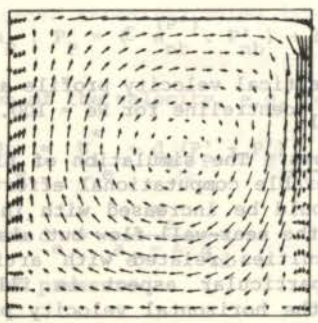


Figure 7: Flow pattern for Re = 5000 a) 18 x 18 mesh; b) 24 x 18 full elliptic; c) 24 x 18 PSL

Preliminary calculations for Re = 5000 are very interesting even for the modest mesh densities used. While for a 18 x 18 mesh solution no recirculating eddy is predicted on the right-hand side bottom corner (Figure 7,a), the 24 x 18 mesh leads to a flow pattern (Figure 7,b) where the main features are present. The PSL approach leads to nearly identical trends (Figure 7,C) at a computational saving of approximately 15% as compared to the full elliptic treatment.

CONCLUDING REMARKS

The proposed scheme performs well for flow conditions where other schemes of higher degree of sophistication and more expensive to run tend to fail [11].

The PSL approach leads to reasonable predictions, even for flow situations, such as cavity flows, for which its applicability might have been questionable.

ACKNOWLEDGEMENT

This work was supported by Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (Grant No. A1398) and University of New Brunswick

REFERENCES

[1] Iacovides, H. and Launder, B.E., "PSL - An Economical Approach to the Numerical Analysis of Near-Wall, Elliptic Flow", Trans. Am. Soc. Mech. Engrs., J. Fluids Engng., V. 106(1984), pp. 241-242.

[2] Launder, B.E., "Numerical Computation of Convective Heat Transfer in Complex Turbulent Flows: Time to Abandon Wall Functions?", Int. J. Heat Mass Transfer, V. 27, No. 9(1984), pp. 1485-1491.

[3] Van Doormaal, J.P. and Raithby, G., "Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flows", Numerical Heat Transfer, V. 7(1984), pp. 147-163.

[4] Sousa, A.C.M. and LeBlanc, D.D., "Shell-Side Flow Predictions of an Experimental Heat Exchanger", Numerical Methods for Non-Linear Problems, V. 2, eds. C. Taylor, E. Hinton, D. Owen and E. Onate, Pineridge Press, Swansea (1984), pp. 791-801.

[5] Benjamin, A.S. and Denny, V.E., "On the convergence of Numerical Solutions for 2-D Flows in a Cavity at Large Re" J. Comput. Physics, V. 33(1979), pp. 340-358.

[6] Patankar, S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere Publishing Company, Washington, D.C. (1980).

[7] Sousa, A.C.M. and Hadjisophocleous, G.V., "Numerical Studies of Convective Flow Driven by Discrete Sources", 4th International Conference on Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flow, July 9-12, 1985, Swansea, U.K.

[8] Brandt, A., "Multi-Level Adaptive Solutions to Boundary Value Problems", Mathematics of Computation, V.34 No. 138 (1977), pp. 333-390.

[9] Behie, A. and Forsyth, P.A., "Multi-Grid Solution of Three-Dimensional Problems with Discontinuous Coefficients", Applied Mathematics and Computation, V. 13(1983), pp. 229-240.

[10] Ghia, U., Ghia, K.N. and Shin, C.T., "High - Re Solutions for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equations and a Multigrid Method", J. Comput. Phys., V. 48(1982), pp. 387-411.

[11] Napolitano, M., "Efficient ADI and Spline ADI Methods for the Steady-State Navier-Stokes Equations", Int. J. Num. Meth. Fluids, V.4(1984), pp. 1101-1115.

ON VARIABLE ENERGY BLAST WAVES

V.A. AKINSETE
UNIVERSITY OF LAGOS, LAGOS, NIGÉRIA

The analysis of Porzel is extended to include variable-energy blast wave flows. The method as presented provides solutions for all snock speeds and includes non-similar effects resulting from the variable energy input and counter-pressure. Results obtained are well in agreement with existing work.

INTRODUCTION

A blast wave may be defined as the flow field behind a moving shock wave. The importance of blast-wave analysis lies in its application to large-scale disturbances in fluids. In addition some problems of unsteady flow have analogies in the field of aerodynamics.

The classical blast wave theory, as developed by Taylor[1] and Sedov[2], refers generally to the propagation of symmetric shock waves in gaseous media resulting from an instantaneous energy input in an infinitissimally small region of the medium. This energy input can be at a point, along a line or in a plane with the resultant wave and the accompanying flow-fields being spherical, cylindrical or planar respectively. With appropriate assumptions, the revelant conservation equations have been shown to be amenable to similarity solutions (1, 2) in which an amount of energy, E_o say, is introduced instantaneously at the origin and the subsequent strong shock wave propagates into the surrounding gas. The shock wave decays in such a manner that the energy associated with its flow field is equal to the initial energy input, E_o. This similarity solution remains valid as long as the strong shock approximation holds across the shock front. However, at relatively low shock speeds, this solutions ceases to be accurate mainly as a result of counter-pressure effects (i.e. influence of the internal energy of the quiescent fluid). Other 'non-similar' effects can be attributed to any energy released by chemical reactions at the front, the equation of state of the working fluid or the presence of a characteristic length other than the distance of the shock front from the origin. Analysis of such non-similar effects have been carried out by Sakurai[3,4] using a perturbation method, Oshima[5] using a quasi-similarity method and Porzel[3] who assumed a power law density profile within the flow field behind the shock-front.

In all the above investigations, it has been assumed that the energy associated with the blast wave motion remains constant. However, in many problems this assumption is not suitable. Sakurai[7] indicated that the instantaneous constant energy blast wave was a special case of a class of variable energy blast waves in which the energy input varies to some power of time, i.e. $E = E_o t^{\beta}$, say. Ramsden and Savic[8] and Raizer[9] studied the steady one-dimensional propagation of radiation-driven shock waves with particular application to laser-induced shocks. Such shock waves were clearly identified as being dependent on non-constant energy sources. Freeman[10], using Sakurai's[7] perturbation method also studied the special case of a self-similar wave in which the energy was assumed to vary linearly with time. Numerical solutions for self-similar flows behind radiation-driven shock waves have been obtained by Wilson and Turcotte[11] while Rao and Ramana[12] obtained approximate solutions to the self-similar flow. Freeman and Craggs[13] have attempted to verify experimentally, the results of Freeman[10] with varying degrees of success.

In the present paper, an analytical method based on Porzel's power law density profile is presented by means of which one could obtain solutions which are uniformly-valid for all shock speeds. The method as presented includes non-similar effects resulting from the variable-energy input as well as counter-pressure. However, for clarity, effects of non-similar equation of state and chemical energy release are excluded although these can also be fitted in. The method follows the improvement by Zaker[14] and the further developments by Rae[15] and Lee et al[16,17].

ANALYSIS

Following Lee et al[17], the basic conservation equations of continuity, momentum and energy can be written respectively as

$$(\phi - \xi)\psi' + \psi\phi' + \nu\psi/\xi = 2\theta\eta\partial\psi/\partial\eta \quad (1)$$

$$(\phi - \xi)\phi' + \theta\phi + f'/\psi = 2\theta\eta\partial\phi/\partial\eta \quad (2)$$

$$(\phi - \xi)f' + \gamma f\phi' + 2\theta f + \gamma_j f\phi/\xi = 2\theta\eta\partial f/\partial\eta \quad (3)$$

where $\rho(r,t) = \rho_o \psi(\xi, \eta)$

$$u(r,t) = R_s(t)\phi(\xi, \eta) \quad (4)$$

$$p(r,t) = \rho_o \dot{R}_s^2(t) f(\xi, \eta)$$

$$\xi = r/R_s(t) \quad (5)$$

$$\eta = C_o^2/\dot{R}_s^2 = 1/M_s^2 \quad (6)$$

$$\theta = R_s\ddot{R}_s/\dot{R}_s^2 \quad (7)$$

Primes and dots denote differentiation with respect to ξ and time, t, respectively, subscript 'o' describes properties of the quiescent fluid and j = o, 1, 2 for planar, cylindrical or spherical waves

respectively. The Mass Integral can be obtained from the relation

$$\int_o^{R_s} \rho k_j r^j dr = \int_o^{R_s} k_j \rho_o r^j dr \quad (8a)$$

which reduces on transformation to

$$\int_o^1 \psi \xi^j d\xi = \frac{1}{j+1} \quad .. \quad .. \quad (8)$$

and the Energy Integral from

$$E_o R_s^{\alpha}(t) = \int_o^{R_s} \left(\frac{p}{\gamma - 1} + \frac{\rho u^2}{2}\right) k_j r^j dr - \frac{k_j R_s^{j+1}}{j+1} \frac{po}{(\gamma-1)} \quad (9a)$$

thus reducing to

$$1 = y\left\{\frac{I}{\eta} - \frac{1}{j+1}\left(\frac{1}{\gamma(\gamma-1)}\right)\right\} \quad .. \quad (9)$$

where $y = (R_s/R_o)^{j+1-\alpha}$ .. (10)

$$R_o = \left(\frac{E_o}{k_j \rho_o C_o^2}\right)^{\frac{1}{j+1}} = \left(\frac{E_o}{k_j \gamma p_o}\right)^{\frac{1}{j+1}},$$

a characteristic explosing length .. (11)

$k_j = 1, 2\Pi, 4\Pi$ for planar, cylindrical spherical case respectively.

In Eq. 9a, the form of the variable energy input has been taken to be

$$E = E_o R_s(t) \quad .. \quad .. \quad (12)$$

The boundary conditions at the shock front, $\xi = 1$, can be written as

$$\psi(1, \eta) = \psi_j = \frac{\gamma + 1}{\gamma + 2\eta - 1}$$

$$\Phi(1, \eta) = \Phi_j = \frac{2}{\gamma+1}(1 - \eta) \quad (13)$$

$$f(1, \eta) = f_j = \frac{2\gamma - \eta(\gamma - 1)}{\gamma(\gamma + 1)}$$

Next, the following form is assumed for the density profile within the shocked fluid, viz.

$$\psi(\xi, \eta) = \psi(1, \eta)\xi^{q(\eta)} \quad .. \quad (14)$$

where $q(\eta)$ is the time-dependent exponent.

Substitution of Eq. 14 into the Mass Integral, Eq.8, gives an expression for $q(\eta)$:

$$q(\eta) = (j + 1)(\psi_j - 1) \quad .. \quad (15)$$

It is to be noted that from Eqs. 14 and 15, the density profile is completely specified for every value of η, i.e. every value of the shock Mach number. Substituting the density profile Eq. 14 into Eq. 1, the following expression is obtained for the velocity profile within the shocked fluid:

$$\Phi(\xi, \eta) = \Phi_1 \xi(1 - \theta \ln \xi) \quad .. \quad (16)$$

where $\theta = \frac{-2\eta}{\Phi_1 \psi_1} \frac{d\psi_1}{d\eta}$ .. (17)

This last result shows that unlike the density profile, the velocity profile can not generally be obtained until the unspecified parameter θ, is known.

Substituting Eq. 16 into Eq. 3 results in an expression for the pressure distribution behind the shock front:

$$f(\xi, \eta) = f_1 + f_2(\xi^{q+2} - 1) + f_3\{\xi^{q+2}\{(q + 2)\ln\xi - 1) + 1\} + f_4(2 - \xi^{q+2}\{(q + 2)^2 \ln^2\xi - 2(q + 2)\ln \xi + 2)\} \quad .. \quad (18)$$

where $f_1 = \frac{2\gamma - \eta(\gamma - 1)}{\gamma(\gamma + 1)}$

$$f_2 = \frac{\psi_1}{q+2}\{(1 - \theta)(\Phi_1 - \Phi_1^2) - \theta(\Phi_1 - 2\eta\frac{d\Phi_1}{d\eta})\}$$

$$f_3 = \frac{\psi_1}{(q+2)}\{\theta(\theta\Phi_1 - 2\eta\frac{d}{d\eta}(\theta\Phi_1)\}$$

$$- \theta\Phi_1(1 + \theta\Phi_1 - 2\Phi_1)$$

$$f_4 = \frac{\theta^2\Phi_1^2\psi_1}{(q + 2)^3}$$

To complete the solution, the functional relationship between θ and η must be determined. To achieve this, the Eqs. 14, 16 and 18 are substituted into Eq. 9 to obtain:

$$\frac{d\theta}{d\eta} = -\frac{1}{2\eta} + \frac{\Phi_1}{2\eta}\{2 + (\gamma-1)(j + 1)\} + \frac{D_1 + 4\eta}{2\eta(\gamma+1)} + \frac{(D_1 + 4\eta)(1 + \eta)}{8\eta^2(\gamma + 1)} + \theta\left(-\frac{1}{2\eta} + \frac{2(2 + (\gamma-1)(j + 1))}{D_1 + 4\eta}\right) + \frac{1}{\theta}\left(\frac{(D_1 + 4\eta)^2\Phi_1}{8\eta^2(\gamma + 1)}\right) - \frac{(D_1 + 4\eta)\Phi_1}{8\eta^2\psi_1} + \frac{(\gamma-1)(j+1)(D_1 + 4\eta)\Phi_1^2}{16\eta^2} - \left(\frac{(r-1)(j + 1)(D_1 + 4\eta)^2}{8\eta\theta\gamma(\gamma + 1)}\right) \quad .. \quad .. \quad (19)$$

where $D_1 = \gamma(j + 3) + (j - 1)$

The relationship between the dimensionless shock radius y, and the shock strength, η is given by

$$\frac{dy}{d\eta} = -\frac{j+1}{2}\frac{y}{\theta\eta} \quad .. \quad .. \quad (20)$$

Eqs. 19 and 20 constitute a pair of first order differential equations for θ and y which can be integrated subject to the boundary conditions

$$\theta(o) = \theta_o, \; y(o) = 0. \quad .. \quad .. \quad (21)$$

However, in solving these two equations, it will be noted that the point $\eta = o$ constitutes a point of singularity at which solutions must be regular. The regular expansions for $\theta(\eta)$ and $y(\eta)$ near this singularity are readily found to be

$$\theta(\eta) = \theta_o + \theta_1\eta + \theta_2\eta^2 + \theta_3\eta^3 + \quad .. \quad .. \quad (22)$$

$$y(\eta) = y_1\eta + y_2\eta^2 + y_3\eta^3 + y_4\eta^4 +$$

The coefficients θ_n and y_n are readily determined by substituting Eqs. 22 into Eqs. 19 and 20 and equating like coefficients of η.

Shock trajectories are obtained by using the identity $\dot{R}_s = dR_s/dt$ wh ch, on non-dimensionalizing and rearranging reduces to

$$\frac{Cot}{R_o} = \int_o^y \frac{\eta^{\frac{1}{2}}}{j+1-\alpha} \frac{dy}{y} \quad .. \quad (23)$$

Results:

All numerical results presented in this paper are based on a test gas with $\gamma = 1.4$. A spherical wave, $j = 2$, is assumed to be propagating in this gas under the influence of a variable energy source, $E = E_o R_s^{0.5}$, i.e. $\alpha = 0.5$.

The variation of the fluid properties enclosed by the shock wave are shown in Figs. 1-3. It is seen from Figs. 1 and 2 that the density and the velocity both go to zero at the origin (Figs. 1 & 2). It is noted, however, that while the density profiles follow the general trend of the classical blast wave analysis, the results of Fig. 2 show that at low shock strengths there could be flow reversal in the vicinity of the origin. The pressure, however, remains finite and positive at the Centre (Fig. 3).

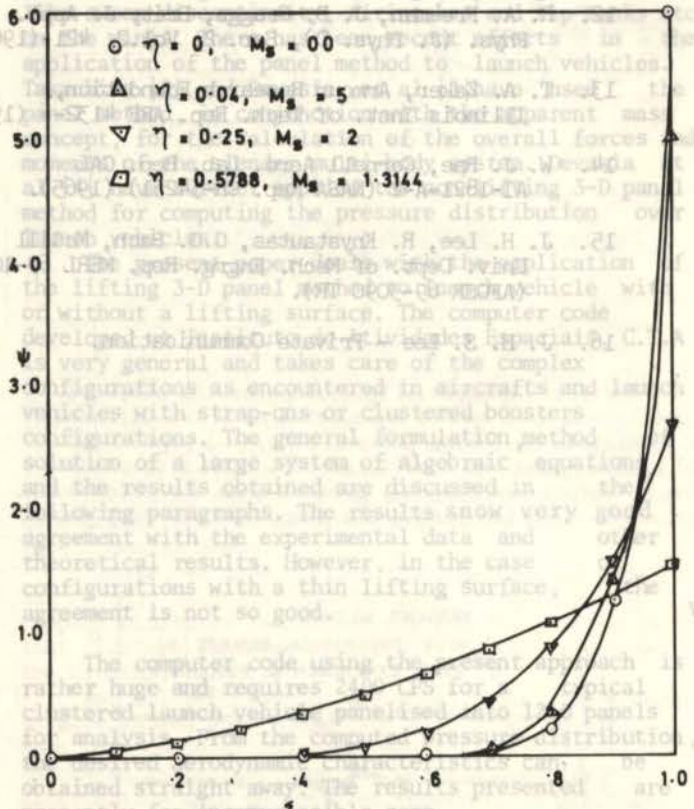


FIG. 1. VARIATION OF FLUID DENSITY BEHIND SPHERICAL BLAST WAVE

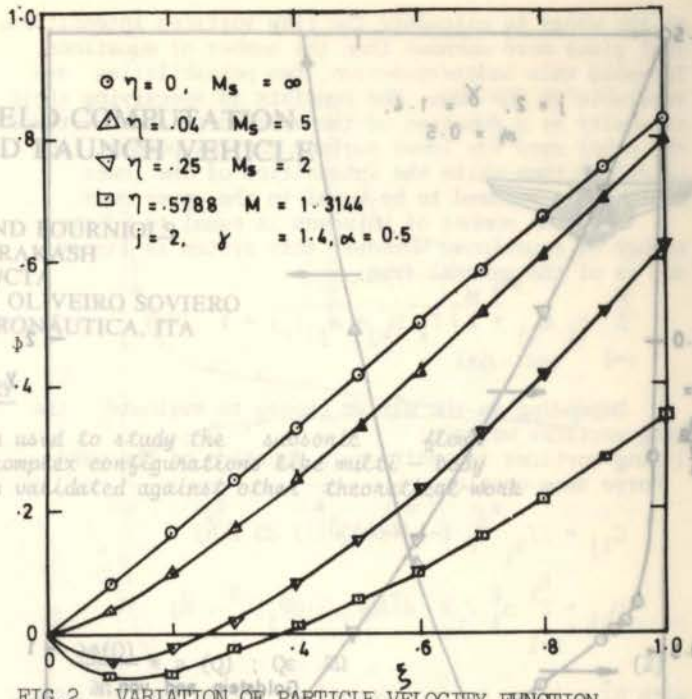


FIG.2. VARIATION OF PARTICLE VELOCITY FUNCTION Φ WITH RADIUS ξ

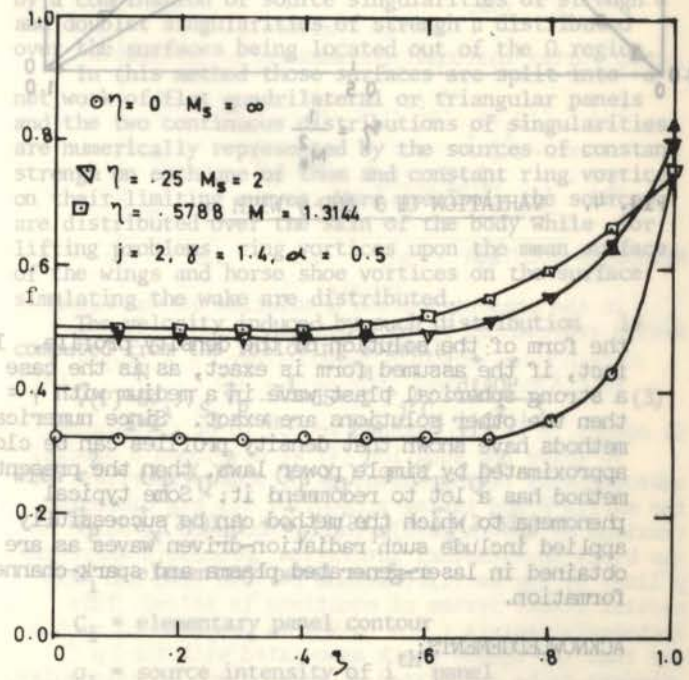


FIG.3. VARIATION OF PRESSURE FUNCTION f WITH RADIUS ξ

Fig. 4 shows variations of θ and y with the shock strength, η. As a comparison, the exact numerical solution for the constant energy blast wave ($\alpha = o$) by Goldstein and Von Neumann is also presented. It will be noted that the variable energy blast wave ($\alpha = 0.5$) decays at a much faster rate than its constant energy counterpart at high shock strengths but soon settles to a gradual deay at $\eta = 0.04$.

The present analysis (Fig. 4) provides a reasonably accurate and complete description of the propagation of variable energy blast waves. This has been achieved without recourse to the self-similar approximations which, necessarily mask some of the physical properties of such phenomena. Whilst Sakurai's perturbation method is capable of yielding good results, there is a great deal of work involved in carrying out the required computations. In the present method, the only approximation involved is

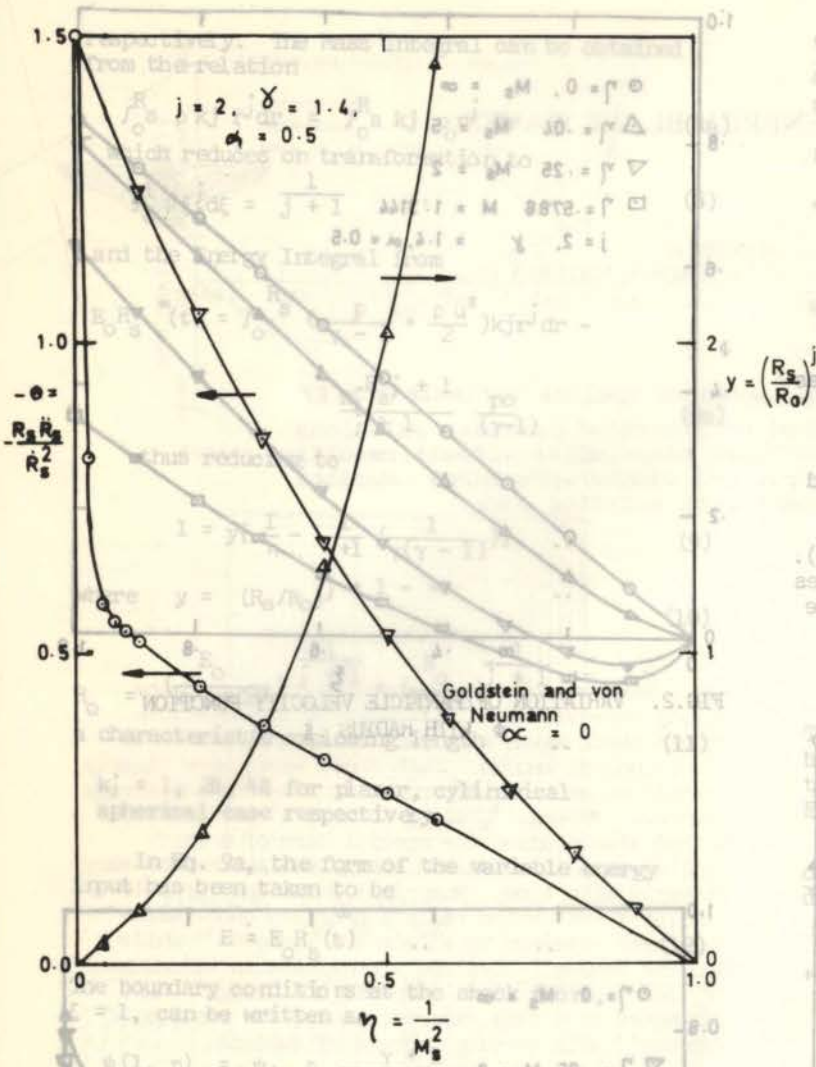


FIG. 4. VARIATION OF θ AND y WITH η

the form of the solution of the density profile. In fact, if the assumed form is exact, as is the case for a strong spherical blast wave in a medium with $\gamma = 7$, then the other solutions are exact. Since numerical methods have shown that density profiles can be closely approximated by simple power laws. then the present method has a lot to recommend it. Some typical phenomena to which the method can be successfully applied include such radiation-driven waves as are obtained in laser-generated plasma and spark-channel formation.

ACKNOWLEDGEMENTS:

The author would like to thank Prof. V. O. S. Olunloyo for helping in the computing work and Prof. H. H. S. Lee of McGill University with whom the author worked at McGill. The computations were carried out at the University of Lagos Computer Centre.

REFERENCES

1. G. I. Taylor, Prof. Roy. Soc. A-201, 159 (1950).

2. L. I. Sedov, "Similarity and Dimensional Methods in Mechanics. Academic Press, New York (1959).

3. Akira Sakurai, J. Phys. Soc. Japan, Vol.8, No. 5(1953).

4. Akira Sakurai, J. Phys. Soc. Japan, Vol.9, No. 2 (1954).

5. K. Oshima, in "Exploding Wires" Vol.II Ed. W.G. Chace, H.K. Moore, Plenum Press, New York (1962).

6. F. B. Porzel, Los Alamos Scientific Lab. Rep. LA-1664 (1954).

7. Akira Sakurai, in "Basic Developments in Fluid Dynamics" Vol.I, Ed. M. Holt Academic Press, New York and London (1965).

8. S. A. Ramsden, P. Savic, Nature, 203, 1217 (1964).

9. Yu. P. Raizer, Soviet Phys. JETP, 48, 1508 (1965).

10. R. A. Freeman, Brit. J. Appl. Phys. (J. Phys. D), Ser. 2, Vol.1, 1697 (1968).

11. M.P.R. Rao, B. V. Ramana, Int. J. Engng. Sci., 11, 1035 (1973).

12. R. A. Freeman, J. D. Craggs, Brit. J. Appl. Phys. (J. Phys. D), Ser. 2, Vol.2, 421 (1969).

13. T. A. Zaker, Armour Research Foundation, Illinois Inst. of Tech. Rep. ARF 4132-6 (1959)

14. W. J. Rae, Cornell Aero. Lab. Rep. CAL AI-1821-A-2 (NASA Rep. CR-54251) (1965).

15. J. H. Lee, R. Knystautas, G.G. Bach, McGill Univ. Dept. of Mech. Engrg. Rep. MERL 69-10 (AFOSR 69-3090 TR).

16. J. H. S. Lee - Private Communication.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

SUBSONIC FLOWFIELD COMPUTATION OVER AIRCRAFT AND LAUNCH VEHICLE

JEAN RAYMOND FOURNIOLS
SHEO PRAKASH
IAE/CTA
PAULO AFONSO DE OLIVEIRO SOVIERO
DIVISÃO DE AERONÁUTICA, ITA

SUMMARY

Three dimensional panel method has been used to study the subsonic flow computation over launch vehicles including complex configurations like multi - body system. The computer code developed has been validated against other theoretical work and experimental data.

INTRODUCTION

Panel method has extensively been used [1] for aircraft configuration including complex geometries like sweep discontinuity, airintakes and tip tanks etc. on the wings. There has been recent efforts in the application of the panel method to launch vehicles. Takachima [2] and Devasia et al [3] have used the panel method, in conjunction with the apparent mass concept, for the calculation of the overall forces and moments of the slender multi-body system. Devasia et al [4] have further applied the non-lifting 3-D panel method for computing the pressure distribution over launch vehicles.

The present paper deals with the application of the lifting 3-D panel method to launch vehicle with or without a lifting surface. The computer code developed at Instituto de Atividades Espaciais, C.T.A is very general and takes care of the complex configurations as encountered in aircrafts and launch vehicles with strap-ons or clustered boosters configurations. The general formulation, method of solution of a large system of algebraic equations and the results obtained are discussed in the following paragraphs. The results snow very good agreement with the experimental data and other theoretical results. However, in the case of configurations with a thin lifting surface, the agreement is not so good.

The computer code using the present approach is rather huge and requires 2400 CPS for a typical clustered launch vehicle panelised into 1210 panels for analysis. From the computed pressure distribution, the desired aerodynamic characteristics can be obtained straight away. The results presented are presently for incompressible case.

FORMULATION

Steady, inviscid, irrotational and incompressible fluid flow in a domain Ω is characterized [5] by a perturbation velocity potential ϕ (P) satisfying the Laplace's equation:

$$\frac{\partial^2\phi(P)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi(P)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi(P)}{\partial z^2} = 0 \; ; \; P\in\Omega \qquad (1)$$

The boundary conditions associated to this equation specify the normal velocity over the surface of the launch vehicle and over the surface introduced in the flow field to simulate the wake due to the wing. They are then of Neumann kind and can be written in the general form as [6]:

$$\frac{\partial\phi(Q)}{\partial n} = a\,(Q) \; ; \; Q\in \partial\Omega \qquad (2)$$

with $\partial\Omega$ as a boundary surface of Ω.

Panel method or surface singularity distribution method is well established for the solution of such problems. In fact, under rather general assumptions, Green's third identity shows that a solution of equation (1) may be expressed as the potential induced by a combination of source singularities of strengh σ and doublet singularities of strengh μ distributed over the surfaces being located out of the Ω region.

In this method those surfaces are split into a net work of flat quadrilateral or triangular panels and the two continuous distributions of singularities are numerically represented by the sources of constant strengh on each one of them and constant ring vortices on their limiting curves. More precisely the sources are distributed over the skin of the body while for lifting problems, ring vortices upon the mean surface of the wings and horse shoe vortices on the surface simulating the wake are distributed.

The velocity induced by such distribution is computed from the following formula [7]:

$$\vec{V}(P) = \sum_{i=1}^{N} \sigma_i \iint_{S_i} \vec{\nabla}_P \frac{-1}{4\pi r}\, dS + \sum_{j=1}^{M} \Gamma_j \int_{C_j} \frac{d\ell \wedge \vec{QP}}{\|\vec{QP}\|^3} \qquad (3)$$

with $r^2 = (X_P - X_Q)^2 + (Y_P - Y_Q)^2 + (Z_P - Z_Q)^2$

$\vec{\nabla}_P = \vec{e}_x(\partial/\partial X_P) + \vec{e}_y(\partial/\partial Y_P) + \vec{e}_z(\partial/\partial Z_P)$

S_i = elementary panel surface

C_i = elementary panel contour

σ_i = source intensity of ith panel

Γ_j = vortex intensity of jth panel

N = number of unknowns (sources)

M = number of unknowns (vortex)

This velocity must satisfy the boundary conditions in equation (2). This is done numericaly by associating at each panel a control point where the Neumann condition will be verified. For the horse shoe vortices, the control points are located very near the trailing edge. The associated condition is the Jukowsky condition which, in the present work, consist in forcing the velocity to be tangencial to the mean surface of the wing.

We do not use control point on the mean surface

of the wings to calculate the ring vortices intensities. That gives more unknown than the number of equations. To avoid this indetermination, two possibilities are available in the code. One consists in specifying their intensity as a function of the wake horse shoe vortices, the other uses the lower surface control points to calculate them while the intensities of the lower sources are assumed to be equal to the upper ones.

Thus the number of unknowns is equal to the number of equations. Moreover this system is linear and is of the general from:

$$\sum_{i=1}^{N} \sigma_i C_{ij} + \sum_{j=1}^{M} \Gamma_k D_{kj} = a_j \; ; \; j = 1 \, , \, M+N$$

Depending on the way we choose to evaluate the ring vortices we have:

1-ring vortices intensity as a function of the wake horse shoe vortices

$$C_{ij} = \iint_{S_i} \vec{V}_P \, (-1/4\pi ||\vec{QP}||) \, dS \, . \, \vec{Nj}$$

$$D_{kj} = \sum_{\ell=1}^{R_k} \alpha_\ell^k \int_{C_\ell^k} d\vec{\ell} \Lambda \vec{QP}_j / ||\vec{QP}_j||^3 \, . \, \vec{Nj}$$

with $\vec{Nj}$ = inner surface normal at the P_j control point.

α_ℓ^k = constant varying between 0 and 1 expressing the intensity of the ℓth ring vortex of the kth row as function of the kth wake horse shoe vortex.

R_k = number of the ring vortex constituing the kth row.

2-ring vortex instensity considered as an unknown:

$$C_{ij} = \iint_{S_i^+ + S_i^-} \vec{V}_P (-1/4\pi ||\vec{QP}_j||) \, dS \, . \, \vec{Nj}$$

$$D_{kj} = \int_{C_k} d\vec{\ell} \Lambda \vec{QP}_j / ||\vec{QP}_j||^3 \, . \, \vec{Nj}$$

METHOD OF SOLUTION

In the present section a solution of the linear system represented by the equation

$$BX = A \qquad (4)$$

is sought. X is the unknown vector to be calculated.

To solve the equation (4) we developed a special subroutine by taking advantage of some properties of the matrix B and taking account of its big dimension (maximum of 1500 x 1500). The method used is based on the block Gauss-Seidel interation process|8|where any p lines of the matrix (maximum 24) are read and this partial linear system of equations is solved. This rectangular matrix (P x (N+M)) is prepared in such a way that the square block associated with the p unknowns to be calculated at this step, is triangular. The values of the p unknowns are obtained easily and then the computation is passed to the next block. After one complete loop, the precision is tested and if necessary an interation is started. This method can be represented by the equation:

$$B^*_{(L,L+P-1)} X_{(L,L+P-1)} = B^{**}_{(L,L+P-1)} \left(-B_{(1,L-1)} X_{(1,L-1)} - B_{(L+P,N+M)} X_{(L+P,N+M)} + A_{(L,L+P-1)} \right)$$

where $B^*_{(..,.)}$ is the triangularized block

$B^{**}_{(..,.)}$ is the matrix which transform

$B_{(L,L+P-1)}$ in $B^*_{(L,L+P-1)}$ by Gauss elimination technique.

Once the system is solved, the velocity at all control points is computed and using the Bernoulli equation the pressure is calculated. Integrating this pressure distribution in the circumferential direction for the bodies or in the chordwise direction for the wings we obtain the axial or spanwise load distribution. A further integration along the axis or the span(for body or wing), the total normal force coefficient and center of pressure are obtained.

RESULTS AND CONCLUSIONS

The present method is validated against a large set of theoretical/experimental data. In this paper, only some sample results in incompressible regime are presented to show the potentiality of the code.

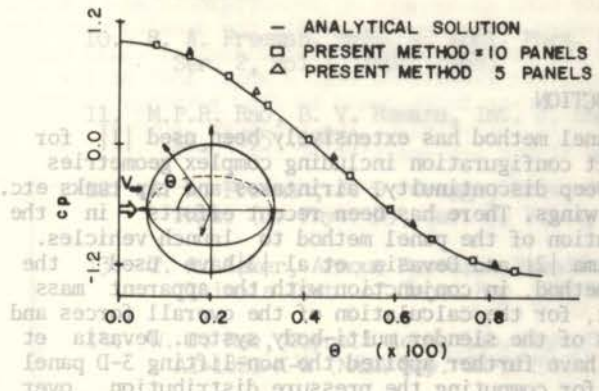


Figure 1 - Comparison with analytical results (sphere)

The first example, Fig.1 compares the pressure coefficient over sphere calculated with two different discretizations (using present code) - 5 panels and 10 panels - and the analytical one. With five panels the C_p values are slightly greater than the reference solution. With ten panels the comparison is very good.

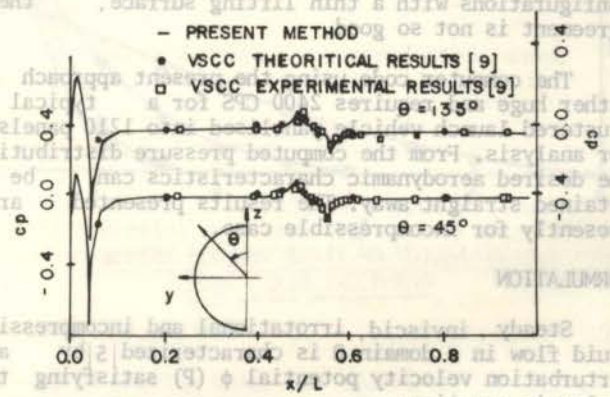


Figure 2 - Comparison of pressure distribution over a launch vehicle

Figura 2 shows a comparison between the present calculation and the experimental and theoretical results of VSSC (Ref.|9|) for an axissymetrical launch

vehicle. There is a fairly good agreement.The pressure peaks associated with the slope variation are remarkably well.

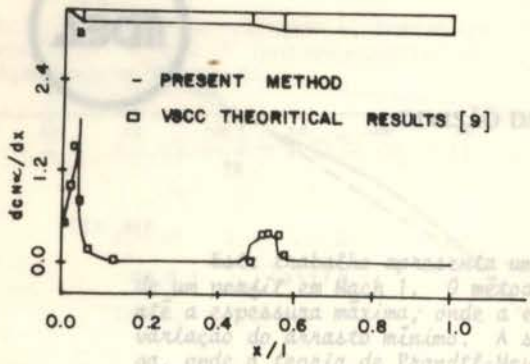


Figure 3 - Comparison of $C_{N\alpha}$ distribution over a launch vehicle

The next figure shows a variation of the normal load distribution for the same body as in Fig.2. This result also compares well with VSSC results. Since this type of vehicle may be considered a slender body, the contributions for $dC_{N\alpha}/dX$ come mainly from those portions of the body for which the slopes are nonzero. The same trend is found in Fig.3.

The next model for comparison is a wing body combination. The pressure distribution is calculated for three stations over the semi-span in the presence of a cylindrical body. For the two, outer stations, there is a good agreement between the present results and the experiments. For the inner station (y/b = .139) ,the agreement is not so good, probably due to the viscous effects not taken into account by the present model. We can get some insight about the wing load with Fig.5. where $C_{N\alpha}(y)$ for each station along the wing semi-span is plotted. The maximum difference between the experiments and the calculated values is 20% with reference to the experiment. This is an acceptable value at a developmental phase.

Finaly, we have applied the panel method code for $C_{N\alpha}(x)$, load distribution,prediction of a very complex clustered launch vehicle.One can observe in F.6 that clusters improves appreciably $C_{N\alpha}(X)$ values in the cluster region.

For all the examples presented above, the present results showed good comparison with other results. When this computer code was used for a wing model with thickness ratio less than 5%, certain numerical difficulties were encountered. However, in practice, a wing with less than 5% thickness is generally not encountered.

Thus, it is brought out that the panel method has been successfully used to analyse a launch vehicle configuration including those of complex shapes like clustered bodies.

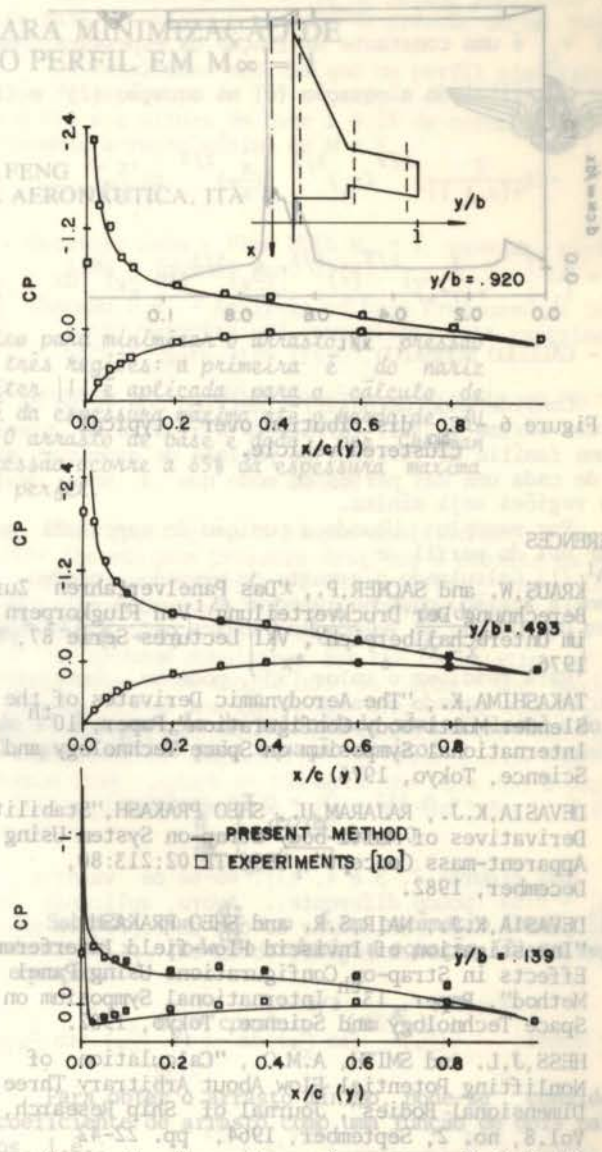


Figure 4 - Comparison of pressure distribution for a wing-body combination

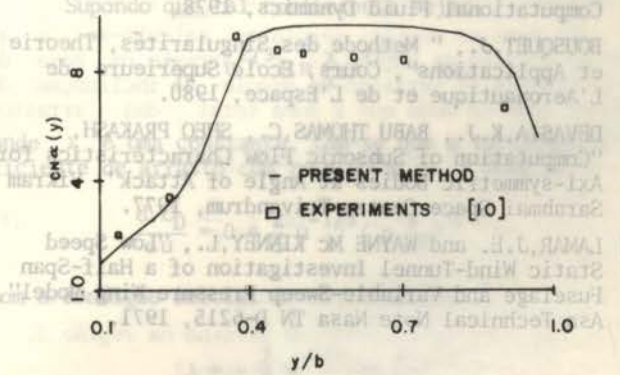


Figure 5 - Wing-body combination:comparison with experiments of the local lift coefficient

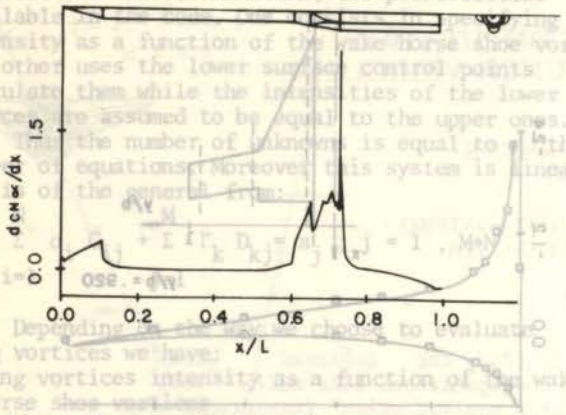


Figure 6 - $C_{N\alpha}$ distribution over a typical clustered vehicle.

REFERENCES

|1| KRAUS,W. and SACHER,P., "Das Panelverfahren Zur Berechnung Der Druckverteilung Von Flugkorpern im Unterbchallbereich", VKI Lectures Serie 87, 1976.

|2| TAKASHIMA,K., "The Aerodynamic Derivates of the Slender Multi-body Configuration",Paper, 10th International Symposium on Space Technology and Science, Tokyo, 1976.

|3| DEVASIA,K.J., RAJARAM,U., SHEO PRAKASH,"Stability Derivatives of Multi-body Strap-on System Using Apparent-mass Concept", VSSC:TR:02:213:80, December, 1982.

|4| DEVASIA,K.J., NAIR,S.R. and SHEO PRAKASH, "Investigation of Inviscid Flow-field Interference Effects in Strap-on Configurations Using Panel Method", Paper, 13th International Symposium on Space Technology and Science, Tokyo, 1982.

|5| HESS,J.L. and SMITH, A.M.O., "Calculation of Nonlifting Potential Flow About Arbitrary Three Dimensional Bodies", Journal of Ship Research, Vol.8, no. 2, September, 1964, pp. 22-42

|6| RUBBERT,P.E. and SAARIS,G.R., "Review and Evaluation of a Three-Dimensional Lifting Potential Flow Analysis Method for Arbitrary Configurations", AIAA Paper 72-188, January,1972.

|7| MUNT,B., "The Panel Method for Subsonic Aerodynamics Flows", VKI Lectures Series on Computational Fluid Dynamics, 1978.

|8| BOUSQUET,J., " Methode des Singularités, Theorie et Applications", Cours, Ecole Superieure de L'Aeronautique et de L'Espace, 1980.

|9| DEVASIA,K.J., BABU THOMAS,C., SHEO PRAKASH, "Computation of Subsonic Flow Characteristics for Axi-symmetric Bodies at Angle of Attack", Vikram Sarabmai Space Centre Trivandrum, 1977.

|10| LAMAR,J.E. and WAYNE Mc KINNEY,L., "Low Speed Static Wind-Tunnel Investigation of a Half-Span Fuselage and Variable-Sweep Pressure Wing Model", Asa Technical Note Nasa TN D-6215, 1971.

UM MÉTODO ANALÍTICO PARA MINIMIZAÇÃO DE ARRASTO DE PRESSÃO DO PERFIL EM $M\infty = 1$

KWEI LIEN FENG
DIVISÃO DE ENGENHARIA AERONÁUTICA, ITA

SUMÁRIO

Este trabalho apresenta um método analítico para minimizar o arrasto de pressão de um perfil em Mach 1. O método compõe-se de três regiões: a primeira é do nariz até a espessura máxima, onde a equação de Spreiter |1| é aplicada para o cálculo de variação do arrasto mínimo. A segunda região é da espessura máxima até o bordo de fuga, onde a teoria de Prandtl-Meyer é aplicada. O arrasto de base é dado por Chapman |2|. Os resultados mostram que o arrasto de pressão ocorre a 65% da espessura máxima do perfil e a altura de base é 5,2% da corda do perfil.

I - INTRODUÇÃO

O arrasto de pressão de um perfil em escoamento representa a maior parte do seu arrasto total.

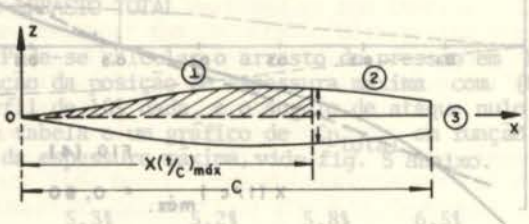
A distribuição de pressão em torno de um perfil é dependente do regime de escoamento do fluido utilizado e da geometria envolvida.

Para um dado regime de escoamento de um certo fluido, o arrasto considerado torna-se função apenas da geometria.

O objetivo do presente trabalho é determinar analiticamente a variação da espessura máxima de uma família de perfis em $M_\infty = 1$, de modo que o arrasto de pressão seja mínimo.

II - PERFIL EM ESTUDO

O perfil anteriormente citado é constituído de três partes, conforme representado na figura 1.



A primeira parte (Região I) é formada por uma curva suave que se estende do bordo de ataque ao ponto de espessura máxima. Em ambos os extremos, a citada curva apresenta coeficiente angular nulo.

A segunda parte (Região II) é formada por um segmento de reta que parte do término da região I até o bordo de fuga.

A terceira parte (Região III) é formada pela Base do Perfil.

III - MÉTODO DE CÁLCULO

Análise da região 1. O arrasto de pressão da região 1 é dependente da distribuição de pressão em torno do perfil, segundo a expressão abaixo:

$$C_{D_1} = \frac{2}{\ell_1}\int_0^{\ell_1} C_{p_1}\,\frac{dz}{dx}\,dx \qquad (1)$$

onde ℓ_1 é o comprimento da região 1.

Sendo o escoamento em $M_\infty = 1$, o coeficiente de pressão de Spreiter |1| é dado por:

$$C_{p_1} = -2\left|\frac{3}{\pi(\gamma+1)}\right|^{1/3}\left\{\int_{x^*}^{x}\left(\frac{d}{dx_1}\int_0^{x_1}\frac{dz/dx}{\sqrt{x_1-x}}\,dx\right)^2 dx_1\right\}^{1/3} \qquad (2)$$

onde x^* é a posição da velocidade sônica local do perfil, que é obtido pela equação abaixo:

$$\frac{d}{dx}\int_0^{x}\frac{dz/dx}{\sqrt{x_1-x}}\,dx = 0 \qquad (3)$$

Sabendo que $\frac{dz}{dx} = u$ é um parâmetro local independente de x_1, pode-se reduzir a equação (2) na seguinte equação:

$$C_{p_1} = \text{const.}\,u^{2/3}\left(\ell n\,\frac{x}{x^*}\right)^{1/3} \qquad (4)$$

Para obter o arrasto mínimo, pode-se considerar o coeficiente de arrasto como uma função de dois parâmetros, i.é.:

$$C_{D_1} = f(C_{p_1}u) = f\left(u^{2/3}\left(\ell n\,\frac{x}{x^*}\right)^{1/3},\ u\right)$$

Agora como variar "u" em função de x_1 para obter o arrasto mínimo?

Supondo que tal coeficiente seja:

$$C_D \equiv u^{2/3}\left(\ell n\,\frac{x}{x^*}\right)^{1/3} + \lambda u,$$

onde λ é uma constante, tem-se que a variação do coeficiente de arrasto com relação a u é dada por:

$$\frac{d\,C_D}{du} = 0 = \frac{2}{3}u^{-1/3}\left(\ell n\,\frac{x}{x^*}\right)^{1/3} + \lambda$$

com a condição inicial $u = 0$, obtém-se:

$$\lambda = -\frac{2}{3}u^{-1/3}\left(\ell n\,\frac{x}{x^*}\right)^{1/3}$$

$$\Delta\lambda = 0 = -\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}u^{-4/3}\left(\ell n\,\frac{x}{x^*}\right)^{1/3}\cdot du$$

$$+\frac{2}{3}u^{-1/3}\,\frac{1}{3}\left(\ell n\,\frac{x}{x^*}\right)^{-2/3}\cdot\frac{1}{x/x^*}\cdot d\left(\frac{x}{x^*}\right)$$

Logo,

$$u = -(\tau_1)\,\frac{x}{x^*}\,\ell n\,\frac{x}{x^*} \qquad (5)$$

onde τ_1 é uma constante em função da espessura máxima.

Substituindo a equação (5) na equação (2) e (1), obtém-se:

$$C_{p_1} = -2\left(\frac{3}{\pi(\sigma+1)}\right)^{1/3}(\tau_1)^{2/3}\left[\left(\frac{x}{x^*}\right)^{2/3}\ell n\,\frac{x}{x^*}\right] \qquad (6)$$

$$C_{D_1} = \frac{4}{\ell_1}\int_0^{\ell_1}\left(\frac{3}{\pi(\gamma+1)}\right)^{1/3}(\tau)_1^{5/3}\left[\left(\frac{x}{x^*}\right)^{5/3}(\ell n\,\frac{x}{x^*})^2\right]dx \qquad (7)$$

III - CÁLCULO NUMÉRICO

Considerando um perfil simétrico com razão de espessura máxima de 10%, calcula-se o arrasto de pressão de uma família de variação de posição de espessura máxima, de cada uma das partes de modo que a soma destas três regiões seja mínima.

Por exemplo: Usando a posição de espessura máxima de 60% do perfil, e

(1) Calculando o arrasto de pressão mínimo da primeira região, pode-se integrar a equação (7), se o valor da posição de velocidade sônica x^* for conhecido.

Para resolver o valor "x^*", pode-se integrar a equação (3), usando o valor de $\frac{dz}{dx} = x\,\ell n\,x$.

Na equação (5), substituindo a equação (3), obtém-se:

$$\tau_1 = 0.333, \quad \frac{x^*}{\ell_i} = 0.70 \text{ (teórico)}$$

Nas figuras 2, 3 e 4, |3|, vê-se os valores de $x^*/\ell_1 = 0.64$ (pouco diferente). Agora, aplicando este valor para o caso particular de 60% da espessura máxima do perfil da primeira região, obtém-se:

$$C_{D_1} = \text{const}\int_0^{0.38}\left\{\left(\frac{x}{x^*}\right)^{5/3}(\ell n\,\frac{x}{x^*})^2\,dx - \int_{0.38}^{0.6}\left(\frac{x}{x^*}\right)^{5/3}(\ell n\,\frac{x}{x^*})^2 dx\right\}$$

onde

$$\text{const} = \frac{4}{\ell_i}\left(\frac{3}{\pi(\gamma+1)}\right)^{1/3}(\tau_1)^{5/3}$$

e o resultado é: $C_{D_1} = 0.01$.

Outras posições de $(t/c)_{max}$ calculadas ao longo da corda do perfil podem ser determinadas pela regra da similaridade experimental, i.é: $(t/c)^{5/3}_{max}$.

(2) Para as regiões seguintes, calcula-se o arrasto de pressão na região (2) e o arrasto de base do perfil através da variação do ângulo de inclinação do segmento reto de modo que a soma total dos arrastos seja mínima.

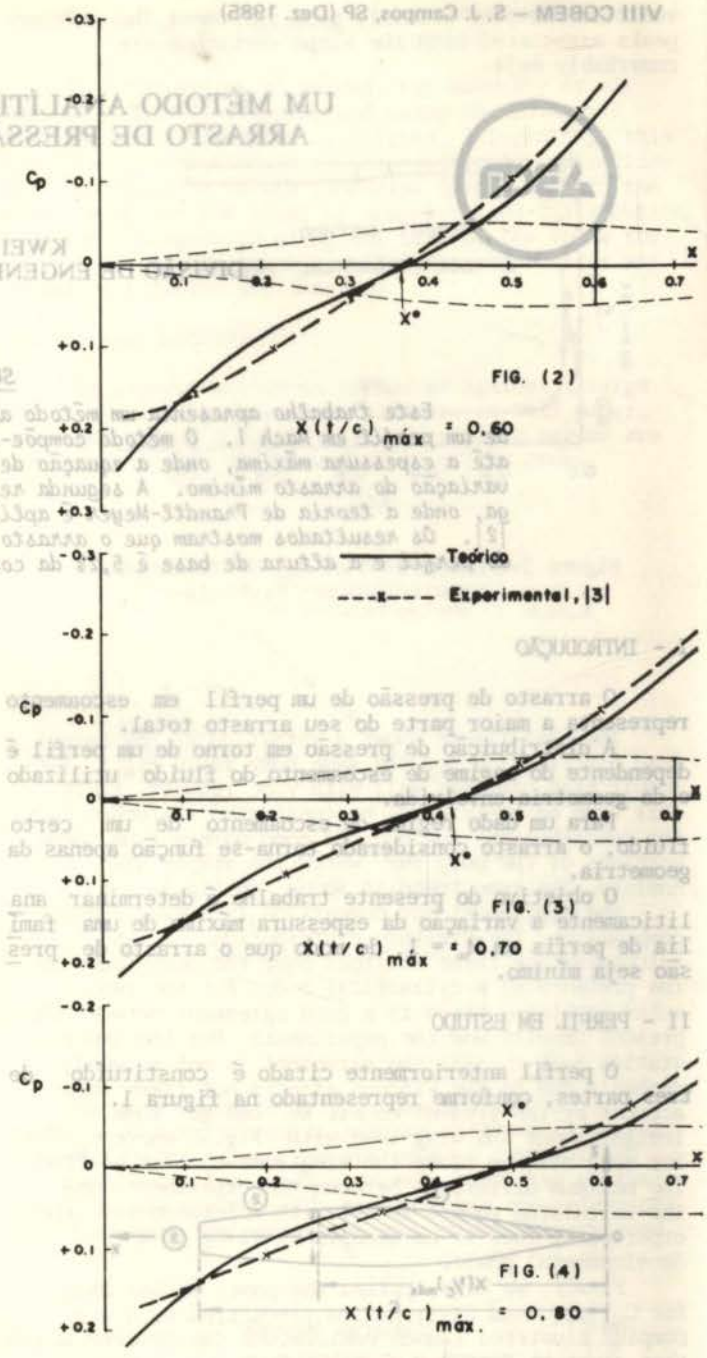
A equação da região 2 é dada por:

$$C_{D_2} = 2\,Cp_2\,\tan\theta_2\,\frac{x_c}{C} \qquad (8)$$

onde θ_2 é o ângulo de inclinação da região 2.

Cp_2 é o coeficiente de pressão na região 2.

x_2 é o comprimento da região 2.



A equação do arrasto de base do perfil é dada por:

$$C_{D_3} = C_{p_B}\,\frac{t_B}{C} \qquad (9)$$

onde C_{p_B} é o coeficiente da pressão na base do perfil (2)

$$C_{p_B} = 0.7\ (M_\infty = 1)$$

e $\frac{t_B}{C}$ é a altura da base em relação à corda do perfil. Para o cálculo de C_{D_2} tem-se que o valor de C_{p_2} é determinado através da seguinte relação:

$$C_{p_2} = \frac{2}{\gamma M^2}\left[\frac{p_2}{p_o}\,\frac{p_o}{p_\infty} - 1\right]$$

onde "θ" é o ângulo de expansão total da segunda parte. No exemplo em questão $\theta = 6^o$ para que o escoamento no bordo de fuga seja paralelo.

Como

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 ,$$

sendo θ_1 o ângulo de expansão 1, tem-se que parte do exemplo dado $\theta_1 = 2{,}2^o$ (correspondente a $C_{p_1} = 0{,}22$ experimental na figura 2).

$$\theta = 6^o \text{ e } \frac{p_2}{p_o} = 0{,}3639 \quad (M_\infty = 1)$$

Logo:

$$\theta_2 = 6^o - 2{,}2^o = 3{,}8$$

$$\tan \theta_2 = 0{,}066$$

Portanto, de

$$C_{p_2} = 1{,}43 \times [0{,}3639 \times 1{,}893 - 1] = 0{,}44 \text{ e } \frac{x_c}{c} = 0{,}4$$

usando a equação (8), tem-se que

$$C_{D_2} = 2 \times 0{,}44 \times 0{,}066 \times 0{,}4 = 0{,}023$$

Para o arrasto de base, tem-se que

$$\frac{t_B}{C} = 2 \cdot \tan \theta_2 \, \frac{x_c}{2} = 0{,}052$$

e portanto

$$C_{D_B} = 0{,}7 \times 0{,}052 = 0 \qquad C_{D_B} = 0{,}0364$$

Obs.: Os valores ótimos de θ e $\frac{t_B}{C}$ foram obtidos através de tentativas para este exemplo particular.

IV - O ARRASTO TOTAL

Pode-se calcular o arrasto de pressão em Mach 1, em função da posição de espessura máxima com $(t/c)_{max}$ do perfil de 10% dada, e o ângulo de ataque nulo na seguinte tabela e um gráfico de $C_{D_{total}}$ em função de posição da espessura máxima, vide fig. 5 abaixo.

$t_{B/c}$	5.3%	5.2%	5.8%	6.5%	7.1%
$(t/c)_{max}$	60%	65%	70%	75%	80%
C_{D_1}	0.010	0.00875	0.0078	0.0063	0.0062
C_{D_2}	0.023	0.0209	0.0184	0.0157	0.0130
C_{D_3}	0.0364	0.0366	0.0406	0.0455	0.050
$C_{D_{total}}$	0.0701	0.0662	0.0668	0.0675	0.0692

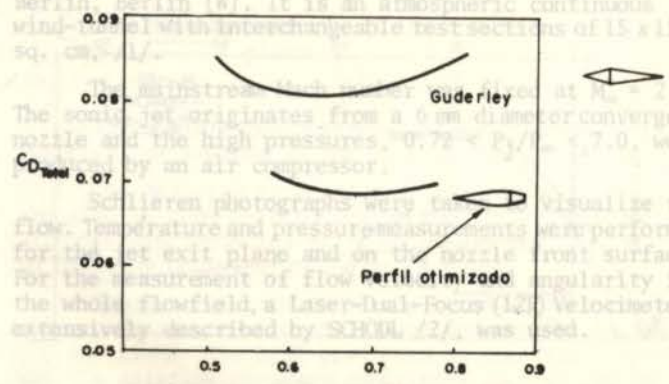


FIG (5) - Posição de $(t/c)_{máx}$

V - CONCLUSÃO

Este trabalho apresenta um método analítico simples para minimizar o arrasto de pressão de um perfil em Mach 1.

Os resultados mostram que um perfil simétrico de razão de espessura de 10% e posição de espessura máxima a 65% e a altura da base a 5.2% da corda do perfil apresenta arrasto mínimo em M = 1.

VI - REFERÊNCIAS

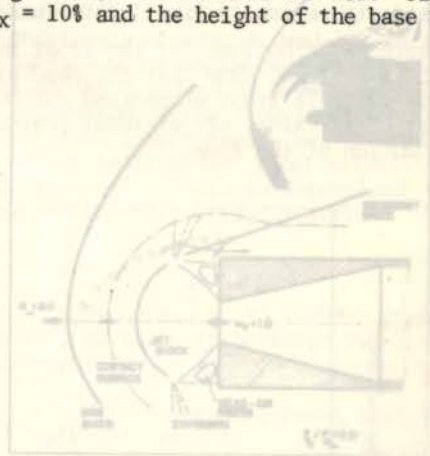
|1| Spreiter John - Flow With $M_\infty = 1$ pass an airfoil AIAA - Journal Dec. 1970.

|2| Chapman,D.R. - Analysis of base Pressure at Supersonic velocity and comparison wilt experiment. NACA T. Note 2139 (1950).

|3| Lacerda, N.L. - Minimização de arrasto em Mach.Tese de Mestrado ITA - CTA - 1982.

SUMMARY

This paper gives a simple analitic method to calculate the minimum pressure drag for a profile em Mach 1. This method consiste of three parts: the first part is from the nose to the maximum thickness of profile, where a equation of Spreiter |1| is used to derive the optimum conditions for the calculation of the minimum drag. The second one is from the maximum thickness to the trailing edge, where the theory of Prandtl-Meyer is applied. The last part is the base on the theory of Chapman|2|. The results show that the minimum drag occurs at 65% from the nose of a profil of $(t/c)_{max}$ = 10% and the height of the base is 5,2% of the chord.



THE FLOWFIELD OF A SONIC JET EXHAUSTING AGAINST A SUPERSONIC FLOW

PAULO MORAES JR.
INSTITUTO DE ATIVIDADES ESPACIAIS, CTA
UWE GANZER
INSTITUT FUR LUFT-UND RAUMFAHRT, TU BERLIN, GERMANY

SUMMARY

The flow field of a sonic jet exhausting against a supersonic main stream was experimentally investigated. The experimental investigations were conducted in the supersonic 15 x 15 sq cm test section of the ILR (TU Berlin) wind-tunnel for a main stream Mach number of $M_\infty = 2.0$ and several ratios of total pressure. The paper briefly describes the experiments, the measurement technique used and brings out the flowfield details.

INTRODUCTION

The flowfield which is formed by exhausting an underexpanded sonic jet in an opposite supersonic mainstream, briefly supersonic counter-flow, is very complex and presents very large gradients of the flow properties. It is well characterized by the formation of a bow shock wave in the mainstream, a curved shock wave in the jet flow, an approximatelly semi-spherical contact surface between both flow components, a dead-air region in front of the jet nozzle and some other discontinuities.

Such a flowfield can be found for instance in:
- # nose cooling systems for thermal protection of re-entry bodies,
- # supersonic combustion systems,
- # retro-rocket systems and,
- # secondary injection systems for thrust vector control.

Under the financial support of the DFG - Deutsche Forschungsgemeinschaft, Bonn, FRG, a research project was established and realized at the Institut fUr Luft- und Raumfahrt of the Technische UniversitÄt Berlin, Berlin (W), with the aim to provide, through a series of experiments, detailled information about the flowfield configuration of a supersonic counter-flow. So, pressure, temperature and velocity measurements as also flow visualizations were performed in order to obtain an accurate flow model, from which a mathematical modelling for numerical calculations could be developed.

The present paper briefly describes the experiments, the measurement technique used and brings out the flowfield details.

EXPERIMENTS

The experiments were carried out in the High speed wind-tunnel of the Institut fUr Luft- und Raumfahrt, TU Berlin, Berlin (W). It is an atmospheric continuous wind-tunnel with interchangeable test sections of 15 x 15 sq. cm, /1/.

The mainstream Mach number was fixed at $M_\infty = 2.0$. The sonic jet originates from a 6 mm diameter convergent nozzle and the high pressures, $0.72 < P_j/P_\infty < 7.0$, were produced by an air compressor.

Schlieren photographs were taken to visualize the flow. Temperature and pressure measurements were performed for the jet exit plane and on the nozzle front surface. For the measurement of flow velocity and angularity in the whole flowfield, a Laser-Dual-Focus (L2F) Velocimeter, extensively described by SCHODL /2/, was used.

RESULTS

The Schlieren photograph of a supersonic counter-flow, Fig. 1, shows three characteristic lines:
- # a bow shock wave,
- # a contact surface and
- # a jet shock wave.

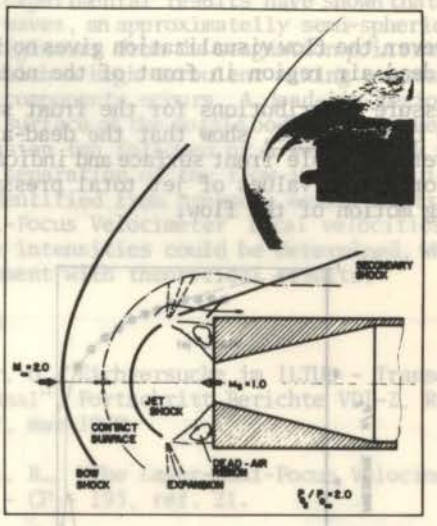


Fig. 1: Supersonic counter-flow

The secondary jet flow forms, together with the nozzle body, an almost incompressible obstacle for the supersonic mainstream. So, a bow shock wave of approximately hyperbolic form appears in the mainstream. From the other side, the underexpanded sonic jet has already expanded to supersonic velocities. It decelerates upstream from the nozzle exit plane, through a curved shock wave, becomes subsonic, deviates downstream and stagnates at the center line. From the common stagnation point an almost semi-spherical contact surface originates in which a mixing process between both flow components, mainstream and jet flow, begins.

Apart from these discontinuities, the Schlieren photograph also shows an expansion fan followed by a weak shock wave (λ-shock) arising from a dead-air region at the corner of the nozzle body.

The visualization of the flow permits one to get a good idea of the flowfield configuration and gives besides this the position and shape of the existing discontinuities. Fig. 2 presents the center line location of the bow shock wave, contact surface and jet shock as function of the total pressure ratio P_j/P_∞. To visualize

the stagnation point, it was necessary to heat the jet, but as shown in the same figure, the influence of the temperature is quite small.

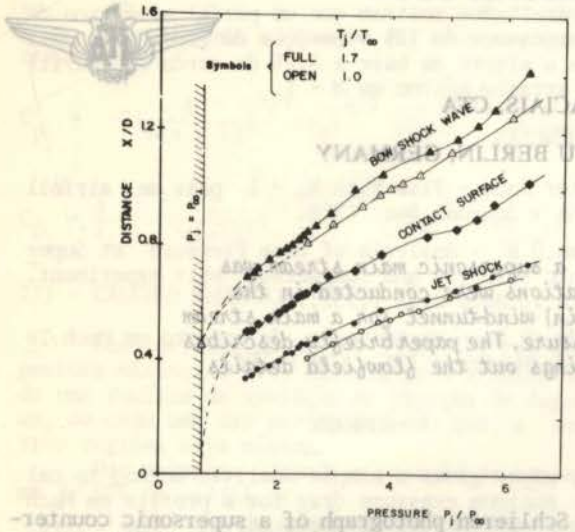


Fig. 2: Center line position of the bow shock wave, contact surface and jet shock wave
$M_\infty = 2.0$

However, the flow visualization gives no information about the dead-air region in front of the nozzle.

Pressure distributions for the front surface of the nozzle body, Fig. 3, show that the dead-air region spreads over the whole front surface and indicate, either for small or medium values of jet total pressures, a circulating motion of the flow.

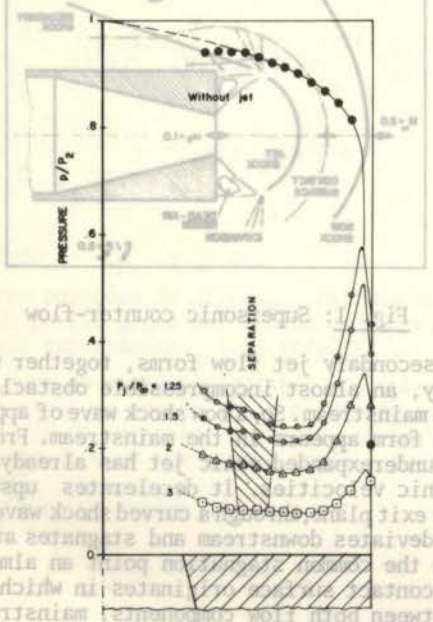


Fig. 3: Pressure distribution on the nozzle front surface
$M_\infty = 2.0$

The pressure distributions also indicate a secondary flow separation in this region, as shown in Fig. 3.

Velocity measurements, taken with the Laser-Dual-Focus Velocimeter give besides this detailled information about local velocities, angularities and turbulence intensities.

Fig. 4 shows for a medium pressure ratio of $P_j / P_\infty = 2$, the local velocities in the flowfield. With these results the location and shape of the shock waves and contact surface could be confirmed and the contour of the dead-air region very well determined.

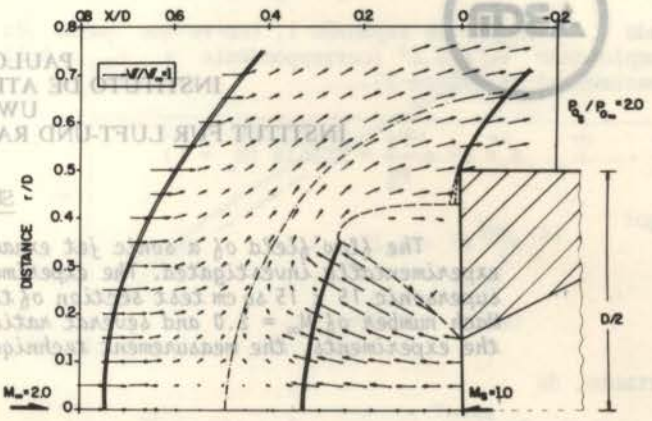


Fig. 4: Velocities

From the measured velocities it is possible to find out the percentage turbulence intensities, whose variation in the flowfield is presented in Fig. 5 by lines of equal intensity. High turbulence intensities can be found mostly at the center line, where the jet shock wave and the contact surface are positioned.

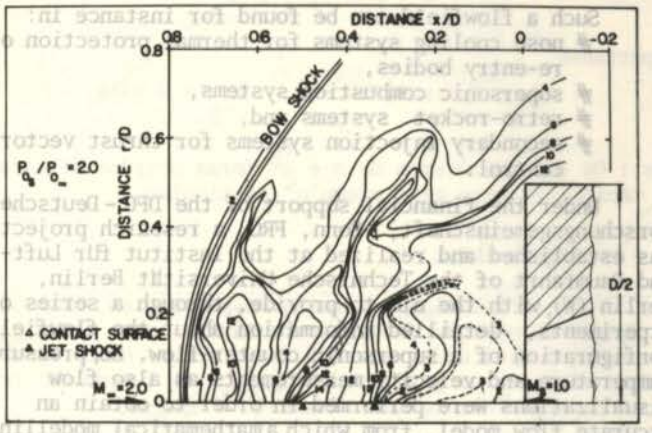


Fig. 5: Turbulence intensities

Fig. 6 presents a comparison of results obtained from Schlieren photographs and Laser measurements for the nozzle exit plane. These comparisons consider flowfield configurations with and without jet flow and show very good agreement concerning the bow shock wave location at the nozzle exit plane.

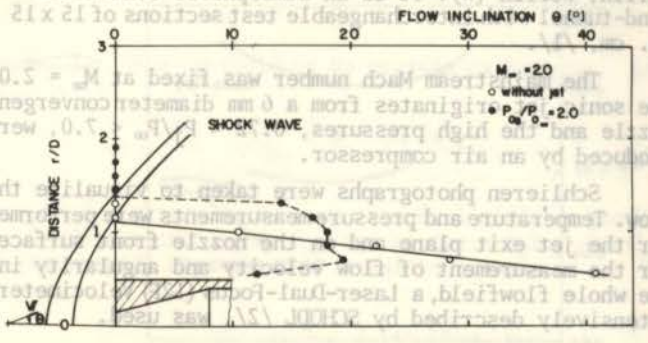


Fig. 6: Shock waves and flow inclination - nozzle exit plane -

Distributions of flow velocity and inclination are shown in Fig. 7 for different cross sections.

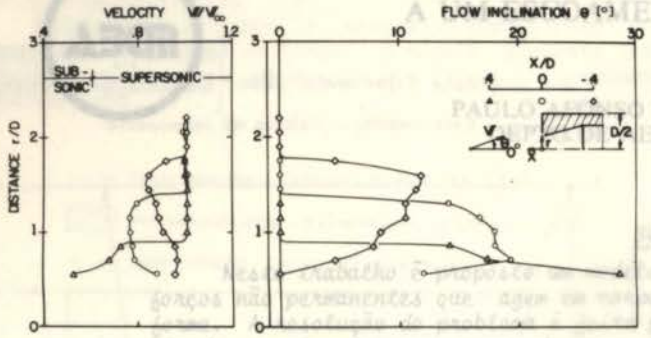


Fig. 7: Velocity and flow inclination
$M_\infty = 2.0$

The velocity distributions for the cross sections X/D = 0.0 and X/D = -0.4 present three different slopes. It denotes separately and exclusively, the disturbances caused by the bow shock wave, the mixing zone around the contact surface and the secondary jet flow, on the local velocity profiles.

The distributions of the flow inclination for the same cross sections make evident, that the flow separates at the corner of the nozzle body, at X/D = 0.0, and reattaches downstream, at X/D= -0.4. The radial extension of the formed separation bubble is quite small and it is responsible for the appearance of a secondary shock wave also observed on the Schlieren photograph.

Fig. 8 presents a comparison of theoretical /3/ and experimental results for the velocity distribution in the exit plane of the nozzle.

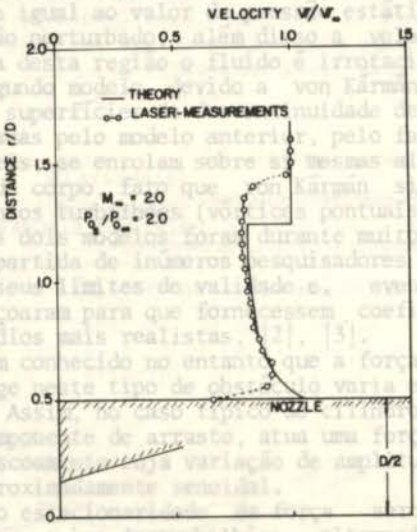


Fig. 8: Velocity at the nozzle exit plane
$M_\infty = 2.0$

The differences observed are due principally to the restrictions imposed in the calculation procedure

The measured velocities at the center line, Fig. 9, are also in good agreement with theoretical calculations, although discrepancies exist which are due, in part, to an unsteady behaviour of the shock waves.

Theoretical results of the local-velocities for the region between the shock wave and contact surface are not given. The high gradients of the flow properties and the existing boundary conditions in this region did not allow the application of the numerical approach presented in Ref. /3/.

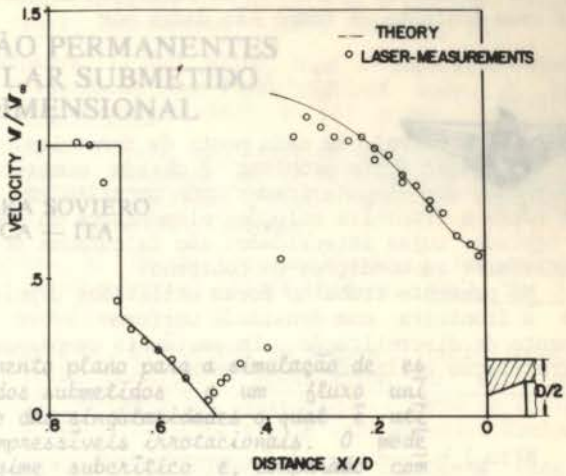


Fig. 9: Velocity at the center line

CONCLUSIONS

Experimental investigations were conducted in a Highspeed wind-tunnel to analyse the very complex flowfield of a supersonic counter-flow.

Pressure and velocity measurements as also flow visualization were carried out to provide detailled information about the flowfield characteristics.

The experimental results have shown that apart from the shock waves, an approximatelly semi-spherical contact surface originates from the stagnation point at the center line, in which a high turbulent mixing process between both flow components occurs. A dead-air region formed on the front surface of the nozzle body induces the formation of a expansion fan followed by a weak shock wave. A secondary separation of the flow in this region could also be identified from pressure measurements. With the Laser-Dual-Focus Velocimeter local velocities and turbulence intensities could be determined, which are in good agreement with theoretical results.

REFERENCES

|1| Ganzer, U., "Eichversuche im ILTUB - Transonic - Windkanal", Fortschritt Berichte VDI-Z, Reihe 7, nr. 22, mar 1970.

|2| Schodl, R., "The Laser-Dual-Focus Velocimeter", Agard - CP - 193, ref. 21.

|3| Weiland, C., "Zwei- und dreidimensionale Umströmungen stumpfer Körper unter Berücksichtigung schallnaher Überschallanströmungen", ZfW, 24, 1967, s. 237-245.

|4| Finley, P.J., "The flow of a Jet from a Body Opposing a Supersonic Free Stream", J. Fluid Mechanics, Vol 26, part 2. pp. 337-368.

|5| Moraes, Jr., " Das Strömungsfeld bei Ausblasung eines sonischen Strahls in eine gegenläufige Strömung", ILR - Bericht, 52, TU Berlin, 1982, Berlin (W).

|6| Adamson, T.C. Jr, and Nicholls, J.A. "On the Structure of Jets from highly underexpanded nozzles into still Air", J. Aerospace Sciences, 26, pp. 16-24, 1959.

|7| Hall, M.G., "On Forward Ejection for Thermal Insulation in Hipersonic Flight", RAE Technical Note, Nº Aero 2910.

|8| Jarvinen, P.O. and Adams, R.H., "The effects of Retrorockets on the Aerodynamic Characteristics of Conical Aeroshell Planetary entry Vehicles", AIAA Paper, nº 70-219, jan. 1970.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

SIMULAÇÃO DE ESFORÇOS NÃO PERMANENTES SOBRE UM CILINDRO CIRCULAR SUBMETIDO A UM ESCOAMENTO BIDIMENSIONAL

PAULO AFONSO DE OLIVEIRA SOVIERO
DEPTO. DE AERODINÂMICA — ITA

SUMÁRIO

Neste trabalho é proposto um modelo de escoamento plano para a simulação de esforços não permanentes que agem em corpos descolados submetidos a um fluxo uniforme. A resolução do problema é feita pelo método das singularidades o qual é utilizado normalmente para o caso de escoamentos incompressíveis irrotacionais. O modelo foi aplicado ao caso do cilindro circular em regime subcrítico e, comparado com outros métodos de cálculo e medidas experimentais, mostrou-se bastante satisfatório.

1 - INTRODUÇÃO

A estimativa dos esforços que agem em um corpo não aerodinâmico que se desloca em movimento uniforme é um problema sempre presente na Mecânica dos Fluidos. Sua principal dificuldade reside, para altos números de Reynolds, Re, na presença de uma esteira turbilhonar que modifica de maneira notável a distribuição de pressões sobre o corpo que a originou, em relação ao escoamento potencial, o qual normalmente é tomado como referência.

Assim, historicamente, existem dois modelos de obstáculos descolados em fluido perfeito.

O primeiro modelo, devido a Helmholtz |1|, separa o escoamento em duas regiões, uma delas representando a esteira e o obstáculo como se estivessem rigidamente ligados; a pressão nesta região é considerada constante e igual ao valor da pressão estática do escoamento não perturbado; além disso a velocidade é nula. Fora desta região o fluido é irrotacional.

O segundo modelo, devido a von Kármán |1| supõe que as superfícies de descontinuidade de velocidade, utilizadas pelo modelo anterior, pelo fato de serem instáveis, se enrolam sobre si mesmas alternadamente atrás do corpo, fato que von Kármán simula através de pontos turbilhões (vórtices pontuais).

Estes dois modelos foram durante muito tempo os pontos de partida de inúmeros pesquisadores que estabeleceram seus limites de validade e, eventualmente, os aperfeiçoaram para que fornecessem coeficientes de arrasto médios mais realistas, |2|, |3|.

É bem conhecido no entanto que a força aerodinâmica que age neste tipo de obstáculo varia em função do tempo. Assim, no caso típico do cilindro circular, além da componente de arrasto, atua uma força perpendicular ao escoamento cuja variação de amplitude com o tempo é aproximadamente senoidal.

A não estacionaridade da força aerodinâmica é associada ao regime de turbilhões alternados (von Kármán vortex street), fato largamente confirmado seja por medidas diretas de forças, seja por medidas da distribuição de pressões em torno do obstáculo.

A frequência da oscilação da força de sustentação é dada pelo número de Strouhal (S_t), o arrasto oscilando duas vezes mais rápido e com amplitude muito menor.

Com o advento dos computadores o problema dos escoamentos descolados em torno de corpos viu seu interesse renovar-se. O caminho natural foi a resolução numérica das equações de Navier - Stokes.

Praticamente na mesma época em que surgiram as primeiras soluções por diferenças finitas Gerrard propõe um método numérico |4| utilizando o modelo de fluido perfeito onde pontos turbilhões são colocados no interior do escoamento com o objetivo de simular as superfícies de descontinuidade de velocidade; nesse caso os pontos são livres para se deslocar segundo a velocidade calculada em cada um deles.

Este método, apesar de simples em seu princípio, não é de aplicação imediata exigindo boa dose de experiência do utilizador, |5|.

Neste trabalho é proposto um modelo, inspirado naquele de Helmholtz, que se destina a simular os efeitos não permanentes. A condição de pressão contínua utilizada por Helmholtz para calcular a posição das superfícies de descontinuidade de velocidade é relaxada e, por uma definição conveniente da pressão na região descolada e da forma da fronteira que define a esteira turbilhonar, os valores de forças e distribuição de pressões são simulados de forma realista.

2 - MODELOS DO ESCOAMENTO E MÉTODO DE CÁLCULO

A figura |1| representa o modelo do escoamento para o caso em estudo.

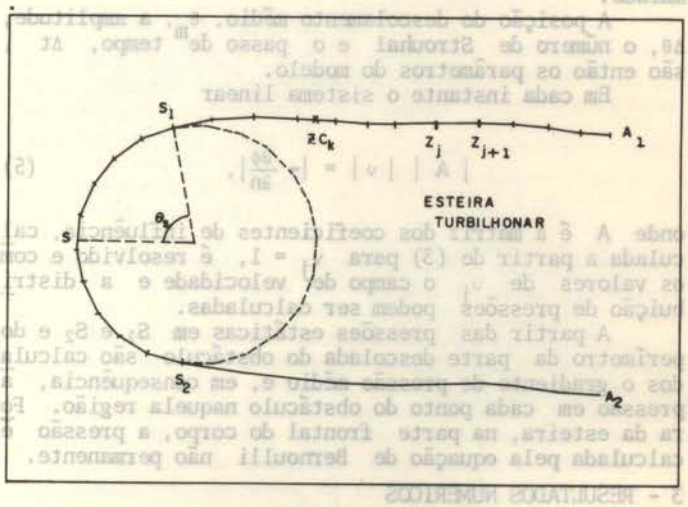


Figura 1. Modelo do escoamento.

Analogamente ao modelo de Helmholtz são definidas, quanto ao campo de velocidades, duas regiões.

Na região da esteira, pelo menos nas proximidades do obstáculo, é observado experimentalmente que a velocidade é baixa em comparação com a velocidade do fluxo não perturbado. Além deste fato, uma fronteira bem definida separa a esteira do restante do escoamento, um fato observável a partir de visualizações.

Fora da região formada pelo corpo e esteira o campo é irrotacional e incompressível devendo satisfazer

$$\nabla^2 \phi = 0 , \qquad (1)$$

onde ϕ é o potencial de velocidade.

Na fronteira $A_1 S A_2$ as condições de contorno para cada instante de tempo são dadas por

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 , \qquad (2)$$

onde $\vec{n}$ é a normal em cada ponto da fronteira.

A solução deste problema é obtida numericamente pelo método das singularidades, que consiste em distribuir sobre a fronteira soluções elementares da equação de Laplace, cujas intensidades são calculadas de modo a satisfazer as condições de contorno.

No presente trabalho foram utilizados dipolos normais à fronteira com densidade uniforme sobre cada elemento de discretização. Em variáveis complexas a discretização utilizada se escreve

$$W(zc_k) = \frac{i \nu_j}{2\pi} \frac{z_{j+1} - z_j}{(zc_k - z_{j+1})(zc_k - z_j)} , \qquad (3)$$

onde $W(zc_k)$ é a velocidade complexa conjugada no ponto de controle zc_k devida ao dipolo linear de densidade ν_j do segmento $z_j - z_{j+1}$.

No início do cálculo os pontos A_1 e A_2 coincidem com S_1 e S_2 que são os pontos de descolamento. Sabe-se de verificações experimentais que estes pontos não são fixos, mas oscilam em torno de um valor médio que depende do regime de escoamento.

A medida que o tempo é incrementado A_1 e A_2 se projetam para o interior do escoamento e a cada Δt um novo elemento de discretização é criado. A forma da esteira é fixada pelo fato que esta deve ser, em cada instante do cálculo tangente ao cilindro nos pontos S_1 e S_2 que oscilam em fase. No caso do presente exemplo

$$\theta_s = \pm \theta_m + \Delta\theta \sin(S_t\, t) , \qquad (4)$$

onde S_t é função do regime de escoamento a ser simulado.

A posição do descolamento médio, θ_m, a amplitude, $\Delta\theta$, o número de Strouhal e o passo de tempo, Δt, são então os parâmetros do modelo.

Em cada instante o sistema linear

$$|A|\,|\nu| = \left|-\frac{\partial \phi}{\partial n}\right| , \qquad (5)$$

onde A é a matriz dos coeficientes de influência, calculada a partir de (3) para $\nu_j = 1$, é resolvido e com os valores de ν_j o campo de velocidade e a distribuição de pressões podem ser calculadas.

A partir das pressões estáticas em S_1 e S_2 e do perímetro da parte descolada do obstáculo são calculados o gradiente de pressão médio e, em consequência, a pressão em cada ponto do obstáculo naquela região. Fora da esteira, na parte frontal do corpo, a pressão é calculada pela equação de Bernoulli não permanente.

3 - RESULTADOS NUMÉRICOS

O modelo do escoamento foi testado com resultados bastante satisfatórios em três tipos de obstáculos, ref. |6|, entre os quais o caso clássico do cilindro circular que apresentamos a seguir.

A parte frontal do corpo, $S_1 - S - S_2$ foi discretizada em, 10 elementos. Os outros parâmetros do cálculo são: $S_t = 0{,}2$; $\theta_m = 80°$; $\Delta\theta = 5°$, que correspondem ao regime subcrítico normalmente encontrado na literatura, e $\Delta t \cdot v/b = 0{,}5$ onde v é a velocidade do escoamento não perturbado e b o diâmetro do cilindro.

A figura |1| acima representa a situação do modelo de cálculo para $vt / b = 6{,}0$. Neste instante temos 34 elementos de discretização: 12 formando cada ramo da esteira e 10 formando o obstáculo.

A figura |2| mostra a distribuição de pressões sobre o cilindro $vt / b = 5{,}0$ juntamente com valores experimentais, da região descolada, fornecidos em |5| e |7|, para fins de comparação. Note-se que se trata de valor médio.

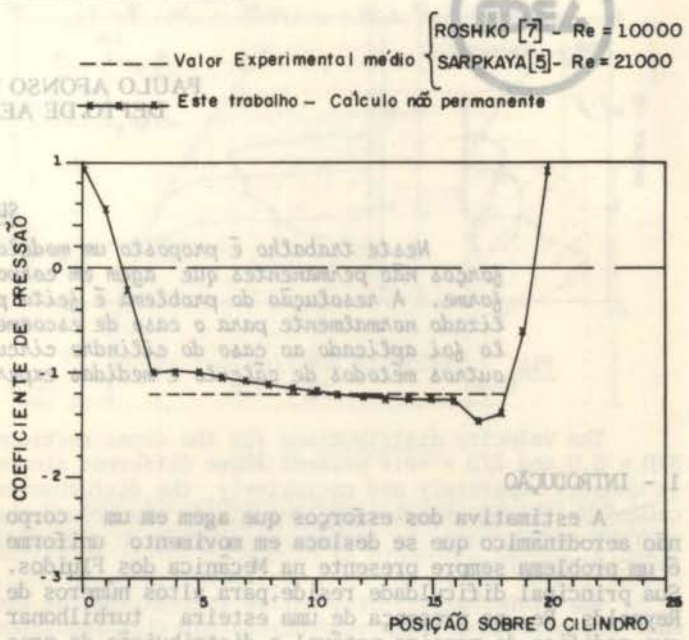


Figura 2. Distribuição da pressão sobre o cilindro circular.

A não estacionaridade da esteira turbilhonar provoca uma oscilação do coeficiente de pressão médio, na região descolada, que é confirmada experimentalmente, ref. |8|, através de medidas instantâneas de pressão e é bem reproduzida pelo modelo de cálculo adotado.

A figura |3| fornece o coeficiente de arrasto em função do tempo para o caso de uma aceleração instantânea (velocidade final uniforme).

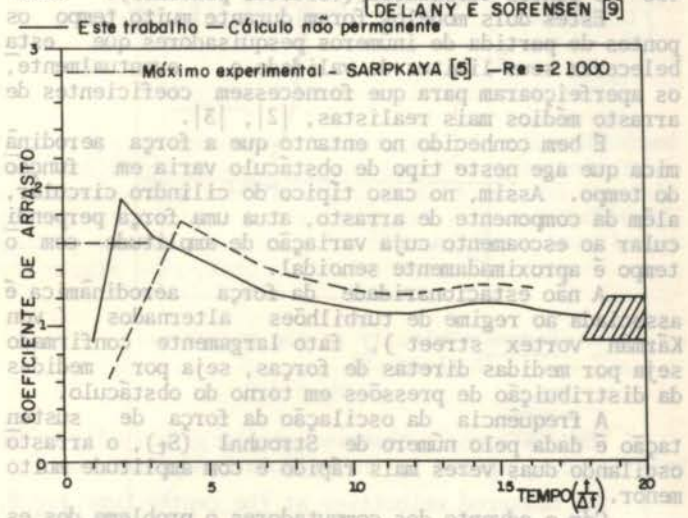


Figura 3. - Cilindro circular acelerado instantâneamente à velocidade uniforme.

Os resultados do presente modelo são comparados com o experimento da referência |5|; é também assinalada na figura a faixa de valores médios encontrados

na literatura.

As discrepâncias entre a experiência e o cálculo até $t/\Delta t = 4$ podem ser imputadas à representação inadequada do fenômeno e correspondem ao deslocamento rápido dos pontos S_1 e S_2 da posição $\theta = 180^o$ conforme descrito na referência |10|.

Finalmente, a figura |4| mostra o coeficiente de sustentação em função do tempo. O modelo proposto tem o mesmo comportamento que aquele verificado experimentalmente, ref. |5|.

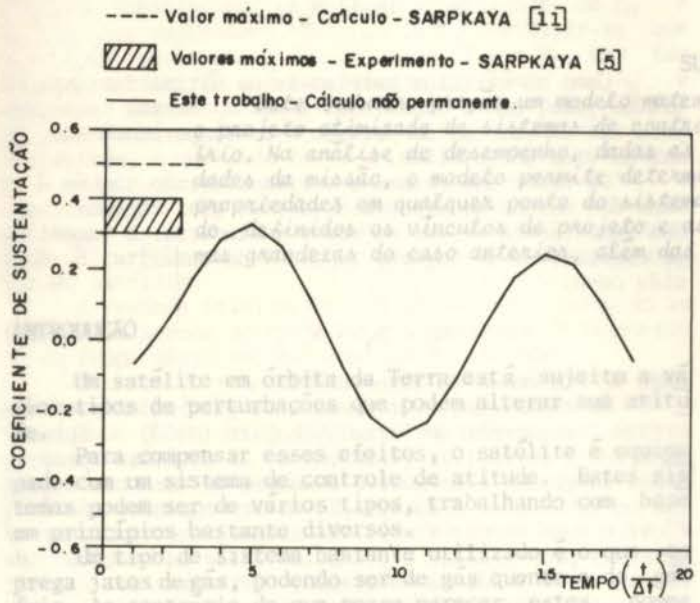


Figura 4. Sustentação não permanente do cilindro circular.

Tanto no caso experimental como no calculado, ref. |11|, o coeficiente de sustentação segue uma lei que é bem representada por uma senoide. No entanto, o caso experimental apresenta variações de amplitude, assinaladas na figura, e que, no momento não tem uma explicação conclusiva.

4 - COMENTÁRIOS FINAIS

Como conclusão observa-se que, com um mínimo de parâmetros, os quais podem ser medidos para uma possível confirmação, pode-se montar um modelo bastante realista de escoamentos descolados.

O método é bastante útil para o estudo de corpos geometricamente complexos, os quais seriam decompostos em elementos simples e, após um estudo paramétrico, o modelo poderia em princípio ser utilizado.

A possibilidade de se simular, por exemplo, a sustentação não permanente que age no caso do cilindro circular abre amplas oportunidades de aplicação do modelo à teoria dos corpos esbeltos, caso de mísseis e foguetes, em altos ângulos de incidência. Algumas aplicações do modelo a este tipo de problema já foram efetuadas na referência |6| com resultados animadores.

5 - AGRADECIMENTOS

O autor deseja registrar seus agradecimentos à Sra. Angela Christina Frei Cunha e ao Sr.Carlos Alberto Ribeiro, pela eficiência nas preparações do texto datilografado e das figuras.

6 - REFERÊNCIAS

|1| Von Kármán, Th. and Burgers,J.M.Aerodynamic Theory: A General Review of Progress - Vol. II Durand , W. F. Edit. Peter Smith (1976).

|2| Bearman P.W., On Vortex Street Wakes. J. of Fluid Mechanics, V. 28 (1967), p. 25.

|3| Roshko, A., On the Wake and Drag of Bluff Bodies. Journal of Aeronautical Sciences,Feb(1955) p.125.

|4| Gerrard,J.H.,Numerical Computation of the Magnitude and Frequency of the Lift on a Circular Cylinder Phil. Transaction, A(261) (1967), p 137.

|5| Sarpkaya, T. and Kline, H. K., Impulsive - Started Flow About Four Types of Bluff Body. J. Fluid Engineering, (1982), V. 104, p 207.

|6| Soviero, P.A.O., Modelisation de Champs Aérodynamique et Thermique par la Méthode des Singularités Thèse de Doctorat d'Etat, (1983), Université Paul Sabatier. Toulouse.

|7| Roshko, A., On the Drag and Shedding Frequency of Two-Dimensional Bluff Bodies. NACA TN 3169, (1954).

|8| Berger, C., Evolution de Nappes Tourbillonnaires Instationnaires. Application au Decollement sur un Obstacle Cylindrique. Thèse de Doctorat d'Etat,(1979),Université Paul Sabatier.Toulouse.

|9| Delany,N.K. and Sorensen, N.E., Low-Speed Drag of Cylinders of Various Shapes.NACA TN 3038,(1953).

|10|Schlichting, H., Boundary - Layer Theory, Mc-Graw-Hill, N.Y. (1979), p.415.

|11|Sarpkaya, T. and Schoaff, R. L., Inviscid Model of Two Dimensional Vortex Shedding by a Circular Cylinder. AIAA Journal, (1979),V. 17, p. 1193.

SUMMARY

This paper presents a model of planar flow for simulation of unsteady forces acting on bluff bodies in uniform motion. The solution was obtained using the panel method, a numerical procedure usually employed in irrotacional incompressible flow problems. An application was made to the case of uniform flow about a circular cylinder in the subcritical range, and the results compare well with theoretical and experimental data found in the litterature.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

ANÁLISE E OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS DE JATOS DE GÁS FRIO PARA CONTROLE DE ATITUDE DE SATÉLITES

ISMAEL EMÍLIO DE OLIVEIRA JÚNIOR
INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS — INPE
OTÁVIO DE MATTOS SILVARES
EPUSP

SUMÁRIO

Este trabalho propõe um modelo matemático que permite a análise de desempenho ou o projeto otimizado de sistemas de controle de atitude de satélites por jatos de gás frio. Na análise de desempenho, dadas as características do sistema e as particularidades da missão, o modelo permite determinar a massa e a pressão iniciais de gás, suas propriedades em qualquer ponto do sistema, tempos de manobra, etc. No projeto otimizado, definidos os vínculos de projeto e as particularidades da missão, obtêm-se as mesmas grandezas do caso anterior, além das características otimizadas do sistema.

INTRODUÇÃO

Um satélite em órbita da Terra está sujeito a vários tipos de perturbações que podem alterar sua atitude.

Para compensar esses efeitos, o satélite é equipado com um sistema de controle de atitude. Estes sistemas podem ser de vários tipos, trabalhando com base em princípios bastante diversos.

Um tipo de sistema bastante utilizado é o que emprega jatos de gás, podendo ser de gás quente e de gás frio. Ao contrário do que possa parecer, estes nomes não derivam da temperatura de trabalho; nos jatos de gás quente, o fluido de trabalho sofre uma reação química antes de ser expelido, ao passo que nos de gás frio não há reações químicas.

Este trabalho faz uma análise de jatos de gás frio. Através de equações da termodinâmica [2], de escoamento compressível em tubulações [1], de escoamento isoentrópico [1; 2] e de otimização [4], obtém-se um sistema de equações que permite verificar os resultados de um sistema de controle de atitude já existente, ou dimensionar um sistema otimizado, tendo em conta hipóteses simplificadoras.

EQUACIONAMENTO

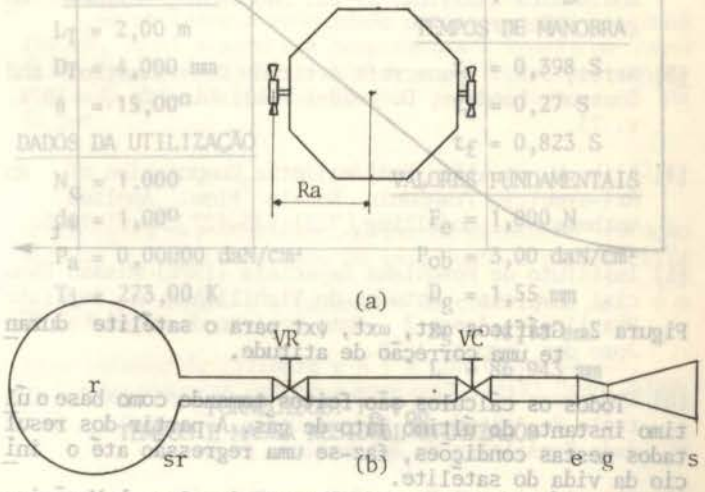
O equacionamento é feito admitindo que a correção de atitude seja ao redor do eixo longitudinal de referência do satélite. A Figura 1a esquematiza o posicionamento dos micromotores no satélite e a Figura 1b mostra um esquema do sistema.

Uma correção de atitude, com base na Figura 1a, sempre é feita da seguinte maneira:

- acionam-se os motores 1 e 3 (2 e 4) simultaneamente durante um tempo t_1;
- todos os motores permanecem desligados durante um tempo t_d;
- acionam-se os motores 2 e 4 (1 e 3) simultaneamente até ser completada a correção.

A Figura 2 mostra qualitativamente a aceleração, a velocidade e o deslocamento angulares do satélite durante uma correção de atitude.

Uma hipótese feita, que pode ser visualizada no gráfico $\alpha x t$ da Figura 2, é que a aceleração varia instantaneamente de zero a seu valor nominal e vice-versa quando o sinal de controle é transmitido.



r - reservatório
sr - saída do reservatório
VR - válvula reguladora de pressão
VC - válvula de controle
e - entrada do bocal
g - garganta do bocal
s - saída do bocal

Figura 1. Esquemas do posicionamento dos micromotores e do sistema de controle de atitude.

Outras hipóteses necessárias são:

- o gás comporta-se como gás perfeito;
- as válvulas são perfeitas: a válvula reguladora mantém a pressão a juzante sempre constante, enquanto a válvula de controle tem resposta instantânea e não causa perdas de carga na linha quando acionada;
- a diminuição da massa de gás no reservatório não altera o momento de inércia do satélite;
- o processo de expansão do gás no reservatório é isoentrópico durante o escoamento, adiabático entre o fim do primeiro jato e o início do segundo de uma mesma correção e isométrico entre o fim de uma correção e o início da próxima, período em que o sistema entra em equilíbrio térmico;
- o processo na tubulação é adiabático com atrito (Fanno);
- o escoamento no bocal é isoentrópico.

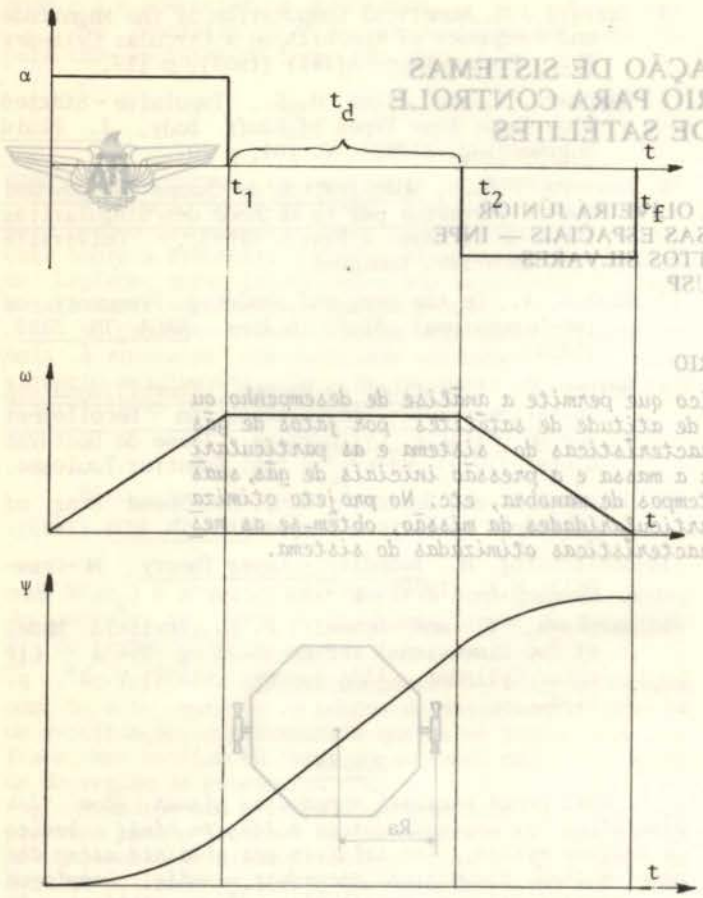


Figura 2. Gráficos αxt, ωxt, ψxt para o satélite durante uma correção de atitude.

Todos os cálculos são feitos tomando como base o último instante do último jato de gás. A partir dos resultados nestas condições, faz-se uma regressão até o início da vida do satélite.

Através do Teorema de Momento Angular, da Mecânica Geral [8], pode-se equacionar a curva αxt da Figura 2; as duas outras curvas são obtidas por integrações. Levando em conta as condições de contorno, chega-se a:

$$t_f = 2t_1 + t_d \quad , \tag{1}$$

$$t_d = \frac{2\, I_t\, \Delta\psi}{N_b\, F_e\, R_a\, t_1} - t_1 \quad , \tag{2}$$

onde I_t é o momento de inércia total do satélite, $\Delta\psi$ é o ângulo de correção, N_b é o número de bocais (micromotores) que atuam segundo o eixo considerado e F_e é o empuxo produzido por um micromotor.

Para simplificar os cálculos admite-se que durante toda a vida do satélite sejam necessárias N_c correções de atitude, com um ângulo médio de correção $\Delta\psi$. Sendo m_s a massa de gás expelida em uma correção (por todos os micromotores) e x_m a porcentagem de massa restante no reservatório ao final da vida do satélite, a massa de gás inicial (a ser embarcada) é dada pela relação:

$$m_i = \frac{N_c\, m_s}{1 - x_m} \quad , \tag{3}$$

e m_s pode ser calculada de:

$$m_s = N_b\, \dot{m}\, t \quad , \tag{4}$$

onde $\dot{m}$ é a vazão em massa do gas.

Fazendo uma análise do processo que ocorre com o gás no reservatório em uma correção de atitude genética n, obtêm-se os valores da pressão e da temperatura ao final desta correção em relação aos valores do início da missão:

$$\frac{{}^{n}P_f}{P_i} = \frac{(m_i - n\, m_s)^k}{m_i\,[m_i - (n-1)m_s]^{k-1}} \quad \text{e} \tag{5}$$

$$\frac{{}^{n}T_f}{T_i} = \left[\frac{m_i - n\, m_s}{m_i - (n-1)\, m_s}\right]^{k-1} . \tag{6}$$

Como os cálculos baseiam-se no último instante do último jato, basta substituir n por N_c nestas equações para ter os valores da pressão e da temperatura no final da vida do satélite.

Um fator importante a ser considerado também é a soma das massas do reservatório e do gás, chamada m_T. Sua importância reside em poder influenciar a quantidade de combustível do foguete lançador do satélite. É definida como:

$$m_T = m_i + m_r \quad , \tag{7}$$

onde m_r é a massa do reservatório.

Na tubulação, o escoamento do gás é adiabático com atrito (escoamento de Fanno). Shapiro (1953) fornece equações diferenciais relacionando as diversas propriedades do fluido e inclusive o número de Mach com a posição na tubulação. A integração destas equações não é difícil e suas formas finais são usadas para relacionar as diversas propriedades e grandezas entre as secções de entrada e de saída da tubulação. Oliveira Jr. (1985) apresenta todas estas equações em sua forma final.

O escoamento do gás no bocal é isoentrópico; as equações que regem este processo também podem ser encontradas em Shapiro (1953). Como estas equações relacionam pressão, temperatura e densidade com os valores de estagnação, tendo como parâmetro o número de Mach, elas são aplicadas em três secções do bocal: na entrada, na garganta e na saída.

Também a equação que fornece a vazão é aplicada nas três secções para obter relações entre suas áreas.

O empuxo de um bocal é dado por:

$$F_e = \lambda\, \dot{m}\, v_s + (p_s - p_a)\, A_s \quad , \tag{8}$$

onde λ é o fator de empuxo, definido como:

$$\lambda = \frac{1 + \cos\theta}{2} \quad ,$$

θ é o semi-ângulo do divergente do bocal, v_s, p_s e A_s são a velocidade, a pressão e a área na secção de saída do bocal e p_a é a pressão ambiente.

As equações definidas até aqui formam um sistema com cinco incógnitas a mais que as equações. As incógnitas escolhidas como variáveis livres neste caso são o empuxo (F_e), a pressão da estagnação do bocal (p_{ob}), o diâmetro da garganta do bocal (D_g), o tempo de descanço entre os dois jatos da mesma correção (t_d) e a porcentagem de massa residual no reservatório (x_m).

Com este sistema de equações pode-se fazer a análise de um sistema de controle de atitude de um satélite, em que não se pretende fazer otimizações, mas apenas conhecer seu desempenho.

Desejando obter um sistema otimizado, pode-se recorrer a três outras equações, que surgem de duas otimizações, que são detalhadas a seguir.

A primeira delas refere-se à aceleração angular do satélite, definida a seguir:

$$\alpha = \frac{N_b\, F_e\, R_a}{2\, I_t} \quad , \tag{9}$$

equação esta que, como já mencionado, provêm do "Teorema do Momento Angular".

Esta otimização baseia-se na idéia de que aumentando a área de saída do bocal (mantido constante o ângulo do divergente, isto significa aumentar seu comprimento L), aumenta-se o empuxo que este fornece (F_e); por outro lado, também a massa do bocal aumenta e, conseqüentemente, seu momento de inércia para o satélite. A partir de um certo ponto, o aumento em empuxo torna-se muito pequeno, ao passo que o aumento no momento de inércia torna-se muito grande. Da Equação 9 vê-se que deve haver um ponto de máxima aceleração angular. Este ponto é achado substituindo na Equação 9 os valores de F_e e I_t por suas expressões. Fazendo isto, verificar-se que a relação resultante é função de Ag, P_{ob} e M_s, mas também que o valor de α é linearmente crescente com A_g e P_{ob}, fato que não ocorre com relação a M_s. Isto significa que não há um valor de Ag ou de P_{ob} que maximize a aceleração, e que pode haver um valor de M_s que o faça.

Derivando esta expressão de α em relação a M_s e igualando-a a zero, obtém-se uma equação que relaciona M_s, P_{ob} e A_g de forma que dadas duas destas grandezas, a terceira pode ser obtida otimizando a aceleração angular do satélite.

A segunda otimização visa minimizar o custo do reservatório somado ao custo do gás embarcado e mais o custo do tempo gasto em uma correção de atitude.

O custo do reservatório compõe-se dos gastos com mão-de-obra para sua confecção e gastos com material. A quantidade de material empregada vincula-se ao diâmetro do reservatório e a sua espessura de parede. Esta última, por sua vez, depende da pressão inicial que é função da porcentagem de massa residual.

O custo do gás é função apenas da massa de gás a ser embarcada.

O custo do tempo pressupõe que durante uma operação de correção de atitude o satélite permaneça inoperante, ou de outra forma, o tempo gasto em uma correção é um tempo "inútil" para a missão.

Fazendo todo o equacionamento, verifica-se que a expressão final é função apenas de t_1 e de x_m, mas leva em conta o custo total da missão C_m e sua duração total T_m. Para minimizar o custo, deriva-se esta expressão em relação às duas variáveis e igualam-se ambas as equações resultantes a zero, o que fornece os valores otimizados de t_1 e de x_m.

Com estas três equações de otimização, o número de variáveis livres fica reduzido a dois, pois t_1 e t_d relacionam-se através da Equação 2.

EXEMPLO DE RESOLUÇÃO DE UM CASO

Será resolvido um caso para um satélite de sensoriamento remoto que, por hipótese, só possui os jatos de gás como sistema de controle de atitude.

Para a resolução do problema, foi desenvolvido um programa de computador ao qual são fornecidos como dados iniciais:

- características do satélite: momento de inércia, raio de posicionamento dos micromotores, etc.;
- dados do gás: k, R, C_p;
- dados do sistema desejado: comprimento (L_T), diâmetro (D_T) e fator de atrito da tubulação, ângulo do divergente do bocal (θ);
- dados da utilização: número de correções e ângulo médio de cada correção durante a vida do satélite, pressão ambiente (p_a), temperatura de equilíbrio no interior do satélite (T_i);
- dados diversos: densidade dos materiais constituintes do bocal e do reservatório, tensão de escoamento destes materiais, etc.

A seguir, na Figura 3, mostram-se os resultados obtidos nesta simulação. Para sua compreensão são definidos a seguir os símbolos que ainda não foram citados no trabalho.

V - volume do reservatório de gás;
e_p - espessura da parede do reservatório;
C_T - custo total, soma dos custos do reservatório, do gás e do tempo de correção;
m_f - massa de gás no reservatório no final da vida do satélite;
$\dot{m}$ - vazão em massa de gás;
D_s - diâmetro da secção de saída do bocal.

Na figura, as linhas representam as grandezas (número de Mach, diâmetro, densidade, etc.) enquanto as colunas mostram os pontos onde são medidas as grandezas (ver Figura 1).

DADOS DO GÁS

NOME : NITROGÊNIO
k = 1,400
r = 296,76 J/(kg.K)
C_p = 2038,66 J/(kg.K)

DADOS DO SATÉLITE

I_s = 9,70 km.m²
R_a = 0,50 m
C_m = 13,00 x 10^6 ORTN
T_m = 730 DIAS

DADOS DO SCA

L_T = 2,00 m
D_T = 4,000 mm
θ = 15,00°

DADOS DA UTILIZAÇÃO

N_c = 1.000
$d\psi$ = 1,00°
P_a = 0,00000 daN/cm²
T_i = 273,00 K

VALORES GLOBAIS CALCULADOS

V = 11,30 l
P_i = 161,066 daN/cm²
m_T = 8,069 kg
e_p = 3,018 mm
C_T = 385,72 ORTN
x_m = 2,02%
m_i = 2,2467 kg
m_f = 0,0454 kg
m_s = 2,2013 g
$\dot{m}$ = 1,3823 g/s

TEMPOS DE MANOBRA

t_1 = 0,398 S
t_d = 0,27 S
t_f = 0,823 S

VALORES FUNDAMENTAIS

F_e = 1,000 N
P_{ob} = 3,00 daN/cm²
D_g = 1,55 mm
D_s = 48,18 mm
L = 86,943 mm

FORNECIDOS: F_e P_{ob}
TEMPOS E MASSA RESIDUAL OTIMIZADOS

PONTO / VALOR	r	sr	e	g	s
M –	0,0000	0,0824	0,0878	1,0000	11,3093
v m/s	0,0	27,5	29,3	304,5	731,8
c m/s	333,6	333,4	333,4	304,5	64,7
D mm	278,42	4,00	4,00	1,55	48,18
P daN/cm²	3,1945	3,1797	2,9839	1,5848	0,0000
T K	267,88	267,52	267,47	223,23	10,08
ρ kg/m³	4,0185	4,0052	3,7593	2,3923	0,0010
P_0 daN/cm²	3,1945	3,1945	3,0000	3,0000	3,0000
T_0 K	267,9	267,9	267,9	267,9	267,9
ρ_0 kg/m³	4,0185	4,0185	3,7738	3,7738	3,7738

Figura 3 . Simulação de um sistema de controle de atitude: dados fornecidos e resultados obtidos.

Uma análise dos resultados obtidos revela o seguinte:

- as dimensões do reservatório (diâmetro e espessura) estão coerentes e dentro de valores compatíveis com o satélite;
- a pressão inicial do gás não é excessivamente alta;
- a massa residual (2,02%) é pequena como se desejavam;
- o tempo de acionamento do jato (t_1) está dentro de valores admissíveis, embora baixo (o valor baixo demais prejudica o controle);
- o tempo de descanço dos motores (t_d) é baixo demais, dificultando o controle.

O trabalho demonstrou apresentar resultados compatíveis e é considerado satisfatório. Os próximos avanços serão a inclusão dos transitórios no acionamento das válvulas, bem como uma busca por otimizações diferentes que levem a resultados melhores.

REFERÊNCIAS

[1] Shapiro, A.H. The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow. New York, John Wiley and Sons, 1953, v. 1.

[2] Van Wylen, G.J.; Sonntag, R.E. Fundamentos da Termodinâmica Clássica. 2ª ed. São Paulo, Editora Edgard Blücher, 1976.

[3] Wertz, J.R. Spacecraft Attitude Determination and Control. Londres, D. Reidel Publishing Co., 1978. v. 73.

[4] Rijk, M. et alii. Semi-elliptic Computation of an Axi-symetric Transonic Nozzle Flow. Applied Mathematical Modelling, 7(2):123-127, April 1983.

[5] Instituto de Pesquisas Espaciais (INPE) Missão Espacial Completa - Estudos de Viabilidade do Satélite Brasileiro, Anexo 2 - Ante-projeto do Satélite. São José dos Campos, 1979.

[6] Klausner, L. Vasos de Pressão para Sistemas de Controle de Atitude de Cargas Úteis. São Paulo, Sociedade Brasileira de Automática, 1976.

[7] Oliveira Jr., I.E. Modelagem Matemática, otimização e Análise de Sistemas de Jatos de Gás Frio para Controle de Atitude de Satélites. INPE (em andamento).

[8] Giacaglia, G.E.O. Mecânica Geral. Rio de Janeiro, Editora Campus, 1982.

SUMMARY

This Paper proposes a mathematical model which permits a performance analusis or an optimized design of satellite attitude control systems by cold gas jets. In the performance analysis, known the system characteristics and mission particularities, the model allows the determination of the inicial mass and pressure gas, its properties at every point of the system, manoeuvering times, etc. In the optimized design, fixed the project requirements and mission particularities, one gets the same items of the preceding case, and also optimized system characteristics.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

GASDINÂMICA DA ULTRACENTRIFUGA SEMI-LONGA

MARCIO DA SILVEIRA LUZ
CTA - IEAv - ENU
JERZY TADEUSZ SIELAWA
CTA - ITA - IEA

SUMÁRIO

Neste trabalho, a faixa de operação das ultracentrífugas atuais é identificada com a centrífuga semi-longa de Brouwers, contrariamente ao procedimento normal, que tende a classificá-las como longas. As diferenças entre os conceitos de cilindros longo e semi-longo são analisadas e a solução para o problema é obtida para este último caso, com o uso do princípio da superposição.

1 - INTRODUÇÃO

No caso do enriquecimento de urânio, dos processos atualmente operacionais para a separação isotópica em escala industrial, o da ultracentrifugação é o mais eficiente.

Analisando-se as características das centrífugas, com respeito ao seu poder de separação, verifica-se que se deve perseguir: (i) operações a baixas temperaturas, (ii) rotores os mais longos possíveis e (iii) velocidade periférica a mais alta possível.

A temperatura de operação tem como limitante inferior o problema da condensação do gás, na parede cilíndrica. Na análise dos itens (ii) e (iii) estão associados problemas gasdinâmicos e estruturais. Ao se procurar um cilindro, que atenda aos dois requisitos acima, notar-se-a que este deverá operar além da sua velocidade crítica - que corresponde à sua primeira frequência natural de vibração - e daí, estas máquinas serem denominadas supercríticas e, portanto, "longas" para efeitos de análise de vibrações.

Stewartson [1] foi o que primeiro identificou a estrutura dupla das camadas viscosas que se formam junto a parede cilíndrica, quando em escoamento rotativo incompressível, e, também, foi o responsável pelo desenvolvimento da análise linear para o problema, a qual serviu de base aos desenvolvimentos posteriores. Dentre muitos outros, Brouwers [2], [3] e [4], estendeu esta análise ao caso compressível e introduziu como parâmetro o alongamento, isto é, a razão comprimento/raio do cilindro e identificou três configurações típicas sob o ponto de vista gasdinâmico: as centrífugas curta, semi-longa e longa. A análise de Brouwers, entretanto, apresenta algumas inconsistências quanto ao tratamento da decomposição das perturbações introduzidas no cilindro como simétricas e antissimétricas em relação ao seu plano médio, além de surgir com uma região preponderantemente viscosa numa zona de alto vácuo. Estes inconvenientes foram eliminados no trabalho de Luz [5], e a sistemática daí resultante foi aplicada ao estudo de uma centrífuga curta.

Neste trabalho, mediante uma análise de ordem de grandeza, utilizando-se os valores para o UF_6 e o cilindro facilmente encontrados na vasta bibliografia sobre o assunto, é mostrado que, sob o ponto de vista gasdinâmico, as centrífugas atuais melhor se enquadram na categoria de semi-longas, independentemente de serem supercríticas. A seguir, o problema é equacionado e solucionado, sendo a função de fluxo axial obtida com o uso do modelo aperfeiçoado por Luz [5].

2 - EQUAÇÕES BÁSICAS

Considera-se um gás stokesiano, térmica e calori camente perfeito, escoando em regime permanente, num sistema de coordenadas cilíndricas solidário com o cilindro girante.

Ao se fazer a velocidade do escoamento secundário, U, igual a zero e a temperatura T igual a um valor fixo, T_o, obtém-se um estado de equilíbrio estático denominado rotação sólida, no qual a densidade, ρ, é dada por:

$$\rho_R(r) = \rho_w \exp\left[-A\left(1 - \frac{r^2}{r_o^2}\right)\right] , \qquad (2.1)$$

onde: $\rho_R(r)$ é a densidade do gás no estado de rotação sólida, ρ_w é a densidade do gás, junto à parede cilíndrica, $A = \frac{\Omega^2 r_o}{2RT_o}$ é o parâmetro de celeridade, r_o é o raio interno do cilindro e R é a constante do gás.

Introduz-se uma nova variável radial "ampliada":

$$x = A\left(1 - \frac{r^2}{r_o^2}\right) , \qquad (2.2)$$

cujo uso será justificado sob o ponto de vista computacional, pois evitará que se trabalhe com os valores muito pequenos de r/r_o na região onde a maior parte da massa gasosa se concentra - a denominada camada de densidade, cuja espessura é $\delta_d = 1/\sqrt{A}$ (para $A >> 1$).

O quociente: $\varepsilon = \delta\Omega/\Omega$, denominado número de Rossby, será uma medida da perturbação mecânica introduzida sobre os discos horizontais de modo a se produzir a contracorrente. Deve ser dito que esta perturbação pode ser mecânica ou térmica.

Para se eliminar a equação da continuidade, introduz-se a função-corrente, ψ:

$$U_r = \frac{\varepsilon\,\Omega\, r_o^2}{AH} \frac{\sqrt{1-\frac{x}{A}}}{\rho} \frac{\partial(\partial\psi)}{\partial z} \qquad (2.3.a)$$

e

$$U_z = \frac{2\varepsilon\Omega r_o}{\rho} \frac{\partial}{\partial x}\left[\rho\left(1-\frac{x}{A}\right)\psi\right] , \qquad (2.3.b)$$

onde: $z = \frac{z}{H}$, sendo H a altura útil do cilindro.

Por uma questão de conveniência, vai-se introduzir a velocidade angular de perturbação, , na forma:

$$U_\theta = \varepsilon\,\Omega\, r_o \sqrt{1-\frac{x}{A}}\ \omega \qquad (2.4)$$

Para se evitar de tratar com parâmetros do escoamento global combinados com os do secundário, define-se:

$T=T_o(1+\varepsilon\theta)$, $p=p_R(1+\varepsilon p^*)$ e $\rho=\rho_R(1+\varepsilon\rho^*)$, (2.5)

onde a p_R é a distribuição de pressão no caso de rotação sólida.

Novamente por conveniência de cálculo vai-se, agora, introduzir as variáveis:

$$\chi=\omega-\frac{1}{2}\theta \quad \text{e} \quad \emptyset=\theta+\frac{1}{2}B_r(1-\frac{x}{A})\omega \tag{2.6}$$

Substituindo-se (2.3), (2.4) e (2.5) nas equações básicas para o caso em pauta, e, com o uso de (2.6), vai-se obter após algumas manipulações algébricas [2], [3] e [5]:

$$-2\frac{\partial\psi}{\partial z}=E^*L^*e^x\left\{\frac{4}{(1-\frac{x}{A})}\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{(1-\frac{x}{A})^2}{[1+\frac{1}{4}B_r(1-\frac{x}{A})]}\frac{\partial\chi}{\partial x}\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{[1+\frac{1}{4}B_r(1-\frac{x}{A})]}\frac{1}{L^{*2}}\frac{\partial^2\chi}{\partial z^2}\right\} \tag{2.7.a}$$

e

$$2\frac{\partial\chi}{\partial z}=E^*L^*\left\{\left[4\frac{\partial}{\partial x}e^x\frac{\partial}{\partial x}(1-\frac{x}{A})+\frac{1}{L^{*2}}e^x\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]^2-\right.$$

$$\left.-\frac{4}{3}\left[\frac{2}{L^*}e^x\sqrt{1-\frac{x}{A}}\frac{\partial}{\partial z}\right]^2\right\}e^{-x}\psi \tag{2.7.b}$$

onde $L^*=\frac{AH}{r_o}$ é o alongamento modificado, $E^*=\frac{\mu A^2}{\rho_w\omega r_o^2}$ é o número de Ekman modificado e $B_r=\frac{\mu\omega^2 r_o^2}{kT_o}$ é o número de Brinkman.

O uso de (2.6) é justificado pelo fato de permitir que o equacionamento se resuma unicamente nas equações (2.7), uma vez que, aqui, a determinação de ψ e χ se desacopla da de $\emptyset$, [2], [3] e [5].

3 - ANÁLISE DE ORDEM DE GRANDEZA

Aproveitam-se aqui os resultados das análises de ordem de grandeza feitas por Stewartson, [1], Brouwers [2] e Luz, [5].

Junto à casca cilíndrica será formada a camada de Stewartson exibindo sua estrutura dupla: a camada $E^{1/3}$ cuja espessura característica, $\delta_{1/3}$, é $(L^*E^*)^{1/3}$ e a $E^{1/4}$, com $\delta_{1/4}\sim(L^{*2}E^*)^{1/4}$. Próximo aos discos horizontais estabelecem-se as camadas de Ekman, cuja espessura é de $\delta_{1/2}\sim L^{*-1}(E^*e^x)^{1/2}$.

Ao se executar a análise de ordem de grandeza [1], [5], verifica-se que, para o caso de perturbação simétrica em relação ao plano médio do cilindro, a camada formada junto à superfície curva será a $E^{1/4}$. No caso antissimétrico, a camada formada é a $E^{1/3}$.

O princípio da superposição garante que uma perturbação genérica introduzida nos discos horizontais, numa abordagem linear, pode ser decomposta em simétrica e antissimétrica.

Brouwers [2], [3], estudando o comportamento das espessuras características, δ, levando em conta o alongamento modificado, L^*, conseguiu individualizar três tipos de escoamento no interior do cilindro girante.

A figura 1 ilustra os campos de escoamento acima mencionados.

Admitindo-se A=15, r_o=0,075m e $E^*=6\times10^{-5}$, valores típicos comumente encontrados na literatura, ao se estudar as faixas de variação de H a partir de L^*, verificar-se-á que:

0,005m<<H<< 0,7m será a faixa da centrífuga curta.

0,7m - H<<80m será a faixa da centrífuga semi-longa.

H - 80m será a faixa da centrífuga longa.

Mesmo se tendo em mente a precaridade dos valores oriundos da análise de ordem de grandeza, os resultados acima são suficientes para mostrar a relevância da centrífuga semi-longa.



Figura 1. Variação do campo de escoamento com o alongamento.

4 - O EQUACIONAMENTO DO PROBLEMA

Brouwers [2], [3] foi o primeiro a individualizar o problema do cilindro semi-longo. Mas como não se utilizou do princípio da superposição, seu equacionamento ficou prejudicado, inconcluso, tendo sido inclusive, obrigado a introduzir as camadas destacadas (ou livres) na porção central do cilindro para poder compatibilizar sua formulação.

Com o uso do princípio da superposição entretanto, o problema da centrífuga semi-longa fica consideravelmente simplificado, como mostra a figura 2.

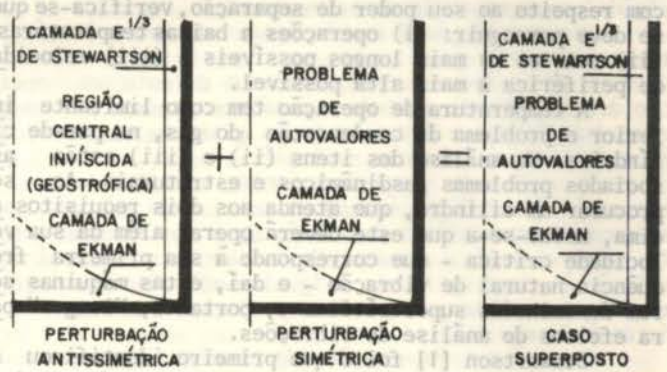


Figura 2. O princípio da superposição aplicado à análise de centrífuga semi-longa.

Admitindo-se somente perturbação mecânica, as condições de contorno para o problema serão:

Fluxo líquido nulo e aderência [5]:

$$\psi=\chi=\frac{\partial\psi}{\partial x}=0, \quad \text{para } x=0 \tag{4.1}$$

$$\chi=\chi_b,\ \chi_t, \quad \text{para } z=0, z=1 \tag{4.2.a}$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial x}=0, \quad \text{para } z=0, z=1 \tag{4.2.b}$$

A adição ou retirada de massa pode ser computada ao se exigir que: $\psi=\psi_b$, ψ_t, para $z=0, z=1$. Como este efeito é muito pequeno pode ser desprezado [5], [8].

Como mostra a referência [5], o uso da função-corrente, ψ, dada por (2.3), permite que as condições de contorno junto ao eixo de simetria sejam identicamente satisfeitas.

A resolução do problema vai obedecer aqui à seguinte sequência: primeiro, equaciona-se as camadas de Ekman para só após resolver os casos simétrico e antissimétrico mostrados na fig. 2.

5 - A CAMADA DE EKMAN

Utilizando-se os resultados da análise de ordem de grandeza, introduz-se as novas variáveis ampliadas:

$$z=jL^{*-1}(E^{*}e^{x})^{1/2}y+\frac{1}{2}j-\frac{1}{2} \qquad (5.1)$$

onde j=1 no disco inferior e j=-1 no superior, e:

$$\chi=\tilde{\chi}\ ,\quad \psi=(E^{*}e^{x})^{1/2}\tilde{\psi} \qquad (5.2)$$

Ambas as mudanças de variáveis acima foram sugeridas pelos resultados das análises de ordem de grandeza feitas nas referências [2],[3] e [5].

Substituindo-se (5.1) e (5.2) em (2.7), vem, após alguns algebrismos:

$$-2j\left[1+\frac{1}{4}B_r(1-\frac{x}{A})\right]\frac{\partial\tilde{\psi}}{\partial y}=\frac{\partial^2\tilde{\chi}}{\partial y^2} \qquad (5.3.a)$$

$$2j\,\frac{\partial\tilde{\chi}}{\partial y}=\frac{\partial^4\tilde{\psi}}{\partial y^4} \qquad (5.3.b)$$

As condições de contorno são dadas por (4.2), além da exigência de que $\tilde{\chi}$ e $\tilde{\psi}$ sejam finitos para $y\to\infty$.

Considerando-se: $\eta=S(x)^{1/4}y$, com:

$$S(x)=\left[1+\frac{1}{4}B_r(1-\frac{x}{A})\right]\ ,$$

a solução para o problema fica sendo [2],[3] e [5]:

$$\tilde{\psi}=\psi_o[1-e^{-\eta}(\cos\eta+\operatorname{sen}\eta)] \qquad (5.4.a)$$

e

$$\tilde{\chi}=2S(x)^{3/4}\ \psi_o(1-e^{-\eta}\cos\eta)+\tilde{\chi}_b\ , \qquad (5.4.b)$$

para a camada formada sobre o disco inferior. Para o disco superior as expressões seriam totalmente análogas.

Fazendo-se: $\psi=\overset{v}{\psi}(x)$ e $\chi=\overset{v}{\chi}(x)$, (5.6)

na região externa à camada de Ekman, obtem-se, exigindo-se a compatibilidade entre os valores de ψ e χ no bordo externo da camada considerada, as relações:

$$\left[1+\frac{1}{4}B_r(1-\frac{x}{A})\right]^{3/4}\overset{v}{\psi}(z=0)=\frac{1}{2}(E^{*}e^{x})^{1/2}\left[\overset{v}{\chi}(z=0)-\tilde{\chi}_b\right]\ ,$$

para $z=0$, (5.7.a)

$$\left[1+\frac{1}{4}B_r(1-\frac{x}{A})\right]^{3/4}\overset{v}{\psi}(z=1)=-\frac{1}{2}(E^{*}e^{x})^{1/2}\left[\overset{v}{\chi}(z=1)-\tilde{\chi}_t\right]\ ,$$

para $z=1$, (5.7.b)

denominadas condições de sucção de Ekman. Estas condições regem o escoamento nas camadas de Stewartson e na região invíscida.

6 - O CASO ANTISSIMÉTRICO

6.1. A Região Invíscida

Neste caso, ψ e χ são dadas por (5.6) e, agora, o sistema (2.8) se reduz a:

$$\frac{\partial\overset{v}{\psi}}{\partial z}=0\quad\text{e}\quad\frac{\partial\overset{v}{\psi}}{\partial z}=0\ , \qquad (6.1)$$

ou seja: $\overset{v}{\psi}=\overset{v}{\psi}(x)\quad$ e $\quad\overset{v}{\chi}=\overset{v}{\chi}(x)$ (6.2)

As funções $\overset{v}{\psi}$ e $\overset{v}{\chi}$ devem satisfazer às condições de sucção (5.7). Levando-se em conta que, no caso antissimétrico: $\tilde{\chi}_t=\tilde{\chi}_b=-\frac{1}{2}\tilde{f}$, chega-se a:

$$\overset{v}{\chi}=0\ \text{e}\ \overset{v}{\psi}=-\frac{1}{4}\left[1+\frac{1}{4}B_r(1-\frac{x}{A})\right]^{3/4}(E^{*}e^{x})\tilde{f} \qquad (6.3)$$

6.2. A Camada $E^{1/3}$ de Stewartson

Mais uma vez devido aos resultados da análise de ordem de grandeza,[5], faz-se a seguinte mudança de variáveis:

$$\xi=(L^{*}E^{*})^{-1/3}x,\ \psi_{1/3}=E^{*1/2}\bar{\psi}\ \text{e}\ \chi_{1/3}=L^{*-1}E^{*1/6}\bar{\chi} \qquad (6.4)$$

Substituindo-se em (2.7) e notando-se que, na região da camada $E^{1/3}$, os valores de x são muito pequenos obtem-se:

$$-(1-\frac{1}{4})\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial z}=2\,\frac{\partial^2\bar{\chi}}{\partial\xi^2} \qquad (6.5.a)$$

$$\frac{\partial\bar{\chi}}{\partial z}=8\,\frac{\partial^4\bar{\psi}}{\partial\xi^4} \qquad (6.5.b)$$

As condições de contorno para o problema são dadas por (4.1), além das condições de sucção:

$$\bar{\psi}=-\frac{1}{4}(1+\frac{1}{4}B_r)^{-3/4}\tilde{f},\ \text{para } z=0\ \text{e}\ z=1\ , \qquad (6.6)$$

obtida com o uso de (6.4) em (5.7) e fazendo-se $\chi_t=-\chi_b=-\frac{1}{2}\tilde{f}$.

Eliminando-se $\bar{\chi}$ em (6.5), chega-se a:

$$-(1+\frac{1}{4}B_r)\frac{\partial^2\bar{\psi}}{\partial z^2}=16\,\frac{\partial^6\bar{\psi}}{\partial z^6}\ , \qquad (6.7)$$

cuja solução é [2], [3], [5]:

$$\bar{\psi}(\xi,z)=-\frac{1}{4}(1+\frac{1}{4}B_r)^{-3/4}\tilde{f}\left\{1-\frac{2}{\sqrt{3}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{4}{(2n+1)\pi}\operatorname{sen}[2n+1)\pi z]\ .\right.$$
$$\left.\cdot\ e^{-\frac{1}{2}\Gamma_n\xi}\operatorname{sen}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\Gamma_n\xi+\frac{\pi}{3}\right)\right\}\ , \qquad (6.8)$$

com: $\Gamma_n=\sqrt[3]{\frac{(2n+2)\pi}{4}}\ (1+\frac{1}{4}B_r)^{1/6}$ (6.9)

Já que o interesse aqui é a obtenção da função de fluxo axial: ρU_z, não é necessário determinar-se $\bar{\chi}$

7 - CASO SIMÉTRICO

Com o argumento para a análise do campo de escoamento, neste caso, é se supor que a camada $E^{1/4}$ de Stewartson possa se "esticar" até ao centro do cilindro, mantém-se a ordem de grandeza de $\psi_{1/4}$, tal como obtido na referência [5]. Por outro lado, como não há nada que autorize a se supor que a ordem de χ difira da de ψ , faz-se:

$$\psi_{1/4}=E^{*1/2}\bar{\psi}\ ,\quad \chi_{1/4}=E^{*1/4}\bar{\chi} \qquad (7.1)$$

Substituindo-se (7.1) em (2.7), levando-se em conta que para $x\sim 1$ os termos proporcionais a x/A possam ser desprezados, uma vez que $A\ll 1$, obtem-se:

$$8L^{*}E^{*}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\,e^{x}\,\frac{\partial}{\partial x}\,e^{-x}\right\}\bar{\bar{\psi}}=\frac{\partial\bar{\bar{\chi}}}{\partial z} \qquad (7.2.a)$$

$$2L^{*}E^{*}\,e^{x}\,\frac{\partial^2\bar{\bar{\chi}}}{\partial x^2}=-(1+\frac{1}{4}B_r)\,\frac{\partial\bar{\bar{\psi}}}{\partial z} \qquad (7.2.b)$$

As condições de contorno para o problema serão, por (4.1), pelas condições de sucção:

$$\bar{\bar{\psi}}=\frac{1}{4}(1+\frac{1}{4}B_r)^{-3/4}e^{1/2\,x}\tilde{f}\ ,\ \text{para } z=0 \qquad (7.3.a)$$

$$\bar{\bar{\psi}}=-\frac{1}{4}(1+\frac{1}{4}B_r)^{-3/4}e^{1/2\,x}\tilde{f},\ \text{para } z=1 \qquad (7.3.b)$$

obtidas com o uso de (7.1) e $\tilde{\chi}_b=\tilde{\chi}_t=-\frac{1}{2}\tilde{f}$ em (5.9) e pela condição de simetria do rotacional junto ao eixo de rotação que, após algumas manipulações fornece:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\,e^{x}\,\frac{\partial}{\partial x}\right\}^{2}e^{-x}\bar{\bar{\psi}}=0\ ,\ \text{para } x\to\infty \qquad (7.3.c)$$

Empregando-se a separação de variáveis, faz-se:

$$\bar{\bar{\psi}}(x,z)=\sum_{k=0}f_k(x)\,g_k(x) \qquad (7.4)$$

Com (7.4) em (7.2), resulta, após alguns algebrismos:

$$e^{x}\,\frac{d^2}{dx^2}\left\{\frac{d}{dx}\,e^{x}\,\frac{d}{dx}\right\}^{2}e^{-x}f_k(x)+\lambda_k f_k(x)=0 \qquad (7.5)$$

e

$$\frac{d^2g_k(z)}{dz^2}-16(1+\frac{1}{4}B_r)^{-1}L^{*2}E^{*2}\lambda_k g_k(z)=0 \qquad (7.6)$$

É fácil ver que a solução de (7.6) é:

$$g_k = a_k e^{-4\sqrt{\lambda_k}\, L^* E^* (1+\frac{1}{4}B_r)^{-1/2} z} + b_k e^{-4\sqrt{\lambda_k}\, L^* E^* (1+\frac{1}{4}B_r)^{-1/2} z} \tag{7.7}$$

Exigindo-se que as soluções de (7.5) sejam finitas para $x \to \infty$ e que obedeçam a (7.3.c), fica-se com:

$$f_k(x) = \alpha_o \left\{ \sum_{n=o}^{\infty} \frac{\alpha_n}{\alpha_o} e^{-2nx} + e^{-x} \sum_{n=o}^{\infty} \frac{\alpha_n}{\alpha_o} e^{-2nx} \sum_{n=o}^{\infty} \frac{\alpha_n}{\alpha_o} e^{-2nz} \right\} \tag{7.8}$$

onde se admitiu que α_n seja uma função linear de α_o, β_n de β_o e γ_n de γ_o. O valor de α_o pode ser incluído em a_k e b_k de (7.7). As três condições de contorno(4.1) permitem a determinação de $\frac{\beta_o}{\alpha_o}$, $\frac{\gamma_o}{\alpha_o}$ e λ_k. As condições de sucção possibilitarão a obtenção de a_k e b_k.

Pela mesma razão exposta no final da seção (6.2) não se vai calcular $\bar{\chi}$.

8 - CONCLUSÃO

Ao se examinar cuidadosamente as referência [2] e [3], verifica-se que, não obstante Brouwers tenha identificado o escoamento num cilindro semi-longo, como foi adiantado na seção 4, não logrou explicitar sua solução.

Na formulação aqui desenvolvida com o uso do princípio da superposição, a centrífuga semi-longa é aquela na qual a solução para o caso de perturbação "antissimétrica, em relação ao plano médio do cilindro, é a mesma da centrífuga curta, ao passo que a do caso simétrico é a da centrífuga curta.

Comparando-se os resultados para a função corrente ψ dados por (6.9.a), para o caso antissimétrico, $\bar{\psi}$, e por (7.5),(7.8) e (7.12) para a simétrica, $\bar{\psi}$, é fácil ver que o primeiro é extremamente mais manuseável.

Sabe-se que o caso antissimétrico é que é o responsável pelo estabelecimento da contra-corrente [1], [5]. Sendo assim, para fins de análise do escoamento numa ultracentrífuga, felizmente, não é necessário que se processe a penosa obtenção de $\bar{\psi}$. Desta forma, fica-se com um perfil de função de fluxo axial igual ao já obtido por Luz [5].

A figura 3 mostra a solução aqui obtida, comparando-a com as de Parker-Mayo e Berman, Sielawa e Wood III & Morton.

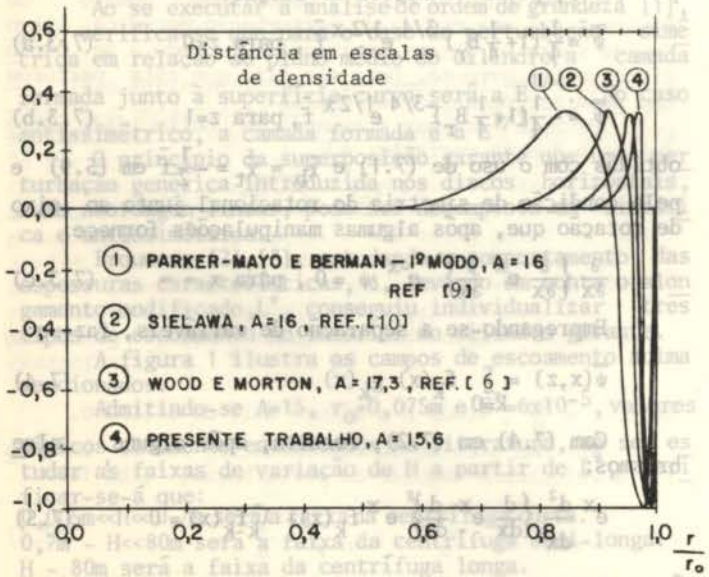


Figura 3. Comparação entre funções de fluxo normalizadas

Como a densidade do gás no cilindro diminui exponencialmente à medida que se caminha em direção ao centro do cilindro, é facil quer que a velocidade axial na região do campo de escoamento deve ser altíssima para permitir um "alongamento" do perfil da função de fluxo, como é o caso, principalmente, da de Parker-Mayo e Berman. É admissível, inclusive, que estes altos valores de velocidade possam ser incompatíveis com uma formulação linear.

Assim, pode-se dizer que a curva aqui obtida, que se desenvolve na região mais vizinha à parede, é a mais condizente com o critério da "escala de densidade" como se pode ver da figura em questão.

BIBLIOGRAFIA

[1] Stewartson, K. - "On almost rigid rotations" - J.E.M. vol 3, pp 17/26 (1975).

[2] Brouwers, J.J. - "On the motion of a compressible fluid in a rotating cylinder" - Tese de Doutorado Twente Univ. of Technology - Enschede - Holanda (1976).

[3] Brouwers, J.J. - "On compressible flow in a rotating cylinder" - Jour. of Eng. Math. vol 12 nº 3 pp 265/285 (1978).

[4] Brouwers, J.J. - "On compressible flow in a gas centrifuge and its effects on the maximum separative power" - Nucl.Tech. vol. 39, pp 311/322 (1978).

[5] Luz, M.S. - "Modelo quase-linear para cálculo de escoamento numa centrífuga curta, com a aplicação do método das subdivisões" - Tese de Doutorado - ITA - São José dos Campos (1983).

[6] Wood III, H.G. & Morton, J.B.-"Onsager's pancake aproximation for the fluid dynamics of a gas centrifuge" - Union Carbide, Rep. k/OA-4420 (1980).

[7] Von Halle E.-"The countercurrent gas centrifuge for the enrichment of U-235" - Union Carbide, Rep. k/OA-4058 (1977).

[8] Von Halle E., Wood III, H.G. & Lowry, R.A. - "The effect of vacuum core boundary conditions on separation in the gas centrifuge" - Nucl. Tech. vol. 62 pp 325/334 (1983).

[9] Parker, H.M. & Mayo, T.T.- "Countercurrent flow in a semi-infinite gas centrifuge" - Univ. of Virginia Charlottersville, Rep. EP-4422-279-63U (1963).

[10] Sielawa, M.M.F. - "Escoamento dentro de uma centrífuga longa - Solução baseada nas propriedades de simetria e antissimetria" - Tese de Doutorado - ITA - São José dos Campos (1982).

SUMMARY

In this work, the operational range of the present ultracentrifuges is identified with the Brouwers' semi-long centrifuge, as opposite to the normal procedure, which tends to classified them as long. The conceptual differences between the cilinders long and semi-long are analysed, and the solution for this last problem is obtained with the use of the principle of superposition.

DETERMINAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS HIDRODINÂMICAS DE PLACAS DE MÚLTIPLOS ORIFÍCIOS PARA MEDIÇÃO DE VAZÃO

M.L. TODESCAT
C.A. CLEZAR
C.R. MALISKA
DEM-UFSC, SC
C. ALMEN
CONSUL S/A, JOINVILLE, SC

SUMÁRIO

Um levantamento experimental com o objetivo de determinar as características de uma placa de múltiplos orifícios foi realizado. O comportamento da vazão por orifício em função do número de orifícios, determinado nesta experimentação, é de fundamental importância para a determinação da vazão quando é utilizado um pequeno número de orifícios. Através das curvas apresentadas pode-se determinar o número de orifícios acima do qual a vazão por orifício é dependente apenas da diferença de pressão. Uma equação geral para a determinação de vazões é apresentada.

INTRODUÇÃO

A utilização de placas perfuradas com uma distribuição regular de orifícios tem diversas aplicações na engenharia. São utilizadas para uniformização de escoamentos, atenuar ruídos na aviação e na medição de vazão.

A bibliografia sobre o assunto é bastante reduzida. Sparrow e Carranco Ortiz [1] estudam a influência de parâmetros geométricos e do número de Reynolds no coeficiente de transferência de calor de uma placa perfurada. Souza e Hadjisophocleous [2] estudam a distribuição do escoamento a jusante de uma placa perfurada, quando um jato vertical ascende até atingir esta placa. Raghunathan e Reid [3] estudam a redução do nível de ruído e a variação do momento, usando múltiplos jatos.

O objetivo maior do presente trabalho é a investigação da influência do número de orifícios e da diferença de pressão mantida na placa sobre a vazão por orifício. Um dos pontos importantes é a determinação do número de orifícios limite, acima do qual a vazão por orifício fica dependente apenas da diferença de pressão na placa. Para isto um estudo experimental é realizado utilizando-se uma placa retangular de múltiplos orifícios.

O interesse pelo presente trabalho surgiu da necessidade de se conhecer as características de uma placa perfurada utilizada para a medição de vazão. A utilização de múltiplos orifícios é de grande importância na medição de vazão porque variando-se o número de orifícios utilizados pode-se varrer uma faixa maior de vazões do que a conseguida com medidores de um único orifício, dispensando, então, o uso de famílias de placas de um único orifício.

Nas seções seguintes são descritos os principais componentes do equipamento, o procedimento experimental e os resultados mostrando a influência do número de orifícios e da diferença de pressão na vazão por orifício. Os resultados são ajustados de maneira a se estabelecer uma equação geral para a vazão por orifício e, consequentemente, para a vazão total.

EQUIPAMENTO PARA MEDIÇÃO DE VAZÃO

A Figura 1 apresenta esquematicamente o equipamento onde se encontra a placa perfurada. Os componentes, tais como as câmaras I e II e os reguladores de fluxo, foram dimensionados segundo recomendações da norma 210-74 da AMCA [4].

A seção transversal das câmaras I e II tem 0.80m de largura e 0.40m de altura. Estas câmaras foram construídas em compensado com espessura de 0.010m, sendo

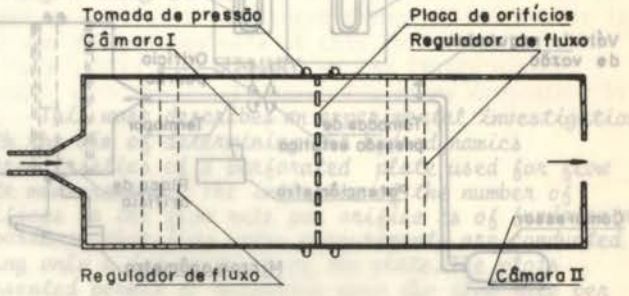


Figura 1. Equipamento para medição de vazão

que na parte interna passou-se uma camada de massa plástica e lixou-se até que as superfícies ficassem lisas, diminuindo assim, o coeficiente de rugosidade na parte interna das paredes.

Foram colocados dois reguladores de fluxo. O primeiro, na câmara I, tem como objetivo uniformizar o escoamento antes da placa perfurada, para se obter as mesmas condições de escoamento na entrada de cada orifício. O segundo, na câmara II, tem como objetivo evitar recirculação dentro desta câmara. Os reguladores de fluxo foram construídos utilizando-se 3 telas de arame circular, espaçadas de 0.065m.

Foram colocadas quatro tomadas de pressão em cada lado da placa perfurada. As quatro tomadas montadas na mesma seção foram interligadas por meio de mangueiras plásticas formando um anel piezométrico. O diâmetro do orifício de cada tomada de pressão é de 0.0015m.

A placa de orifícios, Figura 2, é de aço inoxidável com 0.0012m de espessura. Foram distribuídos sobre a placa 50 orifícios de 0.007m de diâmetro. Na distribuição dos orifícios procurou-se evitar que os mesmos ficassem próximos as paredes para eliminar efeitos das mesmas sobre os orifícios (verificar Figura 2).

PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

A bancada de testes utilizada para a calibração da placa perfurada é mostrada de forma esquemática na Figura 3. O ar que sai do compressor passa por um orifício calibrado, onde se mede a vazão, e pela placa perfurada onde se mede a pressão diferencial. Um tanque é utilizado com o objetivo de reduzir as flutuações de pressão do escoamento.

O orifício calibrado é utilizado como elemento

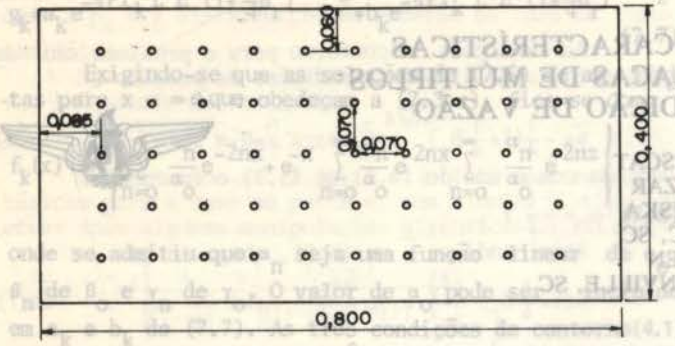


Figura 2. Placa perfurada

padrão para a medição de vazão. Este orifício foi construído segundo recomendações da ASME [5] e tem um diâmetro de 0.015m. A placa contendo o orifício é de latão e está fixada através de flanges a um tubo de PVC de 0.079m de diâmetro interno.

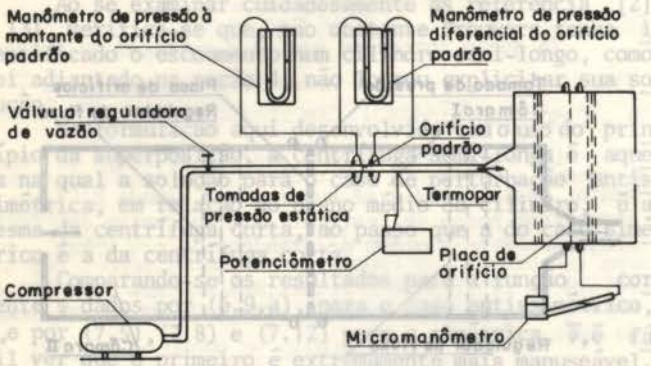


Figura 3. Bancada de testes

Foram medidas três variáveis: a vazão por orifício, a diferença de pressão na placa e o número de orifícios. Nos testes, manteve-se a diferença de pressão constante e mediu-se a vazão por orifício em função do número de orifícios. Este procedimento foi repetido para os valores de 22.96 Pa, 65.92 Pa, 98.10 Pa e 149.11 Pa.

RESULTADOS

Os valores da vazão por orifício (Q_{or}) em função da diferença de pressão (ΔP) e do número de orifícios (N_{or}) são apresentados nas figuras 4 e 5.

Como os dados experimentais apresentam-se de forma discreta, utilizou-se equações de ajustamento para obter-se uma forma continua. Esta equação foi obtida pelo método dos mínimos quadrados e dada por

$$Q_{or} = A + \frac{B}{N_{or}} \qquad (1)$$

onde os coeficientes A e B são funções da diferença de pressão na placa. Os coeficientes em função da diferença de pressão são apresentados na Figura 6. Em função destes valores obteve-se equações de ajustamento para A e B que são apresentadas a seguir

$$A = -0,0056 + 0,0324\Delta P^{0,5} \qquad (2)$$

$$B = 0,0385 + 0,00096\Delta P \qquad (3)$$

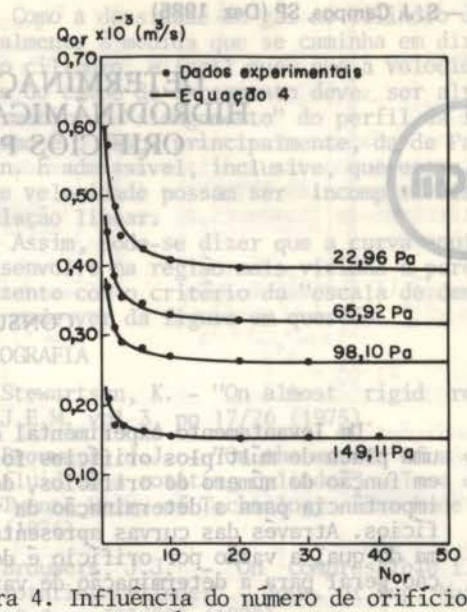


Figura 4. Influência do número de orifícios na vazão por orifício, para diferença de pressão constante

Substituindo as Equações (2) e (3) na equação (1), obtem-se a equação da vazão por orifício em função da diferença de pressão e do número de orifícios

$$Q_{or} = -0,0056 + \frac{0,0385}{N_{or}} + \frac{0,00096\Delta P}{N_{or}} + 0,0324\Delta P^{0,5} \qquad (4)$$

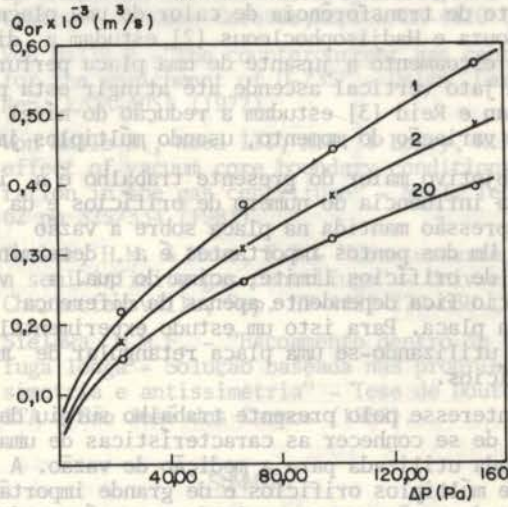


Figura 5. Influência da diferença de pressão na vazão por orifício, para o número de orifícios constante

A vazão total através da placa perfurada é obtida multiplicando-se a vazão por orifício pelo número de orifícios, ou seja,

$$Q_t = 0.0385 - 0,0056N_{or} + 0,00096\Delta P + 0,0324N_{or}\Delta P^{0,5} \qquad (5)$$

A equação acima é dada para a condição padrão de temperatura de 293.15K e pressão atmosférica de 103,3 kPa. Para se determinar a vazão em função das condições existentes durante a medição, pode-se utilizar a equação geral dos gases, resultando então na seguinte equação para a vazão total:

$$Q_t = \left| 13.57 - 1.97N_{or} + 0,34\Delta P + 11,42N_{or}\Delta P^{0,5} \right| \frac{T_{amb}}{P_{atm}} \quad (6)$$

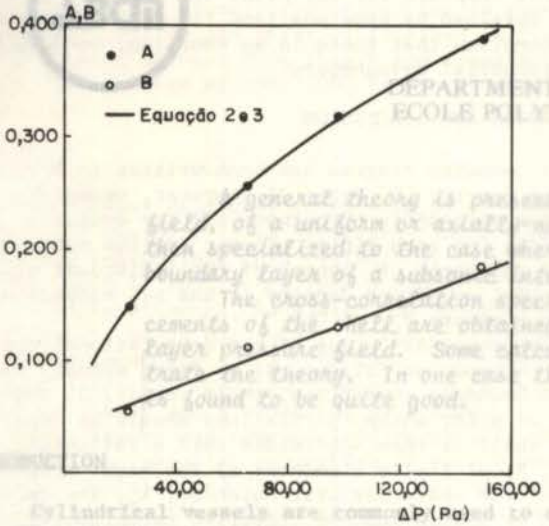


Figura 6. Coeficientes A e B em função da diferença de pressão

Na Figura 4, observa-se que para um pequeno número de orifícios, a vazão por orifício é função da diferença de pressão e do número de orifícios, ou seja,

$$Q_{or} = F(\Delta P, N_{or})$$

Porém, com o aumento do número de orifícios a influência dos mesmos sobre a vazão por orifício diminui. Acima de um determinado número de orifícios esta influência é tão pequena que pode-se considerar a vazão por orifício como função apenas da diferença de pressão, ou seja,

$$Q_{or} = F(\Delta P)$$

Isto se explica pelo fato de que o número de orifícios é responsável pelas características de interação dos jatos a jusante da placa. Para um grande número de orifícios a distância de interação dos jatos é menor, tendo-se então, valores diferentes de pressão diferencial para diferentes números de orifícios.

CONCLUSÃO

Os resultados experimentais mostram as características de uma placa perfurada utilizada para a medição de vazão.

Observou-se que não se pode descorsiderar a influência do número de orifícios quando se pretende determinar a vazão com precisão, utilizando-se um pequeno número de orifícios. A prática de determinar a vazão apenas como função da diferença de pressão não apresenta erros acima de um determinado número de orifícios. Isto pode ser verificado na Figura 4.

Conhecidas estas características da placa perfurada, pode-se utilizá-la para a medição da vazão com qualquer quantidade de orifícios abertos.

REFERÊNCIAS

[1] Sparrow, E.M. & Ortiz, M.Carranco., Heat Transfer Coeficients for the Uptstream Face of a Perforated Plate Positioned Normal to an Oncoming Flow, Int. J. Heat Mass Transfer, V. 25(1982), p.127-135.

[2] Souza, A.C.M. & Hadjisophocleus, G., Experimental Investigation of Flow Distribution Downstream a Perforated Plate. Anais do VII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecanica, Uberlandia (1983).

[3] Raghunathan, S. & Reid, I.M. A Study of Multiple Jets, AIAA Journal, V. 19(1981), p. 124-126.

[4] AMCA 210-74. Laboratory Methods of Testing Fans for Rating Purposes. Air Moving and Conditioning Association, New York (1975).

[5] ASME. Fluid Meters. The American Society of Mechanical Engineers (1971).

[6] Idel'cik, I.E., Memento des Pertes de Charge. Eyrolles Editeur, Paris (1969).

[7] Miller, D.S., Internal Flow Systems, BHRA Fluid Engineering (1978).

SUMMARY

This work describes an experimental investigation with the aim of determining the hydrodynamics characteristics of a perforated plate used for flow rate measurements. The influence of the number of orifices in the flow rate per orifice is of fundamental importance when flow rates measurements are conducted using only a few orifices of the plate. The plots presented permit to determine when the flow rate per orifice is no longer influenced by the number of orifices used. A general equation for calculating flow rates is presented.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

EFFECTS OF RANDOM PRESSURE FLUCTUATIONS INDUCED BY TURBULENT FLOW

AOUNI A. LAKIS
DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING
ECOLE POLYTECHNIQUE, MONTREAL, CANADÁ

A general theory is presented for the response, to an arbitrary random pressure field, of a uniform or axially-non-uniform thin cylindrical shell. The theory is then specialized to the case where the pressure field originates form the turbulent boundary layer of a subsonic internal two-phase flow.

The cross-correlation spectral density and the mean square value of the displacements of the shell are obtained for an arbitrary pressure field and for a boundary-layer pressure field. Some calculations of the latter case are conducted to illustrate the theory. In one case the theory is compared with experiment, and agreement is found to be quite good.

INTRODUCTION

Cylindrical vessels are commonly used to contain or convey fluids, and this, to a certain extent, determines the classes of problems in which interest is focused. Thus, in addition to the determination of the vibration characteristics of the shells in vacuo, it is also of considerable interest to determine the dynamical characteristics of shells containing either stationary or flowing fluid.

There are many ways in which the presence of the fluid may influence the dynamics of the shell. If the shell contains a stationary gas at low pressure, then the vibration of the shell differs only slightly from that of the same shell in vacuo. This is not the case, however, if the shell is substantially pressurized by the enclosed fluid, as this entails additional strain energy in the shell. Moreover, if the fluid is compressible, the compressibility of the fluid alters the effective stiffness of the system. Also, if the density of the enclosed fluid is relatively high as is the case with liquids, then the fluid exerts considerable inertial loading on the shell, and this results in diminishing the resonant frequencies significantly.

Coupling between the fluid and the shell can manifest itself in several other ways. In the case of shells partially filled with liquid, free-surface motions may be coupled to the shell motions. This is of particular interest in liquid-propelled rockets; in cases of proximity or coincidence of the natural frequencies of the free-surface motion and that of the shell, large oscillations may develop in the propellant tanks and are normally referred to as sloshing. Nonlinear coupling may also induce sloshing; in this case subharmonic excitation of the free-surface modes is involved.

Other effects of coupled fluid-shell motions occur when the fluid is flowing. Depending upon the boundary conditions, if the flow velocities are large, buckling or oscillatory flexural instabilities are possible.

Similarly, in considering the response of cylindrical shells, considerable interest exists in the case where the excitation is transmitted through, or arises from, the contained fluid. This could take the form of pressure waves transmitted through the fluid; or, if the fluid is flowing, the excitation could arise from gross pressure perturbations due to disturbances in the flow, or from boundary-layer perturbations. It is known that vibration caused by these pressure fluctuations may, in certain circumstances, cause fatigue failure of the structures involved.

The work presented in this paper is an attempt to produce a general theory for the stability of thin, circular cylindrical vessels containing flowing fluid and the response of such vessels to boundary-layer pressure fields induced by the internal flow. It is based on a recently developed method by the author (1) for the dynamic analysis of thin cylindrical shells. It is a hybrid theory based on the finite element method, with the displacement functions determined by exact solution of the equations of equilibrium of a thin cylindrical shell.

MATRIX FORMULATION

We consider the dynamical behaviour of the shell subjected to arbitrary loads to be governed by the following equation

$$My + Cy + Ky = F \qquad (1)$$

where is a displacement vector, M, C and K are the mass, damping and stiffness matrices, respectively, and F is a vector of the external forces. Thus, we have assumed that the continuum has been transformed to an equivalent discrete system with a finite number of degrees of freedom.

[M] and [K] were obtained analytically by carrying out the necessary matrix operations and integrations. To do this, it was found necessary to introduce several intermediate matrices eventually obtaining expressions for the general terms of the mass and stiffness matrices for one finite element in vacuo, [m] and [k], respectively. Because of the complexity of the manipulations, neither the intermediate steps for the final results will be given here. The interested reader is referred to Lakis and Paidoussis (1) for details (Fig. 1).

PRESSURE FLUCTUATIONS INDUCED BY INTERNAL FLOW

The external forces [F] of equation (1) represent the turbulent random pressure fluctuations at the shell's walls resulting from the passage of fully-developed turbulent flow. While this pressure field varies from point to point at any instant, its variation at any given points fluctuates irregularly with time, and the frequency spectrum results in many modes of vibration being excited with a statistical dependence between them. However, the forced vibration can be represented by synthesis of the natural modes; this assumption is generally permissible only for such structures where nonlinearities can be ignored.

The displacements are assumed small enough for the resultant forces to be normal to the shell's surface. It is also assumed that the pressure field is spatially continuous and that it has the properties of a weakly stationary, ergodic process. We further assumed that the pressure drop in the length of the

shell is sufficiently small for the mean pressure to be considered constant over the length of the shell. finally, the continuous random pressure field of the deformable body is approximated by a finite set of discrete forces and moments acting at the nodal points (Fig. 2).

MEAN SQUARE RESPONSE

The shell is divided into N finite elements, each of which is a cylindrical frustum. The position of the N + 1 nodal points may be chosen arbitrary. We proceed by first considering the free vibration of the conservative system and determining the natural frequencies ω_i and the eigenvectors $\{\phi_i\}$, i = 1, 2, ..., 4 (N + 1) -J, where J is the number of kinematic boundaries. We next form the modal matrix

$$\left[\phi\right] = \left[\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_{4(N+1)-J}\right], \tag{2}$$

and define

$$\{y\} = \left[\phi\right]\{Z\} . \tag{3}$$

Finally the equations of motion (1) are decoupled and the mean square values of the displacements of the shell are expressed in terms of the axial and circumferential correlation functions of the pressure field, ψ_p $(\xi,0,0)$ and ψ_p $(0,\eta,0)$, respectively.

In the case of subsonic boundary-layer pressure fluctuations, the streamwise and lateral spatial correlation functions have been examined experimentally by Bakewell et al. (4) and Clinch (5).

Bakewell measured and derived expressions for the axial and circumferential correlation functions in experiments with air flowing in a cylindrical pipe. He found the following approximate expressions for the real spatial correlations:

$$\psi_p(\xi,0,0) = e^{-b|S_\xi|}\cos(aS_\xi), \tag{4}$$

$$\psi_p(0,\eta,0) = (1 + CS_\eta^2)^{-1}\left[2 - e^{-dS_\eta^2}\right]^{-1} \tag{5}$$

where $S_\xi = \xi\omega/U_c$ and $S_\eta = \eta\omega/U_c$ are the axial and circumferential Strouhal number, $\xi = |x_i - x_j|$, $\eta = |r(\phi_i - \phi_j)|$, ω is the center frequency, a = 8.7266, b = 1.0, c = 20 and d = 100.

Clinch measurements in water proved that these constants (a,b,c,d) are approximately the same for different fluids at the same Strouhal number.

Upon using the experimentally based relations (4) and (5), we obtain the following expression for the mean square response of the shell (3):

$$\overline{y_g^2(t)} = \sum_{N=1}^{4(N+1)-J} \phi_{gr}^2 \frac{r^2}{16\pi^2\omega_r^4 M_r^2} \cdot \left[\sum_{i=1}^{N+1}\sum_{u=1}^{N+1} \phi_{ir}\phi_{ur}|\Gamma_{iu}^F| + \sum_{i=1}^{N+1}\sum_{k=1}^{N+1} \phi_{ir}\phi_{kr}|\Gamma_{ki}^F| + \right. \tag{6}$$

$$\left. + \sum_{j=1}^{N+1}\sum_{k=1}^{N+1} \phi_{jr}\phi_{kr}|\Gamma_{jk}^{MM}| + \sum_{p=1}^{n+1}\sum_{v=1}^{n+1} \phi_{pr}\phi_{vr}|\Gamma_{pv}^F|\right],$$

where ϕ_{gr} is the (gr)th element of the model matrix $[\phi]$, M_r is the element of the generalized mass matrix, ω_r, the rth natural frequency and r is the mean radius of the shell; Γ_{iu}^F, Γ_{ki}^M, Γ_{jk}^{MM} are derived analytically in (3).

Equation (6) is the response of the shell to a boundary-layer pressure field at the nodal points (g (x,ϕ). This response is associated with a specific n, where n is the circumferential wavenumber. By respecting the analysis for a sufficient number of n, the total response for any point on the nodal circles may be obtained by superposition, in accordance with the assumption that there is no coupling, between the circumferential wavenumbers.

CALCULATION AND DISCUSSION

A computer program has been written in Fortran V language for the CDC Cyber 74 computer, using single precision arithmetic throughout all the overlays. The input data for each finite element are the mean radius, r, wall thickness, t, length of the individual element, ℓ, material and fluid density, ρ and ρ_i, respectively, and the elements P_{ij} of [P].

The necessary steps of the computational method may be outlined as follows: a) We first specify the imposed boundary conditions, their number, J, and the values of n for which calculations should be done; b) The shell is then subdivided into a sufficient number, N, of finite elements; c) The eight complex roots of the characteristic equation, λ_p, are calculated by Newton-Raphson iterative technique; d) The intermediate matrices and the mass and stiffness matrices of the shell in vacuo are determined.

When the mass, damping and stiffness matrices have thus been computed for each element, the global [M], [C], [K] are constructed and reduced appropriately to take account of the boundary conditions.

For free vibration, the computer program proceeds to find the national frequencies, ω_m, where m = 1,2,.. ., 4 (N + 1) - J for each n, and the corresponding eigenvectors of a real square non-symmetric matrix of the special form $[M]^{-1}[K]$, where both [M] and [K] are real, summetric matrices and M is a positive definite.

Knowing the damping factor, the fluid velocity and its density at each mode of the structure, equation (1) permits us to obtain the effects of the inertia, coriolis and centrifugal forces on these eigenvalues; and relation (6) is finally executed to obtain the response to a boundary-layer pressure field.

The set of calculations undertaken was for a shell first studied by Clinch (7). It is a thin, simply-supported cylindrical shell conveying water with flow velocities in the range (6.3-13.2 m/s), (248-520 in/s). The shell data are as follows: r = 0.0762 m, L = 6.096 m, t = 6.35 x 10^{-4} m, E = 1.965 x 10^{11} Nm^{-2}, ν = 0.305, ρ = 8.0048 x 10 kg. m^{-3}. Clinch obtained experimental data of the mean square radial displacement of the shell in the frequency range of 100-1,000 Hz, approximately. Moreover, the experimental values of the mean square radial displacements given by Clinch are mean values of measurements taken at several locations on the shell.

This shell was analysed by this theory by subdividing the shell into 8 identical finite elements. The natural frequencies of the shell for n = 2 and n = 3 were below 100 Hz, indicating that the high frequency response as measured by Clinch would likely differ appreciably from the total response.

Calculations of the response were confined to n = 2 to 12 from which the total response of this theory are shown in Fig. 3 in terms of the radial, axial and circumferential displacements. The results indicate that the total R.M.S. radial displacement response is proportional to flow velocity raised to the 2.7 power.

The values of this total R.M.S. radial displacement response of the shell at its axial mid-point are also shown in Fig. 4. Also shown in Fig. 4 are values of the high-Frequency response, as calculated by this theory, obtained by taking into account only the modes whose natural frequencies are in the range 93-1,000Hz; also shown are Clinch's experimental results.

It is evident from Fig. 4 that the response at the high frequency range is but a small part of the total. Thus, at the flow velocity of 6.3 m/s (248 in/s) the total mean square response is 2.0645×10^{-11} m^2 ($3{,}2 \times 10^{-8}$ in^2) whereas the high-frequency response is 5.161×10^{-14}m^2 (8×10^{-11}in^2), approximately, giving a ratio of 20/1 for the corresponding R.M.S. values; the difference at higher flow velocities is even more pronounced. The second point of interest in Fig. 8 is that agreement between this theory and experiment, in the frequency range of 100-1,000 Hz approximately, is quite good.

CONCLUSION

The theory developed in this paper is used to predict the response to an arbitrary random pressure field of a non-uniform thin cylindrical shell. To this end the shell is subdivided into a number of cylindrical finite elements, each with two nodes, the nodal displacements being the axial, circumferential and radial displacements and a rotation. The pressure field is similarly rendered discrete and is represented by two forces and a moment at each node.

This theory was computarized so that if the dimensions and material properties of each element, and the properties and flow velocity of the fluid, are given as inputs, the program gives as output the natural frequencies and eigenvectors of the shell and the R.M.S. values of the nodal displacements. This theory does not take into account pressurization of the shell; however, the theory can be extended to take this into account fairly easily. The main advantage of this theory is that it may be used, without modification, to obtain the effects of fluid pressures on the vibration characteristics of cylindrical vessel, no matter how many property discontinuities may be present, and for whatever boundary conditions. In this connection, it should be noted that this theory is equally applicable to cases where the vessel is subjected to an external, as well as internal, pressure field, including the case where the pressure field arises from an external axial flow.

ACKNOWLEDGEMENTS

This research was supported by the National Research Council of Canada (Grant No. A-8814) and by "Le ministère de l'éducation du Québec" (Grant No. CRP-2060) whose assistance is hereby gratefully acknowledged. The author wishes to express his thanks for typing this paper.

REFERENCES

[1] Lakis, A.A. and Paidoussis, M.P · "Dynamic analysis of axially non-uniform thin cylindrical shells". Journal of Mechanical Engineering Science, 14, pp. 49-71 (1972).

[2] Lakis, A.A. and Doré, R.: "Free vibration and response to random pressure field of anisotropic thin cylindrical shells". Proc. Noise Shock and Vibration Conference, pp. 89099. Organised by Monash University, Melbourne, Australia (May 22-25, 1974).

[3] Lakis, A.A. and Paidoussis, M.P.: "Prediction of the response of a cylindrical shell to arbitrary or boundary-layer-induced random pressure fields". Journal of Sound and Vibration, 25, pp. 1-27 (1972).

[4] Bakewell Jr., H.P. Carey, G.F., Libuha, J.J., Schloemer, H.H. and Von Winkle, W.A.: "Wall pressure fluctuations in turbulent pipe flow". U.S. Navy Underwater Sound Lab. Report N. 559 (1962).

[5] Clinch, J.M.: "Measurements of the wall pressure field at the surface of a smooth-walled pipe containing turbulent water-flow". Journal of Sound and Vibration, 9, pp. 398-420 (1969).

[6] Lindholm, U.S., Kana, D.D. and Abramson, H.V.: "Breathing vibrations of a circular cylindrical shell with an internal liquid". Journal of Aeronautical Science, 29, pp. 1052-1059 (1962).

[7] Clinch, J.M.: "Prediction and measurement of the vibrations induced in thin-walled pipes by the passage of internal turbulent water flow". Journal of Sound and Vibration, 12, pp. 429-451 (1970).

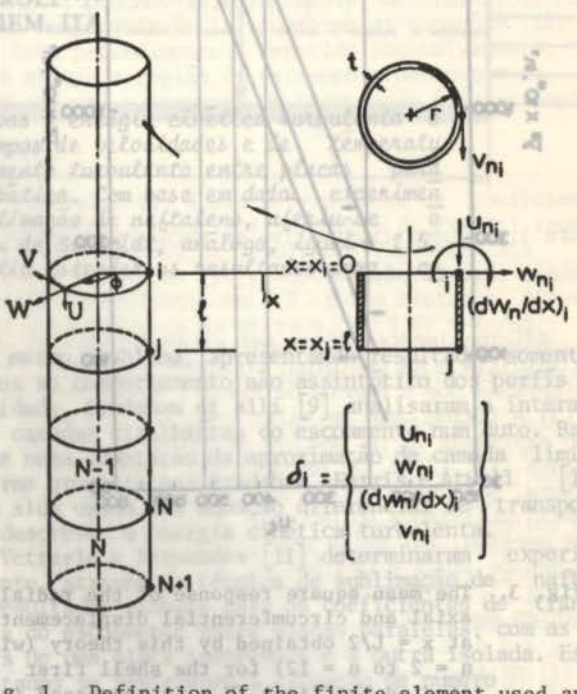


Fig. 1. Definition of the finite element used and of the displacement vector $\{\delta_i\}$

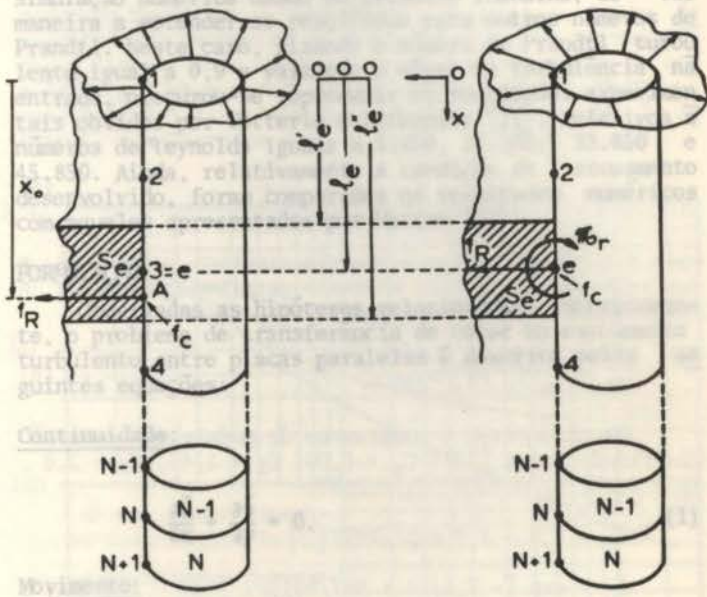


Fig. 2. Transformation of the continuous pressure field to a discrete force field.

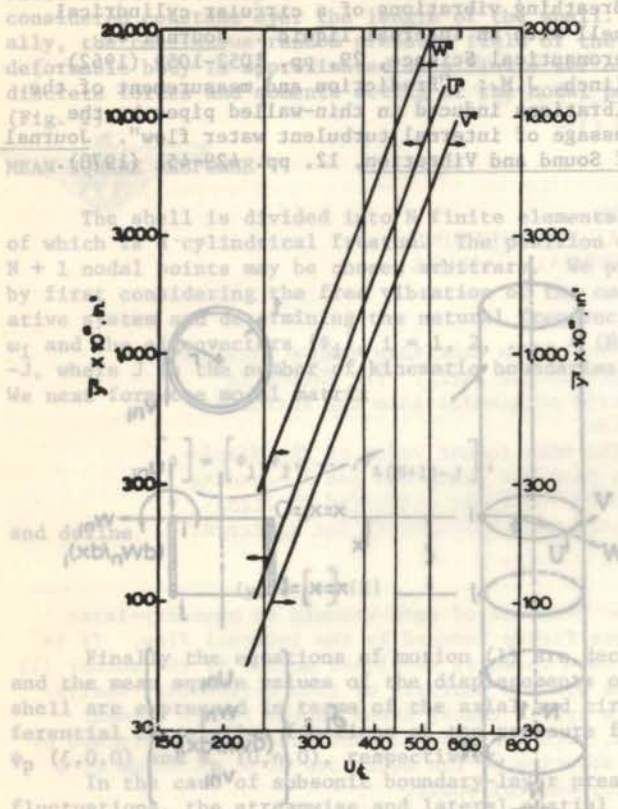
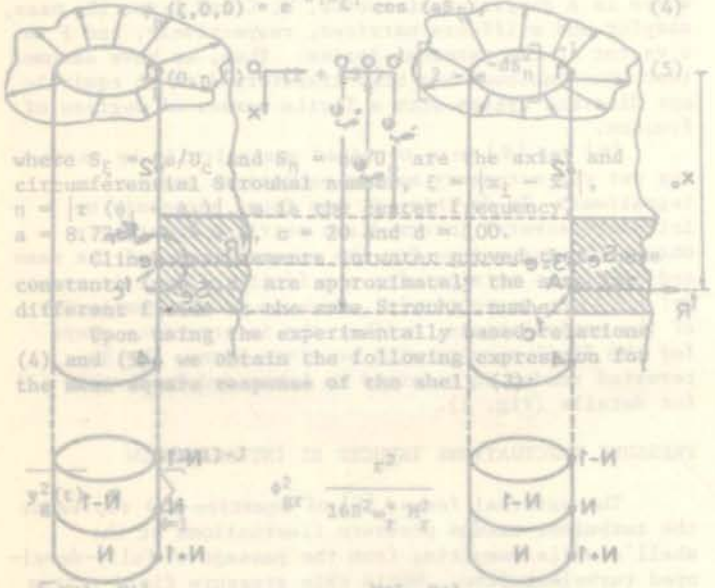


Fig. 3. The mean square response of the radial, axial and circumferential displacement at x = L/2 obtained by this theory (with n = 2 to n = 12) for the shell first studied by Clinch (U_L is expressed in in./S.)
Note: the arrows indicate which vertical axis applies.



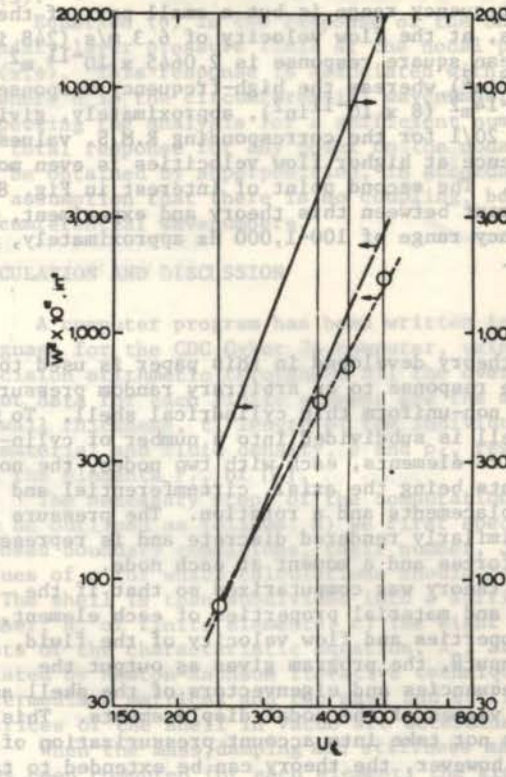


Fig. 4. The mean square response of the radial displacement of a shell first studied by Clinch (7), as a function of the centerline velocity (in/S.). O, Clinch's experimental results for high-frequency response; ___, theoretical results obtained by this theory for high-frequency response (93-1,000 Hz); __, total response obtained by this theory considering all frequency components.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

ANÁLISE NUMÉRICA DO ESCOAMENTO TURBULENTO ENTRE PLACAS PARALELAS

JOSÉ PINTO PINHEIRO NETO, EMBRAER
EUCLIDES CARVALHO FERNANDES
EDSON LUIZ ZAPAROLI
DEPTO. DE ENERGIA, IEM, ITA

RESUMO

Utilizando um modelo de duas equações, relativas à energia cinética turbulenta e à sua taxa de dissipação, foram determinados os campos de velocidades e de temperatura e os coeficientes de transferência para o escoamento turbulento entre placas paralelas, supondo uma placa isotérmica e a outra adiabática. Com base em dados experimentais existentes, obtidos através da técnica de sublimação de naftaleno, aferiu-se o modelo numérico, fixando-se o número de Prandtl, ou de Schimidt, análogo, igual a 2,5, relativo a difusão de naftaleno no ar, o que permitiu estender os resultados para outros números de Prandtl.

INTRODUÇÃO

O problema de transferência de calor no escoamento entre placas paralelas tem motivado vários trabalhos, analíticos e experimentais, visando inúmeras aplicações técnicas, destacando-se, no geral, a necessidade de dados que possibilitem a otimização dos projetos, tendo em vista a constante preocupação de se construir trocadores de calor suficientemente compactos. Uma situação particular refere-se ao caso de aquecimento assimétrico, por exemplo, considerando-se uma placa adiabática (isolada) e a outra isotérmica, conforme esquematizado na figura 1. Esta condições são próprias para simular o comportamento de aquecedores, como no caso de coletores solares, ou de sistema de resfriamento, como no caso de componentes de equipamentos eletrônicos.

No presente trabalho, foi estudada a situação do escoamento forçado, em regime turbulento, entre placas paralelas, com as condições de ontorno acima especificadas. As condições iniciais foram consideradas em termos das distribuições uniformes de velocidade, de temperatura e de pressão na entrada, conforme ilustra a figura 1. Admitiu-se ainda o escoamento como bidimensional, incompressível, estatísticamente estacionário e com propriedades do fluído como constantes, além das aproximações usuais de camada limite.

Os efeitos de turbulência foram considerados com base num modelo semi-empírico, no qual a energia cinética turbulenta (K) e a sua taxa de dissipação (ε) são representadas por duas equações diferenciais de transporte, as quais são correlacionadas algebricamente no sentido de se determinar a "viscosidade turbulenta" do escoamento. Este modelo, designado como $K \sim \varepsilon$ e tal como descrito por Jones e Launder [1],[2] e por Launder e Spalding [3], apresenta como vantagem o fato de poder ser aplicado tanto para região central do escoamento como para as regiões próximas das paredes. Outras descrições e análises relativas ao modelo $K \sim \varepsilon$ são apresentadas por Stephenson [4], Rastogi e Rodi [5], dentre outros. Launder et alli [6] compararam diversos modelos de turbulência, considerando inclusive resultados experimentais como referências. Apresentaram indicações de que, para escoamentos sem contornos físicos, os resultados do modelo $K \sim \varepsilon$ só são inferiores àqueles do modelo geral das tensões de Reynolds, o qual, entretanto, é reconhecidamente mais complexo, apresentando extremas dificuldades de aplicação, no geral.

O problema do escoamento turbulento entre placas paralelas foi analisado numéricamente por Stephenson [4], tendo-se baseado também no modelo $K \sim \varepsilon$. Entretanto, para descrever o comportamento do escoamento nas proximidades das placas, baseou-se numa aproximação de escoamento tipo Couette, conforme sugerido, bem mais anteriormente, por Patankar e Spalding [7]. Emery e Gessner [8] usando o modelo do comprimento de mistura, analisaram o mesmo problema, apresentando resultados somente relativos ao comportamento não assintótico dos perfís de velocidade. Bradshaw et alli [9] analisaram a interação entre camadas cizalhantes do escoamento num duto. Basearam-se numa adaptação da aproximação de camada limite, conforme proposto por Bradshaw, Ferris e Atwell [10], tendo sido usada uma equação diferencial de transporte para descrever a energia cinética turbulenta.

Vetterle e Fernandes [11] determinaram experimentalmente, através da técnica de sublimação de naftaleno, resultados globais para os coeficientes de transferência do escoamento entre placas paralelas, com as condições de uma placa isotérmica e a outra isolada. Estes resultados se restringem à situação de número de Prandtl, análogo ao número de Schmidt, igual a 2,5, relativo à difusão de naftaleno no ar. Entretanto, com base nestes resultados, foi possível aferir o modelo de simulação numérica usado no presente trabalho, de tal maneira a estender os resultados para outros números de Prandtl. Neste caso, fixando o número de Prandtl turbulento igual a 0,9 e variando o nível de turbulência na entrada, procurou-se reproduzir os resultados experimentais obtidos por Vetterle e Fernandes [11], relativos a números de Reynolds iguais a 5.450, 21.300, 33.850 e 45.850. Ainda, relativamente a condição de escoamento desenvolvido, foram comparados os resultados numéricos com aqueles apresentados por Hatton [12].

FORMULAÇÃO

Observadas as hipóteses relacionadas anteriormente, o problema de transferência de calor no escoamento turbulento entre placas paralelas é descrito pelas seguintes equações:

Continuidade:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0, \qquad (1)$$

Movimento:

$$\rho\left[\bar{u}\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right] = \frac{\partial}{\partial y}\left[(\mu + \mu_t)\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right] - \frac{d\bar{p}}{dx}, \qquad (2)$$

Energia:

$$\rho\left[\bar{u}\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \bar{T}}{\partial y}\right] = \frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\lambda + \frac{\mu_t}{\sigma_h}\right)\frac{\partial \bar{T}}{\partial y}\right], \qquad (3)$$

onde $\bar{u}$ e $\bar{v}$ representam as médias estatísticas das componentes de velocidade nas direções x e y, $\bar{p}$ e $\bar{T}$ as médias da pressão e da temperatura, ρ a densidade, μ a viscosidade, $\lambda = k/C_p$ a relação entre a condutividade térmica e o calor específico do fluido, μ_t a viscosidade turbulenta, e σ_h o número de Prandtl turbulento.

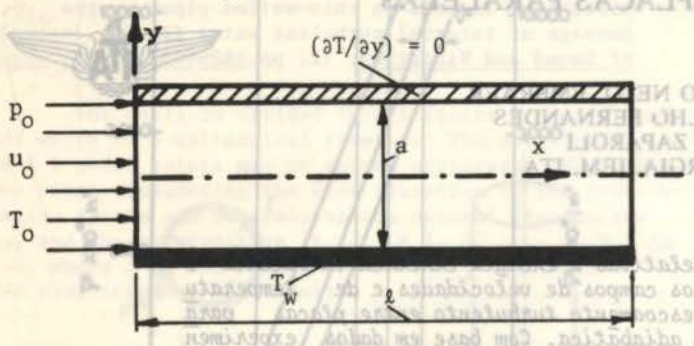


Figura 1: Esquema ilustrativo do escoamento entre placas paralelas

Adicionalmente, devem ser estabelecidas as condições iniciais e de contorno, conforme figura 1. Assim, considerando que o número de Prandtl turbulento na equação (3) é fixado como um valor numérico, torna-se necessário expressar μ_t no sentido de tornar o sistema de equações (1), (2) e (3) determinado. Uma revisão da literatura, no que se refere aos diversos modelos de turbulência utilizados no passado, para análise do problema em questão, foi feita por Pinheiro [13]. Seguindo indicações de Jones e Launder [1], [2] e de Launder e Spalding [3], adotou-se o modelo $K \sim \varepsilon$ descrito pelas seguintes equações:

$$\rho\left[\bar{u}\frac{\partial K}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial K}{\partial y}\right] = \frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma K}\right)\frac{\partial K}{\partial y}\right] + \mu_t\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)^2 + - \rho\,\varepsilon - 2\,\mu\left(\frac{\partial K^{1/2}}{\partial y}\right)^2 \quad (4)$$

$$\rho\left[\bar{u}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\right] = \frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\right] + C_1 f_1 \frac{\varepsilon}{K}\mu_t\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)^2 + - C_2 f_2 \frac{\rho\varepsilon^2}{K} + 2{,}0\,\frac{\mu\mu_t}{\rho}\left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}\right)^2, \quad (5)$$

onde K e ε representam a energia cinética turbulenta e sua taxa de dissipação, as quais permitem determinar a viscosidade turbulenta segundo a expressão:

$$\mu_t = C_\mu f_\mu \rho K^2/\varepsilon. \quad (6)$$

Os parâmetros e constantes do modelo em questão são fixados como [13]: $C_\mu = 0{,}09$, $C_1 = 1{,}45$, $C_2 = 2{,}0$, $\sigma_K = 1{,}00$, $\sigma_\varepsilon = 1{,}30$, $f_1 = 1{,}00$,

$$f_2 = 1{,}0 - 3{,}0\exp(-ReT)^2,$$

$$f_\mu = \exp\left[-2{,}5/(1 + ReT/50)\right], \quad (7)$$

com $ReT = \rho K^2/\mu\varepsilon$ representando o número de Reynolds turbulento.

Adicionalmente, devem ser especificadas as condições iniciais e de contorno relativas ao modelo de turbulência. Entretanto, convém considerar uma adimensionalização das equações do problema, no sentido de generalizar a solução numérica. Assim, considerou-se as seguintes grandezas adimensionais:

$$U = \frac{\bar{u}}{u_o}, \quad V = \frac{\rho \bar{v} a}{\mu}, \quad P = \frac{\bar{P} - P_o}{\rho u_o^2}, \quad \Theta = \frac{\bar{T} - T_w}{T_o - T_w},$$

$$X = \frac{x/a}{Re}, \quad Y = \frac{Y}{a}, \quad Re = \frac{\rho u_o a}{\mu}, \quad P_r = \mu/\lambda,$$

$$\mu_t^* = \frac{\mu_t}{\mu}, \quad K^* = \frac{K}{u_o^2}, \quad \varepsilon^* = \frac{\varepsilon . a}{u_o^3}, \quad (8)$$

onde Re e Pr representam os números de Reynolds e de Prandtl e "a" a distância entre as placas. Substituindo as variáveis adimensionais nas equações (1) a (5) resulta o seguinte sistema de equações que estabelece o problema:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (9)$$

$$U\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial Y}\left[\left(1 + \mu_t^*\right)\frac{\partial U}{\partial Y}\right] - \frac{\partial P}{\partial X}, \quad (10)$$

$$U\frac{\partial \Theta}{\partial X} + V\frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial Y}\left[\left(\frac{1}{P_r} + \frac{\mu_t^*}{\sigma_h}\right)\frac{\partial \Theta}{\partial Y}\right], \quad (11)$$

$$U\frac{\partial K^*}{\partial X} + V\frac{\partial K^*}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial Y}\left[\left(1 + \frac{\mu_t^*}{\sigma K}\right)\frac{\partial K^*}{\partial Y}\right] + \mu_t^*\left(\frac{\partial U}{\partial Y}\right)^2 + - Re\,\varepsilon^* - 2\left(\frac{\partial K^{*1/2}}{\partial Y}\right)^2, \quad (12)$$

$$U\frac{\partial \varepsilon^*}{\partial X} + V\frac{\partial \varepsilon^*}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial Y}\left[\left(1 + \frac{\mu_t^*}{\sigma\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon^*}{\partial Y}\right] + C_1 f_1 \frac{\varepsilon^*}{K^*}\mu_t^*\left(\frac{\partial U}{\partial Y}\right)^2 + - C_2 f_2 Re\,\frac{\varepsilon^{*2}}{K^*} + 2{,}0\,\frac{\mu_t^*}{Re}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right)^2, \quad (13)$$

com a viscosidade turbulenta adimensional sendo determinada por:

$$\mu_t^* = C_\mu f_\mu Re\,\frac{K^{*2}}{\varepsilon^*}, \quad (14)$$

com

$$f_2 = 1{,}0 - 3{,}0\exp\left[-\left(Re\,\frac{K^{*2}}{\varepsilon^*}\right)^2\right] \text{ e} \quad (15)$$

$$f_\mu = \exp\left[-2{,}5/\left(1 + \frac{Re}{50}\frac{K^{*2}}{\varepsilon^*}\right)\right]. \quad (16)$$

As condições iniciais e de contorno, na forma adimensional, são estabelecidadas segundo:

$$X \leq 0:\ U(0, Y) = 1,\ \Theta(0, Y) = 1,\ P(X = 0) = 0,$$

$$0 \leq Y \leq 1;\ K^*(0, Y) = \frac{K_0}{u_o^2},\ \varepsilon^*(0, Y) = \frac{\varepsilon_o . a}{u_o^3} \text{ e} \quad (17)$$

$$X \geq 0:\ U(X,0) = U(X, 1) = V(X, 0) = V(X, 1) = 0, \Theta(X, 0) = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial Y}\left(X, \frac{1}{2}\right) = \frac{\partial V}{\partial Y}\left(X, \frac{1}{2}\right) = \frac{\partial \Theta}{\partial Y}(X, 1) = 0$$

$$\frac{\partial K^*}{\partial Y}\left(X, \frac{1}{2}\right) = \frac{\partial \varepsilon^*}{\partial Y}\left(X, \frac{1}{2}\right) = 0 \quad (18)$$

Conforme já mencionado, fixando o número de Prandtl turbulento como 0,9 e variando o nível de turbulência na entrada, $K^*(0,Y) = K_o/u_o^2$, procurou-se reproduzir os resultados experimentais obtidos por Vetterle e Fernandes [11]. Como o problema hidrodinâmico é desacoplado do problema de transferência de calor (ou de massa), o parâmetro nível de turbulência na entrada é considerado diretamente nas equações (9), (10), (12) e (13), as quais determinam a distribuição de velocidade. Assim, a influência do número de Prandtl só é considerada na equação (11), da energia. Portanto, procedendo conforme descrito, pode-se aferir o modelo numérico para o número de Prandtl igual a 2,5, relativo aos resultados experimentais de Vetterle e Fernandes [11], no sentido de estender a simulação numérica para outros valores de números de Prandtl e, finalmente, determinar os coeficientes de transferência, os quais representam o resultado de maior interesse do problema em questão. Isto é, conhecidas as distribuições de velocidade e de temperatura, através da solução numérica do problema, determina-se o número de Nusselt local segundo a expressão:

$$Nu = \frac{2ha}{k} = -\frac{2}{\Theta_b}\frac{\partial\Theta}{\partial Y}\bigg|_{Y=0} , \qquad (19)$$

com:

$$h = -\frac{k}{T_b - T_w}\frac{\partial T}{\partial Y}\bigg|_{y=0} \qquad (20)$$

representando o coeficiente de convecção local e com

$$\Theta_b = \frac{\bar{T}b - Tw}{To - Tw} = \int_0^1 U\,\Theta\,dY \qquad (21)$$

representando a temperatura média global na forma adimensional. Além disso, sendo $L = (\ell/a)/Re$ o comprimento adimensional das placas, determina-se o número de Nusselt médio segundo:

$$\bar{Nu} = \frac{1}{L}\int_0^1 Nu\,dX , \qquad (22)$$

o qual corresponde aos resultados experimentais apresentados por Veterlle e Fernandes [11] e que serviram de base para aferição do modelo de simulação numérica do presente trabalho.

SOLUÇÃO NUMÉRICA

Para a solução numérica do problema procedeu-se conforme indicado por Hornbeck [14], fora algumas adaptações que se fizeram necessárias no caso presente [13]. Foram discretizados os termos das equações usando-se expansões das variáveis dependentes em séries de Taylor, no sentido de exprimir as suas derivadas. Discretizando os termos de convecção com esquema corrente acima (upstream), na direção longitudinal do canal e linearizando os termos fontes das equações, como recomendado por Patankar [15], obteve-se equações lineares e implicitas. O sistema de equações assim constituído é resolvido várias vezes dentro de um procedimento iterativo, em cada passo ao longo do canal. Este esquema de discretização permite a obtenção dos valores numéricos das variáveis dependentes nos pontos da malha sobreposta ao domínio, partindo-se dos valores uniformes destas variáveis na entrada e progredindo passo a passo na direção longitudinal, uma vez que as equações em consideração são parabólicas, com direção de propagação ao longo do canal [15].

A equação de diferenças obtida com base na equação do movimento da direção X apresenta como incógnitas U e P, já que os valores de V são admitidos como sendo os do passo anterior. A equação de continuidade integral é usada para assegurar a constância da massa em cada secção e contém como incógnita somente a variável U. Através destas duas equações e das condições de contorno correspondentes, determina-se os valores de U e de P um passo à frente, desde que se conheça os valores de K^* e de ε^*. No entanto, as equações que determinaram estas duas grandezas dependem de U e são não lineares. Para superar esta dificuldade, adotou-se um procedimento iterativo, começando-se pelas equações que determinam U e P. Em seguida, obtem-se os valores de ε^* e após, os de K^*, repetindo-se esta sequência até atingir a convergência para cada passo. Com os valores de U obtidos, calcula-se V através da equação de continuidade diferencial e das condições de contorno correspondentes. Por último, determina-se os valores de Θ através da equação de energia, podendo-se, finalmente, determinar os coeficientes de transferência, conforme as equações (19) a (22). Este procedimento é repetido sucessivamente, até que se atinja a região de escoamento desenvolvido, situação na qual o programa de computação é interrompido.

RESULTADOS

Inicialmente, foram determinados os coeficientes de transferência relativos ao número de Prandtl igual a 2,5, tendo como base os resultados experimentais de Vetterle e Fernandes [11]. Neste caso, fixando o número de Prandtl turbulento com 0,9 foram testados diversos níveis de turbulência na entrada, $K^*(0,Y) = K_o/u_o^2$, no sentido de reproduzir os resultados experimentais acima referidos e relativos aos números de Reynolds iguais a 5450, 21300, 33850 e 45850.

Na figura 2 são apresentados estes resultados, em termos de número de Nusselt médio $\bar{Nu}$ em função da coordenada $L^+ = \ell/2a\,Re\,Pr$, observando-se desvios máximos entre os resultados experimentais e numéricos em torno de 10% e particularmente para o número de Reynolds mais baixo, igual a 5450, sendo que, para a maioria dos pontos, os resultados concordam com desvios da ordem de até 3%.

A seguir, estendeu-se o modelo de simulação numérica para números de Prandtl iguais a 0,7, 5,0 e 10,0. Resultados gerais são apresentados por Pinheiro [13]. Na tentativa de correlacionar os resultados na forma de uma equação aproximada, procurou-se representar os resultados relativos aos números de Prandtl iguais a 0,7 e 2,5 em função da coordenada $L = \ell/a\,Re$, conforme mostrado na figura 3. Nesse caso, observou-se que a dependência do parâmetro $(Nu/Nu_\infty) - 1$ com L é aproximadamente linear, pelo menos na faixa dos valores de L considerados. Observou-se que os desvios entre os valores numéricos relativos aos dois valores de números de Prandtl considerados são, em geral, inferiores a 5%.

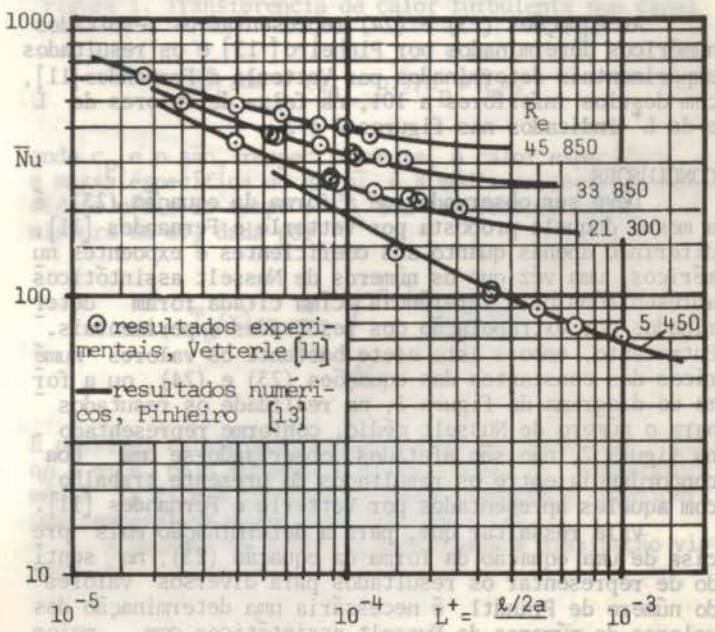


Figura 2: Comparação entre resultados numéricos e experimentais (Pr = 2,5)

Com base nos resultados numéricos determinou-se, por regressão linear, uma expressão representativa dos resultados, a qual pode ser escrita como:

$$\frac{\overline{Nu}}{\overline{Nu}_\infty} - 1 = 297{,}433\ Re^{-1{,}196}\ L^{-0{,}768} \quad . \qquad (23)$$

Ainda com base nos resultados numéricos, relativos aos dois números de Prandtl mencionados e referentes à condição de escoamento desenvolvido, determinou-se, também por regressão linear, a seguinte expressão para o número de Nusselt assintótico:

$$\overline{Nu}_\infty = 0{,}01612\ Re^{0{,}864}\ Pr^{n}, \qquad (24)$$

com:

$$n = 0{,}00871 + 0{,}13337 \log Re \quad . \qquad (25)$$

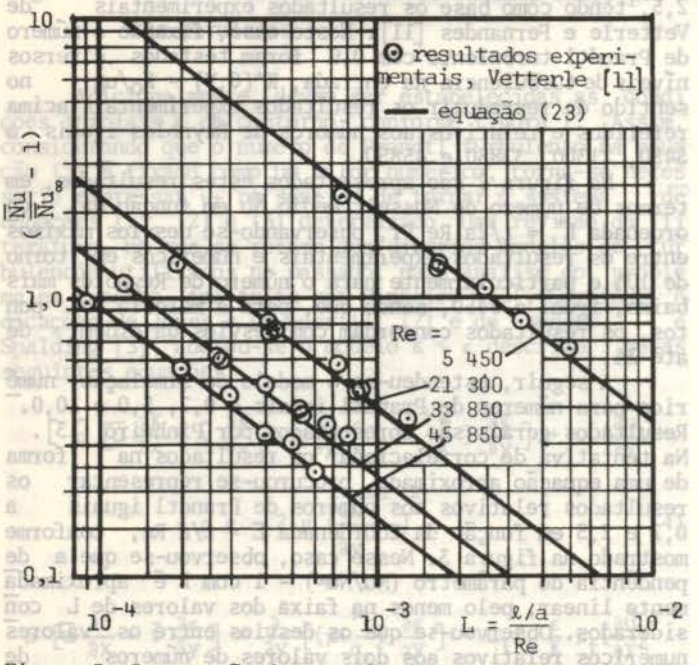


Figura 3: Comparação da equação (23) com resultados experimentais (Pr = 0,7 e 2,5).

As equações (23) e (24) representam os resultados numéricos determinados por Pinheiro [13] e os resultados experimentais determinados por Vetterle e Fernandes [11], com desvios inferiores a 10%, na faixa de valores de L e de L^+ indicados nas figuras 2 e 3.

CONCLUSÕES

Deve ser observado que a forma da equação (23) é a mesma daquela proposta por Vetterle e Fernandes [11], diferindo apenas quanto aos coeficientes e expoentes numéricos, uma vêz que os números de Nusselt assintóticos apresentados pela referência acima citada foram determinados por extrapolação dos resultados experimentais. Entretanto, embora isto afete bastante os valores numéricos das constantes das equações (23) e (24), ou a forma do diagrama da figura 3, na realidade os resutados para o número de Nusselt médio, conforme representado na figura 2, não são afetados, observando-se uma boa concordância entre os resultados do presente trabalho com aqueles apresentados por Vetterle e Fernandes [11].

Vale ressaltar que, para a determinação mais precisa de uma equação da forma da equação (23), no sentido de representar os resultados para diversos valores do número de Prandtl, é necessária uma determinação dos valores de números de Nusselt assintóticos com maior precisão. Nesse caso, sugere-se considerar as simplificações correspondentes ao escoamento desenvolvido para solução numérica das equações do problema.

Com a hipótese de independência do campo de velocidade com o de temperatura, pôde-se aferir o modelo numérico com base em resultados experimentais relativos a um certo número de Prandtl, no sentido de estender o modelo para outros valores deste parâmetro e, finalmente, determinar os coeficientes de transferência correspondentes. Deve ser observado que, no caso de se dispor de resultados experimentais locais, inclusive, possivelmente através da técnica de sublimação de naftaleno, pode-se conseguir uma melhor aferição do modelo numérico.

AGRADECIMENTO

Este trabalho é parte do Projeto FINEP Nº 532, Contrato 32/82/0532/00.

REFERÊNCIAS

[1] Jones, W. P. e Launder, B. E., "The calculation of low-Reynolds number phenomena with a two-equation model of turbulence", Int. J. Heat Mass Transfer, V. 16 (1973), p. 1119-1130.

[2] Jones, W. P. e Launder, B. E., "The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence", Int. J. Heat Mass Transfer, V. 15 (1972), p. 301-314.

[3] Launder, B. E. e Spalding, D. B., "The numerical computation of turbulent flows", Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., V. 3 (1974), p. 269-289.

[4] Stephenson, P. L., "A theoretical study of heat transfer in 2D turbulent flow in a circular pipe and between parallel and divergent plates", Int.J. Heat Mass Transfer, V. 19 (1976), p. 413-423.

[5] Rastogi, A. K. e Rodi, W., "Calculation of general 3D turbulent boundary layers", AIAA J., V.2 (1978) p. 151-159.

[6] Launder, B. E. et alli, "The prediction of free shear flows - a comparison of the performance of six turbulence models", NASA Conf. Langley,(1972).

[7] Patankar, S. V. e Spalding, D. B., "Heat and Mass Transfer in Boundary Layers", Morgan-Grampian Press, London, (1967).

[8] Emery, A. F. e Gessner, F. B., "The numerical prediction of turbulent flow and heat transfer in the entrance region of parallel plate duct", Trans. ASME, (1976), p. 549-600.

[9] Bradshaw, P. et alli, "Calculation of interacting turbulent shear layers duct flow", J. Fluid Eng. V. 95 (1973), p. 214.

[10] Bradshaw, P. et alli, "Calculation of boundary-layer development using the turbulent energy equation", J. Fluid Mech., V. 28 (1967), p. 593.

[11] Vetterle, J. F. e Fernandes, E. C., "Coeficientes de transferência para o escoamento turbulento entre placas paralelas", COBEM, R.J. (1981), 163-172.

[12] Hatton, A. P. e Quarmby, A., "The effect of axially varying and unsymmetrical boundary conditions on heat transfer with turbulent flow between parallel plates", Int. J. Heat Mass Transfer, V. 15 (1963), p. 903.

[13] Pinheiro, J. P., "Análise numérica do escoamento turbulento entre placas planas paralelas", Tese de Mestrado, ITA (1984).

[14] Hornbech, R. W., "Numerical marching techniques for fluid flows with heat transfer", NASA SP297 (1973).

[15] Patankar, S. V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", McGraw-Hill, Hemisph. Publ. Corp. (1980).

SUMMARY

Using a two equations model for the turbulent kinetic energy and its dissipation rate, the average velocity and temperature fields, as well the transfer coefficients, were determined for the turbulent flow between parallel flat plates, with one plate considered as isothermal and the other as adiabatic. The numerical model was compared with available experimental data, obtained by the naphthalene sublimation technique for Prandtl or Schmidt number equal to 2.5, corresponding to the diffusion of naphthalene into the air, allowing an extension of the results for others Prandtl numbers.

ANÁLISE DO CAMPO DE DIFUSIVIDADE TÉRMICA TURBULENTA NO ESCOAMENTO DE AR ENTRE PLACAS PARALELAS

PAULO MURILLO DE SOUZA ARAÚJO
ANTONIO SANTOS VARGAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA-PUC/RJ

SUMÁRIO

É determinado o campo de difusividade turbulenta do calor numa corrente de ar escoando num canal bidimensional. O objetivo é o estabelecimento de um método semi-analítico simples, sem detrimento de concordância com métodos mais sofisticados de outros autores. O método de Pai é estendido à equação da energia para escoamento turbulento termicamente desenvolvido. Restam dois parâmetros na distribuição de temperatura média, que são determinados através de dados experimentais fornecidos por Page et al. As equações obtidas são aplicáveis a toda a extensão do canal.

INTRODUÇÃO

Estão bem estabelecidas na literatura as equações pertinentes ao problema de transferência de calor em escoamentos turbulentos. Elas são obtidas a partir de balanços de massa, momentum e energia e os valores instantâneos das componentes de velocidade u, v, w e da temperatura T são tomados como a soma dos valores médios no tempo $\overline{u}$, $\overline{v}$, $\overline{w}$ e $\overline{T}$ com as flutuações turbulentas instantâneas u', v', w' e T'. Calculados os valores médios no tempo dos diversos termos destas equações, surgem termos adicionais, usualmente chamados de tensões turbulentas e fluxo de calor turbulento. A dificuldade adicional está no estabelecimento de relações constitutivas entre os fluxos turbulentos do momentum e do calor e os respectivos gradientes de potencial, ou seja, na definição das assim chamadas viscosidade e condutividade térmica turbulenta. Neste particular são inúmeros os esforços de criar "modelos de turbulência" que estabeleçam as equações constitutivas e tornem o número de equações igual ao número de incógnitas a determinar. Tais modelos vêm se tornando extremamente sofisticados e, embora suficientemente precisos, acarretam uma grande dose de esforço na estimativa dos vários parâmetros numéricos referentes a um dado problema particular. Vários destes modelos são baseados na distribuição logarítmica de velocidade, de von Kármán, e em variações da teoria de comprimento de mistura, de Prandtl [1]. Há entretanto evidências de sérias limitações e inconsistências nesta teoria [2,3]. Pai [3] obteve distribuições turbulentas de velocidade em tubos e canais, integrando as equações de conservação de massa e momentum e usando um mínimo de dados experimentais de Nikuradse e Laufer [4]. Recentemente foi estudado o escoamento paralelo de um filme líquido laminar e uma corrente turbulenta dentro de um canal [5], generalizando o problema analisado por Pai.

No presente trabalho o método de Pai é estendido à equação da energia e, através dos dados experimentais de Page et al.[6,7,8], é possível prever a distribuição da difusividade térmica turbulenta do ar escoando num canal bidimensional. Os parâmetros estimados inicialmente por Pai para a parte hidrodinâmica do problema são reavaliados, possibilitando prever também a distribuição do número de Prandtl turbulento.

ANÁLISE TEÓRICA

Seja o problema esboçado na figura 1, no qual escoa ar turbulentamente entre duas placas planas, paralelas, infinitas e estacionárias. A distância entre as placas é a. A placa superior (y = a/2) é mantida à temperatura uniforme T_1 e a inferior (y= -a/2) é mantida uniformemente a $T_0 > T_1$. Em regime permanente estabelece-se fluxos de calor q_0 e q_1 junto às placas. O escoamento é hidrodinâmicamente desenvolvido. O balanço de calor feito para o volume de controle indicado na figura fornece

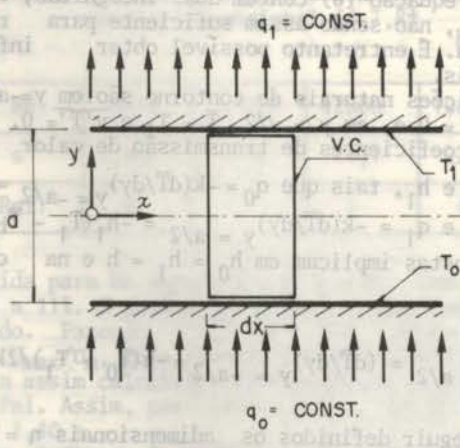


Figura 1. Transferência de calor turbulenta num canal

$$d\overline{T}_b/dx = (q_0 - q_1)/c_p \rho \overline{u}_m a, \qquad (1)$$

onde c_p e ρ são, respectivamente, o calor específico e a massa específica do ar, $\overline{u}_m$ é a média na seção da velocidade média no tempo e $\overline{T}_b$ é a temperatura média de mistura do ar, dada por

$$\overline{T}_b(x) = \frac{1}{a\overline{u}_m} \int_{-a/2}^{a/2} \overline{u}\,\overline{T}\, dy. \qquad (2)$$

É possível estabelecer condições de contorno tais que $q_0 = q_1$ e, pela equação (1), neste caso a temperatura média $\overline{T}_b$ ficará constante. Neste trabalho é considera uma temperatura média $\overline{T}_b = 0{,}5\ (T_0 + T_1)$.

A equação da energia, desprezada a dissipação viscosa, é

$$c_p \rho D\overline{T}/Dt = -\nabla\cdot(\overline{q}_\ell + \overline{q}_t), \qquad (3)$$

onde $\overline{q}_\ell$ e $\overline{q}_t$ são os fluxos de calor laminar e turbu

lento. Então, se k é a condutividade térmica do ar, $\bar{q}_\ell = -k\nabla\bar{T}$ e $\bar{q}_t$ é um vetor cujas componentes são $c_p\rho\overline{u'T'}$, $c_p\rho\overline{v'T'}$ e $c_p\rho\overline{w'T'}$,

Os valores médios das flutuações turbulentas, $\overline{u'T'}$, $\overline{v'T'}$ e $\overline{w'T'}$ são considerados como funções apenas da coordenada y, isto é, supõe-se que as propriedades estatísticas são as mesmas em todos os planos x = constante.

Define-se a difusividade turbulenta do calor, ε_H, através de $c_p\rho\overline{v'T'} = -c_p\rho\varepsilon_H\partial\bar{T}/\partial y$ ou

$$\varepsilon_H = -\overline{v'T'}/(\partial\bar{T}/\partial y). \qquad (4)$$

Introduzindo as hipóteses feitas e a equação (4) na equação da energia (3), resulta

$$\bar{u}\,\partial\bar{T}/\partial x = \partial[(\alpha + \varepsilon_H)\partial\bar{T}/\partial y]/\partial y, \qquad (5)$$

onde α é a difusividade molecular do calor. Uma vez que $\bar{T}_b$ é constante, então $\bar{T}$ é função apenas de y e a equação (5) se simplifica para

$$d(\alpha d\bar{T}/dy - \overline{v'T'})/dy = d[\alpha+\varepsilon_H)d\bar{T}/dy]/dy = 0. \qquad (6)$$

Nota-se que a equação (6) contem duas incógnitas, $\bar{T}$ e $\overline{v'T'}$ ou $\bar{T}$ e ε_H, não sendo assim suficiente para resolver o problema. É entretanto possível obter informações adicionais.

As condições naturais de contorno são: em y=-a/2, $\bar{T} = T_0$ e $\overline{v'T'} = 0$ e, em y = a/2, $\bar{T} = T_1$ e $\overline{v'T'} = 0$. São definidos os coeficientes de transmissão de calor por convecção, h_0 e h_1, tais que $q_0 = -k(d\bar{T}/dy)_{y=-a/2} = h_0(T_0 - \bar{T}_b)$ e $q_1 = -k(d\bar{T}/dy)_{y=a/2} = -h_1(T_1 - \bar{T}_b)$. As condições impostas implicam em $h_0 = h_1 = h$ e na condição adicional

$$(d\bar{T}/dy)_{y=a/2} = (d\bar{T}/dy)_{y=-a/2} = -h(T_0 - T_1)/2k. \qquad (7)$$

São a seguir definidos os adimensionais $\eta = 2y/a$, $\theta = (\bar{T}-T_1)/(\bar{T}_b - T_1) = 2(\bar{T} - T_1)/(T_0 - T1)$, o fluxo de calor turbulento adimensional $t = c_p\rho\overline{v'T'}/2h(T_0 - T_1)$ e o número de Nusselt $Nu = 2ha/k$. Com estes adimensionais, a equação diferencial (6) fica

$$\ddot{\theta} - Nu\,\dot{t} = 0, \qquad (8)$$

sujeita às condições de contorno $\theta(-1) = 2$, $t(-1) = 0$, $\theta(1) = 0$, $t(1) = 0$, $\dot{\theta}(1) = \dot{\theta}(-1) = -0{,}25\,Nu$. Nestas equações $\dot{\theta}$ e $\ddot{\theta}$ designam, respectivamente, a primeira e a segunda derivadas de θ com relação a η.

A equação (4) se torna

$$\varepsilon_H/\alpha = -Nu\,t/\dot{\theta}, \qquad (9)$$

onde ε_H, t e $\dot{\theta}$ são funções de η, e Nu, para a geometria prescrita, é função do número de Reynolds $Re = \rho\,\bar{u}_m(2a)/\mu$. O número de Prandtl $Pr = c_p\mu/k = \nu/\alpha$ é considerado constante para o ar (Pr = 0,710).

Integrando a equação (8) e aplicando as condições de contorno, obtem-se $\dot{\theta} - Nu\,t = -0{,}25\,Nu$. Uma nova integração conduz a

$$\frac{\theta}{Nu} + \int_\eta^1 t\,d\eta = 0{,}25(1 - \eta). \qquad (10)$$

A equação (2) permite obter uma condição adicional

$$\int_{-1}^{1} U\,\theta\,d\eta = 2, \qquad (11)$$

onde $U = \bar{u}/\bar{u}_m$ é a velocidade adimensional.

Neste ponto cabe uma observação. Se o escoamento fosse laminar, $t(\eta)\equiv 0$ e, por (10), $\theta_\ell = 0{,}25Nu(1-\eta)$. O perfil de velocidade neste caso seria o do escoamento de Couette, bem conhecido na literatura [1,3,5], $U_\ell = 1{,}5(1-\eta^2)$. A aplicação destes perfis laminares na equação (11) permite determinar o valor do número de Nusselt laminar, $Nu_\ell = 4$ e o perfil laminar de temperatura $\theta_\ell = 1-\eta$.

Se o perfil turbulento $\theta(\eta)$ for expresso como um polinômio em η, este polinômio pode conter somente três termos. De maneira a obter consistência com o resultado obtido para escoamento laminar, deve-se escrever

$$\theta(\eta) = 1 + \lambda_1\eta + \lambda_{2n+1}\,\eta^{2n+1}, \qquad (12)$$

onde n é um número inteiro positivo. Através das condições de contorno pode-se obter $\lambda_1 = (0{,}25\,Nu - 2n - 1)/2n$ e $\lambda_{2n+1} = (1 - 0{,}25\,Nu)/2n$. Define-se agora z como a relação entre o fluxo de calor $q_0 = q_1$ e aquele correspondente a um escoamento laminar sujeito à mesma diferença de temperatura $T_0 - T_1$ entre as duas placas. Portanto $z = Nu/Nu_\ell = 0{,}25\,Nu$. O perfil turbulento de temperatura, dado por (12), fica

$$\theta(\eta) = 1 + (z - 1 - 2n/2n)\eta - (z - 1/2n)\eta^{2n+1}. \qquad (13)$$

Note-se que, para z = 1, a equação (13) se reduz à correspondente para escoamento laminar.

O fluxo turbulento $t(\eta)$ e a difusividade turbulenta $\varepsilon_H(\eta)$ ficam

$$t(\eta) = (z-1)(2n+1)(1-\eta^{2n})/(8z\eta), \qquad (14)$$

$$\varepsilon_H(\eta)/\alpha = (1-\eta^{2n})/[(2n+1-z)/(z-1)/(2n+1) + \eta^{2n}]. \qquad (15)$$

A introdução de z=1 nas equações (14) e (15) implica em distribuições identicamente nulas para t e ε_H. Um valor de z=0 na equação (15) acarreta ε_H = constante = $-\alpha$ e isto implica num campo de temperatura uniforme em todo o escoamento.

RESULTADOS NUMÉRICOS

A obtenção de valores numéricos para os parâmetros z e n requer alguma informação a partir de dados experimentais. Corcoran et al.[6] e Page et al.[7,8] investigaram experimentalmente o problema proposto neste trabalho e, a partir de seus resultados, é possível construir a tabela 1 seguinte, onde estão listados os números de Nusselt correspondentes a diversos números de Reynolds do ar.

Tabela 1. Números de Nusselt para escoamento turbulento de ar num canal bidimensional [8]

Re	8980	9370	17100	37300	52500
Nu	25,059	25,711	40,870	72,485	88,143
z	6,265	6,428	10,218	18,121	22,036

Estabelecendo uma correlação entre z e Re a partir destes valores, obtem-se através de uma técnica de mínimos quadrados a seguinte equação empírica

$$z = 0{,}25\ Nu = 0{,}00868\ Re^{0{,}724}, \qquad (16)$$

válida para ar (Pr = 0,710) e com erros inferiores a 3% na faixa de Re de 8980 a 52500.

A avaliação do parâmetro n é feita através do gradiente de temperatura junto ao centro do canal ($\eta = 0$). Pela equação (13), $\dot{\theta}(0) = (z-1)/2n-1$ e, dada a simplicidade das condições de contorno térmicas, verifica-se que o perfil de temperatura medido por Page é essencialmente linear na região central do canal, correspondente a $|\eta| < 0{,}6$. É então possível prever que $\dot{\theta}(0) \simeq -0{,}5$ e

$$n \simeq z-1, \qquad (17)$$

tomando-se o valor inteiro mais próximo.

As equações (16) e (17) completam as informações necessárias à obtenção dos perfis dados por [13-15). Estes perfis são válidos em toda a extensão do canal, i.e., para $-1 \leq \eta \leq 1$.

A figura 2 mostra a distribuição $\theta(\eta)$ para Re = = 17100, correspondendo a z = 10,1 e n=9. Observa-se excelente concordância entre a equação (13) e os valores medidos por Page et al.

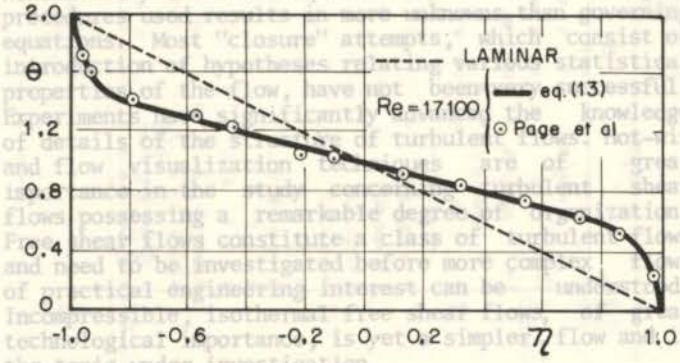


Figura 2. Perfil turbulento de temperatura

As distribuições de velocidade, U(η), e difusividade turbulenta do momentum, $\varepsilon_M(\eta)$, para este escoamento são obtidas na literatura [3,5] por um método análogo ao utilizado no presente trabalho. São elas

$$U(\eta) = 1{,}5(2m+1)/(2m+s)[1-(m-s)\eta^2/(m-1)-(s-1)\eta^{2m}/(m-1)], \qquad (18)$$

$$\varepsilon_M(\eta)/\nu = [1-\eta^{2(m-1)}]/[(m-s)/m/(s-1)+\eta^{2(m-1)}]. \qquad (19)$$

Nestas equações, s é a relação entre a tensão cizalhante junto às placas para o escoamento turbulento e aquela correspondente para um escoamento laminar com mesma velocidade máxima. O parâmetro inteiro m foi estimado por Pai'[3], através de dados experimentais de Laufer [4], como $m \simeq 1{,}40$ s. Estes dados permitem também estimar s.

Define-se o número de Prandtl turbulento, Pr_t, como $Pr_t = \varepsilon_M/\varepsilon_H = Pr(\varepsilon_M/\nu)/(\varepsilon_H/\alpha)$ e, através das equações (19) e (15), pode-se determinar a sua distribuição no escoamento turbulento em canais.

Foi feita uma correlação dos dados fornecidos por [4,7 e 8] para expressar s em função de Re. Um balanço de forças efetuado sobre o volume de controle da figura 1 resulta em

$$\dot{U}(-1) = a^2(-\partial\bar{p}/\partial x)/(4\,\mu\,\bar{u}_m) \qquad (20)$$

onde $\bar{p}$ é o valor médio no tempo da pressão. O valor de $\dot{U}(-1)$, obtido pela equação (18), é $\dot{U}(-1) = 2s\,\bar{u}_{max}/\bar{u}_m$, onde $\bar{u}_{max}$ é a velocidade dimensional máxima do ar. O parâmetro s pode então ser estimado por meio de

$$s = a^2(-\partial\bar{p}/\partial x)/(8\,\mu\,\bar{u}_{max}). \qquad (21)$$

As medições do gradiente axial de pressão e da velocidade máxima do ar, efetuadas por Page, complementam os dados de Laufer e permitem correlacionar valores de s em ampla faixa de Re. A tabela 2 relaciona o parâmetro s com números de Reynolds usados em ambos os trabalhos experimentais.

A partir das informações da tabela 2 e através de uma técnica de mínimos quadrados, obtem-se a seguinte equação empírica

$$s = 0{,}00479\ Re^{0{,}736}, \qquad (22)$$

Tabela 2. Valores de s para escoamento turbulento num canal bidimensional [4,7,8]

Re	9370	17100	42800	108900	221200
s	3,968	6,827	11,1	22,2	45
Ref.	8	7	4	4	4

válida para Re entre 9370 e 221200, com erros inferiores a 11%. O parâmetro inteiro m pode também ser reavaliado. Fazendo $\eta = 0$ em (18), obtem-se, para $K = \bar{u}_{max}/\bar{u}_m$, $2m = (0{,}667\ Ks-1)/(1-0{,}667K)$. Os valores de m assim calculados se mantiveram dentro da previsão de Pai. Assim, para toda a faixa de Re da tabela 2, $m \simeq 1{,}40$ s.

A figura 3 mostra o perfil turbulento de velocidade para Re = 17100, calculado pela equação (18). Nota-se a boa concordância com os resultados de Page et al. [7] em toda a extensão do canal. Também está indicado o perfil laminar de Couette, para comparação.

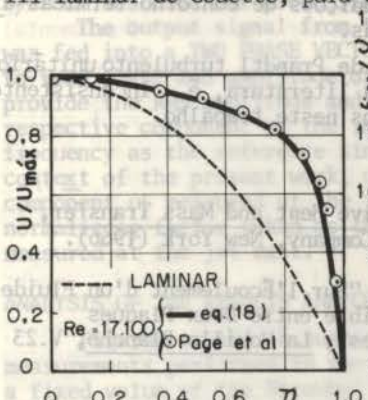


Figura 3. Perfil turbulento de velocidade

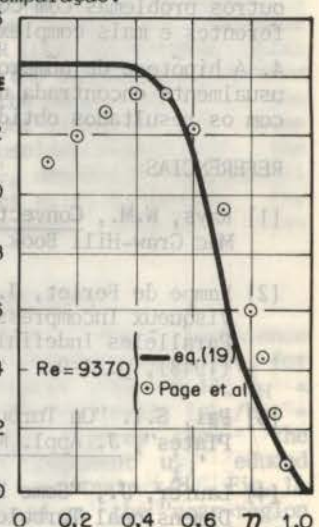


Figura 4. Perfil da difusividade turbulenta do momentum

As distribuições das difusividades turbulentas do momentum e do calor para ar com Re = 9370 estão mostra

das nas figuras 4 e 5 e foram calculadas pelas equações (19) e (15), respectivamente. A figura 6 mostra, finalmente, a distribuição do número de Prandtl turbulento. Nas figuras 4 e 5 vê-se boa concordância com os resultados experimentais junto às paredes do canal, havendo alguma discrepância apenas na região central. Alguns autores indicam a existência de um valor máximo das difusividades turbulentas para $|\eta| \simeq 0{,}4$. Os pontos experimentais da figura 6 foram obtidos por meio de quocientes entre dados da referência [8] e este procedimento às vezes amplia os erros decorrentes das medidas.

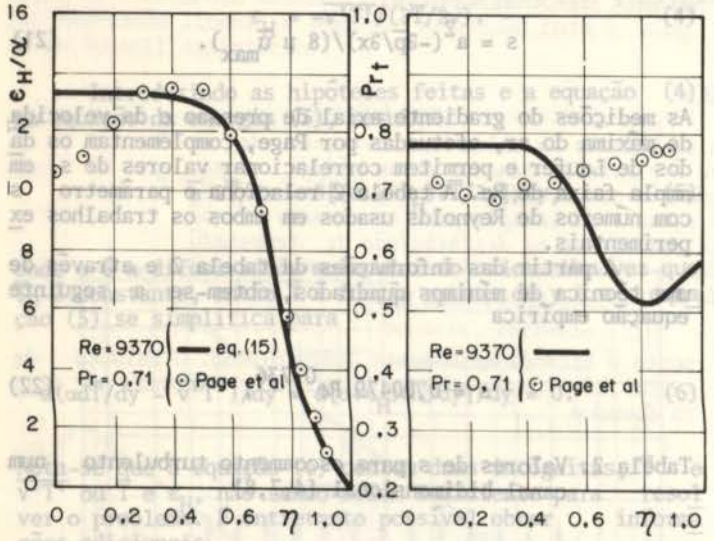


Figura 5. Perfil da difusividade turbulenta do calor

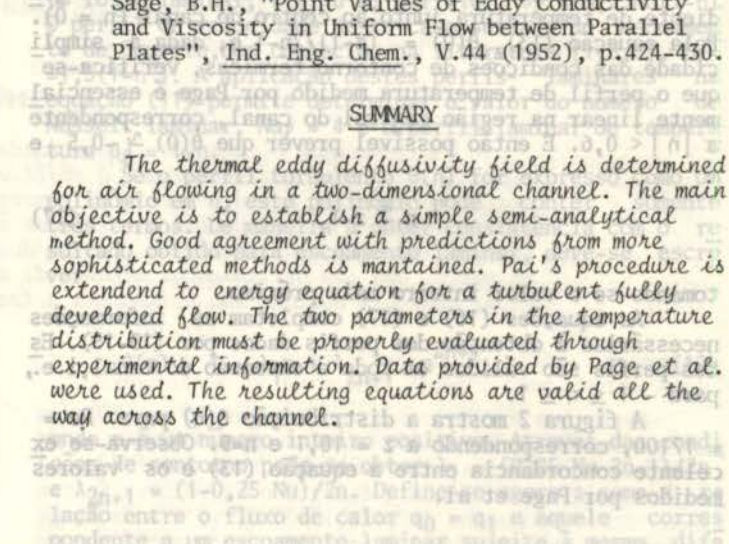


Figura 6. Perfil do número de Prandtl turbulento

CONCLUSÕES

Pode-se, a partir do estudo ora desenvolvido, tirar algumas conclusões de caráter geral:

1. É possível determinar distribuições contínuas e suaves de velocidade, temperatura e difusividades turbulentas a partir das equações de conservação e sem introduzir aproximações do tipo da distribuição logarítmica de velocidade.

2. O procedimento proposto por Pai [3] pode ser estendido a outras equações de conservação e a configurações de escoamento mais complexas [5].

3. É possível aplicar os resultados deste trabalho a outros problemas com condições de contorno térmicas diferentes e mais complexas.

4. A hipótese de número de Prandtl turbulento unitário, usualmente encontrada na literatura, é inconsistente com os resultados obtidos neste trabalho.

REFERÊNCIAS

[1] Kays, W.M., Convective Heat and Mass Transfer, Mac Graw-Hill Book Company, New York (1966).

[2] Kampe de Feriet, J. "Sur l'Écoulement d'un Fluide Visqueux Incompressible entre Deux Plaques Parallèles Indefinies", La Houille Blanche, V.23 (1948), p. 1-9.

[3] Pai, S.I. "On Turbulent Flow between Parallel Plates", J. Appl. Mech. V.20 (1953), p.109-114.

[4] Laufer, J., "Some Recent Measurements in a Two-Dimensional Turbulent Channel", J. Aeron.Sci, V.17 (1950), p.277-287.

[5] Araújo, P.M.S.e Vargas, A.S. "Escoamento Paralelo de Filme Líquido Laminar e Corrente Turbulenta de Ar num Canal", R.Bras. Cienc.Mec. - a ser aceito.

[6] Corcoran, W.H., Page Jr., F., Schlinger, W.G. e Sage, B.H., "Temperature Gradients in Turbulent Gas Streams", Ind. Eng. Chem., V.44 (1952), p. 410-419.

[7] Page Jr., F., Corcoran, W.H., Schlinger, W.G. e Sage, B.H., "Temperature and Velocity Distributions in Uniform Flow between Parallel Plates", Ind. Eng. Chem., V.44 (1952), p.419-424.

[8] Page Jr., F., Schlinger, W.G., Breaux, D.K. e Sage, B.H., "Point Values of Eddy Conductivity and Viscosity in Uniform Flow between Parallel Plates", Ind. Eng. Chem., V.44 (1952), p.424-430.

SUMMARY

The thermal eddy diffusivity field is determined for air flowing in a two-dimensional channel. The main objective is to establish a simple semi-analytical method. Good agreement with predictions from more sophisticated methods is mantained. Pai's procedure is extendend to energy equation for a turbulent fully developed flow. The two parameters in the temperature distribution must be properly evaluated through experimental information. Data provided by Page et al. were used. The resulting equations are valid all the way across the channel.

THERMOANEMOMETRY MEASUREMENTS AND COHERENT STRUCTURES IN A TURBULENT PLANE AIR JET

CARLOS A. THOMPSON, IME
MAURÍCIO N. FROTA, PUC/RJ
NIDE G.C.R. FICO JR., IME

SUMMARY

The organized motions in the near field of a turbulent plane jet under periodic controlled acoustic excitation have been investigated visually and experimentally by means of smoke-wire and hot wire techniques. In this work the Strouhal Number varied from 0.15 to 0.60 (Reynolds Number ranging from 29800 to 6750) and the time-dependent acoustic excitation varied from 0.5% to 49.0%. It has been found that the fundamental component attains its maximim for St_H = 0.18 at x/H = 4.0, along the center line. Flow visualization results proved to be a very powerful technique helping the understanding of the complex flow structures.

INTRODUCTION

Regardless sophistication in both experimental and theoretical advances, turbulance is still one of the unsolved areas in physics. Most flows occuring in nature are turbulent. The use of the Navier-Stokes equation is well accepted to describe the evolution of one particular realization of a turbulence flow. The nonlinearity of this equation and the averaging procedures used results in more unknowns than governing equations. Most "closure" attempts, which consist of introduction of hypotheses relating various statistical properties of the flow, have not been very successful. Experiments have significantly advanced the knowledge of details of the structure of turbulent flows. Hot-wire and flow visualization techniques are of great importance in the study concerning turbulent shear flows possessing a remarkable degree of organization. Free shear flows constitute a class of turbulent flows and need to be investigated before more complex flows of practical engineering interest can be understood. Incompressible, isothermal free shear flows, of great technological importance, is yet a simpler flow and is the topic under investigation.

THEORETICAL FUNDAMENTS

In a periodic turbulent flow, an instantaneous random signal, g(t) at a given point in space can be looked upon as the sum of three quantities [1]

$$g(t) = \bar{g} + \tilde{g}(t) + g'(t)$$

where $\bar{g}$ denotes the mean value, $\tilde{g}$ the instantaneous value due to periodic disturbance and g the instantaneous turbulent fluctuation. Obviously in a conventional turbulent flow, the variable $\tilde{g}$ is absent. The above de composition is an extension of the conventional model proposed by O. Reynolds where a turbulent signal is simply decomposed as the sum of a long time average signal plus a fluctuation component. This decomposition technique has successfully been adopeted by many investigators. The time average $\bar{g}$ is defined as

$$\bar{g} \equiv \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T g(t)\, dt$$

When there is a periodic component in a turbulent flow the identification of the mean, wave and turbulent fields requires introcution of the phase average as suggested in [1], and defined as

$$\langle g(t) \rangle \equiv \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} g(t+n\tau)$$

where τ is the period of the disturbance.

The background turbulence is assumed to be random and its contribution to the phase average of a large ensemble is, therefore, zero $\langle g \rangle = 0$. As a consequence of the definitions of time and phase average, it follows that the background turbulence and the periodic disturbances are uncorrelated. Using the time and phase averages, one can show that $\tilde{g}(t) = \langle g \rangle - \bar{g}$. Based upon this mathematical formulation the lock-in analyzer provides the rms value of the fundamental component of the overall turbulence signal.

EXPERIMENTAL SET UP

An open circuit type wind tunnel discharging air through (B=0.385 m, H=0.029 m, B/H ~ 13) was used. The slit is vertical and the jet discharged into an empty space. The tunnel consisting of a series of independently replaceble wooden modules equiped with flow straighteners, was driven by a 750 watts air blower running at 3450 rpm. Room air at approximately standard conditions was supplied, and by means of replaceble plates one could produce flow variation. (Center line exit velocity varying from 3 to 15 m/s). The contour of the nozzle was chosen to follow a third-order plynomial having zero first derivative-end conditions. All data have been taken using 4×10^{-6} m tungsten hot-wires at an overheat ratio of 1.4. A DISA 55M series constant temperature anemometer/linearizer system was used for processing the hot-wire signal.

The output signal from the turbulence processor was fed into a TWO PHASE VECTOR LOCK-IN-ANALYSER (LIA) to read phase and amplitude of the fundamental component provide the RMS amplitude and the phase of the respective component of the input signal at the same frequency as the reference sinusoidal signal. In the context of the present work, u'_{fe} denotes the fundamental component u'_f measured at the jet exit, U_e denotes the normalizing factor taken as the mean velocity also measured at the jet exit.

ANALYSIS OF THE RESULTS AND CONCLUSION

Figures 1a and 1b summarize the turbulence measurements performed in the turbulent plane jet, for a fixed value of the Strouhal Number (St_H = 0.18; R_H = = 22400) and different acoustic forcing levels (u'_{fe}/U_e = = 0.5, 1.0, 1.5 and 2.5%). These figures show the distribution of the fundamental component u'_f, educed from the normalized longitudinal coordinate x/H. Fig. 1a covers the region x/H < 2, defined as the "near-region flow", in the context of the present work. Fig. 1b covers a larger domain up to x/H = 10. According to Fig. 1a (St_H = 0.18; x/H < 2) one concludes that as the normalized amplitude (u'_{fe}/U_e) of the time-dependent acoustic forcing wave increases, the measured u'_f values also become larger. Physically this means that the

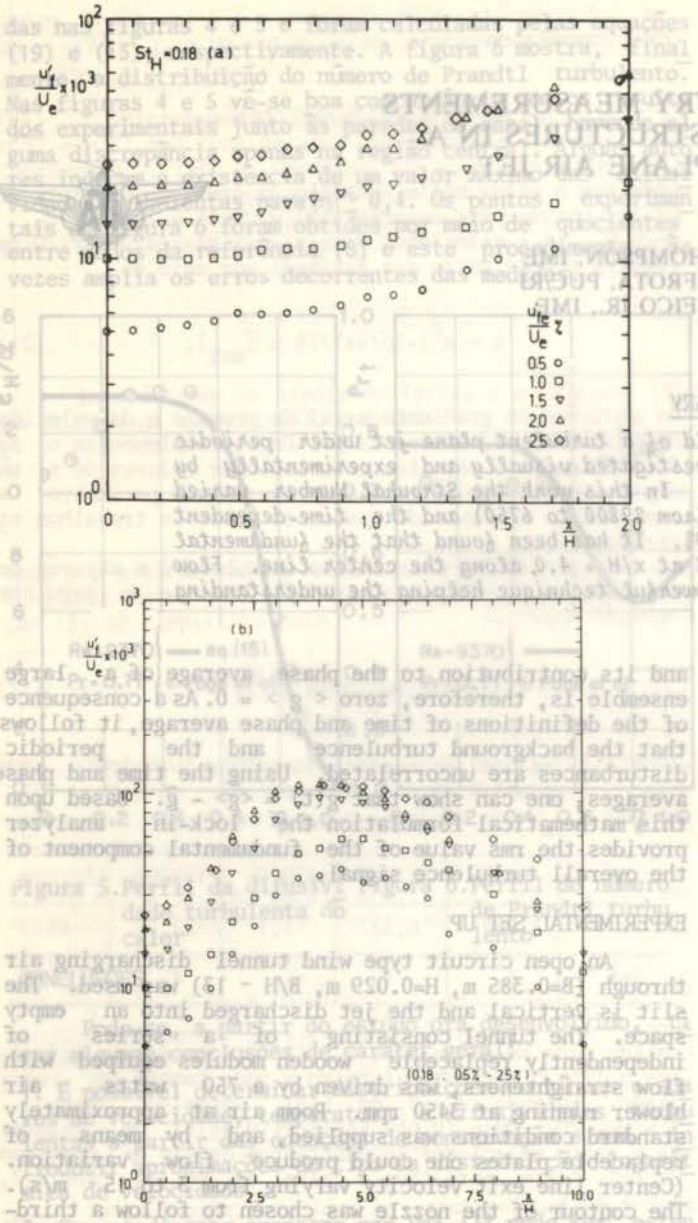


Fig. 1. Distribution of u'_f vs. x/H (St_H = 0.18)
(a) $0 \leq x/H \leq 2.0$; $0 \leq x/H \leq 10.0$

mean flow and the acoustical perturbation are loosing energy in a sinchronyzed manner to the fundamental component.

Fig. 1b, shows the same trend as Fig. 1a however only up to about x/H = 4, where the measured u'_f reach the maximum values, for all different "low" forcing levels investigated. The corresponding values of the peaks associated with the u'_f distributions seen in Fig. 1b reproduces, very closely, those values reported in [2]. The excellent agreement can be considered as a strong test of consistency once both works, developed in different laboratories, had been developed under quite different conditions (eg: the nozzle aspect ratio used in [1] was B/H = 44). Experimental difficulties, associated with limitation on the experimental apparatus did not allow data to be taken for acoustic forcing levels greater than 7.2% when the Strouhal Number was kept at 0.18. The power delivered to the loudspeaker is proportional to the product ($u'_{fe} \cdot U_e$).

Since U_e is kept constant in order to keep $St_H = f_H/U_e$ = constant (f = 70 Hz and H = 0.029 m, are also constants) one can conclude that there exists a maximum value of u'_{fe} for a given St_H and a certain power level. In the definition of the Strouhal Number f is the frequency of the perturbation (70 Hz in this work, which is the dominant resonant frequency identified in the cavity), H is the jet width and U_e is the jet mean velocity measured at the nozzle exit.

In order to obtain high excitation amplitude to disturb the jet one is forced to increase the Strouhal Number.

Fig. 2 ilustrates data taken in the region $x/H \leq 2.0$ for $St_H = 0.60$ ($R_H = 6750$), and acoustic forcing varying from 05 to 10%. Fig. 2 shows many experiments. Lets first consider only the "low" forcing levels (0.5% to 2.5%) seen in this figure. It is worty considering the dramatic change in the fundamental component of the turbulence flow structure when, for a given forcing level, one changes the Strouhal Number. Notice that there exist a "valley" in this plot corresponding to the larger Strouhal Number, $St_H = 0.60$, not seen in the corresponding tlow Strouhal Number. Considering all the data in Fig. 2 one may appreciate the strong effect caused by the level of the acoustic forcing on the rms value of the fundamental component u'_f. Around x/H = 1.0, $St_H = 0.60$, the u'_f/U_e value increases from 0.008 to 0.1 when the forcing level only changes from 0.5 to 10%.

If the Strouhal Number is kept constant, $St_H = 0.60$ and the forcing level is allowed to increase even further up to 49% about the same

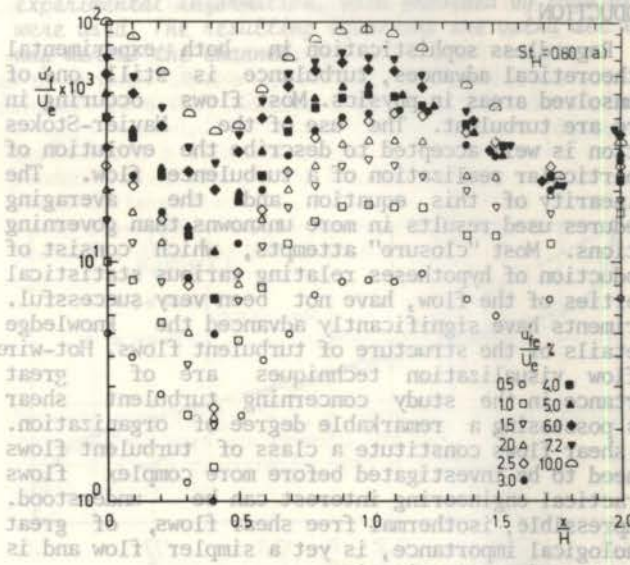


Fig. 2. Distribution u'_f vs. x/H (St_H = 0.60)
$x/H \leq 2.0$; $0.5\% \leq u'_{fe}/U_e \leq 10\%$

behaviour is observed (see Fig. 3).

Analysis of similar results for St_H = 0.18 and St_H = 0.60 could suggest that somehow, the Strouhal Number seems to set the shape of the u'_f distribution while the level of the forcing would change the magnitude of the u'_f/U_e values. In reality this is not quite so. A careful analysis of much more data available elsewhere [3] shows that the "valleys", which seems to appear around St_H = 0.25, are also affected by the level of the intensity.

From Fig. 4 it is clear that, for St_H = 0.25, up to u'_{fe}/U_e = 6%. The u'_f/U_e distribution increases monotonically with x/H but beyond this forcing level a "valley shaped distribution" is noticed. As mentioned the Strouhal Number (f_H/U_e) was obtained by selecting different nozzle exit mean velocity which implies in different Reynolds Number ($R_H = U_e H/\nu$). As a result it becomes difficult to isolate any individual dependence of the Reynolds Number. Current ongoing research, where the Strouhal Number is varied by means of a change in the frequency f (H and U_e kept constant) is in progress. It is important however to realize the experimental difficulties which arise from the choise of the frequency, since the frequency might be selected from the resonant frequencies of the cavity, in order to produce high values of u'_{fe}.

Physically the presence of the above mentioned "valleys" associated with the distributions of the

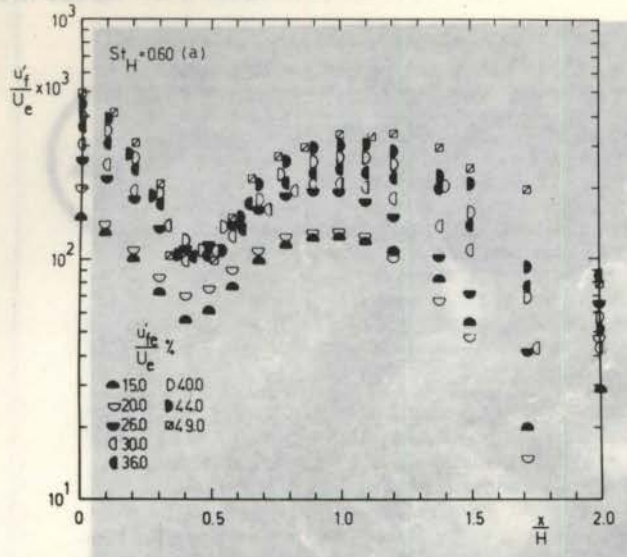


Fig. 3. Distribution of u'_f vs. x/H (St_H = 0.60)
x/H ≤ 2.0 ; 15% ≤ u'_{fe}/U_e ≤ 49%

fundamental component of the overall disturbed turbulence signal, is directly associated which the

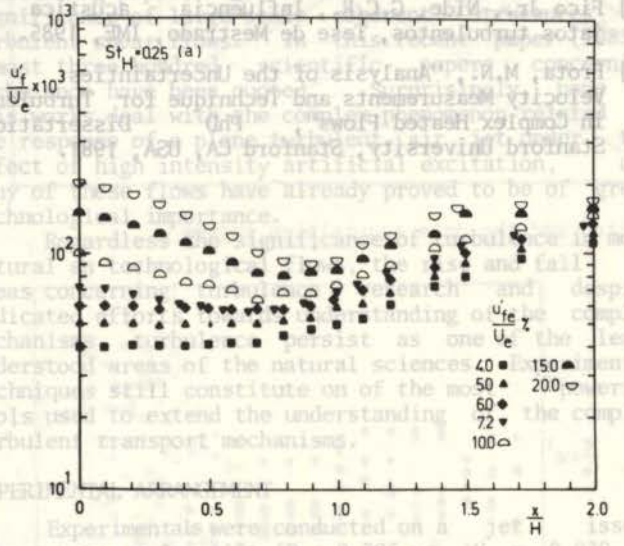


Fig. 4. Distribution of u'_f vs. x/H (St_H = 0.25)
x/H ≤ 2.0 ; 4% ≤ u'_{fe}/U_e ≤ 20%

derivative du_f/dx which seems to suggest a sort of regeneration mechanism taken place. Thus, this paper describes the response of the planar turbulent jet to "low" and "high" acoustic perturbation, clearly demonstrates that the disturbance level actually play an important role.

Fig. 5 is an "envelope plot" of the u'_f distribution corresponding to the lowest (St_H = 0.15 ; R_H = 29800) and highest (St_H = 0.60 ; R_H = 6750) Strouhal Number investigated [3]. Available data concerning u'_f distribution for St_H = 0.15 (R_H = 29800) and St_H = 0.18 (R_H = 22400) display a minor difference in behaviour. This figure summarizes all data concerning a forcing level ranging from 0.5% to 7.2%. This forcing range was selected accordingly to the available St_H = 0.15 data. This compact format of organizing the results proved to be a very powerful tool of analyzing a large amount of data.

In addition of quantitatively analyzing the turbulent plane jet, smoke-wire flow visualization tests were performed in order to provide a better understanding of the complex turbulent transport mechanisms involved.

Fig. 6 ilustrates a turbulent shear flow, forced at u'_{fe}/U_e = 40% for St_H = 0.60. This figure clearly pictures the flow field showing the complex vortex interaction mechanisms and the different regions concerning the vortex rool up, the mixing layer and the region when the vortices actually break down. Comparison between quantitative and qualitative results lead to interesting results. Notice, for instance, that for St_H = 0.60 and forcing u'_{fe}/U_e = 40% (see Fig. 3) the maximum u'_f/U_e value occurs around x/H = 1.0 which coincides in Fig. 6 with the region where a very strong

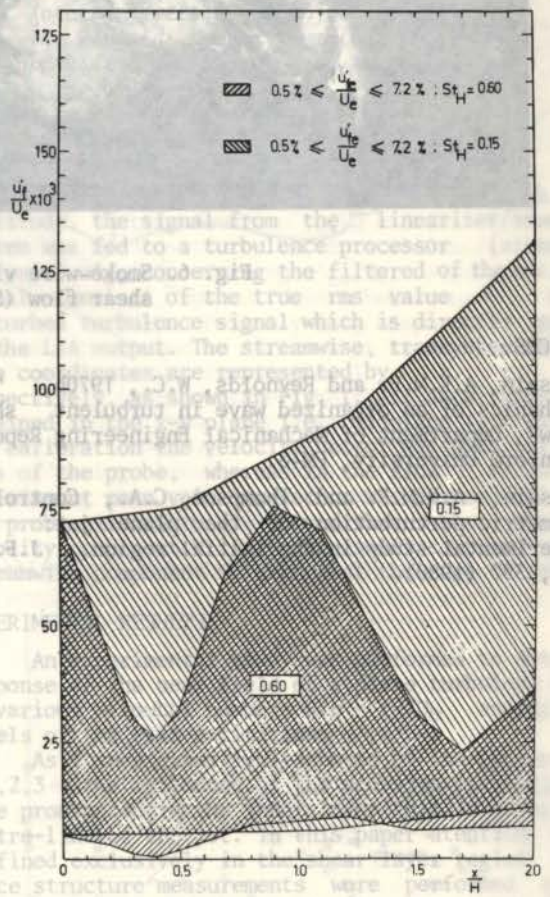


Fig. 5. u'_f operable domain for St_H = 0.15 and St_H = 0.60

vortex formation takes place (very closely, the center of the vortez nearest the jet exit is located at about x = H). Undoubtedly, the technique of flow visualization wil significantly enhance the understanding of turbulent shear flow.

A careful uncertainty analysis on measurements of turbulence components indicated that the fundamental u'_{fe} measurements were obtained within 8%. Themean flow was measured within 4% [4].



Fig. 6. Smoke-wire visualization of the turbulent shear flow (St_H = 0.60 ; u'_{fe}/U_e = 40%)

REFERENCES

[1] Hussain, A.K.M.F. and Reynolds, W.C., 1970b, "The mechanics of an organized wave in turbulent shear flow", Department of Mechanical Engineering Report, Stanford University, FM-6.

[2] Hussain, A.K.M.F. and Thompson, C.A., Controlled symmetric perturbation of the plane jet: an experimental study in the initial region, J.F.M., 100, 397 (1980).

[3] Fico Jr., Nide, G.C.R., Influência acústica em jatos turbulentos, Tese de Mestrado, IME, 1985.

[4] Frota, M.N., "Analysis of the Uncertainties Velocity Measurements and Technique for Turbulence in Complex Heated Flows", PhD Dissertation, Stanford University, Stanford CA, USA, 1981.

SHEAR LAYER TURBULENCE MEASUREMENTS ON A ARTIFICIALLY EXCITED PLANE AIR JET

CARLOS A. THOMPSON, IME
MAURÍCIO N. FROTA, PUC/RJ
ALEX GUIMARÃES AZEVEDO, UGF

SUMMARY

The response of a plane turbulent air jet is experimentally investigated, under the effect of periodic artificial excitations. Measurements of turbulence structure by means of thermoanemometry are conducted at several forcing levels u'_{fe}/U_e (0.5 to 40%) and different Strouhal Numbers, $0.15 < St_H < 0.60$. The Reynolds Number varied from 6700 to 27000. A complex mechanism of turbulence suppression was observed in the near flow region.

INTRODUCTION

The complex mechanisms associated to the instability and transition of plane and circular jets have extensively been investigated by theoretical and experimental means. Hussain | 1 |, in a unique outstanding paper, describes about the nature and significance of large-scale coherent structures in turbulent shear flows. In this recent paper (1983), almost three hundred scientific papers concerning turbulence have been quoted. Surprisingly, none of this works deal with the complex phenomenon related to the response of a plane turbulent air jet under the effect of high intensity artificial excitation, and many of these flows have already proved to be of great technological importance.

Regardless the significance of turbulence in most natural an technological flows, the rise and fall of ideas concerning turbulence research and despite dedicated efforts towards understanding of the complex mechanisms, turbulence persist as one of the least understood areas of the natural sciences. Experimental techniques still constitute on of the most powerful tools used to extend the understanding of the complex turbulent transport mechanisms.

EXPERIMENTAL ARRANGEMENT

Experimentals were conducted on a jet issued from a rectangular slit (B = 0.385 m; H = 0.029 m) having an aspect ratio of about 13. The general layout is shown in Fig. 1, together with the necessary nomenclature. As pictured, upstream of the flow nozzle exit, the flow was artificially excited. For the artificial excitation of fluctuations in the flow, a 100 watts - audio amplifier/ loudspeaker system excited by a signal generator (periodic sinusoidal signal) was attached to the wind tunnel settling chamber, normally to the flow direction. Therefore, the flow was acoustically disturbed and the intensity of sound was uniform throughout the test section. Results of a linear spectral analysis revealed that for a given power used (~100 watts), 70 Hz was the resonant frequency, identified in the jet cavity, which induced the larger value of the turbulence u'_t (u'_t is the rms value of the streamwise turbulence fluctuating signal).

Turbulence information as well as mean velocity distributions at the slit plane were obtained by means of a thermoanemometer hot-wire system. The sensing hot -wire element was a gold ended platinum plated tungsten wire, 4 μm in diameter and about 1.5 mm in length.

The rms amplitude and phase of the fundamental component in the velocity signal in the jet were determined by a Two Phase/Vector Lock-in-Amplifier(LIA) to which the function generator driving the speaker provided the reference signal. To measure high wave amplitude, the signal from the linearizer/anemometer system was fed to a turbulence processor (atenuator). The value u'_{fe} concerning the filtered of the excitation signal, consists of the true rms value overall disturbed turbulence signal which is directly provided at the LIA output. The streamwise, transverse and spanwise coordinates are represented by x, y and z respectively, as shown in Fig. 1. All data reported were obtained in the x-y plane i.e., midplane (z = 0). In the calibration the velocity vector was parallel to the axis of the probe, whereas in the flow field the entrainment mean velocity vector was perpendicular to the probe axis. Sato |1| showed that the transverse velocity component V is rather small compared with the streamwise component U, except at the edge of the jet.

EXPERIMENTAL RESULTS

An experimental study was performed to obtain the response of the near field of a plane turbulent air jet at various Strouhal numbers $St_H = fH/U_e$ and different levels of the exit excitations u'_{fe}/U_e.

As it was exaustively showed by independent works | 1,2,3 | the influence of the acoustic excitation is more pronounced in the shear layer than is along the centre-line of the jet. In this paper atention will be confined exclusively in the shear layer region. Turbulence structure measurements were performed at the locations $(x, y_{0.5})$ where x is the streamwise distance measured along the longitudinal axis and $y_{0.5}$ denotes, for each x location, the position where the local unperturbed mean velocity is 50% of the unperturbed mean velocity measured along the x axis, at the same x value i.e., for the present paper "shear layer" is understood to be the *geometric locus* defined by the unperturbed flow field where $U/U_C = 0.5$ (in the scientific literature also denoted by "half breadth"). The Strouhal Number $St_H = fH/U_e$ was varied by changing the wind tunnel air speed, U_e. Except for the U_e value, in the present work the other parameters defining the Strouhal Number are kept constant, f = 70 Hz and H = 0.029 mm. In this sense the Strouhal Number is also an alternative measurement of the Reynolds Number based upon the width of the jet slit. Nine different flow regimes were investigated (see table I). As explained in |2|, for a given power delivered to the loudspeaker, the forcing level u'_{fe}/U_e is restricted to a certain maximum value. Table I also summarizes the forcing level range corresponding to each St_H tested.

Fig. 2 (a and b) show the normalized unforced rms longitudinal turbulence velocity fluctuation u'/U_e distribution along the normalized distance away from the jet exit, for differente flow regimes. Figure 2a shows the region x/H < 2.0 while figure 2b shows a

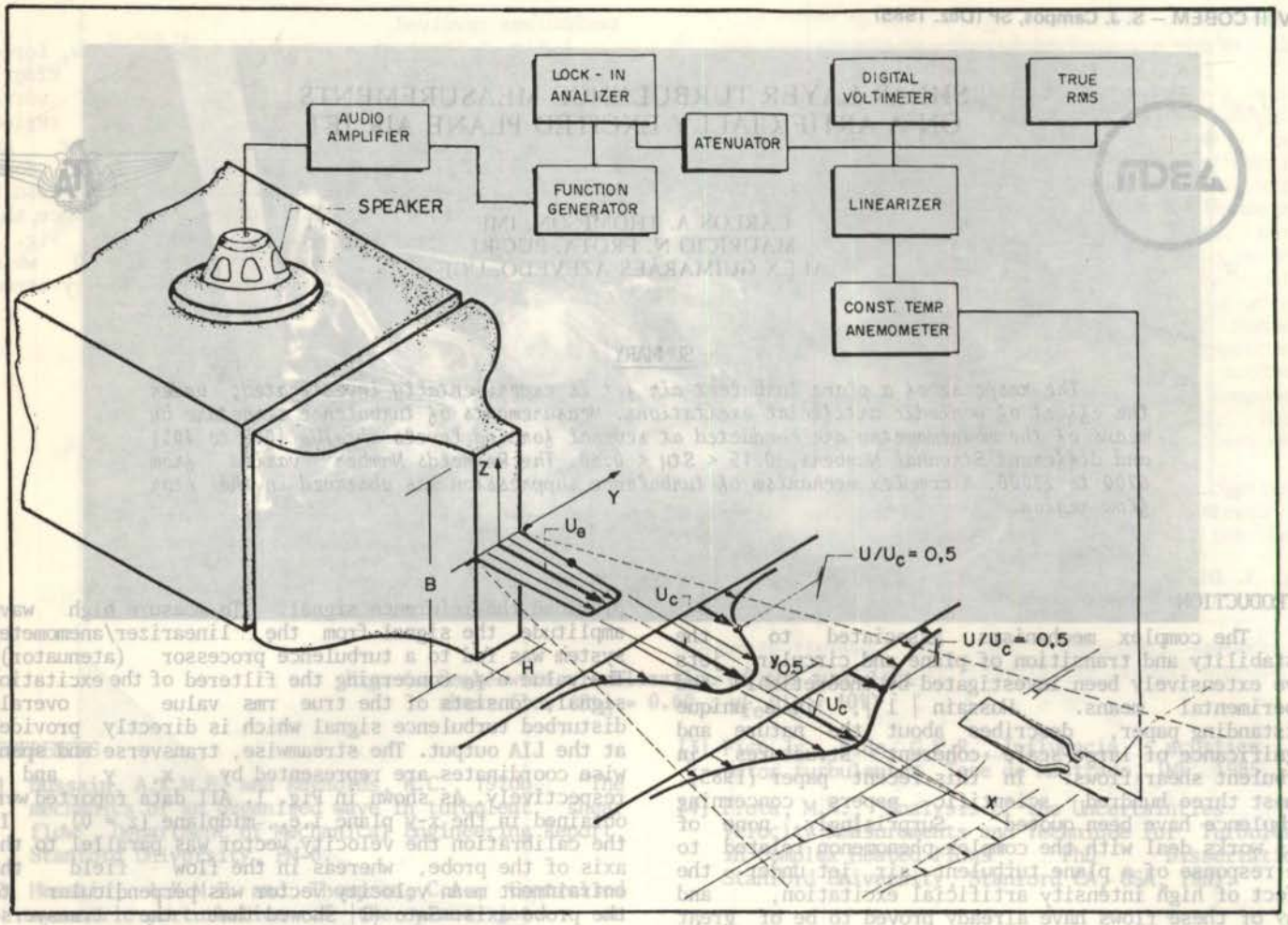


Figure 1. The plane air jet artificially excited and the data acquisition system

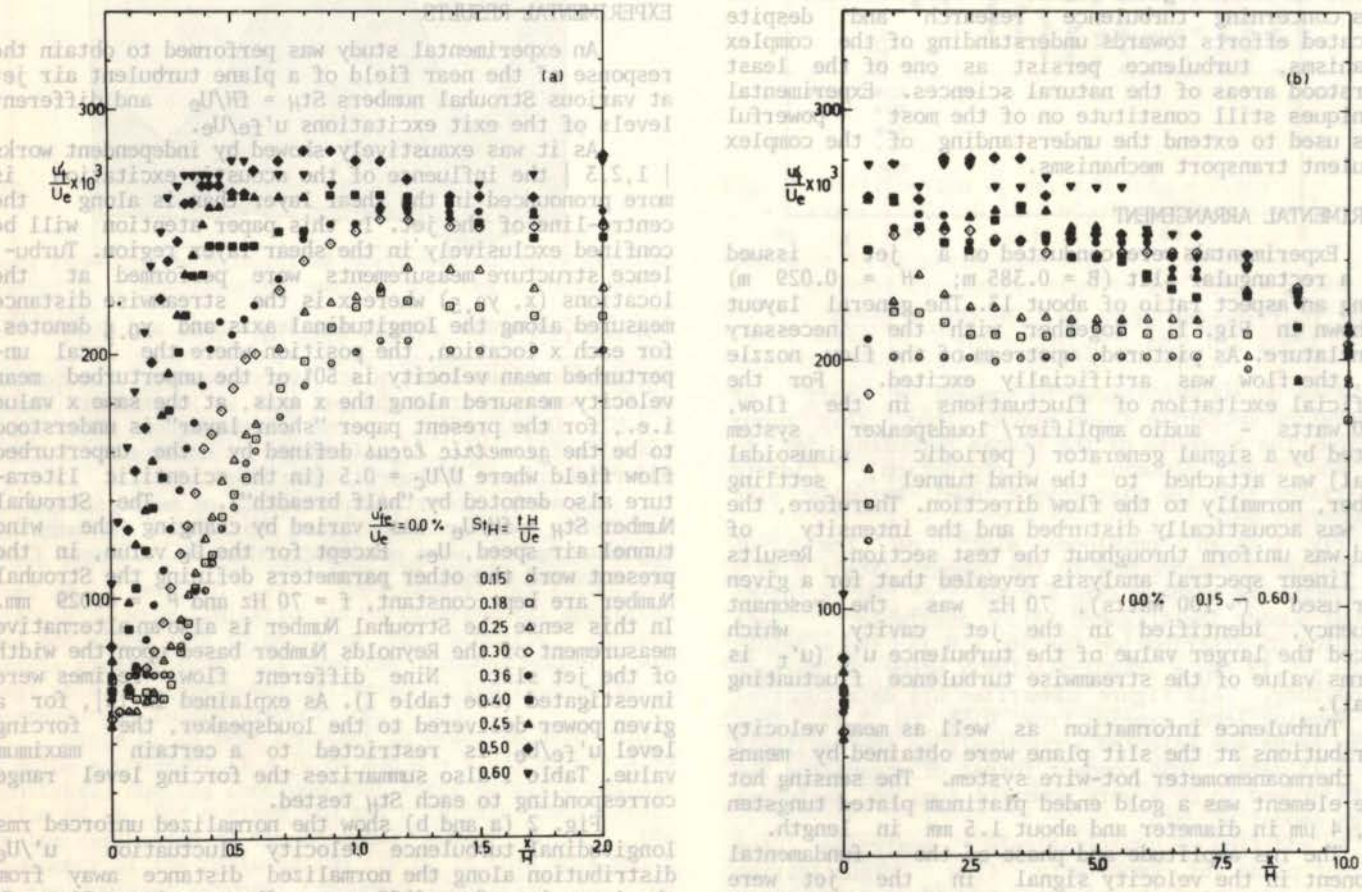


Figure 2. Unforced turbulence measurements: (a) $0 \leq x/H \leq 2.0$; (b) $0 \leq x/H \leq 10.0$

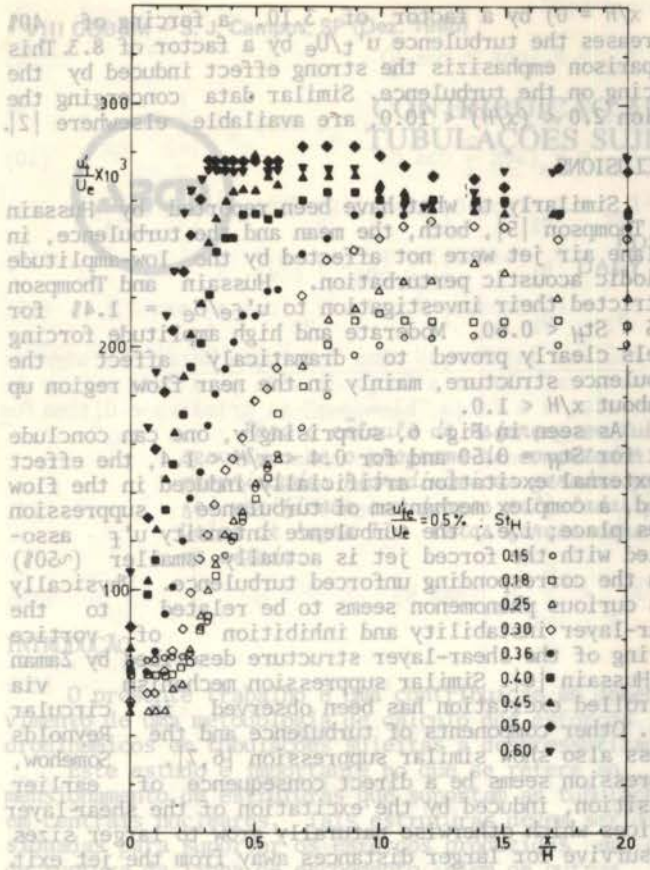


Figure 3. Forced turbulence measurements
$u'_{fe}/U_e = 0.5\%$; $0 \leq x/H \leq 2.0$; $0.15 \leq St_H \leq 0.60$

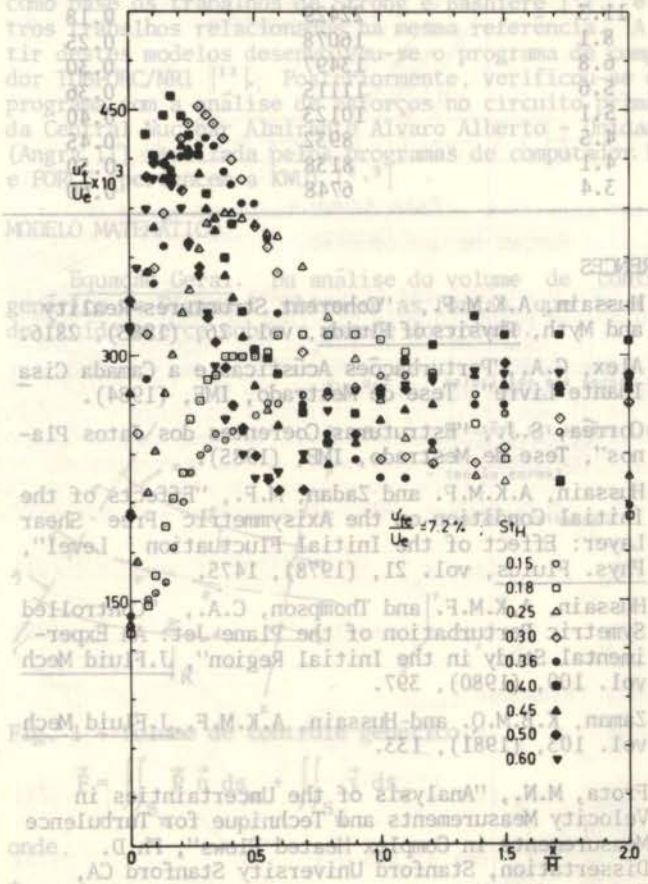


Figure 4. Forced turbulence measurements
$u'_{fe}/U_e = 7.2\%$; $0 \leq x/H \leq 2.0$; $0.15 \leq St_H \leq 0.60$

larger domain, i.e., $x/H < 10.0$. Notice the importance of figure 2b to better visualize the behaviour of the turbulence distribution in the very near region. As seen, the effect of the Reynolds Number (Strouhal Number) is remarkable. Physically the unperturbed turbulence distritutions, for the different regimes given in Fig. 2, are very important in order to state the initial condition of the unforced free shear layer stablished at the jet exit plane. Although there is, as yet, no consensus on the measures necessary to precisely identify, the initial condition |4|, very likely, there is no such a unique list of important physical parameters. This figure also provides the base-line data set for comparison with the corresponding forced cases. For the sake of comparison similar data concerning the same flow regimes (therefore the same St_H range) are presented in Fig. 3 but for a very "low" forcing level $u'_{fe}/U_e = 0.5\%$. As seen almost none effect seems to be present (although the same behaviour can be appreciated also in the whole region $0 < x/H < 10.0$ | 2 |, due to space limitation one have only included data concerning the expanded region $x/H < 2.0$, the subscript "t" in u'_t denotes total turbulence been measured; i.e., turbulence in presence of the time-dependent acoustic perturbation forcing the jet.

Fig. 4 shows the effect on the turbulence of a "moderate" forcing level, $u'_{fe}/U_e = 7.2\%$. It is worthy comparing the sensitivity of the turbulence intensity on the level of the forcing u'_{fe}/U_e. Figures 3 and 4, both for $x/H < 2$, show different behaviour for the same St_H range studied. Probably this comparison could be used as a criterion to define what sould be meant by a "low" or "moderate" forcing level.

Fig. 5 is an envelope-kind plot summarizing all turbulence data shown in Figures 3 and 4, corresponding to the "low" ($u'_{fe}/U_e = 0.5\%$) and "moderate" ($u'_{fe}/U_e = 7.2\%$) forcing levels, for all St_H investigated. Considering that the unforced and the 0.5% forced turbulence data sets are almost the same (compare Fig. 2 and Fig. 3), one can also refer to Fig. 5 as the actual effect of a moderate forcing on measurements of the normalized rms longitudinal turbulence fluctuations

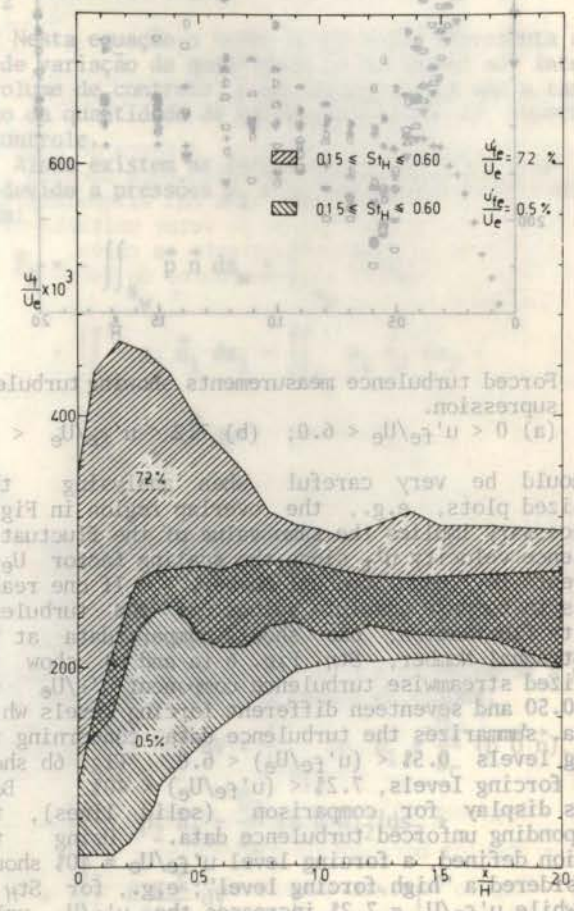


Figure 5. Operable domain concerning measurements

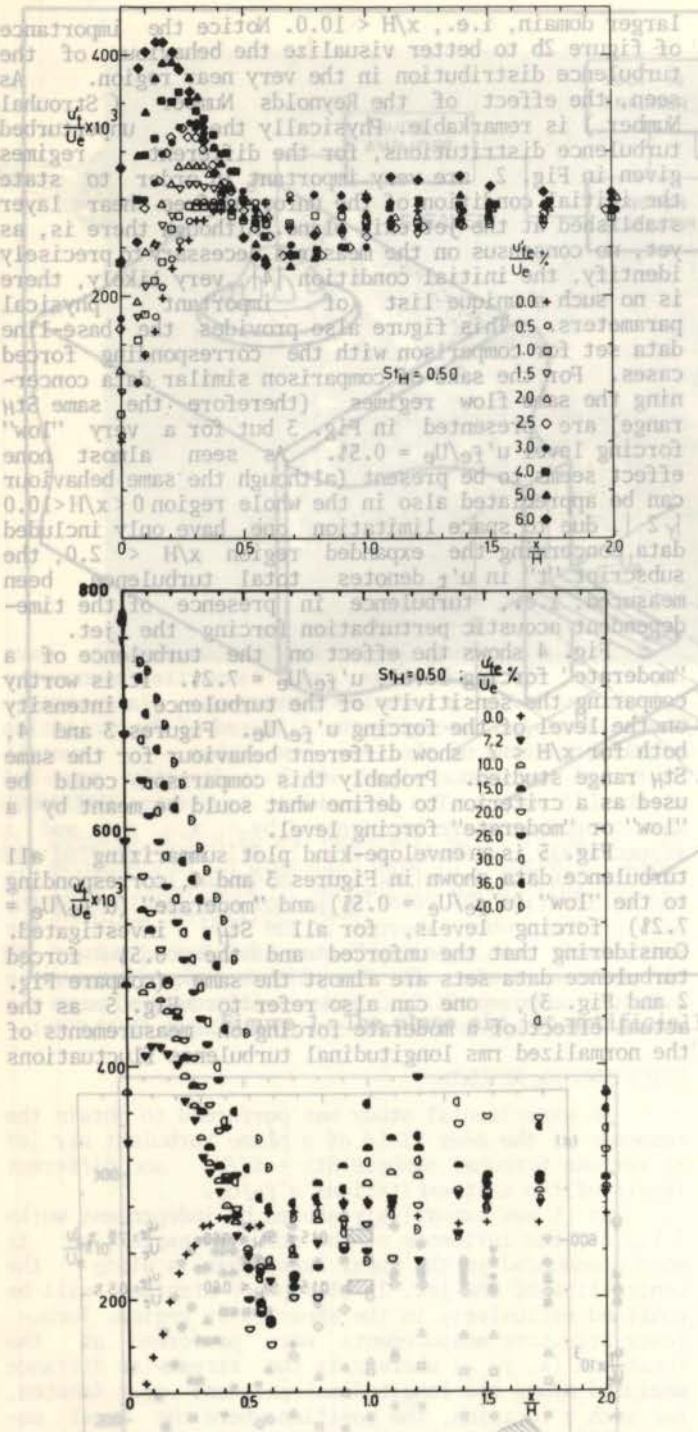


Fig 6. Forced turbulence measurements showing turbulence supression.
(a) $0 < u'_{fe}/U_e < 6.0$; (b) $7.2 < u'_{fe}/U_e < 40\%$

One should be very careful when analysing this normalized plots, e.g., the overlap region in Fig. 5 not necessary implies the same value of the fluctuating turbulence velocity u'_t since the scaling factor U_e is different for each Strouhal Number. If one really desires to compare absolute values of the turbulence velocity fluctuation, one should compare data at the same Strouhal Number, St_H. Fig. 6 (a and b) show the normalized streamwise turbulence component u'_t/U_e for $St_H = 0.50$ and seventeen different forcing levels while Fig. 6a. summarizes the turbulence data concerning the forcing levels $0.5\% < (u'_{fe}/U_e) < 6.0$, Fig. 6b shows larger forcing levels, $7.2\% < (u'_{fe}/U_e) < 40\%$. Both figures display for comparison (solid lines), the corresponding unforced turbulence data. Using the criterion defined, a forcing level $u'_{fe}/U_e = 40\%$ should be considered a "high forcing level"; e.g., for $St_H = 0.50$, while $u'_{fe}/U_e = 7.2\%$ increases the u'_t/U_e value (at $x/H = 0$) by a factor of 3.10, a forcing of 40% increases the turbulence u'_t/U_e by a factor of 8.3. This comparison emphasizis the strong effect induced by the forcing on the turbulence. Similar data concerging the region $2.0 < (x/H) < 10.0$, are available, elsewhere |2|.

CONCLUSIONS

Similarly to what have been reported by Hussain and Thompson |5|, both, the mean and the turbulence, in a plane air jet were not affected by the low-amplitude periodic acoustic perturbation. Hussain and Thompson restricted their investigation to $u'_{fe}/U_e = 1.4\%$ for $0.15 < St_H < 0.60$. Moderate and high amplitude forcing levels clearly proved to dramaticaly affect the turbulence structure, mainly in the near flow region up to about $x/H < 1.0$.

As seen in Fig. 6, surprisingly, one can conclude that for $St_H = 0.50$ and for $0.4 < x/H < 1.4$, the effect of external excitation artificially induced in the flow field, a complex mechanism of turbulence suppression takes place; i.e., the turbulence intensity u'_f associated with the forced jet is actually smaller ($\sim$50%) than the corresponding unforced turbulence. Physically this curious phenomenon seems to be related to the shear-layer instability and inhibition of vortice pairing of the shear-layer structure described by Zaman and Hussain |6|. Similar suppression mechanism via controlled excitation has been observed in circular jets. Other components of turbulence and the Reynolds stress also show similar suppression |6,7|. Somehow, suppression seems be a direct consequence of earlier transition, induced by the excitation of the shear-layer vortices which otherwise naturally grow to larger sizes and survive for larger distances away from the jet exit.

TABLE 1. Jet Characterist Parameters

U_e(m/s)	$R_H = \frac{U_e H}{\nu}$	$St_H = \frac{fH}{U_e}$
13.5	29796	0.15
11.3	22429	0.18
8.1	16078	0.25
6.8	13497	0.30
5.6	11115	0.36
5.1	10123	0.40
4.5	8932	0.45
4.1	8138	0.50
3.4	6748	0.60

REFERENCES

|1| Hussain, A.K.M.F., "Coherent Structures-Reality and Myth, Physics of Fluids, vol. 26, (1983), 2816.

|2| Alex, G.A.,"Perturbações Acústicas e a Camada Cisalhante Livre", Tese de Mestrado, IME, (1984).

|3| Corrêa, S.J., "Estruturas Coerentes dos Jatos Planos", Tese de Mestrado, IME, (1985).

|4| Hussain, A.K.M.F. and Zadan, M.F., "Effects of the Initial Condition on the Axisymmetric Free Shear Layer: Effect of the Initial Fluctuation Level", Phys. Fluids, vol. 21, (1978), 1475.

|5| Hussain, A.K.M.F. and Thompson, C.A., "Controlled Symetric Perturbation of the Plane Jet: An Experimental Study in the Initial Region", J.Fluid Mech vol. 100, (1980), 397.

|6| Zaman, K.B.M.Q. and Hussain, A.K.M.F., J.Fluid Mech vol. 103, (1981), 133.

|7| Frota, M.N., "Analysis of the Uncertainties in Velocity Measurements and Technique for Turbulence Measurements in Complex Heated Flows", Ph.D. Dissertation, Stanford University Stanford CA, U.S.A., (1981).

CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DE ESFORÇOS EM TUBULAÇÕES SUJEITAS A DESPRESSURIZAÇÃO

EDSON KURAMOTO
DALY ESTEVES DA SILVA
CNEN

SUMÁRIO

Para o cálculo de esforços em tubulações sujeitas a fortes despressurizações, desenvolveu-se o programa de computador TUBFORC/NR1, o qual utilizará os históricos das propriedades hidrodinâmicas geradas pelo programa TRAC/PD2. O programa desenvolvido foi verificado com forças calculadas pelo programa FORCE, da KWU, para o projeto da Usina de Angra II. Estas forças constam do relatório de Análise de Acidentes da Usina citada.

INTRODUÇÃO

O presente trabalho é uma contribuição ao desenvolvimento de uma metodologia de cálculo dos esforços hidrodinâmicos em tubulações sujeitas a despressurizações.

Este estudo é importante no que se refere ao dimensionamento de estruturas que suportam as tubulações, em centrais nucleares. Tais estruturas devem ser dimensionadas para suportar os esforços produzidos em caso de ruptura da linha de escoamento, além de outros esforços externos. A partir dos esforços hidrodinâmicos se faz a análise de tensão para dimensionamento das estruturas.

Com este intuito, desenvolveram-se os modelos para o cálculo dos esforços num sistema de tubulação, tendo como base os trabalhos de Strong e Bashiere [5], e outros trabalhos relacionados na mesma referência. A partir destes modelos desenvolveu-se o programa de computador TUBFORC/NR1 [13]. Posteriormente, verificou-se este programa com a análise de esforços no circuito primário da Central Nuclear Almirante Alvaro Alberto - Unidade 2 (Angra II) realizada pelos programas de computador LECK e FORCE (pertencem a KWU) [8,9].

MODELO MATEMÁTICO

Equação Geral. Da análise do volume de controle genérico da Figura 1, obtem-se as forças que o fluxo de fluido exerce sobre a parede do volume.

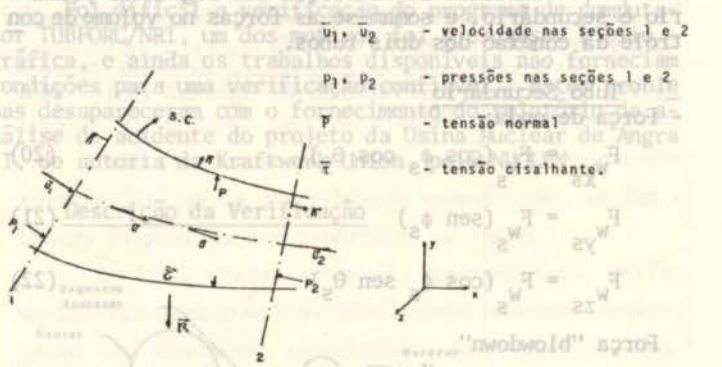


Fig. 1 - Volume de controle genérico.

$$\vec{F} = \iint_{S_w} \vec{P}\,\vec{n}\,ds_w + \iint_{S_w} \vec{\tau}\,ds_w$$

onde,

$\vec{P}$ - tensão normal

$\vec{\tau}$ - tensão cisalhante

O primeiro termo é a contribuição da tensão normal, devido a pressão hidrostática, e o segundo termo é a tensão cisalhante, devido ao atrito.

Da equação da quantidade de movimento escreve-se a força atuante no interior do fluido:

$$\vec{F}_f = \frac{\partial}{\partial t}\iiint_V \rho\,\frac{\vec{U}}{g_c}\,dV + \iint_{s_1} \frac{\vec{U}_1}{g_c}\,(\rho\,\vec{U}\,\vec{n})_1\,ds_1 + \iint_{s_2} \frac{\vec{U}_2}{g_c}\,(\rho\,\vec{U}\,\vec{n})_2\,ds_2 \quad |2,3,5,7| \qquad (2)$$

onde,

ρ - densidade do fluido
g_c - fator de conversão de unidade
V - volume
s_1, s_2 - áreas das seções 1 e 2

Nesta equação o termo da derivada representa a razão de variação da quantidade de movimento no interior do volume de controle, e os outros termos são a taxa de fluxo da quantidade de movimento através da superfície de controle.

Ainda existem as forças sobre o fluido, e as forças devido a pressões p_1 e p_2 nas seções de entrada e saída:

$$\vec{F}_f = -\iint_{s_w} \vec{p}\,\vec{n}\,ds_w - \iint_{s_w} \vec{\tau}\,ds_w - \iint_{s_1} p_1\,\vec{n}_1\,ds_1 - \iint_{s_2} p_2\,\vec{n}_2\,ds_2 - \iiint_V \frac{\rho\,g\,\vec{k}}{g_c}\,dV \quad |2,3,5,7| \qquad (3)$$

onde,

g - aceleração da gravidade
p_1, p_2 - pressão
$\vec{n}$ - vetor normal
$\vec{k}$ - vetor direção da aceleração

Combinando as equações (1, 2 e 3) obtem-se a equação da força total sobre a parede do volume:

$$\vec{F} = \frac{\partial}{\partial t}\iiint_V \frac{\rho\,\vec{U}}{g_c}\,dV + \iint_{s_1} \left|p_1\,\vec{n}_1 + \frac{\vec{U}_1}{g_c}\,(\rho\,\vec{U}\,\vec{n})_1\right| ds_1 + \iint_{s_2} \left|p_2\,\vec{n}_2 + \frac{\vec{U}_2}{g_c}\,(\rho\,\vec{U}\,\vec{n})_2\right| ds_2 + \iiint_V \frac{\rho\,g\,\vec{k}}{g_c}\,dV \quad |1,2,3,4,7| \qquad (4)$$

Nesta equação as velocidades e derivadas são obtidas em relação ao volume de controle fixo no espaço inercial. As integrais de superfície são integradas nas superfícies de entrada e saída, enquanto as integrais de volume são efetuadas em todo o volume.

Método de Solução. Considerando que:
- As forças serão calculadas a partir dos históricos das propriedades geradas por programas de computador termohidráulico, como RELAP4 |11|, RELAP5 |12| e TRAC |10|;
- As propriedades densidade, velocidade e fração de vazio são constantes na seção de área;
- No volume de controle as propriedades serão representadas por valores médios;
- O fluxo é unidimensional, na direção do eixo da tubulação;
- O sistema de coordenadas é tridimensional;
- Densidade, velocidade e fração de vazio dependem somente do tempo, no volume considerado.

Não existe a preocupação de convergência, pois o objetivo é discretizar as equações para utilizar os dados discretos, gerados por algum programa de computador de análise termohidráulica. Então, aplicando-se o método de diferenças finitas avançada no primeiro termo da equação (4), tem-se:

$$\vec{F}_w = \{|\bar{\rho}_{f_t}\ \vec{U}_{f_t}(1-\bar{\alpha}_t) + \bar{\rho}_{s_t}\ \vec{U}_{s_t}\ \bar{\alpha}_t| - |\bar{\rho}_{f_{t+1}}\ \vec{U}_{f_{t+1}}(1-\bar{\alpha}_{t+1}) + \bar{\rho}_{s_{t+1}}\ \vec{U}_{s_{t+1}}\ \bar{\alpha}_{t+1}|\}\frac{1}{g_c} \quad (5)$$

$$\vec{F}_B = |p_t + \frac{\rho_{f_t}\vec{U}^2_{f_t}}{g_c}(1-\bar{\alpha}_t) + \bar{\rho}_{s_t}\vec{U}^2_{s_t}\frac{\bar{\alpha}_t}{g_c}|\vec{n} \quad (6)$$

$$\vec{F}_G = |\bar{\rho}_{f_t}(1-\bar{\alpha}_t) + \bar{\rho}_{s_t}\bar{\alpha}_t|\frac{g\,\vec{k}\,A\,\ell}{g_c} \quad (7)$$

F_w - Força de Onda
F_B - Força "blowdown"
F_G - Força de Gravidade
f - Fase líquida
s - Fase vapor
A - Área de seção do VC
ℓ - Comprimento do VC

MODELO DOS ELEMENTOS DE UM SISTEMA DE TUBULAÇÃO

Análise das Forças na Curva. A força de onda atua no prolongamento dos eixos, dirigida para fora da curva . A força "blowdown" atua nas extremidades dos segmentos da curva, na direção do vetor unitário de área. Assume-se velocidade constante na curva.

Da Figura 2 tem-se as componentes da força de onda e "blowdown".

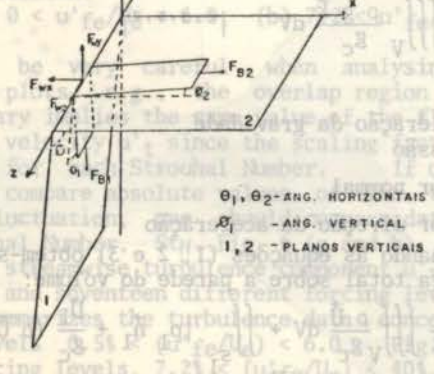


Fig. 2 - Representação das forças em uma curva.

θ_1, θ_2 - ângulos horizontais das pernas 1 e 2
ϕ_1 - ângulo vertical da curva
1,2 - planos vertical e horizontal

onde $\beta = \phi/2$

$$F_{wx} = F_w(\cos\beta\ \cos\frac{\theta}{2}) \quad (8)$$

$$F_{wy} = F_w(\text{sen}\ \beta) \quad (9)$$

$$F_{wz} = F_w(\text{sen}\ \frac{\theta}{2}\ \cos\beta) \quad (10)$$

$$F_{Bx} = F_{B_1}(\cos\theta_1\ \cos\phi_1) + F_{B_2}(\cos\theta_2\ \cos\phi_2) \quad (11)$$

$$F_{By} = F_{B_1}(\text{sen}\ \phi_1) + F_{B_2}(\text{sen}\ \phi_2) \quad (12)$$

$$F_{B_2} = F_{B_1}(\cos\phi_1\ \text{sen}\ \theta_1) + F_{B_2}(\cos\phi_2\ \text{sen}\ \theta_2) \quad (13)$$

Análise das Forças numa Tubulação Reta. Em segmento reto calcula-se a força de onda para cada volume de controle, e a força "blowdown" na primeira e última função do segmento.

Componentes da força de onda:

$$F_{w_x} = \sum_{i=1}^{N} F_{w_i}(\cos\phi\ \cos\theta) \quad (14)$$

$$F_{w_y} = \sum_{i=1}^{N} F_{w_i}(\text{sen}\ \phi) \quad (15)$$

$$F_{w_z} = \sum_{i=1}^{N} F_{w_i}(\cos\phi\ \text{sen}\ \theta) \quad (16)$$

Componentes da força "blowdown":

$$F_{B_x} = (F_{B_1} + F_{B_{N+1}})(\cos\phi\ \cos\theta) \quad (17)$$

$$F_{B_y} = (F_{B_1} + F_{B_{N+1}})(\text{sen}\ \phi) \quad (18)$$

$$F_{B_z} = (F_{B_1} + F_{B_{N+1}})(\cos\phi\ \text{sen}\ \theta) \quad (19)$$

Análise das Forças em uma Conexão

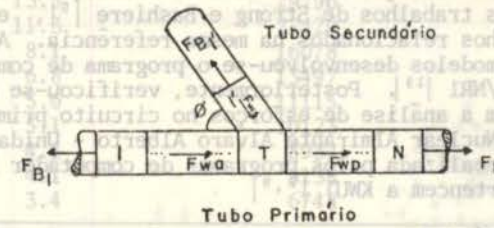


Fig. 3 - Forças em uma conexão.

Para o cálculo das forças numa conexão considera-se o modelo proposto pelo programa de computador TRAC/PD2 |10|. Calculam-se as forças nos segmentos primário e secundário, e somam-se as forças no volume de controle da conexão dos dois tubos.

Tubo Secundário
- Força de onda:

$$F_{w_{xs}} = F_{w_s}(\cos\phi_s\ \cos\theta_s) \quad (20)$$

$$F_{w_{ys}} = F_{w_s}(\text{sen}\ \phi_s) \quad (21)$$

$$F_{w_{zs}} = F_{w_s}(\cos\phi_s\ \text{sen}\ \theta_s) \quad (22)$$

Força "blowdown"

$$F_{B_{xs}} = F_{B_1}(\cos\phi_s\ \cos\theta_s) \quad (23)$$

$$F_{B_{ys}} = F_{B_1}(\text{sen}\ \phi_s) \quad (24)$$

$$F_{B_{zs}} = F_{B_1}(\cos\phi_s\ \text{sen}\ \theta_s) \quad (25)$$

Tubo Primário

- Força de onda até o V.C.T.:

$$F_{W_{xp}} = \sum_{i=1}^{T} F_{W_i} (\cos \phi_p \cos \Theta_p) \quad (26)$$

$$F_{W_{yp}} = \sum_{i=1}^{T} F_{W_i} (\text{sen } \phi_p) \quad (27)$$

$$F_{W_{zp}} = \sum_{i=1}^{T} F_{W_i} (\cos \phi_p \text{ sen } \Theta_p) \quad (28)$$

- Força de onda após o V.C.T.:

$$F_{W_{xp'}} = \sum_{i=T+1}^{N} F_{W_i} (\cos \phi_p \cos \Theta_p) \quad (29)$$

$$F_{W_{yp'}} = \sum_{i=T+1}^{N} F_{W_i} (\text{sen } \phi_p) \quad (30)$$

$$F_{W_{zp'}} = \sum_{i=T+1}^{N} F_{W_i} (\cos \phi_p \text{ sen } \Theta_p) \quad (31)$$

- Força "blowdown":

$$F_{B_{xp}} = (F_{B_1} + F_{N+1}).(\cos \phi_p . \cos \Theta_p) \quad (32)$$

$$F_{B_{yp}} = (F_{B_1} + F_{N+1}).(\text{sen } \phi_p) \quad (33)$$

$$F_{B_{zp}} = (F_{B_1} + F_{N+1}).(\cos \phi_p \text{ sen } \Theta_p) \quad (34)$$

Força Resultante. Em cada curva somam-se as forças do segmento anterior com as forças da curva considerada. Desta forma estas forças serão úteis na análise de tensões. A força resultante é calculada da seguinte forma:

$$F_R = |(F_{W_x} + F_{B_x})^2 + (F_{W_y} + F_{B_y})^2 + (F_{W_z} + F_{B_z})^2|^{1/2} \quad (35)$$

Com estas equações desenvolvidas anteriormente, escreveu-se o programa de computador TUBFORC/NR1 [13] em FORTRAN.

APLICAÇÃO DO PROGRAMA DE COMPUTADOR TUBFORC/NR1

Foi difícil a verificação do programa de computador TUBFORC/NR1, um dos motivos foi a escassez bibliográfica, e ainda os trabalhos disponíveis não forneciam condições para uma verificação confiável. Estes problemas desapareceram com o fornecimento do relatório de análise de acidente do projeto da Usina Nuclear de Angra II, de autoria da Kraftwerk Union, pela NUCLEN.

Descrição da Verificação

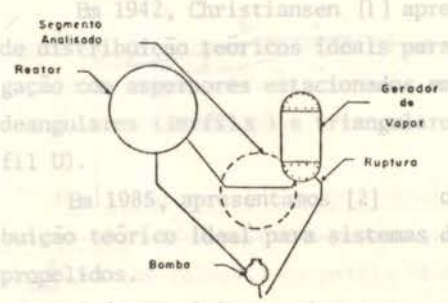


Fig. 4 - Representação simplificada do circuito analisado

Na Figura 4 apresenta-se um esquema simplificado de uma das pernas quentes do circuito primário da Usina Nuclear de Angra II, e indica-se o local da ruptura e o segmento analisado. Na Figura 5 representa-se o segmento e suas características geométricas.

Inicialmente, o fluido é água subresfriada a $1{,}538 \times 10^4$ PA, e como não se obteve informação sobre a distribuição de temperatura, considerou-se a temperatura de 599°K em toda perna quente durante os 0,25 segundos de acidente.

Nas Figuras 6 e 7 estão representadas as curvas de vazão e pressão nos volumes 1 e 3, estas curvas foram geradas pelo programa LECK [2] e posteriormente foram utilizadas pelos programas FORCE [2] e TUBFORC/NR1 para o cálculo das forças. Na Figura 8 representam-se as densidades retiradas da tabela de propriedades termodinâmicas da água subresfriada, de acordo com as condições citadas anteriormente.

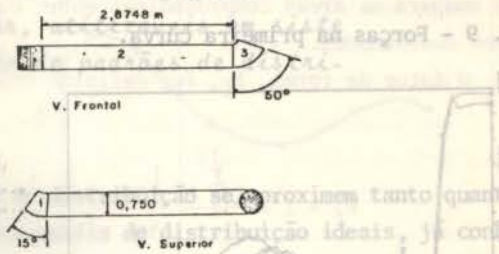


Fig. 5 - Representação do segmento analisado.

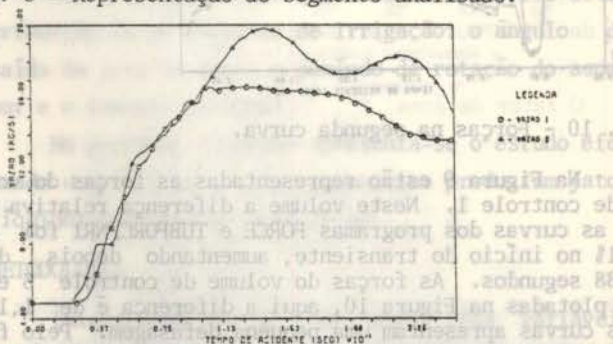


Fig. 6 - Históricos de vazão.

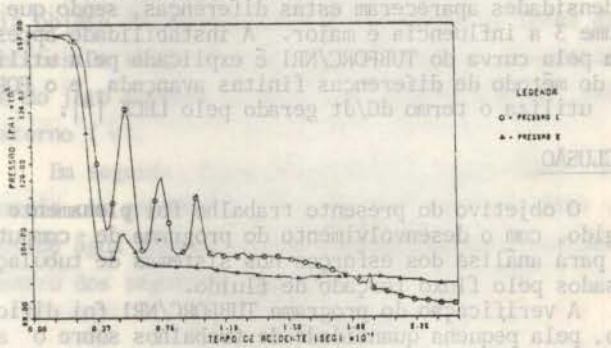


Fig. 7 - Históricos de pressão.

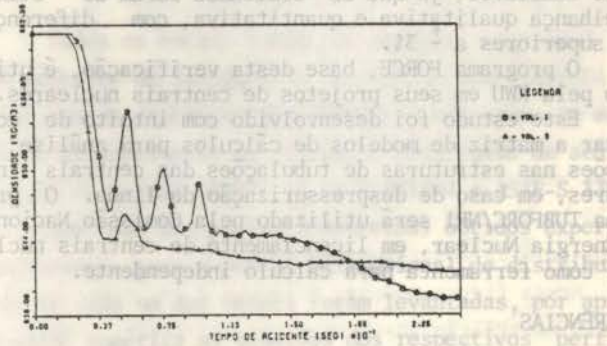


Fig. 8 - Históricos de densidade.

Análise dos Resultados. Nas forças representadas nas Figuras 9 e 10 são consideradas as forças de onda e "blowdown" nos volumes de controle 1 e 3. As forças no volume de controle 2 são desprezíveis, e por este motivo não foram consideradas.

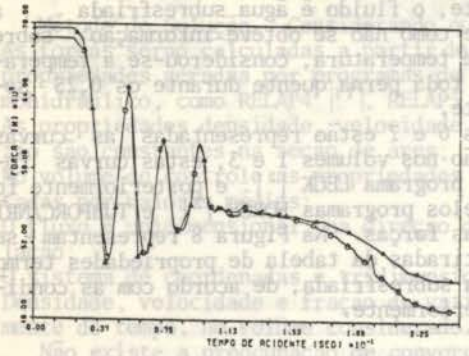


Fig. 9 - Forças na primeira curva.

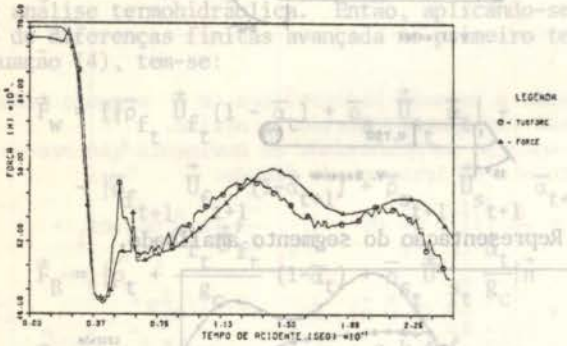


Fig. 10 - Forças na segunda curva.

Na Figura 9 estão representadas as forças do volume de controle 1. Neste volume a diferença relativa entre as curvas dos programas FORCE e TUBFORC/NR1 foi de 1,21% no início do transiente, aumentando depois dos 0,188 segundos. As forças do volume de controle 3 estão plotadas na Figura 10, aqui a diferença é de 1,19% e as curvas apresentam uma pequena defasagem. Pelo fato dos programas terem utilizado diferentes históricos de densidades apareceram estas diferenças, sendo que no volume 3 a influência é maior. A instabilidade apresentada pela curva do TUBFORC/NR1 é explicada pela utilização do método de diferenças finitas avançada, e o FORCE [2] utiliza o termo dG/dt gerado pelo LECK [2].

CONCLUSÃO

O objetivo do presente trabalho foi plenamente atingido, com o desenvolvimento do programa de computador para análise dos esforços nos sistemas de tubulação, causados pelo fluxo forçado de fluido.

A verificação do programa TUBFORC/NR1 foi dificultado, pela pequena quantidade de trabalhos sobre o assunto em questão. E apesar da simplicidade da verificação, pode-se afirmar que o programa TUBFORC/NR1 é plenamente confiável, já que os resultados foram de ótima semelhança qualitativa e quantitativa, com diferenças não superiores a ± 3%.

O programa FORCE, base desta verificação, é utilizado pela KWU em seus projetos de centrais nucleares.

Este estudo foi desenvolvido com intuito de completar a matriz de modelos de cálculos para análise de tensões nas estruturas de tubulações das centrais nucleares, em caso de despressurização da linha. O programa TUBFORC/NR1 será utilizado pela Comissão Nacional de Energia Nuclear, em licenciamento de centrais nucleares, como ferramenta para cálculo independente.

REFERÊNCIAS

[1] Kaufmann, W. - "Fluid Mechanics" - McGraw-Hill Book Company - San Francisco, California, 1963.

[2] FORCE e LECK - A Digital Program for the Calculation of Transient Hydrodynamic Loading in the Primary Circuit of a 1300 MW Pressurized Water Reactors Following a LOCA. Report Proprietário.

[3] REFORC - A Computer Program for Calculating Fluid Forces Based on RELAPS Results - Eds. Nuclear, Inc. - San Francisco, California, Junho, 1982.

[4] STEALTH - A Lagrange Explicit Finite Difference Code for Solid, Structural and Thermalhidraulic Analysis - Vols. 1, 2, 3 e 4, EPRI nº 260 - Project 307. Agosto, 1976.

[5] Strong, B. R. e Baschiere, R. J. - "Steam Hammer Design Loads for Safety and Relief Valve Discharge Piping" - Pressure Vessel and Piping Conference, Session 36, ASME/CSME - Montreal, Canadá, 1978.

[6] Thompson e Milme, L. M. - "Theoretical Hydrodynamics" - The MacWilliam Company, 4ª ed., New York, 1960.

[7] Wheller, A. J. e Moody, F. J. - "A Method for Computing Transient Pressures and Forces in Safety Relief Valve Discharge Line"-General Electric Company - San Jose - California.

[8] Horizontale und Verticale Hydrodynamische Belastungen Auf RDB - Einbauten Sowie Druckdifferenzen iiber HKMP und Dampferzeb Gertrennblech bei Kiihlm itterverslusts törfallen - Report - Proprietário.

[9] Stlouengsinduziert Belastungen Auf Rohrleitungog und Kompenorten bei Brich der Hautkuhlmitterllei tung - Report - Proprietário.

[10] TRAC/PD2 - "An Advanced Best Estimate Computer Program for Pressurized Water Reactor Loss of Coolant Accident Analysis", Los Alamos National Laboratory - Los Alamos, NW 87545.

[11] RELAP4 - "A Computer Program for Transient Thermalhidraulic Analysis of Nuclear Reactors and Related Systems - ANRC/NUREG 1335, Aerojet Nuclear Co., September, 1976.

[12] RELAP5/MOD1 - "User's Guid, Vols. 1 e 2 - NUREG/CR - 1826, EG&G Idaho - March, 1981

[13] TUBFORC/NR1 - Manual de Utilização - Ao Autor.

SUMMARY

At the present work the computer program TUBFORC/NR1 was developed in order to calculate transient forces in piping systems. It makes use of the dynamic thermohydraulic data in transient conditions generated by the computer program TRAC/PD2.

A particular case is calculated in order to verify the results of the TUBFORC/NR1 against those from computer program FORCE.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

ESTUDO ANALÍTICO E EXPERIMENTAL DE JATOS COAXIAIS PARA IRRIGAÇÃO

K.A.R. ISMAIL
DEM — FEC/UNICAMP
F.M.R.P. COELHO
CENEA/MA

SUMÁRIO

Neste trabalho apresenta-se um estudo analítico e experimental acerca de jatos de água coaxiais no seio do ar, utilizáveis em sistemas de irrigação por aspersão, visando obtenção de padrões de distribuição de água sobre o solo quase uniformes.

INTRODUÇÃO

Uma das grandes vantagens dos sistemas de irrigação por aspersão sobre os sistemas de irrigação superficial reside no fato de que a uniformidade do padrão final de distribuição de água depende exclusivamente das características (tanto geométricas como operacionais) do equipamento e das condições atmosféricas.

Dessa forma, definidas as características do equipamento que produzirá uma distribuição ótima de água sobre o solo, essa distribuição poderá ser reproduzida, sempre que desejada, independentemente das características edáficas inerentes a um determinado campo.

Reveste-se assim de extrema importância o desenvolvimento de aspersores de irrigação que apresentem distribuições ótimas de água.

A curva que representa a distribuição de água de um aspersor é o "perfil de distribuição" que é construído plotando-se a intensidade de precipitação (mm/h) versus a distância do aspersor (m) a que as diversas intensidados de precipitação se verificam.

Cada sistema de irrigação requer aspersores com características de distribuição específicas, em função da disposição dos aspersores no campo.

Em 1942, Christiansen [1] apresentou os perfis de distribuição teóricos ideais para sistemas de irrigação com aspersores estacionados em disposições quadeangulares (Perfil K) e triangulares equiláteras (Perfil U).

Em 1985, apresentamos [2] o perfil de distribuição teórico ideal para sistemas de irrigação autopropelidos.

O desenvolvimento de aspersores de irrigação volta-se portanto para o projeto de equipamentos cujos perfis de distribuição se aproximem tanto quanto possível dos perfis de distribuição ideais, já conhecidos.

São três os fatores que influem no perfil de distribuição de um aspersor de irrigação: o ângulo de saída do jato de água, o período de rotação do aspersor e o formato do bocal.

No presente trabalho apresenta-se o estudo efetuado com 28 bocais cujas geometrias produziam jatos líquidos coaxiais no seio do ar.

METODOLOGIA

Inicialmente foram selecionadas três variáveis cuja influência sobre o perfil de distribuição seria objeto do estudo: a proporção entre as áreas das secções de saída do jato interno (Ae/Ai), a conicidade do jato externo (α) e a pré-circulação do jato externo (γ).

Em seguida, foram projetados e construídos 28 bocais com geometrias tais que foi possível obter jatos de água coaxiais cujas características variaram dentro dos seguintes limites:

$$0{,}5 \leq Ae/Ai \leq 1{,}5$$
$$0^{o} \leq \alpha \leq 20^{o}$$
$$0^{o} \leq \gamma \leq 50^{o}$$

Todos os bocais foram, em seguida, acoplados a um aspersor de irrigação e tiveram as suas características de distribuição levantadas num campo de ensaios de aspersores de irrigação construído de acordo com as normas ABNT - 12:02.8-001/84 e ASAE-S 330.

Com base nos pontos (discretos) obtidos experimentalmente para o perfil adimensional de distribuição de cada um dos bocais foram levantadas, por aproximação numérica as equações dos respectivos perfis adimensionais de distribuição.

Para se proceder à comparação dos perfis de dis-

tribuição experimentais obtidos com os perfis de distribuição teóricos ideais, foi desenvolvido um coeficiente de aderência, Ca, que reflete a forma como cada uma das curvas experimentais se aproxima da curva teórica tomada como referência.

Esse coeficiente de aderência foi definido como

$$C_a = F_f \cdot F_a \qquad (1)$$

onde F_f é o fator de forma, que compara a semelhança geométrica das duas curvas, e F_a é o fator de área, que compara as áreas compreendidas entre curvas e os eixos coordenados.

O fator de forma, F_f, foi definido como

$$F_f = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{10} |z_{ie} - z_{it}|}{10} \qquad (2)$$

onde os z_{ie} e z_{it} representam as abscissas dos i-ésimos decís da curva experimental e teórica, respectivamente.

O fator de área, F_a, foi definido como

$$F_a = \frac{MIN\ (S_e, S_t)}{MAX\ (S_e, S_t)} \qquad (3)$$

onde S_e e S_t representam as $\int_o^1 (P/Pmax) \cdot d(X/Xmax)$ das curvas experimental e teórica, respectivamente.

O coeficiente de aderência assim definido variará entre os valores extremos $C_a = 1$, no caso das duas curvas serem totalmente aderentes, e $C_a = 0$, no caso de ocorrer uma diparidade máxima entre os dois perfis de distribuição comparados.

Com base no coeficiente de aderência, C_a definido pela equação (1), verificou-se a influência que teve a variação das três variáveis objeto do estudo (Ae/Ai, α e γ) sobre o perfil adimensional de distribuição do aspersor.

RESULTADOS OBTIDOS

Efeito da variação da proporção entre as áreas (A_e/A_i). Plotando-se os valores assumidos pelo coeficiente de aderência adimensional, Ca, em função dos valores assumidos pela variável A_e/A_i, para um conjunto de 20 bocais com conicidades de 0° e de 10° obtiveram se os valores mostrados na figura 1.

Nessa figura podemos observar a variação da aderência em relação aos perfis Christiansen K, Christiansen U e aquele definido como ideal para sistemas de irrigação auto-propelidos.

Efeito da variação da conicidade do jato externo (α). O efeito da variação da conicidade do jato externo sobre a aderência em relação a cada um dos três perfis tomados como referência está representada na figura 2.

O conjunto de pontos experimentais foi obtido com auxílio de 5 bocais coaxiais operados nas mesmas condições de pressão, período de rotação do aspersor, A_e/A_i e γ.

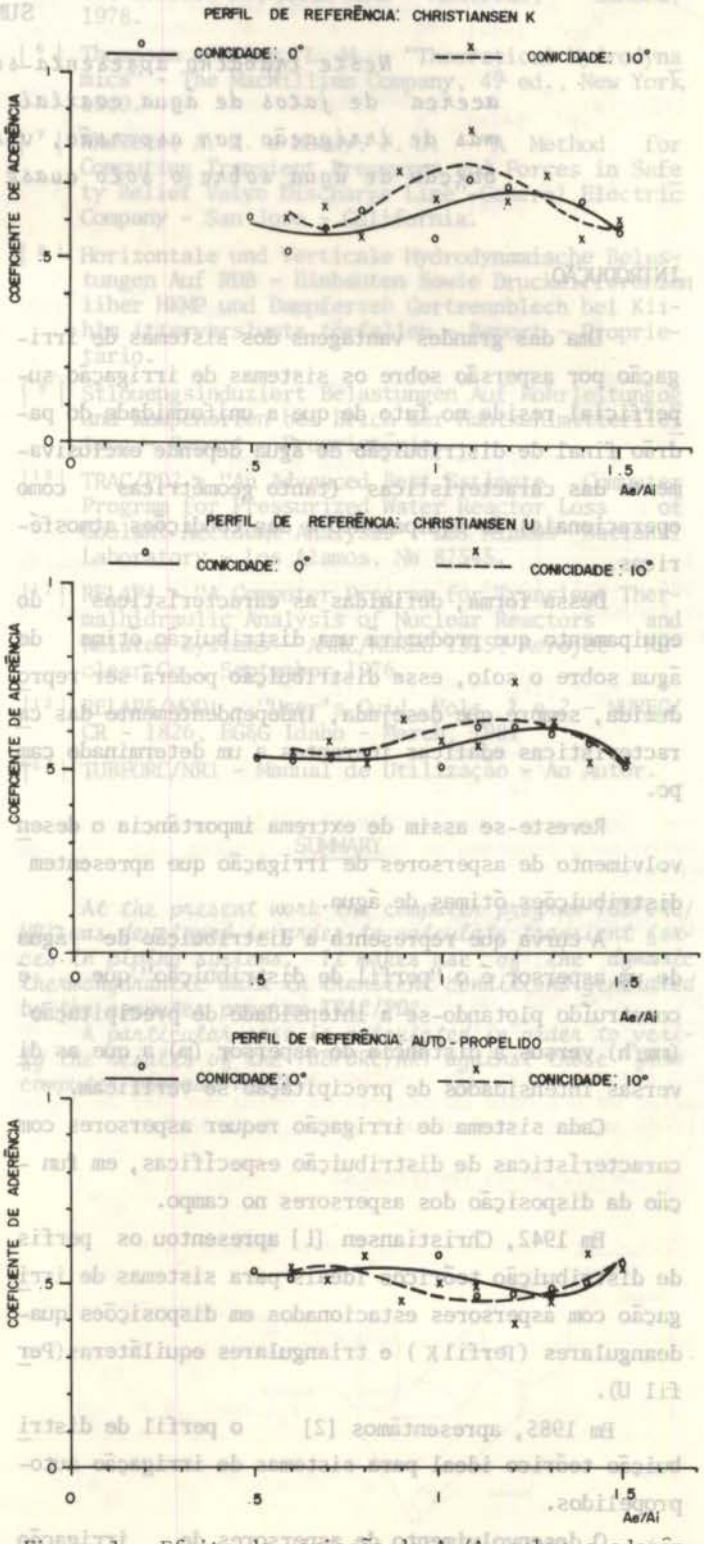


Figura 1. Efeito da variação de A_e/A_i sobre a aderência em relação aos perfis teóricos.

Efeito da variação da conicidade

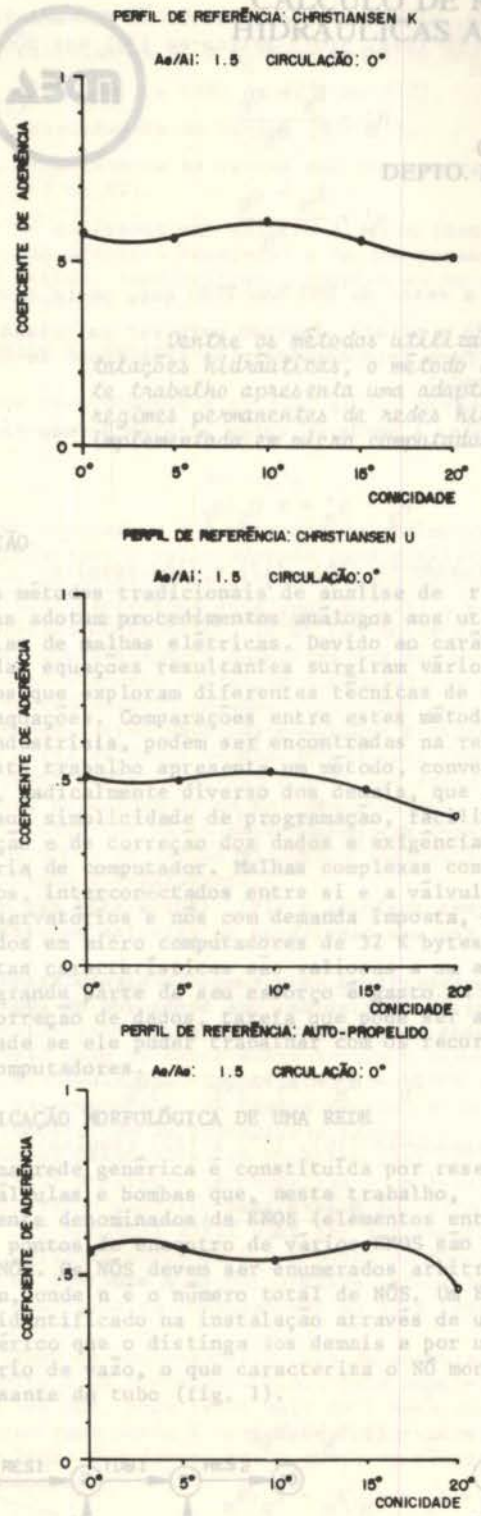


Figura 2. Efeito da variação da conicidade do jato externo sobre a aderência em relação aos perfis teóricos.

Efeito da variação da pré-circulação do jato externo (γ). Os resultados para o estudo da variação da aderência (em relação aos perfis teóricos) em função da pré-circulação do jato externo foram obtidos pelo ensaio de 6 bocais coaxiais.

Na figura 3 representaram-se graficamente os valores assumidos por Ca em função de γ , para uma das curvas teóricas.

Efeito da variação da pré-circulação

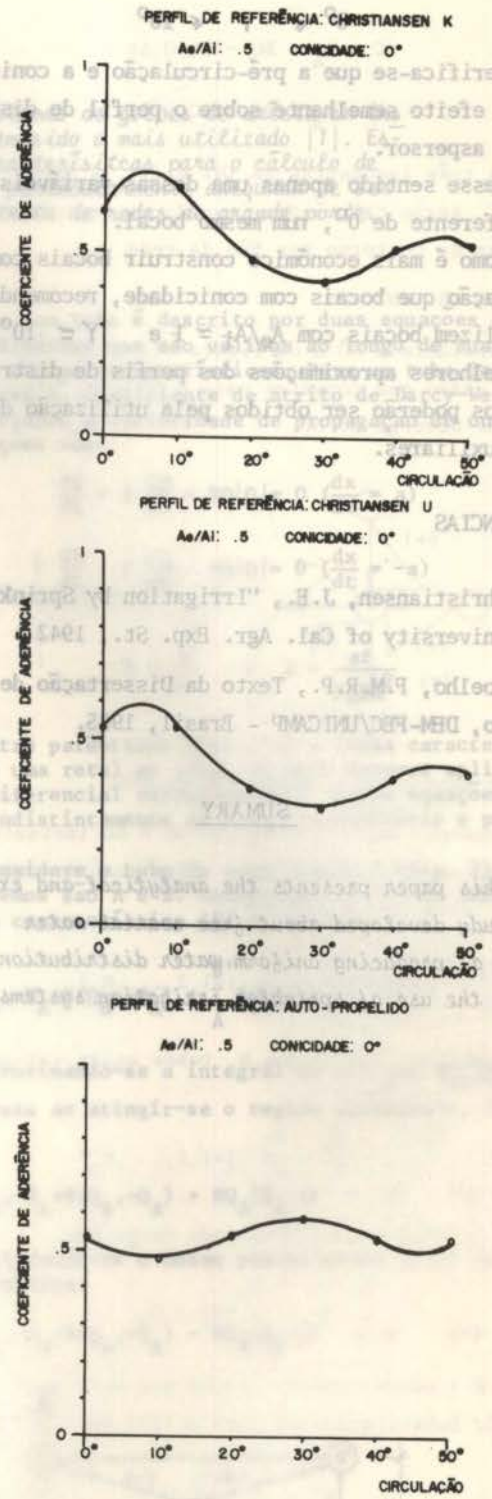


Figura 3. Efeito da variação da pré-circulação do jato externo sobre a aderência em relação aos perfis teóricos.

CONCLUSÕES

Pelos resultados obtidos verificamos que uma melhor aproximação dos perfis experimentais em relação aos perfis teóricos se verifica para as seguintes faixas das variáveis estudadas:

$$0{,}9 \leq A_e/A_i \leq 1{,}2$$

$$\alpha = 10^o$$

$$0^o \leq \gamma \leq 10^o$$

Verifica-se que a pré-circulação e a conicidade têm um efeito semelhante sobre o perfil de distribuição do aspersor.

Nesse sentido apenas uma dessas variáveis deverá ser diferente de 0°, num mesmo bocal.

Como é mais econômico construir bocais com pré-circulação que bocais com conicidade, recomenda-se que se utilizem bocais com $A_e/A_i \simeq 1$ e $\gamma \simeq 10^o$.

Melhores aproximações dos perfis de distribuição teóricos poderão ser obtidos pela utilização de bocais auxiliares.

REFERÊNCIAS

[1] Christiansen, J.E., "Irrigation by Sprinkling", University of Cal. Agr. Exp. St., 1942

[2] Coelho, F.M.R.P., Texto da Dissertação de Mestrado, DEM-FEC/UNICAMP - Brasil, 1985.

SUMARY

This paper presents the analytical and experimental study developed about free coaxial water jets, aiming at producing uniform water distribution profiles by the use of sprinkler irrigation systems.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

CÁLCULO DE REGIMES PERMANENTES DE REDES HIDRÁULICAS ATRAVÉS DE MICRO COMPUTADORES

CARLOS ROBERTO RIBEIRO
DEPTO. DE ENGENHARIA MECÂNICA, UFU

Dentre os métodos utilizados na solução de problemas de golpes de aríete em instalações hidráulicas, o método das características tem sido o mais utilizado |1|. Este trabalho apresenta uma adaptação do método das caracterísitcas para o cálculo de regimes permanentes de redes hidráulicas, numa forma particularmente adequada de ser implementada em micro computadores, mesmo quando se trata de redes de grande porte.

INTRODUÇÃO

Os métodos tradicionais de análise de redes hidráulicas adotam procedimentos análogos aos utilizados na análise de malhas elétricas. Devido ao caráter não linear das equações resultantes surgiram vários métodos numéricos que exploram diferentes técnicas de solução destas equações. Comparações entre estes métodos, para redes industriais, podem ser encontradas na ref. |2|.

Este trabalho apresenta um método, convergente e estável, radicalmente diverso dos demais, que se destaca por sua simplicidade de programação, facilidade de preparação e de correção dos dados e exigências mínima de memória de computador. Malhas complexas com cerca de 100 tubos, interconectados entre si e a válvulas, bombas, reservatórios e nós com demanda imposta, podem ser analisados em micro computadores de 32 K bytes de memória. Estas características são valiosas a um analista já que grande parte de seu esforço é gasto na preparação e correção de dados, tarefa que pode ser amplamente facilidade se ele puder trabalhar com os recuros dos micro computadores.

IDENTIFICAÇÃO MORFOLÓGICA DE UMA REDE

Uma rede genérica é constituída por reservatórios tubos válvulas e bombas que, neste trabalho, serão genericamente denominados de ENOS (elementos entre nós) |3|. Os pontos de encontro de vários ENOS são denominados de NÓS. Os NÓS devem ser enumerados arbitrariamente de 1 a n, onde n é o número total de NÓS. Um ENO qualquer é identificado na instalação através de um código alfanumérico que o distinga dos demais e por um sentido arbitrário de vazão, o que caracteriza o NÓ montante e o NÓ jusante do tubo (fig. 1).

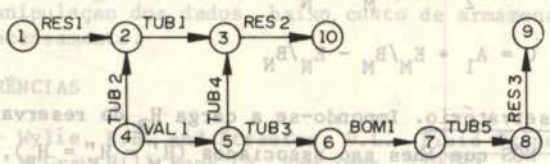


Fig. 1 - Identificação de uma rede

Visando a generalização computacional do modelo será admitido que a cada NÓ deve estar vinculado, no máximo um ENO NÃO-TUBO.

MODIFICAÇÕES NO MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS

No método das características |1|, o escoamento de fluído num tubo é descrito por duas equações diferenciais ordinárias que são válidas ao longo de suas respectivas linhas características. Para um tubo de diâmetro D, área A, coeficiente de atrito de Darcy-Weisback f e celeridade a (velocidade de propagação de onda), estas equações são:

$$\frac{dH}{dt} + B\frac{dQ}{dt} + RQ|Q| = 0 \quad \left(\frac{dx}{dt} = a\right) \tag{1}$$

$$\frac{dH}{dt} - B\frac{dQ}{dt} - RQ|Q| = 0 \quad \left(\frac{dx}{dt} = -a\right) \tag{2}$$

onde:

$$B = \frac{a}{gA} \qquad e \qquad R = \frac{af}{2gDA^2}$$

Entre parênteses indica-se a linha característica (no caso uma reta) ao longo da qual deve-se aplicar a equação diferencial correspondente. Estas equações aplicam-se indistintamente ao regime transitório e permanente.

Considere o tubo de comprimento L (fig. 2) cujos nós extremos são A e B. Integrando-se (1) ao longo de sua reta característica AB' obtem-se:

$$H_{B'} - H_A + B(Q_{B'} - Q_A) + \int_A^{B'} RQ|Q|dt = 0 \tag{3}$$

Aproximando-se a integral de (3) por $RQ_A|Q_A|\Delta t$, que é exata ao atingir-se o regime permanente, obtem-se:

$$H_{B'} - H_A + B(Q_{B'} - Q_A) + RQ_A|Q_A|\Delta t = 0 \quad (+) \tag{4}$$

Aplicando-se o mesmo procedimento à (2) ao longo de BA' resulta:

$$H_{A'} - H_B - B(Q_{A'} - Q_A) - RQ_B|Q_B|\Delta t = 0 \quad (-) \tag{5}$$

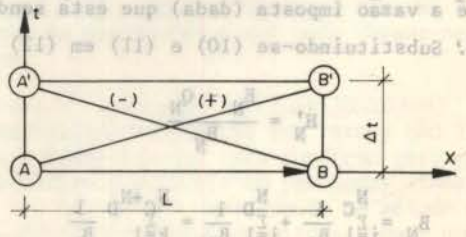


Fig. 2 - Malha característica para o cálculo de regime permanente

Assinalou-se (4) e (5) com (+) e (-) para indicar que estão associadas às retas características com inclinação positiva e negativa respectivamente.

Impondo-se as condições de continuidade: $Q_A=Q_B=Q$ e $Q_{A'}=Q_{B'}=Q'$, onde Q' é a vazão em $t+\Delta t$, (4) e (5) podem ser escritas como:

$$H_{A'} = C - BQ' \tag{6}$$

$$H_{B'} = D + BQ' \tag{7}$$

onde:

$$C = H_A + BQ - RQ|Q|\Delta t \tag{8}$$

$$D = H_B - BQ + RQ|Q|\Delta t \tag{9}$$

As três incógnitas de (6) e (7), a saber $H_{A'}$, $H_{B'}$ e Q', serão calculadas impondo-se, adicionalmente, condições de contorno aos NÓS da rede.

CONDIÇÕES DE CONTORNO

Considere o NÓ N da figura 3(a), onde N_C tubos possuem vazão que converge para o NÓ e N_D tubos possuem vazão que diverge do NÓ.

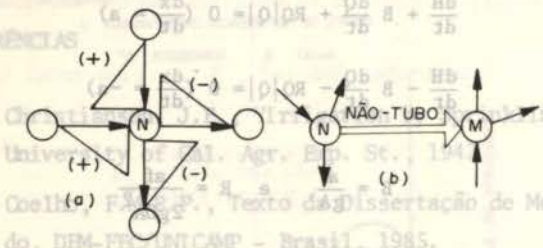


Fig. 3 - Condições de contorno nos NÓS.

Chamando de H'_N a carga no NÓ N no instante $t+\Delta t$ e aplicando-se (6) aos N_C tubos cujas vazões convergem para o NÓ obtem-se:

$$Q'_i = \frac{C_i - H'_N}{B_i} = \frac{C_i}{B_i} - \frac{H'_N}{B_i} \quad (i=1,2,\ldots,N_C) \tag{10}$$

Aplicando-se (7) aos N_D tubos cujas vazões divergem do NÓ N, obtem-se:

$$Q'_j = \frac{H'_N - D_j}{B_j} = \frac{H'_N}{B_j} - \frac{D_j}{B_j} \quad (j=1,2,\ldots,N_D) \tag{11}$$

A condição de continuidade exige que

$$\sum_{i=1}^{N_C} Q_i = \sum_{j=1}^{N_D} Q'_j + Q_N \tag{12}$$

onde Q_N é a vazão imposta (dada) que está sendo retirada do NÓ. Substituindo-se (10) e (11) em (12) resulta:

$$H'_N = \frac{E_N - Q_N}{B_N} \tag{13}$$

onde:

$$B_N = \sum_{i=1}^{N_C} \frac{1}{B_i} + \sum_{j=1}^{N_D} \frac{1}{B_j} = \sum_{k=1}^{N_C+N_D} \frac{1}{B_k} \tag{14}$$

$$E_N = \sum_{i=1}^{N_C} \frac{C_i}{B_i} + \sum_{j=1}^{N_D} \frac{D_j}{B_j} \tag{15}$$

Quando, além dos tubos, houver um ENO NÃO-TUBO associado ao NÓ (fig. 3(b)) aplica-se (13) aos NÓS N e M resultando:

$$H'_N = \frac{E_N - Q_E}{B_N} \tag{16}$$

$$H'_M = \frac{E_M - Q_E}{B_M} \tag{17}$$

onde Q_E é a vazão do ENO NÃO-TUBO que, neste caso, não é conhecida a priori devendo pois ser calculada a cada instante. Para isto considere os três tipos de ENOS NÃO-TUBOS da rede:

(a) Válvula. A perda de carga através de uma válvula é do tipo:

$$H'_N - H'_M = K\, Q_E|Q_E| \tag{18}$$

combinando-se (16), (17) e (18) resulta

$$Q_E = 0.5.\mathrm{SINAL}(G).(F+\sqrt{F^2+4|G|}) \tag{19}$$

onde:

$$F = \frac{1}{K}\left(\frac{1}{B_M} + \frac{1}{B_N}\right) > 0 \tag{20}$$

$$G = \frac{1}{K}\left(\frac{E_N}{B_N} - \frac{E_M}{B_M}\right) \tag{21}$$

Equações análogas a (19), (20) e (21) são obtidas quando se tem uma associação de válvulas em paralelo [3].

(b) Bomba Centrífuga. Ajustando-se parabolicamente [3] a curva característica de uma bomba (ou de uma associação de bombas em paralelo), obtem-se:

$$H'_N - H'_M = A_1 + A_2 Q_E - A_3 Q_E^2 \tag{22}$$

Combinando-se (16), (17) e (22) resulta:

$$Q_E = \begin{cases} \dfrac{B + \sqrt{B^2+4AC}}{2A} & \text{se } A \neq 0 \\ -C/B & \text{se } A = 0 \end{cases} \tag{23}$$

onde:

$$A = A_3 \tag{24}$$

$$B = A_2 - (1/B_M + 1/B_N) \tag{25}$$

$$C = A_1 + E_M/B_M - E_N/B_N \tag{26}$$

(c) Reservatório. Impondo-se a carga H_R do reservatório aos NÓS que lhes são associados ($H'_M = H'_N = H_R$), (16) e (17) fornecem

$$Q_E = F/G \tag{27}$$

onde F e G são dados por (20) e (21) excluindo-se K.

PROCEDIMENTO COMPUTACIONAL

O regime permanente é obtido aplicando-se o seguinte algoritmo:

a. Adotam-se valores arbitrários para vazões nos ENOS e cargas nos NÓS.

b. Calculam-se B_N e E_N segundo (13) e (14) para todos os NÓS da rede.

c. Calculam-se H' e Q_E para todos os NÓS segundo (16), (17) e (19) ou (23) ou (27).

d. Atualizam-se as cargas (H ← H').

e. Atualizam-se as vazões nos tubos através de (6) ou (7).

f. Se as vazões não mais se alteram (dentro de uma precisão desejada) o regime permanente foi obtido, caso contrário repetem-se os cálculos a partir de b.

ESTABILIDADE E CONSISTÊNCIA DO MÉTODO

Este procedimento é estável se for obedecida à condição de Courant 1

$$\Delta t < L/a \qquad (29)$$

Como o objetivo é a obtenção do regime permanente é irrelevante o valor adotado para a celeridade a. Adimitindo-se celeridades fictícias para os tubos iguais a $L/\Delta t$ garante-se igualdade em (29) e portanto, a estabilidade do processo. Se Δt for muito grande podem surgir instabilidades numéricas que são corrigidas no início do processo iterativo diminuindo-se Δt.

O equacionamento desenvolvido é tal que, em regime permanente, estão sendo respeitados: a expressão de perda de carga de Darcy Weisbach para cada tubo do sistema (o coeficiente de atrito f pode ser calculado, a cada passo, pela fórmula de Colebrook-White), as curvas características das válvulas e bombas, as demandas impostas aos NÓS e as cargas fixas nos reservatórios. Por tanto o método é consistente.

CONCLUSÕES

A entrada de dados se resume no fornecimento, para cada ENO, do número de NÓ jusante e do NÓ montante e das características físicas relativas ao tipo do ENO (por exemplo para os tubos entra-se com o diâmetro, comprimento e rugosidade). Especificam-se os NÓS correspondentes a reservatórios, as cargas destes, e os NÓS com demanda imposta com as respectivas vazões.

Deve-se desenvolver um programa para ler estes dados e detetar possíveis incoerências e um outro que execute o algoritmo descrito neste trabalho. Este exige cerca de 200 comandos BASIC para ser implementado e, na execução, utiliza cerca de 0.1 K bytes de memória por NÓ da rede. Portanto qualquer rede de interesse prático pode ser analisada em computadores de 32 K bytes de memória.

O tempo de processamento, que em computadores de grande porte é da ordem de 1 min., para uma rede com cerca de 100 NÓS, pode levar mais de 1 hora num micro. Esta desvantagem porém é compensada pela versatilidade na manipulação dos dados baixo custo de armazenamento e processamento.

REFERÊNCIAS

1 - Wylie, E.B. and Streeter, V.L. Fluid Transients, McGraw Hill Book Co, New York, (1978).

2 - Edres, W., "Die Berechnung der Durchflussmengen in Rohrnetzen für verfahrenstechnicsche Anlagen (Flows in Industrial Process Pipe Networks)", Dissertation, Technische Hochschule München, Munich, Germany 1967.

3 - Koelle E., "Transientes Hidráulicos em Instalações de Condutos Forçados", Tese de Livre Docência, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, (1983)

SUMMARY

The method of characteristics (MOC) is well stablished as the leader amongst numerical methods for applications to liquid hammer problems. This paper presents a modification of the MOC to obtain the steady flow of hidraulic networks in such a way that it can be implemented in micro computers, even for large networks.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

SOBRE A SIMULAÇÃO DA CIRCULAÇÃO EM REGIME TRANSIENTE COM MODELOS TRIDIMENSIONAIS USANDO ELEMENTOS FINITOS

ARMANDO MIGUEL AWRUCH
CHRISTIANE BRISOLARA DE FREITAS
CPGEC/UFRGS

SUMÁRIO

Neste trabalho são apresentadas várias alternativas para a simulação numérica da circulação transiente em sistemas homogêneos ou estratificados com a utilização do método dos elementos finitos. Um dos aspectos mais importantes destes modelos é a sua capacidade de simular o fluxo tridimensional. O movimento do fluido é gerado pelo efeito da maré, pela ação do vento, pela rotação terrestre e pelo efeito da variação da massa específica.

INTRODUÇÃO

Usualmente a simulação numérica da circulação em águas rasas é baseada na integração vertical das equações diferenciais hidrodinâmicas, constituindo-se em modelos matemáticos bidimensionais. Muitos trabalhos foram realizados desta forma, utilizando-se o método das diferenças finitas e dos elementos finitos. Este procedimento, que pode ser suficiente para muitos propósitos tais como o estudo dos efeitos das marés ou da circulação global gerada pelo vento, torna-se inadequado em outros casos; assim por exemplo, os processos de propagação e de transporte de constituintes ou de areia que são estruturados verticalmente, não podem ser reproduzidos pelas equações integradas na profundidade; nestes casos torna-se necessário o desenvolvimento de modelos tridimensionais.

Os modelos matemáticos tridimensionais transientes para estudar o fluxo em águas corteiras começaram a ser desenvolvidos a partir de 1970 aproximadamente. Alguns trabalhos foram realizados empregando o método das diferenças finitas. A partir de 1976 iniciou-se a utilização do método dos elementos finitos na simulação dos modelos tridimensionais e cuja análise é o objetivo deste trabalho.

MODELOS TRIDIMENSIONAIS NÃO ESTRATIFICADOS

Em sistemas de águas rasas homogêneos é freqüente assumir uma distribuição hidrostática de pressões. Nestes casos, as equações que governam o problema tridimensional podem escrever-se da seguinte forma:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} + g\frac{\partial \eta}{\partial x} + fv + $$

$$+ \varepsilon_H \left(2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\varepsilon_V \frac{\partial u}{\partial z} + \varepsilon_V \frac{\partial w}{\partial z}\right) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} + g\frac{\partial \eta}{\partial y} - fu + $$

$$+ \varepsilon_H \left(2\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\varepsilon_V \frac{\partial v}{\partial z} + \varepsilon_V \frac{\partial w}{\partial y}\right) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \quad \frac{\partial v}{\partial y} \quad \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u_s\frac{\partial \eta}{\partial x} + v_s\frac{\partial \eta}{\partial y} - w_s = 0 \quad (4)$$

onde: $\mu(x,y,z,t)$, $v(x,y,z,t)$, $w(x,y,z,t)$ são as componentes da velocidade do fluido, $\eta(x,y,t)$ é a elevação da superfície livre em relação ao nível médio; f é o coeficiente de Coriolis; ε_H e ε_V são as viscosidades turbulentas; o subíndice "s" indica valores tomados na superfície, sendo $\varepsilon_H = \varepsilon_{xx} = \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \varepsilon_{yy}$ e $\varepsilon_V = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz}$.

As duas primeiras são as equações de quantidade de movimento, a terceira é a equação de continuidade e a última é a condição de contorno cinemática na superfície. As equações (1) e (2) foram obtidas supondo, além de uma distribuição hidrostática de pressões, uma aproximação de Boussinesq para as tensões de Reynolds.

As condições de contorno são

a) Nos contornos sólidos: $u = v = w = 0$ (5)

b) Na superfície: $\varepsilon_V \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\tau_{s_x}}{\rho} \qquad \varepsilon_V \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\tau_{s_y}}{\rho}$ (6)

onde τ_{s_x} e τ_{s_y} são as tensões de cizalhamento provocadas pelo vento e ρ é a massa específica.

c) Nos contornos abertos: $\eta = \bar{\eta}(t)$ (7)

onde $\bar{\eta}(t)$ é um valor prescrito.

J.Sünderman [1] resolve a versão bidimensional das equações anteriores (com $v(x,y,z,t) \equiv 0$). Na horizontal usa funções de interpolação lineares e no sentido vertical propõe as seguintes funções (baseado em estudos anteriores)

$$\phi_1 = 1+\lambda; \quad \phi_2 = -\frac{9}{2}\lambda(1+\lambda); \quad \phi_3 = 27\,\lambda\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\lambda + \lambda^2\right) \quad (8)$$

onde $\lambda = z/h$ sendo "h" a profundidade. A representação gráfica destas funções podem observar-se na figura 1.

Para a integração no tempo usa-se em [1], para uma certa variável f(t), o seguinte esquema:

$$f(t) = \sum_{n=1}^{2} \phi^{(n)} f^{(n)} \quad (9)$$

onde $\phi^{(1)} = 1 - \theta$ e $\phi^{(2)} = \theta \qquad (0 \leq \theta \leq 1)$

Na ref. [1] testa-se um canal com uma barreira submarina. As conclusões a que pode chegar-se são as seguintes:

a) Para $\theta = 1/2$ (processo de Crank-Nicolson) apresentam-se instabilidades devidas aos termos não lineares, embora seja conhecido que esta condição gera processos incondicionalmente estáveis em problemas lineares. Valores de $\theta \geq 2/3$ ($\theta = 2/3$ corresponde ao método de Galerkin) apresentam problemas de difussividade numérica e erros de fase pronunciados. Resulta conveniente adotar θ próximo a 1/2, ou seja, incluir uma pequena difussi-

vidade numérica para melhorar a estabilidade.

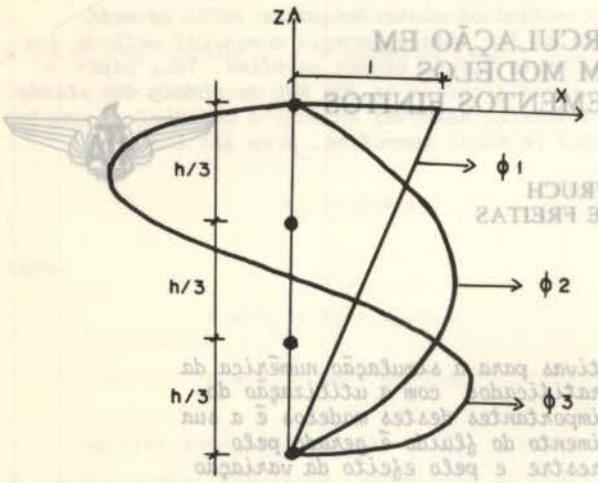


Figura 1. Funções de forma no sentido vertical usadas em [1].

b) Para valores grandes de ε_V (1000 cm^2/seg) e $\theta=1$, o fluxo parece similar ao de um escoamento potencial, quando é de esperar a existência de vórtices atrás da barreira. Valores menores de ε_V (200 cm^2/seg) e $\theta=1$ apresentam os vórtices, porém os resultados não parecem coincidentes com os do fluxo real. Para $\varepsilon_V = 200$ cm^2/seg e $\theta=1/2$ se percebem as instabilidades por profundas mudanças da direção do fluxo em nós adjacentes da malha de elementos finitos.

Os autores do presente trabalho estão atualmente testando um modelo do tipo da ref. [1], porém com funções verticais e um esquema de integração diferentes, além de incluir ε_H e $v(x,y,z,t)$ que J. Sündermann não introduz.

Ch. Koutitas e B. O'Connor [2] propõem um modelo tridimensional utilizando o método dos passos fraccionários, o que permite separar o operador diferencial em duas partes, a primeira confinada ao domínio cujos eixos de referência são $\vec{x}$ e $\vec{y}$ e a outra do domínio cujo eixo de referência é $\vec{z}$; isto permite resolver o problema combinando elementos bidimensionais com unidimensionais; na ref. [2] usam-se para ambos os casos funções de interpolação lineares; se assume que o problema é governado pelas equações (1) e (2) com $w(x,y,z,t,) \equiv 0$ e $\varepsilon_H = 0$ e pela equação da continuidade empregada nos modelos bidimensionais que é o seguinte:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\int_{-h}^{\eta} u\, dz + \frac{\partial}{\partial y}\int_{-h}^{\eta} v\, dz = \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial (Uh)}{\partial x} + \frac{\partial (Vh)}{\partial y} = 0 \qquad (10)$$

Como condições de contorno são usadas para o fundo, para a superfície e para os contornos abertos as expressões (5), (6) e (7), respectivamente, porém nos contornos fechados laterais anula-se a componente normal da velocidade.

As incógnitas do problema u, v e η podem ser calculadas segundo o seguinte esquema no tempo:

$$u^n, v^n \rightarrow \eta^{n+1/2} \rightarrow u^{n+1}, v^{n+1} \rightarrow \eta^{n+3/2}$$

onde "n" é o índice do tempo, tal que $t_n = n \cdot \Delta t$ (sendo Δt o intervalo de tempo).

As equações de movimento são integradas usando o método dos passos fraccionários [3] a primeira fica dividida na seguinte forma:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u^* - u^n}{\Delta t} = -u^n \frac{\partial u^n}{\partial x} - v^n \frac{\partial u^n}{\partial y} - g \frac{\partial \eta^{n+1/2}}{\partial x} + fv \qquad (11)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u^{n+1} - u^*}{\Delta t} = -\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\varepsilon_V}{2}\frac{\partial}{\partial z}(u^n + u^{n+1})\right] \qquad (12)$$

De maneira similar, pode-se proceder com a outra equação.

Pode-se observar que o esquema da eq. (11) é explícito e somente aparecem derivadas em relação a x, y e t, o que permite a utilização de elementos bidimensionais; entretanto a eq. (12) é um esquema implícito e somente possui derivadas em relação a z e t, o que permite a utilização de elementos unidimensionais em cada linha vertical que passa pelos nós dos elementos bidimensionais. u^* é um valor fictício intermediário que é eliminado quando se considera em conjunto as expressões (11) e (12). A discretização de um modelo deste tipo pode observar-se na figura 2.

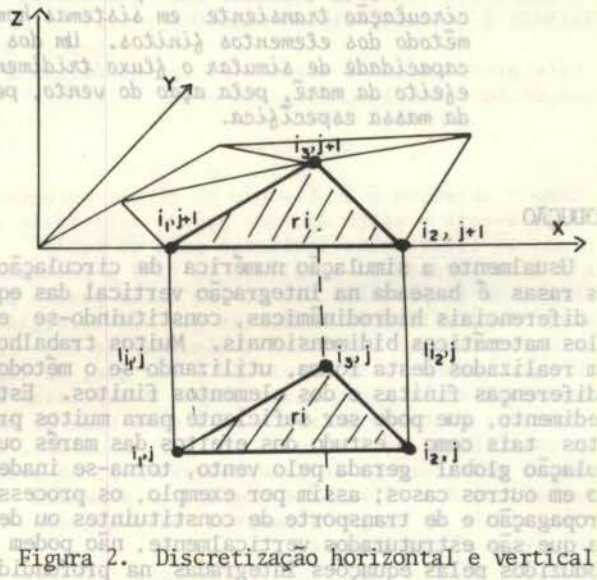


Figura 2. Discretização horizontal e vertical.

As incógnitas são aproximadas da seguinte maneira:

$$u = L_i N_j u_{ij}; \quad v = L_i N_j v_{ij}; \quad \eta = L_i \; i \qquad (13)$$

onde N_j e L_i são as funções de interpolação uni e bidimensionais respectivamente. Para um ponto no interior do elemento horizontal r_i e do elemento vertical ℓ_j a repetição do índice "i" implica soma sobre os nós i_1, i_2 e i_3 e a repetição do índice "j" implica em soma sobre os nós j e j+1.

Aplicando o método de Galerkin à eq. (11), à eq. (12) e à equação da continuidade e introduzindo a eq. (13) obtém-se:

$$\iint_{r_i} N_j L_i L_m \frac{\partial u_{ij}}{\partial t}\, dA = -\iint_{r_i} \frac{\partial N_j}{\partial x} L_i L_m u_{ij}^2\, dA -$$

$$- \iint_{r_i} N_j \frac{\partial L_i}{\partial x} L_m u_{ij}^2\, dA - \iint_{r_i} \frac{\partial N_j}{\partial y} L_i L_m (u_{ij} v_{ij})\, dA -$$

$$- \iint_{r_i} N_j \frac{\partial L_i}{\partial y} L_m (u_{ij} v_{ij})\, dA - g \iint_{r_i} \frac{\partial L_i}{\partial x} L_m \eta_i\, dA +$$

$$+ f \iint_A N_j L_i L_m v_{ij}\, dA \qquad (14)$$

$$\int_{\ell_j} N_j N_m L_i \frac{\partial u_{ij}}{\partial t}\, dz = -\int_{\ell_j} \varepsilon_V \frac{\partial N_j}{\partial z}\frac{\partial N_m}{\partial z} L_i u_{ij}\, dz \qquad (15)$$

$$\iint_{r_i} L_i L_m \frac{\partial \eta_i}{\partial t}\, dA + \iint_{r_i} \frac{\partial L_i}{\partial x} L_m U_i h_i\, dA +$$

$$+ \iint_{r_i} \frac{\partial L_i}{\partial y} L_m v_i h_i\, dA = 0 \qquad (16)$$

Na eq.(14), o índice "m" toma os valores i_1, i_2 e i_3 e como as derivadas da função N apresentam descontinuidades nos nós dos elementos verticais a integração é feita para o centro dos elementos ℓ_j onde $N_j = N_{j+1} = 1/2$; na equação global derivada de (14) aparecem valores de $u_{i,j}$ e $u_{i,j+1}$ para todos os valores de i; então partindo do fundo onde o $u_{i_1} = 0$, a integração resulta explícita.

Na eq.(15) o índice "m" toma os valores j, j+1. As equações globais derivadas da (15) contêm todas as incógnitas localizadas sobre uma linha vertical; a integração é realizada em correspondência com os nós dos elementos horizontais (ou seja, que $L_i \equiv 1$).

Na eq.(16) "m" toma os valores i_1, i_2 e i_3. Os valores de $U_i\, h_i$ e $V_i\, h_i$ podem obter-se a partir dos valores de u e v calculados previamente os quais devem ser integrados na profundidade. As equações globais podem ser facilmente montadas para todos os elementos r_i e dalí podem obter-se os valores de η_i.

Este modelo apresenta a vantagem de substituir elementos tridimensionais por elementos uni e bidimensionais, o que parece conveniente computacionalmente. Entretanto, a utilização de funções de interpolação lineares, exige muitos pontos para poder obter-se um perfil de velocidades próximo da realidade. Para obter resultados mais adequados da circulação vertical resultaria interessante introduzir a componente vertical da velocidade $w(x,y,z,t)$.

J.Trösch [4] propõe a utilização de elementos tridimensionais para a solução das equações

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho\, v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \rho\, k_i + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial t_{ij}}{\partial x_j} = 0 \qquad (17)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \qquad (i,j=1,2,3) \qquad (18)$$

onde k_i $(-fv_2, fv_1, -g)$, sendo f o coeficiente de Coriolis, g a aceleração da gravidade, p a pressão, ρ a massa específica e t_{ij} as tensões que incluem o efeito do vento e da viscosidade turbulenta.

As incógnitas $v_i(x_i,t)$ e $p(x_i,t)$ são discretizadas com funções de interpolação quadráticas e lineares respectivamente e o elemento tridimensional escolhido é apresentado na figura 3.

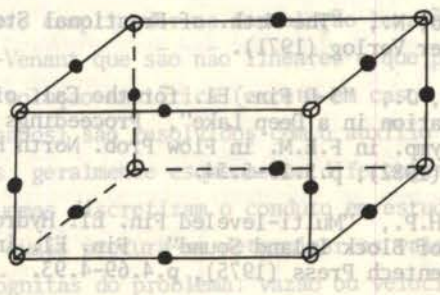


Figura 3. Elemento tridimensional usado na ref. [4]
o Incógnitas v_i, ρ
• Incógnitas v_i

Levando em conta que cada elemento tem 68 incógnitas e que a matriz global não é simétrica, é necessário empregar uma rotina de solução especial. Na ref. [4] é empregada uma solução frontal "out of care". O tempo de processamento pode também ser reduzido introduzindo as condições de contorno nas matrizes a nível de elemento. A vantagem deste modelo é que pode simular-se o fluxo em águas rasas e profundas, porém apresenta dificuldades em relação à memória e tempo de processamento; existem também problemas quando a condição (5) é usada no contorno e mais de uma face do elemento pertence ao mesmo, pois neste caso o sistema de equaçoes apresenta um número excessivo de restrições

A discretização no tempo é calculada com uma aproximação de diferenças finitas; assim, se f é uma incógnita se faz

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{f^{t+\Delta t} - f^t}{\Delta t} \quad \text{e} \quad f^{t+\Delta t/2} = \frac{1}{2}\,(f^{t+\Delta t} - f^t) \qquad (19)$$

resultando um esquema implícito.

MODELOS ESTRATIFICADOS

Os modelos estratificados são em geral uma extensão dos modelos bidimensionais que surgem de integrar na vertical as equações que governam o problema.

Alguns autores formularam modelos com duas camadas; H.P. Wang [5] e M. Kawahara et alii [6] estenderam seus modelos a um número arbitrário de camadas.

Nos modelos estratificados é conveniente introduzir um sistema de referência no sentido vertical, tal que o nível L_k é definido como (veja fig. 4).

$$L_k = -\,k\; h(x,y)/b \qquad k = 1,2,\ldots,b \qquad (20)$$

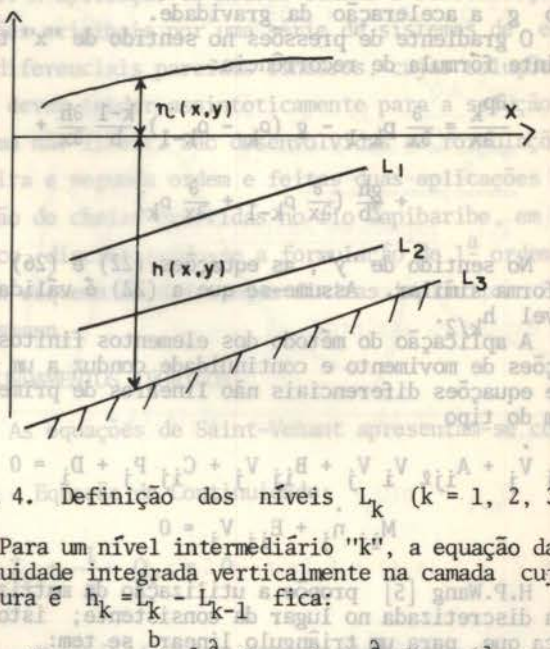


Figura 4. Definição dos níveis L_k (k = 1, 2, 3).

Para um nível intermediário "k", a equação da continuidade integrada verticalmente na camada cuja espessura é $h_k = L_k - L_{k-1}$ fica:

$$w(L_k) = -\sum_{i=1}^{b} \left[\frac{\partial}{\partial x}(h_i\, u_i) + \frac{\partial}{\partial y}(h_i\, v_i)\right] + u(L_k)\frac{\partial L_k}{\partial x} + v(L_k)\frac{\partial L_k}{\partial y} \qquad (21)$$

A equação de movimento no sentido "x", integrada verticalmente para a mesma camada, pode ser expressa da seguinte maneira:

$$\frac{Du_k}{Dt} + \frac{w_k}{2h_k}\left[(u_k + u_{k-1}) - (u_{k+1} + u_k)\right] + \frac{1}{\rho_k}\frac{\partial p_k}{\partial x} + fv_k = \frac{1}{\rho_k h_k}\left[h_k\left(\frac{\partial}{\partial x}\tau_{xx_k} + \frac{\partial}{\partial y}\tau_{xy_k}\right) + (\tau^s_{x_k} - \tau^i_{x_k})\right] \qquad (22)$$

onde Du_k/D_t inclui a derivada local e os termos convectivos, sendo que as componentes das velocidades que aparecem foram obtidas integrando na vertical entre L_k e L_{k-1}. τ_{xx_k} e τ_{xy_k} são as tensões originadas pela turbulência e podem ser escritas em função do coeficiente de viscosidade turbulenta ε_H e das derivadas das componentes das velocidades. $\tau^s_{x_k}$ e $\tau^i_{x_k}$ são as tensões de cizalhamento interfaciais no nível

superior e inferior do estrato respectivamente, e são modeladas de acordo com uma lei de fricção quadrática; a $\tau^s_{k_k}$ pode ser escrita da seguinte forma:

$$\tau^s_{x_k} = \frac{c}{2h_k^2}(\rho_{k-1} + \rho_k)(u_{k-1} - u_k)\,\Delta V_k \qquad (23)$$

onde "c" é um coeficiente de fricção e

$$\Delta V_k = [(u_{k-1} - u_k)^2 + (v_{k-1} - v_k)^2]^{1/2} \qquad (24)$$

A expressão de $\tau^i_{x_k}$ é similar à eq. (23), colocando na mesma k no lugar de k-1 e k+1 no lugar de k.

$\tau^s_{x_1}$ corresponde à tensão na superfície originada pelo vento e pode ser colocada em função da velocidade e da direção do vento; $\tau^i_{x_b}$ corresponde à tensão no fundo e pode ser colocada em função do quadrado da velocidade na última camada e da inversa do quadrado do coeficiente de Chezy.

Assume-se que a terceira equação de movimento se reduz a hipótese de distribuição hidrostática de pressões; para o nível "k" se tem:

$$p_k = \rho_1\, g(\eta - L_1) + \sum_{m=2}^{k=1} \rho_m\, g(L_{m-1} - L_m) + \rho_k\, g(L_{k-1} - z) \qquad (25)$$

sendo g a aceleração da gravidade.

O gradiente de pressões no sentido de "x" tem a seguinte fórmula de recorrência:

$$\frac{\partial p_k}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} p_{k-1} - g\,(\rho_k - \rho_{k-1})\,\frac{k-1}{b}\,\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{gh}{2b}\left(\frac{\partial}{\partial x}\rho_{k-1} + \frac{\partial}{\partial x}\rho_k\right) \qquad (26)$$

No sentido de "y", as equações (22) e (26) tem uma forma similar. Assume-se que a (22) é válida para o nível $h_{k/2}$.

A aplicação do método dos elementos finitos às equações de movimento e continuidade conduz a um sistema de equações diferenciais não lineares de primeira ordem do tipo

$$M_{ij}\,\dot{V}_j + A_{ij\ell}\,V_i\,V_j + B_{ij}\,V_j + C_{ij}\,P_j + D_i = 0 \qquad (27)$$

$$M_{ij}\,\dot{\eta}_j + E_{ij}\,V_j = 0 \qquad (28)$$

H.P.Wang [5] propõe a utilização da matriz de massa discretizada no lugar da consistente; isto significa que, para um triângulo linear se tem:

$$M_{ij} = \int_A \underline{\phi}\,\underline{\phi}^T\,dA = \frac{A}{12} M'_{ij} \cong \frac{A}{3} M'_{ij}\ ; \qquad (29)$$

$$M'_{ij} = 2\ , \quad M'_{ij} = 1 \quad (i=j)$$

$$M'_{ij} = 1\ , \quad M'_{ij} = 0 \quad (i\neq j)$$

onde ϕ são as funções de interpolação e A a área do elemento. Em problemas simples esta aproximação deu bons resultados além de poupar 50% em armazenamento e evitar a inversão da matriz. Para integrar no tempo H.P. Wang resolve sucessivamente a (27) e a (28), dando lugar a um esquema explícito.

Na Ref. [5], as ondas curtas perturbadoras e as instabilidades devida à não linearidade, são combatidas através de um processo de "suavização" adotando para um valor nodal e de uma certa incógnita "f" o valor f* tal que

$$f^* = \alpha f + (1-\alpha)\left[\sum_{i=1}^{n} f_i A_i/x_i\right] / \left[\sum_{i=1}^{n} A_i/x_i\right] \qquad (30)$$

onde "n" é o número de elementos que rodeia o ponto nodal considerado, cujas áreas são A_i e cujas distâncias aos centróides são dadas por x_i, sendo f_i o valor da incógnita no centróide; α é um coeficiente próximo da unidade (Wang recomenda α=0,98). Levando em conta que esta técnica se deteriora quando são incluídos nos contornos os termos convectivos, é conveniente eliminá-los. Em relação a ε_H, valores pequenos não proporcionam a "suavização" necessária e valores muito grandes produzem instabilidades.

M. Kawahara et alii [6] aplicam um esquema explícito de dois passos para integrar (27) e (28), da seguinte forma:

$$\bar{M}_{ij}\,V_j^{n+1/2} = \bar{M}_{ij}\,V_j^n - \frac{\Delta t}{2}F_i^n \qquad 1^{\circ}\ \text{passo} \qquad (31)$$

$$\bar{M}_{ij}\,\eta_j^{n+1/2} = \bar{M}_{ij}\,\eta_j^n - \frac{\Delta t}{2}\,G_i^n$$

$$\bar{M}_{ij}\,V_j^{n+1} = \bar{M}_{ij}\,V_j^n - \Delta t\,F_i^{n+1/2} \qquad 2^{\circ}\ \text{passo} \qquad (32)$$

$$\bar{M}_{ij}\,\eta_j^{n+1} = \bar{M}_{ij}\,\eta_j^n - \Delta t\,G_i^{n+1/2}$$

onde "n" é o n-ésimo ponto no eixo do tempo. $\bar{M}_{ij}$ é a matriz de massa discreta e $\tilde{M}_{ij}$ é uma combinação linear das matrizes de massa consistente e discreta

$$\tilde{M}_{ij} = e\,\bar{M}_{ij} + (1-e)\,M_{ij} \qquad (33)$$

A justificativa destè esquema pode achar-se em uma publicação anterior de M. Kawahara.

CONCLUSÕES

Vários modelos tridimensionais para sistemas homogêneos ou estratificados foram apresentados; cada um possui suas vantagens e suas dificuldades. A escolha de um deles depende de fatores tais como o sistema em estudo, o equipamento disponível e os objetivos a atingir. Os autores vem formulando um modelo matemático tridimensional visando sua aplicação aos sistemas da região sul do país (Rio Guaíba e Lagoa dos Patos).

REFERÊNCIAS

[1] Sünderman, J., "Computation of Barotropic Tides by F.E.M.", Proceedings of 1º Int. Conf. on F.E.M. in Water Res. Pentech Press (1976), p.4.51-4.67.

[2] Koutitas, C. and O'Connor, B., "Fin. El. Fractional Steps Solution of the 3-D Coastal Circulation Model", Proceedings of 3º Int. Conf. on F.E.M. in Water Res. Rose PRINTING Co. (1980), p.5.64-5.71.

[3] Yamenko, N., "The Meth. of Fractional Steps", Springer Verlog (1971).

[4] Trösch, J., "3-D Fin. El. for the Cal. of Circulation in a Deep Lake", Proceedings of 4º Int. Symp. in F.E.M. in Flow Prob. North Holland Publ. (1982), p.5.29-5.34.

[5] Wang, H.P., "Multi-leveled Fin. El. Hydrodynamic Model of Block Island Sound", Fin. El. in Water Res. Pentech Press (1975), p.4.69-4.93.

[6] Kawahara, M., Kobayashi, M. and Nakata, K., "A 3-D Multiple Level F.E.M. Considering Variable Water Density", Fin. El. in Fluids, v.4 (1982), p.129--156.

SUMMARY

In this paper several alternatives for the numerical simulation of transient flow in homogeneous or stratificad systems using the finite element method are presented. One of the most important features of these models is their ability to simulate three dimensional flow. The fluid motion is induced by tidal effects, wind actions, earth movements and density variations effects.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

MÉTODO DAS PERTURBAÇÕES APLICADO À RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE ONDA CHEIA

JOSÉ ALMIR CIRILO
DEM - UFPE
MIGUEL HIROO HIRATA
DEM - COPEE/UFRJ

Trata-se, neste artigo, do processo de simulação do escoamento em regime não permanente, em presença de uma superfície livre. A profundidade da região é suposta pequena, resultando daí a validade da utilização das equações de Saint-Venant para descrever o fenômeno. O método das Perturbações é utilizado para simplificar a solução do problema, substituindo as equações não lineares por um conjunto de problemas mais simples, que são resolvidos com auxílio de esquemas numéricos em diferenças finitas.

1. INTRODUÇÃO.

Escoamentos em regime não permanente, em presença de uma superfície livre são, em geral, analisados com o auxílio da Teoria Potencial. A formulação geral do problema resulta em um problema de valor de contorno, não linear nas condições impostas na superfície livre. Via de regra estas equações são linearizadas com a inclusão da hipótese de ondas de pequena amplitude [4]. Também, com auxílio da Teoria Potencial, são analisados os escoamentos, em presença de uma superfície livre, quando a profundidade da região fluida é suposta pequena; é o que conhecemos como a Teoria de Águas Rasas. Neste caso as equações podem, também, ser eventualmente linearizadas [4]. Estas teorias, no entanto, não são totalmente adequadas para a análise do escoamento em canais quando forças externas, outras que as gravitacionais, são importantes, como por exemplo as forças viscosas; a presença deste complicador na formulação leva às equações de Saint-Venant que são não lineares e que por não apresentarem solução analítica (exceto em casos bastante simplificados) são resolvidos com o auxílio de esquemas numéricos, geralmente esquemas em diferenças finitas. Tais esquemas discretizam o conduto em estudo em N seções nas quais procura-se determinar os valores das duas incógnitas do problema: vazão ou velocidade e profundidade de escoamento. Conforme o cálculo se faça para cada seção individualmente ou se estabeleça uma dependência entre as vazões e profundidades nas diversas seções em cada instante de cálculo os esquemas são ditos explícitos e implícitos. Os primeiros são de fácil resolução, porém sujeitos a critérios para que a estabilidade da solução seja assegurada (ver referência [1]), Os esquemas implícitos apresentam como dificuldade a necessidade de resolução de um sistema de 2 N equações não-lineares em cada instante de cálculo.

Este trabalho trata da aplicação do método das perturbações à linearização das equações de Saint-Venant. A aplicação do método conduz à substituição das equações originais por uma série de sistemas de equações diferenciais parciais lineares, cujas soluções somadas devem tender assintoticamente para a solução do sistema não-linear. São desenvolvidas as formulações de primeira e segunda ordem e feitas duas aplicações à simulação de cheias ocorridas no rio Capibaribe, em Pernambuco, discretizando-se a formulação de 1ª ordem através do esquema em diferenças finitas implícito de Preissmann.

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS.

As equações de Saint-Venant apresentam-se como:

- Equação de Continuidade:

$$Z_t + \frac{1}{B} Q_x = 0 \qquad (1)$$

- Equação da Quantidade de Movimento:

$$Q_r - \frac{Q}{A} A_t + \frac{Q}{A} Q_x - \frac{Q^2}{A^2} A_x + g A Z_x = g A (S_o - S_f) \qquad (2)$$

onde:

- Q = vazão
- Z = profundidade de escoamento
- x = distância ao longo do eixo do conduto
- t = tempo
- B = largura da superfície livre
- A = área da seção transversal
- g = aceleração da gravidade
- S_o = declividade do leito
- S_f = perda de carga unitária, expressão pela fórmula de Manning.

$$S_f = \frac{Q^2 n^2}{A^2 R_H^{4/3}} \qquad (3)$$

sendo n um parâmetro representativo do atrito e R_H o raio hidráulico da seção, aproximadamente igual à profundidade Z. Os subscritos t e x referem-se às derivadas parciais em relação a essas variáveis.

O termo $Z^{-4/3}$ da equação (3), expandido em torno de uma aproximação Z_s, pode ser representado satisfatoriamente por

$$Z^{-4/3} = \frac{Z_s^{-4/3}}{9}\left(35 - 40\frac{Z}{Z_s} + 14\frac{Z^2}{Z_s^2}\right) \qquad (4)$$

Multiplicada por gA^3, a equação dinâmica torna-se então

$$A^2 Q_t - AQA_t + AQQ_x - Q^2 A_x + gA^3 Z_x = gA^3 S_o - \frac{g n^2 AQ^2}{9 Z_s^{4/3}}\left(35 - 40\frac{Z}{Z_s} + 14\frac{Z^2}{Z_s^2}\right) \qquad (5)$$

2.1. Expansões Assintóticas

Supondo que as variáveis dependentes Q e Z admitam expansões assintóticas tem-se [3]:

$$Q = Q_o + Q_1(x,t) + Q_2(x,t) + Q_3(x,t) + \ldots,$$

$$, Q_{n+1} = o(Q_n) \qquad (6)$$

$$Z = Z_o + Z_1(x,t) + Z_2(x,t) + Z_3(x,t) + \ldots,$$

$$, Z_{n+1} = o(Z_n) \qquad (7)$$

onde (Q_o, Z_o) referem-se a um escoamento principal, (Q_1, Z_1) a uma perturbação de 1ª ordem, (Q_2, Z_2) a uma perturbação de 2ª ordem e assim sucessivamente. Admitindo-se o escoamento principal como uniforme em cada instante t, substituindo-se as variáveis Q, Z e A por suas expansões assintóticas e agrupando-se os termos de mesma ordem na equação da quantidade de movimento, chega-se a

- Ordem zero:

$$g S_o A_o^3 - \frac{g n^2}{9 Z_s^{4/3}} A_o Q_o^2 \left(35 - 40\frac{Z_o}{Z_s} + 14\frac{Z_o}{Z_s^2}\right) = 0 \qquad (8)$$

- Ordem um:

$$\frac{1}{gA_o}\left(Q_{1t} - \frac{Q_o}{A_o}A_{1t} + \frac{Q_o}{A_o}A_{1x} - \frac{Q_o^2}{A_o^2}A_{1x}\right) + Z_{1x} - 3S_o\frac{A_1}{A_o} + S_s\frac{A_s^2}{9A_s^2}\left[\left(2\frac{Q_1}{Q_o} + \frac{A_1}{A_o}\right)Z_Q + (28\frac{Z_o}{Z_s} - 40)\frac{Z_1}{Z_s}\right] = 0 \qquad (9)$$

sendo

$$A_s = B Z_s \qquad (10)$$

$$Z_Q = 35 - 40\frac{Z_o}{Z_s} + 14\frac{Z_o}{Z_s^2} \qquad (11)$$

$$S_s = \frac{Q_o^2 n^2}{A_s^2 Z_s^{4/3}} \qquad (12)$$

- Ordem 2:

$$\frac{1}{gA_o}\left(Q_{2t} - \frac{Q_o}{A_o}A_{2t} + \frac{Q_o}{A_o}Q_{2x} - \frac{Q_o^2}{A_o^2}A_{2x}\right) + Z_{2x} - 3S_o\frac{A_2}{A_o} + S_s\frac{A_s^2}{9A_o^2}\left[\left(2\frac{Q_2}{Q_o} + \frac{A_2}{A_o}\right) + (28\frac{Z_o}{Z_s} - 40)\frac{Z_2}{Z_s}\right] =$$

$$\frac{1}{gA_o^3}\left[(A_1 Q_o + A_o Q_1)A_{1t} - 2A_o A_1 Q_{1t} - (A_1 Q_o + A_o Q_1)Q_{1x} + 2Q_o Q_1 A_{1x}\right] - 3\frac{A_1}{A_o}Z_{1x} + 3S_o\frac{A_1^2}{A_o^2} - S_s\frac{A_s^2}{9A_o^2}\left\{14\frac{Z_1^2}{Z_s^2} + 2\frac{Q_1}{Z_s^2}(28\frac{Z_o}{Z_s} - 40)\frac{Z_1}{Z_s} + Z_Q\frac{Q_1^2}{Q_o^2} + \frac{A_1}{A_o}\left[(28\frac{Z_o}{Z_s} - 40)\frac{Z_1}{Z_s} + 2\frac{A_1}{A_o}\frac{Q_1}{Q_o}Z_Q\right]\right\} \qquad (13)$$

A equação da continuidade de ordem 1 é

$$B_o Z_{1t} + Q_{1x} = 0 \qquad (14)$$

e de 2ª ordem

$$B_o Z_{2t} + Q_{2x} = -A_{1t} \qquad (15)$$

O escoamento principal é resolvido fixando-se uma vazão Q_o e obtendo-se a profundidade correspondente Z_o na equação algébrica (8). As equações (9) a (15) constituem dois sistemas lineares a derivadas parciais.

2.2. Solução das equações de 1ª ordem

Para a resolução do problema proposto foi usado o esquema em diferenças finitas de Preissmann, expresso pelas equações

$$f(x,z) \cong \frac{\Theta}{2}\left(f^{i+1}_{j+1} + f^{i+1}_{j}\right) + \frac{1-\Theta}{2}\left(f^{i}_{j+1} + f^{i}_{j}\right) \qquad (16)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} \cong \Theta \frac{f^{i+1}_{j+1} - f^{i+1}_{j}}{\Delta x} + (1-\Theta)\frac{f^{i}_{j+1} - f^{i}_{j}}{\Delta x} \qquad (17)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{f^{i+1}_{j+1} - f^{i}_{j+1} + f^{i+1}_{j} - f^{i}_{j}}{2\,\Delta t} \qquad (18)$$

onde $j = 1,2,\ldots N$ são as diversas seções de cálculo, $i = 1,2,\ldots M$ são os instantes de tempo da simulação e Θ é um parâmetro de peso com valor entre 1/3 e 1. Substituindo-se as variáveis das duas equações difrenciais que constituem o problema de 1ª ordem pelas expressões em diferenças finitas chega-se a 2(N-1) equações algébricas lineares onde são conhecidos os termos em i e procura-se determinar os valores para i + 1. Como devem ser determinados os valores de N vazões e N profundidades para i + 1, tornam-se necessárias mais duas equações fornecidas pelas condições de contorno na seções de montante e jusante.

$$Q(0,t) = Q_M(t)$$

ou

$$Z(0,t) = Z_M(t) \qquad (19)$$

e

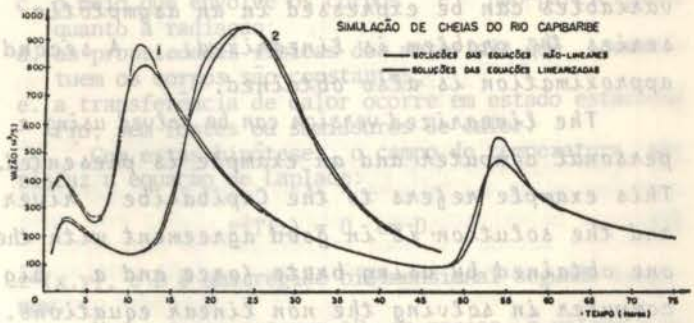
$$Q(X,t) - f\{Z(X,z)\} = 0 \qquad (20)$$

onde $Q_M(t)$, $Z_M(t)$ são vazões e cotas registradas em cada instante de cálculo na seção de montante e a equação (20) refere-se a uma curva-chave na seção de jusante (relação obtida experimentalmente entre vazões e profundidades ocorridas na seção).

Maiores detalhes sobre o esquema de discretização podem ser obtidos nas referências [1] e [2].

3. APLICAÇÃO.

As esquações do movimento não permanente foram usadas para propagar enchentes no rio Capibaribe, em Pernambuco. Considerou-se um trecho de 37,5 Km entre as cidades de Limoeiro e Pandalho. A partir das vazões medidas na seção de montante (Limoeiro), que se constituiu na entrada do modelo de simulação matemática, foram determinadas as vazões e profundidades de escoamento nas diversas seções através da resolução dos sistemas de equações não-lineares e dos sistemas linearizados pelo método das pertubações. O gráfico anexo mostra as vazões na seção de jusante (Pandalho) obtidas pelos dois processos. As curvas 1 e 2 referem-se à simulação de cheias ocorridas nos anos de 1969 e 1970, respectivamente.



4. CONCLUSÕES.

O método das pertubações parece se constituir num importante instrumento para simplificar o processo de simulação digital de escoamentos não-permanentes. As aplicações apresentadas foram feitas através do uso de um microcomputador pessoal e ocupou apenas 6 Kbytes de memória RAM, enquanto que a solução do sistema não-linear foi obtida com um computador de grande porte. O método parece ser mais eficiente que outros processos usados para linearizar as equações de Saint-Venant e certamente fornece resultados melhores que os obtidos com o uso de esquemas explícitos. Nas aplicações feitas a aproximação de 1ª ordem já conduziu a resultados bastante satisfatórios.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

[1] UNSTEADY FLOW IN OPEN CHANNELS - Water Resources Publications, Fort Collins, 1975 - 3 Vols.

[2] CIRILO, J.A. - "Algoritmo de Gradientes Conjugados Aplicado à Identificação de Parâmetros nas Equações de Propagação de Onda de Cheia" - Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, 1979.

[3] VAN DYKE, M. - "Perturbation Methods in Fluid Mechanics" - The Parabolic Press - Stanford - 1975.

[4] WEHAUSEN, J.V. and LAITONE, E. - "Handbuch der Physik" edited by W. Flugge, Vol 9 - Springer - Verlog, Berlim, 1960.

SUMMARY.

This paper deals with the problem of the non-steady flow, with a free-surface in shallow water, which is governed by the Saint-Venant equations. Assuming that the independent variables can be expressed in an asymptotic series the problem is linearized. A second approximation is also obtained.

The linearized version can be solved using a personal computer and an example is presented. This example refers to the Capibaribe river and the solution is in good agreement with the one obtained by using brute force and a big computer in solving the non linear equations.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

UM ESQUEMA LINEAR PARA AS EQUAÇÕES INTEGRAIS DA RADIAÇÃO TERMICA COM CONDUÇÃO COMBINADA EM SÓLIDOS DE GEOMETRIA ARBITRÁRIA

MAURICE BOULOS HALAL
DEPTO. DE FÍSICA - FURG, RS
SÉRGIO COLLE
DEPTO. DE ENGENHARIA MECÂNICA - UFSC, SC

SUMÁRIO

A formulação integral é aplicada à transferência de calor por radiação entre um corpo negro de superfície côncava e geometria multi-conexa e uma placa isotérmica, mediante um esquema linear. A linearização procede através de derivações parciais sucessivas da temperatura em relação ao número de radiação N_R nas equações integrais, surgindo fórmulas recursivas. Essas são usadas para a aproximação de Taylor do fluxo líquido de calor na vizinhança de $N_R=0$. Com isso, a eficiência da troca de calor por radiação é calculada e os resultados são comparados com dados das equações integrais não-lineares.

INTRODUÇÃO

A aplicação do método de equações integrais para a solução de problemas de transferência de calor já data há algum tempo [1]. O método foi estendido a problemas transientes unidimensionais de convecção e radiação combinadas em [2]. Em [3] e [4], essa técnica foi utilizada com sucesso em problemas bidimensionais. A fundamentação matemática do método para a equação clássica da difusão foi tratada com detalhes em [5].

O principal objetivo do presente trabalho é apresentar um esquema linear para as equações integrais no sentido de resolver problemas a valores de contorno da transferência de calor por radiação e condução combinadas.

A principal dificuldade para a solução desse tipo de problemas é devida ao fato de que as condições de contorno são não-lineares. Esse fato impõe severas limitações no uso de outros métodos aproximados, tais como diferenças finitas, elementos finitos e variacional.

Um método que parece muito adequado para a solução de tal problema não-linear é o método de equações integrais [6]. Geralmente, o uso da solução fundamental do operador diferencial parcial associado ao problema leva a um conjunto de equações integrais não-lineares, que devem ser resolvidas numericamente, para cada valor de um número de radiação N_T convenientemente escolhido. Com o fim de se obter uma faixa representativa de valores do fluxo líquido de calor entre os corpos considerados em função de N_T, o sistema não-linear deve ser resolvido várias vezes, o que requer um tempo de processamento considerável [6].

A meta principal é substituir o sistema de equações não-lineares por um linear. O procedimento básico para tal consiste em linearizar as equações integrais do problema através de uma diferenciação parcial direta das equações em relação ao número de radiação, que é um parâmetro adimensional. Como resultado surgem fórmulas recursivas, e os termos das equações resultantes são todos lineares. Essas equações tem como incógnitas as derivadas parciais da distribuição de temperatura da superfície do corpo em função dos parâmetros do contorno e do número de radiação. Cada derivada parcial pode ser determinada pelo conhecimento das derivadas de ordem inferior. Posteriormente, essas derivadas são utilizadas para determinar as derivadas do fluxo líquido de calor no contorno e finalmente, a aproximação de Taylor para o fluxo na vizinhança de $N_T=0$.

O método é aplicado na solução do problema da troca de calor por radiação entre uma casca cilíndrica espessa e uma placa plana isotérmica.

O PROBLEMA A VALORES DE CONTORNO

Para facilitar a obtenção da solução do problema proposto, são consideradas as seguintes hipóteses:

a. supõe-se os sólidos suficientemente longos para que os efeitos das extremidades possam ser desprezados. Assim, despreza-se a condução axial, e o problema torna-se bidimensional;
b. os corpos em estudo serão considerados negros, sendo portanto a emissividade unitária;
c. o meio que envolve os corpos é não-participante quanto à radiação;
d. as propriedades físicas dos materiais que constituem os corpos são constantes;
e. a transferência de calor ocorre em estado estacionário, sem fontes ou sumidouros de calor.

Com estas hipóteses, o campo de temperatura satisfaz a equação de Laplace:

$$\nabla^2 T(z) = 0 \quad \text{em } D, \tag{1}$$

$z=(x,y)$, e D é uma região bidimensional segundo Lyapunov.

No contorno externo ∂D_e da região, é válida a seguinte condição de contorno,

$$\frac{\partial T}{\partial n} = -N_T\left[T_S^4(z) - K_p(z) - \int_{\partial D_e} K(z,z')T_S(z')ds'\right] \tag{2}$$

onde $K(z,z')=dF_{ds-ds'}/ds'$, e dF é o fator de forma local relacionado a ds e ds'; K_p é o fator de forma local relativo a ds e à placa; $N_T=\sigma T_0^{*3}L^*/k$ é o número de radiação, sendo σ a constante de Stefan-Boltzman, T_0^* a temperatura da placa, L^* o seu comprimento e k a condutibilidade térmica do corpo.

No contorno interno ∂D_i, a distribuição de temperatura T_i é prescrita. Então

$$T|_{\partial D_i} = T_i(z). \tag{3}$$

Nas equações acima, foram definidas as variáveis adimensionais $x=x^*/L^*$, $y=y^*/L^*$, $T=T^*/T_0^*$.

AS EQUAÇÕES INTEGRAIS NÃO-LINEARES

Usando a solução fundamental associada à equação (1), e que tem a seguinte forma,

$$G(z,z') = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{|z-z'|},$$

com $|z-z'|=[(x-x')+(y-y')^2]^{1/2}$, mostra-se facilmente que a temperatura da superfície $T_S(z)$ satisfaz a seguinte equação integral não-linear ([4], [6]):

$$\int_{\partial D_e} (\tfrac{1}{2} + \ln|z-z'|)\, q_{ne}(z')\, ds'$$

$$-\int_{\partial D_e} \frac{(z-z').n'}{|z-z'|^2}\, T_s(z')\, ds' + \pi T_s(z)$$

$$-\int_{\partial D_i} (\tfrac{1}{2} + \ln|z-z'|)\, q_{ni}(z')\, ds'$$

$$-\int_{\partial D_i} \frac{(z'-z).n'}{|z-z'|^2}\, T_i(z')\, ds' = 0, \qquad (4)$$

com z em ∂D_e para o contorno externo, onde q_{ne} é a derivada normal externa do campo de temperatura T_s, dada pela condição de contorno (2), q_{ni} é a derivada normal interna de T_i, que é incógnita no contorno interno ∂D_i, e satisfaz a equação integral abaixo,

$$\int_{\partial D_e} (\tfrac{1}{2} + \ln|z-z'|)\, q_{ne}(z')\, ds'$$

$$-\int_{\partial D_e} \frac{(z'-z).n'}{|z-z'|^2}\, T_s(z')\, ds' + \pi T_i(z)$$

$$-\int_{\partial D_i} (\tfrac{1}{2} + \ln|z-z'|)\, q_{ni}(z')\, ds'$$

$$-\int_{\partial D_i} \frac{(z-z').n'}{|z-z'|^2}\, T_i(z')\, ds' = 0, \qquad (5)$$

com z em ∂D_i, para o contorno interno. Adicionou-se às equações acima a condição de consistência de Neumann [7],

$$\int_{\partial D_e} q_{ne}(z)\, ds - \int_{\partial D_i} q_{ni}(z)\, ds = 0,$$

para assegurar a existência de solução correspondente ao caso em que o contorno ∂D_e é um círculo unitário.

Mostra-se facilmente que a incógnita q_{ni} pode ser eliminada entre as equações (4) e (5) em favor de T_s [8]. Então, teremos apenas $T_s(z)$ como função incógnita que pode ser prontamente obtida da solução numérica da equação resultante.

Um parâmetro particular de significado físico relevante é dado aqui pela seguinte equação:

$$\psi(N_r) = \bar{q}(N_r)/N_r, \text{ onde} \qquad (6)$$

$$\bar{q}(N_r) = -\int_{\partial D_e} q_{ne}(z)\, ds = \frac{N_r}{L(\partial D_e)} \int_{\partial D_e} \Big[T_s^4(z) - K_p(z) + \int_{\partial D_e} K(z,z')\, T_s^4(z')\, ds'\Big] ds \qquad (7)$$

e $L(\partial D_e) = \int_{\partial D_e} ds$ é o comprimento de ∂D_e.

Combinando as equações (6) e (7), teremos:

$$\psi(N_r) = \frac{1}{L(\partial D_e)} \int_{\partial D_e} \Big[T_s^4(z) - K_p(z) - \int_{\partial D_e} K(z,z')\, T_s(z')\, ds\Big] ds \qquad (8)$$

Como é fácil de se ver, a função ψ pode ser escrita como segue,

$$\psi(N_r) = \bar{q}\,(N_r)/\sigma T_0^{*4},$$

onde $\bar{q}$ é o fluxo de calor médio sobre ∂D_e e ψ representa o fluxo líquido adimensional total de calor trocado por radiação entre o cilindro e a placa.

O efeito da condutibilidade térmica do sólido na transferência de calor por radiação entre o corpo e a placa poderá ser compreendido mais facilmente se a seguinte relação for definida:

$$\xi(N_r) = \psi(N_r)/\psi(0). \qquad (9)$$

Então, $\psi(0)$ comporta-se como um fluxo de calor médio no contorno ∂D_e, que corresponde ao caso em que a condutibilidade térmica assume um valor infinito, ou seja, no caso de metal ideal.

O ESQUEMA LINEAR

Para avaliar a função $\xi(N_r)$, o sistema não-linear de equações (4)-(5) deve ser resolvido numericamente tantas vezes quantas necessário para cobrir uma faixa determinada de valores de N_r.

Entretanto, se as derivadas parciais de $\xi(N_r)$ são conhecidas em N_r=0, pode-se substituir $\xi(N_r)$ por uma aproximação de Taylor como segue:

$$\xi_N(N_r) = \sum_{m=0}^{N} \frac{1}{m!} \frac{\partial^m \xi(0)}{\partial N_r^m} N_r^m \qquad (10)$$

onde N indica a ordem de aproximação do polinômio. Pelas equações (8) e (9), estas derivadas podem ser determinadas se soubermos as derivadas parciais de T_s em relação a N_r, que são obtidas por diferenciação direta das equações integrais (4) e (5). Após incluir a condição de contorno (2), o resultado é como segue:

$$\pi \Big(\frac{\partial^p T_s(z)}{\partial N_r^p}\Big)_0 - \int_{\partial D_e} \frac{(z-z').n'}{|z-z'|^2} \Big(\frac{\partial^p T_s(z')}{\partial N_r^p}\Big)_0 ds' - \int_{\partial D_i} (\tfrac{1}{2} + \ln|z-z'|) \Big(\frac{\partial^p q_{ni}(z')}{\partial N_r^p}\Big)_0 ds' = H_p(z) \qquad (11)$$

para z em ∂D_e,

$$\pi \Big(\frac{\partial^p T_i(z)}{\partial N_r^p}\Big)_0 - \int_{\partial D_e} \frac{(z'-z).n'}{|z-z'|} \Big(\frac{\partial^p T_s(z')}{\partial N_r^p}\Big)_0 ds' - \int_{\partial D_i} (\tfrac{1}{2} + \ln|z-z'|) \Big(\frac{\partial^p T_s(z')}{\partial N_r^p}\Big)_0 ds' = H_p(z) \qquad (12)$$

para z em ∂D_i, e

$$H_p(z) = p \int_{\partial D_e} (\tfrac{1}{2} + \ln|z-z'|) \Big[\Big(\frac{\partial^{p-1} T_s^4(z')}{\partial N_r^{p-1}}\Big)_0 - \int_{\partial D_e} K(z',z'') \Big(\frac{\partial^{p-1} T_s^4(z'')}{\partial N_r^{p-1}}\Big)_0 ds'' - \Big(\frac{\partial^{p-1} K_p(z')}{\partial N_r^{p-1}}\Big)_0\Big] ds' \qquad (13)$$

Eliminando-se a derivada de q_{ni} das equações (11) e (12), obtém-se uma equação linear para $(\partial^p T_s/\partial N_r^p)_0$. Para calcular essas derivadas, pode-se resolver as equações (11)-(12) por recursão, como se observa na equação (13).

A tarefa da obtenção da aproximação polinomial (10) reduz-se, assim, à solução das equações integrais lineares (11)-(12), evitando-se o processo iterativo.

SOLUÇÃO NUMÉRICA

Uma solução aproximada das equações integrais pode ser obtida pelo método da colocação, que foi utilizado com sucesso na solução de vários problemas de engenharia, como em [6] ou, para corpos cinzentos em [9]. O método consiste na divisão dos contornos da região em segmentos de arco Δs_j, onde a função (temperatura ou sua derivada normal) é representada por uma função degrau (constante em cada Δs_j). Com o uso do teorema da média, as integrais das funções são aproximadas por somas, aplicadas a cada ponto nodal, no centro do arco. Por exemplo, para a temperatura, teremos:

$$\int_{\partial D} K(z,z')\,T(z')\,ds' = \sum_{j=1}^{Nj} T_j \int_{\Delta s_j} K(z,z')\,ds'$$

e a integral do núcleo é obtida por integração numérica ou analítica.

Para reduzir as equações integrais em equações algébricas, os contornos ∂D_i e ∂D_e são representados por equações paramétricas no plano, na forma $x=x(\tau)$, $y=y(\tau)$, onde τ pertence a um intervalo $[a,b]$ da linha real. No caso, $x(a)=x(b)$, $y(a)=y(b)$. Como D é uma região de Lyapunov, devemos ter $\dot{s}(\tau)=[\dot{x}(\tau)^2+\dot{y}(\tau)^2]^{1/2}>0$, onde $\dot{s}(\tau) = ds/d\tau$ é a velocidade da curva ∂D. Seja N_p o número de pontos nodais de $[a,b]$ correspondente a ∂D_q, q=i,e, tal que $\tau=a+(2j-1)\Delta\tau/2$, $j=1,2,\ldots,N_p$, $\Delta\tau=(b-a)/N_p$. Assim, as equações (10)-(11) são aproximadas pelo seguinte sistema linear de equações algébricas, aplicado a cada ponto nodal $z(\tau_j)$ do contorno ∂D_q [8]:

$$\sum_{j=1}^{N_e} G^e_{e,kj}\,(D_p\,q_{ne,j}) + \sum_{j=1}^{Ne} DG^e_{e,kj}\,(D_p\,T_{s,j}) + \sum_{j=1}^{N_i} G^i_{e,kj}(D_p\,q_{ni,j}) - \pi(D_p\,T_{s,k}) = 0 \qquad (14)$$

e

$$\sum_{j=1}^{N_e} G^e_{i,kj}(D_p\,q_{ne,j}) + \sum_{j=1}^{Ne} G^e_{i,kj}(D_p\,T_{s,j}) + \sum_{j=1}^{N_i} G^i_{i,kj}(D_p\,q_{ni,j}) - \pi(D_p\,T_{i,k}) = 0 \qquad (15)$$

onde D_p denota a derivada de ordem p, com p=1,2,...,N. Invertendo a matriz $[G]$ e eliminando o fluxo q_{ni} entre as equações acima, resulta uma equação linear para (D_pT_s), dada na forma matricial,

$$[A]\{D_p\,T_s\} + [B]\{D_p\,q_{ne}\} = \{0\} \quad \text{onde} \qquad (16)$$

$$[A] = [DG^e_i] - [DG^e_i][G^i_i]^{-1}[G^e_i],$$

$$[B] = [G^e_e] - [G^e_i][G^i_i]^{-1}[G^i_e].$$

Analogamente, para o sistema não-linear (4)-(5), tem-se:

$$[C]\{T_s\} + [E]\{q_{ne}\} + \{F\} = \{0\} \qquad (16)$$

onde

$$\{F\} = ([DG^i_e] - [G^i_e][G^i_i]^{-1}[DG^i_i])\{T_i\},$$

e os coeficientes $[C]$ e $[E]$ são semelhantes aos da equação (16). O vetor $\{D_pq_{ne}\}$ e as matrizes $[G]$ e $[DG]$ são dados, respectivamente, por:

$$D_p q_{ne,k} = -\,\dot{s}(\tau_k)\left[\left(\frac{\partial^p N_r T_s^4(z(\tau_k))}{\partial N_r^p}\right)_0 - \left(\frac{\partial^p K_p(z(\tau_k))}{\partial N_r^p}\right)_0 - \int_{\tau_j^-}^{\tau_j^+} K(z(\tau_k),z(\tau'))\left(\frac{\partial^p N_r T_s^4(z(\tau'))}{\partial N_r^p}\right)_0 ds'\right] \qquad (18)$$

$$G^q_{p,kj} = \int_{\tau_j^-}^{\tau_j^+} \left(\frac{1}{2} + \ln|z(\tau_k)-z(\tau')|\right)d\tau', \quad \text{e} \qquad (19)$$

$$DG^q_{p,kj} = \int_{\tau_j^-}^{\tau_j^+} \frac{(z(\tau')-z(\tau_k))}{|z(\tau')-z(\tau_k)|^2}\,\dot{s}(\tau)n(z(\tau'))d\tau' - \pi\delta_{kj} \qquad (20)$$

sendo $\tau_j^{\pm} = \tau_j \pm \Delta\tau/2$, com z em ∂D_p, z' em ∂D_q, k=1,2..N_q j=1,2,...,N_p, $\Delta\tau=(b_q-a_q)/N_q$, válidas para $p\neq q$. Quando $z(\tau_k)=z(\tau')$ para p=q, surgem singularidades, como se observa nas equações (19)-(20), que podem ser contornadas conforme procedimento em [8].

Para o cálculo das derivadas sucessivas da temperatura, o processo inicia pela equação (17), com $N_r=0$, obtendo-se $(T_s)_0=T_i$, visto que q_{ne} é nulo. Assim, as derivadas sucessivas da temperatura $\{D_pT_s\}$ e simultaneamente as do fluxo de calor $\{D_pq_{ne}\}$ são determinadas por recursão nas equações (16) e (18), com o auxílio da regra de Leibnitz para a derivada de um produto,

$$\left(\frac{\partial^p N_r T_s^4}{\partial N_r^p}\right)_0 = p\left(\frac{\partial^{p-1} T_s^4}{\partial N_r^{p-1}}\right)_0 = p\,D_{p-1}(T_s^4)_0.$$

Assim, jogando-se os valores $\{D_pq_{ne}\}$ na derivada sucessiva da equação (8) em relação à N_r e substituindo o resultado na equação (10), obtemos uma aproximação linear para $\xi(N_r)$. Além disso, uma aproximação linear da distribuição de temperatura pode ser obtida jogando-se os valores $\{D_pT_s\}$ numa equação semelhante à (10).

EXEMPLO NUMÉRICO

Para verificar o método, considera-se o problema da transferência de calor por radiação entre uma parede cilíndrica espessa e uma placa plana isotérmica de comprimento 2B*, conforme figura 1 abaixo.

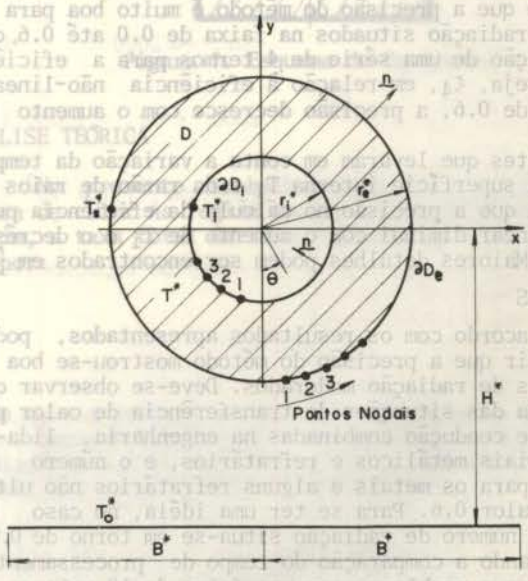


Fig. 1 - Geometria do problema

Para a geometria presente, $a=r_i^*/r_e^*$, $b=B^*/r_e^*$, $h=H^*/r_e^*$, $T_i=T_i^*/T_0^*$, $N_r=\sigma T_0^{*3} r_e^*/k$, $T_0^*=1.0$ e T_i é suposta constante sobre ∂D_i. Como o corpo é convexo, não há ra

diação mútua, e a integral na equação (18) é nula. Devido à simetria, considera-se metade do cilindro e da placa. Para a superfície interna do cilindro foram utilizados 16 pontos nodais e para a externa 32. Para a integração numérica da função de Green fundamental e sua derivada normal dadas por (19)-(20) foram feitas 10 divisões em cada intervalo [8], e usou-se a regra de Simpson. Um programa FORTRAN IV foi escrito e processado num computador IBM 4341.

RESULTADOS NUMÉRICOS

Os resultados obtidos da solução do exemplo numérico da seção anterior permitem a comparação entre a aproximação linear por série de Taylor e a solução não-linear (processo iterativo de Newton-Raphson) das equações integrais. Além disso, permitem a compreensão do comportamento físico do problema da troca de calor por radiação entre um cilindro negro e uma placa isotérmica.

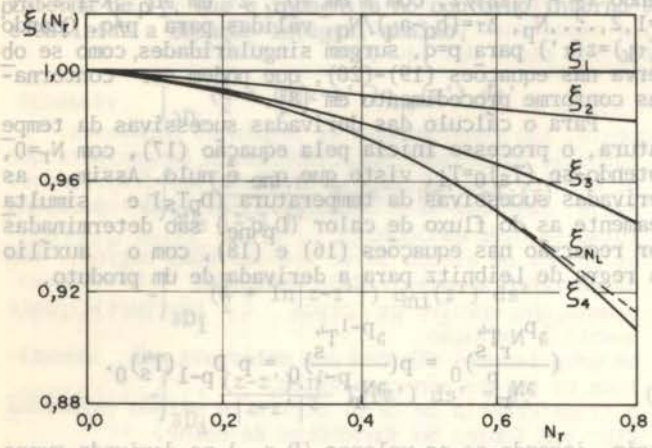


Fig. 2 - Eficiência da troca de calor por radiação para um cilindro em presença de uma placa em função de N_r.

No gráfico da figura 2 são comparados os resultados obtidos pelos dois esquemas numéricos para a eficiência da troca de calor por radiação ξ. A curva tracejada representa a eficiência não-linear ξ_{NL} obtida pela equação (9), e as curvas contínuas fornecem as eficiências ξ_j, onde j indica o número de termos da série, calculadas pela equação (10). Os seguintes parâmetros foram utilizados: a=0.5, b=0.2 e T_i=0.2. Nessa figura, mostra-se que a precisão do método é muito boa para números de radiação situados na faixa de 0.0 até 0.6, com a utilização de uma série de 4 termos para a eficiência, ou seja, ξ_4, em relação à eficiência não-linear. A partir de 0.6, a precisão decresce com o aumento de N_r.

Testes que levaram em conta a variação da temperatura da superfície interna T_i e da razão de raios a, mostraram que a precisão no cálculo da eficiência pelo método linear diminui com o aumento de T_i e o decréscimo de a. Maiores detalhes podem ser encontrados em [8].

CONCLUSÕES

De acordo com os resultados apresentados, pode-se concluir que a precisão do método mostrou-se boa para números de radiação moderados. Deve-se observar que na maioria das situações de transferência de calor por radiação e condução combinadas na engenharia, lida-se com materiais metálicos e refratários, e o número de radiação para os metais e alguns refratários não ultrapassa o valor 0.6. Para se ter uma idéia, no caso de aletas, o número de radiação situa-se em torno de 0.05.

Visando a comparação do tempo de processamento, resolveu-se o problema para uma faixa de 10 valores de N_r, utilizando o esquema linear e o não-linear, com 32 pontos na superfície externa. O tempo de CPU foi de 40 segundos para o primeiro método e de 120 para o último. O mesmo problema foi resolvido pelo método de diferenças finitas com 288 pontos [8], consumindo um tempo de CPU 8 vezes maior, para um único valor de N_r. Isto se deve ao fato de que o método de diferenças finitas necessita do cálculo da distribuição de temperatura na região para se ter a do contorno, ao passo que o método de equações integrais só usa pontos do contorno, devido às características da função de Green.

O método de equações integrais lineares pode ser estendido à solução de problemas da transferência de calor por radiação e condução combinadas em superfícies rugosas, onde se requer um grande número de pontos para uma determinação acurada da distribuição de temperatura e do fluxo de calor. O mesmo é aplicado para bancada de aletas, cuja solução pelo método de equações integrais não-lineares foi obtida em [10].

REFERÊNCIAS

[1] Sparrow, E.M., Haji-Sheik, A. e Lundgren, T.S.,"The Inverse Problem in Transient Heat Conduction", J. Apl. Mechanics, V. 31 (1964), p. 369-375.

[2] Crosbie, A.L. e Viskanta, R., "Transient Heating or Cooling of a Flat Plate by Combined Convection and Radiation", Int. J. Heat Mass Transfer, V. 11 (1968), p. 305-317.

[3] Shaw, R.P., "An Integral Equation Approach to Diffusion", Int. J. Heat Mass Transfer, V. 17 (1974), p. 693-699.

[4] Chang, Y.P., Kang, C.S. e Chen, D.j., "The Use of the Fundamental Green's Function for the Solution of Problems of Heat Conduction in Anisotropic Media", Int. J. Heat Mass Transfer, V. 16 (1973), p. 1905-1918.

[5] Tolubinskiy, E.V., "An Integral Method of Solution of the General Heat and Mass Transfer Problem",Int. J. Heat Mass Transfer, V. 9 (1966), p. 1571-1588.

[6] Abreu, R.C., "Aplicação de Equações Integrais à Transferência de Calor por Radiação, Condução e Convecção Combinadas entre Sólidos de Geometria Arbitrária", Dissertação de Mestrado, CTC-UFSC, 1979.

[7] Colle, S., Abreu, R.C. e Halal, M.B., "An Integral Equation Approach to Radiative Heat Transfer Between Heat Conducting Solids of Arbitrary Shape", 20th Joint ASME-AIChE National Heat Transfer Conference, ASME Paper 81-HT-73, 1981.

[8] Halal, M.B., "Uma Aproximação Linear para as Equações Integrais da Radiação Térmica com Condução Combinada", Dissertação de Mestrado, CTC-UFSC, 1981.

[9] Colle, S. e Halal, M.B., "Steady Radiative Heat Transfer of Heat Conducting Gray Bodies with Temperature-Dependent Emissivity", 21th Joint ASME-AIChE National Heat Transfer Conference, ASME Paper 82-HT-1, 1982.

[10] Colle, S., "A General Solution for the Heat Transfer in Arrays of Radiative Fins of Arbitrary Shape", ASME Paper 83-HT-57, 1983.

SUMMARY

The integral formulation is applied to the radiation heat transfer between a concave black surface of multi-connected geometry and an isothermal flat plate, by using a linear numerical scheme. The linearization is then proceeded by making sucessive partial derivatives of the temperature relative to the radiation number, namely N_r, in the integral equations and recursive formulas appear. These formulas are used to a Taylor series approach of the heat flux in the neighborhood of N_r=0. Then, the radiative heat transfer effectiveness is calculated and the results are compared with non-linear integral equations data.

DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA EMISSIVIDADE DE SUPERFÍCIES

CARLOS VALOIS MACIEL BRAGA
SÉRGIO LEAL BRAGA
ALCIR DE FARO ORLANDO
DEPTO. DE ENGENHARIA MECÂNICA - PUC/RJ

SUMÁRIO

A emissividade de uma superfície genérica é determinada através de um aparato que consiste basicamente de duas cascas cilíndricas concêntricas. A casca cilíndrica interna é aquecida através de resistências elétricas. A determinação da emissividade da superfície é feita então com base no balanço de energia do sistema. O aparato permite a determinação da emissividade tanto do material constituinte das cascas quanto de tintas que sejam aplicadas nas superfícies da região anular. Diversos testes foram realizados e seus resultados comparados aos obtidos através de equipamentos mais sofisticados. É feita ainda uma análise de incerteza do processo de medida, assim como uma crítica ao mesmo.

INTRODUÇÃO

A medida da emissividade de uma superfície pode ser feita oticamente, através de um espectrofotômetro, ou termicamente, através de um balanço de energia num processo de transferência de calor. O primeiro pode fornecer a emissividade espectral da superfície. O segundo fornece a emissividade total integrada, o que é de interesse na maioria das vezes e pode ser muito menos custoso do que o primeiro. Assim, este último é estudado como uma alternativa econômica para a medida da emissividade.

Os processos térmicos de medida se baseiam na medida da transferência de calor entre duas superfícies, com emissividade a ser calculada a partir das equações de balanço térmico. Normalmente os três modos de transferência de calor (condução, convecção e radiação) fazem parte desta formulação e os respectivos coeficientes das equações constitutivas introduzem uma incerteza na medida da emissividade.

No presente trabalho é proposto um equipamento baseado no método térmico. É realizada uma análise das contribuições dos diversos parâmetros envolvidos na incerteza da medida da emissividade. Os resultados encontrados são comparados com os obtidos por equipamentos comerciais mais sofisticados e precisos [1].

DESCRIÇÃO DO EQUIPAMENTO

O equipamento de medida da emissividade é composto de dois cilindros concêntricos, conforme mostrado na Figura 1. Com o objetivo de eliminar-se o efeito de pontas, foram colocados dois blocos de cortiça em ambas as bases do conjunto. A superfície externa do cilindro interno é denominada de superfície 1 e a superfície interna do cilindro externo é denominada de superfície 2 e tem diâmetros, respectivamente, d_1=22,0mm e d_2=42,7mm. A altura dos cilindros é ℓ = 147mm e as bases de cortiça são denominadas de superfície 3.

Uma resistência elétrica é colocada no cilindro interno fornecendo calor ao sistema. Tomou-se o cuidado adicional de escolher uma resistência elétrica com o mesmo comprimento que a altura dos cilindros para minimizar a transferência de calor axial na superfície dos mesmos e garantir um fluxo de calor unidimensional radial.

Para determinação das temperaturas foram instalados três termopares na superfície 1 (A,B,C), assim como outros três na superfície 2 (D,E,F), conforme representado na Figura 1. Naturalmente a colocação destes termopares possibilita a verificação da uniformidade da temperatura de cada superfície, bem como a determinação de sua temperatura média.

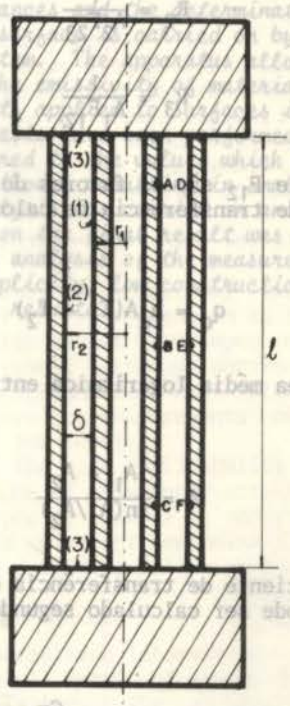


Figura 1. Esquema do Equipamento

ANÁLISE TEÓRICA

No presente trabalho, dois são os mecanismos de troca de calor na região anular: radiação e convecção. Assim, a taxa total de transferência de calor (q) é dada por:

$$q = q_r + q_c \qquad (1)$$

onde q_r é a parcela relativa à radiação e q_c à convecção.

Segundo Kreith [2], a transferência de calor por radiação entre as superfície 1 e 2, considerando-se a superfície 3 re-irradiante, é dada por:

$$q_r = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon A_1} + Req + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon A_2}} \qquad (2)$$

onde ε - emissividade das superfícies 1 e 2 (idênticas)

A_1 - area da superfície 1 (m^2)
A_2 - área da superfície 2 (m^2)
T_1 - temperatura absoluta da superfície 1 (K)
T_2 - temperatura absoluta da superfície 2 (K)
Réq - resistência equivalente
σ - constante de Stephan Boltzman($5{,}729 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$)

Assim, explicitando-se ε

$$\varepsilon = \frac{A_1 + A_2}{A_1 + A_2 + A_1 A_2 \left[\frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{q_r} - Req \right]} \quad (3)$$

sendo,

$$\frac{1}{Req} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (4)$$

$$R_1 = \frac{1}{A_1 F_{13}} \quad (5)$$

$$R_2 = \frac{1}{A_2 F_{23}} \quad (6)$$

$$R_3 = \frac{1}{A_1 F_{12}} \quad (7)$$

onde F_{13}, F_{23} e F_{12} são os fatores de forma.

A taxa de transferência de calor por convecção é dada por.

$$q_c = h_c A (T_1 - T_2) \quad (8)$$

onde A é a área média logaritmica entre as superfícies 1 e 2:

$$A = \frac{A_1 - A_2}{\ell n (A_1 / A_2)} \quad (9)$$

O coeficiente de transferência de calor por convecção (h_c) pode ser calculado segundo Kreith [2] pelas expressões

$$Nu_\delta = 1 \qquad Gr_\delta < 2000 \quad (10)$$

$$Nu_\delta = 0{,}18\, Gr_\delta^{1/4} (\ell/\delta)^{-1/9} \qquad 2000 < Gr_\delta < 20000 \quad (11)$$

$$Nu_\delta = 0{,}065\, Gr_\delta^{1/3} (\ell/\delta)^{-1/9} \qquad 20000 < Gr_\delta < 1{,}1 \times 10^7 \quad (12)$$

onde Nu_δ - número de Nusselt referido ao espaçamento δ entre as superfícies
Gr_δ - número de Grashof

REDUÇÃO DE DADOS

Conforme pode-se constatar através da equação (3), a emissividade fica determinada conhecidas as temperaturas das superfícies e a taxa de transferência de calor por radiação (q_r), além dos parâmetros geométricos.

Com as equações (1) e (8) obtem-se o valor de q_r. Ressalta-se o fato que a taxa total de troca de calor (q) é igual a potência elétrica fornecida pela resistência. Assim, esta fica determinada medindo-se a voltagem e a amperagem, com incerteza inferior a 2%. Naturalmente, na determinação da taxa de troca de calor por convecção ((8), (9), (10), (11), (12)) estão implícitas incertezas não mencionadas na referência [2]. Assim, uma especial atenção a este fato é dada na análise dos resultados do presente trabalho.

As temperaturas foram medidas com termopares do tipo T (cobre-constantan) calibrados contra um termômetro padrão de platina, com incerteza de $\pm 0{,}1^{o}C$.

Finalmente, para a geometria adotada no equipamento, tem-se $A_1 = 1{,}016 \times 10^{-2}\ m^2$ e $A_2 = 1{,}972 \times 10^{-2}\ m^2$. Os fatores de forma são determinados segundo Siegel e Howell [3], apresentando os seguintes valores numéricos:

$$F_{12} = 0{,}9496 \qquad F_{13} = 0{,}0504 \qquad F_{14} = 0{,}0796$$

Com as equações (4), (5), (6), (7) obtem-se $R_{eq} = 99{,}66\ m^{-2}$.

RESULTADOS

Para efeito de teste do equipamento as superfícies 1 e 2 foram pintadas de preto. As emissividades destas superfícies foram medidas por um equipamento comercial [1], obtendo-se

$$\varepsilon = 0{,}95 \pm 0.02$$

Com o aparato desenvolvido foram realizadas várias experiências, cujos resultados estão apresentados na Tabela 1. Esta mostra as temperaturas médias em cada superfície, assim como seus desvios já que as mesmas não são completamente isotérmicas, além dos demais parâmetros necessários para a determinação da emissividade.

Tabela 1. Resultados

PARÂMETRO	EXPERIÊNCIA			
	1	2	3	4
T_1 (^{o}C)	30,2	65,8	88,5	104,4
Incerteza ΔT_1 (^{o}C)	0,3	0,5	0,6	1,4
T_2 (^{o}C)	21,5	36,0	46,1	52,4
Incerteza ΔT_2 (^{o}C)	0,4	0,5	0,9	0,7
Gr_δ	1302	3046	3457	3680
Nu_δ	1,000	1,000	1,028	1,044
h($W/m^2.{}^{o}C$)	2,528	2,711	2,910	3,040
q(W)	0,82/	3,564	5,558	7,168
q_c(W)	0,316	1,165	1,778	2,280
q_r(W)	0,511	2,399	3,780	4,888
ε	0,972	1,018	0,986	0,956

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Conforme pode ser observado, os resultados obtidos para a emissividade aproximam-se bastante daquele obtido pelo equipamento comercial [1].

Com o objetivo de verificar-se a influência dos diversos parâmetros medidos ou calculados na determinação da emissividade, realizou-se uma análise de incertezas, segundo o critério de Kline e Mac Klintock. Assim,

$$(\Delta\varepsilon)^2 = \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial A_1}\Delta A_1\right)^2 + \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial A_2}\Delta A_2\right)^2 + \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial T_1}\Delta T_1\right)^2 + \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial T_2}\Delta T_2\right)^2 + \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial q}\Delta q\right)^2 + \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial h}\Delta h\right)^2 \quad (13)$$

Para efeito de cálculo da incerteza na medida da emissividade, tomou-se por base a experiência nº 1 da Tabela 1. Foram adotados os seguintes valores para as incertezas das medidas geométricas básicas:

$$\Delta d_1 = \pm 0{,}1\text{mm}$$

$$\Delta d_2 = \pm 0{,}1\text{mm}$$

$$\Delta \ell = \pm 0{,}5\text{mm}$$

Deste modo, encontra-se as incertezas das áreas 1 e 2 como sendo, $\pm 5{,}8 \times 10^{-5}$ m^2 e $\pm 8{,}1 \times 10^{-5}$ m^2, respectivamente. Para incerteza da potência elétrica, foi adotado o seguinte valor: $\Delta q = 0{,}012$ W. Ressalta-se que já foram apresentadas na Tabela 1 as incertezas das temperaturas. Conforme mencionado anteriormente, uma atenção especial é dada a incerteza do coeficiente de filme associado a troca de calor por convecção.

Assim, são encontrados os seguintes valores:

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial A_1}\ \Delta A_1\right)^2 = 4{,}72 \times 10^{-6}$$

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial A_2}\ \Delta A_2\right)^2 = 2{,}08 \times 10^{-7}$$

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial T_1}\ \Delta T_1\right)^2 = 1{,}42 \times 10^{-3}$$

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial T_2}\ \Delta T_2\right)^2 = 2{,}32 \times 10^{-3}$$

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial q}\ \Delta q\right)^2 = 2{,}36 \times 10^{-4}$$

$$\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial h}\ \Delta h\right)^2 = 0{,}173 \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2$$

Logo,

$$(\Delta\varepsilon)^2 = 3{,}98 \times 10^{-3} + 0{,}173 \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 \qquad (14)$$

A Tabela 2 apresenta a incerteza da emissividade como função da incerteza relativa do coeficiente de transferência de calor H.

Tabela 2. Incerteza da Emissividade

$\Delta h/h$	0	0,01	0,02	0,05	0,10	0,15
$\Delta\varepsilon$	0,063	0,063	0,064	0,066	0,076	0,089

Pode-se observar que a contribuição da incerteza da temperatura na incerteza da emissividade é uma das maiores, juntamente com a do coeficiente de transferência de calor. Verifica-se ainda ser pequena a contribuição das demais parcelas.

Situando a incerteza relativa da medida do coeficiente de filme, h, na faixa de 10 a 15%, contata-se que os dois termos do lado direito da equação (14) possuem a mesma ordem de grandeza. Estes valores induzem uma incerteza na emissividade de aproximadamente 0,08 para a experiência nº 1.

CONCLUSÕES

Como pode ser observado na análise dos resultados, a incerteza da medida da emissividade através do presente método é maior do que a associada aos equipamentos comerciais [1]. A temperatura é a grandeza que deve ser medida com maior acuidade. Naturalmente uma incerteza menor do valor da emissividade poderia ser conseguida com um número maior de medidas, diminuindo portanto a incerteza da média.

As facilidades de construção e operação do equipamento apresentado, assim como o seu baixíssimo custo, justificam plenamente a sua utilização, quando não é exigida elevada confiabilidade na medida da emissividade. Uma outra aplicação bastante viável é a comparação em termos qualitativos de emissividades de diferentes superfícies ou tintas.

REFERÊNCIAS

[1] Digital Ambient Emissometer, model 2158/2164 B, Manual de Instruções, International Technology Corporation (Intec) (1978).

[2] Kreith, F., Principles of Heat Transfer, Intext Educational Publisners, N.Y., (1973).

[3] Siegel, R. & Howell, S.R., Thermal Radiation Heat Transfer, McGraw-Hill-Kogakusha Ltd., N.Y., (1972).

SUMMARY

The emissivity of a surface has been determined by an apparatus, which basically consists of two concentric cylinder shells. The inner shell is heated by electric resistances and the determination of the emissivity of the surface is carried on by an energy balance on the system. The apparatus allows the determination of the emissivity of materials shaped as shells and of points applied to surfaces in the annular region. Several tests have been performed, and the results were compared to the values which were obtained by more precise methods, resulting in small descrepancies An uncertainty analysis was carried on and the influence of each parameter on the final result was determined. Finally a critical analysis of the measurement method emphasises its simplicity, low construction cost of the equipment and good results.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

A NEW ACCURATE METHOD FOR CALIBRATING SUBMICRON PRESSURE TRANSDUCERS (1 to 10^{-3} torr)

MAURÍCIO N. FROTA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA, PUC/RJ

SUMMARY

A new, accurate method for calibrating pressure transducers in the pressure range of 1 to 10^{-3} mm Hg was developed and qualified to within better than 1% accuracy, displaying impressive reproducibility character in replicate experiments. The devised method dissociates, from the overall pressure transducer output signal, contaminating effects such as air compressiblity, diaphragm deflection and strong undesirable thermal drifts. The technique relies upon Basic Principles and, for the low level pressure range suggested, replaces other conventional calibrating techniques which are expensive or fail to succeed due to high associated uncertainties.

INTRODUCTION

The dynamics and the relative motion of a particle in a viscous fluid have extensively been investigated during the last few decades. The most remarkable work in this area was however attributed to Brenner [1], who, after a series of sequencial papers, came out with a powerfull theory relating parameters of the "perturbed flow" (flow in presence of the particle) to parameters of the "unperturbed" flow. The proposed theory rely on Basic Principles (momentum and energy theorems) and provides the fundamentals for calculating the "additional" pressure drop induces by the presence of a particle in a flow field. The theory is quite general and applies to the relative motion of a particle (of arbitrary shape) and a viscous fluid confined within a cylinder of arbitrary cross-section. Surprisingly, this theory also provides the background for calculating a finite shearing force acting on the walls of the cylinder bounding the flow, even if the walls are infinitely distant from the particle. The beauty and the simplicity of Brenner's results, concerning such a complex problem, is discussed elsewhere [1].

Using an Oseen-type linearization of the equations of motions and arguments related to the "additional" rate of energy dissipation, Brenner showed that

$$\Delta P^{+}A/D = v_0^0/V_m \qquad (1)$$

the LHS of equation (1), which relates parameters of the perturbed flow, measures the "additional" pressure drop force drag ration. Surprisingly, the RHS of the above equation only contains parameters of the "unperturbed" flow, i.e.: v_0^0 is the approach unperturbed velocity to the particle when fluid flows in laminar regime through the duct at mean velocity V_m. The subscript zero means that the fluid approach velocity should be evaluated at the "center" of the space presently occupied by the particle, while the superscript zero denotes unperturbed flow.

Brenner's theory applies to the relative motion of a particle and a viscous fluid. However Brenner showed that (1) also applies to a particle settling through an otherwise quiescent fluid, as it will be suggested in this paper.

For Poisseuille flow in a circular tube of radius R_0, $v^0/V_m = 2[1 - (r/R_0)^2]$, therefore, according to Brenner's theory and for a "small" spherical particle of radius "a" positioned along the axis (r=0) of a circular cylinder:

$$\Delta P^{+}A/D = 2.0 \qquad (2)$$

Although Brenner's theory provides a set of sufficient conditions for its applicability, namely the smallness of the parameter a/R_0 and the particle Reynolds Number, the latter has already proved to be an unnecessary condition [2]. Brenner also provided the wall effect correction for a sphere falling along the axis of a circular cylinder in the stokes regime, i.e., the effect of the proximity of the cylinder walls uppon the ratio $\Delta P^{+}A/D$. Not accounting for negligible higher order terms, Brenner's modified equation becomes:

$$\Delta P^{+}A/D = 2[1 - 2/3\ (a/R_0)^2] \qquad (3)$$

according to the above equation, for values of a $a/R_0<0.1$, the wall effect correction is less than 0.7%.

The motivation behind this paper consists of using this very simple result (although derived from a complex theory) as the background for calibrating delicate pressure transducers for measurements of vacuum or pressures of very low levels.

In spite of the wide applicability of Brenner's theory, in the scope of this paper attention is only confined to the special case of a spherical particle settling through a quiescent newtonian fluid, just as the motion within a falling ball viscometer.

THE CONVENTIONAL APPROACHES

National specialized laboratories using equipment traceable to National Bureau of Standards, often use Dead Weight Gage Testers. The accuracy of these expensive equipment heavily depends upon comparison of the weights with standards with a degree of precision compatible with the last count of the gage to be tested, and on the integrity of the plunger system. Special measuring techniques, averaging ascending and descending pressure measurement readings, should, carefully, be used to minimize non-desirable friction effects. Another technique commonly used is pictured in Fig. 1.

The pressure taps of the differential pressure transducer is connected to two large-volume bottles containing air at atmospheric pressure, and immersed in a constant temperature bath. On line, to one side of the pressure transducer (already connected to one of the air-filled bottles), is installed a calibrated mercury-filled burette. With the by-pass valve and atmospheric vent closed, a measured volume of mercury is released from the burette, collected in a weighing bottle, and weighed on an analytical balance to furnish a more accurate measurement of its volume than provided by the graduations on the burette. Since the mass and temperature of the air in each of two closed subsystems on either side of the diaphragm remained constant, the increase in volume caused bu removal of mercury from one of the subsystems is converted into an equivalent pressure difference by application of the ideal gas law. Special care should be taken to assure

returning to isothermal conditions since, usually, the air expansion occuring immediately upon release of the mercury is essentially adiabatic. A characteristic feature of a typical calibration run is better appreciated in a strip-chart recorder. In this graphic the isothermal condition is obtained when the pressure across the diaphragm no longer changes with time.

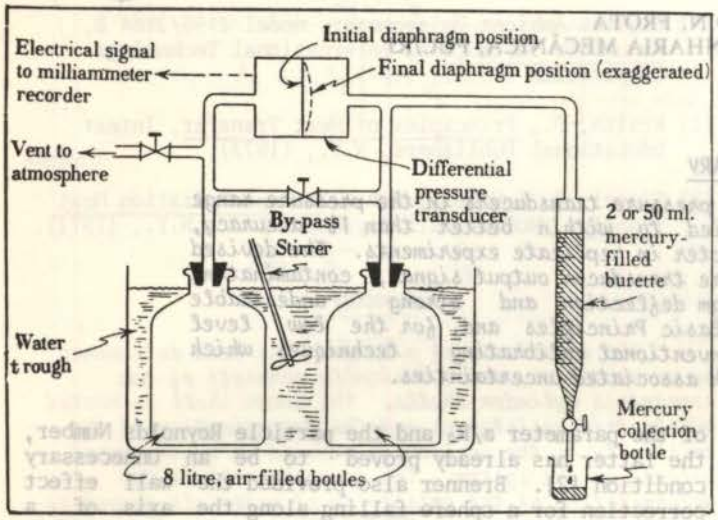


Figure 1. Calibration procedure

The major experimental difficulty inherent to this calibration procedure resides in accurately controlling the thermal drift induced by unefficient constant temperature bath and temperature fluctuation of the ambient air. Additional difficulties arise from uncertainties in calculating the air volumes placed in each side of the pressure transducer.

THE PROPOSED METHOD

The main sources of difficulties, above described are here removed. The air-filled bottles immersed in a supposedly constant-temperature bath are replaced by a "giant" U-tube manometer filled with a Newtonian liquid to almost the top. Commercially available distilled glicerol (1.263 g(cm³; ν = 9.77 cm³/s at T ~ 20.8°C), which Newtonian character well stablished, fulfills the requirements. The remainder of the system, contains air at essentially atmospheric pressure, used as the working fluid of the pressure transducer. Fig. 2 is a schematic of the proposed experimental set-up.

"Small" ($a/R_0 < 0.1$) precision steel ball bearings, class 3 (having very tight tolerances) with true diameter ranging from 3.175 to 15.070 mm, are allowed to settle along the axis of a "large-diameter" circular cylinder (again, the smallness of the parameter a/R_0 assures the condition of a "large-diameter tube"). The "in-flight" small spherical particle, along the axis of the main column will, then, induce an additional dynamic pressure difference ΔP^+. Individually spheres, held in place, along the cylinder axis and beneath the liquid surface, is released by means of an external electromagnet. Obviously the pressure is greater on that side of the particle towards which it advances. It is worthy noting that the secondary column seen in Fig. 2 was employed to balance the hidrostatic pressure in the main column.

The value ΔP^+ actually induced by the sphere's motion must be related to the value ΔP_{dc} sensed across the diaphragm and indicated by the pressure transducer. This difference emanates, basically, from the fact that the pressure difference ΔP^+ induced in the viscous liquid is transmitted to the pressure transducer by another medium (air). Elementary manometric principles may be employed to relate these two quantities.

Fig. 2 shows the air-liquid system in the initial and final states. Air is initially at atmospheric pressure (by-pass valve opened and vent-valve opened to atmosphere). During the final stage (by-pass and vent-valves are closed) the "in-flight" sphere induces a pressure difference ΔP^+ and the transducer indicates a value ΔP_{dc}.

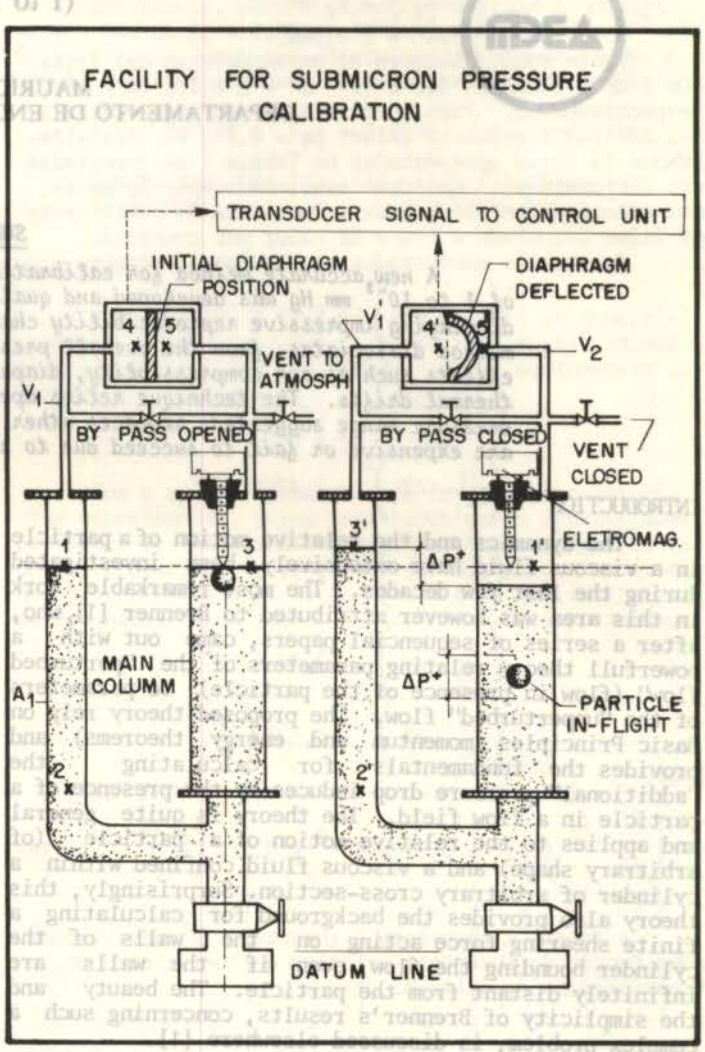


Figure 2. Suggested Calibration Procedure

Let Z_i and $Z_{i'}$ denote the vertical elevation, above fixed datum, of points corresponding to the initial and final states, respectively. Refering to Fig. 2 and denoting by ρ and ρ_a the densities of the viscous fluid and of the air, respectively, one may write:

$$(P_{1'} - P_{2'}) = -\frac{g}{g_c}\rho(Z_{1'} - Z_2) - (\Delta P)^+$$

$$(P_{2'} - P_{3'}) = -\frac{g}{g_c}\rho(Z_2 - Z_{3'})$$

$$(P_{3'} - P_{4'}) = -\frac{g}{g_c}\rho_a(Z_{3'} - Z_{4'})$$

$$(P_{4'} - P_{5'}) = (\Delta P)_{dc}$$

$$(P_{5'} - P_{1'}) = -\frac{g}{g_c}\rho_a(Z_{5'} - Z_{1'})$$

In addition, one may observe that $Z_4 = Z_{5'}$; $Z_1 = Z_3$; $Z_4 = Z_5$; $Z_2 = Z_{2'}$; $P_1 = P_3$ and $P_4 = P_5 = P_{atm}$ (prior to sphere release, the by-pass valve and the atmospheric vent were opened). Combination of the above equations yields:

$$\Delta P^+ = (\Delta P)_{dc} + (g/g_c)(\rho - \rho_a)(Z_{3'} - Z_{1'}) \qquad (4)$$

Let's also define the transducer diaphragm constant λ, relating the displaced volume due to transducer diaphragm deflexion to the indicated pressure across transducer diaphragm:

$$(\Delta V)_{dc} = \lambda (\Delta P)_{dc} \tag{5}$$

Applying the ideal gas law to the changes in the air volumes V_1 and V_2 and considering the change in these volumes which may be related to the areas A_1, A_2 and to the small displaced volume ΔV_{dc}, due to transducer diaphragm deflexion during the calibration run, in addition to few other assumption one finally obtains the following equation relating the actual particle induced pressure drop ΔP^+ to the transducer indicated pressure ΔP_{dc}:

$$(\Delta P)^+ = (1 + \alpha + \beta)\ (\Delta P)_{dc} \tag{6}$$

where

$$\alpha = \frac{g}{g_c} (\rho - \rho_a) \frac{V_1\ V_2}{(V_1 + V_2)\ P_0} \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2}\right) \tag{7}$$

$$\beta = \frac{g}{g_c} (\rho - \rho_a)\ \lambda \left(\frac{1}{A_1} + \frac{1}{A_2}\right) \tag{8}$$

In these equations the dimensionless α and β may, respectively, be understood as correction factors due to air compressibility and diaphragm deflexion.

Accordingly to the experimental set-up designed (Fig. 2) and the numerical values corresponding to the air and fluid properties, equation 7 yields the value $\alpha = 0.0060$. The constant β depends upon λ (ml/mm Hg) and this constant is difficult to be determined [2].

Diaphragms of high quality pressure transducers, display linear behaviour, i.e., diaphragm deflexions (and so the displaced volumes) are proportional to uniformly applied loads. Usually the combined non-linearity and hysteresis are about ± 1% of full scale. Knowing the elastic properties of the diaphragm, and, by submitting the diaphragm to a controlled radial tension, the displacement volumes (and so the diaphragm constant) due to diaphragm deflexion can be calculated [3,4]. Unfortunately, often, no data from the instrument manifacturer is available on the radial tension and λ is unhnown. Application of ideal gas law to the supposedly isothermal air expansion pictures in Fig. 1 leads to the following equation for λ:

$$(\Delta P)_{dc} = \frac{(\Delta V)_b}{V} P_0 \left(\frac{1}{1 + 2\ \lambda\ P_0/V}\right) \tag{9}$$

Running two different series of experiments yielding the same pressure difference across the transducer diaphragm, but for two different volumes of air (the air-filled bottle was intensionally replaced), equation (9) may be solved twice yielding the value λ. Non-negligible and non-linear thermal drifts restrain the possibility of promoting a large change in V such that the double solution of equation (9) became very uncertain [2].

A minute temperature variation in the two air volumes of the transducer is the responsible for the undesirable thermal drifts. A simple application of the ideal gas law shows that the existence of a temperature difference as small as 0.001 deg C, between these two air volumes, after the intercommunication is closed would create a pressure differential of about 0.0026 mm Hg, which is approximately equal to the magnitude of the smallest pressure diference arising in the experiments. According to the ideal gas law, $\Delta p/p = \Delta T/T$, where Δp is the change in pressure p resulting from a change, ΔT, in the absolute temperature T.

In presence of the calculated value, $\alpha = 0.0060$, and appreciating the format of the correction factor, $(1 + \alpha + \beta)$ appearing in equation (6), one may immediately conclude that, probably, the assumption, $\lambda = 0$ (which vanishes the value β) probably is as good as any other assumption yielding a very uncertain value λ. As may easily be verifyed, a 5% error in a small λ (for instance $\lambda = 0.094$ ml/mm Hg as quoted in [2] for a similar diaphragm) would cause only about 0.1% error in the calculated $(\Delta P)_{dc}$ value.

Based upon this logical argument, the actual particle induced pressure $(\Delta P)^+$ relates to the transducer indicated pressure $(\Delta P)_{dc}$ by the following equation:

$$(\Delta P)^+ = 1.0060\ (\Delta P)_{dc} \tag{10}$$

Up to this pont, it is important to realize that the small correction given above does not reflect the calibration of the pressure transducer. Equation (10) corrects the pressure transducer indicated reading to overcome air compressibility effects. The actual calibration is then accurately performed by means of the momentum and energy Basic Principles summarized by Brenner in equation (3), to within a maximum error of $(a/R_0)^3$ (since negligible high order terms are not retained). Equation (3) reflects Basic Principles and has been experimentally confirmed by several researchers (a complete list is given in [5]), therefore (3) is fully qualified as the fundamentals behind the suggested calibrating technique.

The true $(\Delta P)^+$ value is obtained from equation (3) (in this equation the drag force D is accurately determined by means of an analytical balance since it simply results from the weight of the particle corrected for buoyancy of the fluid):

$$(\Delta P)^+ = 2\ \frac{g}{g_c} \left[m - \frac{4}{3} \rho \pi a^3\right] \left[1 - \frac{2}{3} \left(\frac{a}{R_0}\right)^2\right] \tag{11}$$

Ideally the RHS of (6) should yield the same value as equation (11), derived from Brenner's theory. In practice these results are not precisely the same, owing to a number of minor corrections emanating, from varous sources (absolute humidity of the transducer ambient air, very likely, is an example).

Application of the suggested method. The new devised method was used to calibrate a high accuracy null-balance differencial pressure transducer ("*Baratron*"), manufactured by MKS Instruments Inc. This system uses a Taut-Metal-Membrane, capacitive sensing, specially manufactured. This membrane (transducer capacitive diaphragm) is highly stretched to mirror-like flatness and is firmly clamped between two insulating discs which also support the transducer capacitive electrodes. The diaphragm is displaced by the difference in pressure on each side of it and this increases one capacitor and decreases the other. These capacitors are connected in an electrical AC Bridge Circuit producing a high level voltage (25 volts full scale). The precise measuring is obtained by balancing the bridge with an accurate voltage divider. The bridge is driven by a very stable power-supply-oscilator-amplifier control unit, which signal was fed to a strip-chart-recorder in order to furnish an adequate record of the pressure difference vs time. From the recorder's output, the component of the signal corresponding to the actual indicated pressure $(\Delta P)_{dc}$ can accurately be isolated from the undesirable spurious signal reflecting effects of the temperature drift induced across the diaphragm [5]. Hence, the drift had but a minimal effect on the accuracy of the calibration.

For each scale individually calibrated, Table 1 shows the diameter and the mass of the sphere used to induce the additional pressure, the measured value corresponding to the raw transducer indicated pressure $(\Delta P)_{dc}$, the true calculated value ΔP^+, the particle Reynolds Number and the calibrating correction factor K ($K = \Delta P^+/(\Delta P)_{dc}$).

This table summarizes how the calibrating correction factor K changes with ΔP^+. Each value reported corresponds to the average of at least 25 different calibration runs, performed at similar conditions. Redundant calibration runs and tests for consistency are reported elsewhere [5]. It is interesting to observe that in any event, since the capacitance manometer is linear and sufficiently sensitive, there is little reason to doubt that too many points should

be used to calibrate each individual scale, to the desired accuracy.

Table 1. Calibration Procedure

Esc. #	Diam cm	Massa g	Drag gf	$(\Delta P)_{dc}$ torr	$(\Delta P)_t^+$ torr	K -	Re -
1	1.508	13.9762	11.6861	0.8368	0.8160	0.969	7.2
0.3	1.000	4.0778	3.4100	0.2375	0.2467	1.033	1.6
0.1	0.700	1.4026	1.1735	0.0880	0.0861	0.973	0.7
0.1	0.450	0.3730	0.3120	0.0238	0.0231	0.967	0.3
0.1	0.595	0.8509	0.7100	0.0540	0.0523	0.963	0.6
0.1	0.700	1.4026	1.1735	0.0886	0.0861	0.966	0.8
0.03	0.450	0.3730	0.3120	0.0221	0.0231	1.041	0.2
0.03	0.450	0.3730	0.3120	0.0222	0.0231	1.040	0.3
0.03	0.397	0.2570	0.2152	0.0152	0.0159	1.039	0.2
0.03	0.350	0.1742	0.1456	0.0103	0.0108	1.038	0.1
0.01	0.318	0.1294	0.1080	0.0081	0.0080	0.989	0.1
0.003	0.200	0.0325	0.0272	0.0019	0.0020	1.004	0.1

CONCLUSION

The proposed calibrating technique for accurate calibration of shophisticated pressure transducers was developed and qualified. An analytical study of the propagation of uncertainties through equation (11) shows that the stochastic component of the uncertainty associated with the present technique lies within the 1% uncertainty band. In Addition, the observed scatter resulting from twenty-five replications of the same calibration run was of the same order of magnitude as the calculated uncertainty interval.

The calibration procedure, repeated for seven different scales of the pressure transducer tested (Table 1), clearly shows the impossibility of determining an universal calibration for the whole transducer system; each transducer scale must bem individually calibrated. It is interesting noting a systematic deviation: the instrument "reads low" in the $1x10^n$ scales (K<1), but systematicaly "reads high" in the $3x10^n$ scales. This deviation might be a sign of an unbalanced electronic gain. As seen, different calibrations performed for the sophisticated transducer tested, lies somewhat beyond the 2% accuracy range (at full scale) claimed, but not guaranteed, by the transducer's manufacturer.

Finally, one may conclude that, during the development of a careful scientific investigation, even expensive sophisticated transducers supposedely calibrated by the manufacturer, must be individually calibrated, before used.

Fig. 3 ilustrates the calibration procedure, corresponding to the different scales calibrated. The solid line denotes the "zero error reading" and the points the measured values, as indicated by the pressure transducer. In this Figure one have plotted the transducer indicated value vs. the true theoretical value, as given by Brenner's theory. The known α correction, due to the air compressibility, given by equation (10) was, intensionally, not included in Fig. 3, in order to ilustrate the actual deviation of the true reading associated with the instrument.

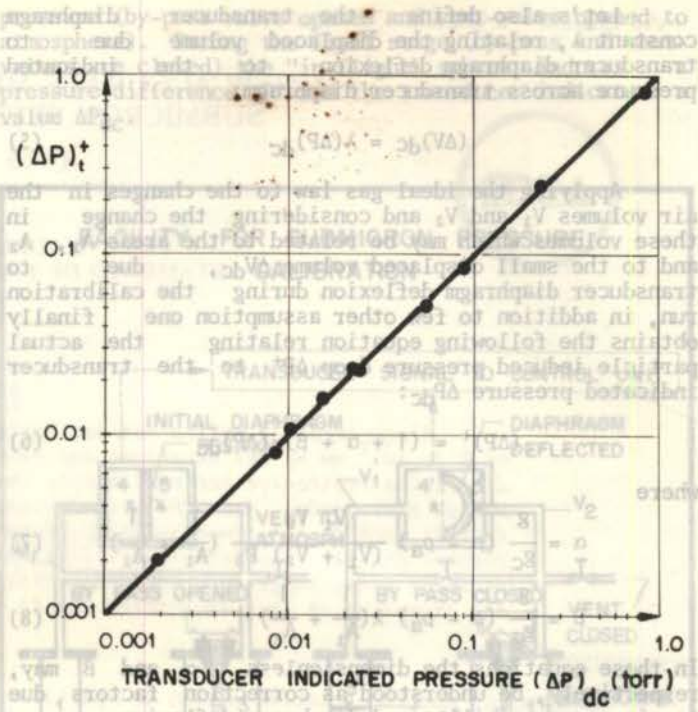


Fig. 3. Pressure transducer indicated values, showing deviation from the theoretical values.

REFERENCES

[1] Brenner, H., "Dynamics of a Particle in a Viscous Fluid", Chemical Engineering Science, Vol. 17, 1962, pp. 435-446.

[2] Feldman, G.A., & Brenner, H. "Experiments on the pressure drop created by a sphere settling in a viscous liquid. Part 2. Reynolds Number from 0.2 to 21000", J. Fluid Mech., Vol. 32, part 4, 1968, pp. 705-720.

[3] Patterson, J.L., "A Miniature Electrical Pressure Gage Utilizing a Stretched Flat Diaphragm", Technical Note 2659, NACA, April, 1952.

[4] Bryer, D.W. & Pankhurst, R.C., Pressure-Probe methods for determining wind speed and flow direction, National Physical Laboratory, Department of Trade and Industry, London, Her Majesty's Stationery Office, 1971.

[5] Pereira, R.G., "Dynamics of the Relative Motion of a Solid Particle and a Viscous Fluid Confined in Cylindrical Ducts of Different Geometries", Tese de Doutorado em Progresso, Departamento de Engenharia Mecânica, PUC/RJ, 1985.

SECOND LAW ANALYSIS FOR PARALLEL FLOW AND COUNTERFLOW HEAT EXCHANGERS

CARLOS EDUARDO S.M. DA COSTA
FRANCISCO E.M. SABOYA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA — PUC/RJ

SUMMARY

From the second law of thermodynamics, the concepts of availability and irreversibility are applied to parallel flow and counterflow heat exchangers. A very simple criterion, based on the minimum loss of availability, is established. This criterion indicates, for the two types of heat exchangers, which one has the minimum irreversibility. In this comparison, only the exit temperatures and the heat transfer rates of the two exchangers are different. The other conditions and the working fluids are the same in the heat exchangers.

INTRODUCTION

The concepts of availability and irreversibility in thermodynamics have been largely studied by authors such as Keenan [1] [2], Lay [3], Lee and Sears [4] and many others. According to these authors the irreversibility in steady flow heat exchangers is the difference between the availabilities of the fluids at the entrances and those at the exits.

The purpose of this work is to establish a criterion, based on the irreversibility concept, that will indicate, between the parallel flow and the counterflow heat exchangers, which one has the minimum irreversibility. Although it is commonly said that the counterflow heat exchanger is less irreversible than the parallel flow heat exchanger, it will be shown that such statement is not true.

In order to compare the two types of heat exchangers it will be assumed that they have the same entrance temperatures, the same heat transfer areas, the same discharges and the same working fluids. On the other hand, the exit temperatures and the heat transfer rates will be different.

ANALYSIS

The irreversibility I of an insulated heat exchanger (without heat loss to the ambient) can be evaluated from

$$I = T_o \left[\dot{m}_c \, (s_{c,e} - s_{c,i}) + \dot{m}_h \, (s_{h,e} - s_{h,i})\right] \qquad (1)$$

where $\dot{m}_c$ and $\dot{m}_h$ are the discharges of the cold and hot fluids respectively. T_o, s_c and s_h denote the ambient temperature, the specific entropy of the cold fluid and the specific entropy of the hot fluid respectively. The subscripts e and i refer to exit and inlet respectively. Equation (1) can be written as

$$I = T_o \left[\dot{m}_c \, C_c \, \mathrm{Ln} \frac{T_{c,e}}{T_{c,i}} + \dot{m}_h \, C_h \, \mathrm{Ln} \frac{T_{h,e}}{T_{h,i}}\right] \qquad (2)$$

In the equation (2) one has:

C_c = specific heat of the cold fluid
C_h = specific heat of the hot fluid
$T_{c,e}$ = exit temperature of the cold fluid
$T_{c,i}$ = inlet temperature of the cold fluid
$T_{h,e}$ = exit temperature of the hot fluid
$T_{h,i}$ = inlet temperature of the hot fluid

The heat-exchanger effectiveness ε [5] is defined as

$$\varepsilon = \frac{\text{actual heat transfer}}{\text{maximum possible heat transfer}} \qquad (3)$$

or

$$\varepsilon = \frac{\dot{C}_h \, (T_{h,i} - T_{h,e})}{\dot{C}_{min} \, (T_{h,i} - T_{c,i})} = \frac{\dot{C}_c \, (T_{c,e} - T_{c,i})}{\dot{C}_{min} \, (T_{h,i} - T_{c,i})} \qquad (4)$$

where the capacity rates are defined as

$$\dot{C}_h = \dot{m}_h \, C_h \qquad (5)$$

$$\dot{C}_c = \dot{m}_c \, C_c \qquad (6)$$

$$\dot{C}_{min} = (\dot{m} \, C)_{min} \qquad (7)$$

The maximum possible heat transfer Q_{max} is given by

$$Q_{max} = \dot{C}_{min} \, (T_{h,i} - T_{c,i}) \qquad (8)$$

By using equations (4) and (8) the exit temperatures $T_{c,e}$ and $T_{h,e}$ can be eliminated from equation (2). This gives

$$I = T_o \left[\dot{C}_c \, \mathrm{Ln} \left(1 + \frac{\varepsilon \, Q_{max}}{\dot{C}_c \, T_{c,i}}\right) + \dot{C}_h \, \mathrm{Ln} \left(1 - \frac{\varepsilon \, Q_{max}}{\dot{C}_h \, T_{h,i}}\right)\right] \qquad (9)$$

Assuming $\dot{C}_c$, $\dot{C}_h$, $T_{c,i}$ and $T_{h,i}$ to be constant parameters, the only variable in equation (9) will be the effectiveness ε. By taking the first and the second derivatives of I with respect to ε, it is easy to show that the irreversibility I has a maximum for the following value of ε

$$\varepsilon = \varepsilon^* = \frac{\dot{C}_{max}}{\dot{C}_{min} + \dot{C}_{max}} \qquad (10)$$

If $\dot{C}_c = \dot{C}_{min}$, then $\varepsilon^* = \varepsilon_c^* = \dot{C}_h / (\dot{C}_c + \dot{C}_h)$ and equation (9) can be written as

$$\frac{I}{T_o\,(\dot{C}_{min} + \dot{C}_{max})} = \varepsilon_c^* \,\mathrm{Ln}\left[1 - \varepsilon\left(\frac{1}{\varepsilon_c^*} - 1\right)(1 - X)\right] + (1 - \varepsilon_c^*)\,\mathrm{Ln}\left[1 + \varepsilon\left(\frac{1}{X} - 1\right)\right] \quad (11)$$

where $X = T_{c,i}/T_{h,i}$.

If $\dot{C}_h = \dot{C}_{min}$, then $\varepsilon^* = \varepsilon_h^* = \dot{C}_c/(\dot{C}_c + \dot{C}_h)$ and equation (9) can be written as

$$\frac{I}{T_o\,(\dot{C}_{min} + \dot{C}_{max})} = \varepsilon_h^* \,\mathrm{Ln}\left[1 + \varepsilon\left(\frac{1}{\varepsilon_h^*} - 1\right)\left(\frac{1}{X} - 1\right)\right] + (1 - \varepsilon_h^*)\,\mathrm{Ln}\left[1 - \varepsilon\,(1 - X)\right] \quad (12)$$

where $X = T_{c,i}/T_{h,i}$.

Equations (11) and (12) are valid for several types of heat exchangers and they give the irreversibility as function of the effectiveness. X, ε_c^* and ε_h^* are constant parameters.

PARALLEL FLOW AND COUNTERFLOW HEAT EXCHANGERS

The effectiveness expressions for parallel flow and counterflow heat exchangers can be written as [5]

$$\varepsilon_{||} = \varepsilon^*\left[1 - \exp\left[-\frac{N}{\varepsilon^*}\right]\right] \quad (13)$$

$$\varepsilon_{co} = \frac{1 - \exp\left[-N\left(2 - \frac{1}{\varepsilon^*}\right)\right]}{1 - \left(\frac{1}{\varepsilon^*} - 1\right)\exp\left[-N\left(2 - \frac{1}{\varepsilon^*}\right)\right]} \quad (14)$$

In the equations (13) and (14) $N = UA/\dot{C}_{min}$ is called the number of transfer units. U is the overall heat transfer coefficient and A is the heat exchanger area.

In the case of $\dot{C}_c = \dot{C}_{min}$ it is possible, by using equation (11) in conjunction with equations (13) and (14), to eliminate ε to obtain I as function of N for the parallel flow and counterflow heat exchangers.

If $\dot{C}_h = \dot{C}_{min}$ one should use equations (12), (13) and (14) in order to obtain I as function of N for the two types of heat exchangers.

Figure 1 (not in scale) shows the irreversibility I as function of N for the two heat exchangers under study.

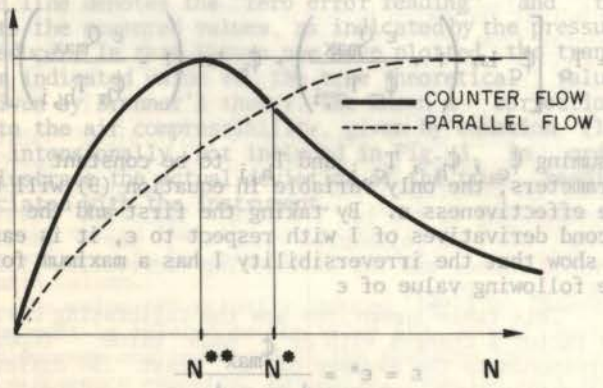


Figure 1. Irreversibility as function of the number of transfer units. T_o, $\dot{C}_{min}$, $\dot{C}_{max}$, ε^* and X are constant parameters.

In the Figure 1, two values of the abscissa variable are in evidence:

N** = value of N for which the counterflow heat exchanger irreversibility has a maximum

N* = value of N for which the two heat exchangers have the same irreversibility

It is clear that when $N < N^*$ the parallel heat exchanger is less irreversible than the counterflow. On the other hand, when $N > N^*$ the counterflow heat exchanger is the less irreversible.

RESULTS

Attention will first be turned to the calculation of N**. By setting, in the equation (14), $\varepsilon_{co} = \varepsilon^*$ and solving for $N = N^{**}$, results

$$N^{**} = \frac{\varepsilon^*}{1 - 2\varepsilon^*}\,\mathrm{Ln}\left(\frac{1}{\varepsilon^*} - 1\right) \quad (15)$$

As shown by Costa (6) the calculation of N* yields a transcendental equation which has to be solved by numerical methods. Such equation is obtained by equating the irreversibilities of the two types of exchangers and setting X and ε^* constants. Besides, it must be specified which fluid (hot or cold) has the minimum capacity rate.

Numerical results are presented in Tables 1 and 2 in terms of the ratio N^*/N^{**}. N** is independent of X and is given by equation (15), no matter which fluid (hot or cold) has the minimum capacity rate. An interesting result can be obtained when $\dot{C}_{min} = \dot{C}_{max}$. In this case $\varepsilon^* = \varepsilon_c^* = \varepsilon_h^* = 1/2$. From equation (15) N** is evaluated as

$$N^{**} = \lim_{\varepsilon^* \to \frac{1}{2}}\left[\frac{\varepsilon^*}{1 - 2\varepsilon^*}\,\mathrm{Ln}\left(\frac{1}{\varepsilon^*} - 1\right)\right] = 1 \quad (16)$$

The condition of equal irreversibilities of the two exchangers yields

$$\left(\frac{N^* - 1}{N^* + 1}\right)^2 - \exp\,(-4\,N^*) = 0 \quad (17)$$

The solution of equation (17) was obtained by numerical methods. Two roots were found, $N^* = 0$ and $N^* = 1.1997$. Then, for $\varepsilon^* = 1/2$, the ratio N^*/N^{**} is independent of X and it is equal to 1.1997. The root $N^* = 0$ has no significance in the analysis.

Table 1. N^*/N^{**} as function of X and $1/\varepsilon_c^*$. $\dot{C}_{min} = \dot{C}_c$ and $\varepsilon^* = \varepsilon_c^*$.

$1/\varepsilon_c^*$ \ X	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9
1.1	1.1905	1.1899	1.1892	1.1887	1.1881
1.2	1.1999	1.1989	1.1980	1.1971	1.1964
1.4	1.2033	1.2022	1.2012	1.2003	1.1996
1.6	1.2026	1.2017	1.2010	1.2004	1.1999
1.8	1.2012	1.2007	1.2003	1.2000	1.1998
2.0	1.1997	1.1997	1.1997	1.1997	1.1997

Table 2. N^*/N^{**} as function of X and $1/\varepsilon_c^*$
$\phi_{min} = \phi_h$ and $\varepsilon^* = \varepsilon_h^*$

$1/\varepsilon_c^*$ \ X	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9
1.1	1.1748	1.1826	1.1853	1.1867	1.1875
1.2	1.1832	1.1899	1.1928	1.1945	1.1956
1.4	1.1910	1.1946	1.1966	1.1979	1.1988
1.6	1.1952	1.1969	1.1980	1.1988	1.1994
1.8	1.1979	1.1985	1.1990	1.1993	1.1996
2.0	1.1997	1.1997	1.1997	1.1997	1.1997

Inspection of Tables 1 and 2, for $1.1 \leq 1/\varepsilon^* \leq 2.0$ and $0.1 \leq X \leq 0.9$, reveals that N^*/N^{**} is almost constant and equal to 1.2. Since N^{**} is given by equation (15), results

$$N^* = 1.2 \frac{\varepsilon^*}{1 - 2\varepsilon^*} \operatorname{Ln}\left(\frac{1}{\varepsilon^*} - 1\right) \qquad (18)$$

When $N < N^*$ the parallel heat exchanger is the less irreversible. On the other hand, when $N > N^*$ the counterflow heat exchanger is the less irreversible. Equation (18) is very simple and the average error is less than 2 percent.

CONCLUDING REMARKS

A very simple criterion, based on the irreversibility concept, was established. Although it is commonly said that the counterflow exchanger is less irreversible than the parallel flow, it has been proved that this is not always true.

REFERENCES

[1] Keenan, J.H., Thermodynamics, John Wiley & Sons Inc., New York (1941).

[2] Keenan, J.H., "Availability and Irreversibility in Thermodynamics", British Journal of Applied Physics, V. 2 (1951), p. 183-192.

[3] Lay, J.E., Thermodynamics, Charles E. Merril Publishing Co., Ohio (1963).

[4] Lee, J.F. and Sears, F.W., Thermodynamics, Addison Wesley Publishing Co., Massachusetts (1963).

[5] Kreith, F., Principles of Heat Transfer, Intext Educational Publishers, New York (1973).

[6] Costa, C.E.S.M. da, Otimização de Trocadores de Calor à Luz do Conceito de Irreversibilidade, Tese de Mestrado, PUC/RJ (1985).

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

COMPARAÇÃO DE MÉTODOS DE CÁLCULO TERMO-HIDRÁULICO PARA TROCADORES DE CALOR CASCO E TUBO, SEM MUDANÇA DE FASE

CELINA M.C. RIBEIRO
UFPb — JOÃO PESSOA
LEONARDO GOLSTEIN JR.
FEC — UNICAMP

SUMÁRIO

Os métodos de cálculo termo-hidráulico para trocadores casco e tubo sem mudança de fase disponíveis na literatura aberta podem ser reduzidos na realidade aos métodos de Kern, Bell e Tinker, sendo que o método de Kern é o mais utilizado, pela sua simplicidade e pronta disponibilidade. Estes métodos foram avaliados quanto à perda de carga e ao coeficiente de película para o escoamento do lado do casco relativamente aos dados experimentais disponíveis, permitindo sua comparação e recomendação quanto à aplicação.

INTRODUÇÃO

O trocador de calor casco e tubo é o tipo de trocador mais amplamente utilizado, devido à sua construção resistente, flexibilidade de projeto e adaptação às condições do processo.

O estudo em bases científicas da troca de calor nestes trocadores iniciou-se por volta de 1930 [1], como resultado de pesquisas isoladas em algumas universidades. Reconheceu-se o banco de tubos ideal como sendo um arranjo efetivo para a troca de calor entre os fluidos quente e frio e que o escoamento do fluido do lado do casco em trocadores com chicanas comporta-se de maneira semelhante. Para aplicação das correlações de troca de calor e perda de carga obtidas no banco de tubos ideal eram necessárias correções significativas as quais eram, no início, feitas na forma de fatores de multiplicação constantes, até que se percebeu experimentalmente a interação entre os parâmetros fluido-dinâmicos e os de construção.

Foi Donohue [2,3] quem primeiro consolidou as correlações obtidas na forma de um método. Kern [4] modificou as correlações de Donohue mas, mais do que isto, considerou o problema do projeto do trocador casco e tubo como um todo, levando em conta as considerações de construção, escoamento do lado dos tubos, formação de depósitos, diferença média de temperaturas, além do escoamento do lado do casco. O método de Kern tornou-se o padrão para o projeto termo-hidráulico de trocadores de calor e muito popular, sendo ainda hoje [5] o método mais divulgado da literatura aberta. O livro de Kern significou o ponto mais alto do período mais dinâmico do desenvolvimento científico da transferência de calor, realizado nas universidades dos anos 20 aos 40, apenas interrompido durante a segunda guerra mundial.

Depois de Kern o próximo grande passo na pesquisa da transferência de calor do lado do casco foi dado por Tinker, que sugeriu em 1947 o conceito da subdivisão do escoamento do lado do casco em quatro correntes principais: a corrente cruzada pura, a do vazamento casco-chicana, o do vazamento tubo-chicana e a de desvio de feixe, pela folga entre o feixe e o casco, cada uma com suas próprias características de troca de calor e perda de carga. O modelo proposto [6] requeria solução por tentativas, já que as resistências encontradas pelos escoamentos são funções de suas velocidades, nenhuma das quais conhecida a priori. Tinker lançou mão de simplificações para deixar o modelo na forma não reiterativa; apresentado em 1958 no artigo "Shell-Side Characteristics of Shell-and-Tube Heat Exchangers" [7,8], o método de Tinker permaneceu relativamente complicado e não se tornou muito popular. Toda pesquisa subseqüente, no entanto, relativa ao escoamento do lado do casco foi influenciada por seu modelo.

A partir da iniciativa de Colburn um projeto maciço de pesquisa foi realizado na Universidade de Delaware nos Estados Unidos, entre 1948 e 1959. Consistiu de várias pesquisas independentes relacionadas ao escoamento no lado do casco, resultando num grande número de teses e publicações. Estes resultados foram avaliados e reformulados por Bell, publicados em 1960 [9] e, mais tarde, como um relatório final do Projeto Delaware [10].

O método de Bell reconhece, em princípio, os escoamentos parciais do modelo de correntes definido por Tinker mas, para evitar procedimentos de cálculo reiterativos, a inclusão dos efeitos de interação das correntes foi substituída por fatores independentes de correção. Ele usou essencialmente a equação básica de troca de calor baseada no banco de tubos ideal, que foi estendidas às regiões de transição e laminar. Procedimento semelhante foi usado para a perda de carga, sendo usado o coeficiente de atrito para o banco de tubos ideal com correções apropriadas.

Recentemente a OTAN patrocinou a realização de um seminário avançado sobre o projeto termo-hidráulico de trocadores, o Advanced Study Institute on Heat Exchangers Thermal-Hydraulic Fundamentals and Design, em Istambul, na Turquia, em agosto de 1980. Neste seminário o método de projeto divulgado para trocadores sem mudança de fase no casco é o método Bell-Delaware [11], embora não se apresente argumentos para tanto. O método de Bell é também apresentado em outras referências [12 e 13].

A partir de Bell o desenvolvimento científico da transferência de calor aplicada aos trocadores passou a ser realizado nas indústrias e centros de pesquisa privados, como o Heat Transfer Research, Inc. (HTRI) nos Estados Unidos e o Heat Transfer and Fluid Flow Service (HTFS) na Inglaterra. Isto resultou na suspensão da divulgação dos conhecimentos disponíveis e do intercâmbio científico [1 e 14]. Hoje os métodos mais aperfeiçoados de projeto de trocadores de calor pertencem a esses centros privados e só podem ser adquiridos através de contratos mediante pagamento [15].

COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS DE CÁLCULO

As características de transferência de calor e perda de carga do escoamento do lado do casco são complexas. Até o momento os métodos básicos para cálculo destas características encontrados na literatura aberta são os de Kern, Tinker e Bell. Para se poder avaliar a validade da aplicação destes métodos comparou-se os resultados do coeficiente de película e da perda de carga para o escoamento do lado do casco por eles fornecidos contra os resultados experimentais disponíveis, coletados dos trabalhos de Bell [10] e Tinker [6].

Os resultados obtidos foram provenientes de medições em processos de aquecimento e resfriamento de

óleos, sendo água o outro fluido, em cerca de doze trocadores casco e tubo.

Os cálculos da comparação entre os três métodos e os resultados experimentais foram efetuados em computador e apresentados nas Figura 1 [16] para os coeficientes de película e nas Figura 2 [16] para a perda de carga, em função do número de Reynolds, que variou entre 1 e 10000, definido conforme os trabalhos originais. Para cada figura a razão entre o valor calculado e o valor experimental igual a 1,0 corresponde a uma estimativa correta oferecida por cada método. Os valores situados na região acima de 1,0 correspondem à superestimação da perda de carga ou à subestimação da troca de calor.

Os métodos de Kern, Tinker e Bell apresentam razões h_c/h_e entre as faixas de 0,76 a 9,6; 0,54 a 2,3 e 0,28 a 2,1, respectivamente. Tinker e Bell apresentam uma gama de valores próximos ao valor 1,0, sendo que Tinker agrupa seus pontos mais próximos de 1,0 do que Bell, tanto acima como abaixo, embora possua maior número de pontos na região contra a segurança do que este último; os dois apresentam uma melhora na estimativa da troca de calor à medida que o número de Reynolds aumenta. Kern, por outro lado, tem a maioria dos resultados na região contra a segurança, isto é, de subestimação da troca de calor, com os pontos distantes do valor 1,0 para números de Reynolds baixos, se aproximando de 1,0 com o aumento deste parâmetro.

Os resultados para a perda de carga encontram-se nas faixas de erro 0,9 a 10,1; 0,72 a 19,5 e 0,34 a 3,9. Os resultados de Kern e Tinker encontram-se na região a favor da segurança, embora com valores muito espalhados e distantes da razão 1,0, significando que os mesmos oferecem uma razoável superestimação para a perda de carga no casco. O método de Kern apresenta pontos menos dispersos e mais próximos de 1,0 do que o de Tinker, mas possui mais pontos na faixa contra a segurança. Os resultados de Bell formam um conjunto bem agrupado em torno de 1,0, oferecendo a melhor estimativa para a perda de carga, apesar de apresentar muitos pontos na região contra a segurança.

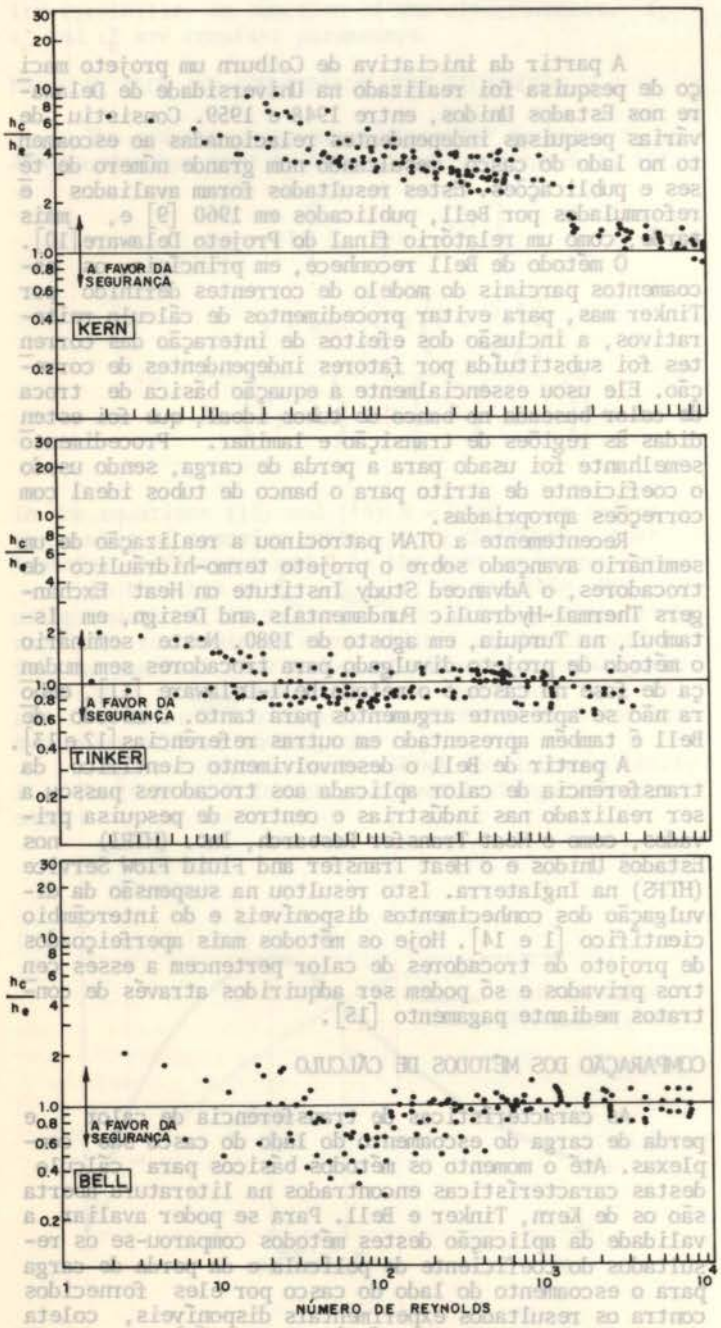


Figura 1. Comparação dos coeficientes de película calculado e experimental - Métodos de Kern, Tinker e Bell.

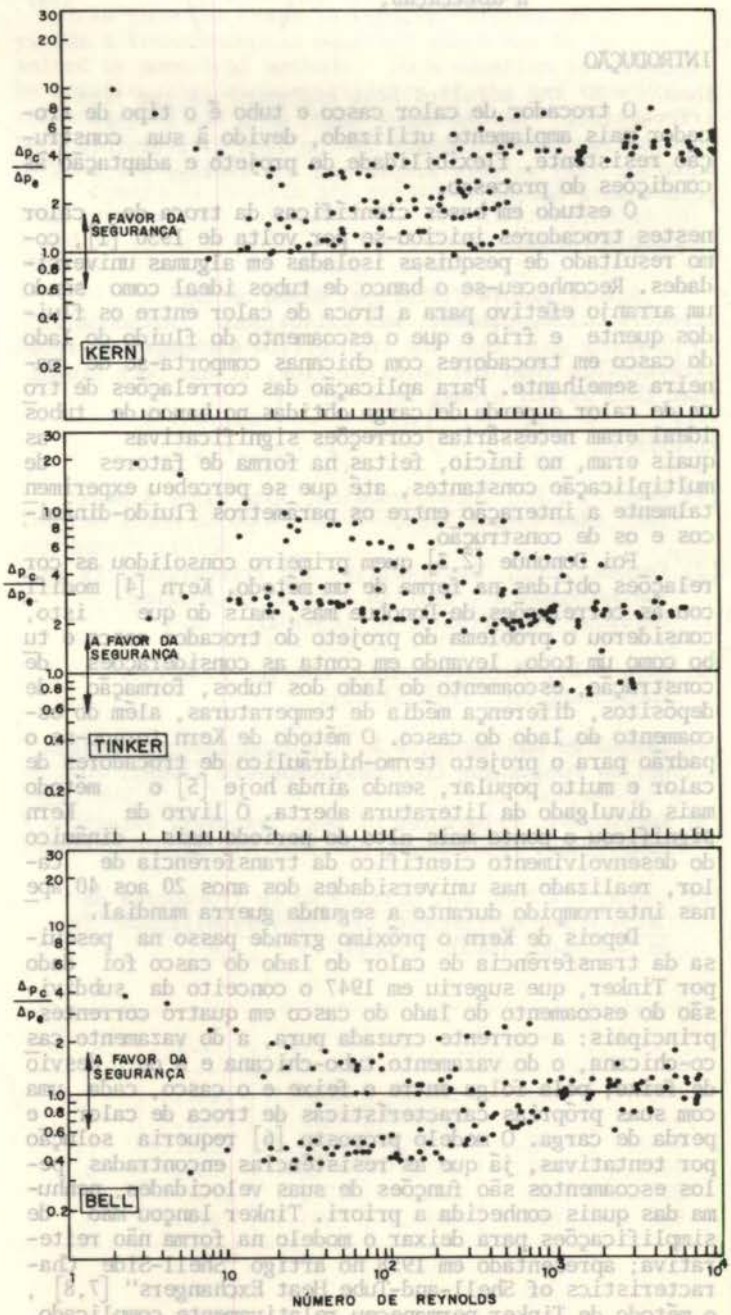


Figura 2. Comparação das perdas de carga calculada e experimental - Métodos de Kern, Tinker e Bell.

Os três métodos ficam mais precisos para escoamento turbulento (Re>1000) no que diz respeito ao coeficiente de película; quanto à perda de carga isto só ocorre para o método de Bell.

Com base na informação disponível não parece que os métodos devam ser discriminados quanto à sua aplicação a processos de aquecimento ou resfriamento, podendo ser aplicados a ambos os casos. Trocadores com menor folga feixe-casco, ou onde se emprega tiras selantes, favorecem a estimativa por parte dos três métodos. Outros detalhes da comparação podem ser encontrados no trabalho original [16].

Os resultados obtidos para os métodos de Tinker e Bell apresentam-se em geral com comportamento análogo aos obtidos nos cálculos do HTRI [15]. Com relação ao método de Kern não se tem conhecimento de que exista na literatura aberta algum artigo que apresente resultados comparativos com outros métodos ou dados experimentais. Como pode ser visto o método de Kern apresenta uma considerável superestimação da perda de carga e uma subestimação da troca de calor.

CONCLUSÕES

Num exame crítico das figuras que mostram a comparação dos valores calculados e experimentais pelos métodos de Kern, Tinker e Bell, verifica-se que o resultado não é animador, levantando a dúvida quanto à validade de sua aplicação e quanto ao aparente sucesso dos trocadores que ao longo do tempo têm sido calculados por esses métodos, sendo o de Kern o mais popular de todos, devido à sua acessibilidade e simplicidade.

Quanto à validade da aplicação desses métodos pode-se argumentar que não há outros métodos disponíveis na literatura aberta. Qualquer novo desenvolvimento esbarra na complexidade do problema e na possível concorrência dos métodos mais sofisticados disponíveis contra pagamento por parte de instituições privadas, como o HTRI e o HTFS. Tais métodos decorrem de aperfeiçoamentos introduzidos na metodologia básica de Tinker e requerem computadores poderosos para sua aplicação, o que deixa espaço para os métodos mais simples da literatura aberta.

Como explicar o aparente sucesso dos trocadores calculados usando os métodos em discussão, sabendo-se agora a ordem dos erros envolvidos? A perda de carga é consistentemente superestimada por praticamente todos os métodos, principalmente pelo de Kern. As condições de processo, portanto, são sempre respeitadas, e a folga introduzida é praticamente absorvida no sistema de tubulações de processo, onde outras folgas costumam ser consideradas.

A superestimação do coeficiente de película, que significa um subdimensionamento da superfície de troca térmica, ocorre apenas em determinadas situações, para determinados regimes de escoamento. O erro se torna importante quando o coeficiente de película do lado do casco constitui a resistência térmica dominante. Mesmo assim tem-se uma margem de segurança adicional, representada pelo fator de depósito ou incrustação, normalmente superestimado.

Os erros que poderiam levar ao subdimensionamento da superfície de troca térmica são, pois, contornados pelas margens de segurança mencionadas. O que pode ocorrer e deve ter ocorrido na maioria das vezes é o superdimensionamento dos trocadores, o que geralmente passa sem ser percebido. O maior mérito dos métodos mais recentes, desenvolvidos pelo HTRI e HTFS, é sua maior precisão e confiabilidade, o que resulta em trocadores mais compactos e, portanto, de menor investimento do que os provenientes dos métodos disponíveis na literatura aberta, que foram estudados neste trabalho.

Como resultado das comparações efetivadas pode-se recomendar o método proposto por Bell para o dimensionamento termo-hidráulico dos trocadores casco e tubo sem mudança de fase, pois apresenta resultados consistentemente mais precisos e uniformes para o coeficiente de película e a perda de carga ao longo dos regimes de escoamento explorados, aumentando sua precisão com o estabelecimento do regime turbulento.

REFERÊNCIAS

[1] Taborek, J., "Evolution of Heat Exchanger Design Techniques", Heat Transfer Eng., Vol. 1 Nº 1 (1979), p. 15-19.

[2] Donohue, A.D., "Heat Transfer and Pressure Drop in Heat Exchangers", Ind. and Eng. Chem., Vol. 41 Nº 11(1949), p. 2499-2511.

[3] Donohue, A.D., "Heat Exchanger Design", Petr. Refiner, Vol. 34, Nº 10 e 11(1955).

[4] Kern, D.Q., Process Heat Transfer, McGraw-Hill Book Co. New York. (1950).

[5] Crane, R.S. Gregg, R., "Program for Evaluation of Shell-and-Tube Heat Exchangers", Chem. Engineering July 25, 1983, p. 76-80.

[6] Tinker, T., "Shell Side Characteristics of Shell and Tube Heat Exchangers". Proc.of Gen. Discussion on Heat Transfer. The Inst. of Mech. Eng. London (1951), p. 89-116.

[7] Tinker, T., "Shell Side Characteristics of Shell and Tube Heat Exchangers - A Simplifiel Rating System for Commercial Heat Exchangers". Trans. of the ASME, Jan 1958, p. 36-52.

[8] Fraas, A.P. & Ozisik, M.N., Heat Exchanger Design, John Wiley & Sons, (1965) p. 143-157.

[9] Bell, K. J., "Exchanger Design Based on the Delaware Research Program", Petro-Chem. Engineer, Oct 1960, p. C26-C36 e C40a-C40c.

[10] Bell, K.J., "Final Report of the Cooperative Research Program on Shell and Tube Heat Exchangers", Bulletin nº 5, Eng. Exp. Station, Univ. of Delaware, Newark, June 1963.

[11] Bell, K.J., "Delaware Method for Shell Side Design" em Heat Exchanger Thermal-Hydraulic Fundamentals and Design, Editado por Kakaç, S.; Bergles A.E. e Mayinger, F., McGraw-Hill Book Co. (1980).

[12] Rohsenow, W.M. & Hartnett, J.P., Handbook of Heat Transfer, Cap. 18, McGraw-Hill Book Co. New York (1973).

[13] Perry, R.H. & Chilton, C.H., Chemical Engineers Handbook, Cap. 10, McGraw-Hill Book Co, New York (1973).

[14] Taborek, J., "Evolution of Shell and Tube Heat Exchanger Design Practices", Heat Transfer Eng., Vol. 2, nº 2 (1980), p. 69-73.

[15] Palen, J.W. & Taborek, J., "Solution of Shell Side Flow Pressure Drop and Heat Transfer by Stream Analyses Method", Chem. Eng. Progr. Symp. Series, Vol. 65, Nº 92 (1969), p. 53-63.

[16] Ribeiro, C.M.C., "Comparação de Métodos de Cálculo Termo-Hidráulico Para Trocadores de Calor Casco e Tubo, Sem Mudança de Fase", Tese de Nestrado, UNICAMP, 1984.

SUMMARY

The thermal-hydraulic design methods for shell-and-tube heat exchangers available in the open literature can be reduced in reality to the methods of Kern, Tinker and Bell. Kern's is the most utilized method, due to its simplicity and availability. These methods were evaluated concerning the shell side flow heat transfer and pressure drop, in comparison with the available experimental data, allowing to recommend Bell's method as the most reliable.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

UM MODELO NUMÉRICO PARA A PREVISÃO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM ESCOAMENTOS CRUZADOS

A. TRIBESS
FURB, SC
C.R. MALISKA
DEM — UFSC, SC

SUMÁRIO

Este trabalho apresenta um modelo bidimensional para a previsão dos efeitos de descargas térmicas em fluxo cruzado. O modelo utiliza um sistema de coordenadas não ortogonal para manipular geometrias arbitrárias. Obtêm-se soluções para problemas de mecânica dos fluídos e transferência de calor considerando fronteiras com saída e entrada de massa. A descarga térmica bidimensional penetrando em fluxo cruzado é simulada variando parâmetros como temperatura da descarga e número de Peclet. O comportamento físico é bem captado pelo modelo.

INTRODUÇÃO

Escoamentos cruzados são encontrados em situações das mais diversas na engenharia. Descargas de jatos quentes em rios e lagos, por exemplo, acarretam alterações no ecossistema, podendo causar danos ecológicos irreparáveis. A previsão do alcance e magnitude destas alterações, em função das temperaturas e velocidades envolvidas, é fundamental quando do projeto do sistema de condensadores de usinas termoelétricas e nucleares. Um projeto adequado, prevendo-se temperaturas máximas dos jatos, localização da captação da água de refrigeração e da descarga dos jatos quentes pode então ser elaborado. Aliado a isto, a previsão do novo campo de temperatura e velocidade, permitirá previsões acerca dos microorganismos e plantas que poderão desaparecer ou surgir em função da nova temperatura do habitat.

Uma outra solução de interesse é a determinação da perda de carga em dutos confluentes de sistemas de ar condicionado, importante para o correto dimensionamento desses sistemas. Como os problemas são quase sempre definidos em geometrias arbitrárias e devido ainda à complexidade do modelo matemático, o uso de técnicas numéricas se faz imperativo.

Neste artigo um modelo numérico para solução de problemas de escoamentos cruzados bidimensionais com transferência de calor é apresentado.

Métodos clásicos de discretização do domínio não são facilmente aplicáveis a geometrias arbitrárias. Para resolver este problema um sistema de coordenadas naturais não ortogonal, coincidente com o domínio, é utilizado [1]. Neste sistema de coordenadas são resolvidas a equação da continuidade, equações de Navier-Stokes em duas direções e a equação da energia.

O modelo básico é apresentado em [2] e, neste trabalho, interesse particular é dedicado a extensão do modelo para tratar da aplicação das condições de contorno nas fronteiras com entrada e saída de massa. Este tipo de condição de contorno apresenta dificuldades no estabelecimento da equação da pressão no contorno, conforme discutido em [3].

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O problema foi resolvido considerando a geometria e as condições de contorno mostradas na Fig. 1. Cuidado especial deve ser tomado quando da escolha da grade sobre o domínio da solução. A montante da entrada do jato o domínio deve ser suficiente para que os efeitos da condução não alterem as condições de contorno utilizadas. Já, a jusante deve ser tal que a condição de derivada nula para as velocidades contravariantes (U,V) possa ser assumida.

A solução do problema é obtida em plano transformado. As equações de conservação para este plano são obtidas a partir das equações escritas para

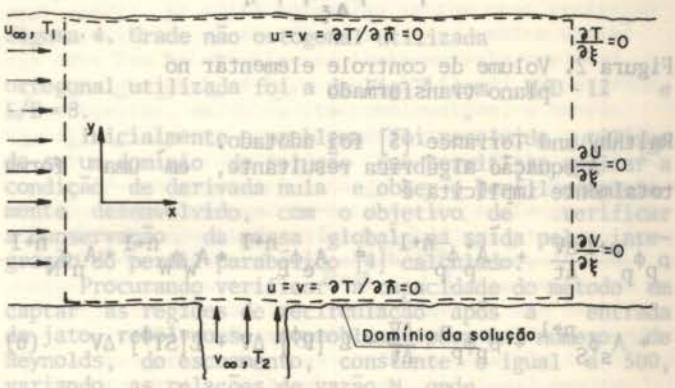


Figura 1. Geometria e condições de contorno do problema

o sistema cartesiano.

Utilizando a transformação dada por

$$\xi = \xi(x,y) \tag{1}$$

$$\eta = \eta(x,y) \tag{2}$$

a seguinte equação de conservação para a variável genérica ϕ é obtida

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi}(\rho U \phi) + \frac{\partial}{\partial \eta}(\rho V \phi) + P^{\phi} =$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi}\left(C_1 \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + C_2 \frac{\partial \phi}{\partial \eta}\right) + \frac{\partial}{\partial \eta}\left(C_4 \frac{\partial \phi}{\partial \eta} + C_5 \frac{\partial \phi}{\partial \xi}\right) + S^{\phi} \tag{3}$$

As componentes contravariantes do vetor velocidade associado com o sistema curvilíneo (ξ,η) escritas sem normalização métrica são

$$U = y_\eta u - x_\eta v \tag{4}$$

$$V = x_\xi v - y_\xi u \tag{5}$$

onde os subscritos referem-se a derivadas parciais. Detalhes da transformação e os coeficientes da Eq. (3) são encontrados em [4].

PROCEDIMENTO DE SOLUÇÃO

As variáveis dependentes foram localizadas na grade de uma forma desencontrada, isto é, as pressões são armazenadas no centro da célula enquanto que as velocidades (cartesianas e contravariantes) são armazenadas no meio da face da célula onde o balanço de massa é realizado [2]. Assim pressões e velocidades ficam localizadas de uma maneira fisicamente consistente, permitindo que o esquema numérico de 9 pontos, aqui utilizado, reverta a um esquema padrão de 5 pontos quando a discretização for ortogonal.

As equações para volumes finitos foram obtidas através da técnica conhecida como método do volume de controle, a partir da integração da Eq.(3) sob o volume de controle elementar mostrado na Fig. 2. Para a aproximação dos termos convectivos e difusivos o esquema de diferenças ponderadas a montante (Weighted Upstream Differencing Scheme - WUDS) de

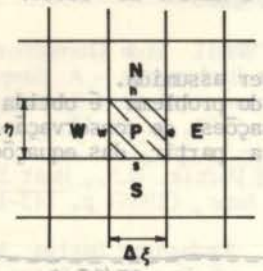


Figura 2. Volume de controle elementar no plano transformado

Raithby and Torrance [5] foi adotado.

A equação algébrica resultante, em uma forma totalmente implícita é

$$\rho_p \phi_p^{n+1} \frac{\Delta V}{\Delta t} + A_p^* \phi_p^{n+1} = A_e \phi_E^{n+1} + A_w \phi_W^{n+1} + A_n \phi_N^{n+1}$$

$$+ A_s \phi_S^{n+1} + \rho_p \phi_p^{n} \frac{\Delta V}{\Delta t} - L\,[P^\phi]\,\Delta V + L[ST^\phi]\,\Delta V \qquad (6)$$

O operador L [ ] representa as aproximações para volumes finitos das quantidades entre colchetes. Os coeficientes são encontrados em [4]. Para obtenção da Eq. (6) foi utilizada a equação de conservação da massa para um volume finito, dada por

$$[(\rho U)_e - (\rho U)_w] + [(\rho V)_n - (\rho V)_s] = 0 \qquad (7)$$

Equações para volumes finitos para as velocidades contravariantes (U,V) são obtidas a partir das equações já aproximadas para u e v, utilizando-se a Eq. (4) e a Eq. (5), respectivamente.

A equação da temperatura é obtida substituindo-se ϕ por T com $L[P^\phi]$ e $L[S^\phi]$ iguais a zero. As equações para os volumes elementares situados na fronteira são obtidas através de balanço de calor para os mesmos, ficando as condições de contorno automaticamente incorporadas no sistema de equações, satisfazendo os princípios de conservação localmente.

A equação de Poisson para a pressão foi obtida através das equações para U e V abaixo,

$$U_p = \hat{U}_p - \left[\frac{\Delta P}{\Delta \xi}\frac{\alpha}{A_p^U}\right]_p + \left[\frac{\Delta P}{\Delta \eta}\frac{\beta}{A_p^U}\right]_p \qquad (8)$$

$$V_p = \hat{V}_p - \left[\frac{\Delta P}{\Delta \eta}\frac{\gamma}{A_p^V}\right]_p + \left[\frac{\Delta P}{\Delta \xi}\frac{\beta}{A_p^V}\right]_p \qquad (9)$$

que foram inseridas na equação da continuidade, Eq. (7), obtendo-se

$$A_p P_p = A_e P_E + A_w P_W + A_n P_N + A_s P_S + A_{ne} P_{NE} + A_{nw} P_{NW} +$$

$$A_{se} P_{SE} + A_{sw} P_{SW} + \nabla.\hat{V} \qquad (10)$$

onde $\nabla.\hat{V} = \hat{U}_w - \hat{U}_e + \hat{V}_s - \hat{V}_n$ é o termo fonte. Os coeficientes também podem ser encontrados em [4] e, $\hat{U}$ e $\hat{V}$ são dados por

$$\hat{U}_p = \frac{A_e^U}{A_p^U}\,[u_E y_{\eta p} - v_E x_{\eta p}] + \frac{A_w^U}{A_p^U}\,[u_W y_{\eta p} - v_W x_{\eta p}] +$$

$$\frac{A_n^U}{A_p^U}\,[u_N y_{\eta p} - v_N x_{\eta p}] + \frac{A_s^U}{A_p^U}\,[u_S y_{\eta p} - v_S x_{\eta p}] + \frac{B_p^U}{A_p^U} \qquad (11)$$

$$\hat{V}_p = \frac{A_e^V}{A_p^V}\,[v_E x_{\xi p} - u_E y_{\xi p}] + \frac{A_w^U}{A_p^V}\,[v_W x_{\xi p} - u_W y_{\xi p}] +$$

$$\frac{A_n^V}{A_p^V}\,[v_N x_{\xi p} - u_N y_{\xi p}] + \frac{A_s^V}{A_p^V}\,[v_S x_{\xi p} - u_S y_{\xi p}] + \frac{B_p^V}{A_p^V} \qquad (12)$$

Quando do estabelecimento das condições de contorno para a seção de saída, normalmente é utilizada a condição de derivada nula para as velocidades. Para o caso não ortogonal a derivada nula deve ser aplicada para as velocidades contravariantes, uma vez que são as responsáveis pelo fluxo de massa através das faces do volume de controle. Cuidados devem ser observados para que a malha não ortogonal utilizada não seja demasiadamente distorcida na saída. Isto é fácil de conseguir, uma vez que detém-se controle total sobre a geração das malhas. Caso não seja possível observar este detalhe recomenda-se utilizar uma resolução maior perto da fronteira de saída.

São os seguintes os passos a serem cumpridos durante um ciclo de iterações: (1) especificar o campo de pressão e os de velocidade, (2) calcular os coeficientes para as equações de movimento, (3) achar $\hat{U}$ e $\hat{V}$ com as velocidades cartesianas da iteração anterior, (4) resolver a equação tipo Poisson para a pressão, (5) corrigir as velocidades U e V devido o novo campo de pressões, utilizando as Equações (8) e (9), (6) Calcular as velocidades físicas u e v utilizando as inversas das Equações (4) e (5). Voltar ao passo (2) e repetir até a convergência devido as não linearidades e o acoplamento entre as equações.

Para a determinação do campo de temperaturas basta resolver a equação da energia, que é desacoplada das demais (convecção forçada). As equações para pressão e temperatura foram resolvidas utilizando o método S.O.R. (sobre-relaxações sucessivas).

RESULTADOS E CONCLUSÕES

A apresentação dos resultados foi dividida em duas partes, contendo a primeira os testes realizados com o modelo, e a segunda a solução do problema da descarga de um jato em uma corrente à temperatura mais baixa.

Testes Preliminares. Com o objetivo de conferir o código computacional, problemas utilizando grades ortogonais e não ortogonais foram resolvidos. Os resultados estão relatados em [4]. Já, a região de entrada em um canal foi resolvida com dois objetivos.

Primeiro, conferir o desenvolvimento do perfil e, segundo, verificar a influência da condição de contorno da seção de saída sobre o escoamento a montante.

A Fig. 3 mostra o desenvolvimento do perfil de velocidades para o escoamento em um canal, utilizando uma malha cartesiana 22 x 56, uniforme em ξ e concentrada junto as paredes. Pode-se observar claramente que o método detecta a existência de perfis não puramente convexos na região de entrada, relatados em [6]. Resultados análogos aos aqui apresentados

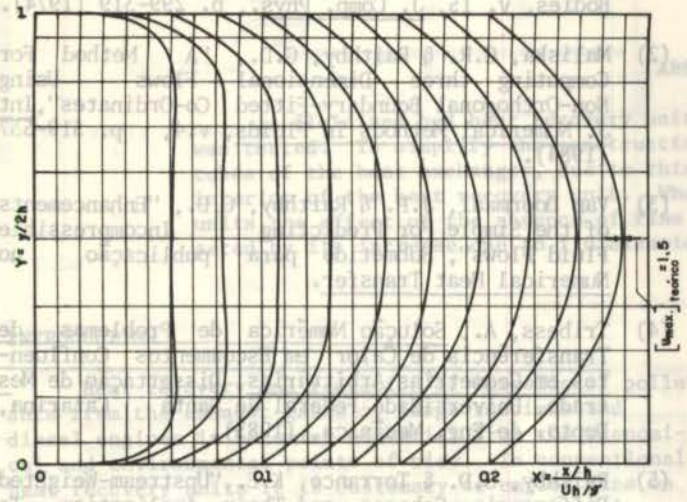


Figura 3. Perfis de velocidade para o escoamento em um canal.

foram encontrados por [7] e [8].

A Tabela 1 apresenta velocidades adimensionais obtidas no canal com Re = 50, utilizando três diferentes malhas em função da posição de localização da condição de contorno de saída.

Caso A — O canal tem comprimento x = 0.288, comprimento suficiente para se atingir o perfil plenamente desenvolvido. Malha utilizada 22 x 56.

Caso B — O canal tem comprimento x = 0.072. Malha 22 x 40.

Caso C — O canal tem comprimento x = 0.072 e pequena concentração de malha na fronteira de saída. Malha 22 x 44.

Tabela 1. Velocidades adimensionais em função do comprimento do canal.

y	x = 0.072			x = 0.056		
	A	B	C	A	B	C
0,05	0,348	0,370	0,368	0,380	0,389	0,388
0,15	0,874	0,902	0,899	0,923	0,935	0,934
0,25	1,170	1,179	1,178	1,180	1,183	1,183
0,35	1,288	1,270	1,272	1,256	1,248	1,249
0,50	1,322	1,279	1,282	1,262	1,245	1,245

y	x = 0.032			x = 0.016		
	A	B	C	A	B	C
0,05	0,528	0,531	0,530	0,761	0,762	0,762
0,15	1,033	1,035	1,035	1,066	1,067	1,066
0,25	1,155	1,155	1,155	1,077	1,077	1,077
0,35	1,154	1,152	1,152	1,055	1,055	1,055
0,50	1,130	1,127	1,127	1,040	1,039	1,039

Analisando a Tab. 1 observa-se que o erro decorrente da aplicação da condição de derivada nula, em uma posição em que o perfil não está plenamente desenvolvido, é sensivelmente menor a medida que afasta-se desta posição. Isto vem demonstrar que esta condição de contorno pode ser perfeitamente utilizada sem prejuizo dos resultados sempre que a região de interesse não for aquela na qual a condição foi assumida. Este erro pode ser diminuido ainda mais caso se utilize uma grade de maior resolução na fronteira onde este tipo de condição de contorno é aplicada. Isto poder ser observado com os resultados do Caso C.

Escoamento Cruzado com Transferência de Calor. A solução do problema de escoamento cruzado com transferência de calor, que foi o objeto da realização deste trabalho, é apresentado a seguir. A grade não

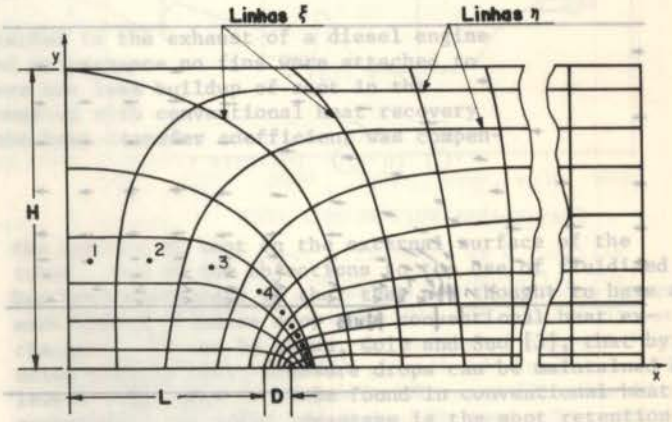


Figura 4. Grade não ortogonal utilizada

ortogonal utilizada foi a da Fig. 4 com H/D = 12 e L/D = 8.

Inicialmente o problema foi resolvido utilizando-se um domínio de solução que permitisse aplicar a condição de derivada nula e obter o perfil completamente desenvolvido, com o objetivo de verificar a conservação da massa global na saída pela integração do perfil parabólico [4] calculado.

Procurando verificar a capacidade do método em captar as regiões de recirculação após a entrada do jato, resolveu-se o problema para um número de Reynolds, do escoamento, constante e igual a 500, variando as relações de vazão N, onde

$$Re_{esc} = \bar{u}H/\nu \qquad \bar{u} = (u_\infty H + v_\infty D)/H \tag{13}$$

$$N = Q_R/Q_J \qquad Q_R = u_\infty H \qquad Q_J = v_\infty D \qquad Q_T = Q_R + Q_J$$

A Fig. 5 apresenta os vetores velocidade obtidos para as relações vazão N = 3, 6 e 9, observando-se que as regiões de recirculação são fisicamente consistentes, tornando-se maiores com o aumento da velocidade do jato. Os > , representam velocidades muito baixas que não foram possíveis indicar através de setas.

Finalmente, para observar os efeitos convectivos e condutivos, o problema foi resolvido para diversos valores do número de Peclet do escoamento e temperatura do jato. A Fig. 6 apresenta resultados para diferentes números de Peclet, obtidos para N constante e igual a 7.5 com temperaturas do jato quente iguais a 30 e 50°C e escoamento principal a 20°C. Neste caso o Re foi alterado, justamente para mostrar o efeito do aumento da convenção sobre a condução. Observa-se que o comportamento físico esperado é obtido, onde vemos um aumento da temperatura à montante e uma diminuição à jusante com a diminuição do número de Peclet.

O tempo consumido na solução do problema de escoamento cruzado com transferência de calor foi de aproximadamente 6 minutos de CPU.

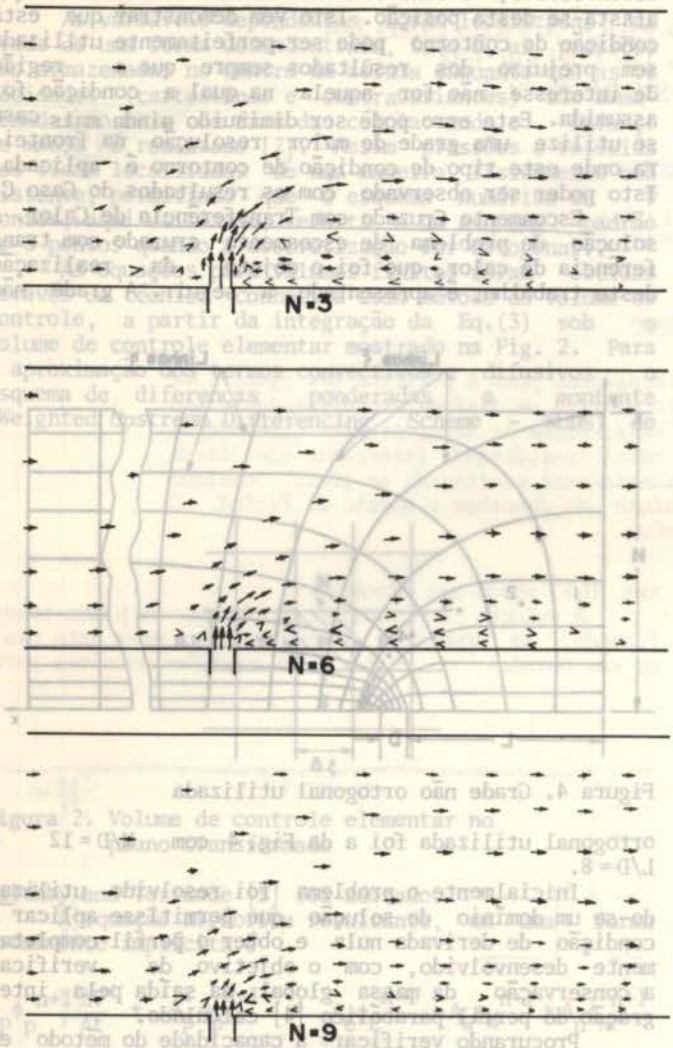


Figura 5. Vetores velocidade para Re = 500

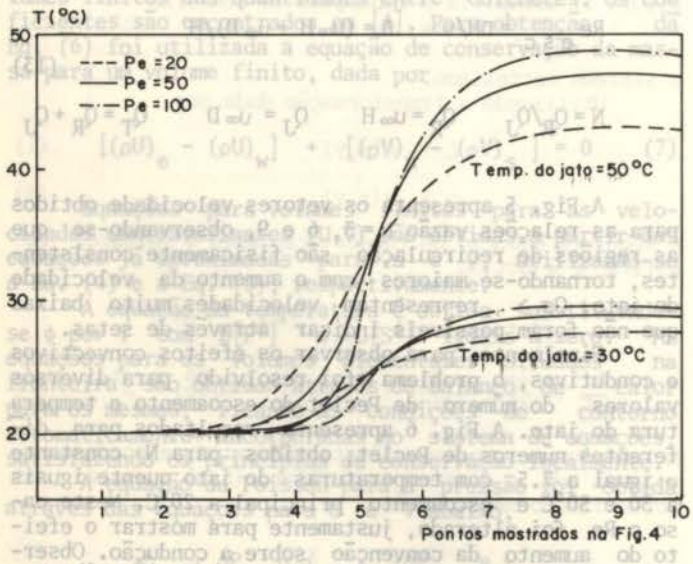


Figura 6. Temperaturas nas posições da grade da Fig. 4 para N = 7,5.

Os resultados obtidos mostram que o uso de sistemas não ortogonais para a solução de escoamentos cruzados com transferência de calor é uma alternativa atrativa em função da generalidade e flexibilidade do modelo. Para o tratamento adequado dos problemas de descarga de jatos em rios e estuários o efeito tridimensional, ou as equações médias na profundidade, devem ser incluidos.

REFERÊNCIAS

(1) Thompson, J.F., Thames, F.C. & Mastin, C.W., Automatic Numerical Generation of Body-Fitted Curvilinear Coordinate System for Fields Containing Any Number of Arbitrary Two-Dimensional Bodies, v. 15, J. Comp. Phys., p. 299-319 (1974).

(2) Maliska, C.R. & Raithby, G.D., "A Method For Computing three Dimensional Flows Using Non-Orthogonal Boundary-Fitted Co-Ordinates", Int. J. Numerical Methods in Fluids, v.4, p. 519-537 (1984).

(3) Van Doormaal, J.P. & Raithby, G.D., "Enhancements of the Simple For Predicting Incompressible Fluid Flows", Submetido para publicação no Numerical Heat Transfer.

(4) Tribess, A., Solução Numérica de Problemas de Transferência de Calor em Escoamentos Confluentes em Geometrias Arbitrarias, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Depto. de Eng. Mecânica, (1985).

(5) Raithby, G.D. & Torrance, K.E., "Upstream-Weighted Differencing Schemes and Their Application To Elliptic Problems Involving Fluid Flow", Computer and Fluids, v. 2, p. 191-206 (1974).

(6) Abarbanel, S., Bennet, S., Brandt, A. & Gillis, J., "Velocity Profiles of Flow at Low Reynolds Numbers, Journal of Applied Mechanics, p. 2-4 (1970).

(7) Sousa, A.C.M. & Hatton, A.P., Numerical Simulation of Conveccion Flows, Anais do VII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecanica, Uberlancia, dezembro (1983).

(8) Nogueira, A.C.R., Comunicação Pessoal.

SUMMARY

This paper presents a two-dimensional model for the prediction of thermal discharges entering a cross-flow. The model uses a nonorthogonal coordinate system for handling arbitrary geometries. Solution for fluid flow and heat transfer problems with inflow-outflow boundary conditions were obtained. The two-dimensional thermal discharge entering a cross-flow is simulated varying the parameters like temperatura of the discharge and Peclet number. The physical trends are well captured by the model.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

SOME PERFORMANCE CHARACTERISTICS OF A FLUIDIZED BED HEAT RECOVERY UNIT

J. MILITZER
P. BASU
N. ADAIKKAPPAN
TECHINAL UNIVERSITY OF NOVA SCOTIA, HALIFAX, CANADA

ABSTRACT

A fluidized bed heat recovery unit attached to the exhaust of a diesel engine was tested. To simplify the construction and maintenance no fins were attached to tubes of the heat exchanger, due to this there was less buildup of soot in the interior of the heat recovery unit. When compared with conventional heat recovery units the effect of the absence of fins on the heat transfer coefficient was compensated by its increase due to fluidization.

INTRODUCTION

Heat recovery and reduction of emission of pollutants from the exhaust gases of large turbines and diesel engines is becoming essential from the economical and environmental points of view. In conventional heat recovery units it is customary to employ fins on the external surface of the tubes, due to the relatively low heat transfer coefficient from the gases to the tubes. These units are subject to frequent stoppages for cleaning and maintenance. According to Silvestrini [1] there is a continuous buildup of fouling between and over the fins. This process is initiated by the condensation of acids over the bare surface, which causes soot particles to become attached to the tubes. After this the soot starts to buildup causing the surface temperature to increase above the acid dew point, nevertheless, the soot buildup continues this time due to unburnt hydrocarbons. Figure 1 shows the different stages of this process, which to say the least, makes the use of this type of

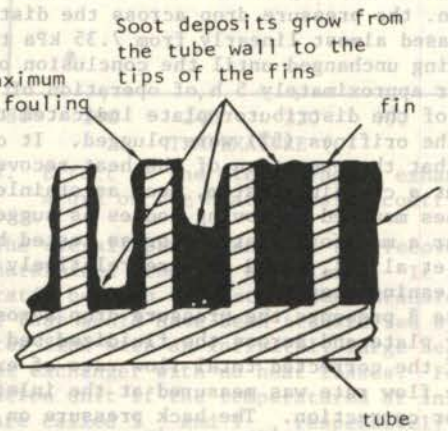


Figure 1. Soot deposition pattern for a finned tube.

unit highly unreliable. In order to prevent this problem one of the most advantageous solutions is the use of a fluidized bed heat recovery unit. Virr [2] mentions several of the advantages, namely: (i) a heat transfer rate between the gas, bed particles and tube material up to four to five times that of conventional gas to extend surface metal heat exchangers; (ii) the continual motion of the bed material prevents the buildup of soot on the external surface of the tubes. One of the objections to the use of fluidized bed heat exchangers is that they are thought to have a much higher pressure drop than conventional heat exchangers. It can be shown, Cole and Suo [3], that by using shallow beds, pressure drops can be maintained at levels comparable to those found in conventional heat exchangers. An added advantage is the soot retention characteristics of the fluidized sand, which unlike the fins can be quickly and inexpensively replaced.

In the work of Gagnon et al [4] and the present investigation, which is its continuation, a simple fluidized bed heat recovery unit attached to a small diesel engine is considered. Because of the constant impact of solid particles there would be a much smaller buildup of soot on and in between the surfaces of the fins. Such units have already been investigated, for instance, by Carlomagno et al [5], however, in the present investigation, in order to further minimize soot deposition, simplify manufacturing, and cut down cost, it was decided to test a unit with bare tubes. The bed height was kept as small as possible in order to minimize the back pressure on the diesel engine.

EXPERIMENTAL SET-UP

Figure 2 shows a schematic of the experimental set-up. A fluidized bed heat exchanger measuring 0.25 m (width) x 0.88 m (length) x 0.41 m (height) was connected to the exhaust of an Acadia Marine Diesel Engine, model AD-20, with 40-70 hp at 2400 rpm. The Diesel Engine was coupled to a hydraulic dynamometer, thus load conditions could easily be adjusted. The distributor plate for the fluidized bed was manufactured from a 3.175 mm thick mild steel plate, with 557 holes, 1.59 mm in diameter and 21.3 mm pitch. The holes were countersunk on the inlet side in order to minimize pressure drop and fouling. Inside the bed the gases were cooled with non-recirculating tap water, flowing through an assembly of 22, 9.33 mm outside diameter copper tubes, giving an overall heat transfer area of 0.583 m^2. The flow of water was manually adjusted in order to maintain the water outlet temperature between 50 and 70 C, since the design and construction of the cooling system did not take into account the formation of steam. Figure 2 shows the plenum chamber, located underneath the distributor plate, with a decreasing cross-section in order to promote a more uniform velocity distribution for the flow of exhaust gases into the fluidized bed. To improve the overall thermal efficiency of the heat exchanger, the external surface of the fluidized bed was insulated with pink fiber glass, while the plenum and the exhaust pipe, due to their higher temperatures, were insulated with glass wool. The bed material was sand with an average diameter of 167 μm and a density of 2670 kg/m^3.

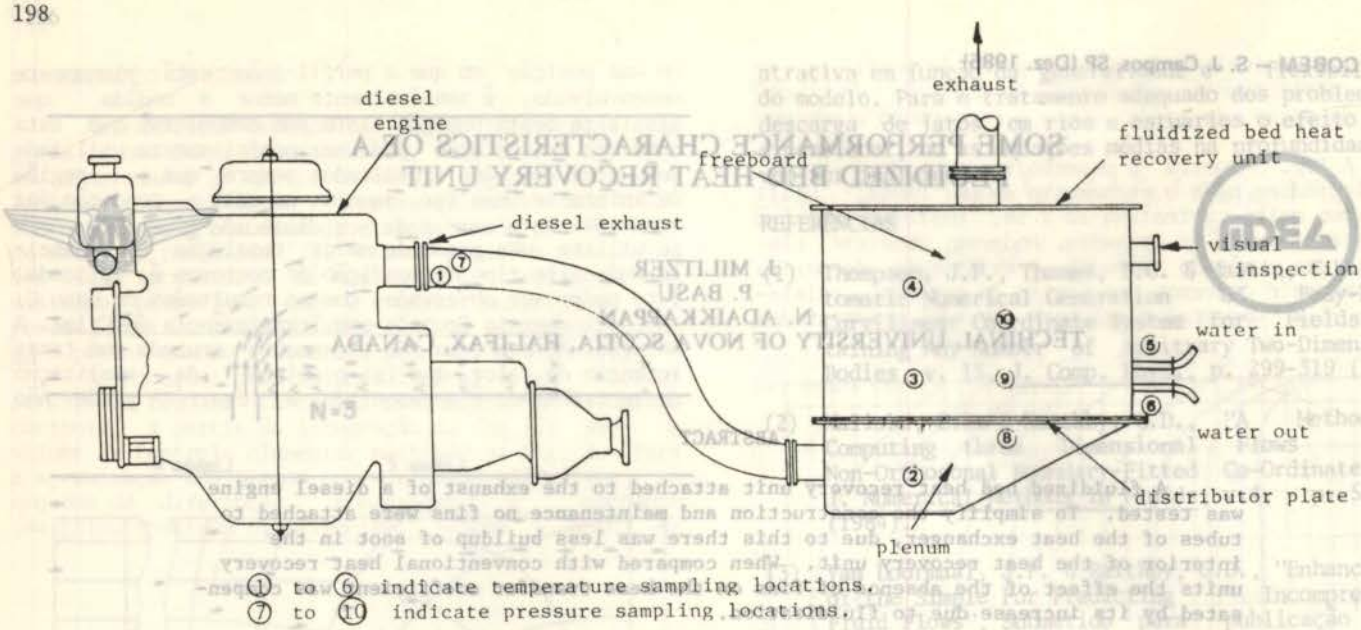


Figure 2. Experimental set-up.

Copper-constantan and chromel-alumel thermocouples were used to measure the temperature of gases and water at the following locations (as indicated in Figure 2): (1) exhaust of the diesel, (2) plenum, (3) bed, (4) freeboard, (5) water inlet and (6) outlet. The addition of a heat exchanger increases the back pressure on the diesel, in order to minimize this effect the flow rate of gases was measured at the inlet of the diesel engine. Flow rate measurements were performed with a Vol-o-Flo laminar type flow meter, which gives a nominal accuracy of 0.5%. In the calculations the measured flow rates of gases were adjusted for the temperature changes between inlet and outlet. The flow rate of water was measured with a graduated container and a stopwatch. In order to evaluate the dust retention characteristics of the fluidized bed, dust concentration measurements were performed with a solids-sampler (non-isokinetic) in the plenum and in the freeboard. Pressures were measured with U-tube manometers, using water and tetrabromoethane (density 2980 kg/m^3) as manometric fluids, at the following locations shown in Figure 2: (7) diesel exhaust (back pressure), (8) plenum, (9) just after the distributor plate, and (10) in the freeboard.

EXPERIMENTAL RESULTS

A series of four test runs were performed, with a duration of approximately two and a half hours each. Different values of constant loads were maintained during tests #1 and #4, while variable loads were used during tests #2 and #3.

One of the advantages of using a fluidized bed heat recovery unit is its capacity to retain soot, and thus act like a filter. In order to evaluate the amount of soot retained fixed volumes of gas were extracted from sampling points just below the distributor plate and in the freeboard of the fluidized bed. The samples were passed through glass wool filters and then through a flow meter. The difference in weight of the glass wool before and after the experiment divided by the flow rate represents the dust concentration at each sampling location. This technique is not isokinetic and thus it is subject to a high degree of uncertainity, nevertheless it gives a good qualitative indication. The soot retention efficiency is obtained dividing the differences between the concentrations before and after the fluidized bed by the initial soot concentration. The average value of soot retention efficiency encountered in this experiment was approximately 65%. This indicates a high degree of soot retention by the fluidized bed. It is important to determine the amount retained by the different components. Ideally, most of the soot should be retained by the sand, since it can be easily and inexpensively replaced. A visual inspection indicated that only a small fraction of the soot was retained by the distributor plate and the internal surfaces of the heat exchanger. The internal walls had no apparent deposits while the external surface of the copper tubes had some soot retained. This was attributed to the relatively low temperature of the cooling water, below 90 C, which caused condensation over the external surface of the copper pipes. According to Carlomagno et al [5] defouling of the tubes can be obtained by either a step up or step down in wall temperature of the tubes. Nevertheless, operation at higher temperatures, like those that would prevail if the heat exchanger was used as a boiler, should be free from soot deposits over the tubes.

The distributor plate was monitored more closely since it is the single most critical component of the heat recovery unit. In run #4 during the first 75 min. the pressure drop across the distributor plate increased almost linearly from 7.35 kPa to 8.53 kPa, remaining unchanged until the conclusion of the test. After approximately 5 h of operation of visual inspection of the distributor plate indicated that only 4 of the orifices (5%) were plugged. It can be concluded that the operation of the heat recovery unit without a cleaning system, such as stainless steel brushes mounted on moving bodies as suggested by Virr [2], or a manifold distributor as tested by Carlomagno et al [5], would require relatively frequent cleaning stops.

Figure 3 presents the pressure drop across the distributor plate and across the fluidized bed as a function of the corrected total flow rate of exhaust gases. The flow rate was measured at the inlet thus the need for correction. The back pressure on the diesel is approximately the sum of these two pressure drops. The diesel engine specifications limit the maximum permissible back pressure, thus limiting the maximum flow and exhaust temperature. During the present series of tests the back pressure levels encountered did not seem to have any adverse effect on the performance of the diesel engine.

Figure 4 shows that the heat transfer coefficient varies almost linearly with the diesel exhaust temperature. For exhaust temperatures between 200 and 500 C the heat transfer coefficient varies between 200 and 300 W/m^{2}C, Carlomagno et al [5] also reports values in the same range, while Cole and Suo [3] found an average heat transfer coefficient of 228 W/m^{2}C.

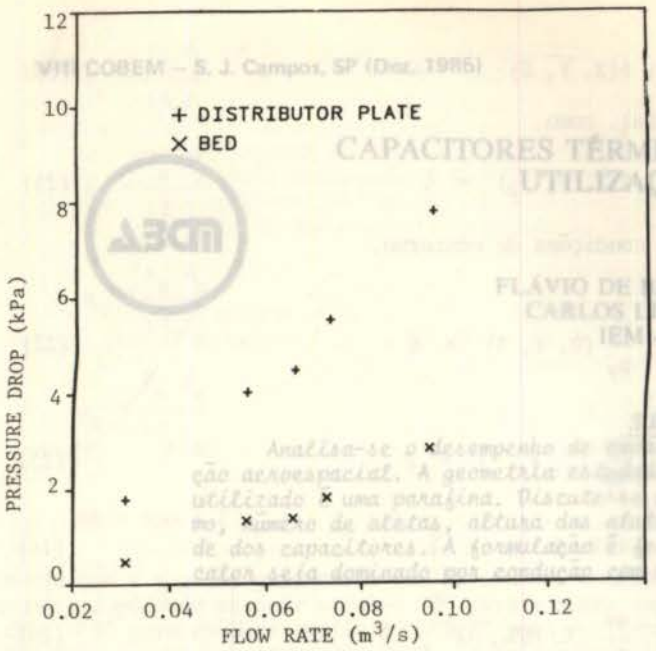


Figure 3. Pressure drop across the bed and across the distributor plate as a function of the corrected total flow rate of exhaust gases.

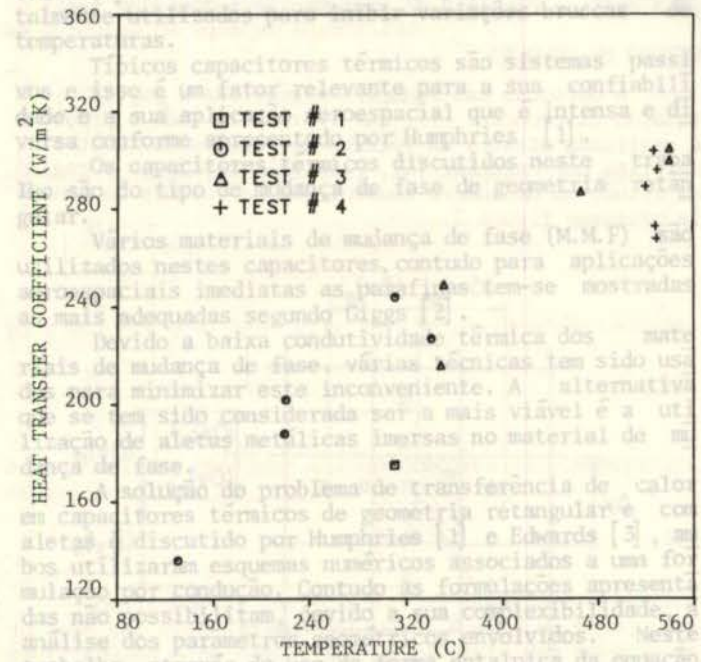


Figure 4. Effect of the diesel engine exhaust temperature on the heat transfer coefficient.

The overall performance of the recovery unit can be determined from the efficiency. It is defined as the ratio between the actual heat transferred and the heat that would have been transferred by the gases in counter flow with an infinitely large heat transfer area heat exchanger with no heat losses. For a heat regeneration unit if the temperatures at inlet and outlet are called T_{gi} and T_{go}, respectively, and the water temperature at inlet is called T_{wi}, the efficiency η is given by (Kays and London [6]):

$$\eta = \frac{T_{gi} - T_{go}}{T_{gi} - T_{wi}}$$

Figure 5 presents a plot of the overall efficiency for test run #4 versus the cumulative fuel consumption per heat transfer area. The efficiency remains constant for the whole range investigated unlike the behaviour of ordinary heat recovery units, confirming observa-

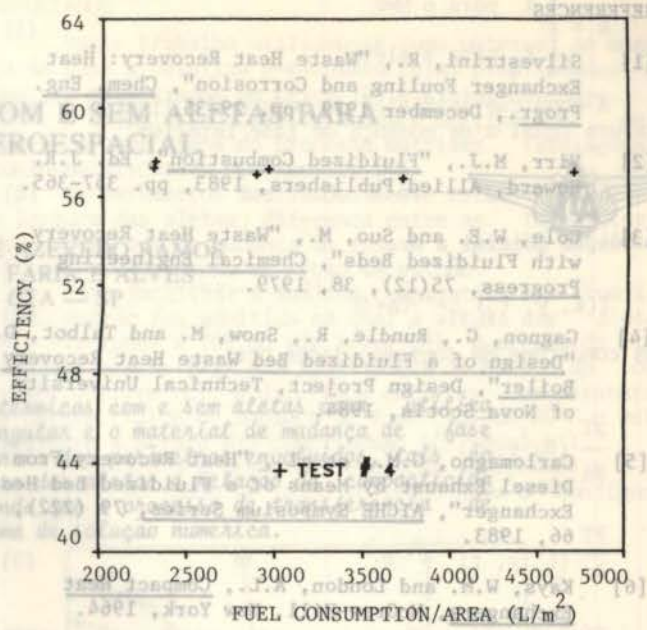


Figure 5. Heat exchanger efficiency as a function of the ratio between the cumulative fuel consumption to the heat transfer surface area.

tions by Carlomagno et al [5]. The average value of the efficiency is approximately 58% for test run #4, while for the other tests the efficiency remained between 50 and 78%. These values seem low when compared with 80% as reported by Carlomagno et al [5], this difference can be attributed to the absence of fins on the tubes in the present investigation, since the heat transfer coefficients had similar values in both experiments. Nevertheless, even these lower values compare well with ordinary heat recovery units with finned tubes.

CONCLUSIONS

The following conclusions can be drawn from this study:

(i) The fluidized bed heat recovery unit was relatively simple to design, and did not require major adjustments before it became operational. It produced the desired results by recovering a significant percentage of the waste heat and retaining most of the soot emitted by the exhaust of the diesel engine.

(ii) The one single problem that seems to require further attention is the fouling of the distributor plate. However, the sand retained most of the rest of the soot, thus keeping the other parts of the unit free from deposits and significantly reducing the emission of soot.

(iii) One of the advantages of the fluidized bed unit is that since its heat transfer coefficient is significantly higher than that achieved in conventional heat recovery units the advantages and need for finned tubes decreases. Cleaning finned tubes is a very complicated and undesirable task. Thus the relatively high efficiency of the fluidized bed without the fins, combined with the cleaning properties of the bed material, make the fluidized bed heat recovery unit superior to the conventional heat recovery units.

ACKNOWLEDGEMENTS

The first author would like to acknowledge the financial assistance provided by the National Science and Engineering Research Council (CANADA) through its grant #A5451.

REFERENCES

[1] Silvestrini, R., "Waste Heat Recovery: Heat Exchanger Fouling and Corrosion", Chem. Eng. Progr., December 1979, pp. 29-35.

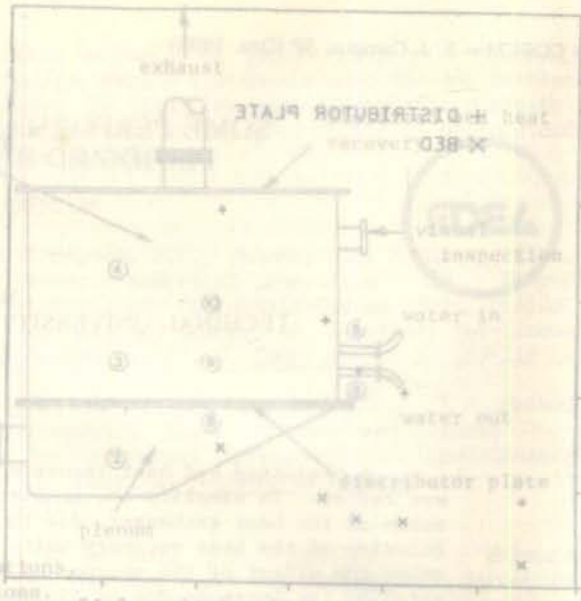
[2] Virr, M.J., "Fluidized Combustion", Ed. J.R. Howard, Allied Publishers, 1983, pp. 357-365.

[3] Cole, W.E. and Suo, M., "Waste Heat Recovery with Fluidized Beds", Chemical Engineering Progress, 75(12), 38, 1979.

[4] Gagnon, G., Rundle, R., Snow, M. and Talbot, D., "Design of a Fluidized Bed Waste Heat Recovery Boiler", Design Project, Technical University of Nova Scotia, 1984.

[5] Carlomagno, G.M., et al., "Heat Recovery From Diesel Exhaust by Means of a Fluidized Bed Heat Exchanger", AICHE Symposium Series, 79 (222), 66, 1983.

[6] Kays, W.M. and London, A.L., Compact Heat Exchangers, McGraw-Hill, New York, 1964.



VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

CAPACITORES TÉRMICOS COM E SEM ALETAS PARA UTILIZAÇÃO AEROESPACIAL

FLÁVIO DE BARROS E AZEVEDO RAMOS
CARLOS LINEU DE FARIA E ALVES
IEM — ITA — CTA — SP

SUMÁRIO

Analisa-se o desempenho de capacitores térmicos com e sem aletas para utilização aeroespacial. A geometria estudada é retangular e o material de mudança de fase utilizado é uma parafina. Discute-se a influência dos parâmetros envolvidos, tais como, número de aletas, altura das aletas, largura das aletas e relação da compacticidade dos capacitores. A formulação é feita supondo que o processo de transferência de calor seja dominado por condução com um esquema de solução numérica.

INTRODUÇÃO

Capacitores térmicos (C.T.) são dispositivos que tem a capacidade de armazenar energia e são fundamentalmente utilizados para inibir variações bruscas de temperaturas.

Típicos capacitores térmicos são sistemas passivos e isso é um fator relevante para a sua confiabilidade e a sua aplicação aeroespacial que é intensa e diversa conforme apresentado por Humphries [1].

Os capacitores térmicos discutidos neste trabalho são do tipo de mudança de fase de geometria retangular.

Vários materiais de mudança de fase (M.M.F) são utilizados nestes capacitores, contudo para aplicações aeroespaciais imediatas as parafinas tem-se mostradas as mais adequadas segundo Giggs [2].

Devido a baixa condutividade térmica dos materiais de mudança de fase, várias técnicas tem sido usados para minimizar este inconveniente. A alternativa que se tem sido considerada ser a mais viável é a utilização de aletas metálicas imersas no material de mudança de fase.

A solução do problema de transferência de calor em capacitores térmicos de geometria retangular e com aletas é discutido por Humphries [1] e Edwards [3], ambos utilizaram esquemas numéricos associados a uma formulação por condução. Contudo as formulações apresentadas não possibilitam, devido a sua complexibilidade, a análise dos parâmetros geométricos envolvidos. Neste trabalho, através do uso da forma entalpica da equação da energia, a localização da fronteira de mudança de fase é uma tarefa fácil e a existência das aletas imersas no material de mudança de fase é encarada como um meio não isotrópico.

Através da solução proposta é possível a análise dos parâmetros geométricos envolvidos e a comparação do desempenho de capacitores aletados e não aletados.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Uma configuração típica de capacitores térmicos retangulares aletados é mostrada na figura 1.

Supondo que o processo seja dominado por condução pode-se escrever a equação da energia na sua forma entalpica, como:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[K\frac{\partial T}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[K\frac{\partial T}{\partial y}\right] \qquad (1)$$

onde H é a entalpia volumétrica, K a condutividade térmica, T a temperatura, x e y as coordenadas e t o tempo. A existência da mudança de fase é levada em conta quando se escreve a entalpia volumétrica como

$$H(T) = \int_T C(T)\,dT + \lambda\,\eta(T - Tm) \qquad (2)$$

onde C(T) é o calor específico volumétrico, λ o calor latente de fusão volumétrica e $\eta(T - Tm)$ a função de grau unitária.

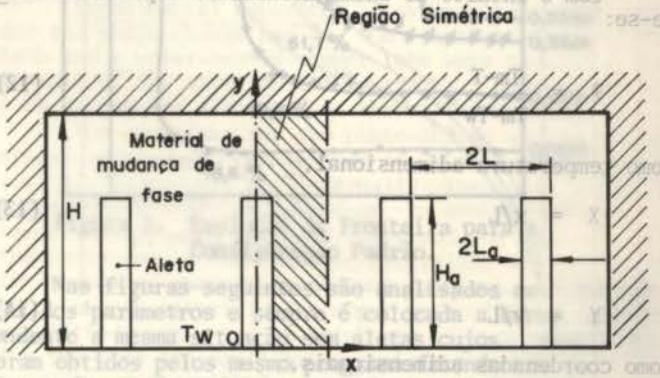


Figura 1. Capacitor Térmico com Mudança de Fase.

A partir da equação (2) pode-se reescrever a equação (1) como

$$\tilde{C}(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial x}\left[\tilde{K}\frac{\partial T}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\tilde{K}\frac{\partial T}{\partial y}\right] \qquad (3)$$

onde

$$\tilde{C}(T) = \begin{cases} C_s & \text{para } T<Tm-\Delta T \\ C_\ell & \text{para } T>Tm+\Delta T \\ \dfrac{\lambda}{2\Delta T} + \dfrac{C_\ell + C_s}{2} & \text{para } Tm-\Delta T \leq T \leq Tm+\Delta T \\ C_a & \text{na aleta} \end{cases} \qquad (4)$$

conforme sugerido por Bonacina [4], onde Tm é a temperatura média de mudança de fase, ΔT a metade da faixa de mudança de fase; o subscrito "s" significa da fase sólida, "ℓ" da fase líquida e "a" da aleta.

Caso a condutividade térmica K do MMF varie com a temperatura pode-se simular também esta variação, neste trabalho é suposto que a condutividade do MMF nas duas fases são iguais, ou seja

$$\tilde{K} = \begin{cases} K & \text{para o MMF} \\ K_a & \text{para a aleta} \end{cases} \quad (5)$$

A condição inicial é de todo o MMF líquido à temperatura igual a de mudança de fase inferior,

$$T(x, y, 0) = Tm - \Delta T , \quad (6)$$

a condição inicial a de,

$$T(x, y, t_f) = Tm + \Delta T , \quad (7)$$

e as condições de contorno dadas por:

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0, y, t) = 0 , \quad (8)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}(L, y, t) = 0, \quad (9)$$

$$T(x, 0, t) = Tw , \quad (10)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y}(x, H, t) = 0 . \quad (11)$$

Com o intuito de adimensionalisar o problema define-se:

$$\phi = \frac{Tm - T}{Tm - Tw} \quad (12)$$

como temperatura adimensional,

$$X = x/L \quad (13)$$

e

$$Y = y/L \quad (14)$$

como coordenadas adimensionais,

$$\tau = \frac{K}{L^2 C_s} t \quad (15)$$

como tempo adimensional,

$$\xi = \frac{\Delta T}{Tm - Tw} \quad (16)$$

como metade da faixa adimensional de mudança de fase,

$$\hat{K}(\phi) = \frac{\tilde{K}(T)}{K} \quad (17)$$

como condutividade térmica adimensional e

$$\hat{C}(\phi) = \frac{\tilde{C}(T)}{C_s} \quad (18)$$

como calor específico volumétrico adimensional. A partir desta adimensionalização do problema é colocado como

$$\hat{C}(\phi)\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\hat{K}\frac{\partial \phi}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\hat{K}\frac{\partial \phi}{\partial y}\right] \quad (19)$$

a condição inicial, sendo

$$\phi(X, Y, 0) = -\xi \quad (20)$$

e final, como

$$\phi(X, Y, \tau_f) = \xi \quad (21)$$

e as condições de contorno,

$$\frac{\partial \phi}{\partial y}(0, Y, \tau) = 0 , \quad (22)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y}(1, Y, \tau) = 0 , \quad (23)$$

$$\phi(X, 0, \tau) = 1 , \quad (24)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y}(X, H/L, \tau) = 0 . \quad (25)$$

Deve-se notar que nesta forma adimensional o problema de fusão é identico ao da solidificação facilitando a análise completa do processo de mudança de fase.

MÉTODO DE SOLUÇÃO

A obtenção das equações algébricas a partir da equação diferencial (19) que representa todo o problema é realizada através da técnica de volumes de controle, descrita por Patankar [5]. Para tal, divide-se a região em estudo em um número conveniente de volumes de controle conforme figura 2.

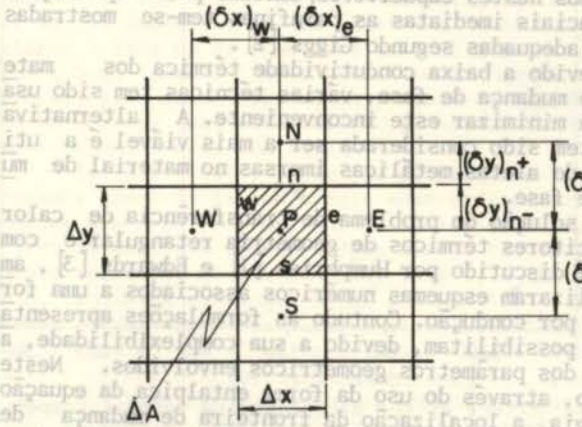


Figura 2. Volume de Controle Típico

A equação (19) é integrada no volume de controle e no tempo que supondo variações de ϕ com X, Y e τ como descritos por Patankar [5] obtém-se a seguinte equação algébrica

$$ap\,\phi_P^1 - f\,a_e\,\phi_E^1 - f\,a_w\,\phi_W^1 - g\,a_n\,\phi_N^1 - g\,a_s\,\phi_S^1 =$$
$$[apo - (1-f)a_e - (1-f)a_w - (1-g)a_n - (1-g)a_s]\phi_P^0 +$$
$$a_e(1-f)\phi_E^0 + a_w(1-f)\phi_W^0 + a_n(1-g)\phi_N^0 + a_s(1-g)\phi_S^0 . \quad (26)$$

onde

$$apo = \frac{\hat{C}\,\Delta_x\,\Delta_y}{\Delta\tau} \quad (27)$$

$$a_e = \frac{K_e \Delta y}{(\delta x)_e} \quad (28)$$

$$a_w = \frac{K_w \Delta y}{(\delta x)_w} \quad (29)$$

$$a_n = \frac{K_n \Delta x}{(\delta y)_n} \quad (30)$$

$$a_s = \frac{K_s \Delta x}{(\delta y)_s} \quad (31)$$

$$ap = apo + f\,a_e + f\,a_w + g\,a_n + g\,a_s \quad (32)$$

ndo que f e g são parâmetros que determinam o esquema mérico podendo assumir valores "0" para esquema explí to, "1" para esquema implícito, "0,5" para Crank- colson e valores alternados de 0 e 1 em esquema alter damente direcional implícito (ADI).

Para os valores de controle com faces nos contor s, tem-se equações particulares. Para volumes de ntrole com face oeste no contorno isolado impõem-se obtenção da equação algébrica:

$$\left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_w = 0 \quad , \quad (33)$$

ra os valores com face este em contornos isolados,

$$\left.\frac{\partial \phi}{\partial x}\right|_e = 0, \quad (34)$$

ra volumes com face norte no contorno também isolado

$$\left.\frac{\partial \phi}{\partial y}\right|_n = 0 \quad (35)$$

para volumes com face sul no contorno de temperatura pecificada.

$$\phi\,\Big|_s = 1 \, . \quad (36)$$

Analisando os coeficientes da equação algébrica ta-se que eles são funções de C, K e τ, ou seja, das opriedades e do tempo, tem-se portanto uma equação de eficientes variáveis o que sugere como uma alternati de solução um procedimento iterativo. Além disso a terface aleta-material de mudança de fase e ao fato condutividade térmica ser avaliada nas fronteiras dos lumes de controle, Patankar [5] indica uma avaliação condutividade baseada em paredes compostas. A par r desta análise, conforme detalhes em Ramos [6] n-se:

$$K_e = \frac{(\delta x)_e}{\frac{(\delta x)_e^-}{K_P} + \frac{(\delta x)_e^+}{K_E}} \quad (37)$$

$$K_n = \frac{(\delta y)_n}{\frac{(\delta y)_n^+}{K_N} + \frac{(\delta y)_n^-}{K_P}} \quad (38)$$

RESULTADOS

Neste trabalho utilizou-se como material de mudan ça de fase a parafina n-eicosana cujas propriedades po dem ser encontradas em Grigg [2] e aletas de cobre.

A formulação numérica usada é do tipo ADI pois tem-se a cada etapa do processo matrizes tridiagonais conforme discutido por Almeida [7].

Os parâmetros analisados neste estudo são: altura e largura das aletas, diferença entre as temperaturas da parede e a de mudança de fase e a relação entre a altura e comprimento da seção em estudo.

Para facilitar a análise comparativa uma configu ração padrão foi admitida na qual a altura das aletas (H_a) era igual a 70% do vão livre (H), a metade da lar gura das aletas (L_a) era igual a 10% da metade do com primento livre (L), a diferença entre as temperaturas de parede (T_w) e de mudança de fase (T_m) de 20°C e rela ção entre a altura e o comprimento (C) igual a 1.

A figura 3 apresenta a evolução de fronteira de solidificação-fusão ao longo do tempo para a configura ção padrão.

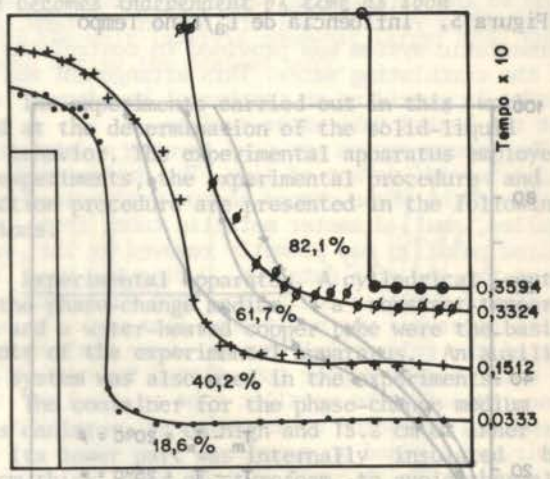


Figura 3. Evolução da Fronteira para a Configuração Padrão.

Nas figuras seguintes são analisados as influên cias dos parâmetros e sempre é colocada a curva corres pondente a mesma situação sem aletas cujos resultados foram obtidos pelos mesmo programa fazendo com que as aletas fossem do mesmo material que o MMF.

Na figura 4 apresentam-se as curvas de descarga do C.T. para diversas alturas das aletas. Na figura 5 tem-se as curvas de descarga para algumas larguras de aletas. Na figura 6 são mostradas as curvas de descarga para diferentes (Tm-Tw) e na figura 7, para diferentes C.

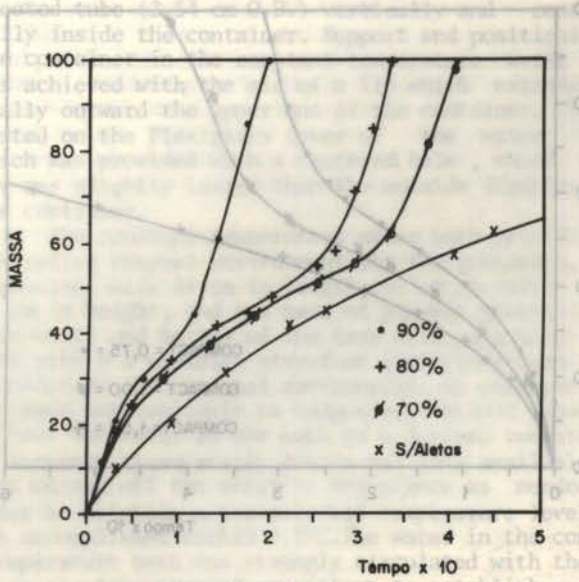


Figura 4. Influência de H_a/H no Tempo

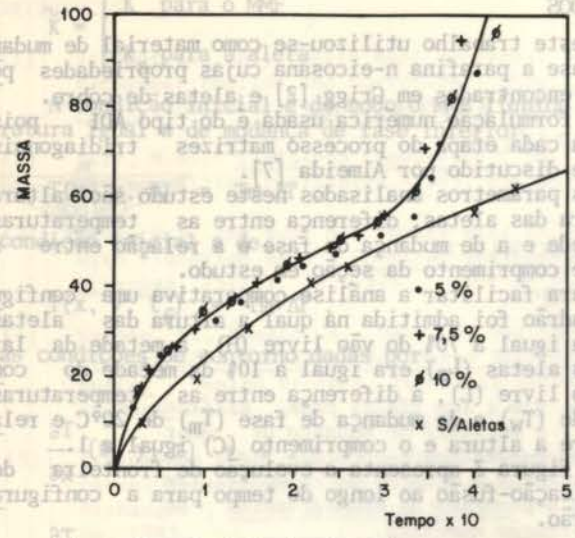


Figura 5. Influência de L_a/L no Tempo

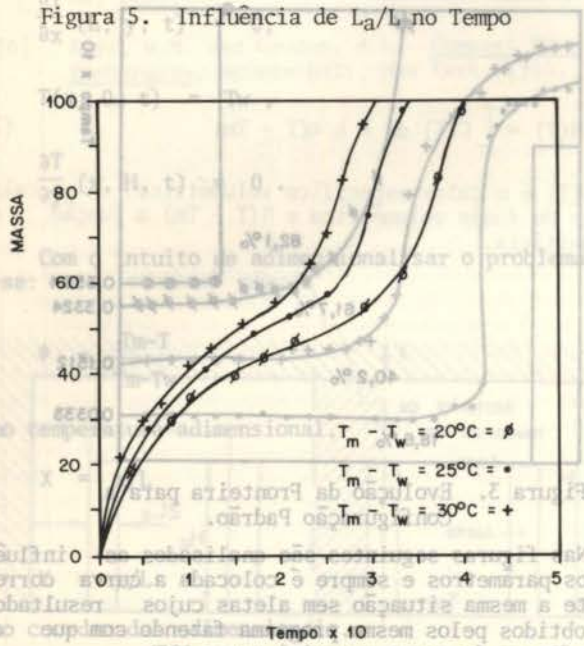


Figura 6. Influência de Tm-Tw no Tempo

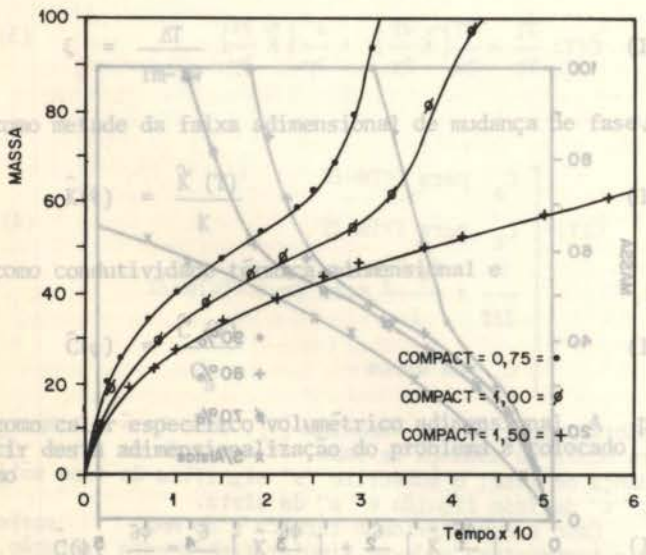


Figura 7. Influência de H/L no Tempo

Ao analisar as figuras anteriores pode-se concluir que o problema de baixa condutividade térmica do MMF pode ser minorado através do uso de aletas metálicas e a previsão do comportamento de uma dada configuração pode ser obtida através do modelamento proposto.

A aplicação mais imediata é a associação destes capacitores com radiadores térmicos, como mostrado por Hale [8] no programa aeroespacial Brasileiro.

AGRADECIMENTO

Os autores gostariam de agradecer o apoio da FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (ref. proc. 82/0102-8).

REFERÊNCIAS

[1] Humphries, W.R. - "Performance of Finned Thermal Capacitors" - NASA TN D 7690, 1974.

[2] Griggs, E.I. and Humphries, W.R. - "A Design Handbook for Phase -Change Thermal Control and Energy Storage Devices" - NASA TP 1074, 1977

[3] Edwards, J.A and Mody, K.J. - "Transient Analysis and Optimization of an Extended Surface Thermal Storage Unit Which Utilises a Phase Change Material", Alternative Energy Sources, Solar Energy 2, pp. 597-617.

[4] Bonacina, C et elli - "Numerical Solution of Phase Change Problens" - Inst.J.Heat Mass Transfer - v.16 pp. 1825-1832, 1973.

[5] Patankar, S.V. - "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow" - Hemrisphere Publishing Corporation - Mc. Graw-Hill, 1980.

[6] Ramos, F.B.A. - "Analise de Desempenho de Armazenadores Térmicos Retângulares Com e Sem Aletas" - Relatório de Trabalho de Graduação - ITA, 1984.

[7] Almeida, E.M. e Alves, C.L.F. - "Solidificação Controlada por Condução em Torno de Tubos Cilíndricos com Aletas Cilindricas" - Anais do VII COBEM, Paper D-26, pp. 257-267, Uberlândia, 1983.

[8] Hale, D.V; Hoover, M.J.and O'Neill, M.J. - "Phase Change Materials Handbook" - NASA CR-61363, 1971.

SUMMARY

The performance of retangular thermal capacitors with and without fins are analysed for aerospace applications. The effects of the following parameters was considered: number, height and width of the fins and compactness relationsnip. The phase-change material adopted was N-eicosane and the conduction heat transfer madel are solved by an iterative numerical squeme.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

HEAT TRANSFER DURING FUSION IN A VERTICAL CYLINDRICAL GEOMETRY

ANTONIO CESAR PINHO BRASIL JR.
PAULO ROBERTO DE SOUZA MENDES
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA — PUC/RJ

SUMMARY

Experiments were performed to investigate melting around an isothermal cylinder embedded vertically in a phase-change material at its fusion temperature. The ratio height-to-diameter of the cylinder was five. The Rayleigh numbers varied from 7×10^4 to 2×10^6. It was found that a pure natural convection regime is soon established, when the amount of molten phase-change material starts to increase linearly with time. The average Nusselt number at the cylinder surface becomes independent of time as soon as natural convection takes over.

INTRODUCTION

Until recently, most papers on phase change dealt exclusively with conduction heat transfer, although it has been known for some time that natural convection may play a key role during melting and freezing. Lately, however, several studies [1] considering buoyancy effects on phase change heat transfer have been reported. Among various configurations under study, are of particular interest the melting about a vertical plate and around a vertical cylinder.

In this connection, the first numerical accounting for natural convection effects is presented in [2], where the outward melting from a vertical cylinder was investigated for an isothermal boundary condition at the cylinder surface and a no-slip condition at the top of the liquid layer. A constant-heat-flux boundary condition at the cylinder was studied experimentally in [3], where both slip and no-slip boundary conditions were investigated.

More recently, numerical and experimental results were compared in [4] for melting near an isothermal vertical plate, and a moderate agreement between the experimental and analytical predictions was reported. A better agreement was obtained in [5].

The present paper reports on experimental measurements undertaken to investigate outward melting around a vertical cylinder embedded in a solid initially at its fusion temperature. The cylinder is maintained at a uniform temperature that exceeds the fusion temperature. The top and bottom of the phase-change material are adiabatic, and a small air gap provides a slip boundary condition at the top. The main objective of the research reported here was to obtain experimental data for the just mentioned configuration. It is remarkable that, although the isothermal boundary condition at the heat source has been extensively studied experimentally for melting to a vertical plate (e.g. [4]) there are no experimental data available for melting to an isothermal cylinder positioned vertically.

THE EXPERIMENTS

The physical situation reproduced in laboratory will now be described. An infinite horizontal layer of a phase-change material is initially solid and at its fusion temperature T_*. A vertical cylinder is embedded in the solid and in thermal equilibrium with the phase-change medium. Both the upper and the lower surfaces of the medium are adiabatic. The upper surface is in contact with atmosferic air (no shear stress), whereas at the lower surface a no-slip boundary condition is imposed. At time $t = 0$, the cylinder temperature undergoes a step change to $T_w > T_*$. Immediately, melting begins to occur and a solid-liquid interface starts to move outward from the cylinder.

The experiments carried out in this work were aimed at the determination of the solid-liquid interface behavior. The experimental apparatus employed in the experiments, the experimental procedure and data reduction procedure are presented in the following subsections.

Experimental apparatus. A cylindrical container for the phase-change medium, a constant-temperature bath and a water-heated copper tube were the basic components of the experimental apparatus. An auxiliar vacuum system was also used in the experiments.

The container for the phase-change medium was a brass canister, 17 cm high and 15.2 cm of inner diameter. Its lower part was internally insulated by a 2.5 cm-thick layer of styrofoam, to avoid thermal interactions between the melt layer and the bottom of the container. A thin disk of Plexiglass was fixed on the styrofoam surface to prevent contact with the phase-change material. The upper part of the container was fitted with a 1.2 cm-thick cap of Plexiglass. During the runs and equilibrium periods the cap was externally insulated with a removable layer of styrofoam. A centered hole across the Plexiglass cap was aligned with a cylindrical cavity (0.2 cm deep), also concentric with the container wall, machined on the upper surface of the Plexiglass disk at the bottom insulation. The role of the cavity and hole (both with 2.54 cm I.D).) was to provide means of positioning the water-heated tube (2.54 cm O.D.) vertically and concentrically inside the container. Support and positioning of the container in the constant-temperature water bath was achieved with the aid of a lip which extended radially outward the upper end of the container. The lip rested on the Plexiglass cover of the water bath, which was provided with a centered hole , whose diameter was slightly larger than the outside diameter of the container.

The constant-temperature water bath provided a controlled thermal environment for the container. Its dimensions were 51 cm in length, 32 cm in width and 26 cm in height, and was made of plastic material. The side walls and bottom of the tank were externally covered with a 5 cm-thick styrofoam layer, to prevent heat transfer to the external environment. An electric resistance was available to compensate for heat losses and to heat the water in the bath to a desired temperature. An accurate thermostatic device was also available to turn on and off the electric resistance as needed, in order to maintain a pre-selected temperature level. This was accomplished within 0.1°C. The water in the constant-temperature bath was strongly circulated with the aid of an electric-powered propeller, to establish a spatially homogeneous temperature and a low convective resistance at the outer wall surfaces of the container.

The water-heated copper tube on which the melting occurred had a wall thickness of 0.16 cm and was capped at its lower end. Another tube, of smaller diameter, was installed inside the copper tube in such a way as to leave an annular gap between the tubes. This arrangement was designed to allow heating water to enter the inner tube, flow downward to the bottom, make a 180-degree turn and flow upward through the annular spacing.

Temperature measurements on the outer surface of the heated tube were made with three thermocouples positioned at different axial and circumferential locations. Each thermocouple was situated in a longitudinal groove machined into the outer surface, and then a high-conductivity cement was employed to fill the grooves. The surface was then polished to a smooth finish.

The temperature of the heated tube was controlled by means of water circulation inside it. The heating and circulating loop for the water consisted of a small insulated tank and a pump. Hoses conveyed the water from the tank to the pump, from the pump to the heated tube and from the heated tube back to the tank. Heat was supplied to the circulating water by means of an immersed electric resistance installed in the tank. Another thermostatic system was provided to control the heating of the circulating water. This arrangement was very successful in providing an isothermal boundary condition at the heated tube water surface.

The vaccum system was used to stop a data run at a pre-determined instant of time. The bottom wall and isulation of the phase-change medium was crossed by a thin-walled, small-diameter metallic tube, from where the melted paraffin was promptly removed by the vaccum system at the end of a data run. During the run, however, no liquid paraffin could flow into the metallic tube, since its upper end was positioned flat with the bottom surface of the cylindrical cavity, where the lower end of the water-heated copper tube fitted tightly. A plastic hose connected the metallic tube to a valve. whose other end was connected to an evacuated reservoir. This reservoir was cleaned an evacuated (wuth the aid of a vaccum pump) prior to ecach data run.

Experimental procedure. The phase-change material used in the experiments was n-eicosane paraffin, 99 per cent pure, with a melting point of 36.4°C. Prior to the data runs, the paraffin was placed inside the container. This was accomplished by pouring small portions of liquid paraffin at a time and waiting for solidification to occur. This procedure prevented formations of voids in the phase-change medium. During this process, the isothermal tube was at its normal data-run position, i.e., inside the container, concentric with it and vertical. (An auxiliar hole for pouring the paraffin was also provided in the Plexiglas cap). Both the circulating water temperature and the bath temperature were set below the paraffin melting point, to enable solidification. Two thermocouples were embedded in the phase-change medium to provide means of temperature control and selection. The final height of phase-change medium was approximately 12.7 cm (10 times the water-heated tube radius), and a small air gap between the upper surface was kept to accommodate changes in density of the paraffin due to phase change.

Once the just described solidification process was finished, the temperatures of the heating loop and constant-temperature bath were increased to a value slightly below the melting point of the phase-change medium, in order to bring the paraffin to a temperature close to 36.4°C. After a long equilibration period, final adjustments were made to assure that the final equilibrium temperature of the phase-change medium was less than 0.5°C below its melting point.

At this point, the water-heated cylinder was withdrawn from the container and its temperature was raised to a value $T_w > T_*$. Once thermal equilibrium was achieved at the cylinder, the data run was ready to start. The cylinder was put back to its data run position, and melting was initiated immediately. During the entire period of the data run, both the water bath and the heating water were maintained at their respective fixed temperature. To terminate the data run at a preselected time, the cylinder was withdrawn from the liquid paraffin and, simultaneously, the vaccum system was activated, removing the molten mass altogether.

The final step of the experimental procedure consisted in measuring the melt-shape contour obtained from the data run. This was achieved by measuring the radial position of the interface for several axial (and angular) locations. The measurements were made with a special device designed and built for this purpose.

Data reduction. The data obtained in laboratory were treated to obtain the melting patterns, molten mass and heat transfer coefficients as functions of the relevant parameters.

The paraffin thermophysical properties were taken from [6], and were evaluated at the mean of T_w and T_*. The melting patterns were determined directly from the contour measurement data, whereas the molten mass of paraffin was obtained for each data run via integration of the interface curves.

The local heat transfer coefficient at the solid-liquid interface can be related to the interface movement by equating the phase-change heat to the convection heat transfer at the interface. Then,

$$h\,(T_w - T_*) = \rho_L\,\lambda\,dn/dt\,, \qquad (1)$$

where dn/dt is the interface speed at a certain height z, h is the local heat transfer coefficient at the interface, ρ_L is the density of the liquid, and λ is the latent heat of fusion per unit mass. If it is assumed that $dn/dt = dr_*/dt$, where r_* is the interface radial position at z, equation (1) can be rewritten in a simple dimensionless form. This gives

$$Nu = dR_*/d\tau\,, \qquad (2)$$

where $R_* \equiv r_*/r_w$, $\tau \equiv$ Ste Fo, $Nu \equiv hr_w/k$, r_w is the cylinder radius, and k is the thermal conductivity of the liquid phase-change material. Ste is the Stefan number, defined as $c(T_w - T_*)/\lambda$, where c is the specific heat. Fo is the Fourier number, equal to $\alpha t/r_w^2$, α representing the thermal diffusivity. Evaluation of the derivative in equation (2) is done with the aid of information on the interface movement obtained in the experiments.

The spatial-average Nusselt number at the heated cylinder surface can be related with the melting rate if the sensible heat absorbed by the liquid is neglected. The consequences of this assumption will be discussed later. An overall energy balance in the liquid region yields.

$$\bar{h}\,2\pi r_w\,L\,(T_w - T_*) = \lambda\,dm/dt\,, \qquad (3)$$

where L is the total height of the phase-change medium, $\bar{h}$ is the spatial-average heat transfer coefficient at the cylinder-wall, and m is the molten mass. The nondimensional version of equation (3) is written as

$$\bar{Nu} \equiv \bar{h} r_w/k = 0.5\,dM/d\tau, \qquad (4)$$

where $M \equiv m/\rho_L\,\pi r_w^2\,L$ is the dimensionless molten mass. Therefore, the average Nusselt number at the cylinder $\bar{Nu}$ can be evaluated with basis on the knowledge of the melted mass behavior with time.

The characteristic length in the Rayleigh number was also chosen to be the cylinder radius r_w. It is defined as $Ra = g\beta r_w^3(T_w - T_*)/\nu\alpha$, where β is the coeffi-

cient of thermal expasion and ν is the kinematic viscosity.

RESULTS AND DISCUSSION

The presentation of results will be preceeded by a brief analysis of a simplified physical situation, namely, one-dimensional phase-change in a medium at its fusion temperature T_*, surrouding a circular cylinder at $T_w > T_*$. In this analysis, both natural convection effects and the sensible heat absorbed in the liquid will be neglected. The result obtained will represent a useful baseline case for the subsequent discussions.

An overall energy balance in the melt layer gives, for this simple model,

$$2\pi k L(T_w-T_*)/(\ell n R_*) = \lambda\, dm/dt. \qquad (5)$$

In dimensionless form, it becomes, if variation of density with phase-change is neglected,

$$dR_*/d\tau = 1/R_*\,\ell n R_*. \qquad (6)$$

Integration from 0 to τ yields the transcendental form

$$R_*^2\,(\ell n R_* - 1/2) = 2\tau - 1/2 \qquad (7)$$

Equation (7) is satisfied within less than 1% by the following expression

$$R_* = 1.274\,\tau^{0.4835} + 1 \qquad \tau < 0.5 \qquad (8)$$

It is interesting to note that, for Ste < 0.5, expression (8) is in very good agreement with the results found in [7], where a more sofisticated analysis accounting for sensible heat is presented. This fact encouraged the authors to neglect sensible heat in derivation of equation (4).

An expression for the melted mass follows directly.

$$M = R_*^2 - 1 \qquad (9)$$

For this conduction situation, an effective heat transfer coefficient at the cylinder wall may be defined as follows.

$$\bar{h}\,(T_w-T_*) = k\,(T_w-T_*)/(r_w\,\ell n R_*) \qquad (10)$$

Rearranging,

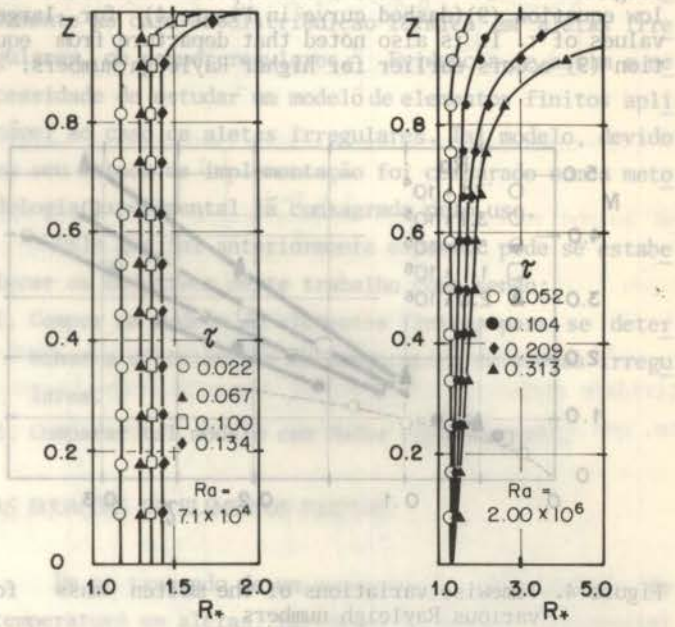
$$\overline{Nu} = 1/\ell n R_*, \qquad (11)$$

where R_* may be evaluated by equations (7) or (8).

Interface movement. Figures 1 and 2 illustrate the interface movement as a function of time. In both figures, Z = z/L is the dimensionless axial coordinate, measured upward along the cylinder. Figure 1 represents a low Rayleigh number situation (Ra = 7×10^4), whereas Figure 2 pertains to a high Rayleigh number case, namely, Ra = 2×10^6. In Figure 1 it can be observed that the solid-liquid interface moves parallel to the heated cylinder, except for a small deformation at the top which appears for larger times. Furthermore, the interface radial position at heights of no deformation is in close agreement with equation (8). This indicates that, for low Rayleigh numbers, the conduction mode of heat transfer is dominant. The temperature difference is not enough to induce strong natural convection currents in the narrow annular gap between the cylinder and interface. However, it is expected that, as times increases, convection becomes stronger and eventually more important than conduction (which decreases with time).

A completely different situation is depicted in Figure 2. Only for very small times does the interface behave in a conduction like manner. Very soon convection takes over, with melting nearly ceasing to occur at the bottom and intensifying at the top of the melt layer. This behavior is readily explained by the fact that the top is, due to gravity, a high-temperature zone, whereas at the bottom, temperatures very close to T_* prevail.

Slightly different trends are predicted by the numerical analysis reported in [2]. For low Rayleigh number and dimensionless times larger than about 0.1, the mild interface slope predicted was not observed in the experiments. In addition, for high Rayleigh numbers, it seems that the melting rate predicted for the bottom region of the melt layer is somewhat larger than the ones measured during the present work.



Figures 1 and 2. Shapes of the solid-liquid interface at various times

Local heat transfer coefficients at the interface. Figure 3 pertains to an intermediate value of the Rayleigh number, namely, Ra = 3.669×10^5. The local Nusselt number values represented in the figure were evaluated with the aid of equation (2) and experimental data, and are plotted agains the dimensionless coodinate Z = z/ℓ for some representative values of τ. At early times, it is observed that the local Nusselt number does not vary too much along the interface, except at the top, where very soon hot liquid tends to concentrate. As time elapses, the Nusselt number tends to zero at the bottom region and increases at the top region, since all energy available to melt the solid phase-change material is quickly transported to the top by natural convection. It is interesting to observe that the local heat transfer coefficient will be larger at heights where the average temperature is higher, since it was defined with basis on a fixed temperature difference (T_w-T*). Therefore, the hydrodynamical effects of natural convection on heat transfer enhancement are hidden, and probably play a minor role.

cient of thermal expasion and ν is the kinematic viscosity.

RESULTS AND DISCUSSION

The presentation of results will be preceeded by a brief analysis of a simplified physical situation, namely, one-dimensional phase-change in a medium at its fusion temperature T_*, surrouding a circular cylinder at $T_w > T_*$. In this analysis, both natural convection effects and the sensible heat absorbed in the liquid will be neglected. The result obtained will represent a useful baseline case for the subsequent discussions.

An overall energy balance in the melt layer gives, for this simple model,

$$2\pi k\, L(T_w - T_*)/(\ell n R_*) = \lambda\, dm/dt. \qquad (5)$$

In dimensionless form, it becomes, if variation of density with phase-change is neglected,

$$dR_*/d\tau = 1/R_*\, \ell n R_*. \qquad (6)$$

Integration from 0 to τ yields the transcendental form

$$R_*^2\, (\ell n R_* - 1/2) = 2\tau - 1/2 \qquad (7)$$

Equation (7) is satisfied within less than 1% by the following expression

$$R_* = 1.274\, \tau^{0.4835} + 1 \qquad \tau < 0.5 \qquad (8)$$

It is interesting to note that, for Ste < 0.5, expression (8) is in very good agreement with the results found in [7], where a more sofisticated analysis accounting for sensible heat is presented. This fact encouraged the authors to neglect sensible heat in derivation of equation (4).

An expression for the melted mass follows directly.

$$M = R_*^2 - 1 \qquad (9)$$

For this conduction situation, an effective heat transfer coefficient at the cylinder wall may be defined as follows.

$$\bar{h}\, (T_w - T_*) = k\, (T_w - T_*)/(r_w \ell n R_*) \qquad (10)$$

Rearranging,

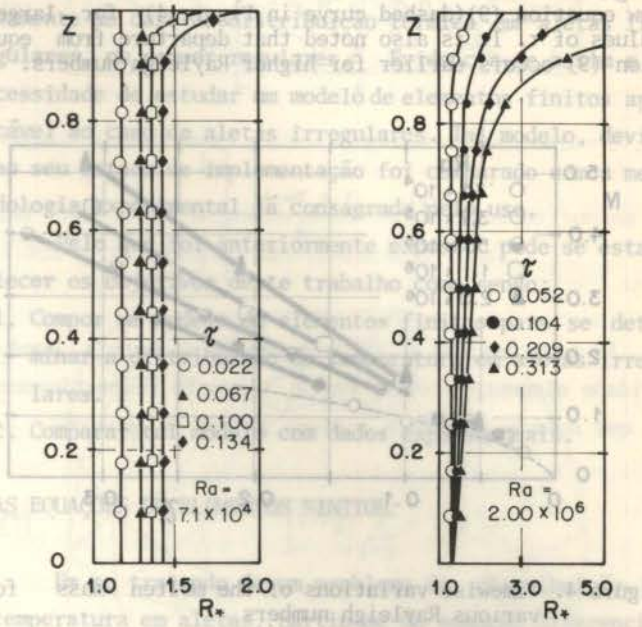
$$\overline{Nu} = 1/\ell n R_*, \qquad (11)$$

where R_* may be evaluated by equations (7) or (8).

Interface movement. Figures 1 and 2 illustrate the interface movement as a function of time. In both figures, $Z = z/L$ is the dimensionless axial coordinate, measured upward along the cylinder. Figure 1 represents a low Rayleigh number situation ($Ra = 7 \times 10^4$), whereas Figure 2 pertains to a high Rayleigh number case, namely, $Ra = 2 \times 10^6$. In Figure 1 it can be observed that the solid-liquid interface moves parallel to the heated cylinder, except for a small deformation at the top which appears for larger times. Furthermore, the interface radial position at heights of no deformation is in close agreement with equation (8). This indicates that, for low Rayleigh numbers, the conduction mode of heat transfer is dominant. The temperature difference is not enough to induce strong natural convection currents in the narrow annular gap between the cylinder and interface. However, it is expected that, as times increases, convection becomes stronger and eventually more important than conduction (which decreases with time).

A completely different situation is depicted in Figure 2. Only for very small times does the interface behave in a conduction like manner. Very soon convection takes over, with melting nearly ceasing to occur at the bottom and intensifying at the top of the melt layer. This behavior is readily explained by the fact that the top is, due to gravity, a high-temperature zone, whereas at the bottom, temperatures very close to T_* prevail.

Slightly different trends are predicted by the numerical analysis reported in [2]. For low Rayleigh number and dimensionless times larger than about 0.1, the mild interface slope predicted was not observed in the experiments. In addition, for high Rayleigh numbers, it seems that the melting rate predicted for the bottom region of the melt layer is somewhat larger than the ones measured during the present work.



Figures 1 and 2. Shapes of the solid-liquid interface at various times

Local heat transfer coefficients at the interface. Figure 3 pertains to an intermediate value of the Rayleigh number, namely, $Ra = 3.669 \times 10^5$. The local Nusselt number values represented in the figure were evaluated with the aid of equation (2) and experimental data, and are plotted agains the dimensionless coodinate $Z = z/\ell$ for some representative values of τ. At early times, it is observed that the local Nusselt number does not vary too much along the interface, except at the top, where very soon hot liquid tends to concentrate. As time elapses, the Nusselt number tends to zero at the bottom region and increases at the top region, since all energy available to melt the solid phase-change material is quickly transported to the top by natural convection. It is interesting to observe that the local heat transfer coefficient will be larger at heights where the average temperature is higher, since it was defined with basis on a fixed temperature difference ($T_w - T^*$). Therefore, the hydrodynamical effects of natural convection on heat transfer enhancement are hidden, and probably play a minor role.

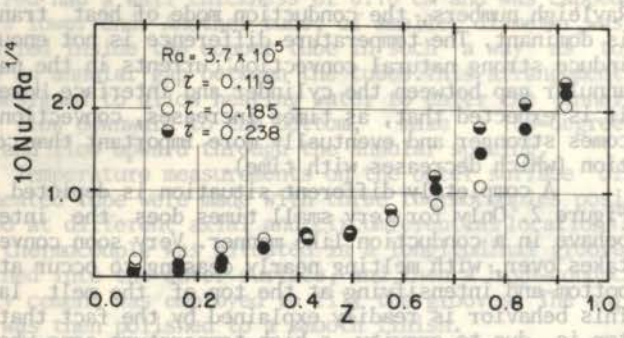


Figure 3. Local Nusselt number distribution at the solid-liquid interface at various times. Ra = 3.7×10^5

Molten mass. Figure 4 illustrates the dependence of the dimensionless molten mass with time, for different values of the Rayleigh number. It can be observed that, for small times, a reasonable agreement with equation (9) is obtained. It is observed that for low Rayleigh number (Ra = 7.1×10^4) the experimental data follow equation (9)(dashed curve in Figure 4) for larger values of τ. It is also noted that departure from equation (9) occurs earlier for higher Rayleigh numbers.

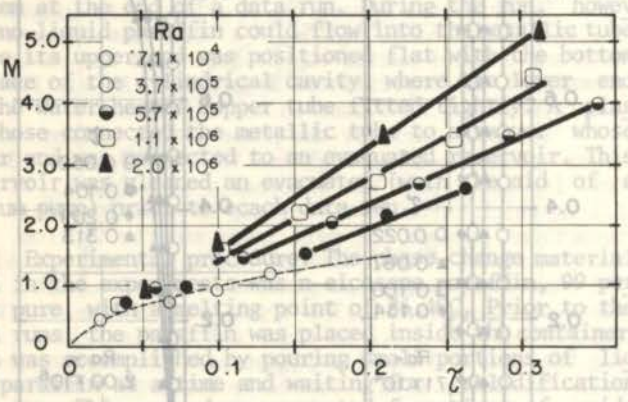


Figure 4. Timewise variations of the molten mass for various Rayleigh numbers

For larger times, however, the molten mass increases linearly with time, at a rate that also increases with the Rayleigh number. This linear behavior can be explained with basis on the fact that, after there is enough space between the cylinder wall and the solid-liquid interface, boundary layer regimes are attained near each of the just mentioned surfaces. Therefore, radial conduction is eliminated, since a nearly uniform temperature at the core of the melt layer is attained. For this reason the melt layer thickness becomes uniportant.

On these grounds, it can be inferred that there should be three distinct heat transfer regimes during this melting phenomenon. Initially only conduction and diminishing the flow resistance to the natural convection currents. Therefore, a period when conduction and natural convection are of the same order of magnitude might be expected. However, this period seems to be of short endurance for high Rayleigh numbers, and of mild practical consequences for low Rayleigh numbers. Finally, after a critical amount of mass is melted, the liquid layer becomes thick enough for the attainment of a pure natural convection situation.

Spatially average Nusselt number at the cylinder. From the foregoing discussion on Figure 4 and recalling that the average Nusselt number is evaluated from equation (4), it is readily seen that, for large times, Nu becomes a sole function of the Rayleigh number. This behavior was also observed in [3], where a constant-heat-flux boundary condition at the cylinder was studied. It was found there that, for large times,the cylinder wall temperature tends to a constant value and so does the average heat transfer coefficient. In the present work, a constant-wall-temperature boundary condition is imposed, and hence, as soon as conduction effects become negligible, the average heat transfer coefficient ceases to vary.

Hence the steady-state Nusselt number $\overline{Nu}_{ss}$ is a sole function of the Rayleigh number.A least-square fit is in good agreement with experimental data, and is given by

$$\overline{Nu}_{ss} = 0.1634\ Ra^{0.269} \qquad (12)$$

It is worth noting that the exponent of Ra in equation (12) is in excellent agreement with the ones found in the literature ([3],[5]) for phase-change problems with different thermal boundary conditions and geometrical configurations.

Therefore, the average Nusselt number can be evaluated by equation (11) for early times, when conduction dominates, and by equation (12) after the convection regime is established. The critical time τ_c when equation (11) ceases to be valid, giving place to equation (12), can be estimated with basis on a simple criterion. The result is

$$\tau_c = 0.606(\exp(6.12Ra^{-0.269})-1)^{2.068} \qquad (13)$$

Equation (13) was obtained by neglecting the time period when conduction and convection are equally important.

FINAL REMARKS

Experiments have been performed to study melting around a vertical cylinder. It was shown that a natural convection regime is soon established, and the molten mass starts increasing linearly with time and the average Nusselt number at the cylinder becomes independent of time.

AKNOWLEDGEMENT

Financial support from CNPq.(proc.no.405945/83)is gratefully aknowledged.

REFERENCES

[1] R.Viskanta,Phase-Change Heat Transfer,in Solar Heat Storage: Latent Heat Materials, edited by G.A.Lane, CRC Press, Boca Raton, Florida (1983).

[2] E.M.Sparrow,S.V.Patankar,and S.Ramadhyani, Analysis of melting in the presence of natural convection in the melt region,J.Heat Transfer 99,520-526 (1977).

[3] R.G.Kemink and E.M.Sparrow, Heat transfer coefficients for melting about a vertical cylinder with or without subcooling and for open or closed containment, Int.J.Heat Mass Transfer 24,1966-1710 (1981).

[4] C. -J.Ho and R.Viskanta,Heat transfer during melting from an isothermal vertical wall, J.Heat Transfer 106, 12-19(1984).

[5] M.Okada, Analysis of heat transfer during melting from a vertical wall, Int.J.Heat Mass Transfer 2057-2066 (1984).

[6] E.I. Griggs and W.R. Humphries, A design handbook for phase change thermal control and energy storage devices, NASA Technical Paper 1074 (1977).

[7] E.M. Sparrow, S. Ramdhyani, and S.V. Patankar, Effect of subcooling on cylindrical melting, J.Heat Transfer 100, 395-402 (1978).

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

MODELO DE ELEMENTOS FINITOS PARA ESTUDO DA DISTRIBUIÇÃO DE TEMPERATURA EM ALETAS DE ARREFECIFEMENTO

HARLEY ARAKEN ROCHA
ESCOLA FEDERAL DE ENGENHARIA DE ITAJUBÁ

SUMÁRIO

O presente trabalho relata uma análise numérica bidimensional e a metodologia experimental referentes a distribuição de temperatura numa aleta de arrefecimento de um motor monocilindro à álcool. O método de elementos finitos foi utilizado tomando-se como condições de contorno as temperaturas dos bordos internos e externos da aleta bem como o calor de convecção existentes nas suas superfícies inferior e superior.

INTRODUÇÃO

O problema proposto no presente estudo se identifica com a determinação da distribuição de temperatura em aletas de arrefecimento de um motor estacionário à álcool. Tal trabalho se justifica pela ocorrência de aletas de formas geométricas irregulares cujo dimensionamento térmico apresenta dificuldades especiais. A forma geométrica das aletas obedece, por sua vez a posição das tubulações de escape e admissão, bem como a localização da entrada do ar de arrefecimento. Levando-se em conta estes e outros fatores, torna-se difícil otimizar a distribuição circunferencial de temperatura na camisa do motor, o que é essencial para que se mantenha uniforme a contração e dilatação desta durante o aquecimento e resfriamento.

Na análise física do problema, uma série de considerações se fizeram necessárias a fim de que o caso real pudesse ser interpretado seguindo um modelo matemático simplificado. Isto posto, a espessura da aleta foi considerada uniforme e a variação de temperatura ao longo desta, foi considerada como insignificante quando comparada com a variação térmica ao longo de suas dimensões de superfície. Isto define o problema como bidimensional.

Devido a assimetria de sua forma, o presente capítulo se aplica bem a uma solução numérica. Dentre os métodos numéricos relatados pela literatura, o método de elementos finitos evidencia muitas vantagens dada sua simplicidade. Muitos autores estudaram a distribuição térmica em motores tentando tecer analogias entre dados experimentais e soluções analíticas do problema. As metodologias experimentais relatadas pela literatura demonstram um grau de sofisticação satisfatório para se estudar o problema em questão. Assim sendo, voltou-se a atenção para a metodologia numérica, que apesar de disponível e presente não se encontrava aplicada especificamente ao caso de distribuição térmica em aletas irregulares, ou sequer regulares. Evidencia-se assim a necessidade de estudar um modelo de elementos finitos aplicável ao caso de aletas irregulares. Tal modelo, devido ao seu estado de implementação foi comparado com a metodologia experimental já consagrada pelo uso.

Pelo que foi anteriormente exposto pode se estabelecer os objetivos deste trabalho como sendo:

1. Compor um modelo de elementos finitos para se determinar a distribuição de temperatura em aletas irregulares.
2. Comparar tal modelo com dados experimentais.

AS EQUAÇÕES DE ELEMENTOS FINITOS

Em se tratando de um problema de distribuição de temperatura em aletas, partiu-se da equação diferencial parcial que governa a condução de calor em sólidos:

$$K_{xx} \frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + K_{yy} \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} + Q = 0 \qquad (1)$$

Como condições de contorno foram utilizadas as temperaturas medidas nos bordos internos e externos da aleta, bem como os coeficientes de convecção nas superfícies superior e inferior da mesma.

$$K_{xx} \frac{\partial T}{\partial X} \ell_x + K_{yy} \frac{\partial T}{\partial Y} \ell_y + h(T - T\infty) \qquad (2)$$

$$T = T_{B(S)} \qquad (3)$$

Aplicando-se o princípio variacional às equações acima, consegue-se a formulação funcional que é posteriormente minimizada em relação a série de valores

nodais {T}.

Assim as equações após desenvolvimento, tomam a seguinte forma matricial, representando cada elemento.

$$\left[K^{(e)}\right]\left\{T^{(e)}\right\} = \left\{f^{(e)}\right\} \qquad (4)$$

sendo $\left[K^{(e)}\right] =$

$$\frac{K_{xx}}{4A}\begin{bmatrix} b_ib_i & b_ib_j & b_ib_k \\ b_jb_i & b_jb_j & b_jb_k \\ b_kb_i & b_kb_j & b_kb_k \end{bmatrix} + \frac{K_{yy}}{4A}\begin{bmatrix} c_ic_i & c_ic_j & c_ic_k \\ c_jc_i & c_jc_j & c_jc_k \\ c_kc_i & c_kc_j & c_kc_k \end{bmatrix}$$

$$+ \frac{h\,A}{6}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \qquad (5)$$

$$\left\{f^{(e)}\right\} = \frac{2\,A\,T^{\infty}\,h}{3}\begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \qquad (6)$$

As equações (5) e (6) representam a matriz condutividade elemento e vetor força elemento respectivamente, que somadas formam o sistema global de equações:

$$[K] = \sum_{e=1}^{E}\left[K^{(e)}\right] \qquad (7)$$

$$\{F\} = \sum_{e=1}^{E}\left\{f^{(e)}\right\} \qquad (8)$$

$$\{T\} = \sum_{e=1}^{E}\left\{T^{(e)}\right\} \qquad (9)$$

$$[K]\ \{T\} = \{F\} \qquad (10)$$

O parâmetro [K] é chamado matriz rigidez global, {T} vetor temperatura global e {F} vetor força global.

O desenvolvimento das equações apresentadas acima se encontra na referência [2].

DESENVOLVIMENTO

A aleta foi previamente preparada, fixando-se 19 termopares conforme mostra a figura 1.

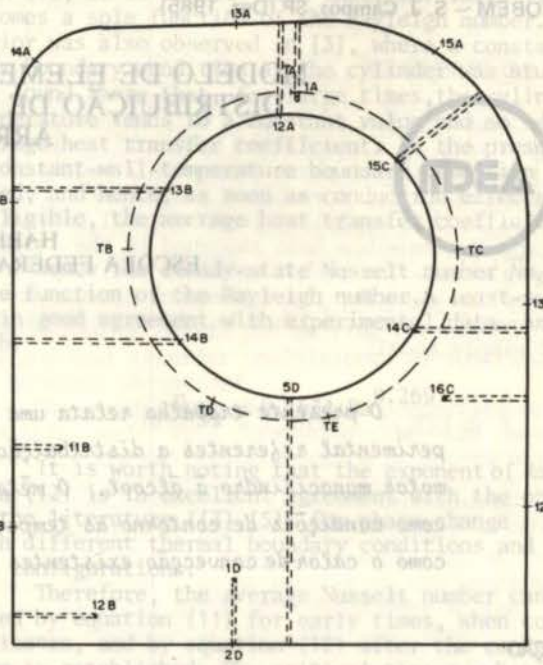


Figura 1. Localização dos Termopares Internos e Externos na Aleta do Motor

Nos contornos interno e externo foram fixados 14 termopares, cujas medidas de temperatura produzem as condições de contorno. Os pontos 1A, 11B, 12B, 16C, 1D foram fixados com o objetivo de comparar as temperaturas medidas com aquelas calculadas pelo método de elementos finitos. Os pontos T_A, T_B, T_C, T_D, T_E são tomadas de temperatura para o cálculo dos coeficientes de transmissão de calor por convecção. Estes pontos foram fixados na superfície da parede externa do cilindro, abaixo da aleta.

O método utilizado para calcular o coeficiente de transferência de calor por convecção foi baseado no estudo de TH. E. SCHMIDT (1949), que propõe um cálculo aproximado para este coeficiente em tubos com aletas; Gregoric [3]. A superfície da aleta foi dividida em 5 regiões, pois a variação de temperatura entre pontos na parede externa do cilindro era considerável.

As medidas foram feitas conservando-se a rotação do motor constante, 2613 rpm à uma temperatura ambiente constante de 27,7°C.

A aleta foi estudada e dividida em 122 elementos triangulares, formando 81 pontos nodais. Foi feita uma interpolação linear para se avaliar as temperaturas dos nós, entre pontos medidos nos contornos interno e externo da aleta. Segundo método apresentado por Segerlind [1].

Os coeficientes de transferência de calor por condução foram considerados constantes e iguais em ambas direções, assumindo os seguintes valores $K_{xx} = K_{yy} = 9{,}63\ 10^{-2}$ W/mm² °C, conforme referência [4].

Feitas as medidas de temperatura, foi desenvolvido um programa de computador em fortran IV obedecendo as

equações apresentadas anteriormente. Este calculava as matrizes para cada elemento e as reunia no sistema global de equações, conforme equação (10). Este sistema global de equações é modificado e resolvido pelo método de eliminação de Gauss, fornecendo assim os valores das temperaturas nos pontos desejados.

RESULTADOS

Feitos os cálculos dos coeficientes de transferência de calor por convecção obteve-se os seguintes valores correspondentes as respectivas temperaturas na parede externa do cilindro, para as regiões consideradas, conforme mostra a Tabela 1.

Tabela 1. Coeficientes de transferência de calor por convecção e temperaturas na parede externa do cilindro do motor.

Temperaturas [^oC]	Coeficiente de transferência de calor por convecção 10^{-5} [W/mm^2 ^oC]
$T_A = 46$	$h_A = 1,693$
$T_B = 81$	$h_B = 1,327$
$T_C = 68$	$h_C = 1,679$
$T_D = 95,4$	$h_D = 0,260$
$T_E = 94$	$h_E = 0,332$

A figura 2 mostra a discretização da aleta em elementos triangulares, as temperaturas de contorno consideradas e a distribuição de temperatura obtida pelo método de elementos finitos.

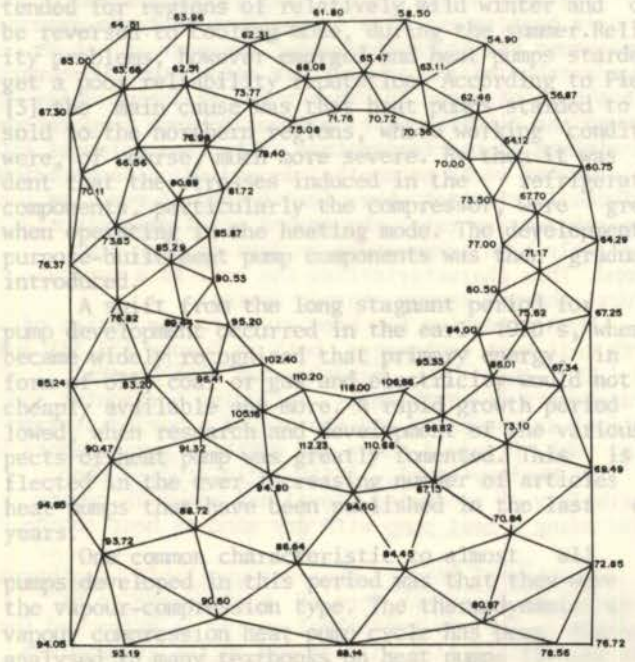


Figura 2. Distribuição de Temperatura na Aleta para a Temperatura ambiente de 27,7^oC

Na figura 3 são apresentadas as isotérmas obtidas em função da distribuição de temperatura.

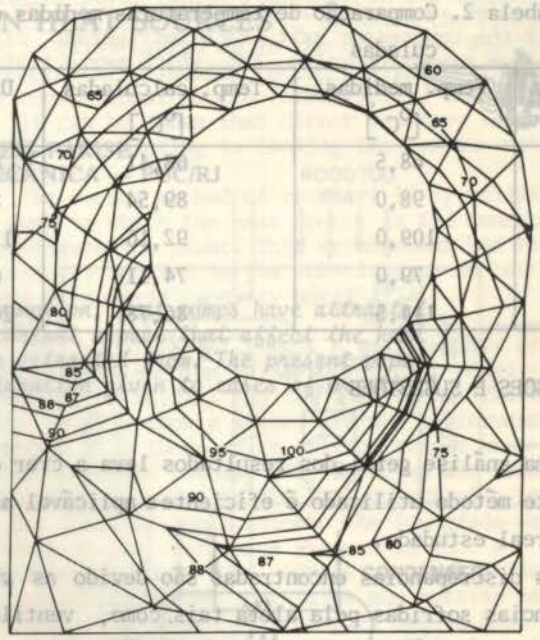


Figura 3. Isotérmas para a temperatura ambiente = 27,7^oC

Na figura 4 encontram-se localizados os pontos medidos e calculados, para comparação final.

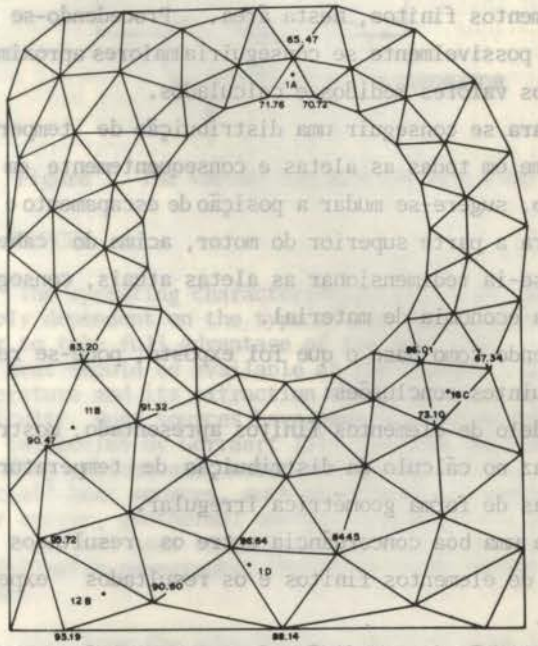


Figura 4. Comparação de temperaturas medidas e calculadas para a temperatura ambiente de 27,7^oC.

A Tabela 2 mostra a comparação entre pontos medidos e calculados, com as respectivas diferenças percentuais, tomando-se como base os valores de temperatura medidos. As temperaturas calculadas nos pontos 1A, 11B, 12B, 16C, 1D foram obtidas através do método de interpolação, partindo-se da forma polinomial e temperaturas

nos nós do respectivo triângulo, método este apresentado por Segerlind [1].

Tabela 2. Comparação de temperaturas medidas e calculadas

Pontos	Temp. medidas [°C]	Temp. calculadas [°C]	Difer. %
1A	68,5	68,41	0,13
11B	98,0	89,54	8,63
12B	109,0	92,16	15,45
16C	79,0	74,11	6,19
1D	114,5	86,78	24,21

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Uma análise geral dos resultados leva a crer que o presente método utilizado é eficiente e aplicável ao problema real estudado.

As discrepâncias encontradas são devido as várias influências sofridas pela aleta tais como, ventilador, escapamento e admissão situados em regiões muito próximas em torno desta. Entre as cinco regiões consideradas uma das que apresenta maiores problemas, é a região em torno do escape. Assim sendo, sugere-se uma tomada de temperaturas em torno da região de escape, introduzindo novas condições de contorno e um refinamento da malha de elementos finitos, nesta área. Procedendo-se desta forma, possivelmente se conseguiria maiores aproximações entre os valores medidos e calculados.

Para se conseguir uma distribuição de temperatura uniforme em todas as aletas e consequentemente em todo o bloco, sugere-se mudar a posição de escapamento e admissão para a parte superior do motor, acima do cabeçote. Poder-se-ia redimensionar as aletas atuais, conseguindo-se uma economia de material.

Tendo como base o que foi exposto, pode-se resumir as seguintes conclusões:

- O modelo de elementos finitos apresentado, mostrou-se eficaz no cálculo da distribuição de temperatura em aletas de forma geométrica irregular.
- Houve uma boa concordância entre os resultados do modelo de elementos finitos e os resultados experimentais.
- A avaliação das condições de contorno podem ser melhoradas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] - Segerlind, Larry J. Applied Finite Element Analysis. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1976. 422 p.

[2] - Rocha, Harley Araken. Modelo de Elementos Finitos para Estudo da Distribuição de Temperatura em Aletas de Arrefecimento. Dissertação de mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia de Campinas da Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 1984. 113 p.

[3] - Gregoric, Romano. Cambiadores de Calor. Bilbao, Ediciones Urmo, 1968. 570 p.

[4] - Nutting, J. Applications of Electron Microscopes in Physical Metallurgy. In: American Society for Metals. Metals Handbook, 8th Ed., Ohio, ASM, 1973. 8, 49 p.

SUMMARY

This research work reports a finite element model for the temperature distribution in a cooling fin of an alcchol engine, as well as a procedare to obtain experimental results. It was selected a cooling fin with irregular shope in order to give a good ilustration of the features of the model.

The temperatures of the boundaries and the faces of the fin were experimentaly obtained and fitted into the model as boundary conditions.

The surface of the fin was then divided into 122 triangular bidimensional elements. The heat transfer phenomena was considered as a steady state case.

At the final stage of the solution it was solved a set of independent algebrical equations which give the temperature at the nodes. By interpolation equations it was obtained the temperature at inter-nodes positions.

The experimental results were obtained by placing thermocouples at several positions in holes drilled on the surface of the fin. The comparison of experimental and theoretical results showed close agreement.

VIII COBEM — S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

HEAT PUMPS: A SURVEY ON HEAT SOURCES

JOSÉ ALBERTO DOS REIS PARISE
DEPARTAMENTO DE ENG. MECÂNICA — PUC/RJ

SUMMARY

For their characteristics of low energy consumption, heat pumps have attracted considerable attention in the past decade. One important aspect that affect the heat pump performance is the source heat is going to be extracted from. The present paper reviews recent progress made in this area, with attention given to cases of practical application.

INTRODUCTION

The heat pump is a device that extracts heat from a low temperature heat source and, with the input of mechanical work, delivers high temperature heat to a reservoir. The amount of heat delivered is equal to the energy extracted from the heat source plus the mechanical work. This results in a system that is capable of delivering more energy as heat than it in fact consumes.

The basic principle of the heat pump was first proposed by Nicholas Carnot, back in 1824. But it was not until early 1850's that Lord Kelvin [1] suggested that refrigerating equipment could be used for heating purposes. In the following hundred years the heat pump, despite the attractiveness of its principle, did not receive much attention, being always eclipsed by more conventional heating systems. Isolated attempts, however, had been made in several countries during that period. An account of this early development is given by Von Cube and Steimle [2].

The USA market, in particular, experienced an early growth, during the 40's and 50's, when heat pump units became common domestic appliances. They were intended for regions of relatively mild winter and could be reversed to cooling mode, during the summer. Reliability problems, however emerged and heat pumps starded to get a poor reliability reputation. According to Pietsch [3] the main cause was that heat pumps starded to be sold to the northern regions, where working conditions were, of course, much more severe. By then it was evident that the stresses induced in the refrigerating components, particularly the compressor, were greater when operating in the heating mode. The development of purpose-built heat pump components was then gradually introduced.

A shift from the long stagnant period for heat pump development occurred in the early 1970's, when it became widely recognized that primary energy, in the form of oil, coal or gas and electricity would not be cheaply available any more. A rapid growth period followed, when research and development of the various aspects of heat pump was greatly fomented. This is reflected in the ever increasing number of articles on heat pumps that have been published in the last eight years.

One common characteristic to almost all heat pumps developed in this period was that they were of the vapour-compression type. The thermodynamics of the vapour compression heat pump cycle has been thoroughly analysed in many textbooks on heat pumps [2] and refrigeration [4]. It comprises four major components: the compressor, two heat exchangers, condenser and evaporator, and one expander, usually a throttling valve. A schematic diagram of the system is shown in Figure 1.

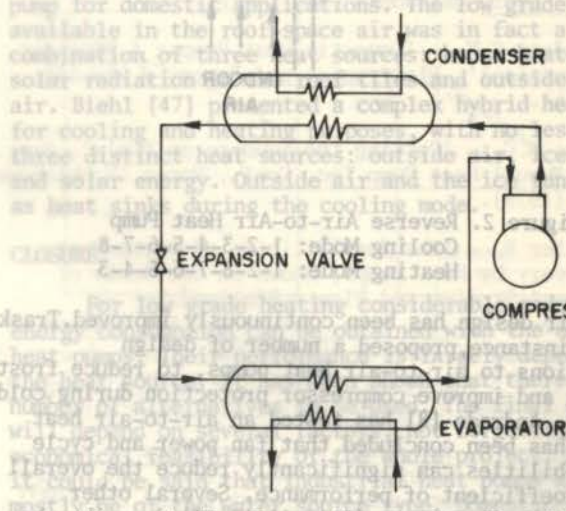


Figure 1. The Vapour Compression Heat Pump

HEAT SOURCES

The operating characteristics of a heat pump are largely dependent on the type of the heat source. In order to take full advantage of the heat pump principles heat should be available at the highest possible temperature and its extraction should present no major difficulty. Heat sources have been classified into two main categories by Gerraert [5]: 'natural heat sources, including ambient air, water and ground (soil), and artificial' heat sources, such as exhaust air, waste water, solar energy, geothermal energy, to name but a few. The more important heat sources are briefly discussed in the following paragraphs, including a few recent applications.

Air. From the availability point of view, it is an ideal heat source. It can be found and used in almost everywhere. It has, however, many disadvantages. Its heat capacity is low and it usually has a high content of moisture, which leads to frost formation, should the ambient temperature drop below $0^{o}C$. 'Defrost cycles' are then required from time to time, reducing the overall heat pump performance. Besides, air temperature is at its lowest exactly when most heat is needed.

Attention has to be given to evaporator (air-source heat exchanger) design in order to minimize frost formation. If air-source heat pumps are to be used in large numbers care should be taken to avoid interference between heat exchangers. A minimum distance between evaporators has to be specified [5].

Despite all these disadvantages air-source heat

pumps still find much application. In their favour it could be mentioned that they respond very quickly to changes of heat load [6], making them suitable for single-room heating application. Figure 2 shows schematically an air-to-air heat pump with reverse cooling and heating modes. Reversing is made through valve RV, located at the compressor exit. Each refrigerant circuit has its own expansion valve, XV, which may actuate or not depending on the mode.

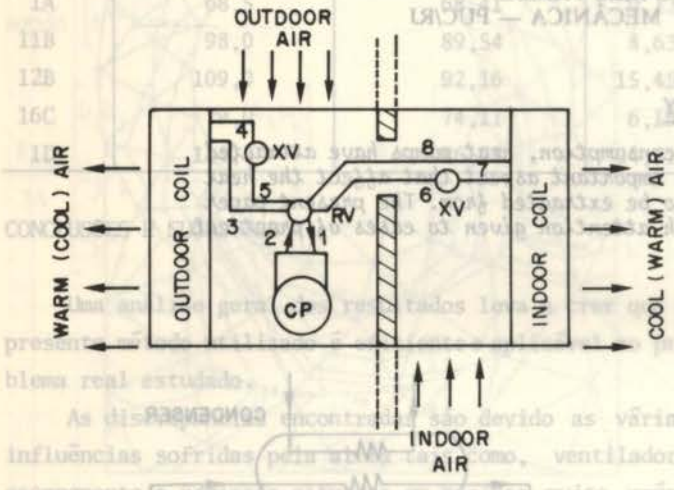


Figure 2. Reverse Air-to-Air Heat Pump
Cooling Mode: 1-2-3-4-5-6-7-8
Heating Mode: 1-2-8-7-6-5-4-3

Their design has been continuously improved. Trask [7], for instance, proposed a number of design modifications to air-to-air heat pumps, to reduce frost formation and improve compressor protection during cold start-ups. Andrade [8] has tested an air-to-air heat pump. It has been concluded that fan power and cycle irreversibilities can significantly reduce the overall heating coefficient of performance. Several other papers in the literature [9,10,11,12,13] describe the testing of air-to-air heat pumps.

An interesting paper from Brundett [14] draws a comparison between air-source heat pumps for the American and Britsh markets. It is quite revealing in the sense that it shows how prevailing atmospheric conditions affect heat pump characteristics. For instance, in climates where space heating may be a necessity, but with ambient temperatures that seldom drop below 0°C (such is the case of South Brazil), frost formation becomes a problem of lesser importance. Besides, the possibility of using reverse cycles, working for winter and summer, make the air-to-air heat pump a good proposition for space conditioning in temperate climates.

Water. From the point of view of heat capacity and heat transfer properties, water is the best heat source [2]. Its availability, however, may pose a problem, not only in desert and semi-arid areas, but also in some urban areas. On the other hand, water, in the form of process effluent, is the most used heat source in industrial heat pumps.

Water-source heat pump units, for industrial heat recovery, have already been made commercially available in the USA[15], Europe[16] and Brazil[17]. Further examples of industrial applications may be found in the literature [18]. These include chemical plants [19], pulp and paper industry [20], process steam generation [21,22,23] and the malting industry [24,25,26].

Research on water-source heat pumps still continues. Experimental units have been tested by Kush [27], with emphasis on elevated evaporating temperatures and by El-Meniawy et al. [28] who experimented with a number of different refrigerants.

Parise [29] tested a medium size water-to-water heat pump driven by a diesel engine. The waste heat from the engine's cooling system and exhaust was recovered, as shown in Figure 3, to further increase the water temperature. Energy conversion ratios, as high as 2.5, were obtained.

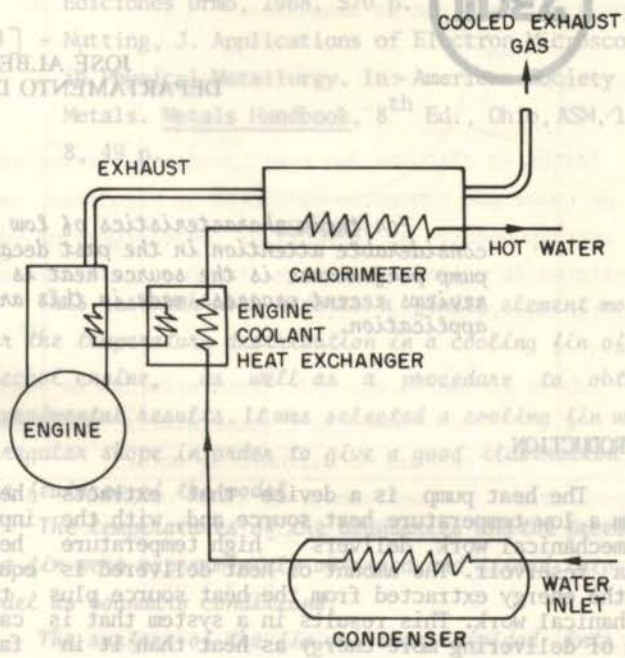


Figure 3. In-series heat recovery of a water-to-water diesel engine driven heat pump

Soil. The third natural heat source is the soil, which basically acts as a large solar energy storage system. Heat is extracted via a coil buried underground covering a certain area of the soil. No winter defrost cycle is necessary but frosting of the moisture content of the soil may affect the heat transfer characteristics of the system, thus decreasing the heat pump overall performance [2]. Soil source heat pumps usually require large space for siting the evaporator coil.

The main advantage of using ground instead of air as a heat source lies in the fact that the ground temperature variation throughout the year is not as large as that of the ambient air temperature. Moreover, it has been observed [6] that there is a time delay between the occurrences of minimum ambient temperature and minimum ground temperature. This time delay is of the order of weeks or months, depending on depth below surface. In climates where long spells of very low temperatures are rare, the ground still presents a relatively high temperature in days of high heat demand. This characteristizes the soil as a typical natural thermal energy storage system.

Much attention has been given to the design of earth coil heat exchangers, both in Europe [33,34] and USA [32]. Metz [33] experimented with several arrangements of earth coils, including horizontal and vertical arrangements and the use of a buried storage water tank. Figure 4 shows one of these arrangements.

El-Meniawy et al. [34] also studied the possibility of producing sterilized water in remote areas using a heat pump with dry sand as heat source.

Geothermal Energy. Whenever available geothermal energy is an important form of heat source to be considered. The way geothermal energy is extracted for heat pump utilization will depend on the temperature involved. Broadly it could be said that, when high temperature geothermal water is available, it is more economical to use steam, either natural or generated by

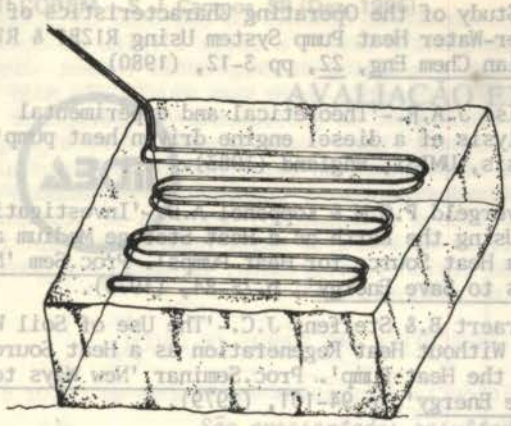


Figure 4. Underground horizontal coil for soil-source heat pumps

the geothermal source, to drive the compressor through a steam turbine. Additional low grade geothermal heat could then be supplied to the evaporator [35]. Heat pumps of this kind are called Vapour Compression Geothermal Powered Heat Pump Systems, GPHP. More oftenly steam would be used to generate electricity directly.

For moderate temperatures, geothermal energy is extracted in much the same way as ground-source systems [36]. In this country, due to its geological characteristics, geothermal energy is predominatly available at low temperatures. According to Frangipani and Becker [37], in sites such as Caldas Novas (MG) or Moçoró (RN), water temperatures seldom exceed 60°C. If industrial application is to be envisaged, heat pumps become an attractive alternative to upgrade the available energy.

Solar Energy. Since the heat pump performance is strongly dependent on the heat source temperature, solar energy can be considered as a worthwhile heat source. With the temperatures that can be achieved in solar collectors, solar assisted heat pumps are expected to perform at relatively high efficiences. Solar-assisted heat pumps are devices in which the vapour-compression cycle works in conjunction with a solar collector apparatus. There are three different arrangements of the solar collector-heat pump set-up: directly heated, in series and in parallel. A full description of each of these arrangements, with their pros and cons, is given by Parise [38]. Work has been started at the Thermosciences Laboratory, PUC-RJ, on a solar-assisted series heat pump [39], shown schematically in Figure 5. One important aspect in the analysis of solar assisted heat pumps is the way heat is going to be stored. This can be accomplished with the use of either sensible [39] or latent heat [40] storages.

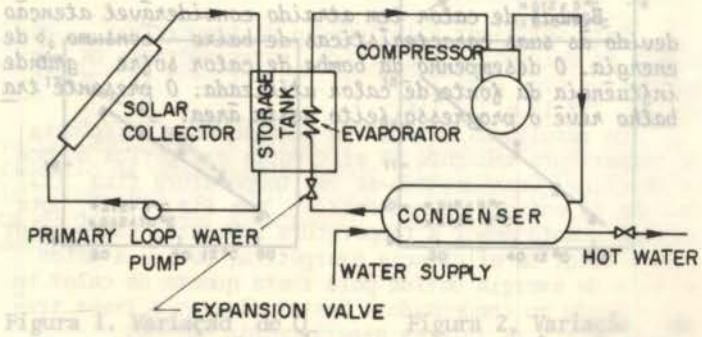


Figure 5. Solar-assisted series heat pump

Waste Heat from Refrigeration Plants. Refrigeration plants discharge a large amount of heat through the condenser. This heat, which is approximately the refrigeranting effect plus the compressor work, can be recovered in two manners. The first is the direct recovery, by which the cooling water is first heated up in the condenser and then has its temperature elevated to the desired level by any other conventional source (electricity, coal, gas or oil). It can be shown that direct recovery is more effective for heating to cooling load ratios not exceeding 3.

The second method of recovery is by utilising a heat pump in which the heat source is the condenser of the refrigeration plant. This arrangement has been successfully applied in the substitution of hot water boilers of a large capacity hotel [17].

Multi-Source Heat Pumps. A small number of works have been published on multi-source heat pumps. Whilst increasing the initial capital investment these systems usually show a higher average performance in comparison with those which rely on single heat sources. Neal and Loveday [46] employed air from the roof-space of a house as the heat source of a heat pump for domestic applications. The low grade energy available in the roof-space air was in fact a combination of three heat sources: house heat losses, solar radiation in the roof tiles and outside ambient air. Biehl [47] presented a complex hybrid heat pump, for cooling and heating purposes, with no less than three distinct heat sources: outside air, ice tank and solar energy. Outside air and the ice tank acted as heat sinks during the cooling mode.

CLOSURE

For low grade heating considerable reduction in energy consumption can be obtained with the use of heat pumps. Their performance is largely dependent on the heat source. It has been shown that there is a number of alternatives to be used. The final choice will depend on several factors, not forgetting the economical feasibility of the whole project. Broadly it could be said that industrial heat pumps will mostly be of the water source type. Domestic units, mainly in Brazil, will tend to be air-source (with cycle reverse for summer) or solar assisted. For rural applications the number of alternatives increases: solar energy, ground, air and running water are all possibilities that may cause an impact on the existing rural energy profile.

REFERENCES

[1] Thomson, W. - 'On the Economy of the Heating or Cooling of Buildings by Means of Currents of Air'. Proc. of the Glasgow Philosophical Society, V.III, p. 666-675, (1852).

[2] Von Cube H. and Steimle F. - 'Heat Pump Technology'. Edited by E.G.A. Goodall. Butterworths, London, (1981).

[3] Pietsch J.A. - 'The Unitary Heat Pump Industry - 25 Years of Progress'. ASHRAE Journal, p. 15-18, (1977).

[4] Dossat R.J. - 'Principles of Refrigeration'. John Wiley and Sons, 1961.

[5] Geeraert B. - 'Heat Sources for Heat Pumps - Comments by the Session Chairman'. Proc. 'New Ways to Save Energy', p. 71-74, Belgium (1979).

[6] Fordmans M. and Eggers-Lura A. - 'Factor Determining the COP of Heat Pumps, and Feasibility Study on its Improvement'. Proc. Sem. 'New Ways to Save Energy', p. 88-93, Belgium (1979).

[7] Trask A. - '10 Design Principles for Air-to-Air Heat Pumps'. ASHRAE J., p. 30-33, (1977).

[8] Andrade R.M. - 'Analise Têrmica de uma Bomba de Calor Ar-Ar'. Tese de Mestrado, UFMG, (1984).

[9] Seymour-Walker K.J. - 'Heat Pumps for Individual Rooms'. Proc. Sem. 'New Ways to Save Energy', p. 181-193, Belgium (1979).

[10] Young D.J. - 'Development of a Northern Climate Residential Air-Source Heat Pump'. Trans. ASHRAE, Vol. 86, Part 1, p. 671-686.

[11] O'Connor T.C. and McGovern J.A. - 'Air Source Heat Pumps Under Northern European Climatic Conditions'. Proc. Sem. 'New Ways to Save Energy', p. 135-144, Belgium (1979).

[12] Cattell R.K. - 'Measurement of the Performance of Domestic Air-to-Air Heat Pumps' Energy Research, Vol. 3, p. 181-187 (1979).

[13] West J.E. - 'Defrosting Air-to-Air Heat Pumps: Present and Future 'Proc. 4th Annual Heat Pump Tech. Conf. Oklahoma, USA, (1979).

[14] Brundett G.W. - 'Domestic Heat Pumps: A Time for Reappraisal'. Electronics and Power, p.686-688, (1976).

[15] Niess R.C. - 'Putting the Squeeze on Btu's'. Proc. 4th Annual Heat Pump Tec. Conf., Paper IV,Oklahoma, USA (1979).

[16] Gfeller R. - 'The Possibilities of Waste-Heat Recovery by Heat Pumps, Shown on the Basis of Several Studies and Plants Realised in Switzerland'. Int.Symp.'Industrial Application of Heat Pumps', Coventry, UK. (1982).

[17] Garcia R.-'Bombas de Calor'. Sem Racionalização de Energia/Bomba de Calor, Sulzer S.A.,Rio. (1984).

[18] Schnitzer H. and Moser F.-'Experiences in the Application of Industrial Heat Pumps'.Int Symp 'Industrial Application of Heat Pumps'.UK.(1982).

[19] Stockburger D. and Bartmann L.-'Exergetic Evaluation of the Use of Heat Pumps in Chemical Plants'. Int Chem Eng, V.20,n.2,p.197-203 (1980).

[20] Hester J.C. & Stengl G.R.-'Heat Pump Systems for the Pulp and Paper Industry'. TAPPI, V.63, n.7, p. 67-70, (1980).

[21] Neill D.T.& Schmitt R.C. - 'Heat Pumps Coupled to Geothermal Resources Can Provide Economical Process Heat'. 4th An Heat Pump Tec Conf,XIV(1979).

[22] Boland D.& Hill J.C.-'Future Use of Heat Engines and Heat Pumps in the Process Industries'. Int Symp Ind App of Heat Pumps', UK. (1982).

[23] Kew P.A.-'Heat Pumps for the Production of Process Steam'. 'Ind App of Heat Pumps', UK.(1982).

[24] Curis O.& Laine J.D.-'Gas Motors Driving Heat Pumps in the Malting Industry'.Int Symp 'Industrial Application of Heat Pumps', UK.(1982).

[25] ___ - 'Heat Pump Cuts 45% Off Fuel Bill'. Energy Management, Ja. 1982, p.5.

[26] ___ - 'Maltsters Go For Heat Recovery'. Energy Management, Special Demonstration Project Supplement, August 1982.

[27] Kush E.A. - 'Performance of Heat Pumps at Elevated Evaporating Temperatures - with Application to Solar Input'.Trans.ASME, J. Solar Energy,102,p.203

[28] El-Meniawy S.A.K., Watson E.A.& Holland F.A. - 'A Study of the Operating Characteristics of a Water-Water Heat Pump System Using R12B1 & R114' Indian Chem Eng, 22, pp 3-12, (1980).

[29] Parise J.A.R.-'Theoretical and experimental analysis of a diesel engine driven heat pump'PhD Thesis, UMIST, England (1983).

[30] Nievergeld P.G.M.& Koppenol A.D.-'Investigations on Using the Earth as a Heat Storage Medium and as a Heat Source for Heat Pumps'. Proc.Sem 'New Ways to Save Energy', p.75-84, (1979).

[31] Geeraert B.& Steffens J.C.-'The Use of Soil With and Without Heat Regeneration as a Heat Source for the Heat Pump'. Proc.Seminar 'New Ways to Save Energy', p.94-101, (1979).

[32] Partin J.R., Ledbetter C.W.& Bose J.E.-"Earth Coil Heat Pump Home: The Active and Passive System'. 4th An Heat Pump Tec Conf,XVI,USA.,(1979)

[33] Metz P.D.-'Design, Construction and Operating of the Solar Assisted Heat Pump Ground Coupled Storage Experiments at Brookhaven Laboratory'.4th An Heat Pump Tec Conf, XI, USA (1979).

[34] El-Meniawy S.A.K., Watson F.A. and Holland F.A.-'An Assessment of Sand Source Heat Pump Systems'. Energy Research, V.5, p.377-391, (1981).

[35] Nguyen V.T.-'Heat Pump and Geothermal Energy'.4th An Heat Pump Tec Conf, XV, (1979).

[36] Bose J.E., Ledbetter C.W.& Partin J.R.-'Earth Coils and Geothermal Wells Used as Solar Energy Storage Devices'. Proc Int Solar Energy Soc,V.1, p. 797-801, Atlanta, USA (1979).

[37] Frangipani A. & Becker E.A.-'Energia Geotérmica - Utilização e Possibilidades Brasileiras',2º Simp de Tecnologia Energética, V.II, SP.(1984).

[38] Parise J.A.R.-'Vapour-Compression Solar-Assisted Heat Pumps Employing Phase-Change Materials for Heat Storage' Rev.Br.Mec.,1,nº 2,p153-167(1984).

[39] Nunes J.S.-'Bomba de Calor Assistida por Energia Solar'. Sem Mestrado, PUC-RJ, DEM,(1984).

[40] Parise J.A.R.-'The Use of Latent Heat Thermal Storage Heat Pumps for Space Heating' 4th IEE Int Conf on Energy Options, p 336-339,London,(1984).

[41] Neal W.E.J. & Loveday D.L.-'Domestic Space and Water Heating for Existing Dwellings Using a Heat Pump and Conventional Roofs as Energy Absorbers'. Int.Conf. Future Energy Concepts', p 57-60,London, UK. (1979).

[42] Biehl R.A.-'The Annual Cycle Energy System: A Hybrid Heat Pump Cycle'. ASHRAE J. p 20-24, July 1977.

SUMÁRIO

Bombas de calor tem atraido considerável atenção devido às suas características de baixo consumo de energia. O desempenho da bomba de calor sofre grande influência da fonte de calor utilizada. O presente trabalho revê o progresso feito nesta área.

AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL DO DESEMPENHO DE BOMBAS DE CALOR

JUDIT ZOLTÁN HALÁSZ
CARLOS A.C. ALTEMANI
FEC — UNICAMP-SP

SUMÁRIO

São apresentados resultados de testes experimentais de avaliação de cinco protótipos de bombas de calor tipo água-água. Os testes foram realizados na Alemanha Ocidental, numa bancada de testes totalmente automatizada. Essa bancada registrava os valores medidos e o controle de operação do sistema era mantido através de um computador. As características de cada protótipo são mostradas através do desempenho de alguns processos sob várias condições de operação. É considerada também a influência dessas condições na eficiência exergética, baseada na segunda lei da termodinâmica.

INTRODUÇÃO

Na Universidade de Essen, na Alemanha Ocidental, foram concluídos testes experimentais com cinco bombas de calor, tipo água-água, utilizando um banco de testes especificamente montado para esta finalidade [5]. A capacidade calorífica destas bombas de calor variou entre 7 e 24 kW; duas usavam como fluido de trabalho o refrigerante R-22, e as outras R-12. O sistema de medições e de controle automático foi realizado através de um computador e vários equipamentos eletrônicos [4].

O controle de temperaturas foi feito em circuitos separados, fechados, da água do condensador e do evaporador, mantendo-se constantes: 1) a temperatura da água fria, como fonte de calor, entrando no evaporador, igual a 10°C durante toda a operação, com um decréscimo $\Delta t0=5^{o}C$ de resfriamento através do evaporador; 2) a temperatura de água quente (t2) entrando no condensador, igual a 30, 35, 40, 45, 50, 55°C, sempre durante uma hora de operação estável. Na primeira série de testes houve um acréscimo $\Delta t2=5^{o}C$, e numa segunda série de testes $\Delta t2=10^{o}C$ de aquecimento através do condensador.

OS CICLOS FRIGORÍFICOS OBSERVADOS E DISCUSSÃO

Em geral, o comportamento das bombas de calor é típico na operação dos ciclos frigoríficos por compressão de vapor [2,3]. Há entretanto, três características que devem ser comentadas. As Figuras 1-7 mostram os resultados das medidas obtidas com uma das bombas de calor testadas.

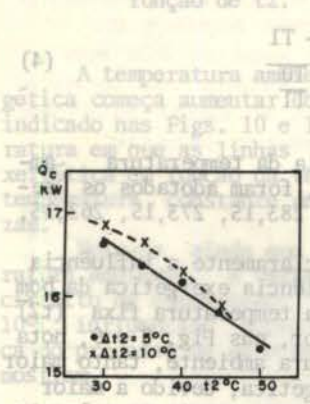


Figura 1. Variação de $\dot{Q}_c$ em função de t2.

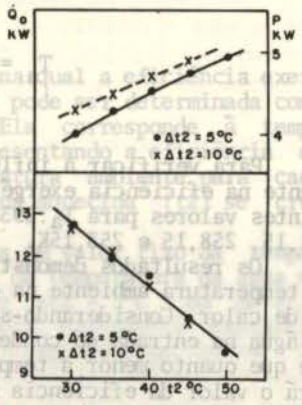


Figura 2. Variação de $\dot{Q}_o$ e P em função de t2.

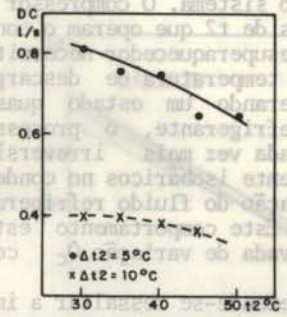


Figura 3. Fluxo de água quente em função de t2.



Figura 4. Fluxo de água fria em função de t2.

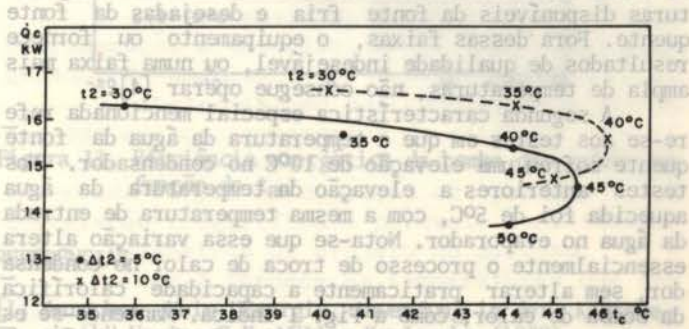


Figura 5. Variação de $\dot{Q}_c$ em função de tc.

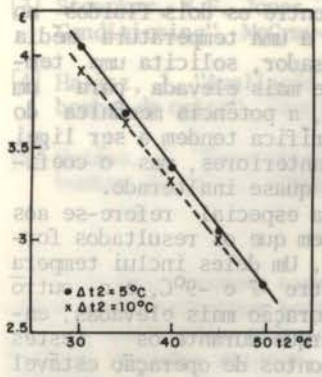


Figura 6. Variação de ε em função de t2.

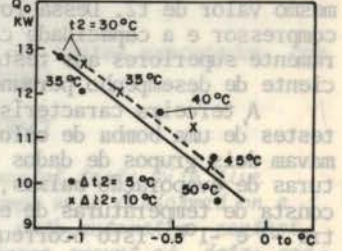


Figura 7. Variação de $\dot{Q}_o$ em função de t_o

A primeira característica especial mencionada refere-se à variação da capacidade calorífica ($\dot{Q}_C$) com a temperatura de condensação (t_c) do fluido refrigerante, indicada na Fig. 5. Nota-se que para valores relativamente menores de temperatura da fonte quente (t2), há uma queda quase linear de Q_C com t_c. Este comportamento parece ser independente da temperatura da fonte quente (t2). Valores crescentes desta temperatura passam entretanto a influir decisivamente no comportamento da capacidade calorífica. Numa situação extrema, o comportamento inicial de queda da capacidade calorífica é invertido, verificando-se o seu aumento com a temperatura de condensação para os valores superiores de t2.

As justificativas para esse comportamento podem ser encontradas nos processos que ocorrem no condensador e no compressor. O condensador é um trocador de calor que efetua não somente a condensação do fluido refrigerante mas também o seu desuperaquecimento. À medida em que a temperatura da fonte quente aumenta, o condensador passa a operar cada vez mais como desuperaquecedor. Nesta função, o calor é cedido pelo fluido refrigerante superaquecido com uma condutância térmica muito menor que a de um fluido condensado. Dessa forma, o processo de desuperaquecimento deve ocupar um espaço crescente no condensador, implicando numa queda sensível da capacidade calorífica do sistema. O compressor, considerando valores crescentes de t2 que operam o condensador essencialmente como desuperaquecedor necessita fornecer valores crescentes de temperatura de descarga do fluido refrigerante. Considerando um estado quase uniforme de sucção do fluido refrigerante, o processo de compressão torna-se então cada vez mais irreversível. Para processos essencialmente isobáricos no condensador a temperatura de condensação do fluido refrigerante tende então a diminuir [4]. Este comportamento está de acordo com a inversão observada de variação $\dot{Q}_C$ com t_c.

Com estes comentários pretende-se ressaltar a importância de um projeto adequado do conjunto dos trocadores de calor e do dimensionamento do compressor acoplado a eles numa bomba de calor. O conjunto de componentes, projetado para uma determinada potência, opera de forma satisfatória numa faixa limitada das temperaturas disponíveis da fonte fria e desejadas da fonte quente. Fora dessas faixas, o equipamento ou fornece resultados de qualidade indesejável, ou numa faixa mais ampla de temperaturas, não consegue operar [4].

A segunda característica especial mencionada refere-se aos testes em que a temperatura da água da fonte quente sofreu uma elevação de 10°C no condensador. Nos testes anteriores a elevação da temperatura da água aquecida foi de 5°C, com a mesma temperatura de entrada da água no evaporador. Nota-se que essa variação altera essencialmente o processo de troca de calor no condensador, sem alterar praticamente a capacidade calorífica da bomba de calor, como a Fig. 1 indica. Mantendo-se este valor quase inalterado, a duplicação da elevação da temperatura da água no condensador causa naturalmente uma diminuição sensível do fluxo de massa de água da fonte quente no condensador, como mostrado na Fig. 3. Essa diminuição do fluxo acarreta uma condutância menor para a transferência de calor entre os dois fluidos no condensador. Esse fato, aliado a uma temperatura média mais elevada da água no condensador, solicita uma temperatura do fluido refrigerante mais elevada para um mesmo valor de t2. Dessa forma, a potência mecânica do compressor e a capacidade calorífica tendem a ser ligeiramente superiores aos testes anteriores, mas o coeficiente de desempenho permanece quase inalterado.

A terceira característica especial refere-se aos testes de uma bomba de calor, em que os resultados formavam dois grupos de dados [4]. Um deles inclui temperaturas de evaporação baixas, entre -7 e -9°C, e o outro consta de temperaturas de evaporação mais elevadas, entre -2 e -1°C. Isto ocorreu porque durante os testes desta bomba de calor, alguns pontos de operação estável foram obtidos com cargas térmicas bastante reduzidas no evaporador. Essa redução chegou a diminuir a temperatura e a pressão de evaporação do fluido refrigerante, alterando as condições normais de operação do evaporador. Em consequência disso, a carga térmica do condensador e a potência mecânica de compressão também diminuíram – esta relativamente menor que aquela, de modo a causar uma diminuição do coeficiente de desempenho nos pontos mencionados. Este comportamento ocorreu porque a variação da temperatura do refrigerante ultrapassou os limites adequados para este componente, afetando o desempenho de todo o equipamento. Ressalta-se novamente a operação eficaz da bomba de calor numa faixa restrita de estado do fluido refrigerante, tanto no condensador quanto no evaporador.

EFICIÊNCIA EXERGÉTICA DAS BOMBAS DE CALOR

A eficiência exergética das bombas de calor é definida como

$$\eta_{ex} = \frac{\text{exergia obtida pela fonte quente no condensador}}{\text{potência elétrica consumida}} \qquad [1]$$

A exergia obtida pela fonte quente no condensador:

$$E_C = \left(\frac{T_c - T_a}{T_c}\right) Q_C \qquad (1)$$

onde T_c é a temperatura da fonte quente no condensador, e T_a é a temperatura ambiente.

Assim

$$\eta_{ex} = \frac{\dot{Q}_C}{P}\left(\frac{T_c - T_a}{T_c}\right) = \varepsilon\left(1 - \frac{T_a}{T_c}\right) \qquad (2)$$

onde $\dot{Q}_C$ e P indicam respectivamente a taxa de ganho de calor da fonte quente e a potência elétrica consumida.

Como a temperatura da água aquecida no circuito do condensador não é constante, variando entre T2 e T3, considera-se como T_c a temperatura média termodinâmica das temperaturas T2 e T3.

$$T_c = \frac{T3 - T2}{\ln \frac{T3}{T2}} \qquad (3)$$

Analogamente a temperatura média termodinâmica da água fria foi utilizada como temperatura ambiente:

$$T_a = \frac{T0 - T1}{\ln \frac{T0}{T1}} \qquad (4)$$

Para verificar a influência da temperatura ambiente na eficiência exergética, foram adotados os seguintes valores para T_a: 293,15; 283,15, 273,15, 263,15, 261,15, 258,15 e 253,15K.

Os resultados demonstram claramente a influência da temperatura ambiente na eficiência exergética da bomba de calor. Considerando-se uma temperatura fixa (t2) da água na entrada do condensador, nas Fig. 8 e 9, nota-se que quanto menor a temperatura ambiente, tanto maior será o valor da eficiência exergética, devido à maior parcela da exergia obtida pela fonte quente no calor total trocado no condensador. Nestas figuras a linha tracejada indica os valores experimentais obtidos.

A eficiência exergética depende do produto de dois termos: o coeficiente de desempenho (ε) e o termo

$(1 - T_a/T_c)$. O coeficiente de desempenho das bombas de calor diminui com o aumento da temperatura da água aquecida (t2). Este termo é preponderante na variação da eficiência exergética para os valores relativamente menores da temperatura ambiente [4]. Para valores da temperatura ambiente (T_a) maiores, a influência do termo $(1 - T_a/T_c)$ passa a ser decisiva, aumentando a eficiência exergética com a temperatura da água aquecida (t2).

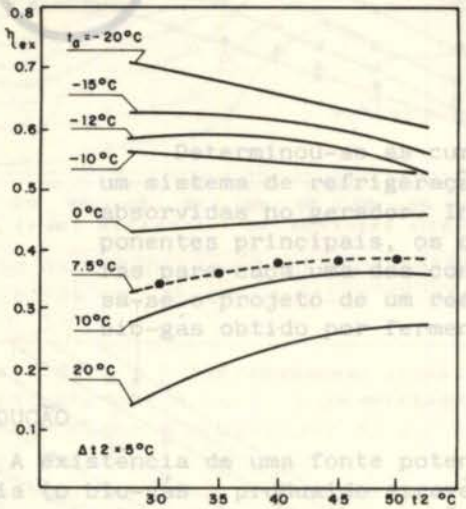


Figura 8. Eficiência exergética da bomba de calor em função de t2.

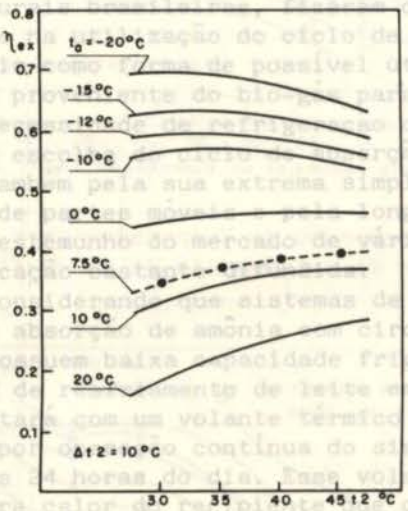


Figura 9. Eficiência exergética da bomba de calor em função de t2.

A temperatura ambiente na qual a eficiência exergética começa aumentar com t2 pode ser determinada como indicado nas Figs. 10 e 11. Ela corresponde à temperatura em que as linhas representando a eficiência exergética em função da temperatura ambiente para cada temperatura constante de água aquecida (t2) se cruzam.

Nota-se ainda que para um valor fixo da temperatura ambiente, a variação da temperatura da água no circuitb de condensador, sendo $\Delta t2 = 5^oC$ ou de $\Delta t2 = 10^oC$, influenciou muito pouco a eficiência exergética do processo de aquecimento, como as Figs. 10 e 11 mostram.

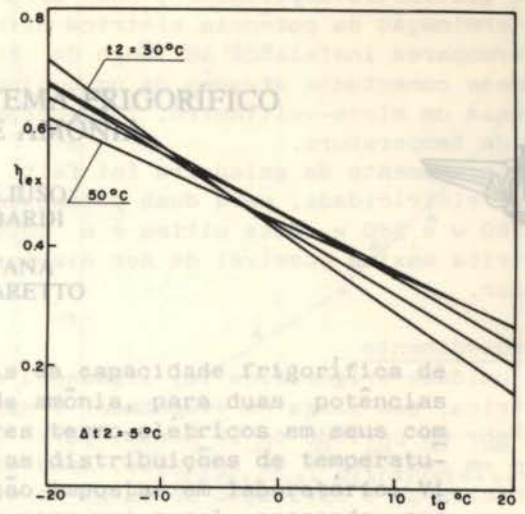


Figura 10. Eficiência exergética da bomba de calor em função de t_a.

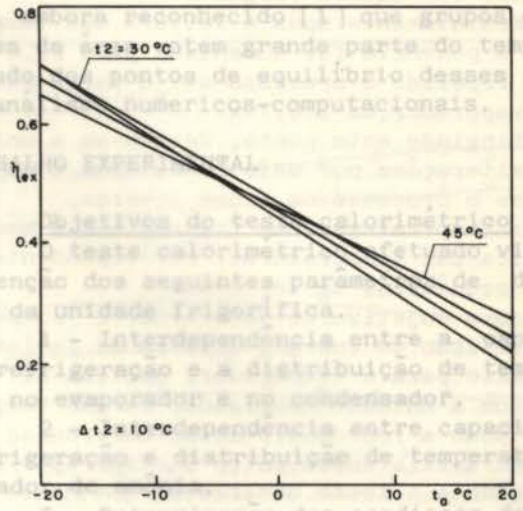


Figura 11. Eficiência exergética da bomba de calor em função de t_a.

REFERÊNCIAS

[1] Auracher, Hein "Exergie, Anwendung in der Kältetechnik" Verlag C.F. Müller Karlsruhe (1980).

[2] H.L.V. Cube/F. Steimle "Wärmepumpen" VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf (1978).

[3] Stoecker, W.F. Jones, J.W. "Refrigeration and Air Conditioning", McGraw-Hill, Inc. (1982).

[4] Halász, J. "Avaliação experimental do desempenho de bombas de calor", Campinas (1984).

[5] Halász, J. "Experiências dos testes executados com bombas de calor" COBEM (1984).

ABSTRACT

In West Germany experimental tests with five water-water prototype heat pumps were performed on a special instalation provided with automatic control through computer program. A large amount of data and experience has been gained to evaluate operational characteristics of heat pumps. Results were described and analysed on the basis of the second law of thermodynamics using the exergy concept.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

DESEMPENHO DE UM SISTEMA FRIGORÍFICO DE ABSORÇÃO DE AMÔNIA

JOSMAR D. PAGLIUSO
GERALDO LOMBARDI
EESC/USP
CÉSAR C. SANTANA
CARLOS A. GASPARETTO
UNICAMP

Determinou-se as curvas experimentais da capacidade frigorífica de um sistema de refrigeração por absorção de amônia, para duas potências absorvidas no gerador. Instalou-se 33 pares termo-elétricos em seus componentes principais, os quais forneceram as distribuições de temperaturas para cada uma das condições de operação impostas em laboratório. Visa-se o projeto de um resfriador de leite para uso rural, operando por bio-gás obtido por fermentação anaeróbica de rejeitos agro-pecuários.

INTRODUÇÃO

A existência de uma fonte potencial de energia (o bio-gás , produzido através de dejetos animais) em todas as instalações rurais produtoras de leite, aliada à necessidade de resfriamento do produto e ainda a ausência de energia elétrica em grande parte das propriedades rurais brasileiras, fizeram com que se pensasse na utilização do ciclo de absorção de amônia como forma de possível utilização da energia proveniente do bio-gás para atendimento da necessidade de refrigeração de leite.

A escolha do ciclo de absorção justifica-se também pela sua extrema simplicidade, ausência de partes móveis e pela longa durabilidade, testemunho do mercado de várias décadas em aplicação bastante difundida.

Considerando que sistemas de refrigeração por absorção de amônia com circulação natural possuem baixa capacidade frigorífica, o sistema de resfriamento de leite em proposição contará com um volante térmico a ser resfriado por operação contínua do sistema, durante as 24 horas do dia. Esse volante térmico retira calor do recipiente que contém o leite, em intervalo de tempo não superior a 1 hora. A temperatura final de equilíbrio termodinâmico é prevista em torno de 4ºC.

O volante térmico escolhido é uma mistura com 80% de água e 20% de álcool (em peso), afim de ser obtida uma temperatura de congelamento em torno de -10ºC.

Visando o desenvolvimento de um protótipo para resfriar 100 litros de leite, optou-se por um estágio intermediário com a construção de uma unidade menor, com capacidade de 30 litros diários. Torna-se então viável a utilização de um sistema de refrigeração comercial , disponível no mercado, de modo a, principalmente, estabelecer as condições de operação e os critérios para ampliação de escala, a partir de um sistema consagrado pelo uso e pela sua aplicação prática.

Para o presente desenvolvimento decidiu-se pelo levantamento experimental da capacidade frigorífica do refrigerador comercial, para duas potências absorvidas no gerador de amônia, embora reconhecido [1] que grupos de pesquisa da área votem grande parte do tempo do estudo dos pontos de equilíbrio desses ciclos às análises numericos-computacionais.

TRABALHO EXPERIMENTAL

Objetivos do teste calorimétrico

O teste calorimétrico efetuado visou a obtenção dos seguintes parâmetros de desempenho da unidade frigorífica.

1 - Interdependência entre a capacidade de refrigeração e a distribuição de temperaturas no evaporador e no condensador.

2 - Interdependência entre capacidade de refrigeração e distribuição de temperaturas no gerador de amônia.

3 - Determinação das condições de operação dos outros componentes do ciclo.

Os ítems todos acima relacionados são de interesse direto na condição de operação da instalação frigorífica e portanto constituem-se em parâmetros de projeto do sistema.

O ítem 2 fornece as temperaturas que deverão ser atingidas no gerador de amônia quando operando com bio-gás, para que seja possível obter a capacidade frigorífica desejada (o teste foi efetuado com utilização de energia elétrica). Essa temperatura é limitada a 180ºC.

Os parâmetros fornecidos pelo ítem 3 são de importância no dimensionamento dos outros componentes que integram a unidade a ser construida. Considere-se que todos os dispositivos em questão operam como trocadores de calor.

O teste calorimétrico

Para execução do teste, foi enrolada, sobre toda a tubulação do evaporador, uma resistência elétrica que foi posteriormente recoberta com isolante térmico. Ver Apêndice I.

Através de um variador de tensão, quantidades variáveis de potência elétrica foram dissipadas pelas resistências, sob forma de potência térmica, que foram absorvidas pela amônia em circulação no interior do evaporador. As potências elétricas todas foram medidas por um

conjunto voltímetro-amperímetro, num arranjo para determinação da potência elétrica ativa.

Termopares instalados ao longo de toda a unidade e conectados através de um conjunto de chaves a um micro-voltímetro, forneceram as medidas de temperatura.

O acionamento da geladeira foi feito através de eletricidade, para duas potências a saber, 260 w e 380 w. Esta última é a potencia elétrica máxima possível de ser dissipada no gerador.

Procedimento

A unidade frigorífica foi ligada na energia elétrica, sem carga no evaporador e assim mantida por um período de 12 horas, para que entrasse em equilíbrio de operação. Após este tempo iniciou-se a aplicação de carga no evaporador, partindo de 11,8 watts.

Decorrida uma hora o sistema entrou em equilíbrio e foram lidas todas as temperaturas correspondentes ao funcionamento do refrigerador com aquela carga.

Imediatamente após a leitura das temperaturas a potência foi aumentada para 23,8 w e assim repetido o processo até a carga máxima no evaporador, de 110,7 w.

Atingindo este ponto, deixou-se a unidade sem alterações por mais 12 h, após o que iniciou-se o processo na ordem inversa.

As temperaturas das figuras são a média aritmética das temperaturas, correspondentes às duas sequências de leitura.

Com o objetivo de determinar e compensar a admissão de energia através do isolamento, do meio para o evaporador, aplicou-se ao mesmo, com a unidade desligada, cargas variáveis de modo a reproduzir-se as diferenças de temperatura existentes entre o evaporador e o meio, durante o teste. Observe-se que neste caso, o evaporador esteve com temperatura maior que a do meio ambiente. Esses valores foram então acrescidos aos seus correspondentes obtidos nos testes calorimétricos.

Resultados

As fig. 1 e 2 mostram as temperaturas obtidas em diversos pontos do evaporador (identificados pela numeração das curvas) em função da carga térmica introduzida no evaporador para as potências de acionamento de, respectivamente, 380 w e 260 watts.

As fig. 3 e 4 referem-se também ao evaporador. Mostram para várias cargas térmicas aplicadas ao mesmo (cada uma delas correspondente a uma das curvas) o desenvolvimento da variação de temperatura ao longo do evaporador como função de uma dada potência.



Fig. 1 - Desempenho do Evaporador para potência de acionamento de 380 watts.

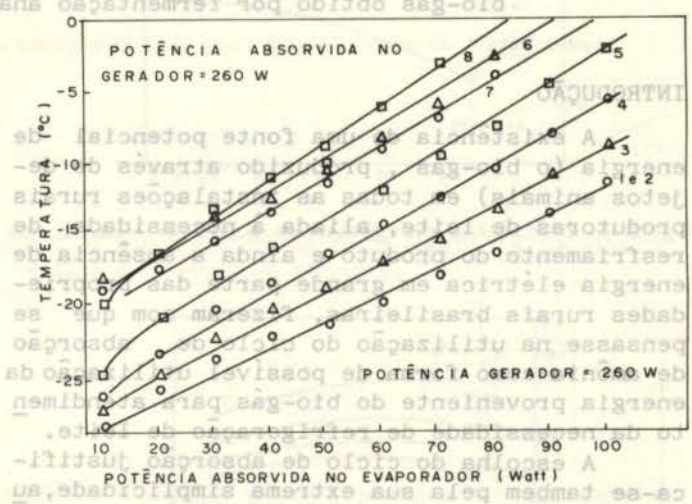


Fig. 2 - Desempenho do Evaporador para potência de acionamento de 260 watts.

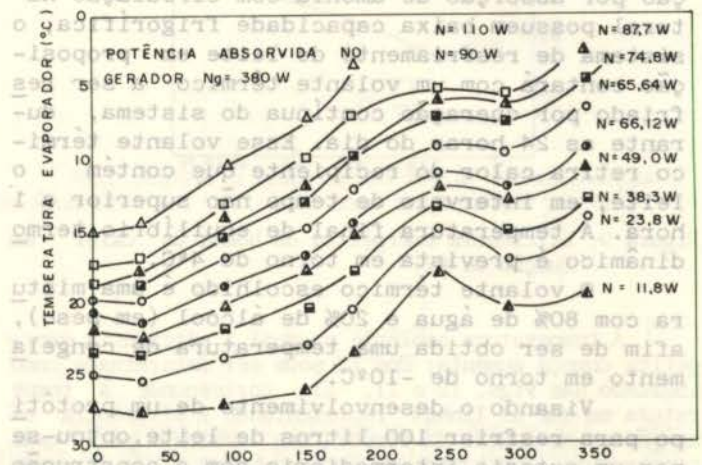


Fig. 3 - Temperaturas ao longo do evaporador para potência de acionamento de 380 watts.

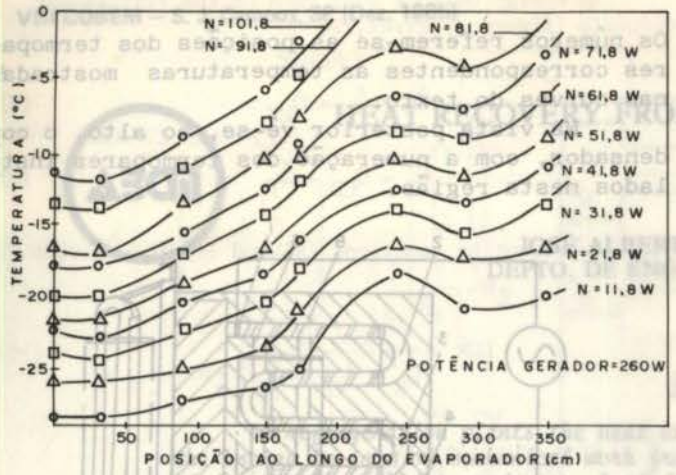


Fig. 4 - Temperaturas ao longo do evaporador para potência de acionamento de 260 watts.

As fig. 5 e 6 referem-se a interdependência existente entre os pontos de funcionamento do evaporador e do gerador da unidade frigorífica ensaiada.

As fig. 7, 8 e 9 referem-se ao condensador da unidade. Na fig. 7 e 8 vemos a correspondência entre a temperatura de vários pontos do condensador (do tipo aletado) e as potências absorvidas no evaporador para as duas potências de acionamento. A fig. 9 mostra a variação da temperatura da amônia, desde que esta deixa o gerador até o ponto em que entra no evaporador. A região de distâncias negativas, refere-se ao trecho entre a saída do gerador e a entrada do condensador propriamente.

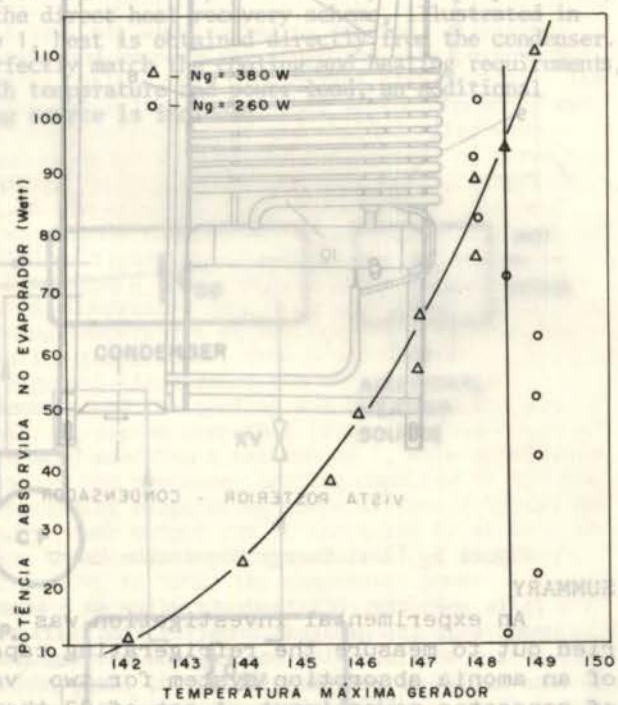


Fig. 5 - Correspondência entre aquecimento do gerador e potência absorvida no evaporador.

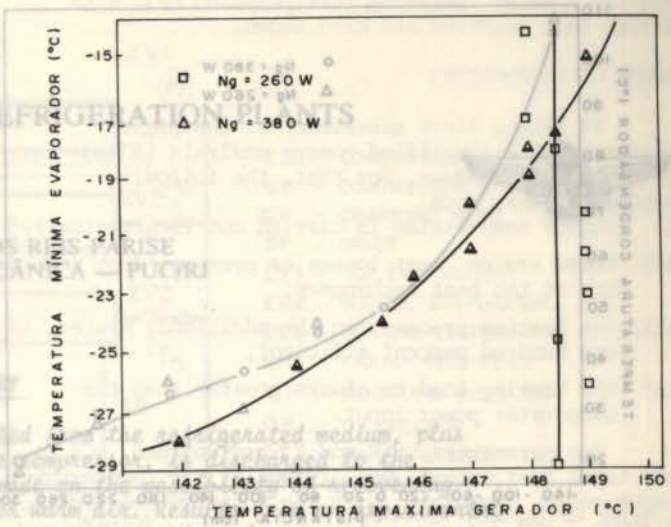


Fig. 6 - Correspondência entre T min no evaporador e T max no gerador

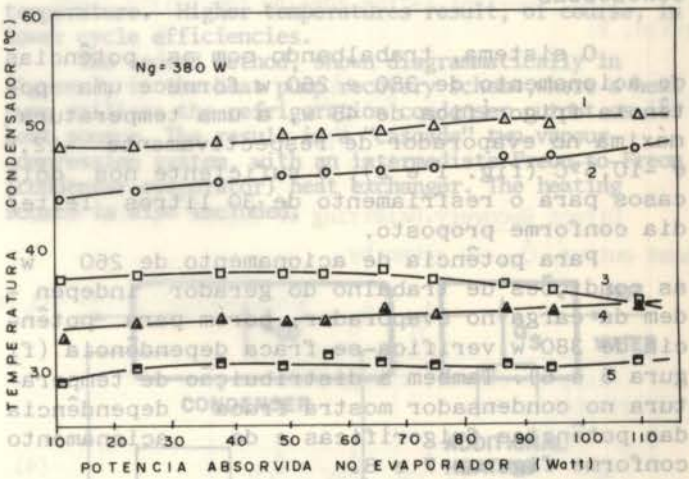


Fig. 7 - Temperatura do condenador contra potência absorvida no evaporador para potência de acionamento de 380 w.

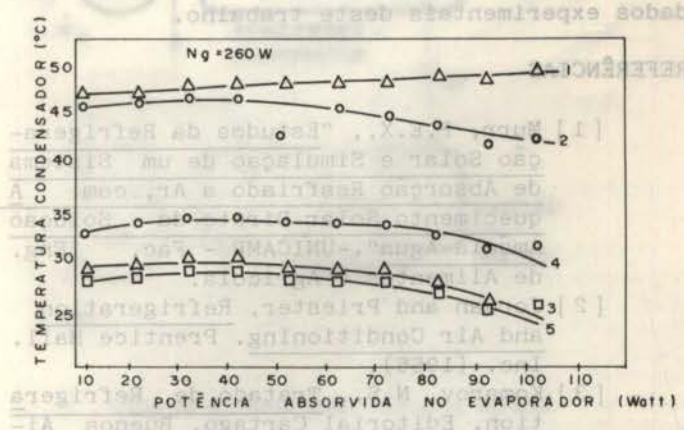


Fig. 8 - Temperatura do condensador contra potência absorvida no evaporador para potência de acionamento de 260 w.

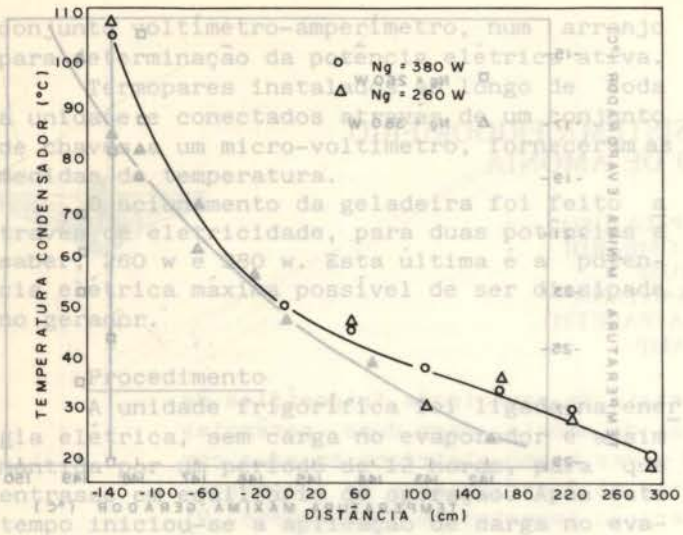


Fig. 9 - Temperatura no condensador contra distância

CONCLUSÕES

O sistema, trabalhando com as potências de acionamento de 380 e 260 w fornece uma potência frigorífica de 45 w, a uma temperatura máxima no evaporador de respectivamente -12,5 e -10,5ºC (fig. 1 e 2), o suficiente nos dois casos para o resfriamento de 30 litros leite/dia conforme proposto.

Para potência de acionamento de 260 w, as condições de trabalho do gerador independem da carga no evaporador, porém para potência de 380 w verifica-se fraca dependência (figura 5 e 6). Também a distribuição de temperatura no condensador mostra fraca dependência das potências frigoríficas e de acionamento conforme figuras 7 e 8.

AGRADECIMENTO

Agradece-se à Consul S/A pela cessão da máquina frigorífica utilizada na obtenção dos dados experimentais deste trabalho.

REFERÊNCIAS

[1] Murr, F.E.X., "Estudos da Refrigeração Solar e Simulaçao de um Sistema de Absorçao Resfriado a Ar, com Aquecimento Solar Direto da Soluçao Amônia-Água".-UNICAMP - Fac. Eng. de Alimentos e Agrícola.

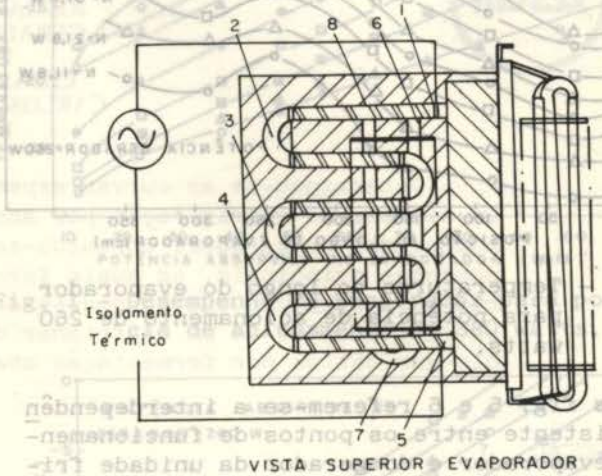
[2] Jordan and Priester, Refrigeration and Air Conditioning. Prentice Hall. Inc. (1956).

[3] Komarov, N.S., Tratado de Refrigeration, Editorial Cartago, Buenos Aires, 1958.

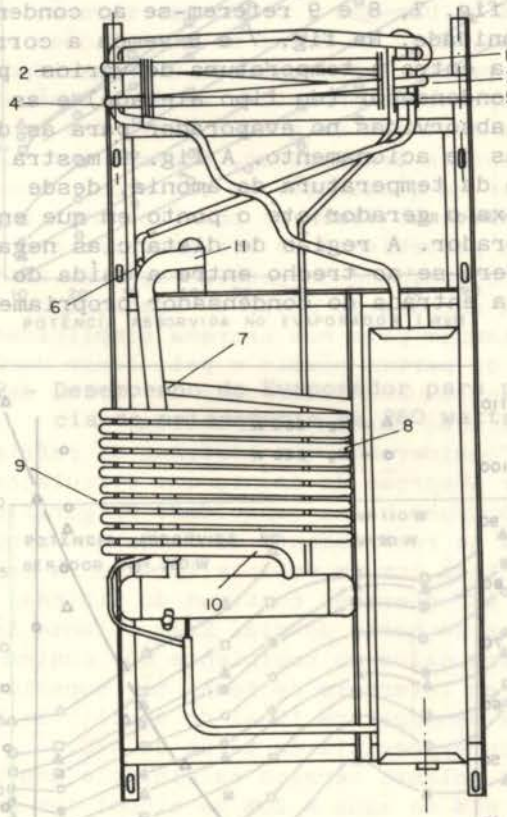
APÊNDICE I - SISTEMA EXPERIMENTAL

A vista superior mostra o evaporador. Vê-se o recobrimento de isolante térmico em corte, as resistências elétricas montadas sobre a tubulação do evaporador e o variador de tensão. Os números referem-se as posições dos termopares correspondentes as temperaturas mostradas nas curvas do texto.

Na vista posterior vê-se, ao alto, o condensador, com a numeração dos termopares instalados nesta região.



VISTA SUPERIOR EVAPORADOR



VISTA POSTERIOR - CONDENSADOR

SUMMARY

An experimental investigation was carried out to measure the refrigerating capacity of an amonia absorption system for two values of generator power input. A set of 33 thermo - couples were installed in the main unities of the system in order to get temperature distribution operating rondition. The idea is to design a milk refrigerator for rural use powered by biogas produced through the anaerobic fermentation of farm waste.

HEAT RECOVERY FROM REFRIGERATION PLANTS

JOSÉ ALBERTO DOS REIS PARISE
DEPTO. DE ENG MECÂNICA — PUC/RJ

SUMMARY

In refrigeration plants the heat extracted from the refrigerated medium, plus the energy in form of mechanical work from the compressor, is discharged to the atmosphere through the condenser. A study is made on the possibility of recovering this amount of energy to produce hot water, or warm air. Results from an experimental unit are also presented. Tests were performed over a rouge of condenser and evaporator temperatures.

INTRODUCTION

The simultaneous requirement for both cooling and heating in many industrial processes has led to attempt recovering the condenser heat output from refrigeration plants. A considerable reduction in the overall energy consumption is expected as the condenser output will contribute, in part or totally, to the heat load. Besides, the plant initial investment is greatly reduced by the supression of the cooling tower.

Several examples of refrigeration heat recovery can be found in the literature. They range from heat recovery in air-conditioning plants [1] and sports centres (ice-rink / swimming pool) [2] to industrial applications such as milk coolers [3], plastic injection moulders [4], breweries [5], and others.

There are two ways heat can be recovered from refrigeration units: by direct or by heat pump recovery. With the direct heat recovery scheme, illustrated in figure 1, heat is obtained directly from the condenser. To perfectly match the cooling and heating requirements, in both temperature and power load, an additional heating source is included.

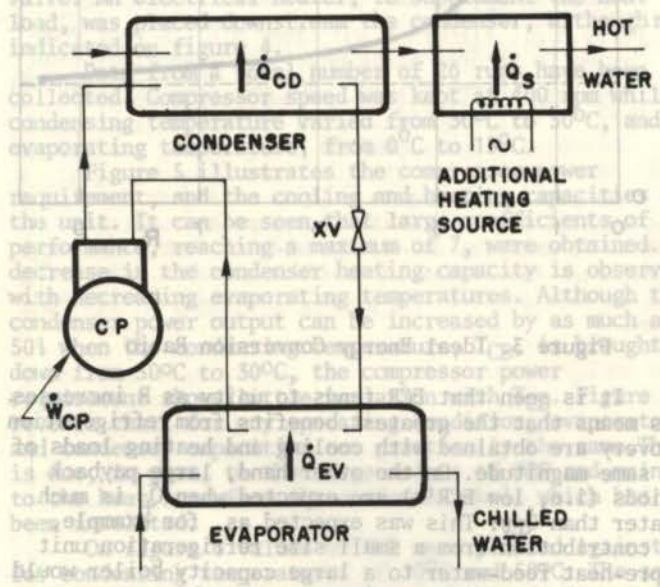


Figure 1. Direct Heat Recovery from a Refrigeration Unit

It can be a gas-fired or electrical heater, or even a boiler, in which case the condenser acts as a feed-water pre-heater. Water temperature at the condenser outlet is controlled by adjusting the condensing temperature. Higher temperatures result, of course, in lower cycle efficiencies.

The second method, shown diagrammatically in figure 2, is the heat pump recovery scheme, where a heat pump utilizes the refrigeration condenser output as its heat source. The result is a "cascade" two-vapour-compression system, with an intermediate Freon-to-Freon (condenser-evaporator) heat exchanger. The heating source is also included.

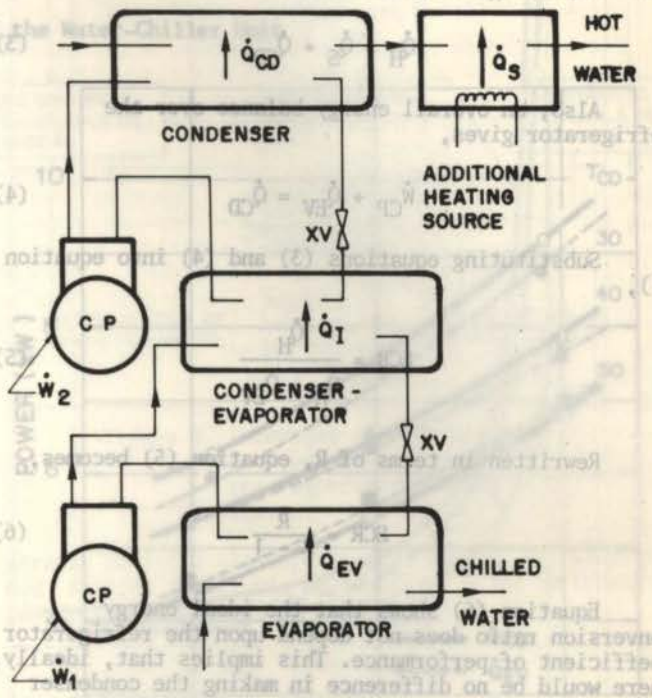


Figure 2. Heat pump recovery scheme

The present paper gives an insight on the thermodynamics of refrigeration plant heat recovery systems. The concept of an energy conversion ratio, ECR, the heating load divided by the total energy consumption, is introduced to measure the efficiency of the conversion of electrical energy into heat. A simple analysis of both recovery schemes shows that ECR is strongly dependent on the proportion between the existing cooling and heating requirements. Experimental

results from an existing refrigeration unit with direct heat recovery are also shown.

IDEAL CYCLE ANALYSIS

To give a first assessment of the plant performance, a simplified energy analysis is made for both recovery schemes. For that, the following assumptions are made:

i) vapour compression is carried out isentropically;

ii) there are no heat losses or pressure drop across any of the heat exchangers;

iii) the heating process, in the additional heater, is one hundred percent efficient;

iv) the heating load is always greater than the evaporator power input.

Two parameters, ECR and R, are defined. ECR is the total heat output, $\dot{Q}_H$, divided by the compressor input power. Therefore, with the notation defined in figures 1 and 2,

$$ECR = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{W}_{CP} + \dot{Q}_S} \quad (1)$$

Also important is the heating to cooling load ratio, R:

$$R = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{Q}_{EV}} \quad (2)$$

Direct Recovery. Referring to figure 1, the total heat output, $\dot{Q}_H$, is given by,

$$\dot{Q}_H = \dot{Q}_S + \dot{Q}_{CD} \quad (3)$$

Also, an overall energy balance over the refrigerator gives,

$$\dot{W}_{CP} + \dot{Q}_{EV} = \dot{Q}_{CD} \quad (4)$$

Substituting equations (3) and (4) into equation (1),

$$ECR = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{Q}_H - \dot{Q}_{EV}} \quad (5)$$

Rewritten in terms of R, equation (5) becomes,

$$ECR = \frac{R}{R - 1} \quad (6)$$

Equation (6) shows that the ideal energy conversion ratio does not depend upon the refrigerator coefficient of performance. This implies that, ideally, there would be no difference in making the condenser operate at higher temperature, so as to reduce the additional heat source load. In a real system the influence of other parameters may prevail, as demonstrated later in this paper.

Heat Pump Recovery. For this case there is the work input from both compressors plus the energy consumed in the additional heater. Therefore,

$$ECR = \frac{\dot{Q}_{CD} + \dot{Q}_S}{\dot{Q}_S + \dot{W}_1 + \dot{W}_2} \quad (7)$$

An energy balance over each of the refrigerant circuits (figure 2) gives,

$$\dot{W}_1 = \dot{Q}_I - \dot{Q}_{EV} \quad (8)$$

$$\dot{W}_2 = \dot{Q}_{CD} - \dot{Q}_I \quad (9)$$

Substituting equations (8) and (9) in equation (7),

$$ECR = \frac{\dot{Q}_{CD} + \dot{Q}_S}{\dot{Q}_S + \dot{Q}_{CD} - \dot{Q}_{EV}} \quad (10)$$

From equation (2),

$$\dot{Q}_H = \dot{Q}_S + \dot{Q}_{CD} = R\,\dot{Q}_{EV} \quad (11)$$

With the substitution of equation (11) into (10), equation (6) is again obtained.

$$ECR = \frac{R}{R - 1} \quad (6)$$

Comments on the Ideal ECR. It results that equation (6), plotted in figure 3, applies for both direct and heat pump recovery systems.

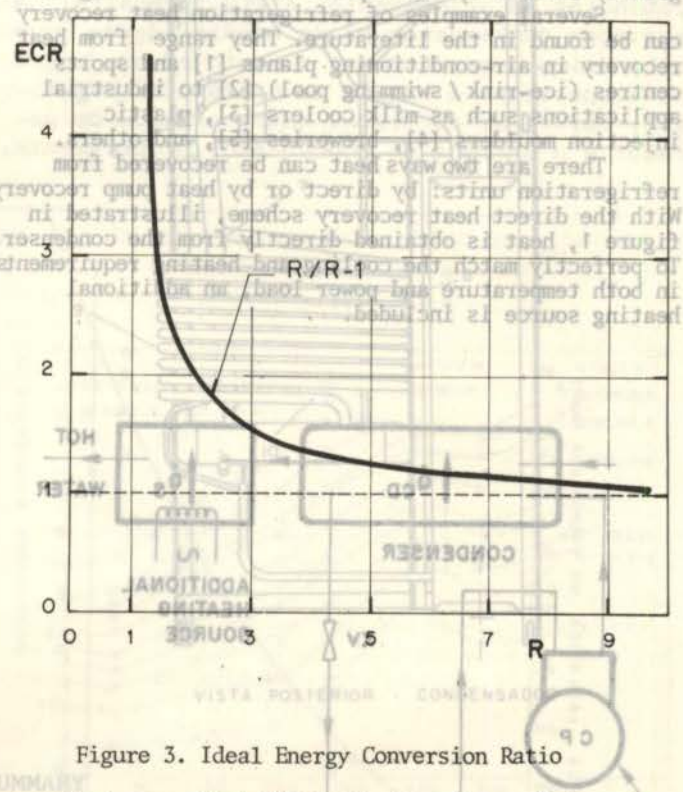


Figure 3. Ideal Energy Conversion Ratio

It is seen that ECR tends to unity as R increases. This means that the greatest benefits from refrigeration recovery are obtained with cooling and heating loads of the same magnitude. On the other hand, large payback periods (i.e, low ECR's) are expected when $\dot{Q}_H$ is much greater than $\dot{Q}_{EV}$. This was expected as, for example, the contribution from a small size refrigeration unit to pre-heat feed-water to a large capacity boiler would be negligible, making any investment on heat recovery not attractive. In fact, for the majority of cases described in the literature, R values did not exceed 3.

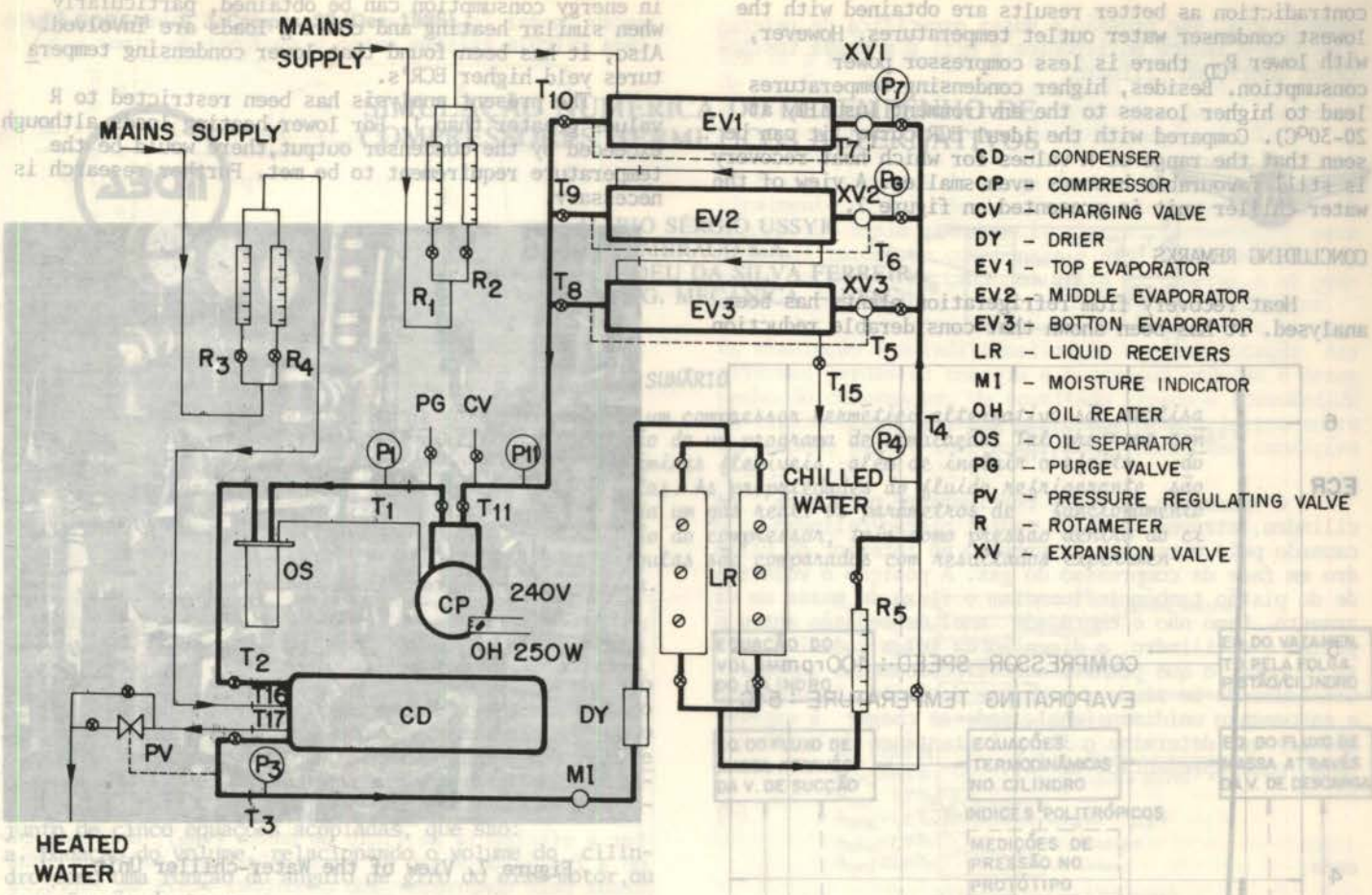


Figure 4. Lay-out of the Water-Chiller Unit

TESTING OF A DIRECT RECOVERY SYSTEM

A test rig was erected to analyse, at various condensing and evaporating pressures, the performance of a water chiller unit with direct heat recovery. The plant lay-out is shown on figure 4. The condenser was of the shell-and-coil type and chilled water was obtained by means of a series arrangement of three evaporators, each with its own thermostatic expasion valve. An electrical heater, to supplement the heat load, was placed downstream the condenser, although not indicated on figure 4.

Data from a total number of 26 runs have been collected. Compressor speed was kept at 400 rpm while condensing temperature varied from 30°C to 50°C, and evaporating temperature, from 0°C to 15°C.

Figure 5 illustrates the compressor power requirement, and the cooling and heating capacities of the unit. It can be seen that large coefficients of performance, reaching a maximum of 7, were obtained. A decrease in the condenser heating capacity is observed with decreasing evaporating temperatures. Although the condenser power output can be increased by as much as 50% when the condensing temperature, T_{CD}, is brought down from 50°C to 30°C, the compressor power requirement shows little variation with T_{CD}. Figure 5 reveals that, for any operating condition, evaporator and condenser capacities are practically the same. This is due, in part, to the large values of COP and, mainly, to the heat loss from the condenser shell which has not been insulated.

On figure 6 values of ECR were plotted against R, for condensing temperatures of 30°C and 50°C. The same trend found for the ideal ECR was observed. Better results were obtained for the condensing temperature of 30°C. It means that, for better recovery, the condenser should be allowed to operate at its lowest possible temperature. At first, this result would seem to be in

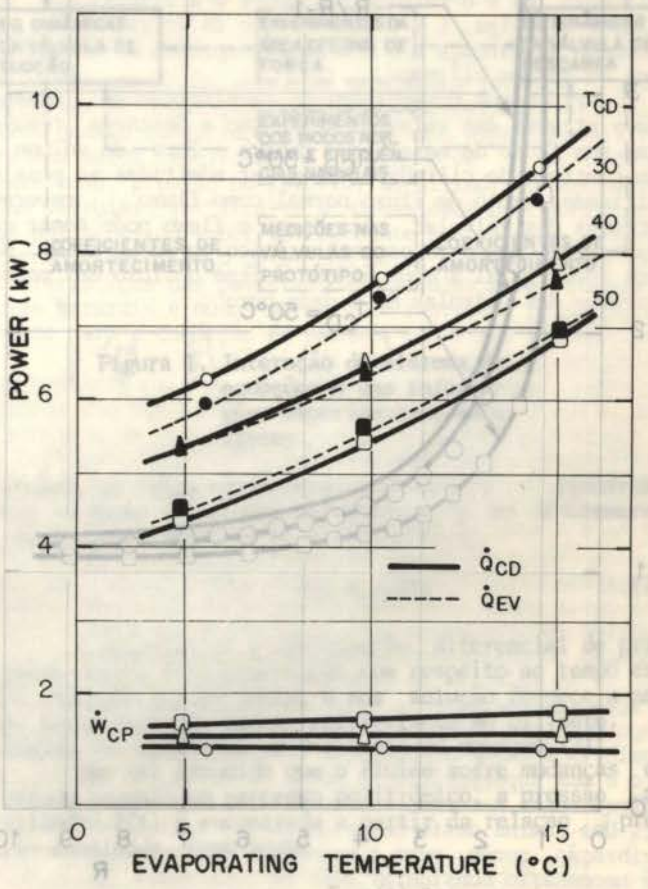


Figure 5. Power Requirement and Cooling and Heating Capacities of the Refrigeration Unit

contradiction as better results are obtained with the lowest condenser water outlet temperatures. However, with lower P_{CD} there is less compressor power consumption. Besides, higher condensing temperatures lead to higher losses to the environment (usually at 20-30°C). Compared with the ideal ECR curve, it can be seen that the range of R values for which heat recovery is still favourable becomes even smaller. A view of the water chiller unit is presented on figure 7.

CONCLUDING REMARKS

Heat recovery from refrigeration plants has been analysed. It has been shown that considerable reduction in energy consumption can be obtained, particularly when similar heating and cooling loads are involved. Also, it has been found that lower condensing temperatures yeld higher ECR's.

The present analysis has been restricted to R values greater than 1. For lower heating loads, although exceeded by the condenser output, there would be the temperature requirement to be met. Further research is necessary.

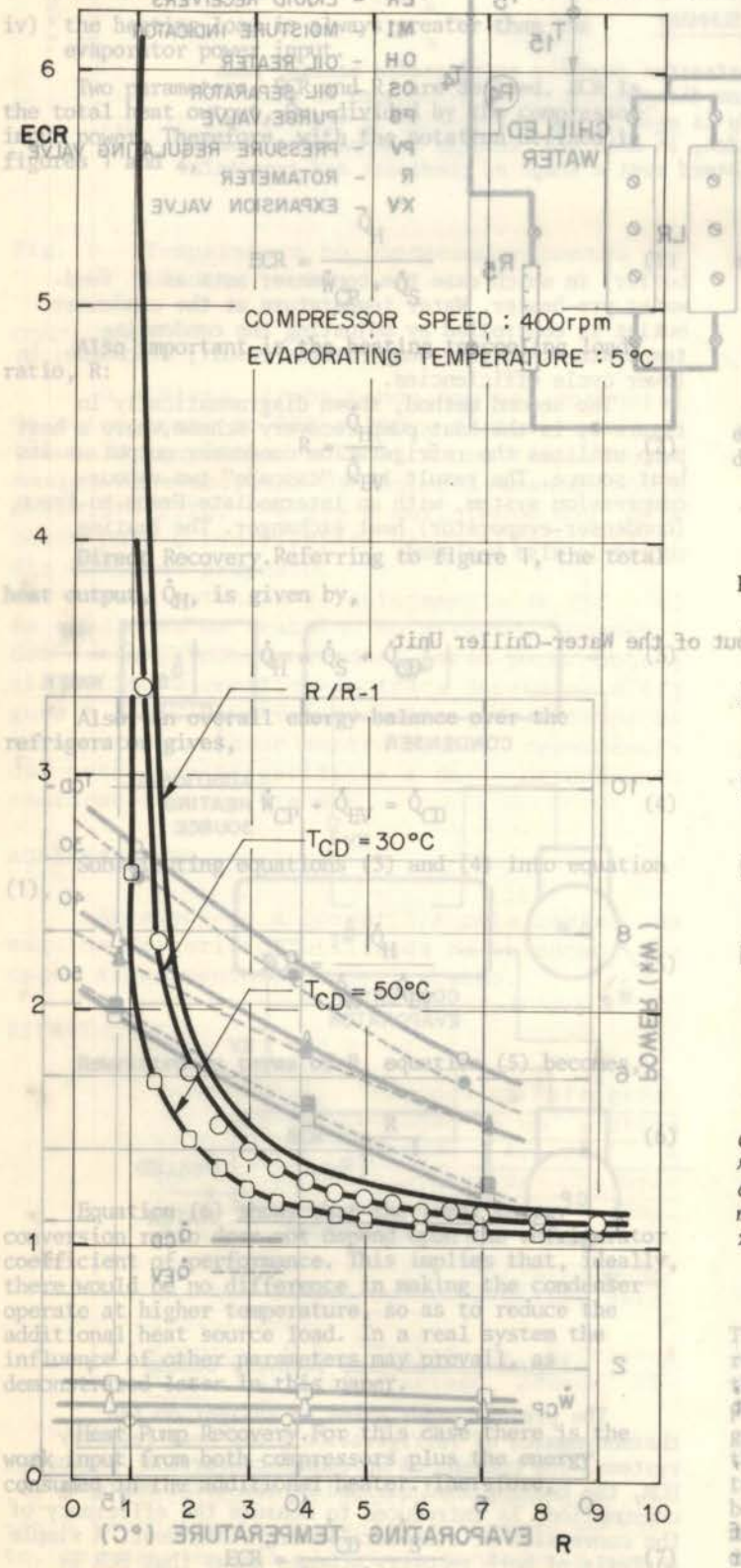


Figure 6. ECR versus R

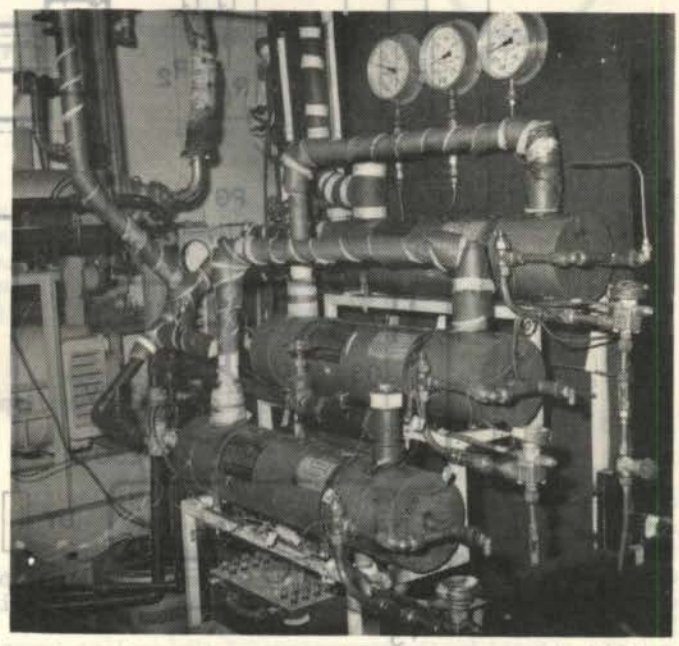


Figure 7. View of the Water-chiller Unit

REFERENCES

[1] Garcia R.-"Bombas de Calor". Sem.Racionalização de Energia/Bombas de Calor. Sulzer S/A,RJ,(1984).

[2] Hartmann K.-"Heat Pumps with Turbo-Refrigeration Machines in Cascade Arrangement",Klimakältetechnik n.4, p 88-92 (1975).

[3] Charity L.F. et al.-"Heating Water with a Milk Cooler using Heat Pump Principle" Agric Engng., p 216-219, April 1952.

[4] ___"Heat Pump maintains Plastic Injection Moulding Output" Case History, Electricity Council Notes, EC3822, UK.(1978).

[5] Perry E.J., Kilburn B.and Casey M.V.-"A Heat Pump System to Recover Waste Heat from a Refrigeration Plant in a Brewery", Int Chem Eng Symp Series,n.48, p 25.1-10, UK.(1977).

SUMÁRIO

No presente trabalho é feito um estudo teórico e experimental da viabilidade de recuperação do calor de rejeito de unidades de refrigeração. É demonstrado que os melhores resultados são obtidos quando a carga térmica de refrigeração e a carga de aquecimento se aproximam.

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO DESEMPENHO DE COMPRESSORES HERMÉTICOS ALTERNATIVOS

MÁRIO SÉRGIO USSYK
EMBRACO S.A.
ROGÉRIO TADEU DA SILVA FERREIRA
DEPTO. ENG. MECÂNICA — UFSC

SUMÁRIO

As características de funcionamento de um compressor hermético alternativo são analisadas numericamente a partir da utilização de um programa de simulação. Tal programa considera as palhetas das válvulas como lâminas flexíveis, além de incluir o efeito do batente sobre a movimentação das válvulas. As propriedades do fluido refrigerante são avaliadas utilizando-se as equações para um gás real. Os parâmetros de funcionamento mais significativos obtidos da simulação do compressor, tais como pressão dentro do cilindro e deflexão das palhetas das válvulas são comparados com resultados experimentais, apresentando uma boa concordância.

PANORAMA DO MODELO DE SIMULAÇÃO

O ciclo de operação de um compressor hermético alternativo de alta velocidade pode ser descrito como vários fenômenos complicados interagindo e acontecendo num curto espaço de tempo. Um modelo básico que descreve estes fenômenos foi desenvolvido por vários pesquisadores [1], [3], [4], [6] e [7], resultando num conjunto de cinco equações acopladas, que são:

a. Equação do volume, relacionando o volume do cilindro como uma função do ângulo de giro do eixo-motor, ou como função do tempo.
b. Equações termodinâmicas fornecendo massa de gás, pressão e temperatura instantâneas no cilindro.
c. Equação do vazamento de gás do cilindro através da folga radial pistão/cilindro.
d. Equações de escoamento do gás através das válvulas de sucção e descarga.
e. Equações de dinâmica das válvulas que definem, em qualquer instante, as deflexões das palhetas das válvulas.

Há também cinco conjuntos básicos de informações de laboratório incorporados a estas equações, dos quais três são experimentos auxiliares de bancada, que estabelecem:

a. Áreas efetivas de fluxo através das válvulas.
b. Áreas efetivas de força sobre as válvulas.
c. Frequências naturais e modos normais de vibração das palhetas das válvulas.

Os dois experimentos restantes são medições no compressor protótipo, e permitem definir:

d. Índices politrópicos da compressão e expansão.
e. Coeficiente de amortecimento das palhetas das válvulas.

A figura 1 mostra a interação deste sistema de equações e dos cinco conjuntos de informação de laboratório.

EQUAÇÕES DO MODELO DE SIMULAÇÃO

O volume instantâneo do cilindro V(t) é dado pela soma de um volume fixo, conhecido por volume morto (V_C), com um volume variável, definido pela posição instantânea do pistão. Considerando um sistema do tipo "scotch-yoke", com raio de giro e para o acionamento do pistão de diâmetro D, a partir de um eixo-motor que gira a uma velocidade de N rotações por minuto, então

$$V(t) = V_C + (\pi D^2/4).e.\left[\cos(\pi.N/30)t + 1\right] \qquad (1)$$

A mudança de estado do vapor refrigerante no cilindro é resultado de quatro processos termodinâmicos distintos, a saber: admissão através da válvula de sucção, $\dot{m}_{vs}$, compressão ou expansão no cilindro, vazamento

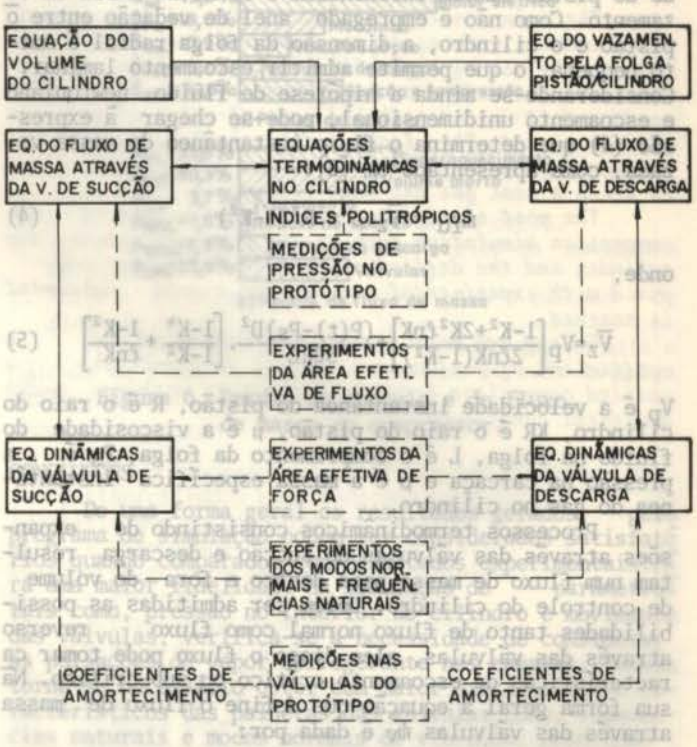


Figura 1. Interação do sistema de equações e das informações experimentais auxiliares.

através da folga pistão/cilindro, $\dot{m}_{fu}$, e descarga, $\dot{m}_{vd}$, através da válvula de descarga. A lei da Conservação da Massa aplicada ao cilindro fica:

$$\dot{m}(t) = \dot{m}_{vs} - \dot{m}_{vd} - \dot{m}_{fu} \qquad (2)$$

A equação (2) é uma equação diferencial de primeira ordem, a diferenciação com respeito ao tempo está indicada por um ponto, e sua solução fornece a massa instantânea de vapor refrigerante no cilindro. A figura (2) apresenta as variáveis da equação (2).

Uma vez assumido que o fluido sofre mudanças de estado segundo um processo politrópico, a pressão no cilindro P(t) é encontrada a partir da relação pressão-densidade, como segue

$$P(t) = P_o\left[\frac{m(t)}{\rho_o.V(t)}\right]^n \qquad (3)$$

onde P_o e ρ_o são pressão e massa específica de referência, n é o índice politrópico e m(t) é a massa instantânea dentro do cilindro.

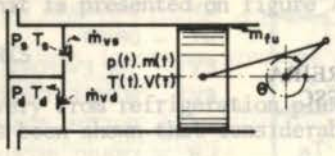


Figura 2. Definição das variáveis no cilindro.

O vazamento de vapor refrigerante para fora do cilindro, através da folga radial pistão/cilindro é causado pelo acréscimo da pressão no interior do cilindro em face da compressão do gás. A posição e velocidade do pistão também influenciam o fluxo de massa em vazamento. Como não é empregado anel de vedação entre o pistão e o cilindro, a dimensão da folga radial é muito pequena, o que permite admitir escoamento laminar. Considerando-se ainda a hipótese de fluido newtoniano e escoamento unidimensional, pode-se chegar à expressão (4) que determina o fluxo instantâneo de massa vazada, como apresentado em [2].

$$\dot{m}_{fu} = \bar{V}_z \cdot \rho \cdot \pi \cdot R^2 (1-K^2) \qquad (4)$$

onde,

$$\bar{V}_z = V_p \left[\frac{1-K^2+2K^2 \ell nK}{2 \ell nK (1-K^2)}\right] + \frac{(P(t)-P_s) D^2}{32 \mu L} \cdot \left[\frac{1-K^4}{1-K^2} + \frac{1-K^2}{\ell nK}\right] \qquad (5)$$

V_p é a velocidade instantânea do pistão, R é o raio do cilindro, KR é o raio do pistão, μ é a viscosidade do fluido na folga, L é o comprimento da folga, P_s é a pressão na carcaça e ρ é a massa específica instantânea do gás no cilindro.

Processos termodinâmicos consistindo de expansões através das válvulas de sucção e descarga resultam num fluxo de massa para dentro e fora do volume de controle do cilindro. Devem ser admitidas as possibilidades tanto de fluxo normal como fluxo reverso através das válvulas, além disso o fluxo pode tomar características de escoamento crítico ou sub-crítico. Na sua forma geral a equação que define o fluxo de massa através das válvulas $\dot{m}_v$ é dada por:

$$\dot{m}_v = P_u \cdot A_v \cdot \sqrt{\frac{2k}{(k-1) R T_u}} \cdot \sqrt{r^{\frac{2}{k}} - r^{\frac{k+1}{k}}} \qquad (6)$$

onde P_u e T_u são a pressão e a temperatura do gás a montante da válvula, p_d é pressão a jusante, R e k são a constante do gás e a relação de calores específicos e A_v é a área de passagem na válvula.

Para o fluxo sub-crítico $r = P_d/P_u$, enquanto que no fluxo crítico tem-se, $[2/(k+1)]^{k/(k+1)}$. É importante notar que a área efetiva de fluxo (A_v) é um valor obtido empiricamente para cada modelo de válvula sendo função do deslocamento da palheta da válvula.

As válvulas de pequenos compressores de refrigeração são normalmente válvulas de palheta feitas de aço mola. Na obtenção de uma equação do movimento da palheta é feita a suposição básica de que seu movimento é uma superposição de modos de vibrações livres, com frequências naturais ω e coeficiente de amortecimento ξ. Uma lâmina desta natureza possui infinitos modos de vibração, porém, para a modelagem de compressores, não é necessário considerar além de três modos (ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3). A cada modo de vibração (u) considerado corresponde uma equação diferencial, que defini o fator de participação modal (q_m) para aquele modo de vibração. Para cada válvula existem então u equações do tipo:

$$\ddot{q}_m(t) + 2 \cdot \xi_m \cdot \omega_m \cdot \dot{q}_m(t) + \omega_m^2 \cdot q_m(t) = \frac{\iint_S \phi_m(x,y) \cdot P(x,y,t) dS}{\rho_p \cdot h \iint_S \phi_m^2(x,y) dS} \qquad (7)$$

onde ρ_p e h são a massa específica e a espessura da palheta, P é a pressão instantânea local sobre o orifício e dS é o elemento de área da palheta considerado.

As deflexões das palhetas W(x,y,t) são dadas por:

$$W(x,y,t) = \sum_{m=1}^{m=u} q_m(t) \cdot \phi_m(x,y) \qquad (8)$$

Deve ainda ser considerada, na análise dinâmica das válvulas, a possibilidade de a palheta permanecer encostada no batente durante parte de seu período de abertura.

DESEMPENHO DO COMPRESSOR

Calculando-se passo a passo, durante um ciclo, as principais variáveis de funcionamento do compressor, é possível identificar e individualizar diferentes perdas, que podem ser agrupadas em dois conjuntos: perdas de energia e perdas de massa. No primeiro estão as perdas no motor elétrico, mecânica, nas válvulas, e ainda durante a sucção e compressão. No segundo tem-se as perdas por superaquecimento, volume morto, vazamento, refluxos e restrições nas válvulas.

A partir das perdas indicadas acima, pode-se obter a eficiência de fluxo de massa (η_{ma}), definida como a fração do fluxo de massa ideal que pode ser bombeada pelo compressor sob condições reais de serviço. Similarmente, a eficiência de energia (η_e) é a fração da potência real consumida, caso o compressor tivesse operado idealmente.

O produto das eficiências de massa e energia produz o termo eficiência de desempenho (η_p), segundo [5], que representa a fração do desempenho ideal que pode ser atingida por um dado compressor sob condições reais de operação. A grande vantagem do emprego deste termo está em relatar o desempenho global do compressor, ao mesmo tempo em que são identificados todos os fatores individuais que afetam este desempenho. Além disso, por ser uma grandeza adimensional, permite comparar os desempenhos de diferentes compressores sob diversas condições de funcionamento.

RESULTADOS OBTIDOS

Referindo-se inicialmente ao diagrama pressão-ângulo do eixo (θ), figura 3, verifica-se que as curvas do experimento e da simulação concordam bem, a menos do trecho próximo ao PMS. Nesta região a curva obtida pela simulação decresce rapidamente após a pressão máxima, para em seguida decrescer lentamente na região próxima à pressão de descarga (P_d). Este comportamento deve ser atribuído à hipótese simplificativa de manter constante a pressão na câmara de descarga, quando na realidade ocorrem pulsações do vapor refrigerante ao longo das linhas de sucção e descarga.

Outro aspecto significativo a ser verificado é a movimentação das palhetas das válvulas. A figura 4a refere-se à válvula de sucção, onde é comparado o resultado da simulação com o experimento. Observa-se que durante a maior parte da abertura das válvulas a palheta permanece vibrando encostada no batente. A dificuldade na determinação experimental das frequências naturais e modos normais de vibração para a válvula nesta situação, deve ser apontada como o maior obstáculo para uma reprodução mais fiel do resultado experimental. Os movimentos medido e simulado da válvula de descarga estão ilustrados na figura 4b. Observa-se que apesar da igual duração de abertura das válvulas, as fases descendentes dos movimentos não estão próximas. Esta diferença acontece justamente na região em torno

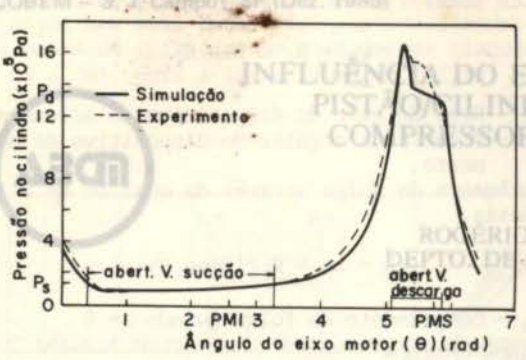


Figura 3. Diagramas pressão x ângulo do eixo-motor.



4a) Sucção 4b) Descarga

Figura 4. Movimento instantâneo das válvulas

do PMS, ou seja, no trecho onde ocorre a maior diferença entre as pressões medida e simulada, já verificada na figura 3.

As curvas de fluxo de massa e potência requerida para diferentes condições de funcionamento são apresentadas na figura 5.

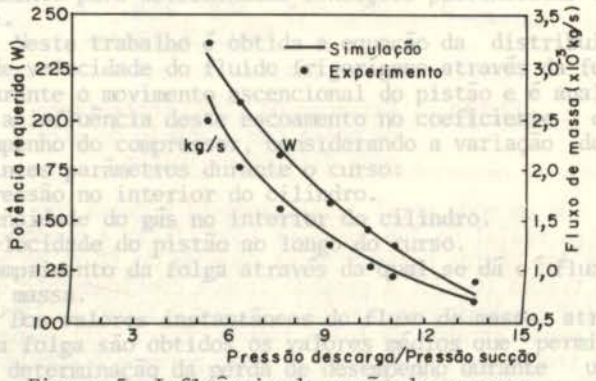


Figura 5. Influência da razão de compressão sobre o fluxo de massa e sobre a potência requerida.

Mais uma vez, resultados experimentais são incluídos para dar margem a comparações. A concordância entre o experimento e a simulação com respeito à potência elétrica requerida é bastante boa. Entretanto, comparando-se os resultados do fluxo de massa, observa-se que o afastamento entre o experimento e a simulação aumenta à medida que a relação pressão de descarga/pressão de sucção diminui. Como o modelo de simulação admite a simplificação de que as pressões das câmaras de sucção e descarga são iguais às pressões na entrada e saída do corpo hermético, tem-se que para pequenas taxas de fluxo de massa esta aproximação não leva a erros consideráveis, entretanto com o aumento do fluxo de massa as perdas de carga dentro do compressor, principalmente no tubo de descarga, crescem sensivelmente, diminuindo assim a massa circulante. Portanto, para pequenas razões de compressão é desejável considerar a perda de carga nos caminhos entre as câmaras e os passadores de sucção e descarga do corpo do compressor.

Outro resultado importante obtido com o emprego da simulação é a individualização e quantificação das diversas perdas de energia e massa que reduzem o desempenho do compressor. Um resultado típico é apresentado na figura 6 onde é feita uma comparação relativa entre as perdas, para o compressor funcionando nas condições (-23,3°C; 54,4°C; 32°C).

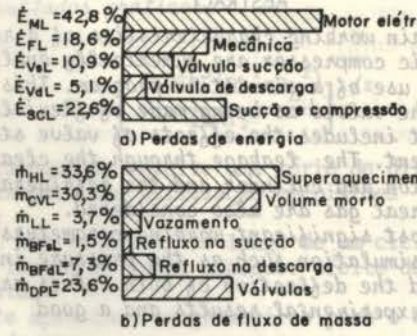


Figura 6. Perdas de energia e de fluxo de massa no compressor.

CONCLUSÕES

De uma forma geral os resultados gerados pelo programa de simulação podem ser considerados satisfatórios quando comparados com resultados experimentais. Para uma maior fidelidade na simulação de parâmetros tais como, pressao no interior do cilindro e movimento das válvulas, verifica-se a necessidade de considerar as pulsações do vapor refrigerante nas câmaras. Também torna-se necessário obter com maior exatidão dados característicos das palhetas das válvulas como, frequências naturais e modos normais de vibração, principalmente para a condição da palheta encostada no batente.

O índice eficiência de desempenho (η_p) mostrou-se bastante útil na avaliação do compressor, substituindo com vantagens outros índices tradicionais da indústria de refrigeração como COP e EER. Além disso, a caracterização das perdas sob a forma de perdas de massa e de energia permite identificar e quantificar os efeitos individuais de cada perda sobre o desempenho global do compressor.

Observa-se que, apesar das simplificações adotadas pelo modelo, os resultados obtidos permitem direcionar o projeto de novos compressores ou ainda executar o diagnóstico de produtos já existentes. Os resultados obtidos por simulações não dispensam os ensaios com protótipos, mas tem a capacidade de definir direções e tendências a serem seguidas, além de avaliar, mesmo que de maneira relativa, eventuais alterações no desempenho do compressor, causadas por variações de parâmetros construtivos ou de funcionamento.

REFERÊNCIAS

[01] WAMBSGANSS, M., "Mathematical Modelling and Design Evaluation of High Speed Reciprocating Compressors" Ph.D. Thesis, Purdue University, (1966).

[02] FERREIRA, R.T.S., "Relatório de Pesquisa II", Convênio Embraco/UFSC/FEESC, (1983).

[03] SOEDEL, W., "Introduction to Computer Simulation of Positive Displacement Type Compressors", Ray W. Herrick Laboratories, Purdue University, (1972).

[04] HAMILTON, J.F., "Extensions of Mathematical Modelling of Positive Displacement Type Compressors", Ray W. Herrick Laboratories, Purdue University, (1974).

[05] PANDEYA, P.N. e SOEDEL, W., "A Generalized Approach Towards Compressor Performance Analysis", Proc. Purdue Compressor Technology Conference, (1978) p. 135-143.

[06] SOEDEL, W. e WOLVERTON, S., "Anatomy of a Compressor Simulation Program", Ray W. Herrick Laboratories, Purdue University (1974).

[07] USSYK, M.S., "Simulação Numérica do Desempenho de Compressores Herméticos Alternativos", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, (1984).

ABSTRACT

The main working characteristics of a reciprocating hermetic compressor are numerically analysed through the use of a simulation program. This program considers the valves as being made of flexible valve reeds and it includes the effects of valve stops on valve movement. The leakage through the clearance between piston and cylinder and the refrigerant fluid as being a real gas are also considered.

The most significant working parameters of the compressor simulation such as the pressure inside the cylinder and the deflection of both valves are compared with experimental results and a good agreement is reached.

Energy and mass losses are identified and a coefficient of performance is used to establish a unified comparison between compressors working under different conditions.







VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

INFLUÊNCIA DO ESCOAMENTO ATRAVÉS DA FOLGA PISTÃO/CILINDRO NO DESEMPENHO DE UM COMPRESSOR HERMÉTICO ALTERNATIVO

ROGÉRIO TADEU DA SILVA FERREIRA
DEPTO. DE ENGENHARIA MECÂNICA, UFSC

SUMÁRIO

Neste trabalho são obtidas as equações básicas que governam o escoamento laminar, incompressível através da folga pistão/cilindro de um compressor hermético alternativo. A descarga média de massa através da folga, durante um ciclo da máquina, é calculada utilizando-se equações adicionais que levam em conta a variação instantânea da pressão e da massa específica do gás no interior do cilindro, da velocidade instantânea do pistão ao longo do curso e do comprimento da folga através da qual se dá o fluxo de massa. A seguir é feita a análise da influência da dimensão radial da folga no desempenho do compressor com a apresentação de resultados práticos.

INTRODUÇÃO

Há redução na capacidade do compressor hermético pelo vazamento de fluido frigorígeno através da folga entre pistão e cilindro. Durante os processos de compressão e descarga, parte do fluido comprimido dentro do cilindro escapa pela folga pistão/cilindro e se constitui numa perda de rendimento, basicamente devido a dois efeitos:

a. Redução da capacidade do compressor que deixa de entregar ao circuito de refrigeração a quantidade de massa em fuga pela folga.
b. Aumento de consumo de energia, pois a massa comprimida que escapou pela folga utilizou trabalho para sua compressão.

Tendo em vista as pequenas dimensões das folgas radiais pistão/cilindro dos compressores no mercado, o escoamento pode ser considerado laminar. Considerando-se uma folga radial elevada de 15μm, o número de Reynolds do escoamento é da ordem de 50 para um compressor hermético de 5,5cm³ de deslocamento.

Ambos os efeitos provocam uma queda no coeficiente de desempenho do compressor EER (Energy Efficiency Ratio), índice comumente utilizado pela indústria como indicativo do desempenho, pois é uma relação entre a quantidade total de calor retirada no evaporador e o trabalho requerido no compressor no seu ciclo de funcionamento para determinadas condições padronizadas de teste.

Neste trabalho é obtida a equação da distribuição de velocidade do fluido frigorígeno através da folga durante o movimento ascencional do pistão e é analisada a influência deste escoamento no coeficiente de desempenho do compressor, considerando a variação dos seguintes parâmetros durante o curso:

a. Pressão no interior do cilindro.
b. Densidade do gás no interior do cilindro.
c. Velocidade do pistão ao longo do curso.
d. Comprimento da folga através da qual se dá o fluxo de massa.

Dos valores instantâneos do fluxo de massa através da folga são obtidos os valores médios que permitem a determinação da perda de desempenho durante um ciclo.

Jacobs [1] analisou a perda de desempenho de compressores herméticos devido ao vazamento de fluido frigorígeno através da folga anel/pistão supondo uma expansão isotérmica. A expressão utilizada para a determinação do fluxo de massa visando verificar teoricamente os valores medidos é dada pela equação (1).

$$G = \left[\frac{2\pi D^2 h^3 (p_o^2 - p_L^2)}{fLRT_2}\right]^{1/2} \qquad (1)$$

Nesta equação D é o diâmetro do pistão, h é a folga pistão/cilindro, p_o é a pressão no cilindro, p_L é a pressão no cárter, f é o coeficiente de fricção, R é a constante do gás, T_2 é a temperatura do gás e L é o comprimento da folga.

Esta equação envolve uma série de dificuldades e incertezas para sua utilização em pistões desprovidos de anéis:

a. p_o e L são variáveis ao longo de um ciclo.
b. Não é levado em conta qualquer efeito do movimento do pistão.
c. Fornece aproximações grosseiras para o cálculo do fluxo de massa.

Por isto, foi deduzida uma equação que permita o cálculo do fluxo de massa instantâneo através da folga pistão/cilindro.

MODELO MATEMÁTICO

Seja o escoamento laminar através da folga anular pistão/cilindro como indicado na figura 1 onde são identificados os seguintes parâmetros:

V_p - Velocidade instantânea do pistão.
$V_z(r)$ - Velocidade instantânea do fluido.
p_o - Pressão no topo do pistão.
p_L - Pressão na base do pistão.
R - Raio do cilindro.
kR - Raio do pistão.
L - Comprimento do trecho de escoamento.
ρ_o - Massa específica no topo do pistão.

Supõe-se que o escoamento seja incompressível e quase-permanente.

Fazendo-se um balanço de forças para um elemento anular de fluido de espessura dr de comprimento L, uma vez que não existe variação de quantidade de movimento linear do fluido ao longo da folga, obtém-se:

$$-\frac{d}{dr}(r\,\tau_{rz}) = (p_o - p_L)\,\frac{r}{L} \qquad (2)$$

Para um fluido Newtoniano com viscosidade uniforme obtém-se:

$$-\mu\,\frac{d}{dr}\left(r\,\frac{dV_z}{dr}\right) = \frac{p_o - p_L}{L}\,r \qquad (3)$$

com as seguintes condições de contorno:

$$V_z = -V_p \quad \text{para} \quad r = kR \qquad (4a)$$

$$V_z = 0 \quad \text{para} \quad r = R \qquad (4b)$$

Integrando a Equação (3) com as condições de contorno (4a) e (4b) fornece o perfil instantâneo de velocidade do fluido escoando através da folga pistão/cilindro durante o movimento ascendente do pistão.

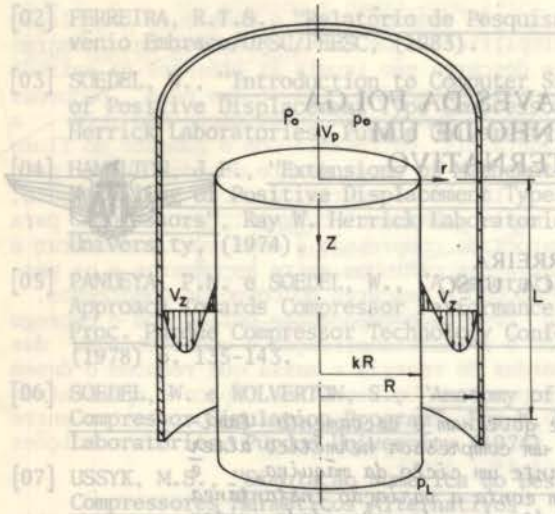


Figura 1. Definição das variáveis do problema.

$$V_z = -\frac{V_p}{\ell n\, k}\,\ell n\left(\frac{r}{R}\right) + \frac{(P_o - P_L)R^2}{4\mu L}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2 - \frac{1-k^2}{\ell n\, k}\,\ell n\left(\frac{r}{R}\right)\right] \quad (5)$$

A velocidade média $\langle V_z \rangle$ que permite a avaliação do fluxo de massa instantâneo é determinada pela Equação (6)

$$\langle V_z \rangle = \frac{\int_{kR}^{R} V_z\, rdr}{\frac{R^2}{2}(1-k^2)} \quad (6)$$

substituíndo-se a Equação (5) em (6) e integrando-se:

$$\langle V_z \rangle = V_p \frac{1+2k^2\ell nk-k^2}{2\ell nk(1-k^2)} + \frac{P_o - P_L}{8\mu L}\left[\frac{1-k^4}{1-k^2} + \frac{1-k^2}{\ell nk}\right] \quad (7)$$

O fluxo de massa instantâneo é calculado através do produto da massa específica pela área de passagem pela velocidade média, conforme a Equação (8).

$$\langle G \rangle = \rho_o \pi R^2 (1-k^2)\,\langle V_z \rangle \quad (8)$$

Durante o movimento ascendente do pistão, são variáveis p_o, ρ_o, V_p e L que dependem do volume no interior do cilindro e do sistema de acionamento do pistão do compressor. Daí a determinação do fluxo de massa, que sofreu o trabalho de compressão e deixou de circular através do evaporador, necessita o conhecimento de quatro outras equações no intervalo $0 \leq \Theta \leq \pi$

a. Pressão no interior do cilindro

$$p_o = p_L + \frac{2(p_c - p_L)}{\pi}\,\Theta \qquad 0 \leq \Theta \leq \frac{\pi}{2} \quad (9a)$$

$$p = p_c \qquad \frac{\pi}{2} \leq \Theta \leq \pi \quad (9b)$$

onde p_c - Pressão de condensação do circuito de refrigeração.

p_L - Pressão de evaporação do circuito de refrigeração.

Θ - Ângulo de giro do dispositivo de acionamento.

b. Massa específica do gás no interior do cilindro

$$\rho_o = \rho_1 \left(\frac{p_o}{p_1}\right)^{1/n} \quad (10)$$

onde ρ_1 e p_1 - Massa específica e pressão de referência.

n - Índice de transformação politrópica.

c. Velocidade do pistão ao longo do curso (acionamento Scotch Yoke)

$$V_p = R_1\,\omega\,\text{sen}\,\Theta \quad (11)$$

onde R_1 - Raio de giro do dispositivo de acionamento.

ω - Velocidade angular do dispositivo de acionamento.

d. Comprimento da folga através da qual se dá o fluxo de massa.

$$L = L_o + R_1(1-\cos\Theta) \quad (12)$$

onde L_o - Comprimento da folga quando $\Theta = 0$

RESULTADOS OBTIDOS

A solução simultânea das equações (8), (9a), (10), (11) e (12) para diferentes posições do pistão permite determinar os valores instantâneos do fluxo de massa, donde calcula-se o valor médio da perda de massa por ciclo para diferentes valores da folga radial pistão/cilindro.

Os parâmetros numéricos utilizados para quantificar esta perda são:

$R_1 = 7{,}97 \times 10^{-3}$m;
$N = 3540$ rpm;
$p_c = 14{,}0 \times 10^5$ Pa;
$p_1 = p_L = 1{,}26 \times 10^5$ Pa;
$\mu = 0{,}170 \times 10^{-4}$kg/ms;
$L_o = 20 \times 10^{-3}$m;
$n = 1{,}053$;
$\rho_1 = 7{,}591$ kg/m^3

A figura 2 apresenta a variação da perda instantânea de massa com a variação da folga radial pistão/cilindro, durante o movimento ascencional do pistão, mantidas as mesmas condições de funcionamento.

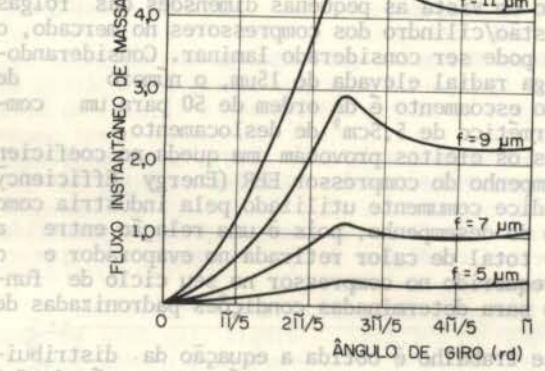


Figura 2. Variação do fluxo instantâneo de massa com o ângulo de giro para diferentes folgas.

De um modo geral, analisando-se a curva com uma folga radial de 7μm, pode-se identificar a predominância dos vários parâmetros na equação do fluxo de massa. No trecho $(0-\pi/2)$ a pressão cresce continuamente e é o fator predominante que faz com que o fluxo instantâneo de massa através da folga também cresça continuamente. No trecho $(\pi/2 - 4\pi/5)$ a pressão permanece constante, entretanto o fluxo de massa diminui devido ao aumento do comprimento da folga. No trecho $(4\pi/5-\pi)$, o fluxo instantâneo de massa volta a crescer devido à redução da velocidade do pistão que contribui negativamente pa o vazamento durante o trecho $(0 - \pi)$.

A figura 3 apresenta a variação do fluxo médio de massa com a variação da folga radial pistão/cilindro. Está marcada também a quantidade média de massa de refrigerante circulada pelo evaporador como dado do compressor. Pode-se verificar que a percentagem de massa admitida no cilindro que sofre o trabalho de compres-

são mas deixa de passar através da válvula de descarga, ou seja, que vaza pela folga pistão/cilindro em relação à massa de refrigerante normalmente circulado varia de 11 a 38%, para a faixa usual de folgas.

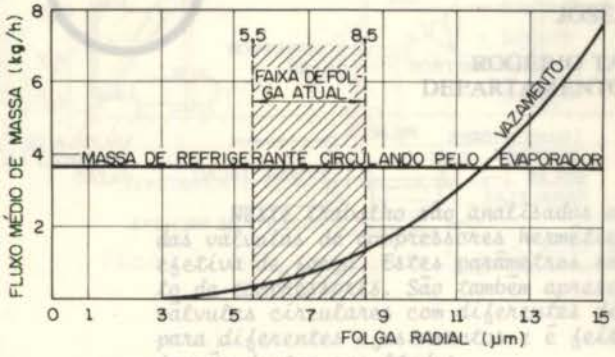


Figura 3. Variação do fluxo de massa com a folga pistão/cilindro.

COEFICIENTE DE DESEMPENHO

O coeficiente de desempenho normalmente utilizado para indicar o desempenho de um compressor hermético de refrigeração é o EER (Energy Efficiency Ratio), ou seja, a relação entre a quantidade total de calor retirada no evaporador e o trabalho requerido pelo compressor. O EER é expresso por:

$$EER = \frac{Q_o}{HP} \qquad (13)$$

onde

$$Q_o = m_1 (h_3 - h_2) \qquad (14)$$

e

$$HP = \frac{m_o}{\eta_m} \cdot \frac{n p_b v_b}{(n-1)} \left[\left(\frac{p_c}{p_b} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \qquad (15)$$

sendo m_1 - Fluxo de massa que passa pelo evaporador.

(h_3-h_2) - Variação de entalpia específica no evaporador.

m_o - Fluxo de massa que sofre trabalho no compressor.

p_b - Pressão inicial da transformação de compressão.

v_b - Volume específico inicial da transformação de compressão.

p_c - Pressão final da transformação de compressão.

η_m - Rendimento mecânico do compressor.

Se não se considerar o vazamento de fluido frigorígeno pela folga pistão/cilindro, todo o fluxo de massa que passa pelo compressor também passa pelo evaporador e aí, pode-se considerar, que o EER independe do fluxo de massa.

Na análise realizada neste trabalho, o fluxo de massa nestes dois componentes do circuito de refrigeração é diferente. Considera-se que toda a massa de gás que escapou através da folga pistão/cilindro alcançou as condições de final de transformação e como tal consumiu trabalho e se constitui numa perda. Presume-se que o trabalho específico de compressão seja o mesmo para diferentes folgas e que o rendimento mecânico também seja o mesmo.

Supondo-se uma temperatura de sucção de 115°C, com um superaquecimento de 32°C e um subresfriamento de 32°C, que é a condição normal de teste no calorímetro, obtém-se:

- Trabalho específico de compressão = 30,5 BTU/ℓbm.
- Diferença de entalpia específica no evaporador = 62,8 BTU/ℓbm.

O rendimento mecânico serve de parâmetro de ajustagem entre a simulação e a condição real de funcionamento. O compressor em análise tem uma capacidade de 515 BTU/h e seu consumo de potência é 160W para as condições de funcionamento e apresenta uma folga radial média de 7µm. O rendimento mecânico que atende estas condições de funcionamento é 0,55.

Substituíndo-se os valores numéricos nas Equações (13), (14) e (15) tem-se:

$$EER = 3{,}863 \frac{m_1}{m_o} \qquad (16)$$

Para que se possam realizar comparações de desempenho, m_1 é um valor constante para todas as folgas consideradas. Os valores absolutos de EER obtidos para cada folga são apenas valores orientativos, uma vez que a variação do EER com a folga é que se constitui na informação importante.

A figura 4 ilustra a variação do EER com a folga radial pistão/cilindro.

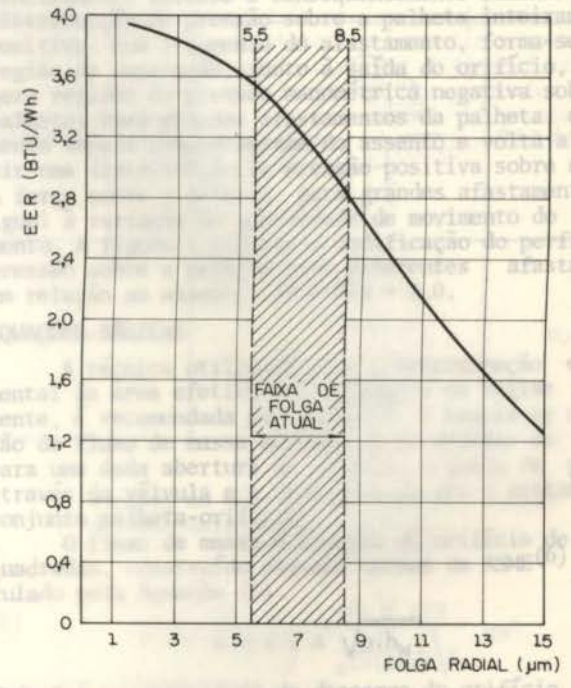


Figura 4. Variação do EER com a folga radial.

CONCLUSÕES

O método de cálculo do fluxo de massa através da folga pistão/cilindro é mais preciso que o anteriormente utilizado.

Num modelo mais elaborado deve-se levar em conta a existência do filme de óleo lubrificante que altera as condições de escoamento e a mudança do rendimento mecânico com a variação da folga.

A perda de massa cresce muito rapidamente com o aumento da folga proporcionando uma queda brusca no coeficiente de desempenho do compressor. Na faixa de folga radial de 5,5 a 8,5µm existe um potencial de melhoria do coeficiente de desempenho do compressor da ordem de 0,25 BTU/Wh/(µm de folga radial). Este valor decresce à medida que se dirige para folgas menores.

AGRADECIMENTOS

O autor agradece à EMBRACO - Empresa Brasileira

de Compressores S/A pelo fornecimento das informações necessárias ao desenvolvimento deste trabalho.

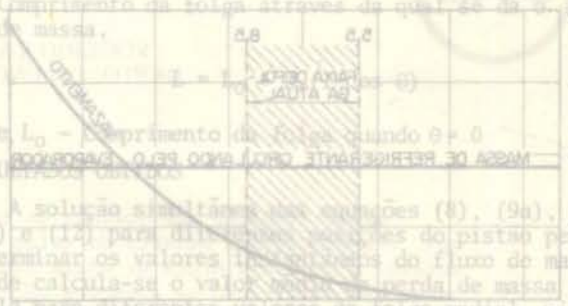
REFERÊNCIAS

|1| JACOBS, J.J., "Analytic and Experimental Techniques for Evaluating Compressor Performance Losses", Proc. of the 1976 Purdue Compressor Technology Conference, Purdue University, 1976.

ABSTRACT

This work presents the governing equations for the laminar flow through the clearance between piston and cylinder in a reciprocating hermetic compressor. Another set of equations such as the pressure variation inside the cylinder, the density of the gas, the velocity of the piston and the clearance length is needed to evaluate the mean mass flow rate during one cycle. It is also presented the practical results of the influence of the clearance size on the compressor performance.





INFLUÊNCIA DAS DIMENSÕES GEOMÉTRICAS DAS VÁLVULAS NO DESEMPENHO DE COMPRESSORES HERMÉTICOS ALTERNATIVOS

JOSÉ LAINOR DRIESSEN
EMBRACO S.A.
ROGÉRIO TADEU DA SILVA FERREIRA
DEPARTAMENTO DE ENG. MECÂNICA — UFSC

SUMÁRIO

Neste trabalho são analisados os efeitos da variação das dimensões geométricas das válvulas de compressores herméticos sobre a área efetiva de escoamento e a área efetiva de força. Estes parâmetros são utilizados na simulação numérica do funcionamento de compressores. São também apresentados os resultados experimentais referentes à válvulas circulares com diferentes diâmetros da palheta e do orifício de bordas retas, para diferentes afastamentos e é feita a descrição da bancada de teste utilizada na obtenção destes resultados.

INTRODUÇÃO

A determinação da influência de parâmetros geométricos, tais como o diâmetro do orifício e da palheta, é muito importante na análise do escoamento através de um sistema de válvulas, pois a alteração de algum desses parâmetros pode provocar mudanças consideráveis na área efetiva de escoamento através do orifício e na área efetiva de força sobre a palheta. Estes parâmetros são importantes na simulação numérica do funcionamento de compressores herméticos usados em sistemas de refrigeração.

A dificuldade em se elaborarem modelos analíticos que permitam o cálculo dessas áreas efetivas de escoamento e força, com boa dose de fidelidade, considerando-se as várias alterações geométricas possíveis, faz com que a experimentação seja a fonte de dados para análise. As informações assim obtidas permitem uma análise bastante geral a respeito do escoamento em um conjunto orifício e palheta circulares.

O estudo teórico desse escoamento foi efetuado, entre outros, por Böswirth[1] que analisou a influência da camada limite e do ângulo de deflexão do jato para diferentes condições de escoamento. Por outro lado, Kilimann[2] e Takenaka e outros[3] desenvolveram equações para a força de excitação sobre a palheta, sem no entanto conseguirem boa concordância com os resultados experimentais disponíveis.

Neste trabalho são apresentados os resultados obtidos em laboratório para a área efetiva de escoamento e área efetiva de força de conjuntos orifícios e palhetas circulares, considerando-se várias relações de diâmetros entre ambos. Os resultados são adimensionalizados em relação à área geométrica do orifício e plotados contra o afastamento da palheta, adimensionalizado pelo diâmetro do orifício de passagem, mantendo-se constante o número de Reynolds do escoamento.

CARACTERIZAÇÃO DO ESCOAMENTO

As perdas existentes no escoamento através do orifício e na passagem entre o assento e a palheta, são diretamente dependentes da distribuição de pressão existente ao longo do orifício e da palheta respectivamente. Considerando-se um conjunto com forma geométrica constante, o desenvolvimento da camada limite tanto nas paredes do orifício quanto nas superfícies da palheta e do assento, influencia diretamente na contração do jato, o que altera a área efetiva disponível para o escoamento.

Adicionalmente, o afastamento da palheta em relação ao assento estabelece condições diferentes de escoamento para cada nova posição, o que também deve ser levado em consideração.

A força desenvolvida pelo escoamento sobre a palheta é decorrente da distribuição de pressão sobre ela e varia com seu afastamento em relação ao assento.

Segundo Böswirth[4], para pequenos afastamentos da palheta o escoamento na folga palheta/assento é essencialmente viscoso e consequentemente laminar, com distribuição de pressão sobre a palheta inteiramente positiva. Com o aumento do afastamento, forma-se uma região de separação, junto à saída do orifício, o que gera regiões de pressão manométrica negativa sobre a palheta. Para grandes afastamentos da palheta, o escoamento separa completamente do assento e volta a produzir uma distribuição de pressão positiva sobre a mesma. A força sobre a palheta, para grandes afastamentos, é igual à variação da quantidade de movimento do escoamento. A figura 1 ilustra a modificação do perfil de pressão sobre a palheta para diferentes afastamentos em relação ao assento, para D/d = 3,0.

EQUAÇÕES BÁSICAS

A técnica utilizada para a determinação experimental da área efetiva de escoamento em regime permanente, é recomendada por Soedel[5] e baseia-se na medição do fluxo de massa através de um medidor de vazão para uma dada abertura da palheta, a queda de pressão através da válvula e a densidade do gás a montante do conjunto palheta-orifício.

O fluxo de massa $\dot{m}$ através do orifício de bordas quadradas, construído segundo normas da ASME[6], é calculado pela Equação (1).

$$\dot{m} = K\,Y\,A\,\sqrt{\rho . h_w} \qquad (1)$$

Onde K é o coeficiente de descarga do orifício, Y é o coeficiente de expansão, A é a área do orifício, ρ é a massa específica do gás a montante do orifício e h_w é a diferença de pressão através do orifício.

O coeficiente de descarga K, é uma função do número de Reynolds do escoamento e da relação de diâmetros do orifício e da canalização, e o fator de expansão Y é função da queda de pressão através do orifício e da pressão a montante.

O fluxo de massa através da válvula é dado, para escoamento subsônico, por

$$\dot{m} = P_m A_{ep} \sqrt{\frac{2k}{(k-1)R\,T_m}} \sqrt{r^{2/k} - r^{k+1/k}} \qquad (2)$$

onde P_m é a pressão a montante da válvula, A_{ep} é a área equivalente de passagem, T_m é a temperatura a montante da válvula, R é a constante do gás, k é a relação de calores específicos e r é a relação de pressões a jusante e a montante da válvula.

Combinando-se as equações (1) e (2), obtém-se a área equivalente de escoamento.

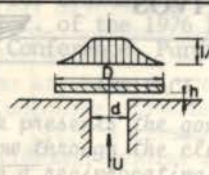
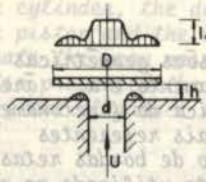
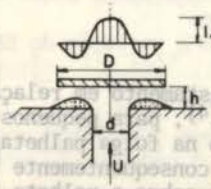
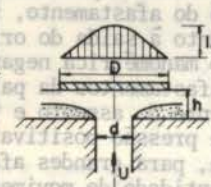
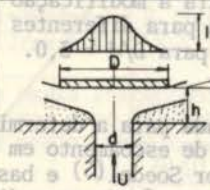
AFASTAMENTO	DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO NA PALHETA	OBSERVAÇÃO
h/d<0,02		Escoamento laminar
0,02<h/d<0,05		Pequena separação
0,05<h/d<0,50		Grande separação
0,50<h/d<1,0		Descolamento do assento Deflexão 90°
h/d > 1,0		Deflexão menor que 90°

Figura 1. Perfil de pressão na palheta para diferentes afastamentos para D/d = 3,0.

$$A_{ep} = \frac{KYA\sqrt{\rho h_w}}{\sqrt{\frac{2k}{(k-1)RT_m}\left(\frac{p_m}{r^{2/k}-r^{k+1/k}}\right)}} \qquad (3)$$

Como K é uma função do número de Reynolds, a equação (3) deve ser resolvida iterativamente para a determinação de A_{ep}.

Como o conjunto palheta-orifício é normalmente montado na extremidade de uma canalização, a pressão a montante da válvula é a soma da pressão atmosférica com a pressão diferencial através da válvula.

A área efetiva de força, é determinada em função da força de excitação da palheta e da diferença de pressão através da válvula, ou seja:

$$A_{ef} = \frac{F_{ex}}{\Delta P_{or}} \qquad (4)$$

Sendo F_{ex} a força sobre a palheta e ΔP_{or} a diferença de pressão na válvula.

INSTALAÇÃO DE TESTE

O esquema geral da instalação de teste com a indicação dos locais de medição está apresentado na figura 2.

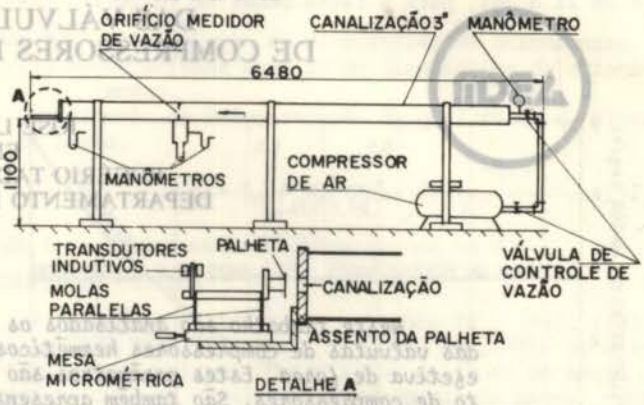


Figura 2. Esquema geral da instalação de teste.

Um transdutor de pressão diferencial fornece a queda de pressão através do orifício medidor de vazão. A pressão a montante do orifício e a diferença de pressão através da válvula são medidas por manômetros em U, com água ou mercúrio como fluido de trabalho. A temperatura antes da válvula não sofre alteração sensível em relação à temperatura ambiente.

A força exercida pelo escoamento sobre a palheta é obtida através de um dinamômetro de molas paralelas instalado junto à mesma.

O escoamento de fluido necessário à realização dos testes é fornecido por um compressor de ar e um reservatório de ar comprimido.

Para se obterem os dados do escoamento, a palheta circular em teste é regulada para uma determinada distância do assento no qual se encontra o orifício de bordas quadradas da válvula, e a seguir controla-se a vazão com um registro regulador. Após achada a vazão desejada, faz-se a leitura das variáveis envolvidas. Para cada afastamento da palheta são realizadas 8 leituras, o que permite determinar um valor médio das áreas efetivas de força e escoamento com precisão adequada.

Se o escoamento atinge condições sônicas, ou seja, a relação de pressão a jusante com a pressão a montante da válvula atinge valores inferiores ou igual a 0,528, o valor de r na equação (3) é tomado como 0,528 para o cálculo da área efetiva de escoamento.

RESULTADOS OBTIDOS

As figuras 3 e 4 apresentam os valores obtidos de área efetiva de escoamento e área efetiva de força respectivamente, para as várias relações de diâmetro entre orifício e palheta utilizados. O orifício de bordas quadradas usado está inserido em uma placa de espessura e = 3,50mm, e apresenta um diâmetro d = 3,76mm. Foram analisadas palhetas com diâmetro de 1,2; 2,0; 3,0; 4,0 e 5,0 vezes esse diâmetro.

A fim de se verificar a validade dos resultados obtidos, foram realizadas medições complementares com um orifício de diâmetro duas vezes maior que o anterior utilizando-se palhetas com relação de diâmetros 2,0 e 3,0. Os resultados dessa análise concordaram plenamente com os anteriormente observados, para cada relação de diâmetros entre orifício e palheta.

As curvas de área efetiva de escoamento apresentam uma região de proporcionalidade, para pequenos afastamentos da palheta, tendendo posteriormente para um valor limite igual à área geométrica do orifício. Este valor não é, entretanto, atingido devido à contração do escoamento no interior do orifício. A influência do diâmetro da palheta sobre a área de escoamento é pequena, o que não ocorre entretanto com a área efetiva de força. Pode ser observado que, à medida que

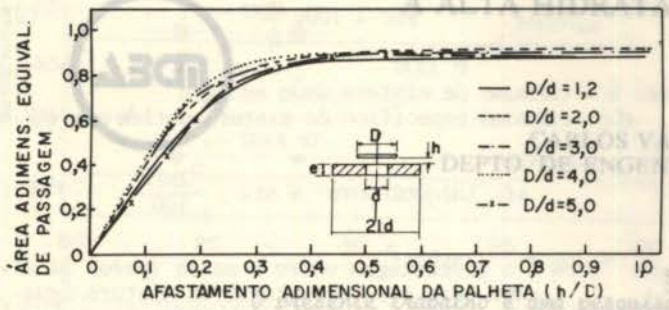


Figura 3. Área equivalente de passagem.

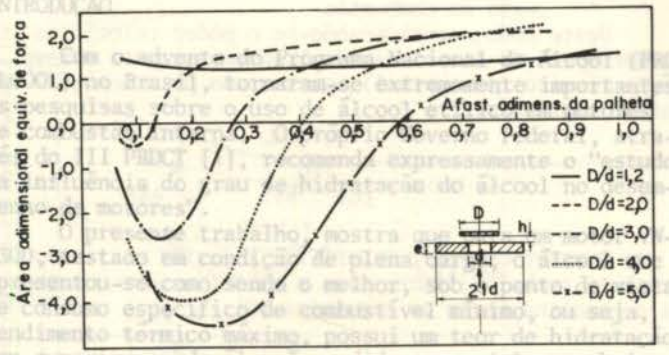


Figura 4. Área equivalente de força.

se aumenta a relação de diâmetros, a relação entre as pressões a montante e a jusante da palheta é profundamente alterada, ocorrendo faixas de afastamento onde a mesma é succionada. A força de sucção, e a região de afastamentos para a qual ela ocorre, são tanto maiores quanto maior for a relação de diâmetros. Isso ocorre devido ao descolamento do escoamento na superfície da placa do orifício, na região de recobrimento, o que origina pontos de aumento de velocidade e consequentemente diminuição de pressão. O ponto de origem de todas as curvas, ou seja para afastamento zero da palheta, é a própria área geométrica do orifício, e verifica-se que para grandes afastamentos, quando o escoamento comporta-se como um jato livre contra um anteparo, a área efetiva de força torna-se sempre positiva.

CONCLUSÕES

O procedimento empregado para a determinação da área efetiva de escoamento e área efetiva de força mostrou ser bastante geral, e pode ser aplicado para qualquer conjunto palheta-orifício onde a determinação de tais parâmetros seja importante.

Os resultados apresentados auxiliam o entendimento do escoamento através de palheta circular e orifício de bordas quadradas, e servem como base para a análise de geometrias mais complexas.

Para compressores herméticos, as regiões de pressão negativa, que proporcionam áreas efetivas de força negativas, são altamente indesejáveis pois a palheta tende a retornar ao assento obstruindo a passagem de gás. Desta forma, nestes compressores, utilizam-se relações de diâmetro em torno de D/d = 1,2 para os quais são apresentados os resultados de área efetiva de escoamento e área efetiva de força.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[01] BÖSWIRTH, L., "Flow Forces and the Tilting of Spring Loaded Valve Plates". Proc. of the 1980 Purdue Compressor Technology Conference, Purdue University (1980).

[02] KILIMANN, I.G., "Aerodynamic Forces Acting on Valves Discs." Proc. of the 1972 Purdue Compressor Technology Conference, Purdue University, (1972).

[03] TAKENAKA, T., YAMANE, R., IWAMIZU, T., "Thrust of the Disc Valves". Bulletin of JSME Vol 7, nº 27, (1964).

[04] BÖSWIRTH, L., Comunicação Pessoal, (1984).

[05] SOEDEL, W., "Introduction to Computer Simulation of Positive Displacement Type Compressors". Ray W. Herrick Laboratories. Purdue University, (1972).

[06] BEAN, H.S., "Fluid Meters - Their Theory and Application", 6º Ediçao, The American Society of Mechanical Engineers, (1971).

ABSTRACT

This work presents the results of the effective flow area and effective force area of compressor valve due to geometrical variations in the valve disc and port. Those parameters are needed for the numerical simulation of reciprocating hermetic compressors.

The experimental results for different relations of valve disc and port diameters are presented when the distance from the seat is varied. It is also presented a brief description of the experimental set up used for getting these data.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

A ALTA HIDRATAÇÃO DO ÁLCOOL MOTOR

CARLOS VALOIS MACIEL BRAGA
DEPTO. DE ENGENHARIA MECÂNICA — PUC/RJ

SUMÁRIO

O presente trabalho é uma pesquisa experimental que estuda a utilização de álcool etílico altamente hidratado como combustível de motores de combustão interna. Para os testes foi usado um motor VW-1300 com duas taxas de compressão distintas: 9:1 e 10:1. O grau de hidratação do álcool foi variado desde zero até um máximo de 20%. Os testes foram realizados na condição de plena carga e em diversas rotações (rpm), com o motor sendo otimizado para cada condição. O critério de otimização adotado foi o de mínimo consumo específico de combustível. Os resultados mostram que o álcool para o qual obteve-se o menor consumo específico possui um teor de hidratação mais elevado que o vendido comercialmente no Brasil.

INTRODUÇÃO

Com o advento do Programa Nacional do Álcool (PRO ÁLCOOL) no Brasil, tornaram-se extremamente importantes as pesquisas sobre o uso de álcool etílico em motores de combustão interna. O próprio Governo Federal, através do III PBDCT [1], recomenda expressamente o "estudo da influência do grau de hidratação do álcool no desempenho de motores".

O presente trabalho, mostra que para um motor VW-1300, testado em condição de plena carga, o álcool que apresentou-se como sendo o melhor, sob o ponto de vista de consumo específico de combustível mínimo, ou seja, rendimento térmico máximo, possui um teor de hidratação bem superior ao do álcool vendido comercialmente hoje no País. O Conselho Nacional do Petróleo estabelece que o teor alcoólico deste álcool deve estar compreendido na faixa 92,6° a 93,8° INPM.

OBJETIVOS

Após uma exaustiva fase de testes do motor VW-1300 com taxa de compressão fixa em 9,0 : 1, optou-se pela elevação desta para o valor de 10,0 : 1. Naturalmente, tinha-se a expectativa de conseguir-se alguma melhora no que diz respeito ao rendimento térmico apresentado pelo motor. Devido a tal expectativa, procurou-se concentrar os testes em dinamômetro, naqueles combustíveis, que melhor tinham se apresentado na fase inicial, ou seja, álcool em torno de 88° INPM.

Ressalta-se o fato que, para cada teor de hidratação e velocidade angular (rpm) de teste procurava-se otimizar o motor, de modo a maximizar a eficiência térmica do mesmo.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Constatou-se a quase que completa inexistência de trabalhos efetivamente publicados nesta área específica de pesquisa, ou seja, a utilização de álcool altamente hidratado em motores de combustão interna. Assim, dispõe-se apenas de algumas poucas afirmações a respeito do assunto, das quais destacam-se as de Stumpf [2], Penido Fº [3] e Kirik [4].

Kirik [4], de forma discordante a Stumpf [2] e Penido Fº [3], afirma que Carbonaro em 1942, na França, mostrou que misturas de água-álcool, até o limite de 20% de hidratação, podem ser utilizados como combustível de motores de combustão interna, sem que ocorra decréscimo no desempenho dos mesmos. Entende-se por desempenho de um motor a potência desenvolvida pelo mesmo e seu respectivo consumo de combustível. Ainda segundo as afirmações de Carbonaro, a parcela de água contida no álcool hidratado em nada contribui na energia química entregue ao motor. Deste modo, o consumo total (álcool + água), cresce linearmente com o percentual de água contido pelo combustível. No entanto, há uma redução do calor rejeitado pelo motor, pois há uma contribuição significativa no resfriamento do mesmo que é dado pela própria água contida no combustível.

O MOTOR

Conforme já mencionado anteriormente, utilizou-se basicamente um motor VW-1300 para a realização do presente trabalho. Tal motor foi montado com um "kit", marca COFAP, modelo K-3234. Para elevar-se a taxa de compressão foi realizado o conveniente rebaixamento dos cabeçotes. Admitiu-se um erro máximo de 1% na taxa de compressão individual de cada cilindro em relação ao valor nominal.

Após uma rigorosa medição dos diversos parâmetros envolvidos na determinação da taxa de compressão foi constatado que o motor encontrava-se em condições de ser ensaiado. Mediu-se ainda a "compressão máxima", assim como foi realizado o "teste de vazamentos", com o motor a quente (óleo do cárter a 75°C). Os resultados estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1. Características Básicas do Motor

Taxa de Compressão Nominal: 9,0 : 1				
Cilindro Nº	Taxa de Compressão	Erro	Compressão Máxima (psi)	Vazamentos
1	9,05	+0,56%	150	3%
2	9,05	+0,56%	150	3%
3	8,91	-1,00%	160	3%
4	9,00	0,0%	160	4%
Taxa de Compressão Nominal: 10,0 : 1				
Cilindro Nº	Taxa de Compressão	Erro	Compressão Máxima (psi)	Vazamentos
1	10,06	+0,6%	180	4%
2	10,04	+0,4%	175	4%
3	10,05	+0,5%	175	4%
4	10,02	+0,2%	175	4%

Sistema de Ignição. Todo o sistema de ignição do motor, assim como as regulagens do mesmo, foi mantido inalterado em relação às especificações do fabricante para o motor "standard" a gasolina, exceto as velas de ignição. Para o motor em teste foi utilizado um jogo de velas da marca NGK, modelo BP 7 HS.

Sistema de Carburação. Foi utilizado o mesmo sistema de carburação dupla adotado na primeira fase do projeto. Tal sistema, constitui-se basicamente de dois carburadores da marca SOLEX, modelo H 32/34 PDS I-3,com os seguintes parâmetros:

- "gigleur" de marcha lenta: 52,5
- "gigleur" corretor de ar: 100
- "gigleur" principal: variável (115 a 170)
- venturi: variável (19,5 a 23)

Ressalta-se o fato que para simplificação do procedimento dos testes para a otimização do motor ao combustível, os demais sistemas auxiliares dos carburadores foram eliminados, excetuando-se o injetor que não fornece qualquer influência sobre o motor ensaiado a rotação constante.

Coletores. Para o sistema de admissão da mistura ar-combustível-água, foram utilizados coletores fundidos em alumínio. Quanto ao sistema de descarga dos gases de combustão, este foi mantido inalterado em relação ao sistema adotado pelo fabricante do motor (VW).

PROCEDIMENTO DOS TESTES

O passo inicial de um determinado ensaio consistia na obtenção da mistura água-álcool com o teor de hidratação desejado. Para os testes realizados com álcool abaixo do 93,8º INPM, adicionava-se água, previamente destilada, a este álcool. Ressalta-se a ausência de qualquer percentual de gasolina nestas misturas água-álcool que foram utilizadas como combustível nos testes.

A determinação do teor de álcool das diversas soluções foi realizada através de um Densímetro, marca FISHER SCIENTIFIC, cuja menor graduação de leitura de sua escala corresponde a 0,01 g/cm³ e das "Tabelas de Redução de Massa Específica e Volume de Álcool Etílico e Água" (INPM) [5].

Os ensaios de dinamômetro foram realizados com o motor na condição de plena carga (borboleta dos carburadores completamente abertas) e em três velocidades angulares (eixo de manivelas) distintas(2000,3000 e 4000 rpm), segundo a norma MB-372 da ABNT [6].

Fixados o combustível utilizado e a velocidade angular do teste, o procedimento de otimização do desempenho do motor, obedecia o seguinte critério:

1) otimização prévia do avanço da centelha de ignição;
2) otimização da mistura ar combustível (carburação);
3) otimização final do avanço da centelha de ignição.

Uma vez constatado que o torque desenvolvido sempre manteve-se acima dos valores relativos ao motor a gasolina, tal parâmetro tornou-se irrelevante no julgamento do desempenho do motor. Deste modo, o fato fundamental de tomada de decisão quanto a otimização do motor foi o consumo específico de combustível apresentado pelo mesmo. Assim, variava-se o avanço (nunca variações superiores a 2º) ou a condição da mistura ar-combustível, buscando-se, sempre, pontos de mínimo consumo específico de combustível, ou seja, o máximo rendimento térmico do motor para a dada condição de ensaio (combustível/rpm).

REDUÇÃO DE DADOS

Os parâmetros Potência Efetiva Bruta ($\dot{W}$), Consumo Específico de Mistura (sfc) e Consumo Específico de Álcool Puro são obtidos através das equações (1), (2) e (3) respectivamente.

$$\dot{W} = \frac{T\,n}{716{,}2}, \qquad (1)$$

onde: T - torque (momento de força) dado em kgf.m
n - velocidade angular do eixo de manivelas dada em rpm
$\dot{W}$ - potência efetiva bruta obtida em CV

$$sfc = 1000\,\frac{\dot{m}}{\dot{W}} \qquad (2)$$

onde: $\dot{m}$ - consumo de mistura dado em kg/h
sfc - consumo específico de mistura obtido em g/(CV.h)

$$sfc\ (\text{álcool puro}) = sfc\ .\ \frac{{}^{o}INPM}{100}, \qquad (3)$$

onde: ºINPM é a percentagem entre a massa (peso) de álcool puro e a massa total da mistura água-álcool [5].

A definição de rendimento térmico (η) fornece:

$$\eta = \frac{\dot{W}}{\dot{Q}_f}, \qquad (4)$$

onde: $\dot{Q}_f$ - taxa de fornecimento de calor através do processo de combustão

Deste modo, considerando-se o poder calorífico inferior (pci) do etanol (anidro) obtem-se, para o rendimento térmico (percentual) apresentado pelo motor, a seguinte expressão:

$$\eta = \frac{100}{pci\ .\ sfc} \qquad (5)$$

O valor do poder calorífico inferior utilizado no presente trabalho, tanto para o álcool anidro quanto para a gasolina foram os seguintes [2]:

$$\text{Álcool anidro: } pci = 0{,}00997\,\frac{CV.h}{g} \qquad (6)$$

$$\text{Gasolina: } pci = 0{,}01636\,\frac{CV.h}{g} \qquad (7)$$

RESULTADOS

Os resultados apresentados a seguir (Figuras 1, 2, 3, 4 e 5) mostram o resumo da otimização efetuada sobre o motor VW-1300. As tabelas com os resultados completos podem ser encontradas nas referências [7] e [8].

A primeira constatação diz respeito ao "momento de força" (torque) desenvolvido pelo motor. Este mantem-se constante independentemente do teor de hidratação do álcool. Verifica-se ainda que, o aumento da taxa de compressão induz um pequeno ganho neste parâmetro. Comparativamente ao torque fornecido pelo motor a gasolina [9], o ganho é ainda mais significativo. Uma das principais razões para a ocorrência deste fato é que no motor a álcool, utilizou-se o sistema de dupla carburação, enquanto no motor padrão a gasolina é adotada a carburação simples. Deste modo, a "eficiência volumétrica" do motor testado é consideravelmente maior. Ressalta-se ainda, o valor bastante baixo da taxa de compressão (6,8:1) do motor a gasolina.

Naturalmente a elevação do "momento de força",conforme mencionado anteriormente, para o motor com taxa de compressão de 10,0 : 1, acarreta em uma maior "potência" desenvolvida por tal motor. Este fato pode ser comprovado na Figura 1.

Ressalta-se o fato que um maior teor de hidratação do álcool não acarreta em queda da "potência" desenvolvida pelo motor. Conforme pode ser verificado na Figura 1, esta mantem-se constante independentemente do teor de hidratação do álcool e com valores sempre mais elevados que os relativos ao motor a gasolina, principalmente nas rotações mais altas. Nas rotações de 3000 e 4000 rpm tal ganho foi de 22 e 27%, respectivamente,

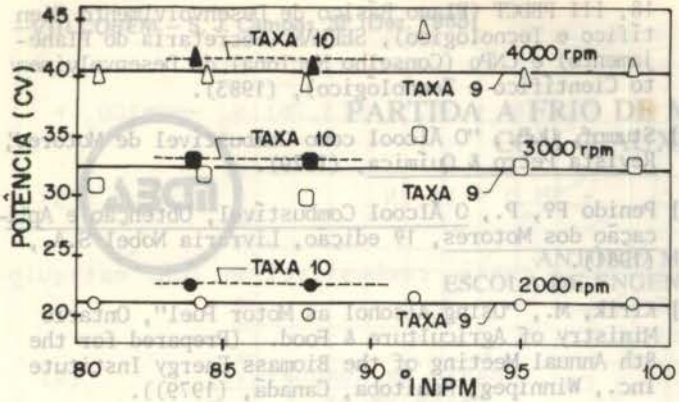


Figura 1. Influência do teor de hidratação na Potência

em relação ao motor padrão a gasolina [9] para o motor a álcool com taxa de compressão de 10,0 : 1.

Observando-se o "consumo de mistura água-álcool" (em função do teor de hidratação (Figura 2)), pode-se constatar o seguinte fato: a elevação da taxa de compressão acarretou, em termos médios, um decréscimo deste consumo, para todas as rotações de teste.

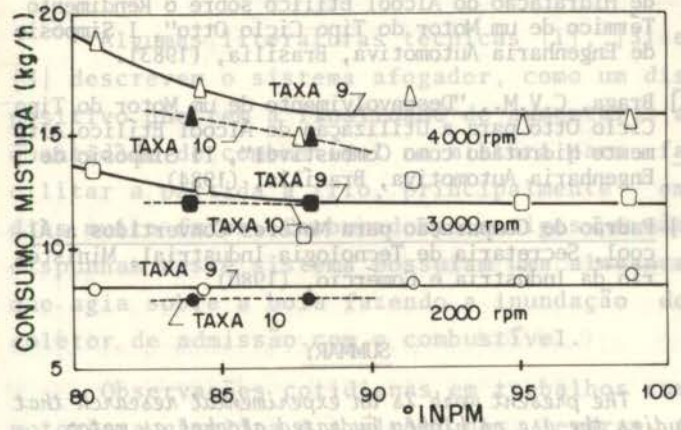


Figura 2. Influência do teor de hidratação no consumo da mistura água-álcool

Quanto ao motor operando com taxa de compressão 9,0 : 1, nota-se uma estabilidade do consumo da mistura até um teor de hidratação de 12%. A partir deste ponto, constata-se um crescimento acentuado principalmente nas rotações mais elevadas.

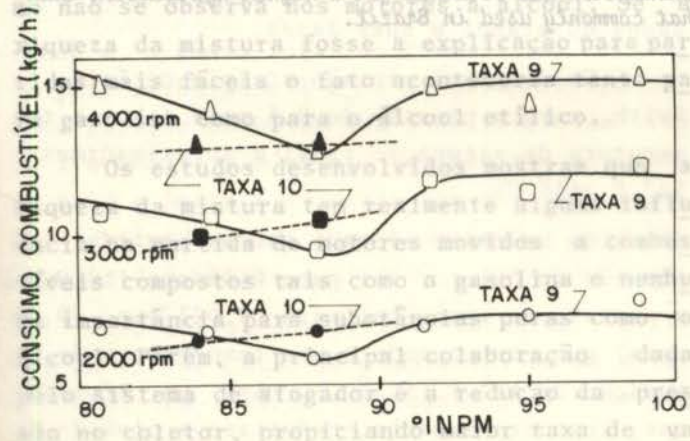


Figura 3. Influência do teor de hidratação no consumo de combustível

O comportamento do consumo de combustível (somente a parcela de álcool) em função do teor de hidratação está apresentado na Figura 3. Verifica-se que para o motor com taxa de compressão de 9,0 : 1 existe um ponto de mínimo consumo em torno do álcool 88° INPM.

Em relação ao motor com taxa de compressão de 10,0 : 1, consta-se um decréscimo deste consumo de combustível para combustíveis mais hidratados.

Conjugando-se os efeitos de maior potência e um menor consumo de combustível é de se esperar um ponto de mínimo no consumo específico de combustível. Tal ponto aparece claramente para um álcool em torno de 88° INPM, para o motor com taxa de compressão de 9,0 : 1 conforme pode ser visto na Figura 4. A elevação da taxa de compressão mostra que para um álcool mais hidratado (cerca de 84° INPM), consegue-se obter resultados ainda melhores.

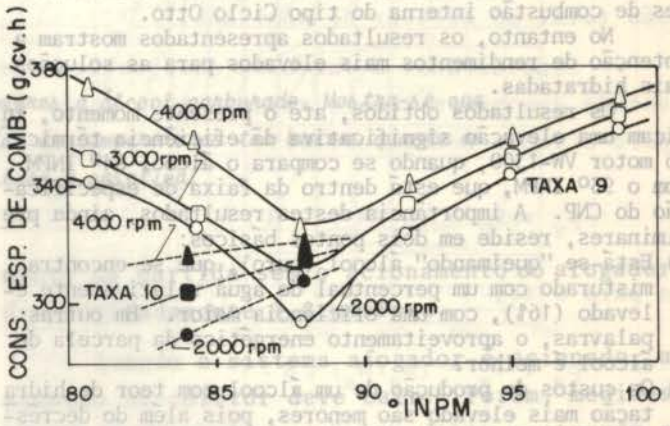


Figura 4. Influência do teor de hidratação no consumo específico de combustível

Comparando-se o consumo específico do motor a álcool (84° INPM) desenvolvido para a taxa de compressão mais elevada, com o do motor a gasolina padrão [9], constata-se que os valores estão bastante próximos. Especialmente a 2000 rpm tem-se 300 g/CV.h para o motor a gasolina enquanto, no presente trabalho, obteve-se o valor de 285 g/CV.h para o álcool 84° INPM, ainda que pese o menor poder calorífico do álcool [2].

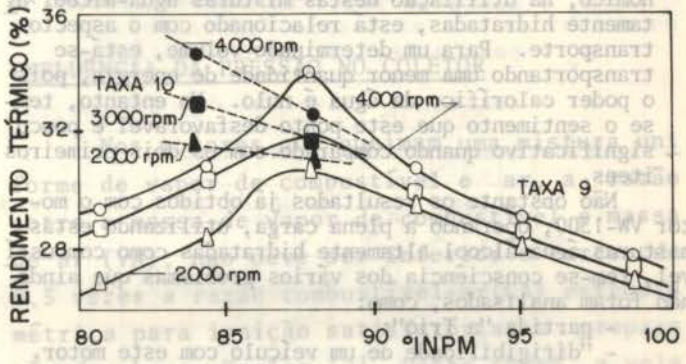


Figura 5. Influência do teor de hidratação no rendimento térmico

Naturalmente, tais fatos induzem ao ponto básico do presente trabalho: consegue-se obter um rendimento térmico significativamente maior para os motores a álcool altamente hidratado, conforme pode-se verificar na Figura 5.

Novamente comparando-se o motor desenvolvido (taxa de compressão 10,0 : 1 e álcool 84° INPM) com o motor padrão a gasolina, a 2000 rpm por exemplo, verifica-se rendimentos térmicos de 34,6% e 20,4%, respectivamente. Em outras palavras, obteve-se um ganho de 70%.

O próximo passo a ser dado dentro desta linha de pesquisa, consiste no levantamento dos pontos, para um álcool na faixa de 80° INPM. Deste modo, será possível

traçar-se as "curvas" (e não, simples retas) e, simultaneamente, visualizar-se melhor o desempenho do motor, com taxa de compressão de 10,0 : 1, em função do teor de hidratação do álcool.

Assim, a expectativa atual, para o motor VW-1300 com taxa de compressão fixa no valor 10,0 : 1, é que o mesmo apresente o melhor ponto de rendimento térmico (máxima eficiência) para um álcool mais hidratado que o 84º INPM.

CONCLUSÕES

Naturalmente, o presente trabalho não atingiu estágio final do projeto mais amplo, cujo principal objetivo é a obtenção do "Teor de Hidratação Ótimo do Álcool Etílico" para utilização como combustível de motores de combustão interna do tipo Ciclo Otto.

No entanto, os resultados apresentados mostram a obtenção de rendimentos mais elevados para as soluções mais hidratadas.

Os resultados obtidos, até o presente momento, indicam uma elevação significativa da eficiência térmica do motor VW-1300, quando se compara o álcool 84º INPM com o 93º INPM, que está dentro da faixa de especificação do CNP. A importância destes resultados, ainda preliminares, reside em dois pontos básicos:

1) Está-se "queimando" álcool (puro), que se encontra misturado com um percentual de água relativamente elevado (16%), com uma eficiência maior. Em outras palavras, o aproveitamento energético da parcela de álcool é melhor.
2) Os custos de produção de um álcool com teor de hidratação mais elevado são menores, pois além do decréscimo do consumo de energia no processo de destilação, o investimento inicial na usina também é reduzido.

Destes dois pontos básicos e fundamentais pode-se, imediatamente, obter as seguintes conclusões:

1) Utilizando-se um motor mais eficiente com um combustível de menor custo, haverá uma redução do custo do km rodado do veículo.
2) A produção de um álcool com um teor de hidratação mais elevado, e utilizado com uma maior eficiência, acarreta em um acréscimo na capacidade de atendimento à frota de veículos a álcool sem que haja necessidade de aumento de produção de matéria prima do combustível (cana-de-açúcar, por exemplo).
3) O único ponto desfavorável, sob o ponto de vista econômico, na utilização destas misturas água-álcool altamente hidratadas, está relacionado com o aspecto transporte. Para um determinado volume, está-se transportando uma menor quantidade de energia, pois o poder calorífico da água é nulo. No entanto, tem-se o sentimento que este ponto desfavorável é pouco significativo quando comparado com os dois primeiros itens.

Não obstante os resultados já obtidos com o motor VW-1300, operando a plena carga, utilizando estas misturas água-álcool altamente hidratadas como combustível, tem-se consciência dos vários problemas que ainda não foram analisados, como:

- partida "a frio";
- "dirigibilidade de um veículo com este motor.

Por outro lado, se o aumento da taxa de compressão trouxe alguma melhora na eficiência do motor a plena carga, é de se esperar melhorias significativas da mesma em cargas parciais. Deste modo, é necessário o início dos testes do motor nestas condições.

Há de se considerar ainda, que um motor arrefecido a água e de concepção mais moderna que o VW-1300, certamente permitirá a utilização de taxas de compressão bem mais elevadas. Assim, é de se esperar o ganho de alguns pontos percentuais na eficiência térmica destes motores. Logo, este é um outro flanco do projeto que merece pesquisas bastante intensas. Naturalmente, tais pesquisas demandam tempo e elevados recursos financeiros.

REFERÊNCIAS

[1] Ação Programada em Ciência e Tecnologia, Energia I, 18, III PBDCT (Plano Básico de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), SEPLAN (Secretaria do Planejamento) e CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), (1983).

[2] Stumpf, U.E., "O Álcool como Combustível de Motores", Revista Petro & Química, (1979).

[3] Penido Fº, P., O Álcool Combustível, Obtenção e Aplicação dos Motores, 1ª edição, Livraria Nobel S.A., (1981).

[4] Kirik, M., "Using Alcohol as Motor Fuel", Ontario Ministry of Agriculture & Food. (Prepared for the 8th Annual Meeting of the Biomass Energy Institute Inc., Winnipeg, Manitoba, Canadá, (1979)).

[5] Tabelas de Redução de Massa Específica e Volume de Misturas de Álcool Etílico e Água, Instituto Nacional de Pesos e Medidas, (1967).

[6] Motores de Combustão Interna Alternativos, de Ignição por Compressão (Diesel), ou Ignição por Centelha (Otto), Veiculares Não Turbo-Alimentados, Associação Brasileira de Normas Técnicas (A.B.N.T.), MB-372, (1975).

[7] Braga, C.V.M. e Vargas, A.S., "Influência do Teor de Hidratação do Álcool Etílico sobre o Rendimento Térmico de um Motor do Tipo Ciclo Otto", I Simpósio de Engenharia Automotiva, Brasília, (1983).

[8] Braga, C.V.M., "Desenvolvimento de um Motor do Tipo Ciclo Otto para a Utilização de Álcool Etílico Altamente Hidratado como Combustível", II Simpósio de Engenharia Automotiva, Brasília, (1984).

[9] Padrão de Comparação para Motores Convertidos a Álcool, Secretaria de Tecnologia Industrial, Ministério da Indústria e Comércio, (1980).

SUMMARY

The present work is an experimental research that studies the use of highly hydrated alcohol as motor fuel. For the tests, a modified VW-1300 engine was used. Two compression ratios were tested: 9:1 and 10:1. The degree of hydratation of the alcohol was varied from zero percent to 20 percent. The experiments were performed at the condition of full load for several speeds (rpm). The engine was optimized for each degree of hidratation and for each rotation. The criterion at optimization was the minimum fuel specific consumption. The results have shown that the minimum fuel specific consumption was obtained for a higher hydratation than that commonly used in Brazil.

PARTIDA A FRIO DE MOTORES A ÁLCOOL ETÍLICO COM O AUXÍLIO DO AFOGADOR

ANTÔNIO MOREIRA DOS SANTOS
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS, USP

SUMÁRIO

Apresenta-se um estudo da partida em motores a álcool carburado. Mostra-se que é possível dar partida nesses motores, em dias de temperaturas tão baixas quanto as nossas de inverno, sem o uso do sistema auxiliar a gasolina.

INTRODUÇÃO

Algumas literaturas técnicas |1|, |5| e |8| descrevem o sistema afogador, como um dispositivo que tem a finalidade de aumentar a quantidade de combustível na mistura para facilitar a partida a frio, principalmente em dias muito frios. Carburadores antigos que não dispunham deste sistema possuiam uma alavanca que agia sobre a boia fazendo a inundação do coletor de admissão com o combustível.

Observações cotidianas em trabalhos com motores a gasolina e a álcool nos levaram a questionar a validade das afirmações do parágrafo anterior. Nos motores a gasolina, quando derrama-se um pouco de combustível pela boca do carburador ou injeta-se combustível com rápidos golpes no acelerador, nota-se que a partida a frio fica mais fácil. Contudo, o mesmo não se observa nos motores a álcool. Se a riqueza da mistura fosse a explicação para partidas mais fáceis o fato aconteceria tanto para gasolina como para o álcool etílico.

Os estudos desenvolvidos mostram que a riqueza da mistura tem realmente alguma influência na partida de motores movidos a combustíveis compostos tais como a gasolina e nenhuma importância para substâncias puras como o álcool. Porém, a principal colaboração dada pelo sistema de afogador é a redução da pressão no coletor, propiciando maior taxa de vaporização do combustível.

PRESSÃO NO COLETOR DE ADMISSÃO

A pressão no coletor de admissão no momento da partida sem o acionamento do afogador é aproximadamente 1 atmosfera.

Quando o sistema afogador é acionado, a pressão no coletor deve cair. Porém, medidas efetuadas com alguns carburadores mostraram a existência de séries de carburadores cujo afogador é tão ineficiênte que nenhuma queda de pressão no coletor foi observada. Nos carburadores com afogadores mais eficazes foram observadas pressões no coletor da ordem de 0,68atm (10 psia).

Um afogamento perfeito, por exemplo, feito com a mão sobre o carburador dá pressões da ordem de 0,54 atm (7,9 psia).

INFLUÊNCIA DA PRESSÃO NO COLETOR

Nos motores que queimam uma mistura uniforme de vapor de combustível e ar, a razão entre a massa de vapor de combustível e massa de ar (VA), não deve ser inferior a cerca de 0,5 vezes a razão combustível-ar(CA) estequiométrica para ignição satisfatória e propagação da chama, Taylor |7|. Desta forma, a volatilidade do combustível deve ser suficiente para dar pelos menos essa razão (VA) no instante de ignição em todas as condições de operação, inclusive na partida.

Para estudar o processo de carburação no coletor de admissão pode-se considerar uma dada massa de combustível líquido introduzida em certo volume de ar com determinada pressão, e temperatura. Tendo sido introduzido o combustível, inicia-se a evaporação e tendo tempo suficiente o processo continuará até um pon

to de equilíbrio.

Normalmente, embora a pressão no coletor de admissão seja da orgem de 1 atm. a pressão de vapor de combustível é apenas uma fração da pressão total. E de acordo com a lei de Dalton, a temperatura de evaporação corresponde não a relativa a pressão total da mistura e sim aquela correspondente apenas a pressão parcial do vapor de combustível, Maleev |4|. Observe-se que a propriedade medida é a pressão total no coletor de admissão.

Considerando a validade da equação de estado dos gases ideais tanto para a vapor do para o vapor de combustível,

$$p_v \cdot V_v = (m_v/M_v) \cdot R \cdot T \qquad (1)$$

e para o ar,

$$p_a \cdot V_a = (m_a/M_a) \cdot R \cdot T \qquad (2)$$

onde:

p_v = pressão parcial de vapor do combustível.

p_a = pressão parcial do ar.

$V_v = V_a = V_m$ = volume ocupado pela mistura.

m_a = massa de ar.

M_a = peso molecular do ar.

m_v = massa de vapor de combustível.

M_v = peso molecular do combustível.

R = constante universal dos gases.

T = temperatura da mistura.

V = volume total ocupado pela mistura $= V_v = V_a$.

VA = razão vapor do combustível/ar, $= m_v/m_a$

p = pressão no coletor de admissão = $p_a + p_v$.

A razão da massa de vapor do combustível para a massa de ar é,

$$\frac{m_v}{m_a} = \frac{M_v \cdot p_v \cdot V/R \cdot T}{M_a \cdot p_a \cdot V/R \cdot T} \qquad (3)$$

$$VA = \frac{M_v \cdot p_v}{M_a \cdot (p - p_v)} \qquad (4)$$

da reação de oxidação do álcool,

$$C_2H_5OH + 3O_2 + 3(3,76)\ N_2 \longrightarrow 2CO_2 + 3H_2O + 11,2N_2 \qquad (5)$$

tira-se a reazão combustível-ar (CA) estequiométrica,

$$CA = \frac{\text{massa de combustível}}{\text{massa de ar}} \qquad (6)$$

$$CA = \frac{2(12) + 6(1,008) + 1(16)}{|3 + 3\ (3,76)|\ 28,97} \cong \frac{1}{9}$$

considerando a afirmativa de Taylor quanto a razão VA,

$$0,5 \cdot (1/9) = \frac{46 \cdot p_v}{29 \cdot (p - p_v)} \qquad (8)$$

$$0,035024\ (p - p_v) = p_v \qquad (9)$$

sendo a pressão no coletor de admissão 1 atm no momento da partida sem afogador,

$$0,035024\ (1 - p_v) = p_v \qquad (10)$$

$$p_v = 0,03384 \text{ atm} \cong 0,5 \text{ psia} \qquad (11)$$

Reid and Smith |6| desenvolveram o diagrama pressão-entalpia relacionando as propriedades do etanol e suas fases.

Reid and Smith |6| desenvolveram o diagrama pressão-entalpia relacionando as propriedades do etanol e suas fases.

Do diagrama pressão-etalpia de Reid e Smith, para a pressão de 0,5 psia temos a temperatura de saturação igual a aproximadamente 52° F (11° C).

Em um motor afogado que na partida a pressão do coletor cai para 0,68 atm (10 psia), a pressão de vapor cai para 0,023 atm (0,34 psia) que corresponde a uma temperatura de saturação de 42° F ($5,5^o$ C). Para um afogador que, instantaneamente, reduzisse a pressão para 0,5 atm a pressão de vapor cairia para 0,017 atm dando uma temperatura de saturação para o álcool etílico da ordem de 30° F ($-1,0^o$ C).

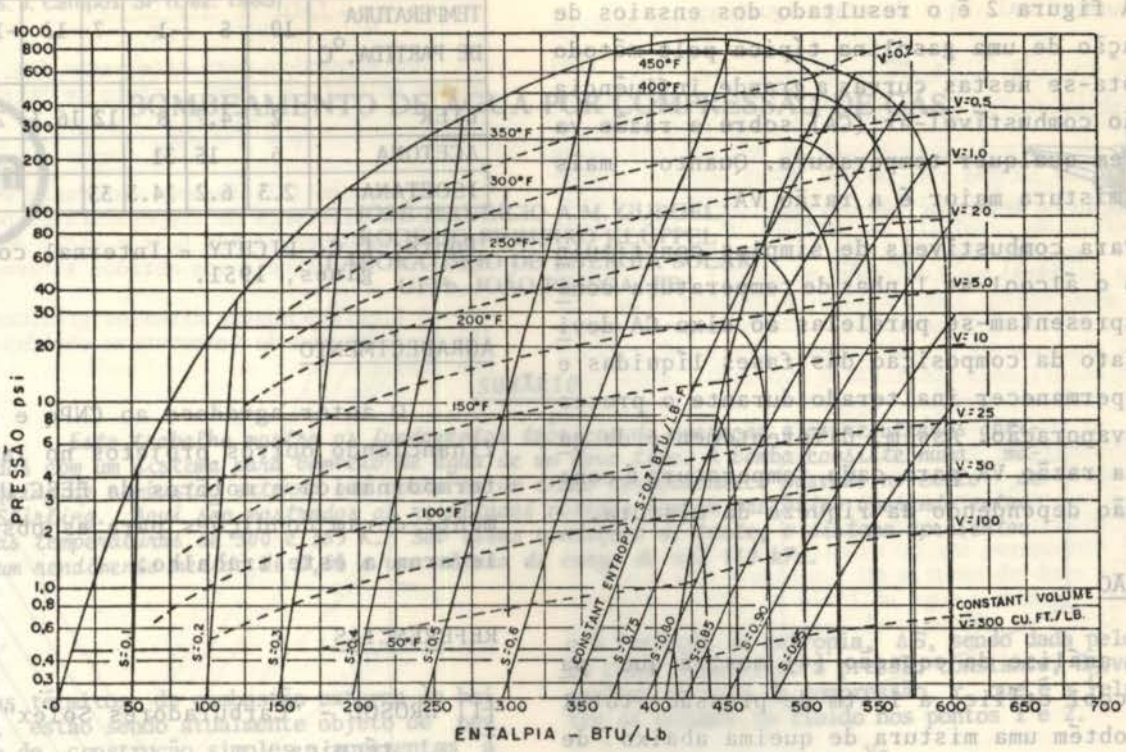


Fig.1 - Diagrama pressão-entalpia para o álcool etílico. Fonte Reid and Smith, 1955.

A exatidão da afirmativa de Taylor quanto a razão VA pode ser constatada analisando o diagrama pressão-entalpia do álcool e considerando a teoria que diz ser necessário a presença de combustível na fase vapor no fim do curso de compressão para ser processar a ignição.

A relação de Taylor diz,

$$VA = 0{,}5\ CA \qquad (12)$$

$$\frac{VA}{CA} = \frac{m_v/m_a}{m_c/m_a} = \frac{m_v}{m_c} = 0{,}5$$

sendo m_c a massa total do combustível fornecido pelo carburador e m_v a fração que evaporou, esta relação coincide com a definição de título x e embora não esteja grafado no diagrama de Reid e Smith é evidente que x = 0,5 está nas proximidades da isoentrópica S = 0,42 para p_v = 0,5 psia.

Considerando a pressão total no cilindro no fim do curso de compressão de um motor a etanol com taxa de compressão 11:1 dado por,

$$p_2 = p_1 r^K \qquad (13)$$

$$p_2 = 1 \times (11)^{1,4} \quad \therefore\ p_2 = 28{,}7\ \text{atm}$$

(421,9 psia)

fazendo p_2 = p na equação 9, tem-se p_v = 0,97 atm (14,27 psia). Sendo a compressão um processo isoentrópico pode-se seguir a isoentrópica S ≅ 0,42 de p = 0,5 psia até p_v = 14,27 psia e observa-se que o título não se altera significativamente. Se o título fosse x = 0,1 por exemplo, no final do curso de compressão o álcool estaria em fase de líquido comprimido e neste estado certamente não entrariam em combustão.

INFLUÊNCIA DA RIQUEZA DA MISTURA

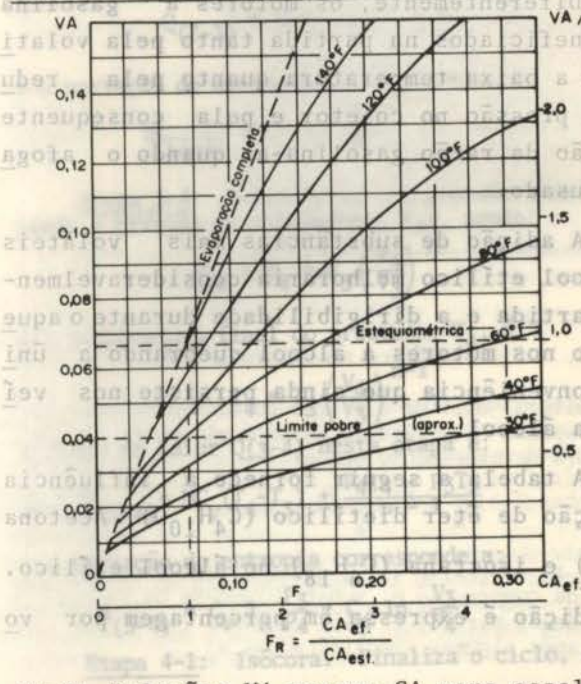


Fig.2 - Relações VA versus CA para gasolina, 1 atm

A figura 2 é o resultado dos ensaios de destilação de uma gasolina típica pelo método EAD. Nota-se nestas curvas a grande influência da razão combustível-ar (CA) sobre a razão vapor-ar em qualquer temperatura. Quanto mais rica a mistura maior é a razão VA.

Para combustíveis de simples constituinte como o álcool as linhas de temperatura constante apresentam-se paralelas ao eixo CA devido ao fato da composição das fases líquidas e gasosa permanecer inalterado durante o processo de evaporação. Assim, diferentemente da gasolina a razão VA para cada temperatura é constante não dependendo da riqueza da mistura.

CONCLUSÃO

A análise da equação (4) mostra que para o álcool etílico a 1 atm de pressão total não se obtém uma mistura de queima abaixo de 11°C. A diminuição da pressão total aumenta a razão vapor-ar e fornece uma mistura de queima a temperaturas mais baixas.

Sugere-se melhorar os afogadores dos motores a álcool para uma maior redução de pressão no coletor no instante da partida. Uma pressão no coletor de 0,5 atm. é suficiente para propiciar uma mistura de queima a -1° C em motores a álcool etílico.

O aumento da razão álcool-ar não eleva a razão vapor de álcool-ar e portanto,enriquecer a mistura na partida de um motor a álcool não traz vantagem alguma.

Diferentemente, os motores a gasolina são beneficiados na partida tanto pela volatilidade a baixa temperatura quanto pela redução da pressão no coletor e pela consequente elevação da razão gasolina-ar quando o afogador é usado.

A adição de substâncias mais voláteis no álcool etílico melhoraria consideravelmente a partida e a dirigibilidade durante o aquecimento nos motores a álcool quebrando a única inconveniência que ainda persiste nos veículos a álcool.

A tabela a seguir fornece a influência da adição de éter dietílico ($C_4H_{10}O$), Acetona (C_3H_6O) e isoctana (C_8H_{18}) no álcool etílico. Esta adição é expressa em percentagem por volume.

TEMPERATURA DE PARTIDA, °C	10	5	-1	-7	-12	-18	-23	-29
ÉTER	2	4.7	8	12	16.3	21	25.7	31
ACETONA	6	15	31					
ISOCTANA	2.3	6.2	14.3	33				

Fonte: L.C. LICHTY - Internal combustion engines, 1951.

AGRADECIMENTO

O autor agradece ao CNPq e ao STI que financiando outros projetos no laboratório de termodinâmica e motores da EESC-USP indiretamente deram condições para as observações que levaram a este trabalho.

REFERÊNCIAS

|1| BROSOL - "Carburadores Solex", Apóstila técnica.

|2| HELDT, P.M., "High-Speed Combustion Engines", Chilton Comp. Publishers, 1956.

|3| LICHTY, L.C., "Combustion Engine Processes", International Student Edition , 1967.

|4| MALEEV, V.L, "Internal-Combustion Engines", International Student Edition, 1945.

|5| PAZ, M.A., "Manual de automóveis",Ed. Mestre Jou, 1970.

|6| REID, R.C. and SMITH, J.M.,"Thermodynamic properties of ethul'alcohol". Chemical Engineering Progress, Vol. 47, Nº 8,August 1951.

|7| TAYLOR, C.F., "Análise dos motores de combustão interna", Edgar Blücher Ltda , 1976.

|8| WECARBRAS - "Manual de instruções - modelo 228", Apostila técnica.

SUMMARY

This paper presents a study of alcohol engine cold starts. We show that it is possible to start on the coldest days of our winter, without the help of gasoline.

BOMBEAMENTO DE ÁGUA POR COMPRESSÃO DE GÁS

JOSÉ MAURÍCIO A.M. GURGEL
ROGÉRIO PINHEIRO KLÜPPEL
LABORATÓRIO DE ENERGIA SOLAR
UFPb, JOÃO PESSOA, PB

SUMÁRIO

Este trabalho mostra os fundamentos teóricos da operação e os resultados obtidos com um sistema para bombeio de água de um novo tipo. A bomba consiste numa máquina de combustão externa que opera em um ciclo termodinâmico baseado no ciclo de Stirling. Aqui são mostrados os resultados obtidos com um protótipo operando entre as temperaturas de 300 e 365 K. Sob essas condições de teste, o sistema apresentou um rendimento medido de 0,8% e uma altura de carga de até 110 kPa.

INTRODUÇÃO

Os sistemas térmicos de combustão externa de baixa temperatura, estão sendo atualmente objeto de pesquisa, pois são de construção simples e apresentam a grande vantagem de poderem utilizar qualquer tipo de combustível. Tais sistemas apresentam um rendimento térmico bem menor que os rendimentos normais dos motores de combustão interna. Computando-se entretanto os rendimentos em relação ao poder calorífico do combustível na forma primitiva não beneficiado, os rendimentos finais se equivalem para ambos os sistemas [1].

As vantagens dos sistemas térmicos de combustão externa e a possibilidade do uso da energia solar motivaram a realização deste trabalho. Considerando as disponibilidades energéticas do NE do Brasil bem como as condições econômicas e tecnológicas, optou-se por um sistema de bombeio simples que opera em um ciclo termodinâmico baseado no ciclo de Stirling, utilizando uma fonte quente de baixa temperatura e como fonte fria a própria água bombeada.

CICLO TERMODINÂMICO TEÓRICO

O ar atmosférico, utilizado como fluido de trabalho está a baixa densidade e bem acima do ponto crítico, tendo comportamento próximo ao dos gases perfeitos, de forma que segue com boa aproximação as leis Boyle e Charles. Os gráficos que representam o ciclo em estudo nos diagramas PxV e TxS, estão na figura 1 e 2. Passando a uma descrição de cada etapa do ciclo temos:

Etapa 1-2: Isobárica. A pressão correspondente à altura da coluna líquida de recalque H_r vezes o peso específico do fluído a bombear γ_{ag}:

$$P_1 = H_r \cdot \gamma_{ag} \quad (1)$$

$$P_1 = P_2 \quad (2)$$

as temperaturas entre os pontos 1 e 2 dependem da pressão atmosférica, P_{atm}, e da temperatura ambiente, T_a, e são:

$$T_1 = \frac{P_1}{P_{atm}} \cdot T_a \quad (3)$$

$$T_2 = \frac{V_2 T_1}{V_1} \quad (4)$$

o calor absorvido durante o processo $Q_{(1-2)}$ é dado pela variação de entalpia da massa de ar M:

$$Q_{(1-2)} = M C_p (T_2 - T_1) \quad (5)$$

e a variação de entropia, ΔS, sendo dada pelo produto do calor específico a pressão constante, C_p, vezes o logarítmo da taxa de compressão, r, que é a relação entre os volumes do fluido nos pontos 1 e 2.

$$S_{(1-2)} = C_p \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (6)$$

Etapa 2-3: Isócora. A pressão final do processo, P_3, corresponde à diferença entre a pressão a montante do sistema, P_{af}, dada pela altura de afogamento, H_{af} e a pressão de ruptura da válvula de aspiração, P_v, sendo:

$$P_{af} = H_{af} \cdot \gamma_{ag} \quad (7)$$

$$P_3 = P_{af} - P_v \quad (8)$$

a temperatura final da etapa, T_3, é dada por:

$$T_3 = \frac{P_3}{P_2} \cdot T_2 \quad (9)$$

sendo o calor rejeitado, $Q_{(2-3)}$, função do calor específico a volume constante, C_v:

$$Q_{(2-3)} = M C_v (T_3 - T_2) \quad (10)$$

e a variação de entropia correspondente a:

$$\Delta S_{(2-3)} = C_v \ln \frac{P_3}{P_2} \quad (11)$$

Etapa 3-4: Politrópico. A pressão final corresponde à pressão de afogamento, P_{af}, sendo:

$$P_{af} = P_4 = P_3 \left(\frac{V_4}{V_3}\right)^n \quad (12)$$

e a temperatura final do processo, T_4, é:

$$T_4 = T_3 \left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{n-1} \quad (13)$$

a troca de calor $Q_{(3-4)}$ nesta etapa é:

$$Q_{(3-4)} = MC_v(T_4 - T_3) + \frac{P_4T_4 - P_3T_3}{n-1} \quad (14)$$

e a variação de entropia corresponde a:

$$S_{(3-4)} = C_v \ln \frac{P_3}{P_4} + C_p \ln \frac{V_3}{V_4} \quad (15)$$

Etapa 4-1: Isócora. Finaliza o ciclo, sendo a

temperatura final, T_1, da etapa igual a:

$$T_1 = T_4 \frac{P_1}{P_4} \quad (16)$$

o calor absorvido no processo é:

$$Q_{(4-1)} = M C_v (T_1 - T_4) \quad (17)$$

e a variação de entropia obtida por:

$$\Delta S_{(4-1)} = C_v \ln \frac{P_1}{P_4} \quad (18)$$

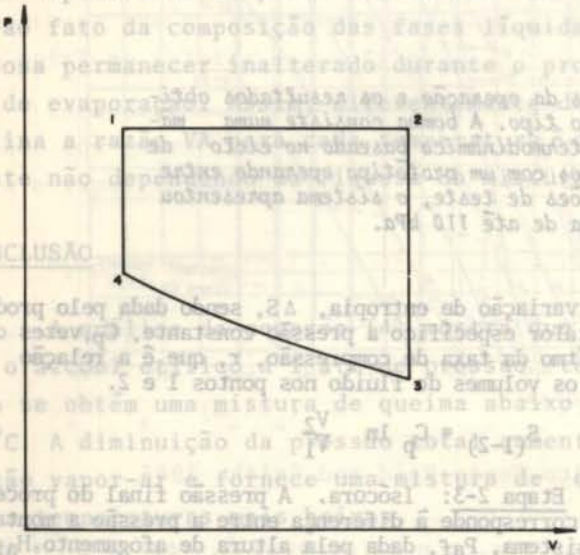


Figura 1. Ciclo teórico no diagrama PxV.

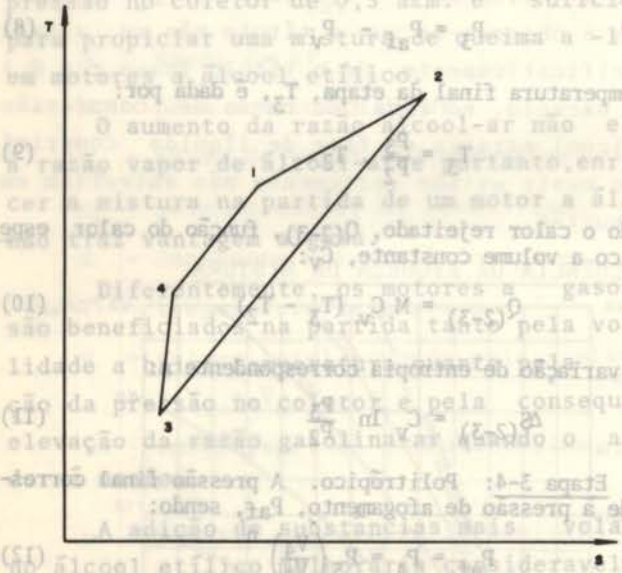


Figura 2. Ciclo teórico no diagrama TxS.

A altura útil de elevação ou altura de bombeamento corresponde à diferença entre a altura de recalque e a altura de afogamento sendo:

$$H_u = \frac{P_1 - P_4}{\rho g} \quad (19)$$

fazendo $r = V_2/V_1 = V_3/V_4$ que é a razão volumétrica ou taxa de compressão e substituindo-se os valores de P_1 e P_4 dados por (3) e (16) e usando (4) e (13) chega-se, após algumas simplificações a:

$$H_u = \frac{P_{atm}}{T_a} \frac{1}{r} \frac{(T_2 - T_3 r^n)}{\rho g} \quad (20)$$

Uma expressão para este mesmo fim, foi desenvolvida por Kolin [2], para o ciclo de Stirling:

$$r = 1 + \frac{\Delta T}{1100} \quad (21)$$

A equação (21) fornece uma razão volumétrica em função da diferença de temperatura disponível e embora tenha sido desenvolvida para o ciclo de Stirling, dá resultados compatíveis aos obtidos através da equação (20).

A figura 3 mostra diversos gráficos de H_u em função da diferença de temperatura obtidas com a equação (20).

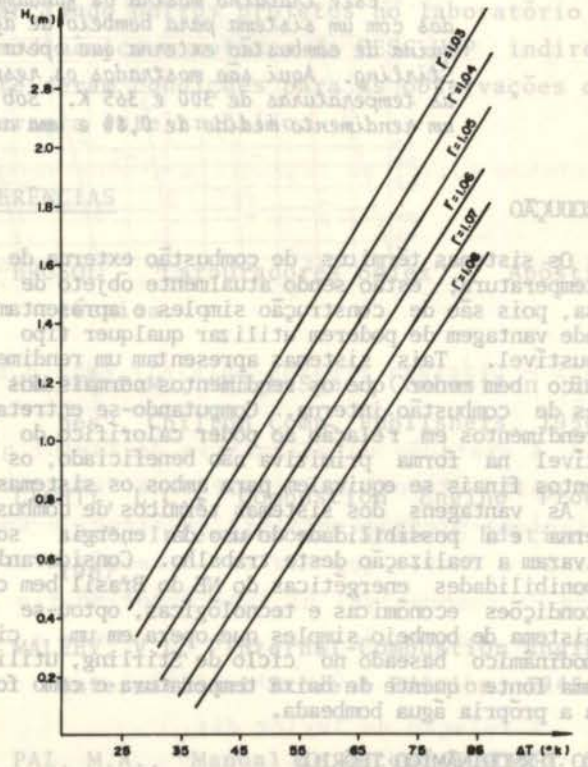


Figura 3. Altura de bombeamento em função de ΔT para Tfrio = 308 K, T_a = 300 K. para diversos valores da taxa de compressão (r) obtidos com a equação (20).

A energia útil do sistema correspondente a:

$$W_u = \text{Calor absorvido} - \text{calor rejeitado} \quad (22)$$

desprezando-se a parcela de calor trocada durante o processo politrópico e substituindo em (22) as equações (5), (17), (10), (4) e simplificando obtem-se o trabalho útil do ciclo:

$$W_u = T_2 (C_p - C_v)(1 - \frac{1}{r}) + T_3 C_v (1 - r^{n-1}) \quad (23)$$

A figura 4 mostra diversos gráficos de W_u em função da diferença de temperatura obtidos com a equação (23).

O rendimento termodinâmico do sistema corresponde a:

$$\eta_t = \frac{\text{Energia útil}}{\text{Calor absorvido}} \quad (24)$$

substituindo as equações (23) e (13) em (24) e simplifi

cando obtem-se:

$$\eta_t = \frac{T_2(C_p - C_v)(1 - \frac{1}{r}) + T_3 C_v (1 - r^{n-1})}{T_2(C_p - (C_p - C_v)\frac{1}{r}) - T_3 C_v r^{n-1}} \quad (25)$$

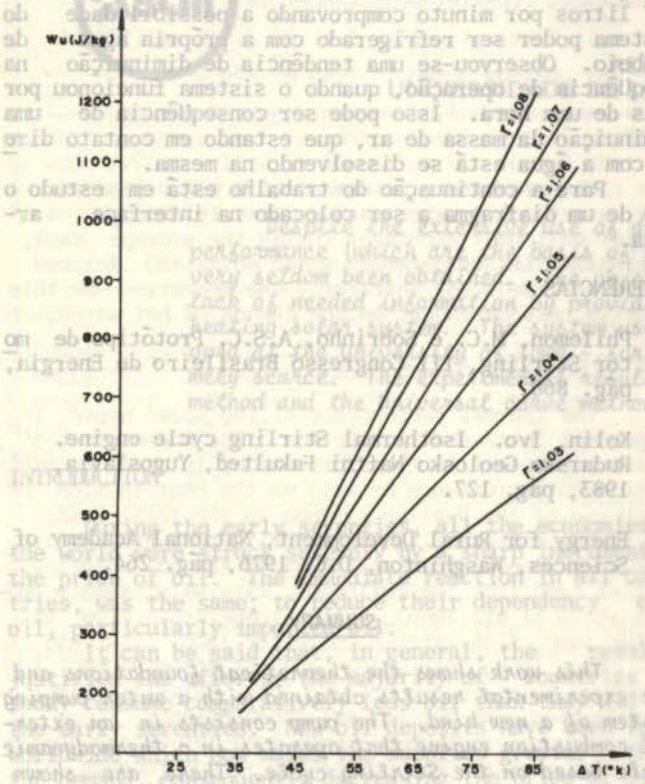


Figura 4. Energia útil em função de ΔT para Tfrio = 308K, T_a = 300K, para diversos valores da taxa de compressão (r) obtidos com a equação (23).

A figura 5 mostra diversos gráficos de η_t em função da diferença de temperatura obtidos com a equação (25).

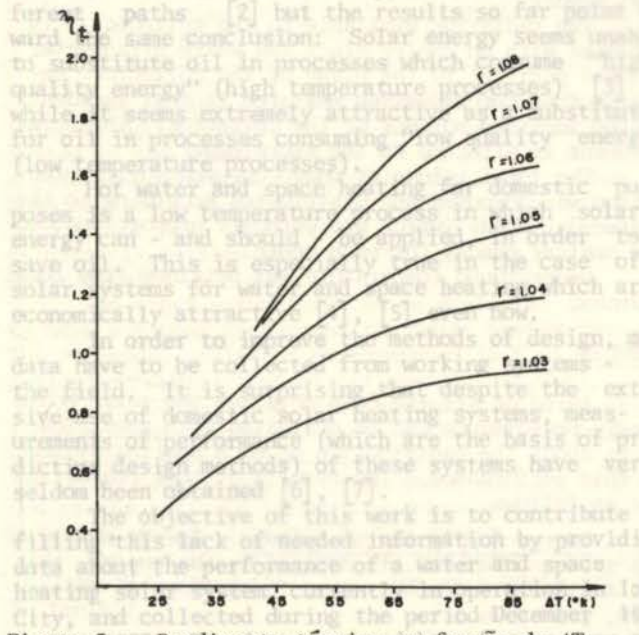


Figura 5. Rendimento térmico em função de ΔT com Tfrio = 308K e T_a = 300K, para diversos valores da taxa de compressão (r) obtidos com a equação (25).

SISTEMA PROPOSTO

Foi idealizado um sistema que consiste em um cilindro motor com o diâmetro maior que a altura conforme visto na figura 6, tendo suas faces fechadas de forma a constituirem as duas fontes térmicas do sistema. A parede que une essas fontes deve ser de tal modo que permita o menor fluxo de calor possível de uma fonte para outra. No interior do cilindro, um pistão deslocador movimentando-se entre as duas fontes térmicas, posiciona o fluido de trabalho, que preenche o cilindro, alternadamente junto à fonte quente ou à fonte fria. O aquecimento e esfriamento provocam a variação cíclica de pressão que no caso é aproveitada para bombear água. O ar que é utilizado como fluido de trabalho, impulsiona diretamente a água, que fica localizada numa câmara de expansão cilíndrica que se comunica com o cilindro motor. O movimento alternativo do deslocador é provocado pela variação do nível da água na câmara de expansão onde flutua uma bóia que é ligada ao deslocador por meio de duas hastes concêntricas. Na parte superior do cilindro um imã permanente é usado para reter o deslocador. Um sistema de duas válvulas trabalhando abaixo do nível da água a bombear, permite o preenchimento da câmara de expansão, e a ação de bombeio.

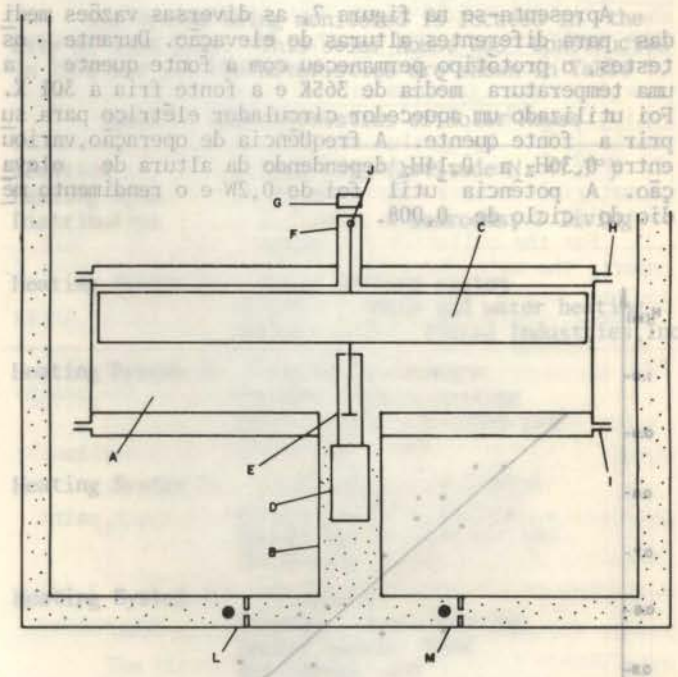


Figura 6. Esquema de construção do sistema evidenciando as seguintes partes: A - cilindro motor; B - câmara de expansão; C - Pistão deslocador; D - bóia; E - hastes; F - suporte do imã; G - imã; H - Fonte fria; I - fonte quente; J - massa de ferro; L - válvula de retenção; M - válvula de retenção com pressão de abertura regulável.

DIMENSIONAMENTO DO SISTEMA

O dimensionamento é realizado observando-se o acoplamento termo-mecânico e as limitações físicas impostas pelas temperaturas de fonte quente e fonte fria. A razão volumétrica, r, constitui a principal relação geométrica do sistema, devendo ser selecionada usando as figuras 3, 4 e 5.

O protótipo testado foi dimensionado visando à utilização de uma fonte térmica de baixa temperatura, cerca de 365 K. Essa temperatura pode ser facilmente conseguida com o uso de coletores solares planos não seletivos. Para o resfriamento da fonte fria foi pre-

visto o uso de água à temperatura ambientes, no caso em torno de 300K. Levando-se em conta que as temperaturas de trabalho ou temperaturas reais atingidas pelo ar no interior do sistema nunca chegam até as temperaturas das fontes, foi estimada uma razão volumétrica de 1,04. Com essa relação e com a quantidade desejada de água a ser bombeada por ciclo determina-se o volume do cilindro motor. Em seguida pode-se dimensionar o deslocador e com o peso deste, as demais partes que compõem o sistema.

As principais dimensões do protótipo montado são:

Cilindro motor
Diametro Externo = 23,5cm
Diâmetro interno = 21,5cm
Comprimento = 9,5cm
Câmara de expansão
Diâmetro externo = 4,3cm
Diâmetro interno = 4,0cm
Comprimento = 32,0cm
Pistão deslocador
Diâmetro = 21,0cm
Comprimento = 5,0cm
Bóia
Diâmetro = 3,5cm
Comprimento = 1,5cm

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Apresenta-se na figura 7, as diversas vazões medidas para diferentes alturas de elevação. Durante os testes, o protótipo permaneceu com a fonte quente a uma temperatura média de 365K e a fonte fria a 301 K. Foi utilizado um aquecedor circulador elétrico para suprir a fonte quente. A freqüência de operação, variou entre 0,36Hz a 0,14Hz dependendo da altura de elevação. A potência útil foi de 0,2W e o rendimento médio do ciclo de 0,008.

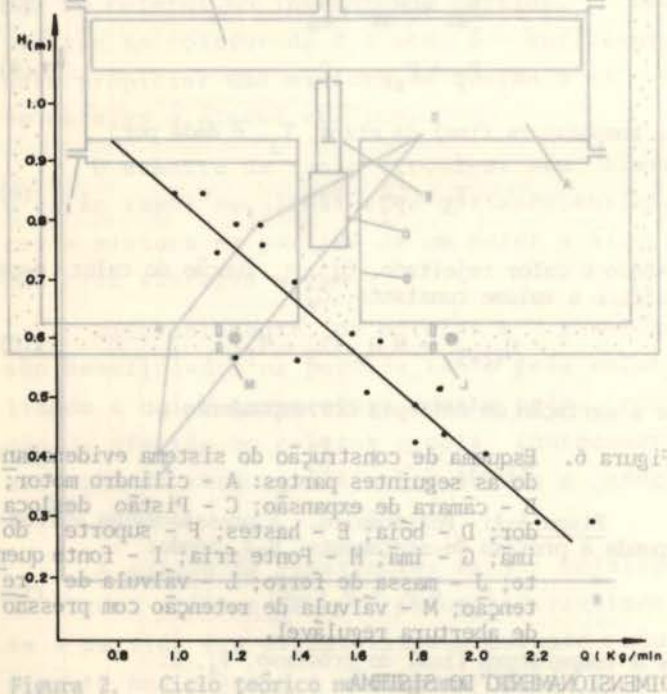


Figura 7. Altura útil de elevação para diversas vazões medidas.

CONCLUSÕES

O sistema proposto mostrou-se viável, tendo apresentado resultados dentro das previsões teóricas. O baixo rendimento térmico obtido corresponde aos valores normalmente atingidos por sistemas alternativos que operam baseados no ciclo de Stirling [3]. Com a otimização do sistema e a inclusão de um regenerador, é possível melhorar o rendimento. Embora não tenha ainda sido tentado experimentalmente espera-se que a altura de elevação possa ser aumentada, bastando para isto que se instalem vários sistemas em série até ser atingido a altura desejada. A baixa freqüência de operação é uma conseqüência do lento processo de expansão. Este problema deve poder ser contornado com o aquecimento ou o isolamento da câmara de expansão. A refrigeração foi realizada através de um fluxo de água de 0,7 litros por minuto comprovando a possibilidade do sistema poder ser refrigerado com a própria água de bombeio. Observou-se uma tendência de diminuição na freqüência de operação, quando o sistema funcionou por mais de uma hora. Isso pode ser conseqüência de uma diminuição da massa de ar, que estando em contato direto com a água está se dissolvendo na mesma.

Para a continuação do trabalho está em estudo o uso de um diafragma a ser colocado na interface ar-água.

REFERÊNCIAS

[1] Philemon, M.C. e Sobrinho, A.S.C. Protótipo de motor Stirling, III Congresso Brasileiro de Energia, pág. 860.

[2] Kolin, Ivo. Isothermal Stirling cycle engine. Rudarsko Geolosko Naftni Fakulted, Yugoslavia, 1983, pág. 127.

[3] Energy for Rural Development, National Academy of Sciences, Wasghinton, D.C. 1976, pág. 264.

SUMMARY

This work shows the theoretical foundations and the experimental results obtained with a water pumping system of a new kind. The pump consists in an external combustion engine that operates in a thermodynamic cycle based on the Stirling cycle. There are shown here the results of tests performed with a prototype working between the temperatures 300 and 365 K. Under these test conditions the system presented a measured efficiency of 0,8% and a maximum pressure of 110 kPa.

THERMAL PERFORMANCE OF A SOLAR ASSISTED HOUSE IN IOWA CITY

ALEJO SANCHEZ A.
UNIVERSIDADE DE LOS ANDES — MÉRIDA, VENEZUELA

SUMMARY

Despite the extensive use of domestic solar heating systems, measurements of performance (which are the basis of predictive design methods) of these systems have very seldom been obtained. The objetive of this work is to contribute to filling this lack of needed information by providing data about the performance of a water and space heating solar system. The system uses a subatmospheric pressure solar collector developed at the University of Iowa - for which, field measurements of performance are extremely scarce. The experimental results were compared with those predicted by the F-Chart method and the Universal curve method.

INTRODUCTION

During the early seventies, all the economies in the world were struck severely by a sharp increment in the price of oil. The immediate reaction in all countries, was the same; to reduce their dependency on oil, particularly imported oil.

It can be said that, in general, the results justified the efforts; the majority of countries today consume comparatively-less oil than they did in the early seventies. New oil deposits have been found worldwide which now makes the supplies greater than the demand, consequently decreasing the price of oil.

However, the menace still is there, sooner or later the supply of oil will be exhausted and this will mean the collapse of a "world which is designed to run on oil. "[1] This is the reason why - despite the actual "low" cost of oil - the search for renewable sources of energy remains as a formidable task that needs to be pursued.

In the search for renewable sources of energy, humanity focuses most of its hopes on the sun. The efforts to utilize solar energy have taken quite different paths [2] but the results so far point toward the same conclusion: Solar energy seems unable to substitute oil in processes which consume "high quality energy" (high temperature processes) [3] while it seems extremely attractive as a substitute for oil in processes consuming "low quality energy" (low temperature processes).

Hot water and space heating for domestic purposes is a low temperature process in which solar energy can - and should - be applied, in order to save oil. This is especially true in the case of solar systems for water and space heating which are economically attractive [4], [5] even now.

In order to improve the methods of design, more data have to be collected from working systems - in the field. It is surprising that despite the extensive use of domestic solar heating systems, measurements of performance (which are the basis of predictive design methods) of these systems have very seldom been obtained [6], [7].

The objective of this work is to contribute to filling this lack of needed information by providing data about the performance of a water and space heating solar system, currently in operation in Iowa City, and collected during the period December 1982 to May 1983. The data reported here become even more valuable by noting that the system uses a subatmospheric pressure solar collector - developed at the University of Iowa [8] - for which, field measurements of performance are extremely scarce [9].

DESCRIPTION OF THE SYSTEM

The system being monitored is located in the city of Iowa City. This solar house was constructed in 1979 and its characteristics are shown in Table 1.

Table 1. Characteristics of Solar House

Location :	Iowa City (latitude N. 41.7°)
Heating area :	195 m²
Distribution :	2 floors; 4 bedrooms, 2 living rooms
Heating System 1:	Solar heating system Purpose : Space and water heating Manufacturer : Pleiad Industries, Inc.
Heating System 2:	Auxiliary furnance Purpose : Space heating Energy source: Natural gas Efficiency : 60%
Heating System 3:	Auxiliary water heater Purpose : Water heating Energy source: Natural gas Efficiency : 60%
Heating System 4:	Fireplace Purpose : Space heating Energy source: Wood Efficiency: 40%
Space set temperature : 18.3°C. minimum comfort	
Hot water set temperature: 60°C	

Solar Heating System. The solar heating system can be classified as a Liquid-Type active system. It is clearly divided into three loops - collector, hot water, and space heating loops - with the storage tank as a common working place for all three.

The collector loop is the heart of the system. It has the function of collecting solar energy, and transporting this energy to the storage tank.

The collector loop operates in the following way: When solar energy is available the control mechanism turns on the pumps which transport the working fluid - water - from the bottom of the storage tank to the top of the collector. On its way down the collector, the water increases in temperature by extracting energy from the collector absorber plate. Once past the collector, the water returns to the storage tank, where, due to a mixing process, part of the energy is released with the consequent increment in temperature - and energy - in the stored water.

As the process continues, the water in the stor-

age tank is continually increasing in temperature and therefore storing energy. The process will stop when energy can no longer be extracted by the water from the absorber plate in the collector - this is decided by a criterion of minimum temperature differences. At this point the control system will stop the pumps.

The collector is a DFSP (Distributed Flow and Subatmospheric Pressure) flat plate collector array. This collector has been developed and tested at the University of Iowa [10].

The main characteristic of DFSP systems is the subatmospheric pressure existing in the collector itself. It is beyond the scope of this report to describe either the mechanism that creates and maintains the subatmospheric pressure or the details of the collector's construction (this information can be found in other sources [8], [10], [11]). However, some of the advantages that this design seems to present should be mentioned. Two parallel metallic sheets-one of them with closely spaced projections-provide the flow passage; the pressure differential between that of the atmosphere acting on the outside of the surfaces and that of the fluid (subatmospheric) creates an inward force which holds the plates togther. This inward force provides structural stability of the flow passage which results in material savings by allowing the use of very thin metallic sheets. As a result of the use of thin plates, the warm-up losses are smaller than those found in conventional collectors. And finally, the flow geometry provides a more uniform lateral temperature distribution than that found in conventional fin and tube panels [12]. In conclusion, it is expected that from the DFSP design, a greater efficiency for a minimum of materials with a consequent, comparatively lower cost will result.

For the collector array under study in this report, the main characteristics are given in Table 2.

Table 2. Characteristics of the DFSP Collector Array

Type :	Liquid (water) vacuum flow between sheets of 444 stainless steel.
Cover :	Single cover of 548 Film Suprem
Absorber Surface :	Harshaw Metero-Black paint
Collector Gross Area :	26.44 m^2
Collector Array Components :	9 panels (1.2m x 2.4m)
Freeze Protection :	Automatic Drain-Down
Tilt :	55 degrees
Orientation :	Zero degrees from south
Shading :	Zero
Collector Efficiency Data*	
a) $F_R(\tau\alpha)n$	0.77
b) $F_R U_L$	7.42 $W/m^2{}^\circ C$

*Determined with a simulation computer program [13]

In order to store the energy whenever it is available and deliver it whenener it is needed, the solar house is provided with a storage tank - whose characteristics are given in Table 3.

The collector loop is also provided with two small pumps connected in series to force the water to the top of the collector. Evaluations of the mass flow rate gave an average value of $\dot{m}$ = 0.5978 Kg/sec.

A water-to-air cross-flow heat exchanger is used to distribute heat from the water in the storage tank to the air in the house for space heating.

Table 3. Characteristics of the Storage Tank

System :	Water storage
Capacity :	2950 lts
Capacity Per m^2 of Collector:	111.57 lts/m^2
Areas/Heat Transfer Resistance* (m^2 .°C/Kw)	
a) Vertical walls:	2.67 m^2 (each wall)/8814
b) Bottom = Top :	1.85 m^2 /7050

*From [9]

Whenever there is demand of D.H.W. (domestic hot water), city water passes directly through a copper coil heat exchanger inside the storage tank, increasing its temperature while doing so. No controls are involved, therefore, the operation of this loop is only dependent on the demand of hot water.

INSTRUMENTATION AND DATA ACQUISITION

The thermal performance of the solar house is dependent on several parameters. The measurement of these parameters is therefore needed in order to evaluate said performance as well as the contribution of each one of the heating systems to the total load.

The different variables being measured during the experiment were: inlet temp. to the collector, outlet temp. from the collector, city water temp. supply (inlet to ht wtr loop), outlet temperature from hot water loop, flow rate in collector loop, flow rate in hot water loop, insolation, ambient temperature, temperature inlet to the heating loop, parasitic electric consumption, and natural gas consumption.

Several instruments were used for data acquisition and processing. Some of these instruments are self-explanatory as is the case for the flow meters, and the data obtained from them (each x period of time) is directly used for manual calculations. On the other hand, the readings from the temperature sensors and pyranometer, due to their time dependency, need to be processed by some continuously scanning instrument as is the case for the micrologger.

The micrologger is a microcomputer. Once each 10 seconds the micrologger samples the input signals, processes that data and stores the results in a permanent memory.

The radiation available to the collector is measured with an Eppley black and white pyranometer mounted parallel to the plane of the collector ensuring that the radiation measured is that incident on the inclined surface of the collector. This instrument is attached to the micrologger.

The total volume of wood consumed during the season was computed and distributed according to the Degree-day needs (which are directly proportional to the heating needs) for each month.

Underground temperature was obtained from local sources.

RESULTS

Based on all the data obtained the solar house energy performance can be evaluated with specifications about the contribution of each heating system to this performance. The results of this evaluation are as follows.

Energy Supply to the Systems. Energy supply to the systems, Table 4, is defined as the energy that was available to each system, in the form of radiation, gas or wood.

Table 4. Energy Supply to the Systems

Month	Radiation(MJ)	Gas(MJ)	Wood(MJ)
December '82	4700.93	10480	339.42
January '83	6097.15	13770.5	411.89
February '83	6824.86	9465.8	326.66
March '83	7206.91	8951.7	273.06
April '83	9290.25	7361.7	204.16
May '83	11225.76	1855.8	78.6

Effective Energy Supply. It is defined as the amount of energy that is administered to the house by each system. It will depend on the energy that is available (supply to each system), as well as its efficiency. Results are tabulated in Table 5.

Table 5. Effective Energy Supply from Natural Gas

Month	Solar(MJ)	Gas(MJ)	Wood (MJ)
December '82	1777.91	6288.0	135.77
January '83	2125.95	8262.3	164.76
February '83	1733.41	5679.5	130.66
March '83	2098.94	5371.0	109.22
April '83	2900.26	4417.0	81.66
May '83	2914.17	1113.5	31.44

Heating Load. The heating load can be evaluated from the total effective energy supplied by all the systems.

Heating Load = Effective Supply (auxiliary+Solar) + Effecctive Supply (Solar) + Fireplace Effective Supply + Other Sources

In "other sources" values normally assumed while designing are included [7] for: human occupancy, kitchen load, parasitic electric energy for solar system.

The resulting heating load after calculations is given in Table 6.

Table 6. Total Heating Load

Month	(MJ)
December '82	8317.2
January '83	10676.3
February '83	7614.88
March '83	7717.81
April '83	7569.41
May '83	4252.0

Some Solar System Parameters. Probably the most interesting parameter for the evaluation of a solar system is the solar fraction (F) it is, the percentage of the load which is provided by the solar system. Whem coupled with an economic analysis, the solar fraction is the best indicator of a good design, since it is directly related with the fuel savings due to the solar supply.

Two other parameters can be evaluated in order to have a global picture of the solar system they are: The "seasonal collector performance" (S.C.P) an the collector "coefficient of performance" (C.O.P).

The S.C.P is the ratio of useful gain to radiation incident on the solar collector; it can be interpreted as a gross collector efficiency.

The coefficient of performance (C.O.P) is defined as the ratio of "effective solar supply" to parasitic energy consumed by the system.

The results of evaluating the solar fraction (F), the S.C.P and the C.O.P, for each month are shown in table 7.

Table 7. Solar System Parameters

Month	F(%)	C.O.P	S.C.P.(%)
Dec. 82	21.37	15.43	38.82
Jan. 83	19.91	17.37	35.78
Feb. 83	22.76	24.08	26.18
Mar. 83	27.19	15.34	29.94
Apr. 83	38.32	17.51	31.87
May. 83	68.54	15.27	26.55

COMPARISON WITH PREDICTIVE METHODS

During the design of a solar system, predictions about its thermal performance are needed in order to size economically the components. Several methods are used in such predictions, the F-Chart [6] method being probably the most common practice and the Universal curve method being probably the most simple to use. Both methods were used to evaluate the solar fraction.

In order to establish comparison with the experimental results, instead of statistical average meterological data, the values actually measured for radiation and monthly average ambient temperature are used. The results are shown in table 8.

Table 8. Comparison of solar fraction (%)

Month.	Experimental	F-chart	U-curve
Dec.	21.37	7.6	17.0
Jan.	19.91	13.04	17.3
Feb.	22.76	26.9	22.6
Mar.	27.19	27.9	28.0
Apr.	38.32	43.7	35.5
May.	68.54	79.6	67.7

The Universal curve method fits almost perfectly with the measurements, while the F-Chart prediction tends to underestimate the system during the cold months and to overestimate its performance during the warmer months.

For the whole period of six months, the solar fractions are:

a) Experimental results - 33.0%

b) Predictions from
F-Chart Method - 33.12%
Universal curve method- 30.85%

CONCLUSIONS.

The thermal performance of a solar house in Iowa City was monitored during a period of six months. During this period, the solar system provided 33% of the total heating load of the house, which represents a savings of 20,688 ft^3 of natural gas.

In agreement with similar works, [9], [14], [15] it was found that the F-Chart method is not a good indicator of the solar system's monthly fractions. Although the predicted solar fraction becomes more accurate for long-term predictions.

The Universal curve method seems to be a very good indicator of the solar fraction for both, monthly and longterm predictions.

The season studied was very atypical. The levels of radiation were (with the exception of April and May) below those normally expected for Iowa City, while the ambient temperatures were higher than expected. When radiation and ambient temperature for a "typical" year are used, the solar fraction for the whcle period can be expected, according to the universal curve method, to be 46% .

Some values of S.C.P found in the (scarce) literature are :

House	S.C.P.(%)
-Denver Solar house (winter 1959 to 1960) (air system) [16]	-- 24.7
-C.S.U. house II (Nov. 1976 to Apr. 1977) (air system) [16]	-- 28.0
-MIT House IV (Oct. 1960 to Apr. 1961) (Liquid system) [16]	-- 27.0
-CSU house I (Feb. 1976 to May 12, 1976) (Liquid System, flat plate collector) [16]	-- 16.25
-CSU house I (Jan. to Apr. 18, 1977) (Liquid System, evacuated tube collectors) [16]	-- 35.25
-Iowa City house (Feb. to April 1982) (same system studied here with a different pump in the collector loop) [9]	-- 33.9

During this season (Dec. 1982 to May 1983), the system studied gave a seasonal collector performance of 31.5 %, which is in the uppermost range of the values reported (as is the value reported by Yoo [9] for 1982). These high values tend to indicate a very good design of this collector in particular, and of the collector loop in general.

As was mentioned before, the coefficient of performance (C.O.P.) is the ratio of effective solar supply to electric parasitic energy consumption. This ratio depends heavily on the collector type, and on the different components of the system. In very well designed systems, electricity consumption can be as low as 5% (C.O.P. = 1/0.05 = 20) of solar heat delivery, however 10% to 15% (C.O.P. between 10 and 7) is commonly found [7].

For the same house whose thermal performance is being evaluated in this work, Yoo [9] (using different pumps in the collector loop, but essentially the same flow rate - 0.660 Kg/sec them, 0.599 Kg/sec now-) reported a C.O.P. of 15.8% for the season Feb. to Apr. 1982.

For this season, December 1982 to May 1983 the coefficient to performance is found to be 17.5. Again, the value of this parameter ranks in the uppermost range of values reported, indicating a very good design of the whole system.

REFERENCES

[1] Hayes, D. and J. Kadyszewski, "Third World Options and the Role of the Solar Energy Research Institute," Natural Resources Forum, N.Y., United Nations, 1981 pp. 141-156

[2] Sanchez, A., "Solar Energy and its Importance for an Oil-Producing Country. The Case of Venezuela." Energy '83 Hamburg, Germany 1983.

[3] Slesser, M., "Can Solar Energy Replace Fossil-Fissible Energy Sources?" Solar energy. Vol.25 London, 1980.

[4] Parker, J.D., and J.A. Tipton, "Economic Considerations of Solar Energy," Proceeding of the 1978 symposium on solar energy in Cairo, N.Y., Pergamon Press, 1980 pp. 2021-2042.

[5] Boer, K.W., "Payback of Solar Systems." Sharing the Sun: Solar Technology in the Seventies International Solar Energy Society, Cape Canaveral, U.S.A., 1976 Vol 9 pp. 1-17

[6] Beckman, W.A., S.A. Klein, J.A.Duffie, "Solar-Heating Design by the F-Chart Method, "Wiley-Interscience, 1977.

[7] Colorado S.U., "Solar Heating and Cooling of Residential Buildings; Design of Systems," U.S. Department of Commerce, 1980.

[8] Spencer, D.L., T.F. Smith, and H.R.Flindt, "The Design and Performance of a Distributed Flow Water Cooled Solar Collector, "Proceedings of the 2nd Annual University of Missouri Energy Conference, Rolla, Mo, 1975.

[9] Yoo, J. "Seasonal Performance of a Solar Heating System; Comparation of Experimental Measurement and Predictive Methods," M.S. Thesis, Mechanical Engineering Program, The University of Iowa, May 1982.

[10] Spencer, D.L., T.F.Smith, and D.E.Laughlin, "Thermal, Fluid Flow and Mechanical Performance Characteristics of a Subatmospheric Pressure, Distributed Flow Flat Plate Collector," Solar Collectors, Proceedings of the Joint Conference, American Section, International Solar Energy Society, and the Solar Energy Society of Canada, Vol. 2, pp. 146-159, Winnipeg, 1976.

[11] Jensen, P.A., "Thermal Performance of a Distributed Flow, subatmospheric Pressure, Flat Plate Solar Collector," M.S. Thesis, Mechanical Engineering Program, The University of Iowa, May 1979.

[12] Spencer, D.L., "Liquid Flow Radiant Panels for Use in Solar Heating and Cooling of Buildings, "Proceedings of the Conference on the Physics of Solar Energy, Arab Development Institute, Tripoli, Libyia, 1977.

[13] Sanchez, A. "Solar performance of a Solar assisted house in Iowa City", M.S. thesis, Mechanical Engineering Program, the University of Iowa, Dec. 1983.

[14] Chaffin, D.J. and F.C.Wessling, Jr., "Comparison of F-Chart Predictions With Experimental Results," Progress in Solar Energy, American Section of the International Solar Energy Society, U.S.A., 1982.

[15] Kelly, C.J., Jr., "Comparison of Field Measured Performance of Four Systems with F-Chart 4.0 Predictions," Progress in Solar Energy, American Section of the International Solar Energy Society, U.S.A., 1982.

[16] Duffie, J.A. and W.A. Beckman, "Solar Energy of Thermal Processes," John Wiley and Sons, 1980.

OPERAÇÃO ANUAL DE UM SISTEMA GERADOR DE VAPOR SOLAR

OSCAR SAUL HERNANDEZ MENDOZA
MILTON BIAGE
DEM/UF UBERLÂNDIA

SUMÁRIO

A partir de um modelo dinâmico desenvolvido pelo autor de um sistema indireto de geração de vapor por energia solar, foi simulada a operação anual do sistema para uma região do Brasil. Utilizando médias mensais diárias foram obtidos os ângulos de inclinação e os fluxos de massa no campo coletor, para diversas concentrações, que proporcionam máxima captação de energia solar.

1. INTRODUÇAU

Trabalhos anteriormente publicados pelo autor [1], [2] [3] sobre a operação transiente de sistemas solares indiretos de geração de vapor similares ao mostrado na figura (1), tinham como objetivo mostrar a validade do modelo transiente utilizado, a obtenção do fluxo de massa através do campo de coletores, que proporcionasse a máxima geração de vapor e a relação entre tamanho do campo coletor e capacidade do armazenador para condições ótimas de operação. Nestes trabalhos ficou evidente que quando é fixada a concentração, inclinação do campo coletor e dia do ano, o fluxo de massa através de cada módulo coletor que proporciona máxima geração de vapor e independente do tamanho do campo coletor e da capacidade do armazenador, é um fluxo típico para cada sistema que depende do coletor usado e da temperatura do vapor gerado.

Este trabalho pretende generalizar os resultados obtidos nos trabalhos anteriormente citados, simulando a operação do sistema, ao longo do ano, para uma região escolhida arbitrariamente (Uberaba, (MG), Latitude 19°46' Sul) mudando a inclinação do campo coletor, concentração e fluxo de massa através do campo coletor de forma a obter mes a mes os parâmetros que nos proporcionam máxima captação de energia solar.

2. DADOS UTILIZADOS

Para fazer as simulações mais reais, foi escolhida a localidade de Uberaba (MG), latitude 19°46' Sul, por possuir a estação meteorológica mais cercana à cidade de Uberlândia, residência dos autores, foram utilizados dados de radiação solar incidentes nessa região, obtidos do trabalho realizado por Villa Nova e Salati no projeto FINEP/USP - IF/437, e mostrados na tabela (1).

Tabela 1 - Dados de Radiação Solar (cal/cm^2-dia)

ESTADO: MINAS GERAIS
ESTAÇÃO: UBERABA, LATITUDE: 19°46'S, LONGITUDE: 47°56 W, ALTITUDE: 742 m
PERÍODO: 1970-1972

RADIAÇÃO DIÁRIA	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
EXTRATERRESTRE	978	932	839	722	616	568	598	686	803	898	961	984
MÁXIMA AO NÍVEL DO SOLO	813	776	707	591	489	434	454	533	646	738	798	818
MÉDIA AO NÍVEL DO SOLO	420	335	394	332	271	250	245	329	329	386	442	295
RAZÃO DE INSOLAÇÃO	0.55	0.46	0.61	0.73	0.77	0.82	0.77	0.83	0.64	0.58	0.53	0.45

O sistema solar utilizou como fluido de trabalho silicone Q2 - 1132, 10 módulos coletores em série de 1.872 m^2 de área absorvedora cada, e armazenador com capacidade de 3,5 m^3; os demais dados referentes ao sistema são mostrados na figura (1).

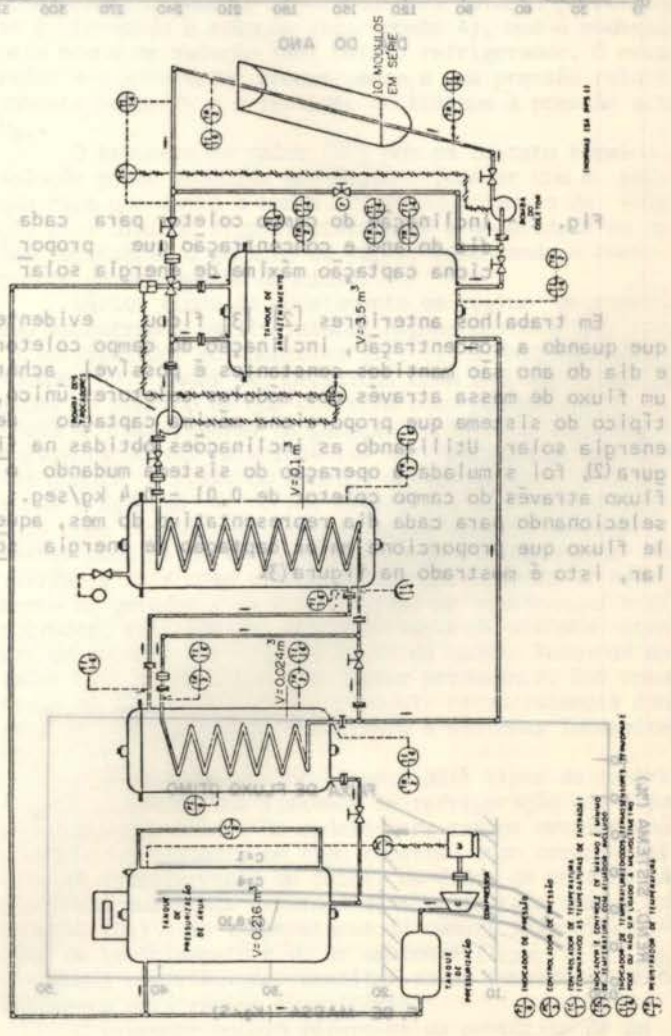


Fig.1 - Sistema de geração de vapor solar indireto, componentes, controles e instrumentos de registro

3. SIMULAÇÕES REALIZADAS

Para obter a inclinação ótima do campo coletor , foi fixado um fluxo de massa de 0,02 $\frac{kg}{seg}$ através de cada módulo coletor, foi utilizado o dia 15 de cada mes como indicativo do mes, e distribuição senoidal da radiação solar ao longo do dia.

A operação diária do sistema foi simulada minuto a minuto, com a concentração fixa, mudando a inclinação, do campo coletor entre 0° e 90° face para o Norte, foram escolhidos para cada mes, e concentração aos ângulos que proporcionam máxima captação de energia, entendendo por energia captada a energia contida no pre aquecedor, evaporador, tanque de armazenamento e massa de vapor gerado, os resultados obtidos são mostrados na figura (2).

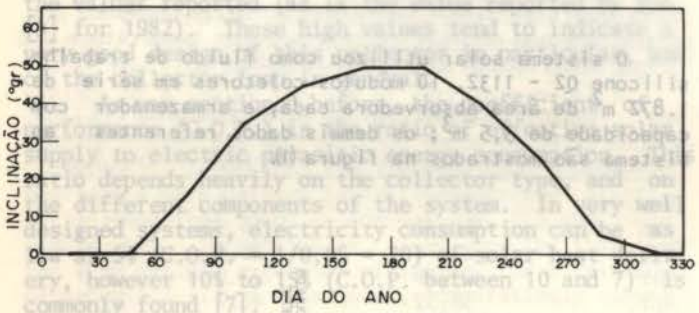


Fig. 2 - Inclinação do campo coletor para cada dia do ano e concentração que proporciona captação máxima de energia solar

Em trabalhos anteriores [2] [3] ficou evidente que quando a concentração, inclinação do campo coletor e dia do ano são mantidos constantes é possível achar um fluxo de massa através dos módulos coletores único, típico do sistema que proporciona máxima captação de energia solar. Utilizando as inclinações obtidas na figura (2), foi simulada a operação do sistema mudando o fluxo através do campo coletor de 0,01 - 0,4 kg/seg., selecionando para cada dia representativo do mes, aquele fluxo que proporciona maior captação de energia solar, isto é mostrado na figura (3).

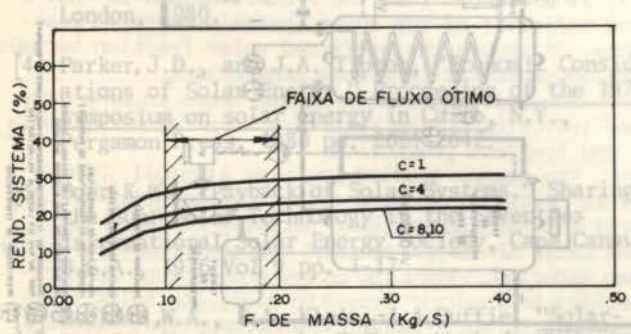


Fig. 3 - Rendimentos do sistema em função da concentração e do fluxo de massa

Utilizando os dados obtidos nas simulações anteriores mostrados nas figuras (2) e (3), foi construída a figura (4) que indica a mudança do rendimento térmico global do sistema, que proporciona captação máxima de energia solar, em função do dia do ano e concentração.

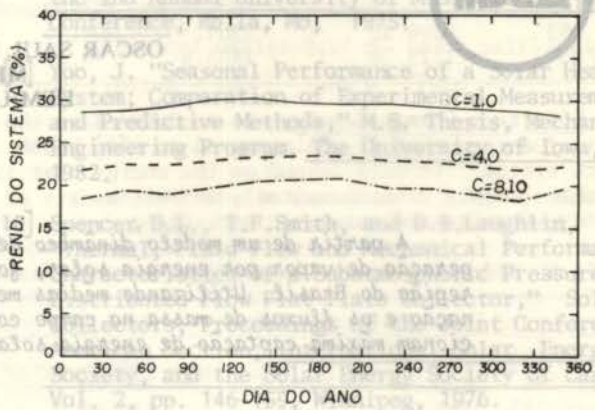


Fig. 4 - Rendimento do sistema ao longo do ano em função da concentração

4. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

4.1 - Podemos observar da figura (2) que a inclinação que proporciona captação máxima de energia solar é independente da concentração e depende do dia do ano , (neste trabalho foram utilizados médias mensais diárias de radiação global).

É observada uma discrepância com respeito a trabalhos realizados em que é recomendada a inclinação ótima dos coletores levando em conta, somente o ângulo de aceitação, Grimmer e Herr [4] recomendam inclinações dos coletores CPC diferentes dos obtidos neste trabalho como pode ser observado na tabela (2).

Tabela (2): Comparação dos resultados obtidos neste trabalho e os resultados de Grimmer e Herr [4]

Autores	Concentração	Mudanças de inclinação anuais
Grimmer e Herr 4	2	nenhuma
	4	2 vezes
	10	8 vezes
Hernandez e Biage	2	8 vezes
	4	8 vezes
	10	8 vezes

É observado da figura (2) que ângulos oscilan entre 0° e 55°; isto representa uma novidade porque, normalmente a inclinação do campo coletor é recomendada como função de latitude e neste caso é observada uma independência deste dado. Devido a alta porcentagem de CPU utilizado nas simulações deste modelo, será analisado, em trabalhos posteriores, a relação entre concentração Latitude - Inclinação.

4.2 - A figura (3) mostra que o fluxo de massa que proporciona rendimento máximo do sistema pode ser escolhido numa faixa entre 0,10 - 0,20 kg/seg, é independente da concentração e do dia do ano (cada linha de concentração constante é representativa do comportamento do sistema para todos os dias do ano).

4.3 - A figura (4) nos proporciona um dado muito importante porque nos mostra que a medida que aumentamos a concentração o rendimento do sistema tende a um mínimo independente da concentração, o qual utilizando inclinações ótimas, se mantém constante ao longo do ano, isto é uma boa base para estimativas do custo da ener

gia obtida com sistemas indiretos de geração de vapor usando coletores CPC com concentrações superiores a 8.

4.4 - Este e outros trabalhos anteriormente publicados pelo autor [1] , [2] , tem por finalidade mostrar que o uso de sistemas solares geradores de vapor requer análises transiente de sua operação e obtenção dos parâmetros ótimos de operação típicos para cada sistema, sob pena de trabalhar com baixos rendimentos que podem inutilizar economicamente o uso de energia solar na geração de vapor com temperaturas inferiores a 200°C.

5. BIBLIOGRAFIA

[1] - Hernandez Mendoza, Oscar Saul. Características dinâmicas de um sistema de aquecimento de água e geraçao de vapor utilizando energia solar. Tese de Doutorado, Publicação 082/82, DEM/FEC/UNICAMP, 1983.

[2] - Hernandez Mendoza, Oscar Saul. Características dinâmicas de um sistema gerador de vapor solar. VII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Uberlândia (MG), Volume A-31, pág.327-340, Dezembro, 1983.

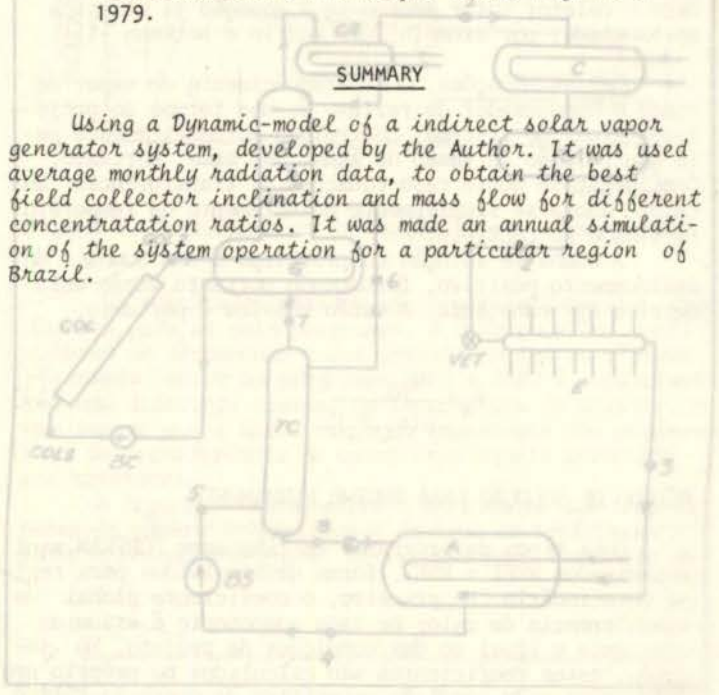
[3] - Hernandez Mendoza, Oscar Saul. Otimização e Relações dos parâmetros de operaçao de um Sistema gerador de vapor solar. III Congresso Brasileiro de energia, Rio de Janeiro(RJ), Volume 2/5, pág. 483-493, Outubro, 1984.

[4] - D.P. Grimmer, K.C. Herr, Solar Process Heat from concentrating flat plate collectors, Informal Report LA-6597-MS, Los Alamos Scientific Lab, Pág. 29-32, Dez, 1976.

[5] - F.A. França. Desenvolvimento de Coletores de Winston de Baixa Concentraçao , Tese Mestrado, DEM/FEC/UNICAMP, Publicaçao 19/79, Pág.4-5 , 1979.

SUMMARY

Using a Dynamic-model of a indirect solar vapor generator system, developed by the Author. It was used average monthly radiation data, to obtain the best field collector inclination and mass flow for different concentratation ratios. It was made an annual simulation of the system operation for a particular region of Brazil.



VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

MODELAMENTO ESTÁTICO E DINÂMICO DE SISTEMA DE REFRIGERAÇÃO POR ABSORÇÃO MOVIDO A ENERGIA SOLAR

JOSÉ RICARDO FIGUEIREDO
UNICAMP — FEC — DEM, SP

SUMÁRIO

São apresentados modelamentos termodinâmicos e de transferência de calor, para regimes permanente e transitório , de um sistema de refrigeração por absorção de água - amônia com ciclo contínuo movido a energia solar. Tanto os modelamentos para regime permanente quanto para regime transitório, após a discretização dos termos de inércia, apresentam-se como um conjunto de equações algébricas não lineares resolvidos pelo método de Newton-Raphson.

INTRODUÇÃO

O presente artigo descreve uma análise termodinâmica e de transferência de calor de sistema de refrigeração por absorção de água-amônia com ciclo contínuo movido a energia solar a partir da qual são construídos modelos para operação deste sistema em regime permanente e transitório. O sistema em estudo é esboçado na Fig. 1, onde os pontos numerados indicam secções terminais nos volumes de controle adotados no modelamento. A operação do sistema é descrita a seguir.

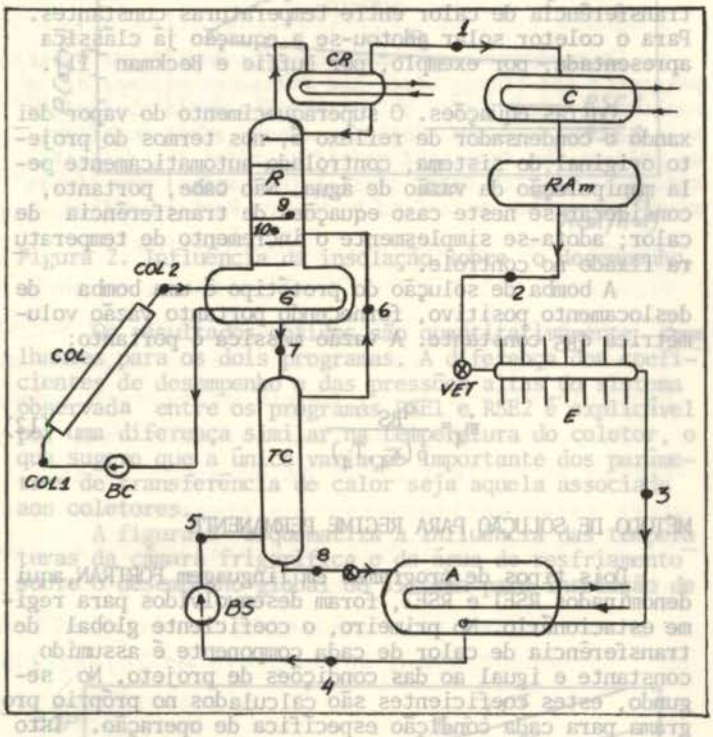


Figura 1. Esquema básico do Sistema.

O fluido térmico circula entre o coletor solar (COL) e o gerador (G) movido pela bomba de circulação (BC), aquecendo a solução presente no gerador. Pelo aquecimento a solução inicialmente rica em amônia (ponto 6 na Fig. 1) libera vapor de amônia com alguma porcentagem de água (ponto 10), deixando G como solução pobre (ponto 7). O vapor de amônia é purificado ao atravessar o refrigerador (R) e o condensador de refluxo (CR), deixando este último como vapor de amônia de pureza comparável às amônias comerciais (ponto 1). Este vapor se liquefaz no condensador (C), escorrendo para o reservatório de amônia líquida (RAm) e daí, através da válvula de expansão termostática (VET), para o evaporador (E), de onde se obtém o efeito frigorífico.

O vapor formado em E (ponto 3) dirige-se para o absorvedor (A) onde é absorvido pela solução pobre (ponto 8) formando a solução rica (ponto 4), que é bombeada pela bomba de solução (BS) para o refrigerador. O evaporador e o absorvedor encontram-se a uma pressão relativamente baixa P_b e o restante do sistema à pressão alta P_a.

O trocador de calor (TC) põe em contato térmico a solução pobre aquecida que deixa o gerador com a solução rica que deixa a bomba. O pré-aquecimento da solução rica diminui significativamente a quantidade de calor necessária à geração de vapor, aumentando o coeficiente de desempenho do ciclo.

Vários tipos de modelamento em regime permanente são encontrados na literatura. Alguns destes, tais como os apresentados por González [1], [2] e Satcunanathan e Kochhar [3], poder ser definidos como modelos termodinâmicos no sentido de que utilizam como parâmetros de entrada as temperaturas de geração, absorção, condensação e evaporação sem relacioná-las às temperaturas das fontes quente e fria. Os modelos desenvolvidos por Allen, Morse e Egrican [4] e por Miller [5] são classificáveis como termodinâmicos e de transferência de calor. Nestes modelos os valores de entrada constituem-se em variáveis tais como a temperatura dos fluidos de aquecimento do gerador e de resfriamento do condensador e absorvedor, relacionados com o restante do sistema através de equações de transferência de calor. Todos os modelos citados referem-se a regime permanente. Foi encontrado na literatura um único modelo essencialmente dinâmico [6] que se refere entretanto a sistemas intermitentes.

O presente trabalho oferece dois tipos de contribuição ao estudo dos sistemas de refrigeração por absorção a energia solar. No modelo para regime revolucionário, que se enquadra no tipo referido como termodinâmico e de transferência de calor, os dados de entrada são variáveis puramente externos ao sistema tais como a insolação ($\dot{Q}_S$) e as temperaturas da câmara frigorífica, da água de resfriamento e do ar ambiente (T_{cam}, T_a e T_{amb}). A segunda contribuição constitui-se na construção do modelamento para regime transitório.

O presente modelo refere-se ao protótipo de um sistema projetado para refrigerar uma câmara frigorífica semi-subterrânea a temperaturas de 10°C demandando em condições normais 2,67 kW, operando por coletores solares modelo CPC com fator de concentração 3. Detalhes

do projeto são encontráveis na referência [7].

EQUAÇÕES PARA REGIME PERMANENTE

Equações de conservação. Para cada volume de controle são aplicáveis equações de conservação da massa total, da massa de amônia e da energia na forma

$$\sum_{i=e} \dot{m}_i = \sum_{i=s} \dot{m}_i \quad (1)$$

$$\sum_{i=e} \dot{m}_i x_i = \sum_{i=s} \dot{m}_i x_i \quad (2)$$

$$\sum_{i=e} \dot{m}_i h_i + \dot{Q}_{vc} = \sum_{i=s} \dot{m}_i h_i \quad (3)$$

onde $\dot{m}_i$, x_i e h_i representam respectivamente as vazões mássicas, as concentrações de amônia, as entalpias específicas para cada terminal de entrada (i=e) e saída (i=s). $\dot{Q}_{vc}$ é o calor transferido para o volume de controle. A equação da energia (3) despreza as energias cinética e potencial dos fluidos e perdas de calor para o ambiente.

Equações de estado. As relações entre variáveis de estado para a mistura água-amônia, convencionalmente apresentadas no diagrama de Merkel-Bosnjakovic [8], são introduzidas através de equações polinomiais aproximativas propostas por Jain e Gable [9] que expressam relações de equilíbrio do tipo:

$$T = T(x_L, p) \quad (4)$$

$$h_L = h_L(x_L, T) \quad (5)$$

$$x_V = x_V(x_L, p) \quad (6)$$

$$h_V = h_V(x_V, p) \quad (7)$$

Os pontos 2, 7 e 9 da Fig. 1 apresentam líquidos saturados, para os quais são aplicáveis as equações (4) e (5). Os pontos 5 e 8 representam líquidos subresfriados, coja entalpia é aproximada pela de um líquido saturado à mesma temperatura e concentração, sendo portanto a equação (5) aplicável a estes casos.

A solução rica deixando o trocador de calor (ponto 6) pode apresentar líquido sub-resfriado ou saturado, quando então a equação (5) seria aplicável. Pode também ter sofrido um início de vaporização, gerando uma mistura bifásica, caso em que as equações (4) e (5) seriam aplicáveis à fase líquida e as equações (6) e (7) à fase gasosa.

Nos pontos 3 e 10 pode-se assumir a existência de vapor saturado, e aplicar a estes pontos as equações (6) e (7). O ponto 1 apresenta vapor superaquecido, e sua entalpia é dada por

$$h_1 = h_V(x_1, T_2) + Cp_{NH_3}(T_1 - T_2) \quad (8)$$

Os processos de transferência de massa que ocorrem no retificador e no absorvedor não são ideais. O modelamento destes processos foi feito a partir de procedimentos práticos descritos por Plank [8]. No caso do retificador e condensador de refluxo, assume-se que o vapor no ponto 1 é amônia pura (x_1=1), e que o vapor deixando o gerador esteja em equilíbrio com a solução rica, isto é:

$$x_{10} = x_V(x_6, p) \quad (9)$$

O líquido de refluxo (ponto 9) escorrerá para o retificador com vazão superior à vazão de refluxo de um processo ideal, que seria dada por

$$\dot{m}_{9_{ideal}} = \dot{m}_1 \frac{x_1 - x_{10}}{x_{10} - x_0} \quad (10)$$

numa razão definida pela eficiência de retificação η_e:

$$\dot{m}_9 = \frac{\dot{m}_{9_{ideal}}}{\eta_e} \quad (11)$$

A não idealidade do processo de absorção em A é simulada através do conceito de pressão de sucção (Δp_{suc}), assumindo que o líquido esteja saturado a uma pressão inferior à pressão efetiva do absorvedor, isto é, a ($p_b - \Delta p_{suc}$), aí então aplicando-se as equações de equilíbrio (4) e (5).

Equações de transferência de calor. Tanto no trocador de calor quanto no gerador ocorre transferência de calor entre fluidos a temperaturas variáveis, e a quantidade de calor transferido relaciona-se com as quatro temperaturas terminais de cada componente através da diferença média logaritmica de temperatura (DMLT). No caso do condensador e do absorvedor, o uso da DMLT imporia a consideração como incógnitas das temperaturas de saída da água de refrigeração destes componentes, o que é evitado pelo método da efetividade (veja, por exemplo, Kreith [10]). Para o evaporador adotou-se o procedimento mais simples de considerar a transferência de calor entre temperaturas constantes. Para o coletor solar adotou-se a equação já clássica apresentada, por exemplo, por Duffie e Beckman [11].

Outras equações. O superaquecimento do vapor deixando o condensador de refluxo é, nos termos do projeto original do sistema, controlado automaticamente pela manipulação da vazão de água. Não cabe, portanto, considerar-se neste caso equações de transferência de calor; adota-se simplesmente o incremento de temperatura fixado no controle.

A bomba de solução do protótipo é uma bomba de deslocamento positivo, fornecendo portanto vazão volumétrica q_{BS} constante. A vazão mássica é portanto:

$$\dot{m}_4 = \frac{q_{BS}}{\rho(x_4, T_4)} \quad (12)$$

MÉTODO DE SOLUÇÃO PARA REGIME PERMANENTE

Dois tipos de programas em linguagem FORTRAN, aqui denominados RSE1 e RSE2, foram desenvolvidos para regime estacionário. No primeiro, o coeficiente global de transferência de calor de cada componente é assumido constante e igual ao das condições de projeto. No segundo, estes coeficientes são calculados no próprio programa para cada condição específica de operação. Isto inclui o coletor solar, onde a equação citada de Duffie e Beckman é substituída por um programa desenvolvido por França [12] para análise dos coletores CPC.

Em ambos os casos, o conjunto de equações algébricas não lineares, sinteticamente representado na forma

$$f_i(v_i, \ldots v_j, \ldots v_n) = 0 \quad (13)$$

é resolvido pelo método de Newton-Raphson com base num

programa geral apresentado por Stoecker [13], onde o cálculo dos derivados parciais $\partial f_i/\partial v_j$ que constituem a matriz jacobiana é aproximado e a solução da equação matricial é feita a cada iteração pelo método de Gauss -Siedel.

Importante redução da ordem da matriz jacobiana pode ser obtida por um procedimento que consiste em arbitrar um subconjunto das variáveis do sistema de modo que as demais possam ser obtidas direta ou indiretamente daquelas através de determinadas equações do modelo, que desta forma estarão automaticamente satisfeitas. O número de equações restantes coincide com o número de variáveis arbitradas originalmente e define a ordem da matriz.

RESULTADOS PARA REGIME PERMANENTE

A figura 2 expressa a dependência de algumas variáveis significativas do sistema em função da energia solar incidente segundo os dois modelamentos. Tais variáveis são as pressões alta e baixa, a temperatura máxima do coletor e o coeficiente global de desempenho (COP) do sistema, entendido como a razão entre a capacidade frigorífica e a energia solar incidente. Assumiu-se nestes casos: T_{cam}=10°C e T_a=25°C.

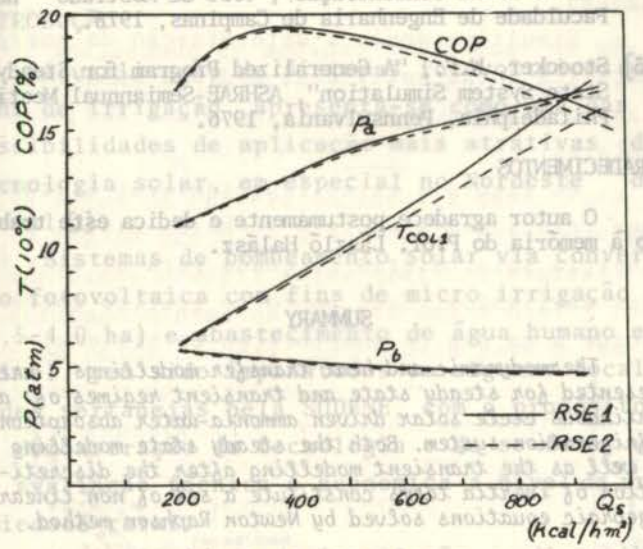


Figura 2. Influência da insolação sobre o desempenho.

Os resultados obtidos são quantitativamente semelhantes para os dois programas. A diferença dos coeficientes de desempenho e das pressões altas do sistema observada entre os programas RSE1 e RSE2 é explicável por uma diferença similar na temperatura do coletor, o que sugere que a única variação importante dos parâmetros de transferência de calor seja aquela associada aos coletores.

A figura 3 esquematiza a influência das temperaturas da câmara frigorífica e da água de resfriamento sobre o desempenho global do sistema para insolação de 500 kcal/h m², segundo RSE1. Os resultados são qualitativamente coincidentes com o que seria esperável a partir de uma análise termodinâmica simples.

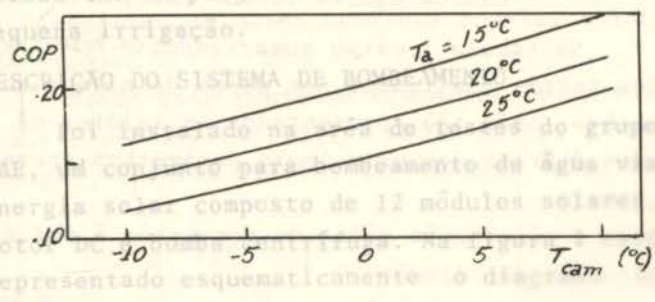


Figura 3. Influência das temperaturas da câmara e da água de refrigeração no desempenho.

MODELAMENTO PARA REGIME TRANSIENTE

Os efeitos transientes levados em conta são: acumulação de massa total, massa de amônia e energia dos fluidos contidos nos diversos componentes e atrasos de linha ao longo do sistema.

As equações de conservação são escritas na forma:

$$\sum_{i=e} \dot{m}_i = \sum_{i=s} \dot{m}_i + \frac{d}{dt} M_{VC} \qquad (14)$$

$$\sum_{i=e} \dot{m}_i x_i = \sum_{i=s} \dot{m}_i x_i + \frac{d}{dt} (M.x)_{VC} \qquad (15)$$

$$\sum_{i=e} \dot{m}_i h_i + \dot{Q}_{VC} = \sum_{i=s} \dot{m}_i h_i + \frac{d}{dt} (M.u)_{VC} \qquad (16)$$

Os termos de acumulação são discretizados segundo

$$\frac{d}{dt} M_{VC} = \frac{M_{VC_{t+1}} - M_{VC_t}}{\Delta t} \qquad (17)$$

e analogamente para massa de amônia e energia.

Os termos de acumulação de massa total são relevantes para o gerador e o reservatório de amônia, componentes em que o nível de líquido pode variar. Os termos de acumulação de massa de amônia e energia são consideráveis nestes componentes assim como no absorvedor e no trocador de calor.

Os dois lados do trocador de calor foram identificados, para o sistema projetado, como os locais que apresentavam atraso de linhas importantes (da ordem de 20 minutos). A equação de conservacão da massa de amônia nos dois lados do trocador é substituída por equações tipo:

$$x_6(t) = x_t(t-\tau) \qquad (18)$$

onde τ representa o atraso de linha da solução rica do trocador, e analogamente para a solução pobre.

Pela discretização dos termos de acumulação (17) recae-se, para cada intervalo de tempo, num conjunto de equações algébricas não lineares resolvido pelo método anteriormente descrito, assim transformado num método implícito de solução das equações diferenciais.

RESULTADOS PARA REGIME TRANSIENTE

A figura 4 apresenta em forma adimensionalizada as variações temporais de algumas características significativas do sistema ($\dot{m}_1$, $\dot{m}_2$, T_{COL2}) para o seguinte caso: assume-se que o sistema esta operando em regime permanente com insolação de 500 kcal/h m² até que, no momento t=0, a insolação sofra uma variação em pulso de 500 para 600 kcal/h m².

O aumento da insolação, refletido em T_{COL1}, gera um aumento da taxa de vaporização dentro do gerador e, daí, da vazão de vapor de amônia $\dot{m}_1$. Esta taxa chega a ser bastante superior à que será quando o sistema atingir regime estacionário, decaindo depois gradualmente, o que é explicado a seguir: em condições de regime permanente, a solução presente no gerador é tão mais pobre quanto maior for a temperatura da fonte quente. O processo de geração de vapor ocorre assim, de início, a partir de uma solução relativamente muito rica aquecida a alta temperatura. A diminuição posterior da vazão de amônia líquida é devida ao gradual empobrecimento da solução presente no gerador. A vazão de amônia para o evaporador ($\dot{m}_2$) e portanto o efeito frigorífico, respondem mais lentamente às mudanças, e seu comportamento é pró-

ximo, para o caso considerado, ao de um sistema dinâmico linear com atraso de linha de 20 minutos e constante de tempo 70 minutos.

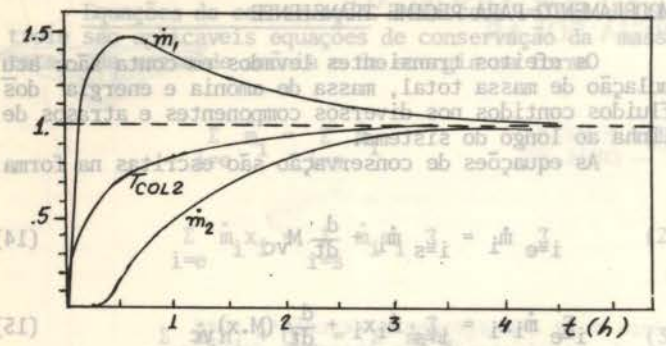


Figura 4. Resposta do sistema a variação em pulso da insolação.

CONCLUSÕES

A construção do protótipo a que se refere o modelo foi iniciada dentro do Convênio de Energia Solar CODETEC-FINEP-IF/581-FINEP-UNICAMP, e interrompida com o fim deste convênio, embora em fase adiantada. Inexistindo resultados experimentais a validar os modelos aqui apresentados, sua confiabilidade repousa na convergência dos programas para soluções contínuas, termodinamicamente possíveis nos termos da Segunda Lei e cujos valores numéricos são comparáveis ao de sistemas similares apresentados na literatura.

Há vários pontos onde o presente modelo poderia ser aprimorado, por exemplo a nível dos processos de transferência de massa no retificador e absorvedor. Entretanto, tais aprimoramentos se justificariam se requeridos por uma eventual insuficiência do presente modelo em reproduzir a operação real do sistema. Portanto, a finalização do protótipo é fundamental. Existe crescente interesse no Departamento de Engenharia Mecânica e na Faculdade de Engenharia de Alimentos da UNICAMP em retomar a construção do protótipo no que se refere ao sistema de refrigeração, independentemente da fonte térmica, já que o sistema se presta ao uso de um vasto leque de insumos energéticos tais como biomassa ou calores residuais de processos industriais, além de energia solar.

REFERÊNCIAS

[1] Gonzalez, M.L., "Cálculo dos Ciclos Teóricos de Instalações de Refrigeração por Absorção de Água e Brometo de Lítio", publicação da UFSC., 1975.

[2] Gonzalez, M.L., "Desempenho Teórico de Instalações de Refrigeração por Absorção de Água e Brometo de Lítio Acoplados a Coletores Solares", publicação da UFSC, 1975.

[3] Satcunanathan, S. e Kochhar, G.S., "Optimum Operating Conditions of Ammonia - Water Absorption Refrigeration Systems for Flat Plate Solar Collector Temperatures", International Solar Energy Congress and Exposition, 1975, Los Angeles, California, USA.

[4] Allen, R.W., Morse, F.H. e Egrican, A.N., "A Thermodynamic and Heat Transfer Analysis of Solar Absorption Air Conditioning Cycles", International Solar Energy Society Congress, 1975, Los Angeles, California, USA.

[5] Miller, D., "Performance of Water Cooled Lithium Bromide Absorption Units for Solar Energy Applications" - AIAA/AAS Solar Energy for Earth Conference, Los Angeles, 1975.

[6] Lütke, A., "Estudo e Simulação de ciclo de absorção intermitente com regeneração solar", Tese de Mestrado na Faculdade de Engenharia de Campinas, 1977.

[7] Figueiredo, J.R. "Projeto e Modelamento Teórico de um Sistema de Refrigeração por Absorção Movido a Energia Solar", Tese de Mestrado na Faculdade de Engenharia de Campinas, 1980.

[8] Plank, R., Handbuck der Kältetecknik, Vol. 7, Springer-Verlag, Berlin, 1959.

[9] Jain, P.C. e Gable, G.K., "Equilibrium Property Data Equations for Agua-Ammonia Mixtures", ASHRAE Semiannual Meeting, Philadelphia, Pennsilvania, 1971.

[10] Kreith, F., Princípios da Transmissão de Calor, Edgard Blucher, São Paulo, 1977.

[11] Duffie, J.A. e Beckman, W.A., Solar Energy Thermal Processes, John Wiley and Sons, New York, 1974.

[12] França, F.A., "Desenvolvimento de Coletores Winston de Baixa Concentração", Tese de Mestrado na Faculdade de Engenharia de Campinas, 1978.

[13] Stoecker, W.F., "A Generalized Program for Steady State System Simulation", ASHRAE Semiannual Meeting Philadelphia, Pennsylvania, 1976.

AGRADECIMENTOS

O autor agradece postumamente e dedica este trabalho à memória do Prof. László Halász.

SUMMARY

Thermodynamic and heat transfer modellings are presented for steady state and transient regimes of a continuous cicle solar driven ammonia-water absorption refrigeration system. Both the steady state modelling as well as the transient modelling after the discretization of inertia terms constitute a set of non linear algebraic equations solved by Newton Raphson method.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DOS PARÂMETROS CARACTERÍSTICOS DE UM SISTEMA DE BOMBEAMENTO SOLAR

HEITOR SCALAMBRINI COSTA
NAUM FRAIDENRAICH
DEN/UFPE, PE

SUMÁRIO

Neste trabalho foi estudado experimentalmente um sistema de bombeamento solar, constituido das seguintes partes: módulos solares, motor DC e bomba centrífuga. Determinaram-se os parâmetros que caracterizam o desempenho do sistema: eficiência diária de conversão de energia solar em energia mecânica e a potência de perdas do conjunto moto-bomba.

INTRODUÇÃO

A utilização de sistemas fotovoltaicos com fins de irrigação, apresenta-se como uma das possibilidades de aplicação mais atrativas da tecnologia solar, em especial no Nordeste do Brasil [1].

Sistemas de bombeamento solar via conversão fotovoltaica com fins de micro irrigação (0,5-4,0 ha) e abastecimento de água humano e animal, tem sido implantados em algumas localidades sertanejas pela SUDENE, com o propósito de demonstração da tecnologia e de se fazer uma avaliação técnica e econômica a nível da propriedade rural.

A simplicidade da instalação, a disponibilidade de energia "in situ" e a boa adequação entre escassas precipitações e elevada oferta de energia solar, indicam que a região do Nordeste Brasileiro dispõe de um excelente potencial para o uso de tais equipamentos.

Este trabalho objetiva avaliar os parâmetros operacionais que caracterizam estes sistemas: eficiência diária global de conversão solar em energia mecânica e a potência de perdas. A finalidade de obtenção destes parâmetros é utilizá-los em projetos de dimensionamento de pequena irrigação.

DESCRIÇÃO DO SISTEMA DE BOMBEAMENTO

Foi instalado na área de testes do grupo FAE, um conjunto para bombeamento de água via energia solar composto de 12 módulos solares, motor DC e bomba centrífuga. Na figura 1 está representado esquematicamente o diagrama do sistema mencionado.

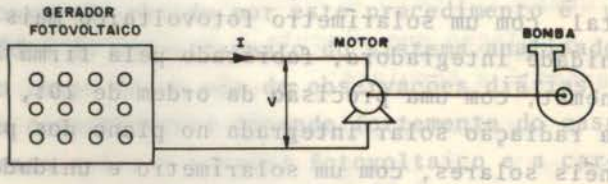


Figura 1. Esquema do sistema de bombeamento fotovoltaico.

O gerador de energia consiste de 12 módulos solares, interligados, que fornecem uma potência pico, nas condições AM1 de 390W(60V-6,5A). Cada módulo possui 35 células de diâmetro igual a 4", ligadas em série. Os módulos estão montados sobre uma estrutura de alumínio, inclinada com respeito a horizontal de um ângulo de 16°, voltado para o hemisfério norte, ocupando uma superfície de $4,4m^2$.

A moto-bomba é acionada de forma direta pelo conjunto fotovoltaico sem requerer sistemas de contrôle e regulação.

O motor de corrente contínua empregado é do tipo magneto permanente, fabricado pela Honeywell. A tensão e corrente elétrica de trabalho são de 58V e 5A, respectivamente, para uma insolação de $1kW/m^2$.

A bomba centrífuga do tipo clássica, acoplada diretamente no eixo do motor, aspira a água armazenada de um reservatório subterrâneo com uma altura geométrica de 2,60m. A água é enviada pela bomba a um tanque intermediário de onde retorna por gravidade ao reservatório principal.

Com a finalidade de determinar a energia que ingressa e a energia produzida pelo sistema estudado, foram instalados instrumentos para monitoração de grandezas mecânicas e solarimétricas.

As grandezas mecânicas medidas foram:

- pressão de entrada na bomba mecânica mediante um vacuomanômetro (0-1 Kgf/cm^2), fabricado pela firma DOX, com uma precisão de 2% sobre o valor total da escala,
- pressão de saída na bomba mecânica mediante um manômetro (0-2 Kgf/cm^2), fabricado pela firma DOX, com uma precisão de 2% sobre o valor total da escala,
- quantidade de água bombeada com um hidrômetro LAO-Mecanus, de vazão característica igual a 20m^3/h, fabricado pelo Liceu de Artes e Ofícios, com uma precisão no campo de medida de 5%.

No que se refere a energia solar, foram monitorados:

- a radiação solar integrada no plano horizontal, com um solarímetro fotovoltaico mais unidade integradora, fabricado pela firma Fonemat, com uma precisão da ordem de 10%,
- a radiação solar integrada no plano dos painéis solares, com um solarímetro e unidade integradora semelhante ao descrito acima.

Todas as medidas foram realizadas em intervalos de 30 minutos, ao longo de 8 horas diárias durante os meses de maio e novembro.

DESEMPENHO DO SISTEMA DE BOMBEAMENTO

O desempenho diário do sistema de bombeamento depende das eficiências médias diárias das várias partes constituintes: módulos solares, motor e bomba.

No procedimento adotado, obtém-se a eficiência global diária de conversão da energia solar em energia mecânica e a potência de perdas do conjunto moto-bomba.

Determinação da energia mecânica e medidas solarimétricas. Pode-se descrever o conjunto moto-bomba como um elemento de conversão, o qual converte a energia elétrica gerada pelos painéis solares em energia mecânica.

A energia mecânica produzida pode ser expressa como sendo:

$$E_M = \int_{\tau_0}^{\tau_1} \Delta p \, \dot{G} \, d\tau \qquad (1)$$

onde Δp é a diferença de pressão entre a saída e entrada da bomba, $\dot{G}$ é a vazão da massa de água que circula no sistema e τ a variável tempo.

As medidas foram realizadas em intervalos de 30 minutos ao longo do período diário de observação. Calcula-se a energia mecânica produzida neste intervalo, a partir dos valores médios da pressão na entrada e saída da bomba e do volume bombeado durante o mesmo, ou seja reescrevendo (1), para um pequeno intervalo de tempo:

$$E_M = \left(\frac{P_s^f + P_s^i}{2} + \frac{P_e^f + P_e^i}{2} \right) \left(V_b^f - V_b^i \right) \qquad (2)$$

onde, P_s é a pressão medida na saída da bomba, P_e a pressão medida na entrada da bomba e V_b o volume bombeado. Os índices f e i correspondem aos valores medidos no fim e no ínicio dos intervalos de medidas.

Portanto a energia mecânica diária de bombeamento E_M, será igual ao somatório das energias mecânicas encontradas a partir da expressão(2).

Simultâneamente à determinação da energia mecânica foram realizadas medidas solarimétricas no plano horizontal e no plano dos painéis solares.

Na figura 2 estão representadas as curvas que relacionam a energia mecânica diária e a energia solar diária coletada para os dois meses analisados. Cada ponto do gráfico corresponde a um dia de monitoração do sistema.

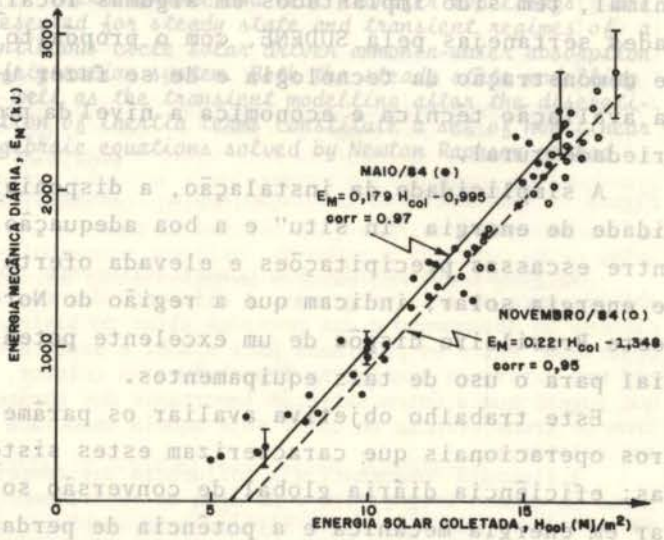


Figura 2. Curvas representativas da energia mecânica diária versus energia coletada.

Na tabela 1 estão sumarizados os resultados dos testes realizados nos meses de maio e novembro, onde são apresentados os valores médios diários dos principais parâmetros operacionais.

A eficiência média de conversão é obtida a partir da relação:

$$\eta = \frac{E_M}{A_p H_{col}} \qquad (3)$$

onde A_p é a área dos painéis e H_{col} é a densidade de energia solar coletada.

Tabela 1. Média diária mensal dos parâmetros operacionais do sistema de bombeamento

Parâmetros	Maio	Novembro
. Energia mecânica, kJ	1245,05	2168,24
. Água bombeada, m^3/d	20,96	32,94
. Vazão média horária, m^3/h	2,96	4,12
. Altura manométrica, mca		
Mínima	1,65	1,58
Máxima	8,02	8,78
. Energia solar horizontal, MJ/m^2	11,00	17,40
. Energia solar coletada, MJ/m^2	12,53	15,89
. Intensidade de energia solar, W/m^2	450	690
. Eficiência de conversão, %	2,09	3,08

Analisando as medidas realizadas no mês de maio obtém-se uma regressão linear, igual a:

$$E_M(MJ) = 0.179 H_{col} - 0.995 \quad (4)$$

cujo fator de correlação resulta 0.97. Para $E_M = 0$ têm-se que $H_{cx} = 5.56\ MJ/m^2$. Este valor que denominamos energia solar crítica, expressa a quantidade mínima de energia solar diária coletada pelos painéis, necessária para o funcionamento do sistema.

A expressão (4) pode ser reescrita em função de H_{cx} e destacando-se a área dos painéis, $A_p = 4,4 m^2$, da seguinte forma:

$$E_M = f_c A_p (H_{col} - H_{cx}) \quad (5)$$

onde, $f_c = 0.179/A_p = 0.041$.

O significado da expressão (5) é discutido no próximo item.

Parâmetros característicos do desempenho de sistemas de bombeamento. As determinações experimentais realizadas permitiram determinar a energia mecânica diária como função de dois parâmetros, f_c e H_{cx}. Estes parâmetros podem ser utilizados para caracterizar o desempenho do sistema de bombeamento e simular o desempenho do mesmo mediante modelos solarimétricos.

Desde este ponto de vista interessa calcular, a partir de (5), a média mensal da energia mecânica diária, que resulta igual a:

$$\bar{E}_M = f_c A_p \bar{H}_{col} \phi \quad (6)$$

onde,

$$\phi = 1 - \frac{H_{cx}}{\bar{H}_{col}} \quad (7)$$

Na expressão (6) o parâmetro f_c pode ser identificado como a eficiência de conversão global da energia solar em energia mecânica e o parâmetro ϕ como o coeficiente de utilizabilidade do equipamento.

O valor de f_c está associado à pendente da reta representada na figura 2 e o valor de H_{cx} à intercecção com o eixo de H_{col}.

Esta última grandeza estabelece o valor do nível mínimo de insolação necessário a produção de energia útil.

O fator de conversão f_c, por sua vez, depende das eficiências de conversão dos diversos equipamentos utilizados na cadeia de conversão de energia solar em energia mecânica, ou seja: painéis fotovoltaicos, motor elétrico e bomba mecânica. Obviamente o fator de conversão obtido por este procedimento é uma média do comportamento do sistema analisado ao longo de um mês de observações diárias. Este comportamento depende fortemente do casamento entre o gerador fotovoltaico e a carga, o que se supõe corresponder a critérios adequados de projeto e de fabricação.

Pelo que antecede pode-se escrever f_c como o produto das eficiências dos equipamentos que constituem o sistema,

$$\eta = \eta_p \eta_m \eta_b \quad (8)$$

onde η_p expressa a eficiência média diária dos painéis fotovoltaicos, η_m e η_b do motor e bomba hidráulica respectivamente. Um valor típico da eficiência η_p quando o efeito do aumento de temperatura é levado em conta é 7%. Já os valores de η_m e η_b são da ordem de 90 e 70%, respectivamente. Na tabela 2 estão indicados estes rendimentos e o valor de f_c resultante, para o mês de maio, verificando-se uma boa concordância entre o resultado experimental, $f_c = 4,1\%$, e a estimativa a partir das eficiências parciais. Para o mês de novembro f_c resultou ser igual a 5,0%.

Tabela 2. Eficiência diária do sistema de bombeamento

Gerador fotovoltaico, η_p*	Linha	Motor η_m**	Bomba η_b**	$f_c = \eta_p \eta_m \eta_b$
70%	100%	90%	70%	0.044

* Referência [2]

**Valor fornecido pelo fabricante

O fator de utilizabilidade ϕ, tal como discutido por Klein [3] está relacionado com a

geometria do coletor, a natureza do recurso solar local e as perdas de energia do equipamento.

Adotando o procedimento de Pereira-Collares [4], ϕ pode ser expresso em função dos parâmetros $\bar{K}_h$, índice de clareza, R, função da geometria, latitude, época do ano e X, fator crítico.

Este último parâmetro é definido neste caso, a semelhança da definição utilizada em equipamentos heliotérmicos, como:

$$X=\frac{2P_p t_c}{f_c A_p \bar{H}_{col}} \qquad (9)$$

onde P_p é a potência de perdas do conjunto moto-bomba e t_c o tempo de corte, ou seja o semi período durante o qual o sistema produz energia útil.

A relação que vincula ϕ às grandezas mencionadas é a seguinte:

$$\phi = 1-X+(0,50-0,67\bar{K}_h+0,25R)X^2 \qquad (10)$$

para

$$0,50<\bar{K}_h<0,75$$

Expressando ϕ em função de H_{cx}, medido e H_{col}, calculado através do procedimento de Pereira Collares, a expressão (10) pode ser escrita como uma relação funcional, ψ:

$$\psi=\psi(H_{cx}, \bar{H}_{col}, R, \bar{K}_h, X) \qquad (11)$$

que deve ser satisfeita para um único valor de P_p, conhecido H_{cx}. O mesmo procedimento permite determinar o tempo de corte, t_c.

Utilizando um programa de cálculo, foram obtidos os seguintes resultados, que satisfazem (11), para a cidade de Recife, no mês de maio P_p= 32W, $\bar{H}_{col}$= 16,24 MJ/m^2, ϕ=0,656, t_c=4,718h R= 0,125 e $\bar{K}_h$= 0,502.

Para o mês de novembro, introduzindo o valor de H_{cx} medido, P_p resulta: 32W, $\bar{H}_{col}$= 20,28 MJ/m^2, ϕ=0,696, t_c=4,942h, R=-0.103 e $\bar{K}_h$= 0.594.

Este valor da potência de perdas constitui um parâmetro que representa os mecanismos de perdas do conjunto moto-bomba, operacionalmente consistente com a metodologia da referência [4]. Existem outros procedimentos para a obtenção deste parâmetro, mas desde que ele foi obtido para ser utilizado com a metodologia mencionada, preferiu-se este caminho.

DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

O procedimento desenvolvido permite caracterizar os sistemas de bombeamento solar através de dois parâmetros: o fator de conversão, f_c e a potência de perdas, P_p.

A determinação destes parâmetros pode ser realizada experimentalmente de acôrdo com a metodologia descrita neste trabalho.

O significado da potência de perdas pode ser analisado considerando que a partir da expressão (10):

$$\phi \simeq 1 - X \qquad (12)$$

e utilizando as expressões (7) e (9), conclui-se que:

$$H_{cx} f_c A_p \simeq 2P_p t_c \qquad (13)$$

Adicionalmente sabe-se que

$$H_{cx} \simeq \int_{-t_c}^{+t_c} I_{cx}\,dt \qquad (14)$$

Portanto,

$$P_p \simeq f_c A_p \bar{I}_{cx} \qquad (15)$$

ou seja, que P_p pode ser considerado como a potência média de perdas durante o período de operação do sistema.

A diferença entre os valores de f_c obtidos para os meses de maio e novembro pode ser explicada em função das melhores condições de insolação do mês de novembro. Neste caso o ponto de trabalho dos painéis fotovoltaicos se movimenta numa região de maiores eficiências instantâneas e por conseguinte médias.

Possivelmente, maior número de medidas ao longo do ano seriam necessárias para a determinação de um fator de conversão anual. Porém, pode-se admitir que os valores obtidos para maio e novembro constituem uma boa indicação preliminar da resposta do sistema de bombeamento.

REFERÊNCIAS

[1] Costa, H.S. e Fraidenraich, N. "Viabilidade Técnica Econômica de Sistemas de Irrigação com Painéis Solares". Anais do III CBE, V.A(1984), p.630-640.

[2] Fraidenraich, N. e Almeida, G. "Influência da Temperatura na Eficiência Diária de Sistemas Fotovoltaicos". Documento Interno da CHESF (1984).

[3] Klein, S.A. "Calculation of Flat Plate Collector Utilizability", Solar Energy, V.21(1978) p. 393-402

[4] Collares-Pereira, M. and Rabl A. "The Average Distribution of Solar Radiation". Solar Energy, V.22 (1979), p.155-164.

SUMMARY

It has been done an experimental study of a photovoltaic pumping system, formed by: photovoltaic panels, DC electric motor and a centrifugal pump. The characteristic parameters of the system were determined: dayly conversion eficiency solar into mechanical energy and power losses of the electric motor-pump assenbly.

POSSIBILIDADES DA TECNOLOGIA SOLAR PARA A PRODUÇÃO DE CALOR INDUSTRIAL NO BRASIL

C. TIBA
N. FRAIDENRAICH
E.M.S. BARBOSA
DEN — UFPE, RECIFE-PE

SUMÁRIO

Este trabalho analisa comparativamente a oferta da tecnologia solar para conversão heliotérmica. Foram analisados os coletores planos, com e sem atmosfera de vácuo, os coletores do tipo CPC e concentradores foco linear. Os critérios para avaliar o potencial desses equipamentos foram o custo da energia, e o grau da complexidade tecnológica de cada um deles. Demonstrou-se que os critérios mencionados acima podem ser utilizados como indicadores básicos da viabilidade técnico-econômica de um dado equipamento.

INTRODUÇÃO

Os coletores solares disponíveis comercialmente ou sob intenso desenvolvimento, podem fornecer energia térmica de consumo industrial na faixa de 60 a 250°C . No entanto, a avaliação mais correta do potencial de cada um desses dispositivos solares requer uma revisão das características operacionais e do conhecimento do custo da energia em bases anuais. Com isto, será possível obter um quadro conceitual relativo que permitirá delimitar quais são os coletores solares mais adequados a uma dada aplicação industrial. Além disso, como subproduto de uma análise deste tipo, será possível identificar algumas linhas de desenvolvimento da tecnologia solar no Brasil, mais apropriadas as características do parque industrial nacional no estágio atual (no momento só é disponível comercialmente o coletor plano com simples cobertura e absorvedor recoberto com tinta preta especial). Assim, por exemplo, o coletor plano mencionado acima é um produto tecnológico de 1ª geração, da mesma forma que o plano com dupla cobertura e superfície seletiva. Já o plano com absorvedor em vácuo seria produto de 2ª geração. Desde que análises de custos, (como será visto adiante) mostram que estes dois últimos coletores tem custos de energia para a faixa de 100°C similares, o desenvolvimento e produção do coletor plano com dupla cobertura e superfície seletiva torna-se atraente tanto pela sua relativa simplicidade tecnológica como também pela sua maior adequação ao processo de produção industrial nacional no presente.

Neste contexto, são analisados neste trabalho os seguintes tipos de coletores e suas variantes; plano , plano com absorvedor em atmosfera de vácuo, CPC e concentrador foco linear.

AS POSSIBILIDADES DE OFERTA DA TECNOLOGIA SOLAR

Os principais tipos de coletores solares adequados à geração de calor de processo industrial na faixa de 60 a 250°C, podem ser vistos esquematicamente na Figura 1. Os três primeiros coletores são dispositivos estacionários ou quasi-estacionários, não formadores de imagens e aceitam a radiação difusa na proporção inversa da concentração. O último pertence a família dos concentradores foco linear e requer o acompanhamento contínuo do sol.

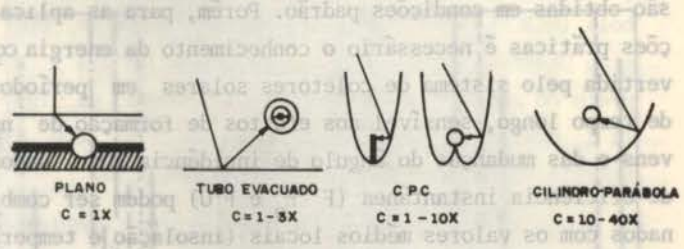


Figura 1. Coletores solares para a conversão heliotérmica na faixa de 60 a 250°C.

Os dispositivos mencionados acima são caracterizados por curvas de eficiências instantâneas como podem ser vistas na Figura 2. Na ordenada é dada a eficiência instantânea, na abcissa a relação entre a diferença de temperatura do fluído e o meio ambiente e a insolação aceita pelo coletor. A tangente da curva característica resulta o produto entre o coeficiente de perdas térmicas do coletor,e o fator de eficiência do coletor. Todos os equipamentos solares mostrados nesta figura, tem o absorvedor recoberto com superfície seletiva. Cabe mencionar ainda, que estes dispositivos solares são os melhores, (ópticamente e térmicamente) existentes na atualidade.

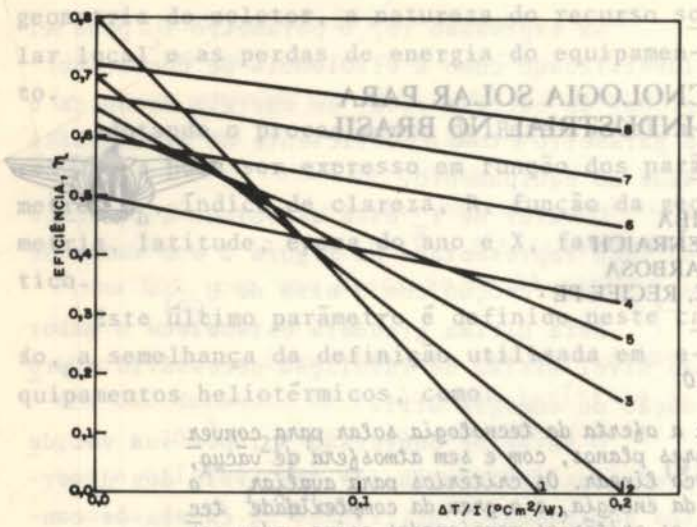


Figura 2. Curvas características (dados experimentais): 1) plano, s. cobertura, (USA) [1], 2)plano d. cobertura, (USA) [2], 3) CPC 6,5X, (USA) [3], 4) CPC 3,5X, absorvedor em envoltura de vidro (FAE/DEN/UFPE-BR) [4], 5) plano,absorvedor em vácuo (USA) [5], 6) CPC 1,5X, evacuado (USA) [6], 7) cilindro-parábola (SOLAR KINETICS - USA) [7], 8) cilindro-parábola(HEXCEL SANDIA-USA) [7].

CÁLCULO DA PRODUÇÃO ANUAL DE ENERGIA TÉRMICA

As curvas características mostradas na Figura 2, são obtidas em condições padrão. Porém, para as aplicações práticas é necessário o conhecimento da energia convertida pelo sistema de coletores solares em períodos de tempo longo, sensível aos efeitos de formação de nuvens e das mudanças do ângulo de incidência. Os dados de eficiência instantânea (F' η_o e F'U) podem ser combinados com os valores médios locais (insolação e temperatura ambiente) e assim, fornecer a previsão do desempenho médio anual do campo de coletores. O conhecimento do desempenho médio anual permite estabelecer critérios para a seleção e avaliação dos coletores mais apropriados a um dado uso industrial, desde que torna possível vincular a energia entregue anualmente ao custo do campo de coletores. Em suma, permite obter o custo da energia térmica gerada pelo sistema solar.

Considerando-se uma localidade hipotética cuja latitude é 25°S, índice de claridade K_p=0,58 e uma temperatura média anual de 20°C, as energias médias anuais foram determinadas para cada um dos coletores mencionados anteriormente, utilizando a metodologia proposta por Rabl [6]. É importante observar que os resultados obtidos podem ser considerados como limites inferiores do desempenho, desde que localidades com excepcionais níveis de insolação se concentram principalmente no Nordeste brasileiro, cuja região é de baixa latitude (latitude < 15°S). A Figura 3 mostra a energia média anual/m² em função da diferença de temperatura entre o fluído térmico e o meio ambiente, para os diversos coletores.

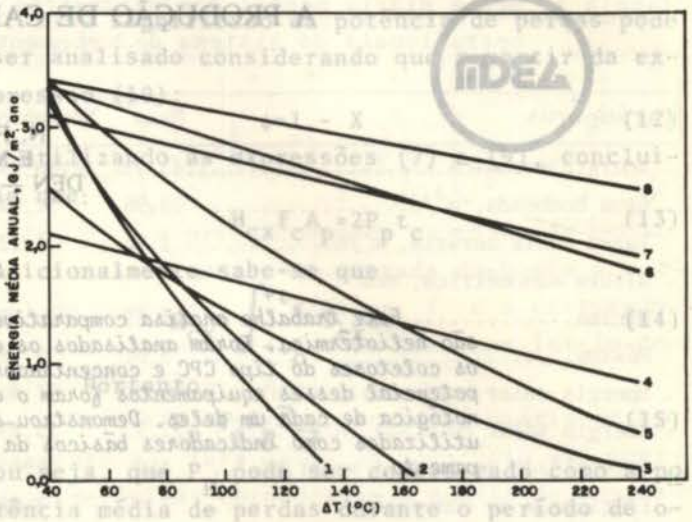


Figura 3. Energia média anual, para uma localidade situada a latitude 25°S, índice de claridade 0,58 e temperatura média anual de 20°C. Os números indicam os mesmos coletores da Figura 2. Os cilindro -parábolas estão orientados na direção L-O.

ESTIMATIVA DE CUSTOS DA ENERGIA GERADA POR CONVERSÃO HELIOTÉRMICA

Dados de custos e desempenho de um coletor específico ou sistema de armazenamento é somente a primeira etapa na identificação de um conceito de sistema. A avaliação da relação de custo-benefício de um sistema solar é tarefa complexa e difícil e não é propósito deste trabalho enfocá-lo de forma detalhada. Pretende-se aqui, através da hipótese de que o coletor representa o custo dominante num sistema solar, avaliar os méritos relativos dos diversos dispositivos solares, bem como obter estimativas preliminares do custo da energia produzida na conversão heliotérmica.

A Tabela 1 é o resultado de uma revisão bibliográfica para os parâmetros de custos dos coletores solares tratados aqui. Nesta tabela são dados o tipo de coletor e a origem; o custo do coletor/m² (dados originais); o custo do coletor/m² corrigidos para junho de 1984 através da variação do IGP dos Estados Unidos no período; para os coletores CPC fabricados no Grupo FAE/DEN/UFPE-BR foram acrescentados 17% do ICM, 0% de IPI e 33% de margem de comercialização. Na última coluna é dado o custo do sistema solar para calor de processo industrial, admitindo que o custo do coletor instalado representa de 32 a 51% do custo do sistema [1,8].

Tabela 1. Custo do Coletor e do Sistema Solar para Calor de Processo Industrial

Tipo de Coletor e Origem	Custo do Coletor Dados Originais (U$S/m²)	Custo do Coletor Corrigido para Jun/84 (U$S/m²)	Custo do Sistema Solar (U$S/m²)
Plano, s. cobertura* (USA)	135[a] (1978) [1]	221	433 - 691
Plano, d. cobertura* (USA)	145[a] (1978) [1]	238	467 - 744
CPC 6,5X* (USA)	210[b] (1984)	210	412 - 656
CPC 3,5X absorvedor com envoltura de vidro* (FAE/DEN/UFPE-BR)	255 (1984) [9]	255	500 - 797
Plano absorvedor em vácuo* (USA)	215 (1978) [1]	353	692 -1103
CPC 1,5X absorvedor em vácuo* (USA)	300[a] (1978) [1]	492	965 -1537
Cilindro-parábola* (SOLAR KINETICS-USA)	400[a,c] (1979) [10]	604	1184 -1887
Cilindro-parábola* (HEXCEL-SANDIA-USA)	400[a,c] (1979) [10]	604	1184 -1887

NOTAS: a - Os dados de custos estão dados em uma faixa, optou-se pelo limite superior desde que, os parâmetros ópticos e térmicos (Figura 2) utilizados neste trabalho são os dos melhores coletores existentes.

b - Estimativa dos autores, baseado na construção e análise de custo de um CPC 3,5X, superfície seletiva de tecnologia inteiramente análoga ao CPC 6,5X.

c - Outros dados de literatura relatam custos da ordem de 700 U$S/m^2 de 1983 no mercado internacional. (8ª Actas de la Reunion de Trabajo-Asociacion Argentina de Energia Solar).

* - Superificie Seletiva.

O custo da energia térmica fornecida por um sistema solar pode ser estimada, de forma simples, mediante a expressão:

$$C = \frac{\text{Custo do Sistema (U\$S/m}^2\text{)}}{\text{Energia fornecida (GJ/ano/m}^2\text{)} \times \ell\,\text{(ano)}}$$

onde, ℓ é a vida útil do sistema solar.

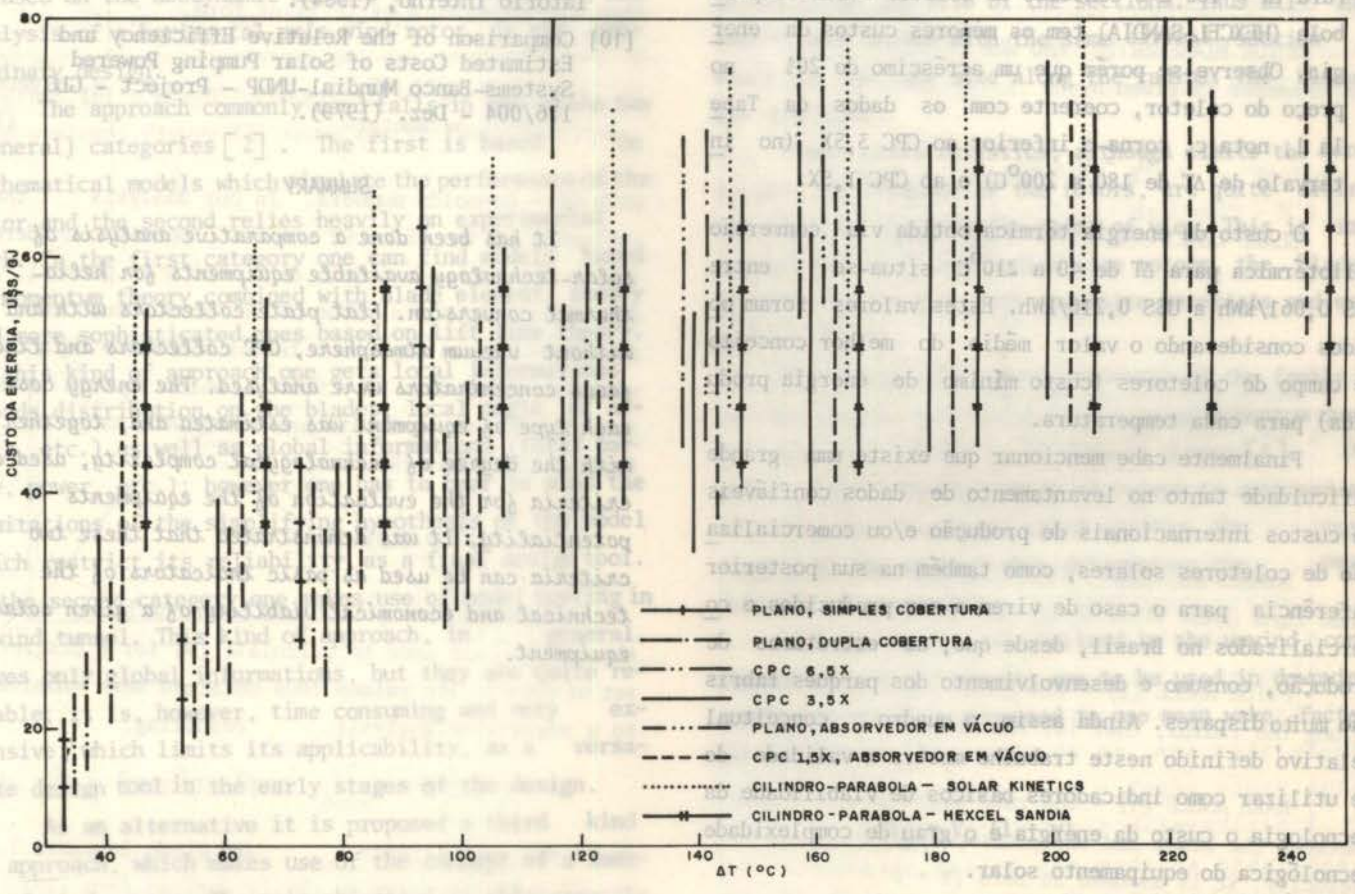


Figura 4. Custo da energia em função da diferença de temperatura entre o fluído térmico e o meio ambiente, para cada tipo de coletor.

Utilizando os dados da Tabela 1, da Figura 3 e admitindo a vida útil do sistema solar como sendo de 10 anos, obtém-se o custo da energia entregue pelo sistema solar. A Figura 4 mostra o custo da energia em função da diferença de temperatura entre o fluído térmico, e o meio ambiente para cada tipo de campo de coletores.

DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

A análise dos menores custos da energia para cada temperatura, sugere que:

1. Para ΔT variando de 40 a 60°C, o coletor plano simples ou dupla cobertura leva clara vantagem sobre os demais.

2. O conceito CPC não evacuado (3,5X ou 6,5X), ocupa o intervalo de ΔT de 60 a 180°C com os menores custos da energia. Este quadro poderá ser ainda definido mais vantajosamente em relação ao CPC considerando se que todos os equipamentos solares analisados neste trabalho, são os de melhores desempenhos na atualidade, exceto o CPC 3,5X que admite ainda aperfeiçoamento técnicos e redução de custos. Por exemplo, a melhoria da qualidade da superfície refletora que quando aplicado ao CPC 3,5X poderá resultar numa eficiência óptica da ordem de 0,57-0,62 ao invés da eficiência atual de 0,50.

3. Para $\Delta T > 180$°C o conceito de coletor cilindro-parábola (HEXCEL-SANDIA) tem os menores custos da energia. Observe-se porém que um acréscimo de 20% no preço do coletor, coerente com os dados da Tabela 1, nota c, torna-o inferior ao CPC 3,5X (no intervalo de ΔT de 180 a 200°C) e ao CPC 1,5X.

O custo da energia térmica obtida via conversão heliotérmica para ΔT de 40 a 210°C situa-se entre U$S 0,061/kWh a U$S 0,216/kWh. Estes valores foram obtidos considerando o valor médio do melhor conceito de campo de coletores (custo mínimo de energia produzida) para cada temperatura.

Finalmente cabe mencionar que existe uma grande dificuldade tanto no levantamento de dados confiáveis de custos internacionais de produção e/ou comercialização de coletores solares, como também na sua posterior inferência para o caso de virem a ser produzidos e comercializados no Brasil, desde que, as estruturas de produção, consumo e desenvolvimento dos parques fabris são muito díspares. Ainda assim, o quadro conceitual relativo definido neste trabalho mostra a validade de se utilizar como indicadores básicos de viabilidade da tecnologia o custo da energia e o grau de complexidade tecnológica do equipamento solar.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a colaboração financeira do CNPq e FIPEC e aos apoios na execução de desenhos e datilografia a José Alves de Oliveira e Mª Cristina Barbalho.

REFERÊNCIAS

[1] Kreider, J.F. and Kreith, F., "Solar Energy Handbook", McGraw-Hill Book Co., New York (1981)

[2] Duffie, J.A. and Beckman, W., "Solar Energy Thermal Process", John Wiley and Sons, New York (1974).

[3] Rabl, A., O'Gallagher, J. and Winston, R.,"Design and Test of non Evacuated Solar Collectors with CPC", Solar Energy, V. 25 (1980), p. 335-351.

[4] Fraidenraich, N. e Barbosa, E.M.S., "Estudo dos Mecanismos de Perdas de Calor em Concentradores de Energia, CPC, na Geração de Energia Elétrica", Anais do III CBE, Rio de Janeiro (1984).

[5] Graham, B.J., "Evacuated Tube Collectors", Solar Age, November (1979) p. 13-17.

[6] Rabl, A. "Yearly Average Performance of the Principal Solar Collector Types", Solar Energy, V.27 (1981), p. 215-233.

[7] Rabl, A. and Gaul, H., "Incidence-Angle Modifier and Average Optical Efficiency of Parabolic Trough Collectors", J. of Solar Energy Engineering, V. 102 (1980) p. 16-21.

[8] Fraidenraich, N. "Análise das Propostas Referentes a um Sistema de Coletores Planos para o Restaurante da UFPE", Relatório Interno, (1981).

[9] Barbosa, E.M.S., "Análise de Custos de CPC", Relatório Interno, (1984).

[10] Comparison of the Relative Efficiency and Estimated Costs of Solar Pumping Powered Systems-Banco Mundial-UNDP - Project - GLO 176/004 - Dez. (1979).

SUMMARY

It has been done a comparative analysis of solar-technology available equipments for helio-thermal conversion. Flat plate collectors with and without vacuum atmosphere, CPC collectors and linear focus concentrators were analysed. The energy cost for each type of equipment was estimated and, together with the degree of technologycal complexity, used as criteria for the evaluation of the equipments potentiality. It was demonstrated that these two criteria can be used as basic indicators of the technical and economical viability of a given solar equipment.

THE O-FAMILY OF HORIZONTAL AXIS WIND ROTORS

M.H. HIRATA
I. RISCHBIETER
F.C.M. PIRES JR.
L.H. BOUGLEUX
COPPE/UFRJ

In the preliminary design of wind systems it is important to have reliable data of different kind and these should be available in a convenient form since parametric studies, optimizations, etc. are often performed. The use of mathematical models based in momentum blade theory is time consuming and the use of model testing is expensive and also time consuming. To overcome these difficulties it is proposed the use of the concept of a family of wind rotors. The O-Family of horizontal axis rotors is presented.

I. INTRODUCTION.

In the preliminary design of wind energy systems it is of foremost importance to have reliable data of different nature: wind characteristics, aerodynamic performance of the rotor, costs, etc. In addition, the data which one would be using during this stage of the design should be presented in a convenient form since parametric studies, optimizations, etc. will be often encountered [1]. The objective of this paper is focused on the aeodynamic aspects of the selection and analysis of a horizontal axis wind rotor, in the preliminary design.

The approach commonly used falls in one of the two (general) categories [2]. The first is based on mathematical models which simulate the performance of the rotor and the second relies heavily on experimental work. In the first category one can find models based on momentum theory combined with blade element theory and more sophisticated ones based on lift line theory. In this kind of approach one gets local informations (loads distribution on the blades, local angle of attack, etc.) as well as global informations (total torque, power, etc.); however one has to bear in mind the limitations of the simplifying hypothesis of the model which restrict its reliability, as a final design tool. In the second category one makes use of model testing in a wind tunnel. This kind of approach, in general, gives only global informations, but they are quite reliable; it is, however, time consuming and very expensive, which limits its applicability, as a versalite design tool in the early stages of the design,

As an alternative it is proposed a third kind of approach, which makes use of the concept of a family of wind rotors. The main objection in this case is that one restricts the analysis to the range of the family. The access to the informations is very simple, they are reliable and of the global type.

The geometric characteristics of a member of the family are derived by a systematic variation of chosen geometric parameters of a parent form [1]. The first variation is made in the number of blades (z) followed by a variation in the solidity factor (λ); for each combination of z and λ one varies the pitch angle (θ). The parent form chosen has some geometric characteristics which are common to all members of the family: the pith angle is constant along the radius as well as the shape and size of the sections. Thus all the rotors have blades with the same airfoil section, which has the same size along the radius. The blades are untwisted.

These characteristics, although limits the aerodynamic performance of the rotors, are quite desirable form the construction point of view. This is important for small and medium size rotors, the blades of which can be made with composite materials and even mass producted.

The aerodynamic characteristics of the family are determined, once and for all using momentum theory combined with the blade element theory [4]. Of course, only a finite number of rotors is analised and interpolation is assumed valid (within the range covered by the family) when determining the performance of any member.

All the rotors are analized in the upwind configuration. If the results are to be used in downwind configuration it is proposed to use mean wake factor ($\bar{w}$) defined as

$$V_o = V_\infty (1 - \bar{w})$$

where V_o is the mean approaching velocity in the propeller disk and V_∞ is the undisturbed wind speed, far upstream.

It is worth to note that using in an apropiate way the wake factor takes into account the effects of the tower shadow, the wind gradient due to the earth boundary layer, etc.

II. O-FAMILY OF WIND ROTORS.

Aiming the aerodynamics design of horizontal axis wind rotors of small and mediun size it was chosen a parent form, from which a series of rotors is derived. Each member of the series (or family) preserves some geometric characteristics from the parent form which were chosen having in mind the ease of construction. From now on this is refered as the O-Series of wind rotors.

II.1. Geometric Characteristics of the Rotors

Every rotor that belongs to the family is geometrically defined by the following characteristics.

NUMBER OF BLADES (z) - the number of blades within the family varies from 2 to 5.

SOLIDITY (λ) - the solidity is defined as

$$\lambda = \frac{Z.B.C}{A} = \frac{4\,Z.B.C}{\pi D^2} \qquad (1)$$

where D is the rotor diameter, A the disk area, B and C as defined below.

ROTOR DIAMETER (D) AND HUB DIAMETER (D_B) - the hub diameter is given by

$$D_B = 0.2\,D \qquad (2)$$

BLADE LENGTH (B) - the blade length is given by

$$B = (D - D_B)/2 \qquad (3)$$

BLADE WIDTH (C) - the bade width is constant along the radius and given by

$$C = (\pi \lambda D^2)/(4.Z.B) \qquad (4)$$

BLADES SECTIONS - the blade sections have the same form (NACA 4418) along the radius.

PITCH ANGLE (ϕ) - the pitch angle is constant along the radius, that is, the blades are untwisted.

RAKE ANGLE (Ψ) - the rake angle is the angle between the blade and the plane perpendicular to the velocity; it is assumed as zero ($\Psi = 0^0$)

II.2. Aerodynamic Characteristics

The aerodynamic characteristics of a wind rotor are defined by the following nondimensional coefficients.

TIP SPEED RATIO (R V) - is defined as

$$R\,V = \frac{\pi N D}{V} \qquad (5)$$

where N is the number of revolutions per unit time and V is the wind velocity.

TORQUE COEFFICIENT (CT) - is defined as

$$CT = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho V^2 AR} = \frac{T}{\frac{\pi}{16}\rho D^3 V^2} \qquad (6)$$

where ρ is the mass density.

POWER COEFFICIENT (CP) - is defined as.

$$CP = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho V^3 A} = \frac{P}{\frac{\pi}{8}\rho D^2 V^3} \qquad (7)$$

where $P = (2\pi N T)$ is the power available at the rotor axis.

For a given rotor, the Dimensional Analysis shows that the dependence of CP is of form.

$$CP = f(RV, RE, q_1, q_2, \ldots, q_n)\ ;\ q_1 = \text{geometric parameters} \qquad (8)$$

with RE = Reynolds numbers. In our analysis the influence of the RE on CP was not properly considered due to the lack of airfoil data, which in general, are available only for a value of RE. This should not be considered as an important factor since the data available refered to RE = $0(10^5)$, which is high enough for the general applications. Within the range of the family, (8) takes the form

$$CP = f(RV, Z, \lambda, \phi) \qquad (9)$$

Momentum theory combined with the blade element theory [4] was used to calculate (9) for a discrete set of rotors. The values thus obtained were submited to a regression analysis, resulting:

$$CP = \Sigma\,\Sigma\,\Sigma\,\Sigma\ a_{\alpha\beta\gamma\delta}\,(RV)^{\alpha}\,(Z)^{\beta}\,(\lambda)^{\gamma}\,(\phi)^{\delta} \qquad (10)$$

where the coefficients $a_{\alpha\beta\gamma\delta}$ are given in table I. The CT X RV curve can be easily derived from (10).

$$CT = CP/RV \qquad (11)$$

TABLE I

α	β	γ	δ	$a_{\alpha\beta\gamma\delta}$
0	0	0	0	-0.10437
1	0	0	0	-0.01385
1	0	1	0	+1.19479
1	0	1	1	-0.01978
1	0	0	1	+0.00513
2	0	0	0	+0.00898
2	0	1	0	-0.12374
2	0	0	2	-0.00007
3	0	0	0	-0.00022
3	0	0	1	-0.00002
0	1	0	0	+0.00365
0	0	1	0	+3.79532
0	0	1	2	-0.01266
0	0	2	0	-35.74819
0	0	2	1	+2.04382
0	0	0	1	-0.00402
0	0	0	2	+0.00045

Equations (10) and (11) are best suited for computer work. As an alternative one can generate a set o diagrams for a graphical approach in the design of wind systems. Figure (I) shows one of these diagrams.

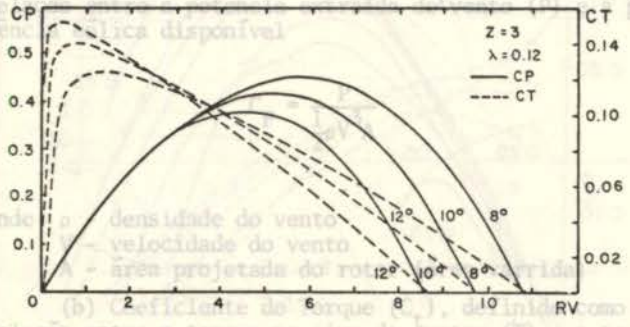


FIGURE I
CP X RV and CT X RV Curves

III. USE OF THE FAMILY.

Equations (10) and (11) represent a compact form of presenting the aerodynamic characteristics of a whole family of wind rotors. The concept of a family of rotors and equations (10) and (11) are well suited for various types of analysis in the preliminary design of a wind energy system. As examples of this type one can mention:

- determination of the gear ratio that is best suited for a set of wind rotor and generator.
- determination of the best geometric characteristics of the wind rotor and the gear ratio for a given generator.
- analysis of the energy output under various wind conditions.
- optimization of wind systems.
- etc.

IV. REFERENCES

[1] BOUGLEUX, L.H. - "On the Design of Wind Systems" - to be presented as a M.Sc. Dissertation - Mechanical Eng.Depart. - COPPE/UFRJ.

[2] HIRATA, M.H. - "Rotores de Eixo Horizontal" - Iten (II.1) of the "I Workshop Sobre Energia Eólica" - Prog. Eng. Mecânica - COPPE/UFRJ - Rio de Janeiro - 1982.

[3] RISCHBIETER, I. - "Estudo Experimental de uma Família de Rotores Tipo Hélice" - M.Sc. Dissertation - Mechanical Eng. Depart. - COPPE/UFRJ - 1985.

[4] WILSON, R.E. and LISSAMAN, P.B.S. - "Applied Aerodynamics of Wind Power Machines" - N.S.F. Report PB 238-595 - 1974.

SUMÁRIO.

Nos estágios preliminares do projeto de sistemas eólicos é de grande importância que dados de diferentes tipos estejam disponíveis; por exemplo dados de vento, características dos rotores, etc. É importante, também, que estes dados sejam fornecidos em forma conveniente pois estudos paramétricos, otimização, etc. são frequentemente encontrados. Tem sido comum a utilização de modelos matemáticos, baseados na teoria da variação da quantidade de movimento-elemento de pá, mas este procedimento é demorado o que o torna pouco apropriado. Também demorado e dispendiosa é a utilização de testes com modelos reduzidos, no túnel de vento. Com o intuito de minimizar estes efeitos é proposto a utilização do con

ceito de famílias de rotores. É apresentada, então, a família - 0 - de rotores de eixo horizontal.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

ANÁLISE EXPERIMENTAL E ESTUDO COMPARATIVO DE ROTORES EÓLICOS DO TIPO SAVONIUS

GERALDO RENHA JUNIOR — CNEN
ALCIR DE FARO ORLANDO
FRANCISCO EDUARDO MOURÃO SABOYA
DEM — PUC/RJ

SUMÁRIO

Rotores eólicos de eixo vertical do tipo Savonius são examinados neste trabalho. Várias geometrias foram testadas e seu desempenho experimental determinado e comparado. A geometria mais divulgada, que é a semi-circunferência, foi testada exaustivamente, incluindo a variação da posição relativa entre as duas partes. Dados experimentais para os coeficientes de torque e potência, como função da razão de velocidade foram obtidos para várias geometrias. Finalmente uma análise crítica comparativa é feita, visando um melhor aproveitamento da energia dos ventos com este tipo de rotor.

INTRODUÇÃO

As máquinas eólicas de eixo vertical são conhecidas por serem menos eficientes que as de eixo horizontal. Entretanto, isto não é necessariamente verdadeiro em bases teóricas. A máquina Savonius por exemplo, foi a precursora das máquinas de eixo vertical, aumentando substancialmente o valor da eficiência que se havia obtido praticamente até 1929.

O rotor Savonius foi desenvolvido em 1929 e se baseia no princípio do rotor de Flettner. Este é cortado no sentido longitudinal (ao longo de seu eixo) em duas partes, deslocando-se as duas superfícies semi-cilíndricas ao longo do plano de corte, de tal maneira que forme uma letra "S".

O uso das máquinas de eixo vertical elimina a necessidade de orientação em relação ao vento, devido a simetria vertical de rotação. Requerem construção mais simples para as torres de suporte, e podem entregar a potencia mecânica ao nível do solo a um custo menor. Devido a menor velocidade angular, os problemas de vibração são reduzidos.

Potencialmente as máquinas de eixo vertical podem custar menos do que as de eixo horizontal por necessitarem de menos material do que estas últimas.

Para se determinar a eficiência de rotores Savonius, são utilizados os seguintes parâmetros.

(a) Coeficiente de potência (C_p), definido como a relação entre a potência extraída do vento (P) e a potência eólica disponível

$$C_p = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho V^3 A} \qquad (1)$$

onde ρ - densidade do vento
V - velocidade do vento
A - área projetada do rotor (área varrida)

(b) Coeficiente de Torque (C_t), definido como a relação entre o torque no eixo do rotor (T) e o torque teórico proveniente da ação do vento sobre o rotor

$$C_t = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho V^2 AD^*} \qquad (2)$$

onde D*- largura da projeção máxima do rotor

Normalmente se escolhe como variável independente a razão de velocidades (ξ)

$$\xi = \frac{U}{V} \qquad (3)$$

onde U - velocidade tangencial de um ponto extremo da pá

Além disso, considera-se a excentricidade (E) como a relação entre a passagem interna central (e) entre duas pás e o diâmetro da pá

$$E = \frac{e}{D} \qquad (4)$$

A Figura 1 apresenta diferentes tipos de rotores Savonius.

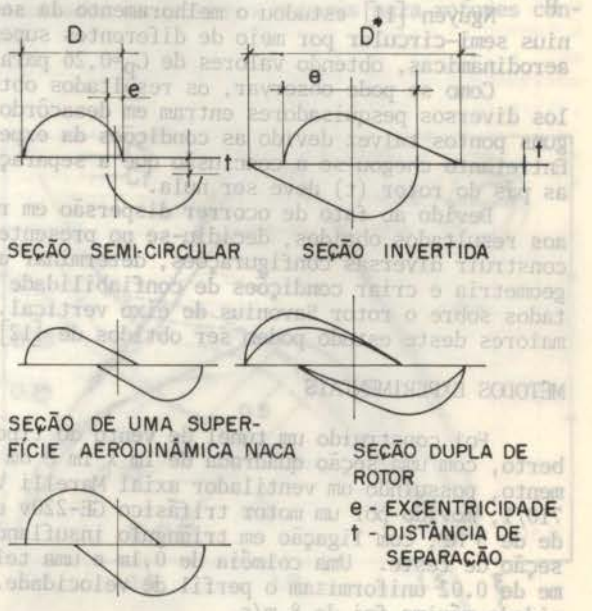


Figura 1. Rotores Savonius e nomenclatura

O rendimento do rotor Savonius tem sido medido em tunel de vento. Parece que a interferência de uma pare de no escoamento pode ser responsável pela maioria das discrepâncias encontradas entre os resultados experimentais. Após diversos testes feitos com modelos reduzidos do rotor "S" em tunel de vento, Savonius [1] refez a mesma experiência em condições naturais de vento (ao ar livre). Foi constatado neste último caso que o rotor girou a uma rotação mais elevada. Após testar mais de 30 modelos, o maior coeficiente de potência encontrado foi de 31% no tunel de vento e 37% em condições naturais. A razão de velocidade correspondente foi de 0,85. Bach [2] estendeu este trabalho para outras geometrias, obtendo um coeficiente de potência máximo de 25%, para

uma relação de velocidades de cerca de 1.

MacPherson [3] obteve um coeficiente de potência máximo de 33% para seu melhor modelo, enquanto que o maior valor obtido por Newman [4] não ultrapassou 20%. Ele confirmou entretanto, as restrições de Savonius em relação ao modelo reduzido em tunel de vento. Estes entretanto servem para avaliar os méritos relativos de cada rotor.

Khan [5] estendeu os estudos anteriores para outras configurações para minimização do arrasto externo ao rotor, utilizando o perfil NACA 0024. O insucesso foi identificado como devido ao elevado ângulo de ataque em altas velocidades de rotação. Dentre os modelos testados, o maior valor encontrado para o coeficiente de potência foi 0,35 para uma razão de velocidade de cerca de 1.

Sivasegaram [6] analisou a influência do número de pás, utilizando rotores de 2,3 e 6 lâminas, com as mais diversas geometrias. Constatou que o melhor modelo possui somente 2 pás, obtendo C_p na faixa de 0,20 a 0,25. Sivasegaram [7] também investigou a influência da razão de aspecto (altura do rotor (H)/largura máxima projetada do rotor (D)), do efeito de borda e do diâmetro do eixo sobre o coeficiente de potência.

Toha e Oliva [8] desenvolveram uma teoria para determinar o coeficiente de potência do rotor Savonius de pás semi-circunferenciais, baseado na geometria e na velocidade absoluta de entrada no rotor. Após vários testes, concluiram que o máximo coeficiente de potência encontrado foi 20% para uma razão de velocidades de 0,58, para t=0 e E=0,33.

A otimização da passagem central do rotor Savonius convencional foi a ênfase dada ao trabalho desenvolvido por Kamal [9]. Este relata que o estrangulamento da passagem implica em melhorias no rendimento do catavento.

Zabzevari [10] fez um estudo sobre o efeito de concentradores, no desempenho do rotor "S", obtendo $C_p \tilde{=} 0{,}48$ para $\xi=1{,}8$.

Nguyen [11] estudou o melhoramento da seção Savonius semi-circular por meio de diferentes superfícies aerodinâmicas, obtendo valores de $C_p=0{,}26$ para $\xi=1{,}0$.

Como se pode observar, os resultados obtidos pelos diversos pesquisadores entram em desacôrdo em alguns pontos talvez devido as condições da experiência. Entretanto chegou-se a conclusão que a separação entre as pás do rotor (t) deve ser nula.

Devido ao fato de ocorrer dispersão em relação aos resultados obtidos, decidiu-se no presente trabalho construir diversas configurações, determinar a melhor geometria e criar condições de confiabilidade aos resultados sobre o rotor Savonius de eixo vertical. Detalhes maiores deste estudo podem ser obtidos de [12].

MÉTODOS EXPERIMENTAIS

Foi construido um tunel de vento do tipo jato aberto, com uma seção quadrada de 1m x 1m e 6m de comprimento, possuindo um ventilador axial Marelli V.A.-57/28 710/1, movido por um motor trifásico GE-220v e capacidade de 5 HP, com ligação em triângulo insuflando ar na seção de teste. Uma colméia de 0,1m e uma tela de arame de 0.02 uniformizam o perfil de velocidade. A velocidade máxima foi de 8 m/s.

A velocidade média do tunel de vento foi medida a uma distância de 0,4m da seção de teste, em 81 pontos equidistantes, por intermédio de um tubo de pitot e um manômetro inclinado com escala de 14mm C.A. e incerteza de 0,1mm de C.A.

O torque foi medido por intermédio de um freio de Prony construido para os modelos. Uma balança Sartorius com resolução de 0,1g foi utilizada na medida do torque.

Um medidor de rotação foi desenvolvido para as medidas realizadas. Constou de um disco com dez furos equidistantes, uma fonte luminosa e um fototransmissor. Os pulsos foram medidos com um frequencímetro digital Tektronix DC-503.

A incerteza estimada para a razão de velocidade (ξ) é de 3,4%. A incerteza estimada para o coeficiente de torque (C_t), é de 9,6%. A incerteza estimada para o coeficiente de potência (C_p) é de 8,4%. Todas ao nível de confiabilidade de 95,4%.

Três classes de rotores foram estudadas:

(i) Rotor convencional - rotor Savonius semi-circular, variando a excentricidade E. A distância de separação t entre as pás foi mantida em t=0, pois além de ter sido mostrado experimentalmente mais eficiente por vários autores, também o foi verificado nesta investigação.

(ii) Rotor de configuração mista - geometrias mais aerodinâmicas que possam absorver uma maior energia do ar. Neste caso a excentricidade (E*) é definida como a relação entre a passagem interna central (e) e a máxima largura (D*) projetada do rotor. No rotor convencional

$$E^* = \frac{e}{D^*} \tag{5}$$

$$D^* = 2D\text{-}e \tag{6}$$

(iii) Rotor convencional com concentrador - rotor Savonius semi-circular com concentrador, variando a excentricidade.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

(i) Rotores convencionais

A Figura 2 apresenta curvas dos coeficientes de potência (C_p) e de torque (C_t) como função da razão de velocidade (ξ). Os dados experimentais foram ajustados pelo método dos mínimos quadrados e a incerteza estimada no item anterior. São apresentados dados para valores E de excentricidade de 0; 0.1; 0,2; 0,25; 0,5 e 0,75. Pode-se observar que para E=0,2 o rotor atinge seu maior valor do coeficiente de potência, (C_p=0,28), correspondente a razão de velocidade ξ=1,0. Pode-se também observar que maiores coeficientes de potência correspondem a maiores velocidades de rotação do rotor, isto é, maiores razões de velocidade (ξ). O coeficiente de torque permanece aproximadamente constante, muito embora o coeficiente de potência varie com a excentricidade (E). Assim, pode-se concluir que para geometrias semelhantes dos rotores, o coeficiente de potência (ou a potência extraida do vento) é influenciado diretamente pelas ineficiências aerodinâmicas que modificam basicamente a velocidade de rotação do rotor.

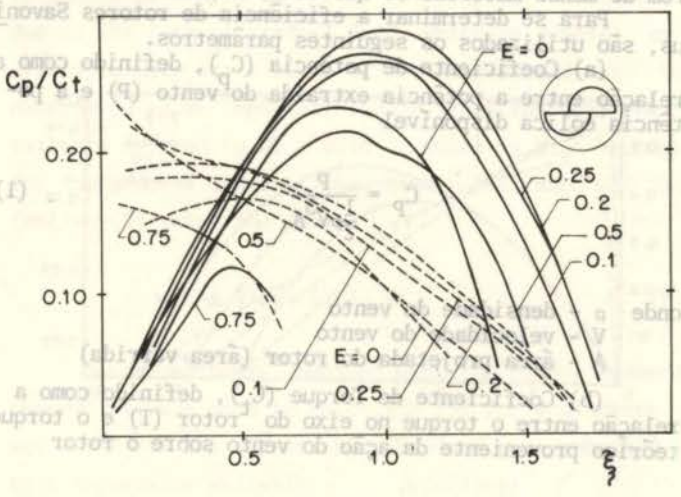


Figura 2. Desempenho de rotores convencionais

(ii) Rotores de configuração mista

A Figura 3 apresenta curvas dos coeficientes de potência (C_p) e de torque (C_t) como função da razão de velocidade (ξ) para o modelo A.

Pode-se observar que o coeficiente de potência é

mais elevado para mesmas excentricidades (máximo valor C_p=0,29). Para baixas razões de velocidade o torque também aumenta em relação ao rotor convencional. Diminui entretanto para valores mais elevados de ξ (ou seja menores velocidades de vento). Nota-se também a mesma tendência de aumento de velocidade do rotor com maiores eficiências. São apresentadas curvas para excentricidades E*=0; 0,028; 0,056; 0,116.

A Figura 4 apresenta curvas de desempenho para o modelo B, para E*=0,051 e 0,088. Valores maiores de coeficiente de potência e torque (em baixos ξ) foram obtidos.

A Figura 5 apresenta curvas de desempenho para o modelo C e excentricidades E*=0,023 e 0,038.

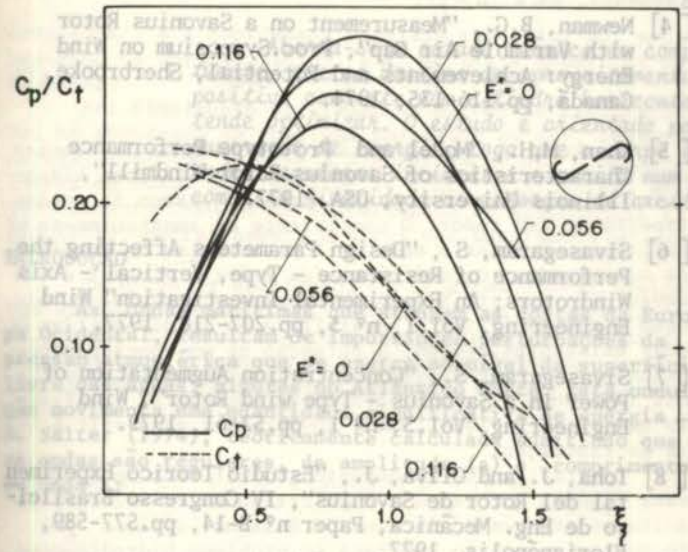


Figura 3. Desempenho de rotores com configuração mista (Modelo A)

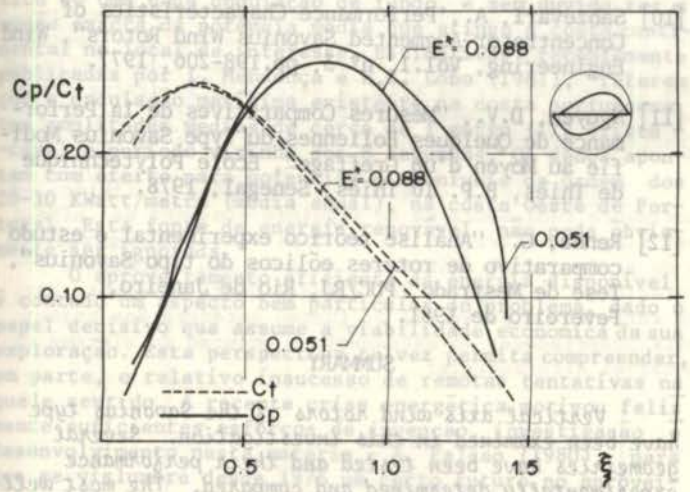


Figura 4. Desempenho de rotores com configuração mista (Modelo B)

(iii) Rotor convencional com concentrador

A Figura 6 apresenta os resultados de desempenho para várias excentricidades E*=0,15; 0,2; 0,25; 0,50 e 0,75.

A análise comparativa entre os rotores com e sem concentrador mostra que o concentrador torna mais suave o pico da curva de potência. Entretanto, isto provoca uma diminuição na eficiência dos rotores.

A Figura 7 apresenta os resultados de desempenho de um rotor Savonius convencional com excentricidade ótima (E=0,2). São examinadas a retirada das pás do concentrador, transformando-o num canalizador de vento, o que não interfere no rendimento. A retirada das pás

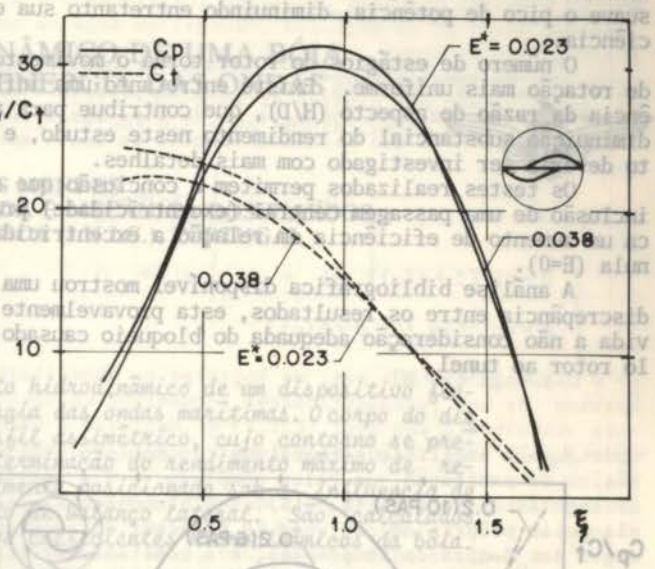


Figura 5. Desempenho de rotores com configuração mista (Modelo C)

traseiras não foi vantajosa, além de requerer um direcionador de vento. Foram comparados concentradores com 6 e 10 pás. Os concentradores com maior número de pás obstruem mais a passagem do ar e são menos eficientes.

Também foi analisada a influência do número de estágios do rotor sobre seu rendimento em [12]. Concluiu-se que a relação entre a altura de cada estágio e o diâmetro do mesmo é crítica e merece ser examinada. Entre dois estágios adjacentes a inexistência de uma tampa de separação faz com que o rendimento caia bastante.

A Figura 8, finalmente, mostra uma comparação entre os resultados de diversos autores para rotores convencionais.

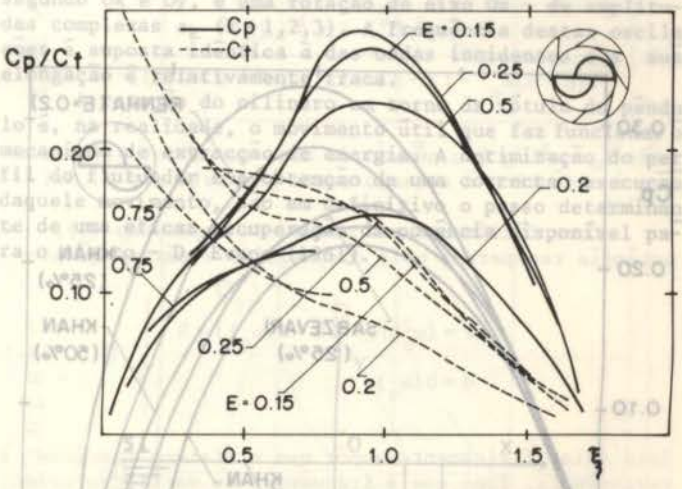


Figura 6. Rotor convencional com concentrador

CONCLUSÕES

Dentre os diferentes parâmetros que influenciam o desempenho de um rotor Savonius, a excentricidade possui uma grande influência sobre o coeficiente de potência do mesmo. A otimização da passagem central entre as pás varia com a forma das mesmas.

A inclusão de distância de separação (t) entre as pás do rotor diferente de zero, reduz o desempenho do mesmo.

A razão de aspecto (H/D) influe no rendimento do rotor. Valores menores deste parâmetro conduzem a rotores com maior torque e mais baixas rotações.

A análise comparativa entre os rotores com e sem concentrador mostra que os concentradores tornam mais suave o pico de potência, diminuindo entretanto sua eficiência.

O número de estágios do rotor torna o movimento de rotação mais uniforme. Existe entretanto uma influência da razão de aspecto (H/D), que contribue para a diminuição substancial do rendimento neste estudo, e isto deveria ser investigado com mais detalhes.

Os testes realizados permitem a conclusão que a inclusão de uma passagem central (excentricidade) provoca um aumento de eficiência em relação a excentricidade nula (E=0).

A análise bibliográfica disponível mostrou uma discrepância entre os resultados, esta provavelmente devida a não consideração adequada do bloqueio causado pelo rotor ao tunel.

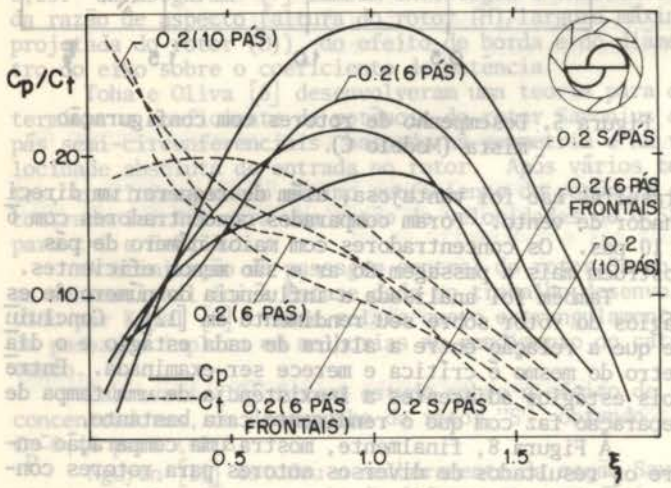


Figura 7. Rotor Savonius com excentricidade ótima e concentrador

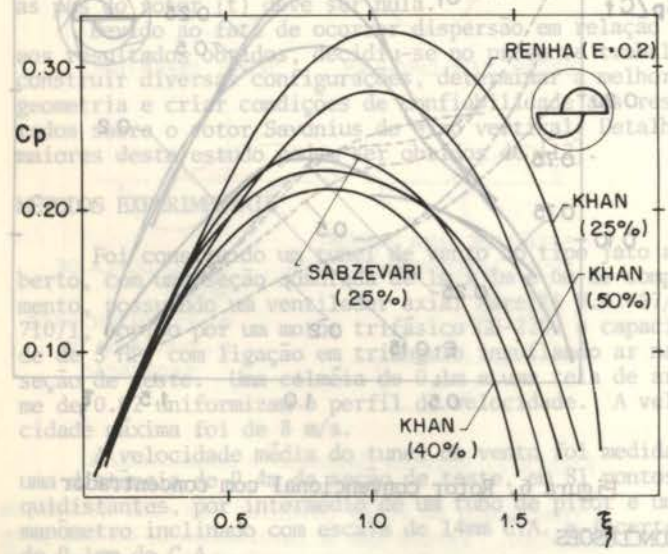


Figura 8. Comparação entre rotores Savonius

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio da FINEP - Financiadora de Estudos e Projetos, para a realização deste trabalho.

REFERÊNCIAS

[1] Savonius, S.J., "The S - Rotor and its Applications", Mechanical Engineering, Vol.53, 1931.

[2] Bach, G., "Investigation Concerning Savonius Rotors and Related Machines". Translated in to English By Brace Research Institute, Quebec, Canadá, 1931.

[3] Mac Pherson, R.B., "Design, Development and Testing of low head high Efficienty Kinetic Energy Machine - An Alternative for the Future". University of Massachusetts, Amherst, Mass., 1972.

[4] Newman, B.G., "Measurement on a Savonius Rotor with Variable Air Gap", Proc.Symposium on Wind Energy: Achievements and Potential, Sherbrooke, Canadá, pp.116-135, 1974.

[5] Khan, M.H., "Model and Prototype Performance Characteristics of Savonius Rotor Windmill", Illinois University, USA, 1977.

[6] Sivasegaram, S., "Design Parameters Affecting the Performance of Resistance - Type, Vertical - Axis Windrotors; An Experimental Investigation" Wind Engineering, Vol.1, nº 3, pp.207-218, 1977.

[7] Sivasegaram, S., "Concentration Augmentation of Power in a Savonius - Type wind Rotor", Wind Engineering, Vol.3, nº 1, pp.52-61, 1979.

[8] Toha, J. and Oliva, J., "Estudio Teorico Experimental del Rotor de Savonius", IV Congresso Brasileiro de Eng. Mecânica, Paper nº B-14, pp.577-589, Florianópolis, 1977.

[9] Kamal, A.R.I., "Rotor de Savonius", Teoria e Otimização", Congresso Brasileiro de Energia (C.B.E.), Paper nº B-7, pp.435-447, Rio de Janeiro, 1978.

[10] Sabzevari, A., Performance Characteristics of Concentrator-Augmented Savonius Wind Rotors", Wind Engineering, Vol.1, nº 3, pp.198-206, 1977.

[11] Nguyen, D.V., "Mesures Comparatives de la Performance de Quelques Eoliennes du Type Savonius Modifie au Moyen d'un Greffage", Ecole Polytechnique de Thiès, B.P. 10 Thiès, Senegal, 1978.

[12] Renha, G., "Análise teórico experimental e estudo comparativo de rotores eólicos do tipo Savonius", Tese de Mestrado, PUC/RJ, Rio de Janeiro, Fevereiro de 1981.

SUMMARY

Vertical axis wind rotors of the Savonius type have been examined in this investigation. Several geometries have been tested and their performance experimentally determined and compared. The most well known geometry, which is the semi-circle, has been extensively tested, including the relative position between the two parts.

Experimental data were obtained for the power and torque coefficients, as a function of the velocity ratio, for several geometries. Finally a critical analysis is carried out for several alternatives, aiming a better utilization of the wind power with this type of rotor.

COMPORTAMENTO HIDRODINÂMICO DE UMA BÓIA NO APROVEITAMENTO DE ENERGIA DAS ONDAS

ANTONIO CARLOS MENDES
CENTRO DE TERMODINÂMICA APLICADA E MECÂNICA DOS FLUÍDOS
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA (I.N.I.C.), PORTUGAL

SUMÁRIO

Aborda-se o estudo teórico do comportamento hidrodinâmico de um dispositivo flutuante, que se destina ao aproveitamento de energia das ondas marítimas. O corpo do dispositivo consiste num cilindro horizontal de perfil assimétrico, cujo contorno se pretende optimizar. O estudo é orientado para a determinação do rendimento máximo de recuperação de energia, logo que o corpo é lateralmente posicionado sob a influência de ondas regulares incidentes e oscila num movimento de balanço lateral. São calculados com esta finalidade os esforços de excitação e os coeficientes hidrodinâmicos da bóia.

INTRODUÇÃO

As ondas marítimas que atingem as costas da Europa Ocidental, resultam de importantes perturbações da pressão atmosférica que se exerce ao nível da superfície livre das águas, algures no Atlântico Norte. Esta ondulação movimenta uma quantidade significativa de energia — S. Salter (1974), teòricamente calculada admitindo que as ondas são regulares, de amplitude (a) e comprimento de onda λ;

$$E = 0.5\ \rho\, g\, \lambda\, a^2 \qquad (1)$$

por unidade de comprimento da frente de ondas.

Mais importante do que avaliar o conteúdo energético de uma dada ondulação de fundo, é sem dúvida ter a noção exacta da potência média que atinge a costa continental no local de interesse. Estimativas recentemente publicadas por I. Mendonça e H.C. Lobo (1981), referem que a ondulação marítima existente na costa portuguesa tem amplitudes médias de cerca de 1 metro (1/2 crista – –cava) e período vizinho dos 8 segundos. Os dados apontam com efeito para potências disponíveis da ordem dos 20-30 KWatt/metro (média anual), na costa Oeste de Portugal. Esta fonte de energia renovável não pode òbviamente ser ignorada.

O aproveitamento eficiente da energia disponível é contudo um aspecto bem particular do problema, dado o papel decisivo que assume a viabilidade económica da sua exploração. Esta perspectiva talvez permita compreender, em parte, o relativo insucesso de remotas tentativas naquele sentido. A recente crise energética motivou felizmente suficientes esforços de invenção, investigação e desenvolvimento nesta matéria – A. Falcão (1980), para que se vislumbre desde 1976 um certo futuro no aproveitamento da energia das ondas. A sua utilização será seguidamente encarada ao nível de uma aplicação de âmbito mais restrito, e não como alternativa aos meios convencionais de produção de energia com fins industriais.

DISPOSITIVO

Entre os sistemas planeados para interfaciar a fonte de alimentação (ondas incidentes) e os meios de conversão de energia, contam-se os dispositivos de corpo oscilante flutuantes. Esta foi aliás uma das primeiras soluções encontradas – A. Cottrill (1981). O dispositivo em consideração é neste caso uma bóia-farol de características bidimensionais, que se orienta naturalmente face às ondas incidentes e utiliza a sua energia na sinalização costeira. Uma das particularidades deste dispositivo, idealizado nos Estaleiros Navais de Lisboa (LISNAVE), reside no facto de estar equipado de um mecanismo pendular submerso cuja haste rígida acciona um par de bombas alternativas. Estas alimentam por seu lado todo o circuito hidráulico de conversão de energia.

O corpo hidrodinâmico do dispositivo está esquemàticamente representado na figura 1. A bóia cilíndrica C flutua horizontalmente num meio fluido de domínio (D), superfície livre (SL) e grande profundidade; (L) é o contorno do perfil transversal da bóia e $\vec{n}_e$ a respectiva normal exterior. O conjunto é orientado por intermédio de um sistema de eixos absoluto (Oxyz), definindo para (y = 0) um plano de água em repouso. O flutuador é idealmente posicionado sob a influência de um campo de ondas de gravidade regulares, monocromáticas, de pequena amplitude (a) e grande período $T = 2\pi/\omega$, oriundas de ($x = -\infty$) e avançando sobre o corpo com incidência normal à sua geratriz. O escoamento tem simetria cilíndrica de plano director (Oxy). A bóia executa um movimento plano periódico com 3 graus de liberdade – duas translações, segundo Ox e Oy, e uma rotação de eixo Oz – de amplitudes complexas a_k (k = 1,2,3). A frequência destas oscilações é suposta idêntica à das ondas incidentes e a sua elongação é relativamente fraca.

A rotação do cilindro em torno da rótula do pêndulo é, na realidade, o movimento útil que faz funcionar o mecanismo de extracção de energia. A optimização do perfil do flutuador e a obtenção de uma correcta execução daquele movimento, são em definitivo o passo determinante de uma eficaz recuperação da potência disponível para o efeito – D. Evans (1981).

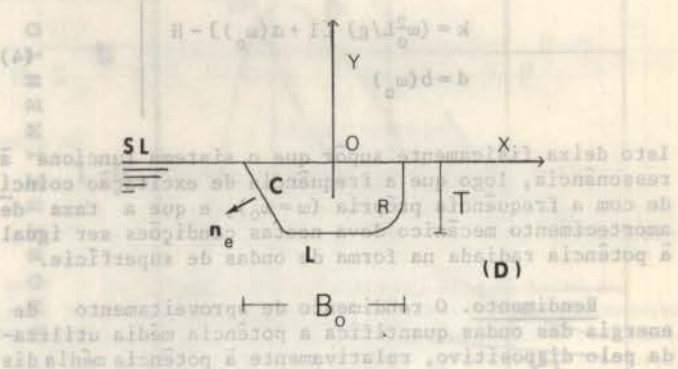


Figura 1

PROBLEMA MECÂNICO

A determinação da potência extraída pelo dispositivo às ondas incidentes, indispensável ao cálculo do rendimento do aproveitamento, envolve a manipulação da equação do movimento do flutuador. Importa desde logo assumir que a bóia oscila com 1 grau de liberdade apenas

- o do movimento de balanço (rotação/Oz) em torno da origem do sistema de eixos - e que o pêndulo reside na sua posição de equilíbrio estático.

Equação do movimento. O conjunto do corpo flutuante e mecanismos acoplados, constitui um sistema oscilatório cujo equivalente mecânico é do tipo massa-mola-amortecedor. A 2ª lei de Newton enuncia-se deste modo:

$$F_p = M\ddot{\theta} + B\dot{\theta} + K\theta, \quad F_3 = (\omega^2\rho L^4)\ \mathrm{Re}\{\mathcal{M}_z\, e^{i\omega t}\} \qquad (2)$$

$$\begin{cases} M = \rho L^3[I + a(\omega)] \\ B = \omega\rho L^3[(\omega_o/\omega)\ d + b(\omega)] \\ K = \rho g L^2[k + H] \end{cases}$$

onde $\mathcal{M}_z$ é a amplitude adimensional do momento hidrodinâmico de excitação, de valor complexo, e θ a amplitude angular de rotação ($a_3 = L\theta$). I é o momento de inércia polar própria do conjunto, d o factor de amortecimento das bombas de compressão, k a constante de rigidez das molas de restituição e amarragens da bóia, e H o coeficiente hidrostático de restituição do flutuador ao equilíbrio. Directamente dependentes da frequência de oscilação, temos os coeficientes de inércia virtual $a(\omega)$ e de amortecimento hidrodinâmico $b(\omega)$ da bóia. Todas estas grandezas foram generalizadas utilizando a massa específica ρ, a aceleração da gravidade g, a dimensão característica do flutuador L, a frequência das ondas ω e a pseudo-frequência natural do sistema ω_o, como parâmetros de referência.

Potência extraída. Admitindo que o dispositivo responde harmonicamente à excitação exterior, a potência média consumida num ciclo de oscilação é exclusivamente determinada pelo factor de amortecimento (d) do mecanismo de extracção de energia. Utilizando a equação (2) e definindo como frequência normalizada de excitação $n = \omega/\omega_o$, aquela potência vale:

$$p(\omega) = \frac{0.5(\omega^3\rho L^4)\ d\, n^{-1}\, |\mathcal{M}_z|^2}{\{(k+H)K_o^{-1} - [I + a(\omega)]\}^2 + \{n^{-1}\ d + b(\omega)\}^2} \qquad (3)$$

onde $K_o = \omega^2 L/g$ é o número de onda reduzido. Esta relação é idêntica à anteriormente proposta por C. Mei (1976).

Como fàcilmente se conclui da expressão (3), a potência recuperada pelo dispositivo é máxima quando

$$\left.\begin{aligned} k &= (\omega_o^2 L/g)\ [I + a(\omega_o)] - H \\ d &= b(\omega_o) \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Isto deixa fisicamente supôr que o sistema funciona à ressonância, logo que a frequência de excitação coincide com a frequência própria ($\omega = \omega_o$), e que a taxa de amortecimento mecânico deva nestas condições ser igual à potência radiada na forma de ondas de superfície.

Rendimento. O rendimento de aproveitamento de energia das ondas quantifica a potência média utilizada pelo dispositivo, relativamente à potência média disponível na ondulação incidente: $e = p(\omega)/P$. Integrando a relação (1) ao longo de um período do movimento ondulatório, em águas profundas:

$$P = 0.25(\omega^3\rho L^4)K_o^{-2}\ A^2 \qquad (5)$$

sendo $A = a/L$ a amplitude relativa das ondas. O rendimento é máximo logo que a potência extraída o seja, o que equivale a dizer que as condições de sintonização (4) se verificam e neste caso, de (3) e (5),

$$e(n) = \frac{2n^3 K_o^2\ b(\omega_o) A^{-2} |\mathcal{M}_z|^2}{[(1-n^2)I + a(\omega_o) - n^2 a(\omega)]^2 + [n\, b(\omega_o) + n^2\, b(\omega)]^2} \qquad (6)$$

Este é o rendimento de um dispositivo elementar, convenientemente sintonizado para um campo incidente de frequência predominante ω_o. O tecto de eficiência é simplesmente, para (n = 1):

$$e_o = 0.5\ K_o^2\ b^{-1}(\omega_o)\ A^{-2} |\mathcal{M}_z|^2 \qquad (7)$$

O projecto do dispositivo às condições de funcionamento nominais, é pois função dos coeficientes hidrodinâmicos da bóia e das propriedades do campo de ondas disperso em seu redor. O coeficiente de amortecimento hidrodinâmico é aliás o dado útil na obtenção de rendimentos optimizados. O coeficiente de inércia virtual e uma conveniente redistribuição de massas no interior da bóia, podem ainda facilitar a sensibilização do dispositivo às ondas existentes. Porém, a obtenção de um funcionamento ressonante só será viável para grandes comprimentos de onda incidente, tirando partido do momento de restituição hidrostática associado à envergadura do perfil à linha de flutuação.

Contrariamente ao expediente utilizado por D. Evans (1976), que calcula implìcitamente os esforços de excitação através do Teorema de Haskind, optámos por efectuar a resolução completa do problema hidrodinâmico de difracção-radiação necessária ao tratamento numérico da expressão (6).

PROBLEMA HIDRODINÂMICO

A análise da equação do movimento (2) demonstrou que o rendimento ideal de conversão de energia, depende objectivamente dos esforços de excitação e dos coeficientes hidrodinâmicos da bóia. A determinação destes parâmetros requer òbviamente a resolução do problema da difracção e radiação das ondas de superfície em presença.

Formulação. A obtenção das equações do fluido em movimento fundamenta-se no seguinte conjunto de hipóteses simplificativas: o fluido é perfeito, incompressível e de profundidade ilimitada, sendo o seu escoamento irrotacional. O campo de velocidades deste movimento deriva então de um potencial Φ, função geradora das principais propriedades do escoamento e solução do sistema de equações diferenciais:

$$\left|\begin{aligned} &\Delta\Phi(z,t) = 0, \quad (z \in D) && \text{(a)} \\ &\left\{\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} + 2\varepsilon\,\frac{\partial\Phi}{\partial t} + g\,\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right\}_{(y=0)} = 0 && \text{(b)} \\ &\left(\frac{\partial\Phi}{\partial n_e}\right)_L = 0 && \text{(c)} \\ &\Phi(z) = 0, \quad (y \to -\infty) && \text{(d)} \end{aligned}\right. \qquad (8)$$

onde $(\varepsilon \to 0)$ para um fluido perfeito. A escolha de uma versão linearizada das condições fronteira ao nível da superfície livre do fluido - equação de Poisson (8.b) - e sobre o contorno imerso do sólido - condição de Neumann (8.c) - é legítima, assumindo que as ondas têm fraca amplitude relativa e que o corpo executa movimentos de pequena elongação. O potencial procurado é pois uma função harmónica, cuja amplitude (complexa) se obtem so-

brepondo os campos adimensionais incidente ϕ_I, de difracção ϕ_D e de radiação unitária ϕ_k:

$$\Phi(z,t) = \mathrm{Re}\{\phi(z)\, e^{i\omega t}\}, \quad (z \in D) \tag{9}$$

$$\phi(z) = \omega L[a(\phi_I + \phi_D) + \sum_{k=1}^{3} i(a_k \phi_k)]$$

sendo o potencial das ondas incidentes bem conhecido,

$$\phi_I = -K_o^{-1}\, e^{-iK_o Z} \tag{10}$$

onde $Z = z/L$ é a coordenada complexa reduzida, ao ponto genérico do domínio fluido, e $K_o = \omega^2 L/g$ o número de onda usual.

Foi finalmente utilizado um método de singularidades na abordagem do problema formulado em (8), cuja resolução numérica se deve à discretização da fronteira imersa do corpo em elementos de contorno lineares. Este procedimento resulta no aparecimento de *frequências irregulares*, perfeitamente visível nos resultados obtidos.

Esforços de excitação. Os esforços hidrodinâmicos que actuam o dispositivo, podem obter-se por integração da pressão dinâmica adjacente ao contorno do flutuador. Logo que este é suposto imobilizado em presença das ondas incidentes teremos, utilizando a equação de Lagrange,

$$F_p = \mathrm{Re}\{\mathcal{F}_p\, e^{i\omega t}\}, \quad \mathcal{F}_p = i(\omega^2 \rho L^3)\, A \int_L (\phi_I + \phi_D)\, n_p\, dL \tag{11}$$

as componentes segundo os três eixos coordenados ($p = 1, 2, 3$), do torsor de excitação que suporta o sólido nestas condições. $A = a/L$ designa a amplitude relativa das ondas, n_p os cosenos directores da normal e $dL = d\ell/L$ o elemento de contorno normalizado.

A figura 2 mostra as amplitudes adimensionais ($L = T$) dos esforços exercidos por ondas de amplitude unitária e frequência $K_o = \omega^2 T/g$, num cilindro de geratriz unitária, calculados utilizando o algoritmo numérico da ref. (8) na simulação do perfil da figura 1. Este apresenta uma muralha inclinada a 60^0 a montante, muralha vertical com um encolamento de raio $R = 0.5$ a jusante, e uma relação envergadura-calado $B_o/T = 2.2887$.

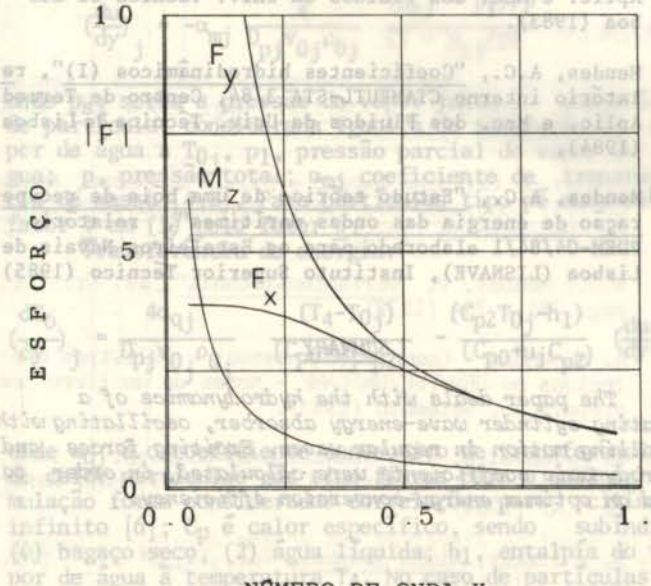


Figura 2. Esforços de excitação

Coeficientes hidrodinâmicos. Os esforços que suporta o dispositivo, oscilando agora em presença de um plano de água em repouso, calculam-se de forma análoga à que foi anteriormente descrita. Sendo as verdadeiras amplitudes deste movimento forçado de momento desconhecidas, limitar-nos-emos ao cálculo dos coeficientes de inércia virtual a_{pk} e de amortecimento b_{pk}:

$$\left.\begin{aligned} a_{pk} &= -\mathrm{Re}\int_L \phi_k\, n_p\, dL \\ b_{pk} &= \mathrm{Im}\int_L \phi_k\, n_p\, dL \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

quantificando os esforços em fase com a aceleração e velocidade do movimento, respectivamente, que se exercem segundo a direcção ($p = 1,2,3$) logo que o flutuador executa uma oscilação de amplitude unitária na direcção ($k = 1,2,3$).

A figura 3 representa os coeficientes adimensionais ($L = T$) principais ($p = k$), de um cilindro elementar com calado unitário, oscilando à frequência $K_o = \omega^2 T/g$, calculados utilizando o algoritmo da ref. (9) na simulação da geometria anterior.

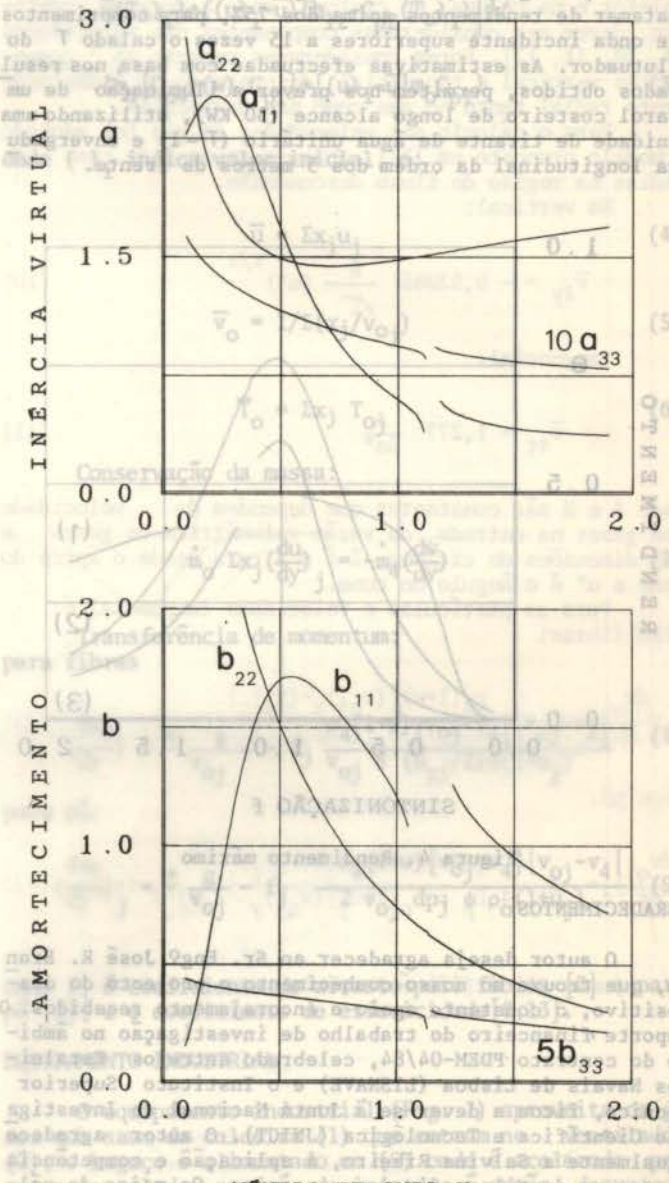


Figura 3. Coeficientes hidrodinâmicos

CONCLUSÃO

A análise do comportamento hidrodinâmico da bóia de recuperação de energia das ondas mostra que o dispositivo pode atingir altos rendimentos de funcionamento, quando devidamente sintonizado à frequência predominante da ondulação incidente. Os cálculos efectuados utilizando a relação (6), para duas geometrias de flutuador, estão representados nas figuras 4 e 5.

A figura 4 exibe o rendimento máximo de uma bóia com o perfil assimétrico inicialmente convencionado (figura 1), em função de um parâmetro de sintonia $f = (\omega/\omega_0)^{0.5}$, no aproveitamento de energia segundo os 3 modos de oscilação independentemente. O movimento lateral (1) é o menos favorável à absorção de energia, deixando as curvas supôr que a utilização da oscilação vertical (2) teria vantagens sobre o actual aproveitamento do balanço (3) pelo mecanismo pendular.

O perfil seguidamente simulado na figura 5 é uma secção de geometria optimizada, com a muralha lateral de montante inclinada a 45^0 e um casco circular a jusante ($R = T$), cuja relação envergadura-calado (B_0/T) é de 3/1. A melhoria de rendimento alcançada munindo o dispositivo de uma bóia com esta configuração, é notável - curva (3) da figura 5 - confirmando a oportunidade de se utilizar um mecanismo funcionando à rotação nestas condições. Um dispositivo sintonizado a $T = 7$ segundos, período médio (anual) da ondulação marítima nas costas portuguesas, funciona agora com um confortável patamar de rendimentos acima dos 75%, para comprimentos de onda incidente superiores a 15 vezes o calado T do flutuador. As estimativas efectuadas com base nos resultados obtidos, permitem-nos prever a iluminação de um farol costeiro de longo alcance (30 KW), utilizando uma unidade de tirante de água unitário ($T = 1$) e envergadura longitudinal da ordem dos 5 metros de frente.

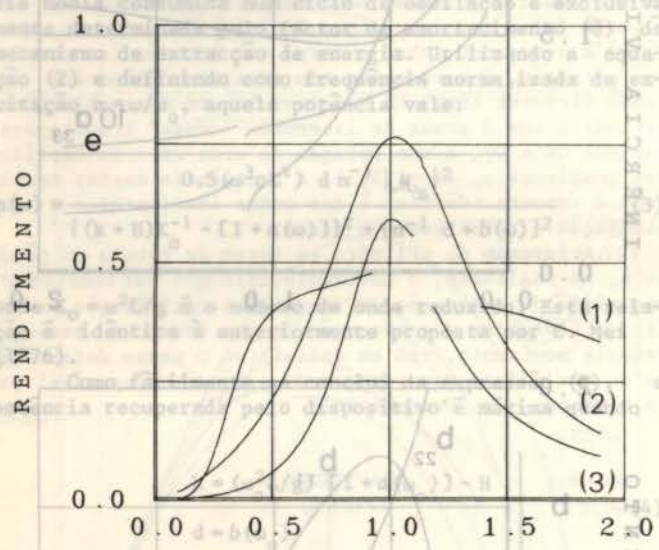


Figura 4. Rendimento máximo

AGRADECIMENTOS

O autor deseja agradecer ao Sr. Engº José R. Branco, que trouxe ao nosso conhecimento o projecto do dispositivo, o constante apoio e encorajamento recebidos. O suporte financeiro do trabalho de investigação no âmbito do contrato PDEM-04/84, celebrado entre os Estaleiros Navais de Lisboa (LISNAVE) e o Instituto Superior Técnico, ficou a dever-se à Junta Nacional de Investigação Científica e Tecnológica (JNICT). O autor agradece igualmente a Salvina Ribeiro, a aplicação e competência postos na dactilografia do manuscrito. Os meios de cálculo computacional utilizados foram em parte assegurados pelo Centro de Termodinâmica Aplicada e Mecânica dos Fluidos da Universidade Técnica de Lisboa (CTAMFUTL).

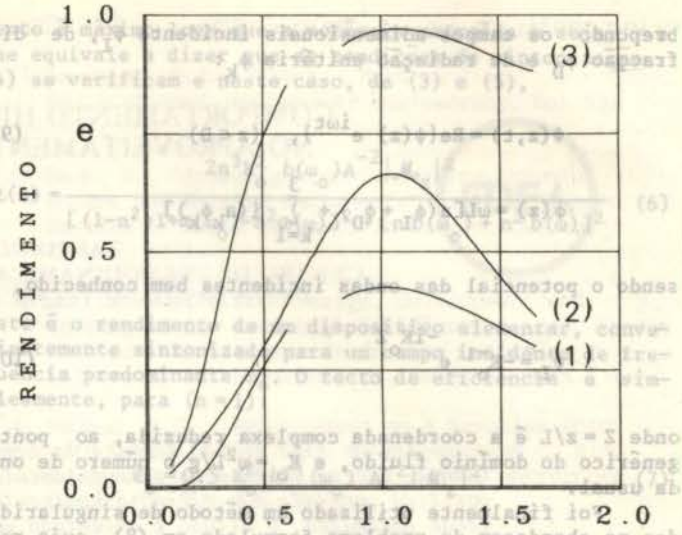


Figura 5. Rendimento optimizado

REFERÊNCIAS

[1] Salter, S.H., "Wave power", Nature, 249 (1974), p. 720-724.

[2] Mendonça, I. e Lobo, H.C., "Energia das ondas junto à costa portuguesa", B.I. Inst. Nac. de Meteorologia e Geof., 45 (1981), p. 5-19.

[3] Falcão, A.F., "A utilização de energia das ondas marítimas", Técnica, 458 (1980), p. 337-353.

[4] Cottrill, A., "Wave power game", Offshore Engineer, January (1981).

[5] Evans, D.V., "Power from water waves", J. Fluid Mech. 13 (1981), p. 157-187.

[6] Mei, C.C., "Power extraction from water waves", J. Ship Research, 20 (1976), p. 63-66.

[7] Evans, D.V., "A theory for wave-power absorption by oscillating bodies", J. Fluid Mech., 77 (1976), p. 1-25.

[8] Mendes, A.C., "Esforços de excitação (I)", relatório interno CTAMFUTL-STA 6/83, Centro de Termod. Aplic. e Mec. dos Fluidos da Univ. Técnica de Lisboa (1983).

[9] Mendes, A.C., "Coeficientes hidrodinâmicos (I)", relatório interno CTAMFUTL-STA 3/84, Centro de Termod. Aplic. e Mec. dos Fluidos da Univ. Técnica de Lisboa (1984).

[10] Mendes, A.C., "Estudo teórico de uma bóia de recuperação de energia das ondas marítimas", relatório PDEM-04/84/1 elaborado para os Estaleiros Navais de Lisboa (LISNAVE), Instituto Superior Técnico (1985).

SUMMARY

The paper deals with the hydrodynamics of a floating cylinder wave-energy absorber, oscillating with a rolling motion in regular waves. Exciting forces and hydrodynamic coefficients were calculated, in order to find an optimum energy-conversion efficiency.

SECAGEM PNEUMÁTICA DE BAGAÇO DE CANA

ISAÍAS DE CARVALHO MACEDO
UNICAMP (EM LICENÇA) E C.T. COPERSUCAR
SÍLVIA AZUCENA NEBRA
UNICAMP — FEC/DEM, SP

SUMÁRIO

Foi desenvolvido um modelo teórico aplicável a um secador pneumático, funcionando com mistura de tamanhos e formas de partículas. Foi feita a simulação do funcionamento de um sistema específico cujo projeto foi executado pelo Centro de Tecnologia Copersucar [1] para bagaço de cana. Os resultados são comparados com os dados disponíveis do sistema industrial.

INTRODUÇÃO

O objetivo do trabalho foi o desenvolvimento de um modelo de simulação para secadores pneumáticos utilizados para bagaço de cana; comprovado com resultados de um protótipo em escala industrial, este modelo serviria para desenvolvimentos na área.

MODELO PROPOSTO

Num secador pneumático tem-se gás com velocidade v_4 e partículas sendo arrastadas com velocidade v_0. Ambas as velocidades variam ao longo do percurso (y). A secagem ocorre ao longo do percurso.

As hipóteses fundamentais adotadas neste modelo são:

- o secador funciona em regime estacionário;
- as partículas secam segundo o modelo de uma gota d'água de condutividade térmica infinita;
- o conjunto de partículas tem frações diferentes em tamanho e tipo, cada fração ($m_0\ x_j$) tem diâmetro (D_{pj}) densidade (ρ_{0j}) [2], umidade (u_j), velocidade (v_{0j}) e temperatura (T_{0j}) próprias.

As equações fundamentais que descrevem este processo são [3,4] as de transferência de massa:

$$\left(\frac{du}{dy}\right)_j = -\alpha_{mj}\,\frac{4}{D_{pj}v_{0j}\rho_{0j}}\,\frac{(p_{sj}-p_1)/p}{(1-p_{sj}/p)} \qquad (1)$$

onde p_{sj} seria a pressão de vapor junto à superfície de partícula, considerada igual à de saturação do vapor de água a T_{0j}, p_1, pressão parcial do vapor de água; p, pressão total; α_{mj} coeficiente de transferência de massa [4,5]. Para partículas tipo pó muda-se o fator 4 em (1) pelo fator 6.

Transferência de energia:

$$\left(\frac{dT_o}{dy}\right)_j = \frac{4\alpha_{qj}}{D_{pj}v_{0j}\rho_{0j}}\,\frac{(T_4-T_{0j})}{(C_{p0}+u_jC_{p2})} - \frac{(C_{p2}T_{0j}-h_1)}{(C_{p0}+u_jC_{p2})}\left(\frac{du}{dy}\right) \qquad (2)$$

onde α_{qj} é o coeficiente convectivo de transferência de calor partículas-gás tipo fibras para o qual na simulação foram consideradas correlações para cilindro infinito [6]; C_p é calor específico, sendo subíndice (0) bagaço seco, (2) água líquida; h_1, entalpia do vapor de água à temperatura T_4. No caso de partículas tipo pó, muda o fator 4 por 6 e α_{qj} foi adotado de [7].

Fazendo um balanço global de energia desde o início do processo determina-se T_4 (temperatura dos gases)

$$T_4=\{\dot{m}_4\left[C_{p4}+(w)_iC_{p1}\right](T_4)_i-\dot{m}_o\left[C_{po}(\overline{T}_o-(T_o)_i+C_{p1}(\Sigma x_ju_jT_{oj}-\overline{u}(T_o)_i)+((u)_i-\overline{u})(h_{12}-C_{p2}(T_o)_i)\right]\}/$$
$$\{\dot{m}_4\left[C_{p4}+(w)_iC_{p1}\right]+\left[(u)_i-\overline{u}\right]\dot{m}_oC_{p1}\} \qquad (3)$$

onde $(\ )_i$ indica valor inicial, e:

$$\overline{u} = \Sigma x_ju_j \qquad (4)$$

$$\overline{v}_o = 1/\Sigma(x_j/v_{oj}) \qquad (5)$$

$$\overline{T}_o = \Sigma x_j\,T_{oj} \qquad (6)$$

Conservação da massa:

$$\dot{m}_o\,\Sigma x_j\left(\frac{du}{dy}\right)_j = -\dot{m}_4\left(\frac{dw}{dy}\right) \qquad (7)$$

Transferência de momentum:

para fibras

$$\left(\frac{dv_o}{dy}\right) = \pm\frac{g}{v_{oj}} - f_j\,\frac{\rho_4(1+w)\left[v_{oj}-v_4\right]\left|v_{oj}-v_4\right|}{v_{oj}\,\pi\,(D_{pj}/2)\rho(1+u_j)} \qquad (8)$$

para pó:

$$\left(\frac{dv_o}{dy}\right)_j = \pm\frac{g}{v_{oj}} - f_j\,\frac{3\,\rho_4(1+w)\left[v_{oj}-v_4\right]\left|v_{oj}-v_4\right|}{2\,v_{oj}\,dp_j\,\phi\,\rho_o(1+u_j)} \qquad (9)$$

onde f_j é coeficiente de arrasto para fibras [2] e para pó [8], e ϕ coeficiente de esfericidade [8,13].

EQUIPAMENTO INDUSTRIAL

O equipamento industrial (Fig. 1) aproveita os gases que saem da caldeira (1) que entram no ventilador (2); o bagaço é alimentado em (5) onde é acelerado por outro ventilador através do injetor; é então despejado com velocidade alta na coluna principal (3). onde é desacelerado. O bagaço é separado dos gases no ciclone (4).

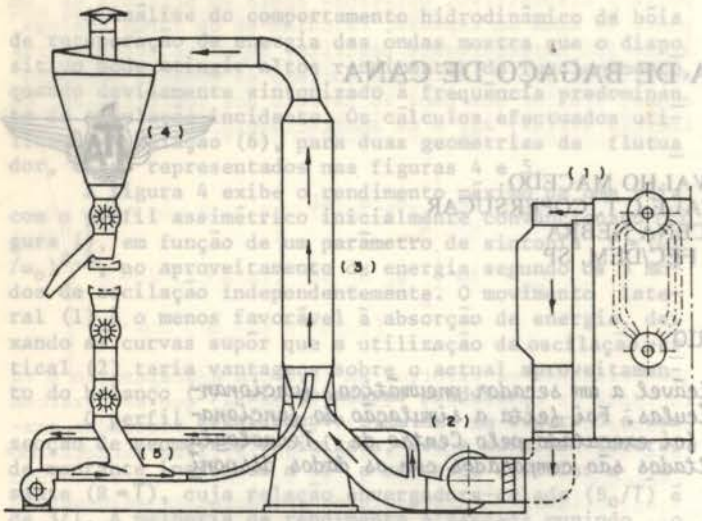


Figura 1. Secador de Bagaço Copersucar [1].

SECAGEM NO CICLONE

O conjunto de equações (1) a (9) é aplicável ao injetor e na coluna; no ciclone, onde a secagem continua, devem ser consideradas componentes das velocidades [9, 10, 11, 12]. Foram consideradas somente as componentes vertical e tangencial, desprezando-se o deslocamento radial tanto no gás como nas partículas.

Para o cálculo das velocidades do gás foi adotado o modelo proposto em [12], obtendo-se em cada caso as médias na região de fluxo descendente.

Na vertical:

$$\bar{v}_{4y} = -\,0{,}53965\ \frac{B}{\sqrt{Z}}\ (\alpha^*)^{1/2} \qquad (10)$$

tangencial:

$$\bar{v}_{4t} = 1{,}277\ \frac{A}{Z\alpha^*} \qquad (11)$$

onde A e B são constantes que dependem da velocidade dos gases na entrada, da vazão volumétrica de gases e das dimensões do ciclone, Z é a altura desde o ápice do cone e α^* é o ângulo do cone.

Para as partículas a velocidade tangencial é:
tipo fibras:

$$\left(\frac{dv_{oj}}{dy}\right)_t = -f_j\ \frac{\rho_4(1+w)\left[(v_{oj})_t-(v_4)_t\right]}{\pi(D_p/2)\rho_o(1+u)(v_{oj})_y}\left|(v_{oj})_t-(v_4)\right| \qquad (12)$$

tipo pó:

$$\left(\frac{dv_{oj}}{dy}\right)_t = -f_j\ \frac{6\ \rho_4(1+w)\left[(v_{oj})_t-(v_4)_t\right]}{4\ D_p\ \phi\ \rho_o(1+u_j)(v_{oj})_y}\left|(v_{oj})_t-(v_4)\right| \qquad (13)$$

o conjunto (1) a (13) é completo para o ciclone.

RESULTADOS

A simulação foi realizada considerando partículas de diferentes formas e tamanhos de acordo a distribuição reportada em [2], considerando o sistema completo, incluindo as perdas de calor. Alguns resultados são mostrados nas Figs. 2 e 3. Resultados ampliados, inclusive para outras condições poderão ser encontrados em [13].

Na Fig. 1 se graficaram os valores médios das variáveis de interesse ao longo do percurso para as condições indicadas, comparando-os com os dados experimentais disponíveis. Os gráficos estão divididos em três etapas correspondendo ao injetor (5,6m), coluna (até 31 m) e ciclone (até 42,3 m). A distância y é sempre medida ao longo do eixo do equipamento, e as velocidades correspondem também a essa direção. A velocidade dos gases, v_4, reflete as mudanças na geometria da tubulação.

O bagaço é acelerado rapidamente no injetor, e é freiado na coluna principal. A taxa de secagem seria alta na etapa de freiado. No ciclone se processaria boa parte da secagem. A temperatura das partículas ficaria no patamar da de saturação adiabática dos gases até elas secarem completamente.

Em razão que na eq. (1) adotou-se para determinar p_{sj} a temperatura T_{oj}, aparece então nas partículas um efeito de re-humidificação inicial, este efeito, que é discutível, não aparece se se adota a temperatura de saturação adiabática dos gases, Ts, para determinar a pressão de vapor junto a superfície em (1). Neste último caso também a umidade final obtida no produto e a temperatura dos gases, T4, são ligeiramente menores [13].

Como pode observar-se na Fig. 3 a influência da granulometria das partículas é decisiva, tanto que se poderia dizer que o projeto de um secador deste tipo deveria começar com o estudo da granulometria do material.

CONCLUSÕES

O modelo teórico apresentado daria resultados satisfatórios no que se refere ao injetor e a coluna pneumática, não assim no que se refere ao ciclone, onde precisa ser melhorado. Em [13] foram introduzidas algumas melhorias, com um fator de correção experimental. Embora o desenvolvimento de uma teoria da secagem num ciclone está apenas começando, havendo uma grande necessidade de pesquisa experimental e teórica neste campo. Também pode-se assinalar a falta de dados na literatura no que faz a coeficientes de arrasto e de transferência de massa e calor de materiais particulados com formato de fibras.

REFERÊNCIAS

[1] Centro de Tecnologia Copersucar, Anais do I Seminário de Tecnologia Industrial, pag. 255 a 260, 15 a 17 de agosto (1983).

[2] Isaias de Carvalho Macedo e Silvia A. Nebra, Anais do VIII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Dezembro de (1985).

[3] M.J.: Mendes, vt "verfahcenstechnik", 12. Nr. 12, pag. 791 a 794 (1978).

[4] A. Mujundar - Comunicação pessoal - Palestras oferecidas no DEM/FEC/UNICAMP - Notas de um livro em preparação. Setembro (1983).

[5] R. Byron Bird, W.E. Stewart e E. N. Light foot, Fenômenos de Transporte, Caps. 16 a 21, Edt. Revert S.A. (1964)

[6] S. Whitaker; AICHE Journal, Vol. 18, Nº 2, pag. 361 a 371 (1972).

[7] D.J. Gunn, Int. J. of heat and Mass Transfer, Vol. 21, p. 467 a 476 (1978).

[8] H.A. Becker, The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 37, pag. 85 a 91, abril (1959).

[9] A.J. ter Linder; Proc. of the Inst. Mech. Eng. J., Vol. 160, p, 233 a 251 (1949).

[10] C. N. Davies; Proc. (B) Inst. of Mech. Eng., Vol. 1B, p. 185 a 213 (1952).

[11] F. Boysan, W.H. Ayers e J. Switheubank, Trans. of the Inst. of Chem. Eng., Vol. 60, p. 222 a 230 (1982).

[12] M.I.G. Bloor, D.B. Ingham, Trans. Instr. Chem. Engrs., Vol. 51, p. 36 a 41 (1973).

[13] S. Nebra, Tese de Doutorado, DEM/FEC/UNICAMP, em preparação.

SUMMARY

A theoretical model applicable to a pneumatic dryer operating with a mixture of shapes and sizes of particles was developed. This model was used to simulate the operation of a specific system for drying bagasse which had been constructed by the Centro de Tecnologia Copersucar [1]. The results of the simulation have been compared with data available from the industrial system.

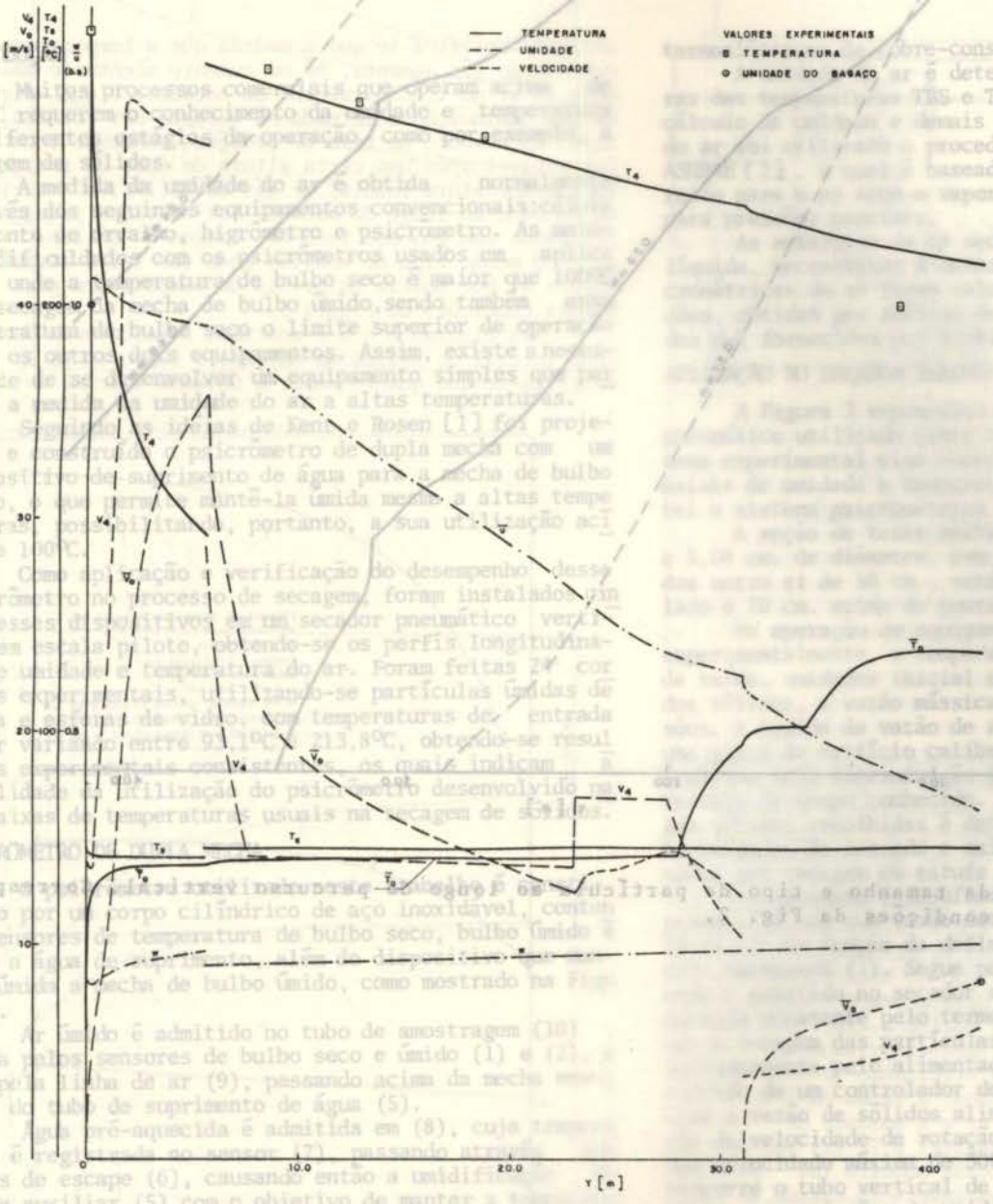


Figura 2. Valores médios das variáveis ao longo do percurso. Vazão de gases secos na coluna: 76866 Kg/h; vazão de bagaço seco: 3204 Kg/h; vazão de gases no injetor: 5163 Kg/h; temperatura de entrada dos gases: 265°C.

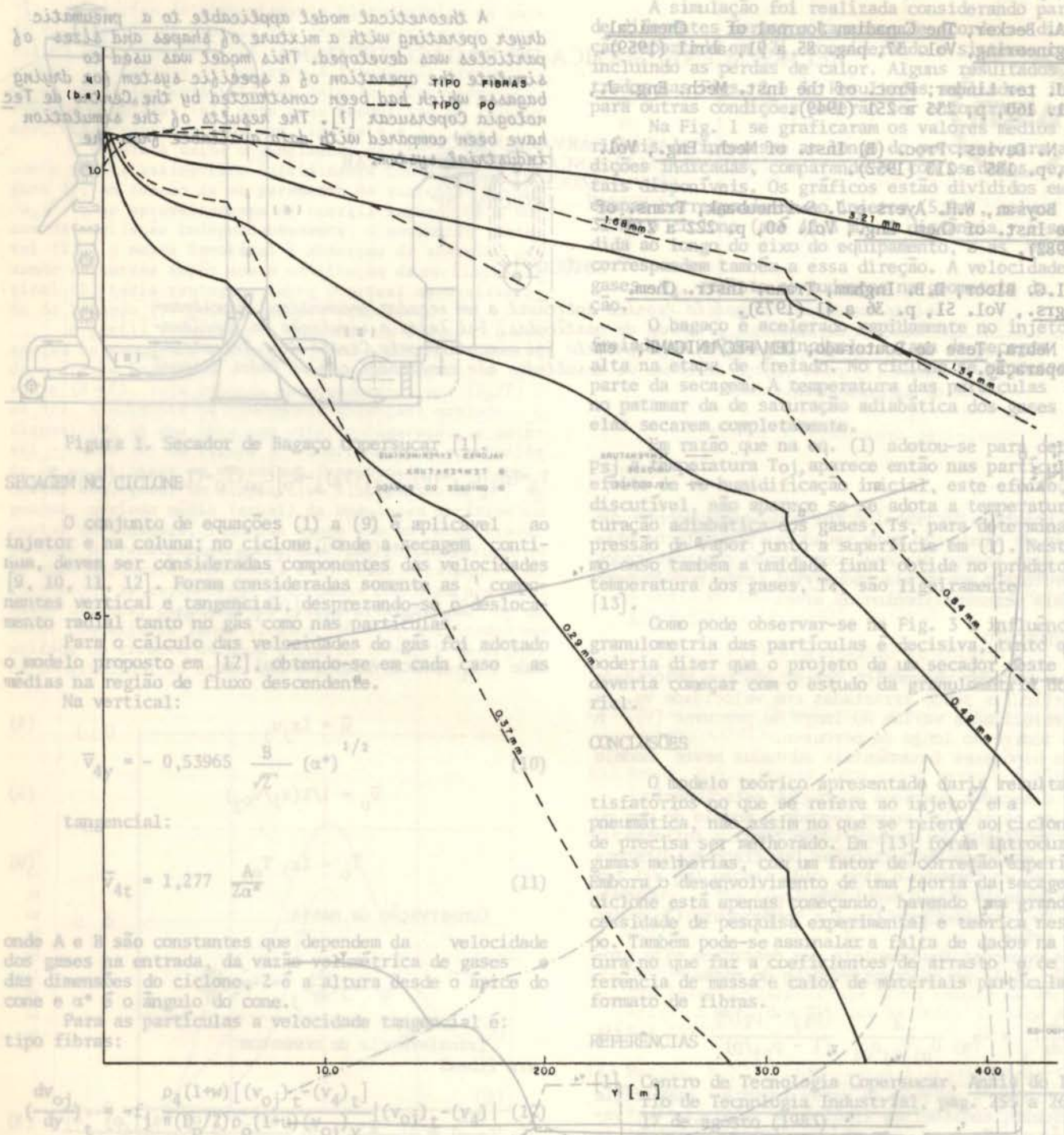


Figura 3. Umidade de cada tamanho e tipo de partícula ao longo do percurso vertical. Corresponde as mesmas condições da Fig. 2.

MEDIDA DO PERFIL AXIAL DE UMIDADE EM SECADOR PNEUMÁTICO VERTICAL

LÊNIO JOSÉ GUERREIRO DE FARIA
UFPA
SANDRA CRISTINA DOS SANTOS ROCHA
CESAR COSTA PINTO SANTANA
D.E.Q-UNICAMP

Com a finalidade de se medir a umidade do ar a temperaturas acima de 100°C , foi desenvolvido um psicrômetro de dupla mecha, que contém um dispositivo para suprir de água a mecha de bulbo úmido. Com o desenvolvimento desse equipamento de medida foi possível a determinação dos perfis axiais de umidade e temperatura do ar em um secador pneumático em escala piloto utilizando-se 5 psicrômetros instalados no tubo vertical de secagem. Foram feitas determinações esperimentais com partículas de areia e esferas de vidro, com diâmetros médios de 0,55mm. e 0,24mm., respectivamente. Ar foi utilizado como gás de transporte e secagem , com temperaturas de entrada de 93°C a 213,8°C.

INTRODUÇÃO

Muitos processos comerciais que operam acima de 100°C requerem o conhecimento da umidade e temperatura em diferentes estágios da operação, como por exemplo, a secagem de sólidos.

A medida da umidade do ar é obtida normalmente através dos seguintes equipamentos convencionais: célula de ponto de orvalho, higrômetro e psicrômetro. As maiores dificuldades com os psicrômetros usados em aplicações onde a temperatura de bulbo seco é maior que 100°C é a secagem da mecha de bulbo úmido, sendo também essa temperatura de bulbo seco o limite superior de operação para os outros dois equipamentos. Assim, existe a necessidade de se desenvolver um equipamento simples que permita a medida da umidade do ar a altas temperaturas.

Seguindo as idéias de Kent e Rosen [1] foi projetado e construído o psicrômetro de dupla mecha com um dispositivo de suprimento de água para a mecha de bulbo úmido, o que permite mantê-la úmida mesma a altas temperaturas, possibilitando, portanto, a sua utilização acima de 100°C.

Como aplicação e verificação do desempenho desse psicrômetro no processo de secagem, foram instalados cinco desses dispositivos em um secador pneumático vertical em escala piloto, obtendo-se os perfis longitudinais de umidade e temperatura do ar. Foram feitas 24 corridas experimentais, utilizando-se partículas úmidas de areia e esferas de vidro, com temperaturas de entrada de ar variando entre 93,1°C e 213,8°C, obtendo-se resultados experimentais consistentes, os quais indicam a viabilidade da utilização do psicrômetro desenvolvido para faixas de temperaturas usuais na secagem de sólidos.

PSICRÔMETRO DE DUPLA MECHA

O psicrômetro utilizado neste trabalho é constituído por um corpo cilíndrico de aço inoxidável, contendo sensores de temperatura de bulbo seco, bulbo úmido e para a água de suprimento, além do dispositivo que mantém úmida a mecha de bulbo úmido, como mostrado na Figura 1.

Ar úmido é admitido no tubo de amostragem (10) , passa pelos sensores de bulbo seco e úmido (1) e (2), e sai pela linha de ar (9), passando acima da mecha envolvente do tubo de suprimento de água (5).

Água pré-aquecida é admitida em (8), cuja temperatura é registrada no sensor (7), passando através dos furos de escape (6), causando então a umidificação da mecha auxiliar (5) com o objetivo de manter a temperatura da água de suprimento o mais próximo possível da temperatura de bulbo úmido. A seguir, essa água vai umidecer a mecha de bulbo úmido (3), e o excesso é coletado no reservatório (11). Com isso se garante a constante umidificação da mecha de bulbo úmido.

Os sensores de temperatura utilizados são pares termoelétricos de cobre-constantan.

A umidade do ar é determinada a partir das leituras das temperaturas TBS e TBU, e da pressão local. No cálculo da umidade e demais propriedades psicrométricas do ar foi utilizado o procedimento recomendado pela ASHRAE [2] , o qual é baseado nas relações de gás perfeito para o ar seco e vapor d'água e na lei de Dalton para pressões parciais.

As entalpias do ar seco, vapor d'água e da água líquida, necessárias à determinação das propriedades psicrométricas do ar foram calculadas através de correlações, obtidas por análise de regressão a partir de dados H-T fornecidos por Rivkin [3] e Schmidt [4] .

APLICAÇÃO NO SECADOR PNEUMÁTICO VERTICAL

A Figura 2 representa esquematicamente o secador pneumático utilizado neste trabalho. A montagem do sistema experimental visa obter principalmente os perfis axiais de umidade e temperatura do ar, utilizando para tal o sistema psicrométrico referido anteriormente.

A seção de teste vertical possui 4,0 m de altura e 5,08 cm. de diâmetro, com os psicrômetros distanciados entre si de 50 cm., sendo que o primeiro foi instalado a 70 cm. acima do ponto de alimentação.

Na operação do equipamento ainda são determinados experimentalmente, a temperatura de entrada, temperatura de saída, umidades inicial e final e a vazão mássica dos sólidos, a vazão mássica do ar e o perfil de pressões. A medida da vazão de ar é realizada com o uso de uma placa de orifício calibrada, e a vazão de sólidos é obtida pela determinação do peso de amostras num intervalo de tempo conhecido. A temperatura das partículas sólidas recolhidas é determinada calorimétricamente. As umidades de entrada e saída dos sólidos são determinadas por secagem em estufa até peso constante.

Ar ambiente é insuflado no sistema através do soprador (3) com sua vazão determinada pela placa de orifício (2) em função da deflexão manométrica registrada pelo manômetro (1). Segue para o aquecedor elétrico (5) onde é admitido no secador a uma temperatura desejada e mantida constante pelo termostato (6), para então promover a secagem das partículas que são introduzidas concorrentemente pelo alimentador helicoidal (8), o qual é provido de um controlador de velocidades, que permite variar a vazão de sólidos alimentados, através da variação da velocidade de rotação do parafuso sem fim até uma velocidade máxima de 300 rpm. A mistura ar-sólidos percorre o tubo vertical de secagem (21) onde são registradas as variações da umidade do ar através das leituras de TBS e TBU nos sistemas psicrométricos (16). A separação e coleta das partículas secas é feita através do separador (18) e do ciclone (19), as quais são recolhidas em (23) para a medida da vazão ou desviadas para o fluidizador (13) pelo uso da válvula (22). A distribuição de pressão ao longo do secador é medida no mul-

timanômetro (15).

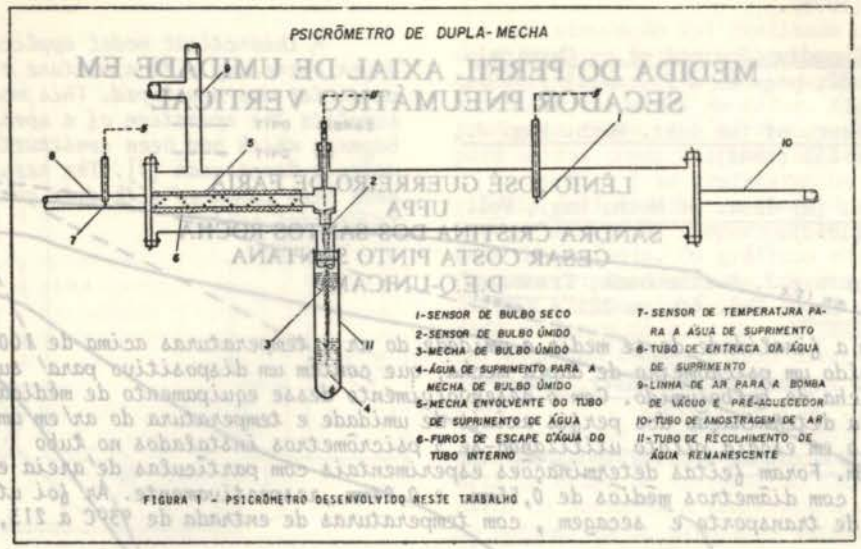


FIGURA 1 - PSICRÔMETRO DESENVOLVIDO NESTE TRABALHO

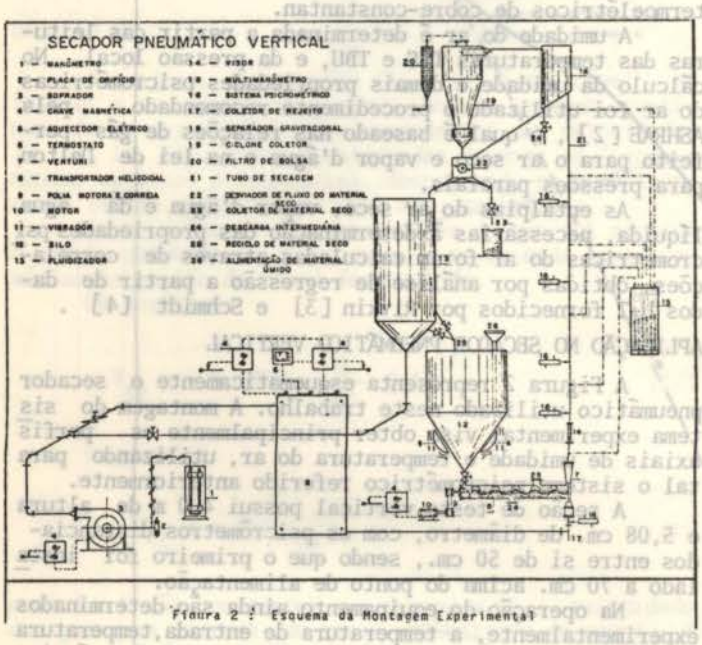


Figura 2 : Esquema da Montagem Experimental

Resultados Obtidos

Utilizando o sistema descrito acima foram medidos os perfis longitudinais de umidade do gás Y(z) e de temperatura do gás T_G (z), para partículas de esferas de vidro e areia com diâmetros médios de 0,24 mm. e 0,55mm, respectivamente. A umidade inicial das partículas variou entre 2,517 g H_2O/kg.sólido seco a 6,897 g H_2O/kg.sólido seco com faixas de vazões mássicas utilizadas de 24,21 kg.sólido seco/h a 52,31 kg.sólido seco/ h para as partículas e de 121,86 kg ar seco/h a 161,42 kg ar seco/h para o ar utilizado no transporte e secagem das partículas sólidas. Para a temperatura de entrada do gás, a variação foi de 93,1°C a 213,8°C.Foram então feitas 24 corridas experimentais,visando um estudo de sensibilidade paramétrica utilizando-se como variáveis a vazão mássica de sólidos, a vazão mássica do ar, a temperatura de entrada do ar e a umidade de entrada de sólido. Exemplos de perfis Y(z) e T_G (z) são mostrados nas Figuras 3,4,5 e 6. Dessa maneira foi possível verificar a influência das variáveis em estudo ao longo do secador.

Análise crítica dos resultados experimentais

Nas Figuras 3 e 4 é mostrada a influência da temperatura de entrada do ar na variação da umidade e da própria temperatura do ar medidas ao longo do tubo de secagem. Verifica-se que à medida que a temperatura de entrada do gás aumenta, há um aumento acentuado da umidade do ar no trecho inicial do secador, o que significa uma diminuição acentuada na umidade dos sólidos, ou seja, um aumento na taxa de secagem, tendendo a um valor estável após uma certa altura do tubo de secagem.Para a temperatura inicial de gás de 93,1°C, a variação na umidade ao longo do secador foi bastante pequena,significando uma pequena taxa de secagem do sólido.

O mesmo tipo de análise pode ser feito através da Figura 4, que mostra os perfis de temperatura para as mesmas condições da Figura 3.

Nas Figuras 5 e 6 é mostrada a influência da umidade inicial do sólido na umidade e temperatura do ar. Verifica-se que quanto maior a umidade inicial do sóli

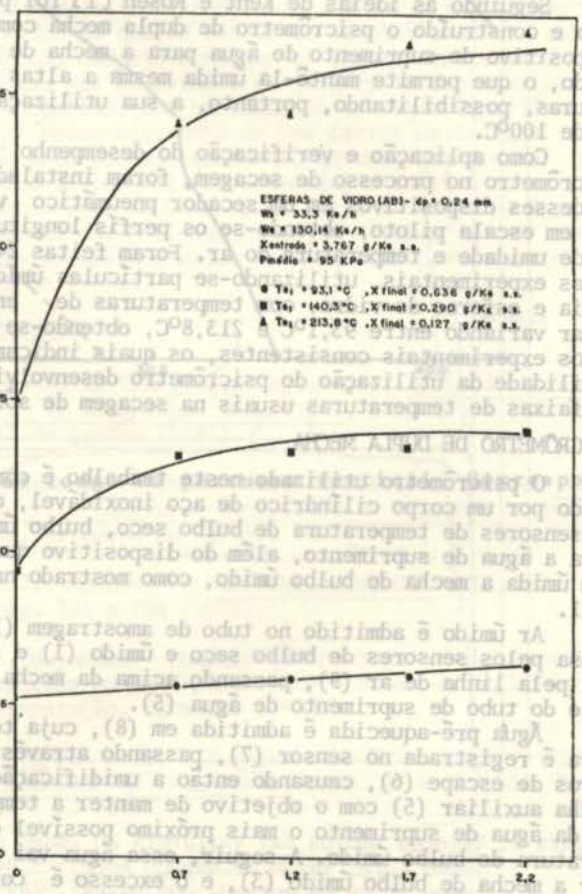


FIGURA 3 - PERFIS AXIAIS DE UMIDADE DO AR

do, maior a umidade do ar, observando-se também um aumento acentuado na umidade do ar para z < 0,7 m., tendendo a uma estabilização no trecho final do secador. Na Figura 6 são mostrados os perfis de temperatura do gás para as mesmas condições da Figura 5 verificando-se um pequeno decréscimo na temperatura do ar ao longo do secador com o aumento da umidade inicial do sólido.

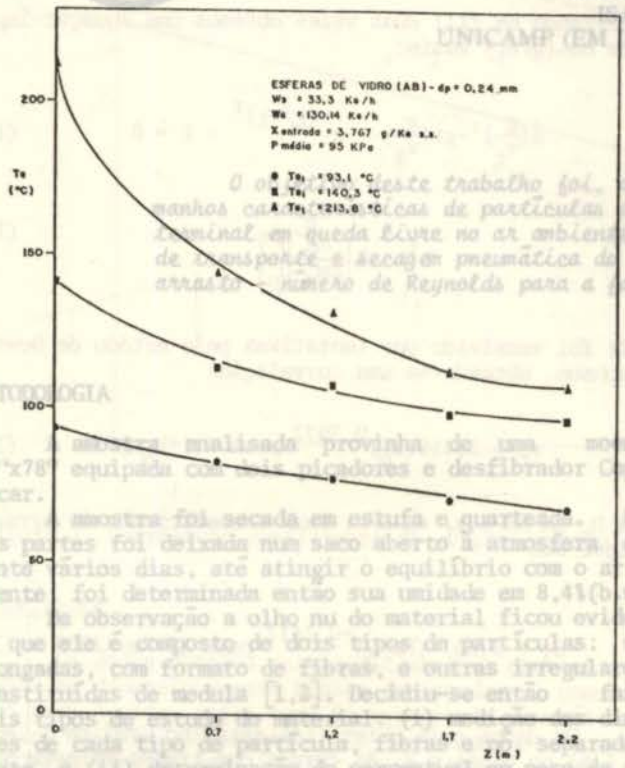


FIGURA 4 - PERFIS AXIAIS DE TEMPERATURA DO AR

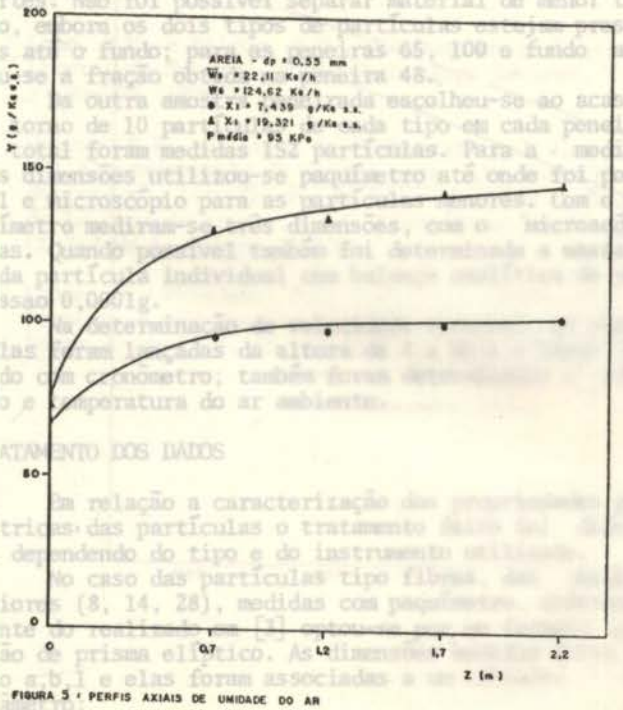


FIGURA 5 - PERFIS AXIAIS DE UMIDADE DO AR

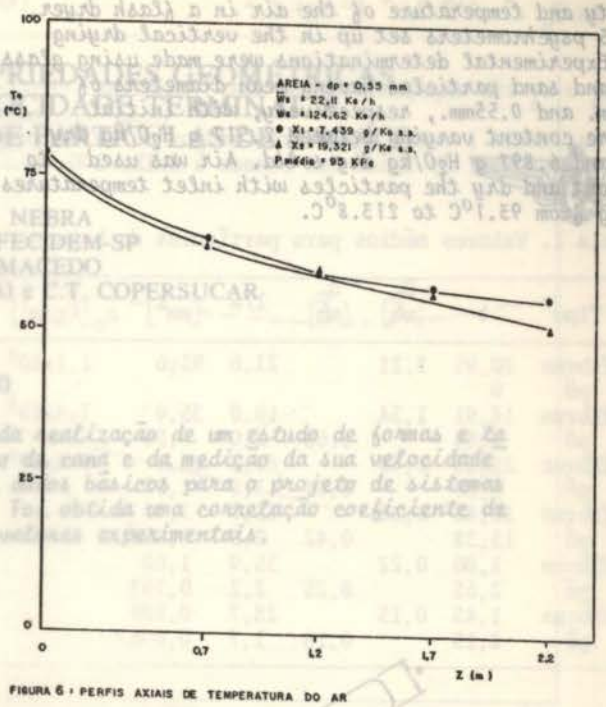


FIGURA 6 - PERFIS AXIAIS DE TEMPERATURA DO AR

CONCLUSÃO

O objetivo de se desenvolver um equipamento para medida da umidade do ar a altas temperaturas foi atingido com o projeto e construção do psicrômetro de dupla-mecha, onde a dificuldade principal na medida com psicrômetros comuns, que é a secagem da mecha para temperaturas maiores que 100°C, foi contornada utilizando-se os dispositivos de suprimento de água, o qual mantém constantemente úmida a mecha de bulbo úmido, e de mecha auxiliar.

A verificação do desempenho desse medidor foi feita através da instalação de 5 psicrômetros em um tubo de secagem pneumática obtendo-se os perfis longitudinais de umidade e temperatura do gás. Os resultados experimentais obtidos exibem um comportamento consistente no que diz respeito à variações dos parâmetros de secagem. Desse modo, tem-se a descrição quantitativa da influência da temperatura de entrada do ar e da umidade de entrada de sólidos e verificou-se um aumento na secagem dos sólidos, expresso pelos resultados que constam das Figuras 3 a 6.

Uma extensão do presente estudo consiste na simulação do secador pneumático de modo a se obter uma comparação quantitativa entre as medidas e os resultados obtidos através de uma formulação matemática que inclua as equações básicas de conservação de massa, quantidade de movimento e de energia.

BIBLIOGRAFIA

[1] Kent, A.C. and Rosen, H.N., Drying Technology, 1(1), (1983), p.141-150

[2] ASHRAE. Handbook of Fundamentals, chaper 5, "Psychrometrics", ASHRAE Inc. New York, (1972)

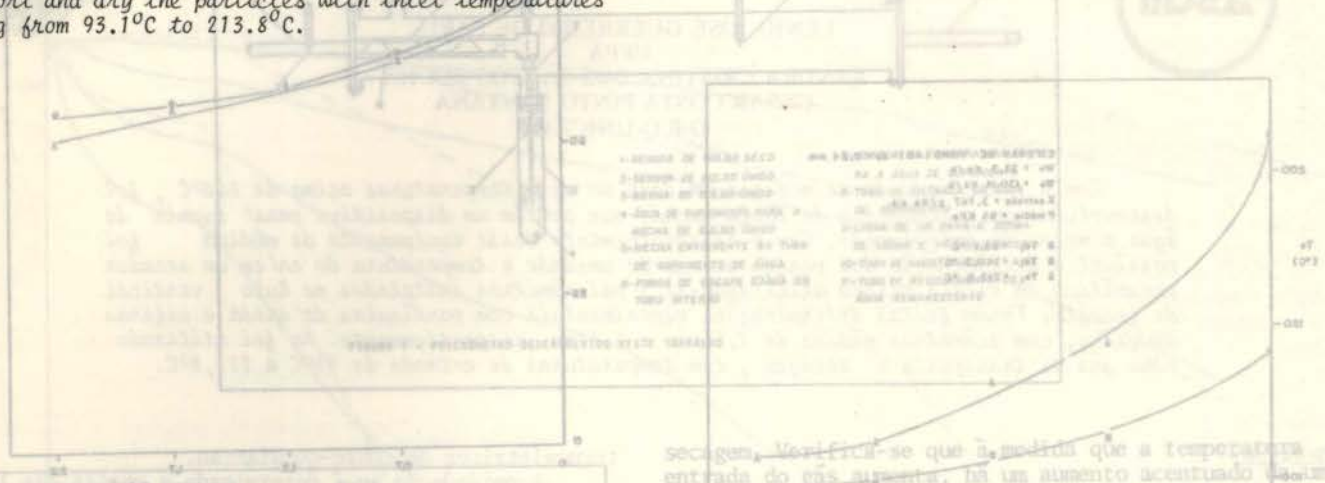
[3] Rivkin, S.L., "Propriedades Termodinâmicas de Los Gases", Editoriel Mir, Moscou, (1979)

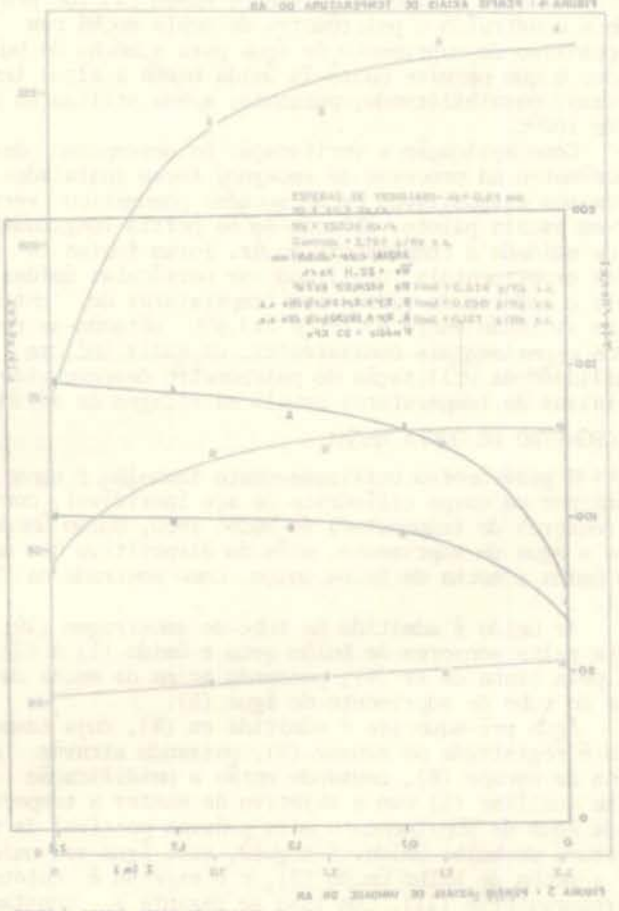
[4] Schmidt, E., "Properties of Water and Steam in SI-Units", München, (1969)

SUMMARY

A double-wick psychrometer was developed in this work for the measurement of the humidity at temperatures above 100°C. The psychrometer has a cylindrical form, 2.6cm. of diameter and a lenght of 20 cm. and is provided with a water supply system to keep the wet-bulb wick moist. With the development of this measure system it was possible to determine axial profiles of

humidity and temperature of the air in a flash dryer, using 5 psychrometers set up in the vertical drying tube. Experimental determinations were made using glass beads and sand particles having mean diameters of 0.24 mm. and 0.55mm., respectively, with initial moisture content varying between 2.517 g H_2O/kg dry solid and 6.897 g H_2O/kg dry solid. Air was used to transport and dry the particles with inlet temperatures varying from 93.1°C to 213.8°C.





CARACTERIZAÇÃO DAS PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS, DETERMINAÇÃO DE VELOCIDADE TERMINAL E COEFICIENTE DE ARRASTO DE PARTÍCULAS DE BAGAÇO

SÍLVIA A. NEBRA
UNICAMP — FEC/DEM-SP
ISAÍAS C. MACEDO
UNICAMP (EM LICENÇA) e C.T. COPERSUCAR

SUMÁRIO

O objetivo deste trabalho foi, através da realização de um estudo de formas e tamanhos características de partículas de bagaço de cana e da medição da sua velocidade terminal em queda livre no ar ambiente, obter dados básicos para o projeto de sistemas de transporte e secagem pneumática do bagaço. Foi obtida uma correlação coeficiente de arrasto - número de Reynolds para a faixa de valores experimentais.

METODOLOGIA

A amostra analisada provinha de uma moenda 37"x78" equipada com dois picadores e desfibrador Copersucar.

A amostra foi secada em estufa e quarteada. Uma das partes foi deixada num saco aberto à atmosfera durante vários dias, até atingir o equilíbrio com o ar ambiente; foi determinada então sua umidade em 8,4%(b.u.).

Da observação a olho nu do material ficou evidente que ele é composto de dois tipos de partículas: umas alongadas, com formato de fibras, e outras irregulares, constituídas de medula [1,2]. Decidiu-se então fazer dois tipos de estudo do material: (i) medição das dimensões de cada tipo de partícula, fibras e pó, separadamente, e (ii) determinação do percentual em peso de cada tipo. Isto foi feito com outras duas das partes quarteadas.

O primeiro passo foi fazer uma análise de peneira de cada uma das duas amostras. De cada uma das peneiras foi feita uma separação manual do material em fibras e pó, para as peneiras de malha (Tyler) 8, 14 e 28; o material da peneira 48 foi quarteado e analisada uma das partes. Não foi possível separar material de menor tamanho, embora os dois tipos de partículas estejam presentes até o fundo; para as peneiras 65, 100 e fundo adotou-se a fração obtida na peneira 48.

Da outra amostra peneirada escolheu-se ao acaso, em torno de 10 partículas de cada tipo em cada peneira; no total foram medidas 152 partículas. Para a medição das dimensões utilizou-se paquímetro até onde foi possível e microscópio para as partículas menores. Com o paquímetro mediram-se três dimensões, com o microscópio duas. Quando possível também foi determinada a massa de cada partícula individual com balança analítica de precissão 0,0001g.

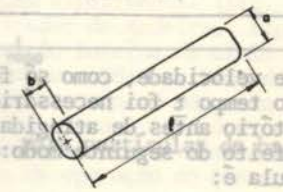
Na determinação de velocidade terminal, as partículas foram lançadas da altura de 4 a 6m e o tempo medido com cronômetro; também foram determinadas a pressão e temperatura do ar ambiente.

TRATAMENTO DOS DADOS

Em relação a caracterização das propriedades geométricas das partículas o tratamento feito foi diferente dependendo do tipo e do instrumento utilizado.

No caso das partículas tipo fibras, das malhas maiores (8, 14, 28), medidas com paquímetro, diferentemente do realizado em [3] optou-se por um formato padrão de prisma elíptico. As dimensões medidas foram então a,b,l e elas foram associadas a um cilindro de diâmetro:

$$D_p = [(a^2 + b^2)/2]^{1/2} \qquad (1)$$



Também foi calculada a área projetada máxima:

$$A_p = al \qquad (2)$$

a secção

$$S_p = \pi ab/4 \qquad (3)$$

o volume

$$V_p = S_p l \qquad (4)$$

e a densidade de cada malha:

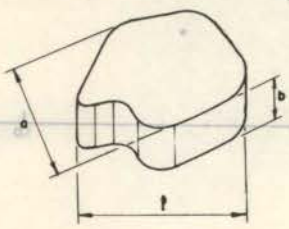
$$\rho = \Sigma m_i / \Sigma V_{pi} \qquad (5)$$

a densidade foi corrigida depois para obter a densidade aparente do bagaço seco:

$$\rho_o = \rho[1 - u(b.u.)] \qquad (6)$$

No caso das fibras das malhas menores, medidas no microscópio, adotou-se como diâmetro simplesmente a dimensão a.

No caso das partículas tipo pó, calcula-se:



$$b < a < l$$

$$A_p = al \qquad (7)$$

Para cada peneira também calculou-se o diâmetro médio segundo [4,5]:

$$\ln \bar{d}_p = (\ln e_s + \ln e_i) / 2 \qquad (8)$$

onde e_s e e_i são espaçamentos de duas peneiras contíguas.

Na Tabela 1 estão os valores médios de maior interesse. O material do fundo foi somado à malha 100.

Tabela 1. Valores médios para partículas de bagaço

M	Tipo	%	$\bar{D}_p$ [mm]	$\bar{d}_p$ [mm]	1/a	[mm²]	ρ_o [Kg/m³]
8	fibras	20,95	3,21		21,6	95,6	$2,1x10^2$
	pó	0					
14	fibras	14,91	1,34		10,0	35,0	$3,4x10^2$
	pó	1,84		1,68	2,0	5,96	
28	fibras	21,55	0,49		60,7	15,9	$6,0x10^2$
	pó	6,80		0,84	3,2	2,97	
48	fibras	10,42	0,32		35,7	3,40	
	pó	15,38		0,42	2,3	0,591	
65	fibras	1,80	0,22		35,9	1,60	
	pó	2,65		0,25	2,2	0,193	
100	fibras	1,45	0,15		28,7	0,509	
	pó	2,15		0,18	1,7	0,0767	

Nas medidas de velocidade, como só foi possível medir a altura h e o tempo t foi necessário corrigir para o período transitório antes de atingida a velocidade terminal. Isto foi feito do seguinte modo: a equação do movimento da partícula é:

$$m_p \frac{dv}{dt} = m_p g - C_A \frac{A_p \rho v^2}{2} \qquad (9)$$

desprezando o empuxo.

Supondo que a velocidade terminal é atingida assintoticamente de acordo com uma curva experimental, o que implica supor que o coeficiente de arrasto obedece a uma correlação do tipo:

$$C_A = K/Rey_p \qquad (10)$$

onde K é uma constante a ser determinada e $Rey_p = D_p \rho v/\mu$; teríamos substituído em (9):

$$\frac{dv}{dt} + K \left[\frac{A_p \mu}{2m_p D_p}\right] v = g \qquad (11)$$

integrando em (11) duas vezes obtemos uma equação implícita em (g/v_t) assim:

$$h\left(\frac{g}{v_t}\right)^2 - gt\left(\frac{g}{v_t}\right) - e^{-(g/v_t)t} - 1 = 0 \qquad (12)$$

onde $v_t = \dfrac{g}{K\left[\frac{A_p \mu}{2m_p D_p}\right]}$ (13)

(12) foi resolvido por tentativas pelo método de Newton-Raphson, obtendo-se uma correlação:

$$v_t = 2,410 (D_p)^{0,3972} \quad \text{para } 0,1 < D_p < 6 \qquad (14)$$

com D_p em mm e v_t em m/s. Para o coeficiente de arrasto obteve-se:

$$C_A = 2,067 \, (Rey_p)^{-0,2417} \quad \text{para } 10 < Rey < 2000 \qquad (15)$$

Os dados para obter (14) estão no Gráfico 1 e os de (15) no Gráfico 2. As curvas com traços referem-se no gráfico 1 a dados de [6] nos quais não é muito claro o que foi adotado como D_p e no gráfico 2 ao coeficiente de arrasto para cilindros lisos infinitos [7].

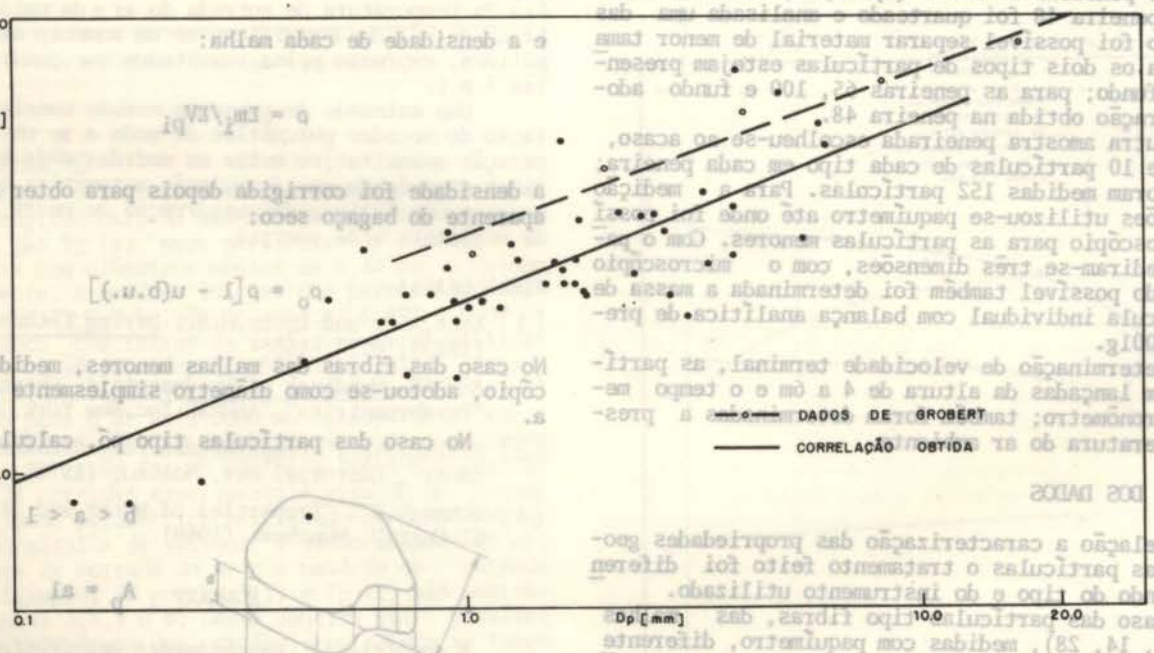


Figura 1. Velocidade terminal em função do diâmetro da partícula para partícula de bagaço tipo "fibras".

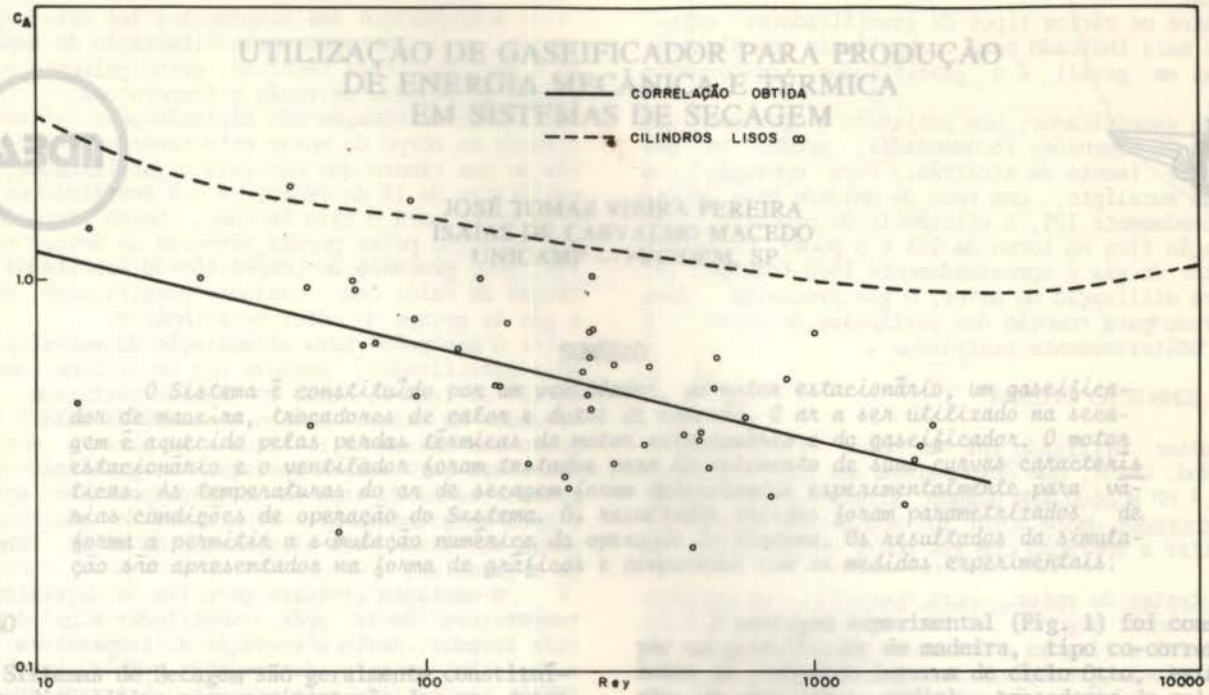


Figura 2. Correlação coeficiente de arrasto-número de Reynolds = $D_p.v/\nu$, para partículas de bagaço tipo "fibras".

CONCLUSÕES

Os dados obtidos permitem trabalhar com mais segurança no dimensionamento básico de secadores pneumáticos para bagaço, assim como no transporte pneumático de bagaço em geral. É interessante uma extensão do trabalho experimental para incluir frações mais pesadas do bagaço (próprias de usinas onde o preparo da cana não seja tão eficiente como no caso analisado). No entanto o uso das correlações obtidas e a determinação das frações (peneiramento) em cada caso já serão suficientes para o dimensionamento básico dos sistemas, com modelos apropriados do processo.

REFERÊNCIAS

[1] Lamb, B.H. e Bilger, R.W., "Combustion of Bagasse: Literature Review", Sugar Technology Reviews, V. 4, p. 89-130 (1976/77).

[2] Suarez, R.R., J. Lois, R. Banbanaste e O. Carvajal, "El Almacenamiento de bagazo para la industria de derivados", 1st. Cubano de Inv. sobre los derivados de la cana de azucar, Edit. Científico - Técnica, Ciudad de La Habana (1982).

[3] Ponce, N.; Friedman, P.E. Leal, D., "Geometric Properties and Density of Bagasse Particles", Int. Sugar Journal, V. 85, Nº 1018, p. 291-294 (1983).

[4] Foust, A.S.; Wenzel, L.A.; Clump, C.W.; Maus, L. e Anderseu, L.B., Principles of Unit Operations - Apêndice B.

[5] Kunii, D. e Levenspiel, O., "Fluidization Engineering", Edit. John Wiley & Sons, Inc. Cap. 3 (1969).

[6] Aviascaeta, A. e Friedman, P.; "Bagasse Drying:past present and future", Int. Sugar Journal, V. 86, Nº 1021, p. 3-6 (1984).

[7] Knudsen, J.G. e Katz, D.L., "Fluid Dynamics and Heat Transfer", Edit. McGraw-Hill Book Co., Inc., Cap. 17 (1958).

SUMMARY

The aim of this worth was to obtain the basic data needed to design a system for pneumatic transport and drying of bagasse - With this object the range of size and shape of bagasse particles was analysed and experimental determinations of their terminal velocities falling in air under normal ambiental conditions were made. A correlation between drag coefficient and Reynolds number was found for the range of experimental values.

UTILIZAÇÃO DE GASEIFICADOR PARA PRODUÇÃO DE ENERGIA MECÂNICA E TÉRMICA EM SISTEMAS DE SECAGEM

JOSÉ TOMAZ VIEIRA PEREIRA
ISAÍAS DE CARVALHO MACEDO
UNICAMP — FEC/DEM, SP

SUMÁRIO

O Sistema é constituído por um ventilador, um motor estacionário, um gaseificador de maaeira, trocadores de calor e dutos de conexão. O ar a ser utilizado na secagem é aquecido pelas perdas térmicas do motor estacionário e do gaseificador. O motor estacionário e o ventilador foram testados para levantamento de suas curvas caracteríticas. As temperaturas do ar de secagem foram determinadas experimentalmente para várias condições de operação do Sistema. Os resultados obtidos foram parametrizados de forma a permitir a simulação numérica da operação do Sistema. Os resultados da simulação são apresentados na forma de gráficos e comparados com as medidas experimentais.

INTRODUÇÃO

Os Sistemas de Secagem são geralmente constituídos por um dispositivo para movimentação do ar, dutos de conexão, reservatórios onde os grãos são colocados e dispositivos para aquecimento e/ou secagem do ar. Os grãos podem ficar parados (secagem por batelada), ou ser movimentados (secagem contínua) [1].

Na maioria dos sistemas de secagem a energia mecânica para movimentação do ventilador é fornecida por um motor elétrico e a energia térmica provém de aquecedores elétricos e/ou fornalhas alimentadas por combustíveis fósseis ou biomassa. Recentemente tem se difundido o uso da Energia Solar para aquecimento do ar em Sistemas de Secagem a Baixas Temperaturas (até 60 C) [2].

O Sistema de Secagem utilizado neste trabalho pode ser classificado como um Sistema de Baixa Temperatura e é caracterizado por ter, como fonte principal de energia, um gaseificador de madeira que é responsável pelo fornecimento de toda a energia mecânica e térmica utilizada na secagem (exceto a necessária para a partida do Sistema).

A montagem experimental (Fig. 1) foi constituída por um gaseificador de madeira, tipo co-corrente, um motor de combustão interna de ciclo Otto, estacionário, um ventilador radial, trocadores de calor, filtros e dutos de conexão. O motor de combustão interna e o ventilador foram testados separadamente para levantamento de suas características, visando a simulação numérica da operação do Sistema.

GASEIFICADOR

A gaseificação de combustíveis sólidos é empregada desde o início do Século XIX, mas seu desenvolvimento tecnológico tem sido caracterizado por fases de grande esforço e fases de relativo ou completo abandono. A utilização de gasogênios para acionamento de motores, principalmente veiculares, foi bastante intensa durante a 2ª Grande Guerra, mas devido a abundância e maior facilidade de uso dos combustíveis líquidos no pós-guerra, os gasogênios foram praticamente abandonados.

Nos anos recentes, com a crise do petróleo e a necessidade de se buscar fontes alternativas de ener-

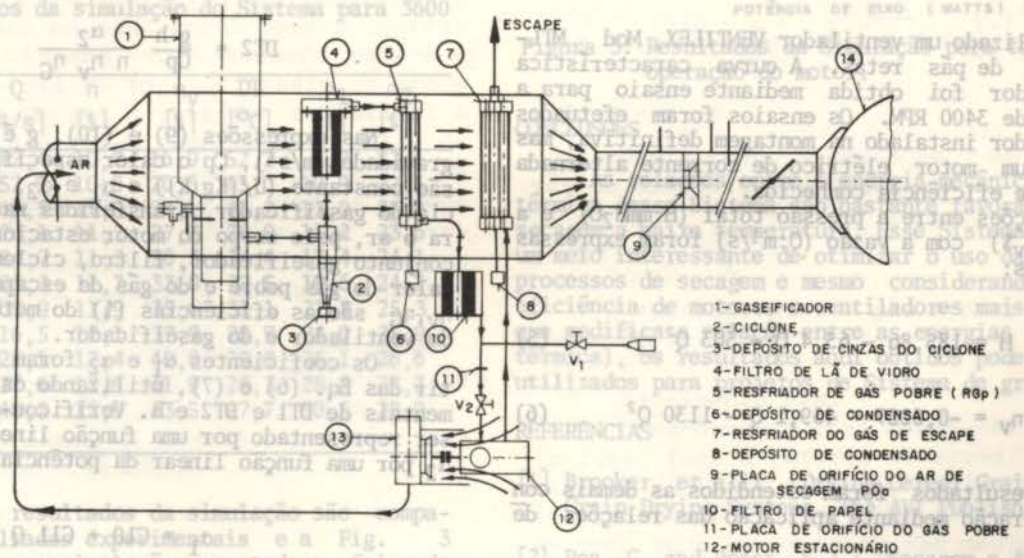


Figura 1. Esquema da Montagem Experimental.

gia, os gaseificadores voltaram a ser estudados e utilizados.

Dentre os vários tipos de gaseificadores existentes, o mais indicado para combustíveis com alcatrão (biomassas em geral) é o gaseificador co-corrente [3], [4].

Esse gaseificador, bem projetado e operando com partículas de dimensões recomendadas, produz um gás praticamente isento de alcatrão. Para operação com cavacos de eucalípto, com teor de umidade base úmida, de aproximadamente 10%, a eficiência do processo de gaseificação fica em torno de 72% e o poder calorífico inferior do gás é aproximadamente 1400 Kcal/Nm^3 [4].

Para utilização no motor, o gás produzido deve ser filtrado para remoção das partículas de cinza e carvão e posteriormente resfriado.

MOTOR DE COMBUSTÃO INTERNA

O motor utilizado foi um Motor MONTGOMERY, 4 tempos, Mod. G-137, que desenvolvia uma potência nominal de 3,4 HP a 3600 RPM quando alimentado com gasolina. O carburador desse motor foi modificado de modo a possibilitar a operação com gás pobre ou gasolina, ou ambos.

Os testes do motor, para operação com gasolina foram efetuados segundo as recomendações da Norma ABNT-P-MB-749 e visaram a determinação das relações entre a eficiência, rotação e a carga do motor. Os testes para operação com gás pobre foram efetuados durante a operação do Sistema de Secagem e indicaram que a eficiência do motor era aproximadamente a mesma, tanto para operação com gasolina, como com gás pobre.

Baseando-se nos resultados dos ensaios com gasolina, foram estabelecidas as equações abaixo, relacionando a eficiência (%) com a rotação (N=RPM) e a potência do eixo do motor (P=watts).

$$\eta = a0 + a1\,P + a2\,P^2 \qquad (1)$$

$$a0 = 0{,}06174 - 0{,}186.10^{-5}N \qquad (2)$$

$$a1 = 0{,}07712 - 0{,}140.10^{-4}N \qquad (3)$$

$$a2 = -0{,}5614.10^{-4} + 0{,}1324.10^{-7}N \qquad (4)$$

VENTILADOR

Foi utilizado um ventilador VENTILEX, Mod MTL-30-C1, radial de pás retas. A curva característica desse ventilador foi obtida mediante ensaio para a rotação (N) de 3400 RPM. Os ensaios foram efetuados com o ventilador instalado na montagem definitiva, mas acionado por um motor elétrico de corrente alternada com a curva de eficiência conhecida.

As relações entre a pressão total (H:mmH_2O) e a eficiência (η_V%) com a vazão (Q:m^3/s) foram expressas pelas relações:

$$H = 185{,}86 - 63{,}4\,Q - 303\,Q^2 \qquad (5)$$

$$\eta_V = -0{,}0227 + 469{,}1\,Q - 1130\,Q^2 \qquad (6)$$

Esses resultados foram estendidos as demais condições de operação mediante aplicação das relações de similaridade.

$$Q1/Q2 = N1/N2 \qquad (7)$$

$$H1/H2 = (N1/N2)^2 \qquad (8)$$

SISTEMA DE SECAGEM

A disposição dos componentes foi ditada pelas conveniências de montagem, pela limitação do espaço físico e por imposições técnicas, principalmente as referentes as medidas de vazão e temperatura.

O ar de secagem era aspirado pelo ventilador através do corpo do motor estacionário e soprado através de uma câmara que envolvia o gaseificador, ciclone, filtro de lã de vidro, e os resfriadores, indo finalmente para o Silo Secador. Nesse circuito o ar era aquecido pelas perdas térmicas do motor estacionário, pelo processo de compressão do ventilador, pelas trocas de calor com o conjunto gaseificador, gás pobre e gás de escape do motor estacionário.

O gás pobre para alimentação do motor, produzido pelo gaseificador, passava por um ciclone, um filtro de lã de vidro, sendo em seguida resfriado em um trocador de calor. Após o trocador de calor o gás pobre era novamente filtrado e ia para o motor. O motor era colocado em operação com gasolina, o gaseificador acendido através de um dispositivo apropriado e após aproximadamente 10 minutos o gás produzido podia ser usado para alimentação do motor, substituindo a gasolina.

A montagem efetuada permitia a determinação da temperatura do ar após o ventilador e na entrada do silo secador. Assim a elevação da temperatura do ar em relação ao ambiente, determinada após o ventilador (DT1), era causada pela energia absorvida do corpo do motor estacionário e pelo processo de compressão do ventilador. A elevação posterior da temperatura, determinada na entrada do silo secador (DT2) era devida as trocas de calor com o conjunto gaseificador, com o gás pobre e com o gás de escape do motor.

Os valores de DT1 e DT2 foram obtidos experimentalmente para 3 rotações (2450, 3100 e 3600 RPM) e várias vazões [5]. A vazão era ajustada por meio de uma válvula colocada na entrada do silo secador e o Sistema ficava operando até a estabilização da temperatura do ar de secagem. Após a estabilização por um período de aproximadamente 10 minutos, outra vazão era selecionada e o processo se repetia.

Essas elevações de temperatura foram expressas em função da pressão total (h: metros de coluna de ar) e das eficiências (%) do ventilador, do motor estacionário e do gaseificador, pelas relações.

$$DT1 = \frac{g\,h}{Cp}\left(\frac{100}{\eta_V} + \frac{\alpha_1}{\eta\,\eta_V\,\eta_G}\right) \qquad (9)$$

$$DT2 = \frac{g\,h}{Cp}\,\frac{\alpha_2}{\eta\,\eta_V\,\eta_G} \qquad (10)$$

Nas expressões (9) e (10), g é a aceleração da gravidade (m/s^2), Cp o calor específico do ar a pressão constante (J/(Kg K)) e α_1 e α_2, frações da potência do gaseificador, transferidas na forma de calor para o ar, pelo corpo do motor estacionário (α_1) e pelo conjunto gaseificador, filtro, ciclone e trocadores de calor do gás pobre e do gás de escape do motor (α_2), η, η_V, η_G são as eficiências (%) do motor estacionário, do ventilador e do gaseificador.

Os coeficientes α_1 e α_2 foram determinados a partir das Eq. (6) e (7), utilizando os valores experimentais de DT1 e DT2 e h. Verificou-se que α_1 podia ser representado por uma função linear da vazão (Q) e α_2 por uma função linear da potência (P) do motor.

$$\alpha_1 = C10 + C11\,Q \qquad (11)$$

$$\alpha_2 = C20 + C21\,P \qquad (12)$$

Os coeficientes C10, C11, C20 e C21 foram obtidos a partir dos dados experimentais e estentidos para toda a faixa de rotações de interesse por:

$$C10 = 3{,}5624 - 0{,}241585.10^{-2}N + 0{,}39233.10^{-6}N^2 \quad (13)$$

$$C11 = 470 - 0{,}0733\ N \quad (14)$$

$$C20 = 0{,}116599 - 0{,}104637.10^{-3}N + 0{,}22002.10^{-7}N^2 \quad (15)$$

$$C21 = 0{,}714623 - 0{,}35755.10^{-3}N + 0{,}47811.10^{-7}N^2 \quad (16)$$

SIMULAÇÃO E RESULTADOS

A simulação numérica da operação do Sistema de Secagem foi efetuada a partir das Eq. (9) e (10), uma vez que todas as variáveis dessas equações podiam ser determinadas em função da rotação e da vazão através do ventilador, como exposto em seguida.

A partir de um valor de vazão selecionado, a pressão total do ventilador era determinada pela Eq. (5) e a eficiência pela Eq. (6). Para rotações diferentes de 3400 RPM a vazão era corrigida pela Eq. (7) e a pressão total pela Eq. (8). A eficiência permanecia a mesma pois esses pontos representam pontos de operação similares. Conhecendo-se a eficiência, a vazão e a pressão total e considerando que a temperatura de entrada do ar no ventilador (Tv) podia ser diferente da temperatura usada como referência (Tref = 293,15 K), a potência de eixo foi determinada por:

$$P = Tref\ g\ Q\ H/(Tv\ \eta_V) \quad (17)$$

Conhecendo a potência de eixo, a eficiência do motor estacionário (η) era determinada pelas Eq. (1), (2), (3) e (4) e os coeficientes α_1 e α_2 pelas Eq. (11), ... (16). Com isso todas as variáveis das Eq. (9) e (10) eram conhecidas e as variações de temperatura podiam ser determinadas.

A Tab. 1 ilustra os resultados obtidos na simulação para a rotação de 3600 RPM, para vazões variando de 42 a 148 litros/seg.

Tabela 1. Resultados da simulação do Sistema para 3600 RPM.

P [watts]	H [mmH$_2$O]	Q [ℓ/s]	η [%]	η_V [%]	DT [°C]	α_1 [%]	α_2 [%]
468,0	205,0	42,4	10,7	16,9	52,2	8,7	22,1
478,2	204,0	52,9	10,8	20,6	45,0	10,9	22,5
488,9	202,9	63,5	11,0	24,1	40,2	13,0	23,0
500,1	201,7	74,1	11,2	27,3	36,9	15,2	23,6
511,7	200,5	84,7	11,5	30,3	34,4	17,4	24,1
524,0	199,2	95,3	11,7	33,0	32,5	19,6	24,7
536,8	197,9	105,9	11,9	35,6	31,1	21,8	25,3
550,2	196,4	116,5	12,1	37,9	29,9	24,0	25,9
564,4	194,9	127,1	12,4	40,0	29,0	26,1	26,6
579,4	193,4	137,6	12,6	41,9	28,3	28,3	27,3
595,2	191,8	148,2	12,9	43,5	27,7	30,5	28,0

Na Fig. 2 os resultados da simulação são comparados com os resultados experimentais e a Fig. 3 mostra o resultado na simulação para toda a faixa de rotações do motor estacionário.

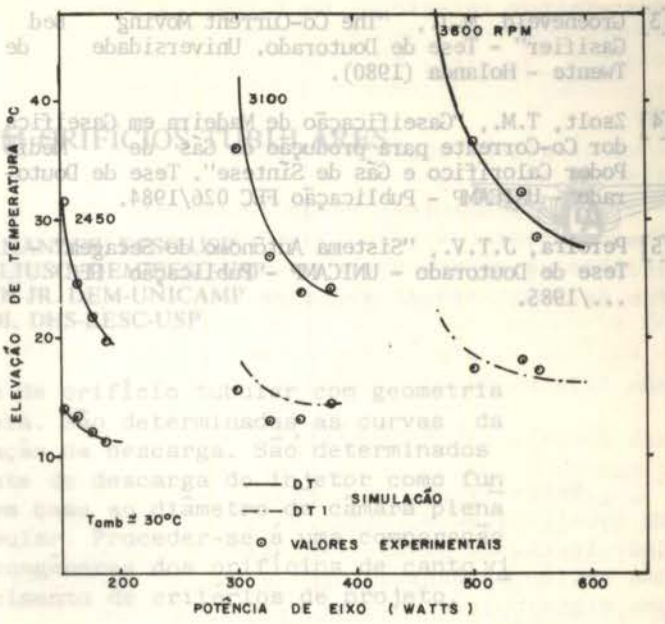


Figura 2. Resultados experimentais e Simulados.

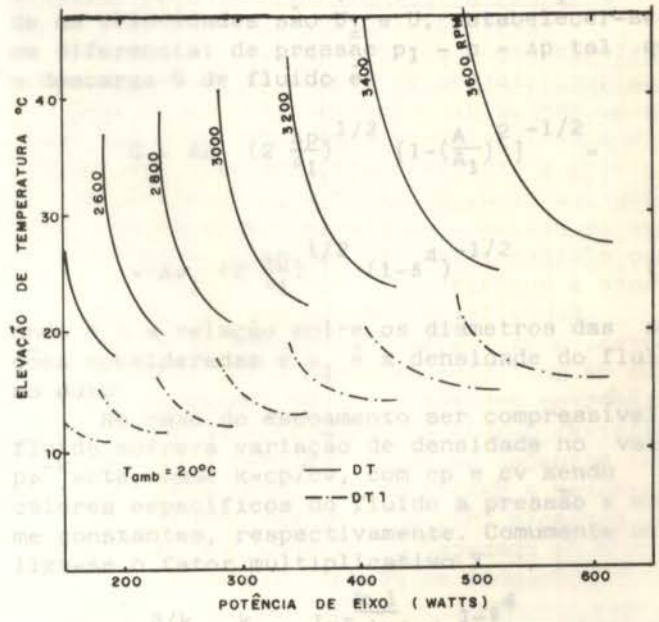


Figura 3. Resultados da Simulação para toda a faixa de operação do motor.

CONCLUSÕES

As relações entre a energia mecânica e a energia térmica desse Sistema são bastante favoráveis para a secagem a baixa temperatura. Esse Sistema representa um meio interessante de otimizar o uso da energia nos processos de secagem e mesmo considerando a maior eficiência de motores e ventiladores mais potentes (o que modifica a relação entre as energias mecânica e térmica), os resultados aqui obtidos poderiam ser utilizados para projetos de Sistema de grande porte.

REFERÊNCIAS

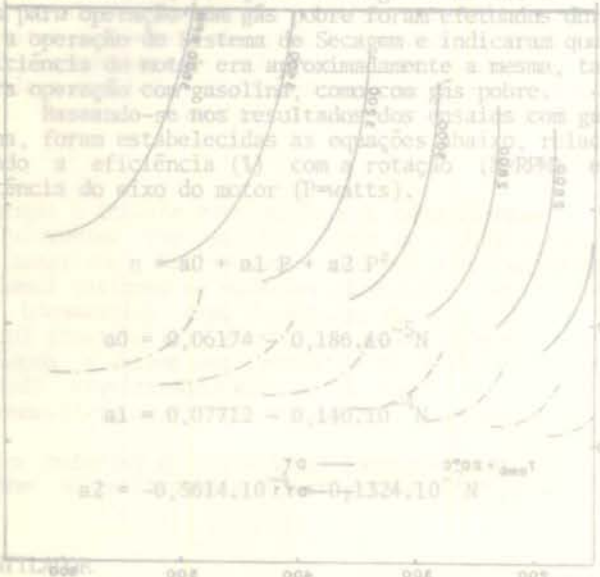
[1] Brooker, et alii, "Drying Cereal Grains" - Cap. 7 Grain Drying Systems. The AVI Publishing Co.(1974)

[2] Roa, G. and Rossi, S.J.; "Secagem e Armazenamento de Produtos Agropecuários com uso de Energia Solar e Ar Natural". Publicação da Academia de Ciência do Estado de São Paulo (1980).

[3] Groeneveld, M.J., "The Co-Current Moving Bed Gasifier" - Tese de Doutorado. Universidade de Twente - Holanda (1980).

[4] Zsolt, T.M., "Gaseificação de Madeira em Gaseificador Co-Corrente para produção de Gás de Médio Poder Calorífico e Gás de Síntese". Tese de Doutorado - UNICAMP - Publicação FEC 026/1984.

[5] Pereira, J.T.V., "Sistema Autônomo de Secagem" - Tese de Doutorado - UNICAMP - Publicação FEC .../1985.



SUMMARY

A wood gasifier was used to provide mechanical and thermal energy to a Grain Draying System. The Draying System includes a Ventilator, an Internal Combustion Engine, a Wood Gasifier, Heat Exchangers and Ducts. Motor and Gasifier heat losses was used to heat the air. Air temperatures were obtained experimentally for several operating conditions and the experimental data was used for the Numerical Simulation of Grain Draying System operation. The Simulation results are presented in grafic form and compared with experimental data.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

INJETORES TIPO TORRE COM ORIFÍCIOS TUBULARES

DINIZ A. MATIAS FERNANDES, EESC-USP
JOSMAR DAVILSON PAGLIUSO, DEM-EESC-USP
LEONARDO GOLDSTEIN JR. DEM-UNICAMP
GERALDO LOBARDI, DHS-EESC-USP

É estudado injetores tipo torre de orifício tubular com geometria específica para evitar refluxo de areia. São determinadas as curvas da perda de pressão no escoamento em função da descarga. São determinados dois conjuntos de curvas do coeficiente de descarga do injetor como função do número de Reynolds calculado em base ao diâmetro da câmara plena e em base ao diâmetro do orifício tubular. Proceder-se-á uma comparação crítica entre aquelas curvas e suas congêneres dos orifícios de canto vivo em placa delgada visando estabelecimento de critérios de projeto.

INTRODUÇÃO

O projeto de placas injetoras de ar para induzir o fenômeno da fluidização em leitos de particulados, deve atender a pré-requisitos técnicos, de segurança e de economia de operação (1,2,3).

Davidson e Harrison (1), mostram que a qualidade da fluidização não é melhorada por aumentos suplementares da perda de pressão nos injetores acima de um valor mínimo compatível a cada situação.

O procedimento de cálculo adotado nas referências já citadas, independentemente da geometria dos injetores, é o mesmo usado para medidores de vazão de orifícios de canto vivo.

Alguns detalhes técnicos, como o de evitar o refluxo de sólidos para a ante-câmara dos injetores, definem-lhes as formas geométricas, não raro, substancialmente diferentes daquelas dos orifícios. Nestes, a perda de pressão no escoamento é de característica eminentemente inercial, enquanto no caso geral poderá ocorrer uma componente viscosa, cujo montante estará associado à geometria do injetor. Assim, o projeto de injetores em base a roteiro compatível a orifícios de canto vivo, resultará em valor de perda de pressão menor ou igual a perda de pressão real quando em operação. Como a potência de compressão iguala o produto das diversas perdas de pressão pela vazão, não será justificável o emprego inócuo de pressão suplementar, em acordo com a ref.(1).

A otimização da instalação, inevitavelmente, passa por uma minimização das perdas de pressão nas diversas seções da caldeira e entre elas está a placa de injetores, o que justifica o presente trabalho.

FUNDAMENTOS

Do Dimensionamento de Orifício de Canto Vivo em Placa Delgada

Escoamento Ideal

Considera-se um escoamento de gás ideal, inviscido, adiabático, imcompressível, interno a tubos. Para duas secções de áreas A_1 e A onde as velocidades são U_1 e U, estabelecer-se-á um diferencial de pressão $p_1 - p = \Delta p$ tal que a descarga G de fluido é

$$G = A\rho_1 \left(2\frac{\Delta p}{\rho_1}\right)^{1/2} \left[1-\left(\frac{A}{A_1}\right)^2\right]^{-1/2} = A\rho_1 \left(2\frac{\Delta p}{\rho_1}\right)^{1/2} (1-\beta^4)^{-1/2} \quad (1)$$

onde β é a relação entre os diâmetros das seções consideradas e ρ_1 é a densidade do fluido no duto.

No caso do escoamento ser compressível o fluido sofrerá variação de densidade no valor $p\rho^{-k}$=cte, onde k=cp/cv, com cp e cv sendo os calores específicos do fluido a pressão e volume constantes, respectivamente. Comumente utiliza-se o fator multiplicativo Y

$$Y = \left[r^{2/k}\left(\frac{k}{k-1}\right)\left(\frac{1-r^{\frac{k-1}{k}}}{1-r}\right)\left(\frac{1-\beta^4}{1-\beta^4 r^{2/k}}\right)\right]^{1/2} \quad (2)$$

onde $r = p_1/p$

Neste caso, a descarga G de fluido através do orifício será dada por

$$G = A\rho_1 \left(\frac{2\Delta p}{\rho_1}\right)^{1/2} (1-\beta^4)^{-1/2} Y \quad (3)$$

Y é tabelado para o gás e para diversos valores de β, r e k.

Escoamento Real

O escoamento real afasta-se do escoamento ideal face a fatores diversos. O fluido é real, e portanto viscoso, a distribuição de velocidades é variável, as áreas das secções do tubo onde as pressões são medidas não correspondem àquelas efetivamente existentes nas fronteiras das linhas de fluxo do escoamento, etc. No caso geral, a descarga real Gr, afastar-se-á da teórica G, razão pela qual define se o coeficiente de descarga C, englobando to

dos efeitos referidos, na forma que segue:

$$C = \frac{Gr}{G} \qquad (4)$$

ou

$$K = C\,(1-\beta^4)^{-1/2} \qquad (5)$$

Independentemente do escoamento ser incompressível (ρ=cte) ou compressível ($\gamma \neq 1$), dividindo-se as descargas pelo produto $A_1\rho_1$, obtem-se a velocidade média real U_r

$$U_r = KU \qquad (6)$$

com

$$U = (2\,\Delta P/\rho_1)^{1/2}$$

Ressalte-se que o uso do coeficiente K em substituição à C (eq. 5) leva à uma velocidade teórica U final, calculada a partir de uma região estagnada (U=0) e não a partir de uma distribuição inicial U_1 como a existente na tubulação à montante de orifício.

Do Dimensionamento da Placa de Injetores

O arrazoado teórico que encerra o contexto da seção anterior pode ser aplicado, a qualquer sistema de medida de vazão, sejam bocais, venturis, cotovelos etc, ou no caso, a placa de injetores. Deve entretanto ser desenvolvida a experimentação que leve aos valores próprios de K. Só assim será possível, em termos de projeto, a obtenção da perda de pressão efetiva existente na placa de injetores durante a operação.

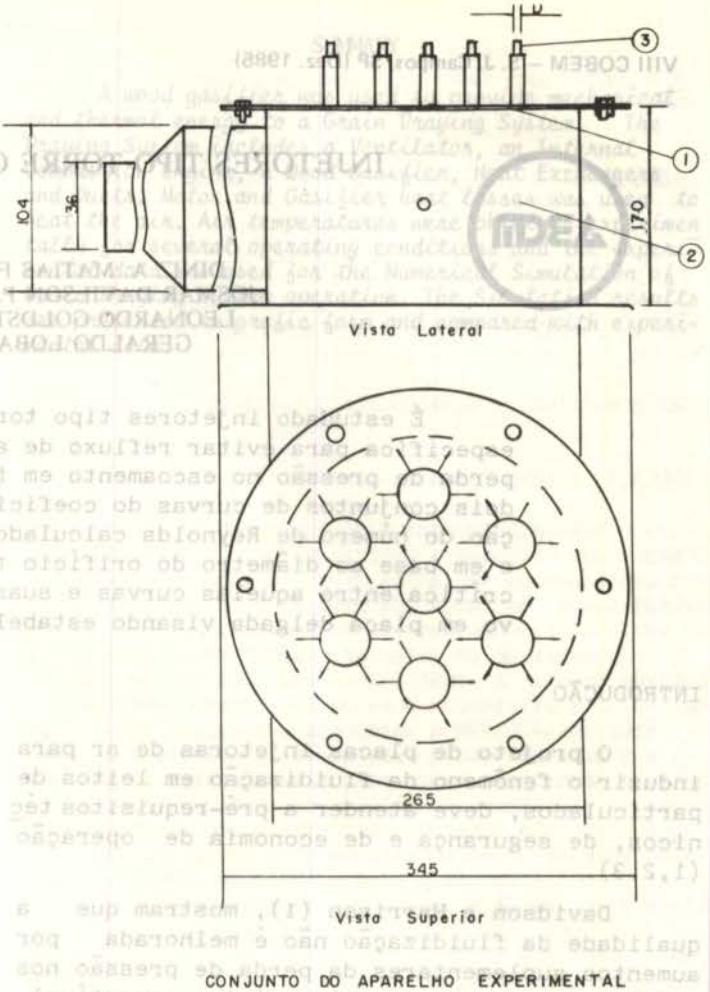
Ressalte-se que, para o cálculo de injetores, a aplicação dos valores de k específicos de orifícios de canto vivo, induzirá a diâmetros menores e via de consequência, a Δp maiores, quando em operação com vazão nominal. Tal situação de perda real maior em nada irá melhorar a qualidade da fluidização (1), sendo portanto inócua. Virá entretanto, onerar o custo de operação do sistema pois a potência é proporcional ao produto $G.\Delta p$.

SISTEMA EXPERIMENTAL

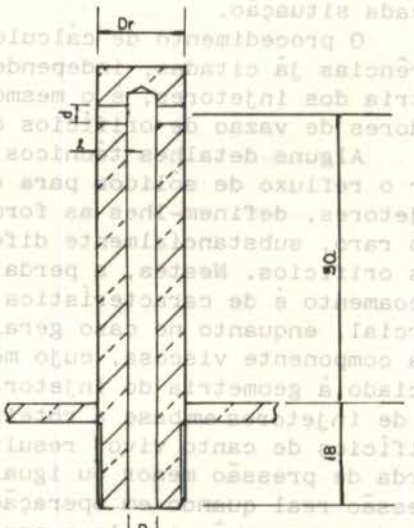
Com a finalidade de se determinar o coeficiente de descarga K para os injetores, dentro das mesmas idéias anteriores e consideradas suas formas específicas, construiu-se um sistema experimental para testar cinco placas de injetores diferentes, cada uma com sete injetores geometricamente idênticos entre si. A vazão global é medida através de um orifício de canto vivo especialmente aferido para o experimento. A figura 1 ilustra o aparato experimental.

Ar, quantificado em suas propriedades e vazão, é admitido na ante-câmara da placa de injetores 1 com velocidade uniforme U_c tal que Δp no injetor é maior que $100.\frac{1}{2}U_c^2$. A pressão e a temperatura do ar na ante-câmara 2 e na saída 3 são medidas.

Os injetores são do tipo torre com orifício tubular, com tubo de subida de diâmetro D e comprimento L. Na sua parte mais alta pos



CONJUNTO DO APARELHO EXPERIMENTAL



Dr	D	t	d
6,9	25	2,2	1,0
10,27	3,67	3,3	1,5
13,70	4,90	4,4	2,0
20,54	7,34	6,6	3,0
27,40	9,80	8,80	4,0

DETALHE DOS INJETORES

Fig. 1 - Conjunto experimental e detalhe dos injetores tipo torre com orifício tubular.

sue seis furos de diâmetro d e comprimento ℓ por onde o ar sai para a atmosfera. Tomou-se especial cuidado na confecção dos furos utilizando-se sempre de brocas novas, substituindo as se necessário, o que garantiu a igualdade dos furos.

A experimentação é procedida sem a presença do leito fluidizado denso. A pressão barométrica é obtida em um barômetro de mercúrio de precisão, tipo Fortin, fabricação Prin co.

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os resultados obtidos nos experimentos acham-se sintetizados em três gráficos. Neles faz-se uma comparação entre as curvas obtidas com base na utilização do processo de cálculo clássico do orifício de canto vivo (1), (2) , (4) e as curvas originarias deste experimento.

A fig. 2 apresenta as curvas da diferença de pressão existente entre a ante-câmara de injeção e a secção de saída do orifício do injetor, contra a descarga através dele.

As figuras 3 e 4 apresentam as curvas do coeficiente de descarga K em função do número de Reynolds, da ante-câmara e do orifício respectivamente, tendo por parâmetros os valores compatíveis de ß, d, ℓ/d, D, L/D. Deve-se notar que em razão das características dos leitos fluidizados (área aberta menor que 10%)os valores de K e de C praticamente coincidem. Quanto ao coeficiente Y teve uma variação máxima de 3%.

de canto vivo, geometria que o encaminhamento clássico considera, ref(2,4),para um sistema de injeção tipo torre com orifícios tubulares conforme fig. 1.

Os resultados evidenciam a existência de outras fontes de perda de carga, além daquela de caráter eminentemente dinâmico existente na seção de entrada do orifício de canto vivo. No injetor tipo torre, adicionalmente à perda dinâmica agora com características próprias à nova geometria, tem-se mais uma componente de origem viscosa como consequência do confinamento imposto ao escoamento pelas paredes do injetor.

O diferencial de pressão Δp através dos injetores é base de cálculo para a descarga ideal, conforme a equação 3 a qual associará maiores valores de descargas ideais ao injetor que apresentar maior perda de pressão,consideradas as mesmas descargas reais.

As fig. 3 e 4 mostram a consequência imediata do exposto no parágrafo anterior. Os valores experimentais para os injetores utilizados apresentam coeficientes de descarga K menores do que aqueles da literatura.

Para os orifícios de canto vivo em placa delgada, valores de K muito aproximadamente iguais a 0,6 são obtidos para Rey acima de 2000 e A/A<10%. Considerando que os tamanhos dos orifícios e as vazões no leito denso, em projetos usuais, levam á Rey maiores que 2000 esteja ele referido ao diâmetro do próprio orifício ou à câmara de aproximação, será irre

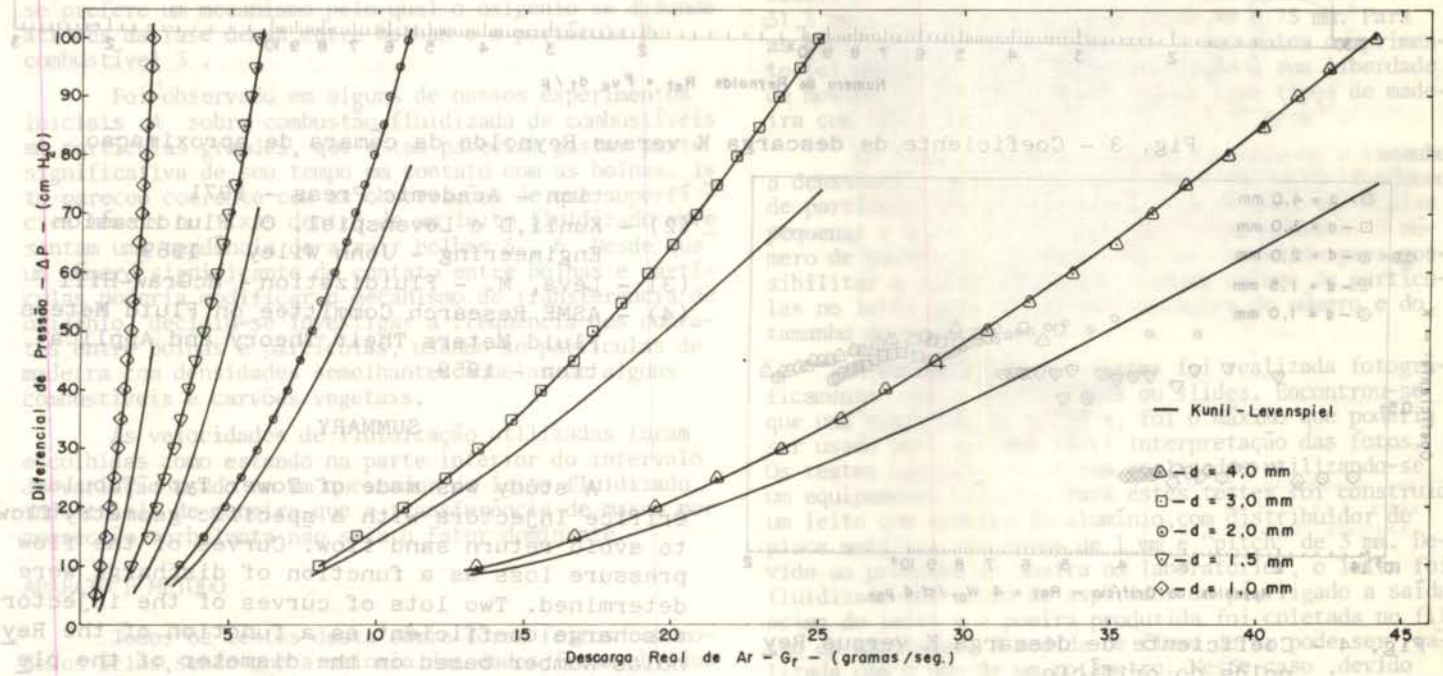


Fig. 2 - Diferencial de pressão através da placa de injetores para orifícios (segundo ref. (2))e injetores tipo torre (experimental)

ANÁLISE DOS RESULTADOS

A Fig. 2 mostra um aumento do diferencial de pressão Δp ao se passar de um sistema de injeção de ar do tipo placa com orifícios

levante em termos de projeto, a escolha da dimensão característica do número de Reynolds. Mesmo assim, o refinamento do projeto do inje

tor requer a verificação do valor de K para o orifício individual.

O mesmo fato não ocorre para o injetor tipo torre de orifício tubular. Para este, o Rey de relevância é aquele que está diretamente associado ao fenômeno existente no orifício tubular individual, pois é ali que ocorre a parte principal da perda de pressão do injetor, parte dela de origem viscosa, e que o diferencia do orifício de canto vivo. Considere-se ainda que, neste caso, K é uma função decrescente de Rey e depende da geometria do orifício radial (d, 1/d) e do próprio injetor (D,L/D).

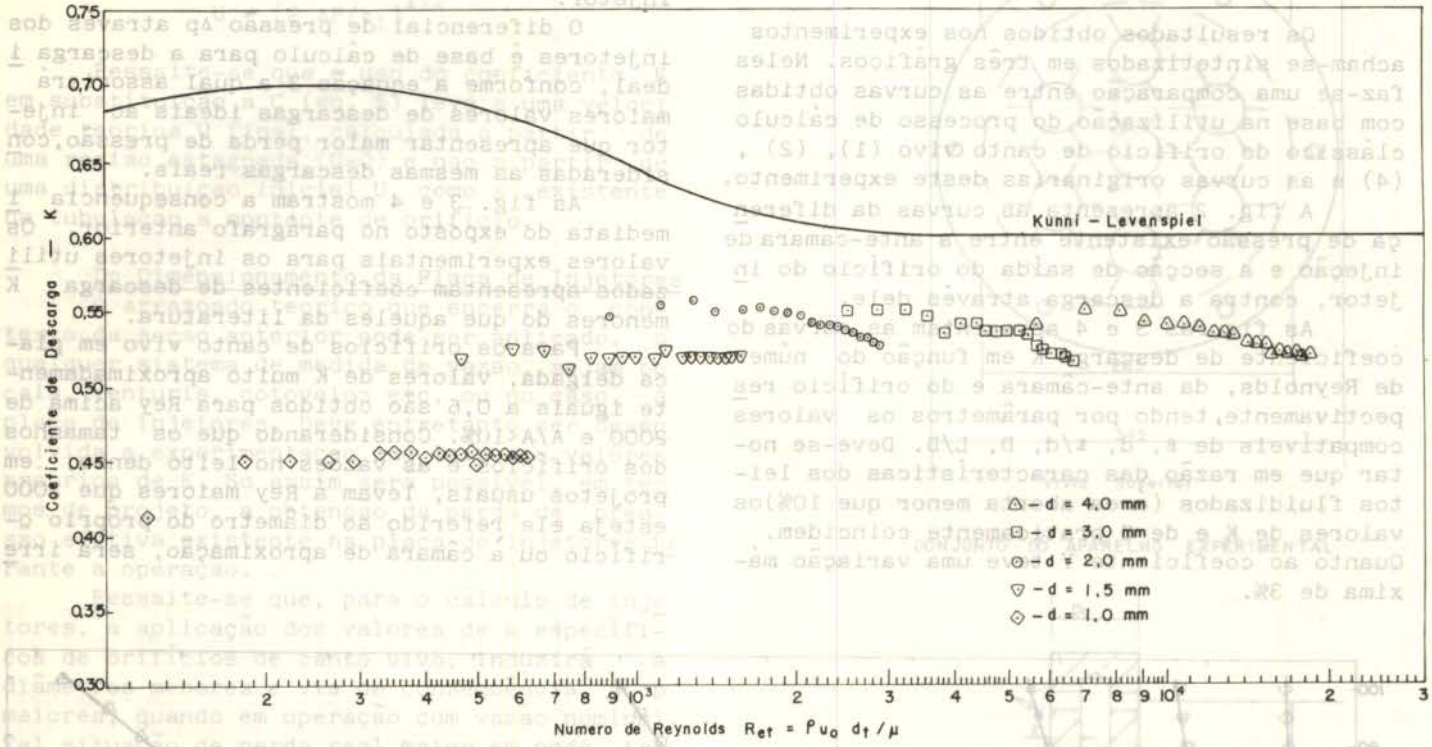


Fig. 3 - Coeficiente de descarga K versus Reynolds da câmara de aproximação

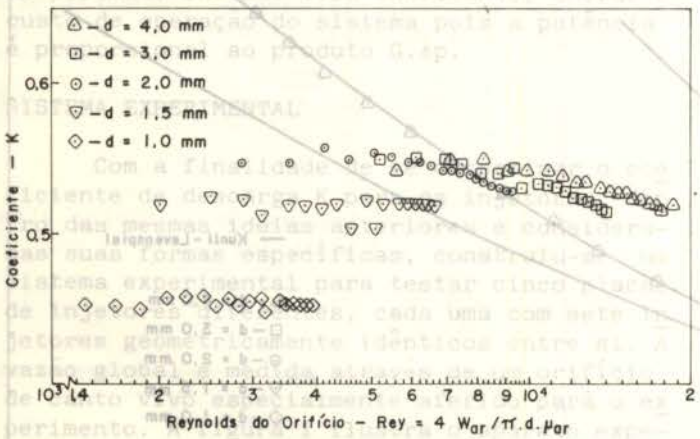


Fig. 4 - Coeficiente de descarga K versus Reynolds do orifício

CONCLUSÃO

O projeto de injetores tipo torre de orifício tubular em base a roteiro específico de orifício de canto vivo em placa delgada, induz potências de insuflamento maiores que as necessárias. Os injetores tipo torre mostram valores de coeficientes de descarga K nas vizinhanças de 0,5 , pouco menores que os existentes para os orifícios de canto vivo com 10% de área aberta. É clara a tendência decrescente da função K = f (R) para os orifícios tubulares de maiores diâmetros. Via de conseqüência, o projeto de placa de injetores tipo torre requer as curvas de k = f (R) específica do injetor, visando a obtenção de Δp de operação real.

REFERÊNCIAS

(1) -Davidson, J.F. e Harrison, D. - Fluidization - Academic Press - 1971

(2) - Kunii,D e Levenspiel, O. Fluidization Engineering - John Wiley - 1969

(3) - Leva, M. - Fluidization - McGraw-Hill

(4) - ASME Research Committee on Fluid Meters Fluid Meters Their Theory and Application - 1959

SUMMARY

A study was made of Tower Type Tubular Orifice Injectors with a specific geometry flow to avoid return sand flow. Curves of the flow pressure loss as a function of discharge were determined. Two lots of curves of the injector discharge coefficient as a function of the Rey nolds Number based on the diameter of the plenum chamber and based on the tubular orifice diameter were also determined. A critical comparasion follows between the above curves and the equivalent for square edged orifices in order to establish design criteria.

ESTUDOS SOBRE A INTERAÇÃO ENTRE A PARTÍCULA DE COMBUSTÍVEL E A FASE DE BOLHAS E SEU EFEITO SOBRE A TAXA DE QUEIMA EM LEITO FLUIDIZADO

FRANCISCO JOSÉ DOS SANTOS
FEC-DEM-UNICAMP
RAYMOND BURNYEAT PEEL
FEC-DEM-UNICAMP

Foram realizados testes para determinar a distribuição das partículas de combustível entre as fases de emulsão , bolhas e "splash zone" em um modelo frio de um combustor de leito fluidizado. As medidas foram feitas fotográficamente em um leito fluidizado bidimensional e também com o uso de raios-x, em um leito proporcionalmente dimensionado.

Os resultados mostraram que a ocorrência de partículas na fase de bolhas foi favorecida, como esperado pelo aumento na massa de combustível no leito e pelo aumento na velocidade de fluidização. Contudo para a mesma massa de combustível a frequência de aparições aumentou com o tamanho de partícula.

INTRODUÇÃO

Este trabalho faz parte de um estudo mais amplo sobre o mecanismo de combustão fluidizada de partículas grandes de combustíveis vegetais. A descriçaõ clássica de combustão fluidizada ,por Avedesian e Davidson 1 supõe que em um leito fluidizado com presença de bolhas, as partículas de combustível permanecem na fase densa e que o oxigênio é transferido das bolhas para a fase de emulsão e dai se difunde até a superfície do combustível onde ocorre a queima.

Embora experimentos mais recentes,entre outros os de Chakraborty e Howard 2 ,tenham mostrado que para partículas grandes de combustível e à velocidades mais altas de fluidização, a convecção é o principal meio de transferência de oxigênio para a superfície da partícula; para velocidades mais baixas de fluidização ainda se prefere um mecanismo pelo qual o oxigênio se difunde através da fase densa entre bolhas e a partícula de combustível 3 .

Foi observado em alguns de nossos experimentos iniciais 4 sobre combustão fluidizada de combustíveis em partículas grandes, que estas pareciam gastar parte significativa de seu tempo em contato com as bolhas. Isto pareceu coerente com as observações de que superfícies móveis ou fixas dentro de um leito fluidizado apresentam uma tendência de atrair bolhas 5 , 6 .Desde que um número significante de contato entre bolhas e partículas poderia modificar o mecanismo de transferência de oxigênio, decidiu-se investigar a frequência dos contatos entre bolhas e partículas, usando-se partículas de madeira com densidades semelhantes àquelas de alguns combustíveis e carvões vegetais.

As velocidades de fluidização utilizadas foram escolhidas como estando na parte inferior do intervalo de variação usado em um queimador de leito fluidizado industrial, de maneira que a transferência de massa por convecção turbulenta não seja o fator dominante.

APARATO E MÉTODO

Todos os testes desta série foram feitos com modelos frios,sendo que a maioria dos dados foram obtidos pela análise fotográfica do comportamento de bolhas e partículas em um leito bidimensional formado por placas de vidro com 400mm de largura. A distância entre placas podia ser variada, mas foi mantida constante em 80 mm por ser esta a menor distância a permitir o livre movimento das maiores partículas utilizadas na simulação do combustível.

Foram realizados alguns poucos testes com a análise de chapas fotográficas de raios-x,da localização e da interação entre bolha e partícula,com um leito fluidizado de secção transversal de 100x200mm.

Foi utilizada areia como material inerte do leito com dois intervalos distintos de granulometria: de 0,59 a 0,42 mm e de 0,42 a 0,25 mm; com velocidades mínima de fludização resctivamente de 0,16 m/s e 0,08 m/s para a temperatura de 25 C.

O leito bidimensional possui uma placa metálica como distribuidor de ar, perfurada com furos de 1 mm e "pitch" de 3mm. O ar necessário à fluidização foi fornecido por um ventilador centrifugo de dois estágios com uma vazão máxima de 175 kg/h, a qual produzia a velocidade de 1,28 m/s no leito. A medida do fluxo de ar foi feita com uma placa de orifício.

As partículas de combustíveis foram simuladas por blocos cilindricos de madeira com dois diâmetros: 23 e 31,5 mm e com comprimentos de 20,40,80 e 75 mm. Para as partículas de maior diâmetro, o seu maior comprimento foi diminuido para evitar restrição à sua liberdade de movimento no leito. Foram usados tres tipos de madeira com densidades de 0,8, 0.55, e 0,33 g/cm^3 .

Os testes foram realizados variando-se o tamanho a densidade e o número de partículas no leito. O número de partículas foi variado entre 5 e 40 para partículas pequenas e entre 3 e 10 para partículas grandes. O número de partículas em cada caso foi escolhido para possibilitar a comparação entre o mesmo volume de partículas no leito para diferentes variações do número e do tamanho de partícula.

A documentação dos testes foi realizada fotográficamente com o uso de fotos ou slides. Encontrou-se que uma exposição de 1/250 s, foi o máximo que poderia ser usado para dar uma fácil interpretação das fotos. Os testes com raios-x, foram realizados utilizando-se um equipamento clínico. Para estes testes foi construido um leito com paredes de alumínio,com distribuidor de placa metálica com furos de 1 mm e "pitch" de 3 mm. Devido ao problema de poeira no laboratório , o leito foi fluidizado com o uso de aspirador de pó, ligado a saída acima do leito e a poeira produzida foi coletada no filtro do aspirador. A medida de fluxo de ar pode ser realizada com o uso de um rotâmetro. Neste caso ,devido às limitações do equipamento o tempo de exposição foi de 1/50 s.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados dos testes são mostrados na tabela I , e nas figuras de 1.1 à 1,8

Observou-se que o número de "partícula de combustível" aparecendo fora da emulsão (ou seja na bolha

Figura 1. Variação do tempo (%) fora da fase de emulsão em função do tamanho de partícula

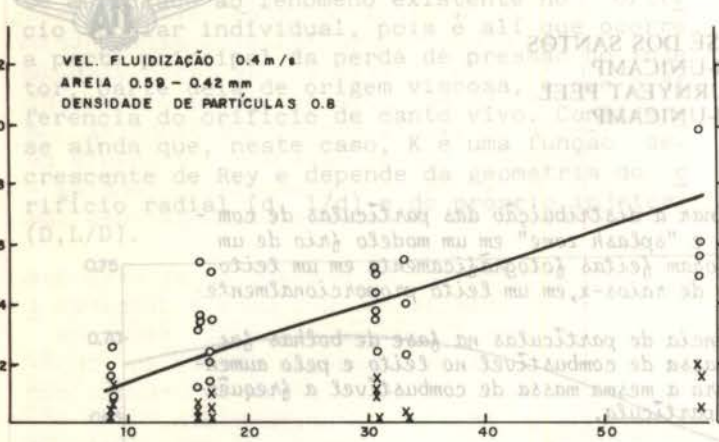


Figura 1.1

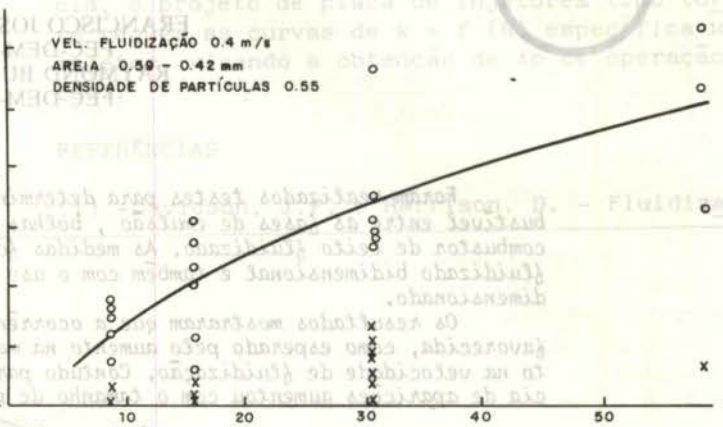


Figura 1.2

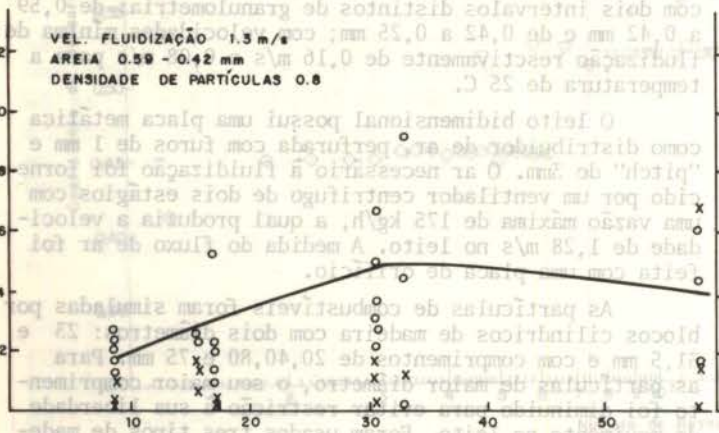


Figura 1.3

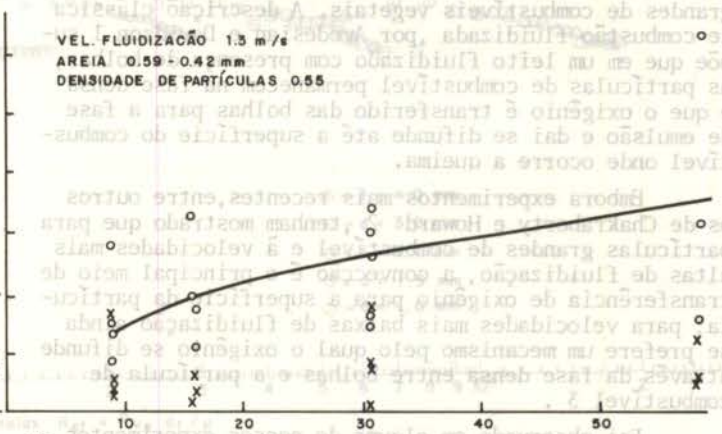


Figura 1.4

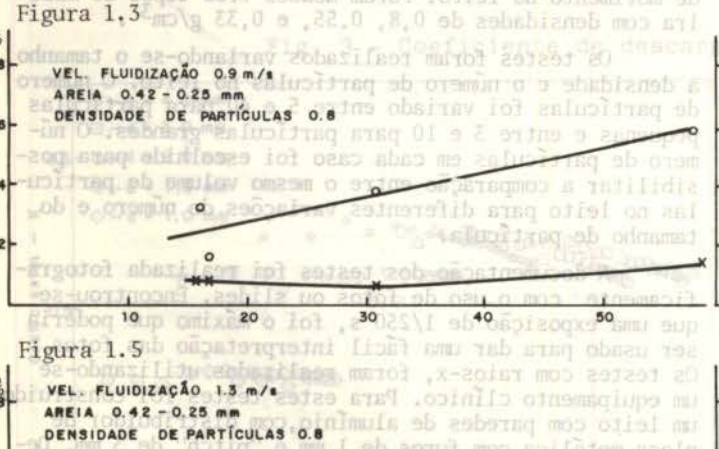


Figura 1.5

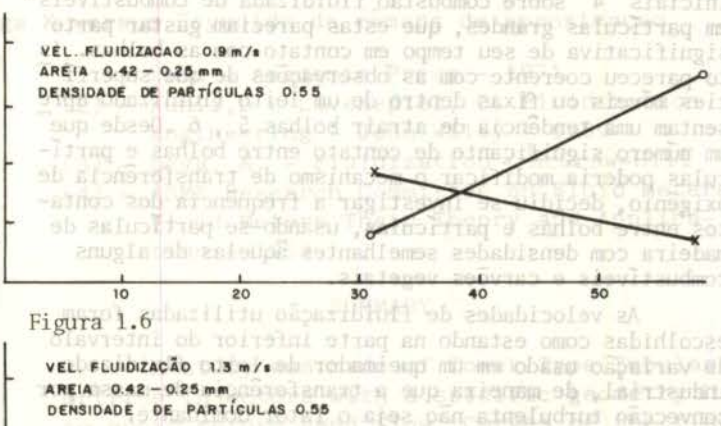


Figura 1.6

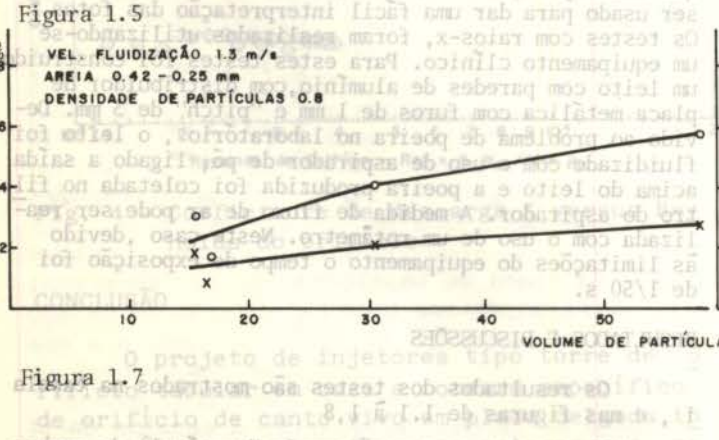


Figura 1.7

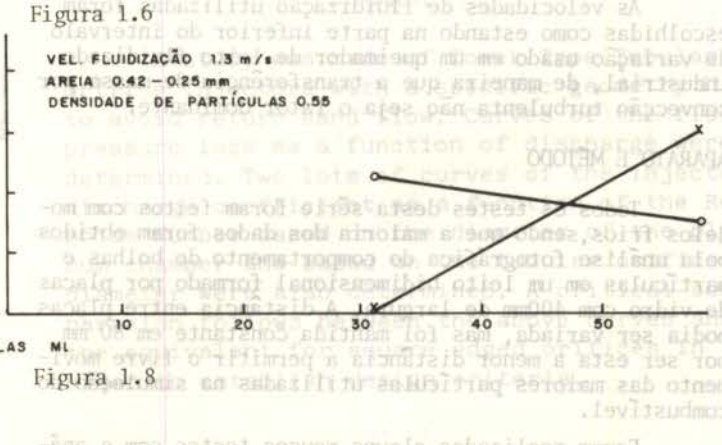


Figura 1.8

Tabela I. Efeito da densidade e da velocidade de fluidização sobre a frequência de aparições.

a) Com areia de 0,59 a 0,42 mm.

Densidade de partículas	0,8 g/cm³				0,55 g/cm³			
Velocidade de fluidização	0,9 m/s		1,3 m/s		0,9 m/s		1,3 m/s	
	$\bar{x}$	$\sigma/\sqrt{n}$	$\bar{x}$	$\sigma/\sqrt{n}$	$\bar{x}$	$\sigma/\sqrt{n}$	$\bar{x}$	$\sigma/\sqrt{n}$
% na região de bolhas	0,68	0,21	1,07	0,27	0,83	0,18	0,94	0,27
% na região de "splash"	3,68	0,37	2,95	0,33	5,41	0,69	4,61	0,59

b) Com areia de 0,42 a 0,25 mm.

Densidade de partículas	0,8 g/cm³				0,55 g/cm³			
Velocidade de fluidização	0,9 m/s		1,3 m/s		0,9 m/s		1,3 m/s	
	$\bar{x}$	$\sigma/\sqrt{n}$	$\bar{x}$	$\sigma/\sqrt{n}$	$\bar{x}$	$\sigma/\sqrt{n}$	$\bar{x}$	$\sigma/\sqrt{n}$
% na região de bolhas	1,22	0,22	1,91	0,42	2,59	1,0	3,08	3,06
% na região de "splash"	3,67	0,96	3,72	0,8	4,37	2,5	3,81	0,74

ou na região de "splash") aumenta com o aumento no tamanho da partícula. Este efeito foi mais devido a contribuição da região de "splash", enquanto que na região de bolhas a frequência de aparições permanece práticamente constante em relação a variação no tamanho de partícula.

Na parte inferior do leito ocorre a possibilidade de um erro maior na observação dos eventos devido ao fato de ser mais dificil a observação de bolhas nessa região. O método utilizado por nós observa apenas um dos lados do leito e portanto só contamos os eventos que sejam visiveis desse lado. Esse fato mais as evidências relatadas por Rowe [5], de que há uma tendência de bolhas grandes evitarem contatos com as paredes do leito, indicam que potencialmente o número de eventos não registrados pode ser significante.

Uma comparação com alguns resultados apresentados anteriormente [7], usando partículas semelhantes de densidade menor (0,33 g/cm³) mostrou um aumento similar da frequência de aparições em função do tamanho para velocidades de fluidização menores, enquanto para maiores velocidades de fluidização a variação da frequência em função deste parâmetro foi aleatória.

O resultado das fotos de raio-X, com o leito fluidizado a velocidades semelhantes, mostrou uma concentração de partículas na parte superior do leito, sugerindo que o número de contatos entre bolha e partículas na parte inferior do leito deva ser pequeno.

A redução na granulometria da areia de 0,59 a 0,42mm para 0,42 a 0,25 mm, produziu pouca variação no comportamento para $v_f = 10xv_{mf}$ enquanto para $v_f = 16xv_{mf}$ o número de frequência se tornou aleatório em relação a variação no tamanho da partícula.

CONCLUSÕES

Este trabalho pretendeu confirmar algumas conclusões obtidas em um estudo preliminar já publicado [7]. A conclusão básica do trabalho anterior (dentro do intervalo de condições relevantes para a operação de um queimador de leito fluidizado em escala industrial à baixas velocidades de fluidizaçaõ) de que partículas maiores tem maior tendência de aparecer em contato com bolhas ou na região de "splash" foi confirmada. No entanto restam dúvidas sobre se isso vale para material inerte mais fino ou para partículas de combustível de menor densidade.

A densidade das partículas utilizadas tem a tendência esperada (no intervalo testado), ou seja as partículas menos densas aparecem com maior frequência na região de "splash".

Um aumento na velocidade de fluidização produz uma diminuição na frequência de aparições na região de "splash". O efeito do tempo total que a partícula gasta fora da fase de emulsão permanece incerto.

A observação da frequência de eventos partícula em contato com bolha, na região inferior do leito,permanece como um problema apenas parcialmente resolvido com o uso de fotos de raios-X.

Nós temos interesse em extender o intervalo de medidas para menores densidades de partícula,maiores velocidades de fluidização além de aumentar o intervalo de variação da granulometria da areia para maior de o,59 e menor de o,25mm, dentro do intervalo de até 2 mm que ainda tem interesse para um queimador FBC em escala industrial.

Parece provável que o efeito de um contato direto entre partícula e bolha sòmente terá um efeito significante sobre o processo de queima fluidizada, dentro do intervalo de velocidades de fluidização mais baixas,onde o principal meio de transferência de oxigênio para a superfície da partícula pequena de combustível (não em contato direto com bolhas) seria por difusão através da fase densa.

Para velocidades de fluidização maiores o mecanismo de transferência será por convecção turbulenta, o próprio leito se torna turbulento e o contato do combustível com bolhas discretas se torna menos relevante.

REFERÊNCIAS

1 Avedesian M.M. and Davidson J.F., Trans.I. Chem.E. Vol.51,p.212,1973.

2 Chakraborty R.K. and Howard J.R. ,J.Inst Energy LIV Nº 48 march 1981,p 48.

3 La Nauze R.D., Trans.I.Chem.E. Vol.63,Nº1 p3,1985.

4 Peel R.B. e Santos F.J.,1980 "Fluidized Bed Combustion of vegetable Fuels" Conference on Fluidized Combustion: Systems and Applications - London.

5 Rowe P.N. Mason H. ,Trans.I.Chem.E. Vol.59,p177-185 1981.

6 Syromyatnikov N.I.,Kulikov V.M.,Korolev V.N.,J.Inst. Fuel Nº 405,Dec.1977,p 169.

7 Peel R.B. e Santos F.J. 1984 "Estudos sobre a interação entre as partículas de combustível e a fase de bolhas em um queimador de leito fluidizado" XIIºEncontro Nacional de Escoamento em Meios Porosos.

SUMMARY

An experimental investigation on the distribution of fuel particles,simulated by wood cilinders,between bubbles,splash zone and emulsion phase in a cold model of a fluidized bed combustor has been made. The distribution was estimated from photographs taken of a glass sided 80x400mm fluidization column and also by X-ray

photographs using a 100x200 mm fluidized bed. It was observed that the appearance of particles outside the dense phase was favoured by increace in the size of fuel particles between - 7 ml and 50 ml and also by reduction of their specific density from 0,8 - 0,33.

There was little variation with fluidizing velocity within the range considered.

GASOGÊNIO — CARACTERÍSTICAS EM DUAS GEOMETRIAS

SINFRONIO BRITO MORAES
DEPTO. MECÂNICA — UFPa

SUMÁRIO

Neste trabalho foi desenvolvido um estudo experimental, cujo principal objetivo foi a análise de parâmetros adimensionais que possibilitassem a futura determinação de uma equação que relacionasse a potência calorífica de gaseificadores, em função das suas variações. Inicialmente foi projetado e construído um gaseificador que tornou possível variações geométricas, a fim de, que, fossem determinados os parâmetros admensionais. Em seguida, a partir dos resultados obtidos foi feito um estudo comparativo entre essas diversas variáveis. Finalmente foi realizado um estudo teórico que analisou a influência desses parâmetros na potência calorífica do gaseificador.

1. INTRODUÇÃO

A gaseificação de combustíveis é um processo bastante antigo e é realizado com o objetivo de produzir um combustível gasoso, com melhores características de transporte, melhor eficiência de combustão e também possa ser utilizado como matéria-prima para outros processos.

Nos processos de gaseificação a matéria-prima é total ou parcialmente transformada em gases cujos principais componentes são: monóxido de carbono, dióxido de carbono, hidrogênio e dependendo das condições, metano, hidrocarbonetos leves, nitrogênio e vapor d'água em diferentes proporções.

No Brasil, o estudo da gaseificação data dos anos trinta. Na primeira metade da década de 40, o gasogênio foi muito empregado e muitos trabalhos técnicos foram executados e escritos, entretanto após a II Guerra Mundial esse assunto foi esquecido devido aos baixos preços e a grande abundância dos derivados do petróleo.

Na década de 70, a tecnologia da gaseificação, passou a ser estudada novamente com maior intensidade, devido a uma nova crise dos derivados do petróleo. No Brasil a busca de fontes alternativas foi dirigida mais para as substituições industriais, isto é, os estudos sobre gaseificadores de grande potência tomaram frente em face das necessidades industriais.

Gaseificadores, com a tecnologia atualmente disponível, podem operar com oxigênio puro ou ar como agente oxidante. Operando-se o gaseificador com ar, obtem-se o chamado "gás pobre", com poder calorífico inferior da ordem de 1200 a 1500 Kcal/Nm^3. Operando-se com oxigênio, obtem-se um gás mais rico com um poder calorífico inferior da ordem de 2200 a 2500 Kcal/Nm^3, entretanto sua aplicação principal é como gás de síntese para produção de metanol, devido ao seu alto custo de obtenção. Se o objetivo for a produção de gás combustível usualmente utiliza-se o ar atmosférico como oxidante.

Quando utilizamos o ar como agente oxidante e introduzirmos no gaseificador vapor d'água, obtem-se o chamado "gás mixto", que apresenta em sua composição hidrogênio e metano, os quais teoricamente não fazem parte da composição de "gás pobre". Em consequência da introdução do vapor d'água há uma elevação do poder calorífico inferior do gás, ficando da ordem de 1730 a 1865 Kcal/Nm^3

Este trabalho tem por finalidade, o estudo de parâmetros influentes no processo de gaseificação ascendente ou contra-corrente à carvão vegetal.

O gaseificador utilizado foi um protótipo modular, de tal modo que podemos variar a altura de carga, assim como, a altura da saída de gás. O processo utilizado na gaseificação foi o de "gás de ar" ou "gás pobre".

O estudo foi dividido em duas geometrias, isto é, variamos a relação da altura da saída do gás pelo diâmetro do gaseificador. Para cada uma das geometrias foram realizadas experiências e procedida a análise cromatográfica do gás resultante, a fim de determinarmos: o poder calorífico do gás, as parcelas de energia de cada componente na mistura de gases e a potência calorífica do gaseificador.

Para tornar os resultados mais abrangentes foram definidos parâmetros adimensionais, em termos dos quais, foram apresentados os resultados.

Estes resultados para as duas geometrias foram comparados e analisados.

2. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

2.1. MATERIAIS E MÉTODOS

A matéria-prima utilizada foi o carvão vegetal, originário de vários tipos de madeira, e classificada de acordo com o seu peso específico.

O gaseificador é modular, a fim de possibilitar a variação dos parâmetros geométricos do sistema, conforme mostra a Figura-1.

O sistema gaseificador, nos deu uma visão geral da montagem de teste, com a localização de cada elemento desde o ventilador até o queimador, passando pela válvula controladora de fluxo; medidor de vazão tipo

turbina; o gaseificador com os pontos de tomada de temperatura feito por termopares Platinum-13% Rhodium localizados em três alturas distintas, a fim de verificarmos o comportamento das zonas de reação; as tomadas de pressão na entrada e saída do gaseificador para determinar a perda de carga; a placa de orifício; ciclone e queimador.

A análise do gás produzido, foi executada em um cromatógrafo com detector de condutividade térmica acoplado a um integrador linear, o qual forneceu a composição volumétrica de cada elemento químico presente no gás.

2.2. TRATAMENTO DOS DADOS

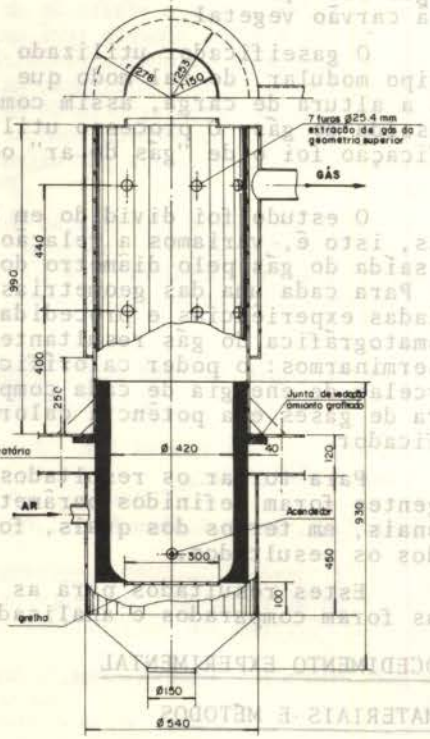
2.2.1. Diâmetro Hidráulico

O diâmetro hidráulico foi determinado com o auxílio da equação

$$Dh = \frac{\Psi\, d_k}{3f(1-\Psi)} \qquad (1)$$

onde:

Dh - diâmetro hidráulico [1], [2]
Ψ - porosidade do leito
f - favor de forma, para o carvão f = 1,3
d_k - diâmetro de uma esfera com volume de um corpo compacto.



" Figura 1. Gaseificador "

2.2.2. Valor Geométrico

Definimos como relação geométrica a razão entre a altura da saída dos gases pelo diâmetro do gaseificador, dada pela equação

$$\delta = \frac{L}{D} \qquad (2)$$

onde:

para a geometria superior δ = 3,09
para a geometria inferior δ = 2,14

2.2.3. Relações de Fluxos

Definimos a relação entre o fluxo de massa de gás pelo fluxo de massa de carvão, dada pela equação

$$\mu_g = \frac{\dot{m}_g}{\dot{m}_c} \qquad (3)$$

Definimos a relação entre o fluxo de massa de ar pelo fluxo de massa de gás, dada pela equação.

$$\mu_a = \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_g} \qquad (4)$$

Definimos a relação entre o fluxo de massa de vapor d'água contido no ar na forma de umidade pelo fluxo de massa de gás, dada pela equação

$$\mu_v = \frac{\dot{m}_v}{\dot{m}_g} \qquad (5)$$

sendo que:

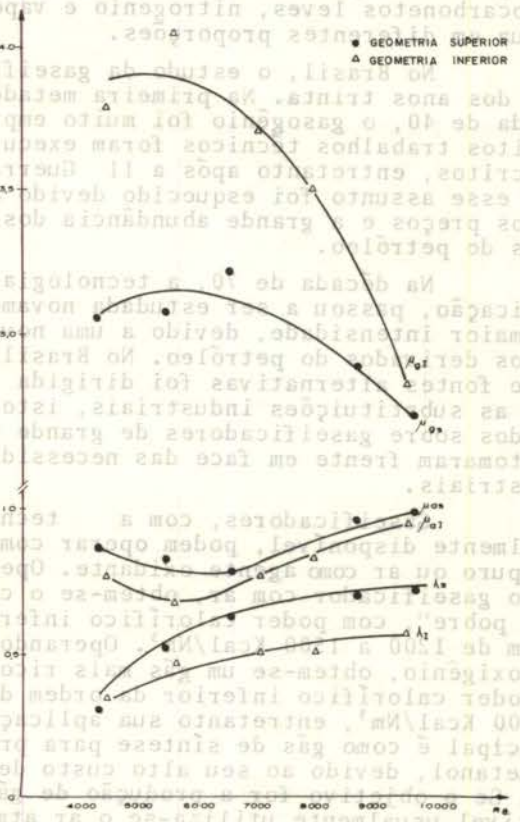
$\dot{m}_v$ - foi determinado pela equação

$$\dot{m}_v = \left(\frac{W}{1+W}\right) \dot{m}_a \qquad (6)$$

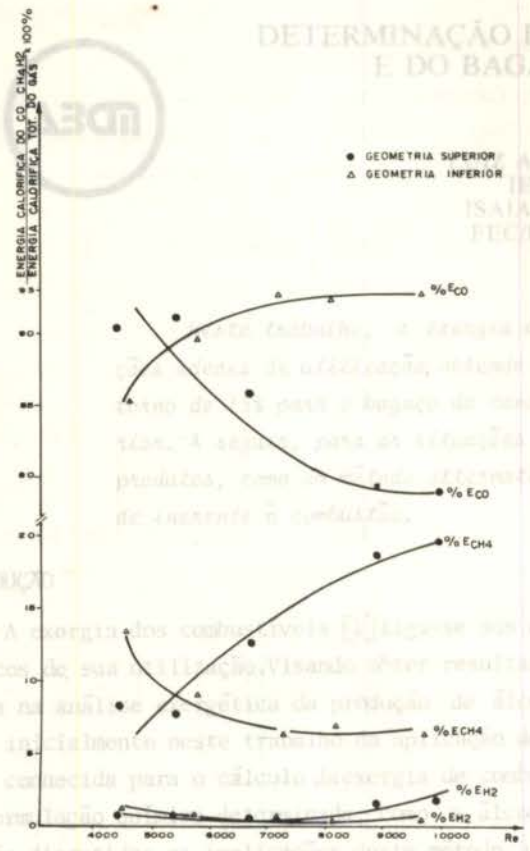
onde:

$\dot{m}_a$ - fluxo mássico de ar úmido

W - umidade absoluta



" Figura 2. Parâmetros Admensionais "



" Figura 3. Parcelas Percentuais de Energia. "

2.2.4. Poder Calorífico

O poder calorífico inferior em Kcal/m³ do gás foi determinado com auxílio da equação

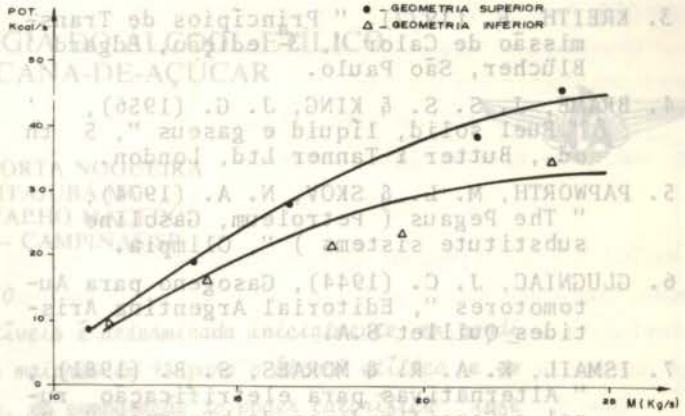
$$p_g = 3080\ (\%CO) + 8561\ (\%CH_4) + 2580\ (\%H_2) \qquad (7)$$

O poder calorífico do carvão foi determinado previamente com o auxílio de uma bomba calorimétrica.

2.2.5. Coeficiente de Potência

Definimos como coeficiente de potência ou rendimento a relação entre a potência do gás pela potênxia do combustível, dada pela equação

$$\lambda = \frac{\dot{m}_g \cdot P_g}{\dot{m}_c \cdot p_c} \qquad (8)$$



" Figura 4. Potência Calorífica x Vazão de ar. "

3. RESULTADOS E CONCLUSÕES

Observando os gráficos mostrados na Figura 2, Figura 3 e Figura 4, destacamos os seguintes resultados:

3.1 - Quanto maior o número de Reynolds, menor é a produção de gás por unidade de carvão queimado; maior é o coeficiente de potência e maior é a quantidade de ar por unidade de gás.

3.2 - O consumo de ar por unidade de gás é maior para a geometria superior do que para a geometria inferior.

3.3 - A parcela porcentual de energia do monóxido de carbono, decresce para a geometria superior, enquanto as parcelas de metano e hidrogênio crescem.

3.4 - A parcela porcentual de energia do metano é maior para a geometria superior do que para a geometria inferior.

3.5 - Na geometria superior houve um aumento da influência da parcela de energia do metano em relação a parcela do monóxido de carbono para a quantidade total de energia.

3.6 - Observamos que, para um determinado valor geométrico, temos a geometria superior com melhor rendimento do que a geometria inferior.

3.7 - A energia liberada pelo metano tem maior influência na potência calorífica do que a energia liberada pelo monóxido de carbono.

3.8 - A geometria superior apresenta uma maior potência calorífica do que a geometria inferior, em função das quantidades de monóxido, metano e hidrogênio.

4. BIBLIOGRAFIA

1. KNEULE, F. (1966), " El Secado ", Edicio-nes Urno S.A., Bilbao-Spain

2. PERRY J. J. et alii. (1980). " Chemical "

Engineers Handbook ", 5ª edição, Guanabara Dois, RJ.

3. KREITH, F. (1977). " Princípios de Transmissão de Calor ", 3ª edição, Edgard Blücher, São Paulo.

4. BRAME, J. S. S. & KING, J. G. (1956), " Fuel solid, líquid e gaseus ", 5 th ed., Butter & Tanner Ltd, London.

5. PAPWORTH, M. L. & SKOV, N. A. (1974), " The Pegaus (Petroleum, Gasoline substitute sistems) ", Olimpia.

6. GLUGNIAC, J. C. (1944), Gasogeno para Automotores ", Editorial Argentina Aristides Quillet S.A.

7. ISMAIL, K. A. R. & MORAES, S. B. (1981) , " Alternativas para eletrificação rural : Gaseificadores de biomassa ", Publicação FEC nº 026/81. UNICAMP, SP.

8. MORAES, S. B., (1983), " Análise Experimental de um conjunto Gaseificador " , Tese de Mestrado, Publicação FEC nº 003/83, UNICAMP, SP.

SUMMARY

The main objetive of the experimental study developed in this work was the analyse of admensional parameters that help the future determination of a equation which relater the heating potential of gasifiers as function of these parameters. A variable geometry gasifier was designed and constructed in order to be determined adimensional parameters. After that a comparative study was carried out about these parameters. Finally a theoretical study was made in order to analyse the influence of these variables on the heating potential of the gasifier.

DETERMINAÇÃO DA EXERGIA DO ÁLCOOL ETÍLICO E DO BAGAÇO DE CANA-DE-AÇÚCAR

LUIZ AUGUSTO HORTA NOGUEIRA
IEM/EFEI — ITAJUBÁ-MG
ISAÍAS DE CARVALHO MACEDO
FEC/UNICAMP — CAMPINAS-SP

SUMÁRIO

Neste trabalho, a exergia dos combustíveis é determinada inicialmente em condições ideais de utilização, obtendo-se valores maiores em 9% para o álcool etílico e em torno de 15% para o bagaço da cana de açúcar, em comparação ao poder calorífico inferior. A seguir, para as situações reais com combustão, se determinam as exergias dos produtos, como um método alternativo e capaz de considerar o efeito da irreversibilidade inerente à combustão.

INTRODUÇÃO

A exergia dos combustíveis [1] liga-se aos aspectos químicos de sua utilização. Visando obter resultados aplicáveis na análise exergética da produção de álcool, trata-se inicialmente neste trabalho da aplicação de metodologia conhecida para o cálculo da exergia de combustíveis com formulação química determinada, como o álcool etílico. São discutidas as implicações deste método para combustíveis naturais, dos quais se conhece apenas a composição, como o bagaço de cana.

Os valores obtidos desta forma resultam maiores que o poder calorífico inferior, já que consideram uma reação do combustível com o ar em um processo isotérmico na temperatura de referência. É sugerida outra forma de determinação da exergia para combustíveis, que considera efetivamente a combustão, em condições mais próximas da realidade.

CÁLCULO DA EXERGIA PELO MÉTODO CONVENCIONAL

Caso de combustíveis com formulação conhecida: pode-se calcular a exergia utilizando o conceito de uma célula de combustível, operando reversivelmente com o emprego de membranas semi-permeáveis, capazes de extrair toda a energia disponível. Neste caso mostra-se [2] que a exergia pode ser determinada por uma expressão do tipo:

$$ex = G_f - (\sum_R \nu_\lambda \mu_\lambda - \sum_P \nu_\rho \mu_\rho) \qquad (1)$$

onde G_f - energia livre do combustível

$\nu_{\lambda,\rho}$ - concentrações molares dos reagentes e produtos

$\mu_{\lambda,\rho}$ - potenciais químicos dos reagentes e produtos

Com a equação genérica de combustão, dada por:

$$C_aH_bO_c + (a + b/4 - c/2)O_2 \Rightarrow a\,CO_2 + (b/2)H_2O \qquad (2)$$

e com a expressão do potencial químico de uma mistura de gases ideais,

$$\mu_k = \bar{G}_k + \bar{R}T\,\ell n(Pk/P) \qquad (3)$$

onde o índice k se associa a cada componente da mistura; usando ainda a lei de Dalton, temos, de (a), (b) e (c):

$$\overline{ex} = -\Delta G + RT\,\ell n \left[\frac{(x_{O_2})^{a + b/4 - c/2}}{(x_{CO})^{a}\,(x_{H_2O})^{b/2}} \right] \qquad (4)$$

onde ΔG corresponde à energia livre da reação, determinada por;

$$\Delta G = \left[a\bar{G}_{CO_2} + \left(\frac{b}{2}\right)\bar{G}_{H_2O} + \bar{G}_{C_aH_bO_c} - \left(a + \frac{b}{4} - \frac{c}{2}\right)\bar{G}_{O_2} \right] \qquad (5)$$

Neste ponto, podem ser aplicados os valores numéricos associados à utilização do álcool [3]. Os valores adotados para as frações molares, na expressão (4), devem corresponder à atmosfera. Usa-se aqui a composição padrão sugerida por Moran [2]:

Tabela 1. Atmosfera de referência (Moran [2])

Gás	Fração Molar
N	0,7567
O	0,2035
CO	0,0003
H O	0,0303
outros	0,0092

Encontra-se para a exergia do álcool etílico puro

$$ex = 7025{,}6 \quad kcal/kg$$

Estes valores referem-se à água como vapor nos produtos de combustão, associando-se ao poder calorífico inferior, PCI. Para este combustível, a relação ex/PCI vale:

$$\frac{ex}{PCI} = \frac{7025{,}6}{6415{,}9} = 1{,}095$$

O acréscimo de exergia da ordem de 9% refere-se fun

damentalmente ao potencial químico oriundo da diferença de concentração das espécies químicas nos produtos de combustão e na atmosfera, Sendo assim, a presença de água no combustível altera a composição dos gases finais e consequentemente sua exergia.

Refazendo a análise anterior para o álcool hidratado, com 7% de água em massa, obtém-se:

$$ex = 6552,6 \text{ kcal/kg}$$

e ex/PCI = 1,098.O pequeno incremento observado nesta relação, comparativamente ao álcool etílico puro deve-se sobretudo a nova composição dos gases de combustão e menor consumo de ar por mol de combustível.

Caso de combustíveis com formulação não conhecida: O bagaço tem sido objeto de muitas análises; a estrutura molecular de seus componentes ainda não é bem determinada. Por exemplo, a fórmula estrutural da lignina, que compõe 24% da fibra seca é ainda motivo de especulação [4]. Mesmo o componente principal na fibra, a celulose, com 50% de participação, não tem tabeladas suas propriedades termoquímicas. Nesta situação, sem conhecer parâmetros como entropia absoluta e energia livre de formação, a determinação de exergia não pode seguir oprocedimento normal. Esta dificuldade foi reconhecida por Rant [5]já em 1959, que sugeriu a analogia entre estes combustíveis naturais e as substâncias semelhantes conhecidas quimicamente. Esta idéia foi desenvolvida por Szargut e Styrylska [6], que estudaram, na forma já descrita, 143 substâncias conhecidas. Estes autores obtiveram a seguinte correlação entre a exergia e poder calorífico inferior, válida para compostos em que a relação entre os teores molares O/C não ultrapassa 2;

$$\frac{ex}{PCI} = \frac{1,0438 + 0,0158\ H/C - 0,3343\ O/C(1 + 0,0609\ H/C)}{1 - 0,4043\ O/C} \qquad (6)$$

Tomando a composição gravimétrica da fibra seca do bagaço como: 6,2% H, 49,5% C e 44,3% O, temos, para 100 kg de bagaço seco, 6,200 moles de H, 4,125 moles de C e 2,769 moles de 0, portanto, O/C = 0,6713 e H/C = 1,5030. A correlação (6) leva a

$$\frac{ex}{PCI} = 1,1290$$

Note-se uma diferença sensivel entre a exergia e o PCI. O PCI do bagaço pode ser calculado por:

$$PCI = 186,1\ (100 - 0,18B - 1,13W - A + 0,01\ AW)\ [KJ/kg]$$

onde: A - % cinzas, estimada em 2% (ordem de grandeza)

B - % sacarose, estimada em 2% (ordem de grandeza)

W - % água

Logo, para a fibra seca, pode-se afirmar que:

$$ex = 4907,9 \text{ kcal/kg}$$

Para teores de umidade diferentes de zero, o bagaço requer uma análise semelhante à do álcool hidratado. Neste caso, o bagaço úmido é tratado como um novo combustível, com a composição molar:

Tabela 2. Composição molar de bagaço úmido, em 100 kg de bagaço (W' = teor de umidade em peso).

Elemento	Nº de moles
H	6,2 + 4,0 W'
C	4,125 (1-W')
O	2,769 + 2,787 W'

Novamente utilizando a correlação (6) é possível obter-se a exergia do bagaço, mostrada na tabela 3 e na figura 1.

Tabela 3. Exergia do bagaço, conforme a correlação (6)

Umidade (%)	PCI (kcal/kg)	exergia (kcal/kg)	(ex/PCI) (-)
0,00	4347,1	4907,9	1.12901
5,00	4100,0	4667,5	1.13842
10,00	3852,9	4427,4	1.14911
15,00	3605,8	4187,7	1.16138
20,00	3358,7	3948,8	1.17568
25,00	3111,6	3711,1	1.19266
30,00	2864,5	3475,6	1.21333
35,00	2617,4	3244,3	1.23949
40,00	2370,3	3021,4	1.27489
45,00	2123,2	2818,7	1.32755
50,00	1876,1	2681,6	1.42932

Em princípio a limitação de validade de (6) para O/C < 2, limita o procedimento acima a umidades inferiores a 50%.

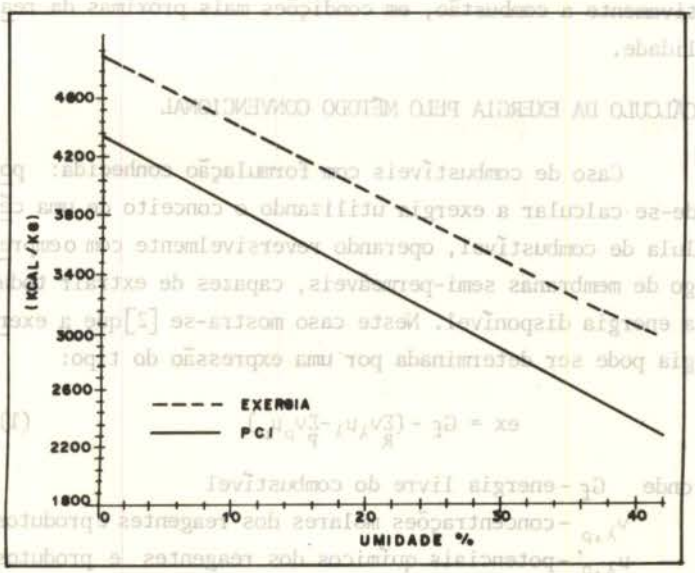


Figura 1. Exergia do bagaço de cana de açúcar.

CÁLCULO DA EXERGIA CONSIDERANDO O PROCESSO DE COMBUSTÃO:

O procedimento apresentado anteriormente tem a van

tagem de apresentar um valor final que considera a máxima disponibilidade térmica e química, independentemente do processo em que o combustível é empregado. Contudo, nas situações reais de engenharia, os combustíveis são via de regra queimados. Isto nos leva a questionar: qual o máximo trabalho útil obtível de um combustível após sua queima ? Em outras palavras; qual a exergia dos produtos de combustão ?

A exergia dos produtos de combustão foi calculada através de um programa computacional que:

a) Determina a temperatura de chama, em condições adiabáticas ou não, com relação ar/combustível variável e considerando a dissociação dos produtos;

b) Calcula as variações de entalpia e entropia dos produtos de combustão entre a temperatura de chama e a condição de referência;

c) Determina a exergia térmica destes produtos, que associada a relação ar/combustível, conduz à exergia do combustível após a queima.

Não é levada em conta a exergia química, devido à diferença de concentração dos produtos e da atmosfera padrão, por ser difícil a sua utilização na prática. Também não é considerada a elevação de disponibilidade associada à liberação de energia térmica quando das possíveis reações de combustão dos componentes dissociados, em especial o hidrogênio e o monóxido de carbono. Esta hipótese simplificadora reduz bastante a complexidade do programa, além de acarretar pequeno desvio, já que tal energia térmica é reduzida em comparação à entalpia de reação e possui uma temperatura de reação mais baixa, consequentemente, menor disponibilidade. Por outro lado, a abordagem sugerida permite uma maior compreensão dos compromissos envolvidos na redução da irreversibilidade da combustão. Assim, a exergia dos produtos de combustão, em condições estequiométricas e adiabáticas do álcool etílico puro vale:

$$ex = 5665 \text{ kcal/kg}$$

e para álcool hidratado;

$$ex = 5521 \text{ kcal/kg}$$

A figura 2 apresenta a relação exergia/PCI em situações em que existe excesso de ar, permitindo identificar que o máximo trabalho disponível não se associa à queima estequiométrica, mas em proporções de excesso de ar que minimizam a geração de entropia devida a dissociação e redução da temperatura de chama.

Para o bagaço não se considera a dissociação dos produtos de combustão, já que este fenômeno é relevante em temperaturas acima de 2000C, maiores do que as temperaturas de chama usuais neste combustível. A figura 3 a seguir mostra a dependência da relação exergia dos produtos de combustão/poder calorífico inferior para o bagaço seco e com umidade, queimado com excesso de ar. Nota-se que a umidade causa uma maior redução do poder calorífico, comparativamente à redução da exergia dos produtos de combustão.

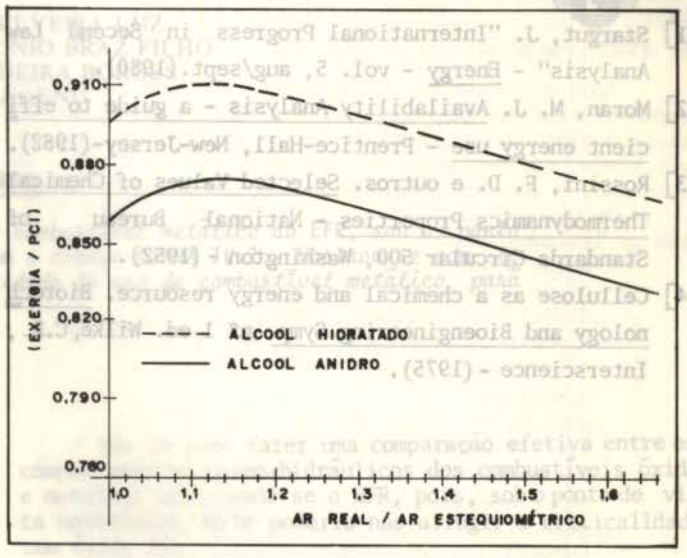


Figura 2. Relação (exergia/PCI) para a combustão do álcool etílico.

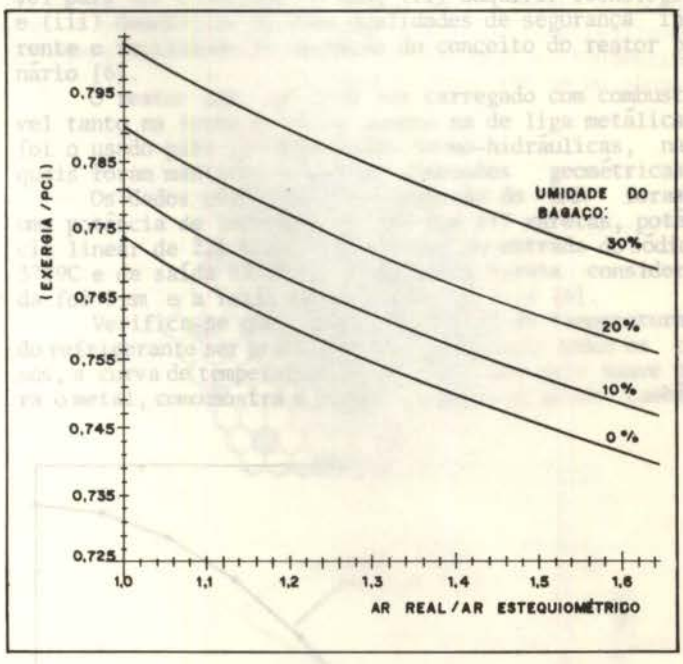


Figura 3. Relação (exergia/PCI) para combustão do bagaço.

COMENTÁRIOS:

O primeiro método para determinação da exergia dos combustíveis, que poderíamos chamar de exergia química, é mais complexo, mas efetivamente fornece a energia disponível intrínseca na substância. Contudo é por vezes interessante obter a exergia sob o processo de combustão, onde então se aplica o segundo método, que determina a "exergia prática" dos combustíveis.

Nas análises exergéticas cabe então escolher qual tipo de parâmetro adotar, em função da amplitude do sistema estudado e do nível de discernimento desejado para as perdas de disponibilidade na combustão.

REFERÊNCIAS

[1] Szargut, J. "International Progress in Second Law Analysis" - Energy - vol. 5, aug/sept.(1980).

[2] Moran, M. J. Availability Analysis - a guide to efficient energy use - Prentice-Hall, New-Jersey-(1982).

[3] Rossini, F. D. e outros. Selected Values of Chemical Thermodynamics Properties - National Bureau of Standards Circular 500, Washington - (1952).

[4] Cellulose as a chemical and energy resource. Biotechnology and Bioengineering Symp. nº 1 ed. Wilke, C.R., Interscience - (1975).

[5] Rant, Z. Eksergije goriv - Strojniski Vest (1959) - nº 6 - (1959).

[6] Szargut, J. e Styrylska, T. - "Angenaherte Bestimmung der exergie von Brennstoffen". Brennstoffen - Warme-Kraft- 16-(1964).

SUMMARY

In this paper, the exergy of fuels is calculed initially for ideal conditions, resulting in values greater than calorific value, in 9% for ethanol and around 15% for bagasse. Following the exergy of products of combustion, is determined for actual conditions, as an alternative method, where the irreversibility of the combustion is considered.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

SIMULAÇÕES TERMO-HIDRÁULICAS DO NÚCLEO DO REATOR RÁPIDO EXPERIMENTAL

MÁRCIO DA SILVEIRA LUZ
FRANCISCO ANTONIO BRAZ FILHO
EDUARDO MADEIRA BORGES
CTA-IEAv-ENU

SUMÁRIO

O estudo do núcleo e do desempenho do combustível metálico do EFR, sob o ponto de vista termo-hidráulico, foi executado com o código COBRA IV-I. Mostrou-se com isto, a boa segurança deste reator e a viabilidade do uso do combustível metálico para o EFR.

1. INTRODUÇÃO

Com o objetivo de se assegurar o suprimento de combustível nuclear utilizando-se as grandes reservas nacionais de tório, pensa-se em se desenvolver reatores regeneradores rápidos ("fast breeder reactors"), que seriam usados para converter Th-232 em U-233 [1], [2].

Para se adquirir "know-how" neste tipo de reatores, planeja-se a construção de um reator rápido experimental (EFR). Neste estudo são impostas duas condições [3]: seriam usados feixes de combustível e seria perseguido um fluxo máximo de nêutrons na faixa de $10^{15} n/cm^2.s$, ordem de grandeza comumente observada nos reatores rápidos de potência.

Com o propósito de se buscar um projeto mais econômico e seguro, pensa-se na utilização de combustível metálico no EFR. O interesse sobre este tipo de combustível vem aumentando devido ao seu excelente desempenho demonstrado, em particular, no "Experimental Breeder Reactor II" (EBR II) [4].

Neste trabalho propõe-se analisar o comportamento do núcleo e o desempenho do combustível metálico do EFR sob o ponto de vista termo-hidráulico. As simulações, nos regimes estacionário e transitório, são feitas com o uso do código COBRA-IV-I [5].

2. COMPARAÇÃO DOS COMPORTAMENTOS DOS COMBUSTÍVEIS ÓXIDO E METÁLICO

As propriedades físicas mais desejáveis para os combustíveis dos reatores rápidos são: alto "burnup" e alta potência linear, o que implica numa alta condutibilidade térmica e num alto ponto de fusão.

O combustível sob a forma de óxido pode ser usado em altos "burnups" (da ordem de 100 MWd/kg), tem alto ponto de fusão (~2750ºC) e possui um espectro neutrônico mais suave que o metálico.

O combustível metálico é mais vantajoso que o óxido no que diz respeito à razão de conversão, ao tempo de dobramento e à condutibilidade térmica, que são maiores. Entretanto, como para este caso o espectro neutrônico é mais duro que o do óxido, o efeito Doppler é menor, o que é desfavorável para as condições de segurança inerente. Além disto, o metal, na sua forma pura, só pode ser usado para baixos "burnups" devido aos efeitos de inchamento ("swelling").

Pode-se pensar também no uso de combustíveis sob as formas de nitretos e carbetos, que têm propriedades intermediárias às do óxido e metal. Admite-se que tenham um bom potencial para utilização, mas pouco se conhece da sua termo-hidráulica.

O óxido foi o combustível mais indicado para LMFBRs, até que, com o desenvolvimento de ligas metálicas com Zr, Mo e outros metais, desenvolveu-se materiais com os quais se pode atuar com altos "burnups", da ordem de 100 MWd/kg.

Não se pode fazer uma comparação efetiva entre os comportamentos termo-hidráulicos dos combustíveis óxido e metálico utilizando-se o EFR, pois, sob o ponto de vista neutrônico, este poderia não atingir a criticalidade com óxido [3].

Na cadeia do desenvolvimento do Reator Regenerador Binário (BBR) está previsto o projeto do LMR – um pequeno reator refrigerado a sódio cujo combustível é a liga Pu-Th-Zr, cujos objetivos são: (i) gerar combustível para ser utilizado no BBR, (ii) adquirir tecnologia e (iii) demonstrar as boas qualidades de segurança inerente e facilidade de operação do conceito do reator binário [6].

O reator LMR, que pode ser carregado com combustível tanto na forma de óxido quanto na de liga metálica, foi o usado para as comparações termo-hidráulicas, nas quais foram mantidas as mesmas dimensões geométricas.

Os dados utilizados na simulação do LMR foram: uma potência de 1000 MW_t, feixes com 217 varetas, potência linear de 226 W/cm, temperatura de entrada do sódio 370ºC e de saída 537ºC, o diâmetro da vareta considerada foi 8 mm e a razão passo/diâmetro: 1,14 [6].

Verifica-se que, apesar do perfil de temperaturas do refrigerante ser praticamente a mesma para ambos os casos, a curva de temperatura na vareta é bem mais suave para o metal, como mostra a figura 1. Deve-se notar também

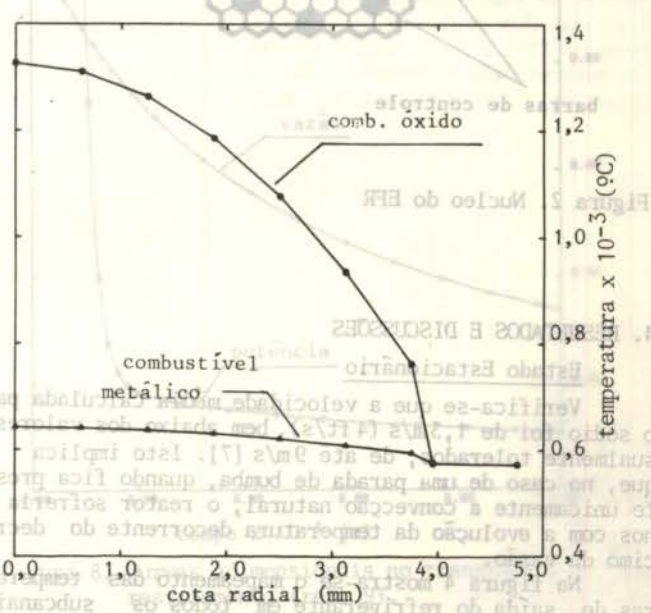


Figura 1. Perfil radial de temperaturas na vareta mais quente do LMR.

que, no que diz respeito à comparação entre as temperaturas máxima de operação e de fusão do material, ter-se-á uma maior margem de segurança utilizando-se óxido. No que diz respeito aos transitórios, a resposta térmica do combustível metálico é melhor, devido à sua maior condutibilidade térmica. Um outro ponto interessante nesta confrontação é que, no caso do combustível metálico, as temperaturas-limite de projeto são as do combustível, ao passo que, no do óxido, são as do encamisamento.

3. MODELAGEM DO NÚCLEO DO EFR

Após a efetuação da comparação dos comportamentos termo-hidráulicos dos combustíveis óxido e metálico, passa-se à efetiva simulação do núcleo do EFR, que, por simplicidade, vai ser admitido no início do seu ciclo de operação, o que desobrigará da análise do envoltório.

Os valores adotados para entrada no COBRA-IV-I, são os listados abaixo [3]:

- Dados geométricos:
  nº de varetas por feixe: 19
  diâmetro da vareta: 7,9 mm
  diâmetro do espaçador: 1,4 mm
  altura ativa do núcleo: 254,0 mm
- Materiais:
  combustível: liga Pu(90%) - Zr(10%)
  refrigerante: sódio
  encamisamento: aço SAE 316 (inox)
- Dados operacionais:
  potência: linear, com um valor médio de 225,5 W/cm
  temperatura de entrada: 315ºC
  temperatura de saída: 415ºC
  vazão: 30 kg/s

A figura 2 mostra a disposição do núcleo do EFR e o feixe utilizado é visto na figura 3. Deve ser mencionado também, como uma peculiaridade, do uso de combustível metálico que a folga entre a vareta e o encamisamento (o "gap") é preenchida com sódio, proporcionando um melhor contato térmico.

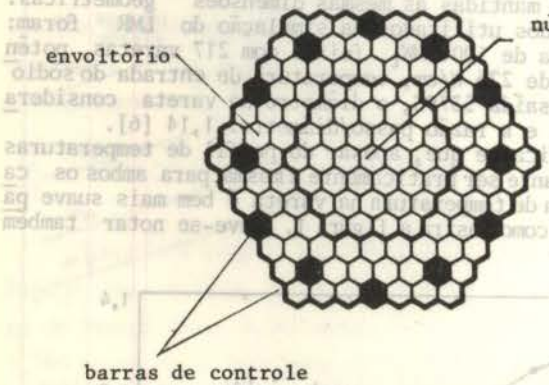


Figura 2. Nucleo do EFR

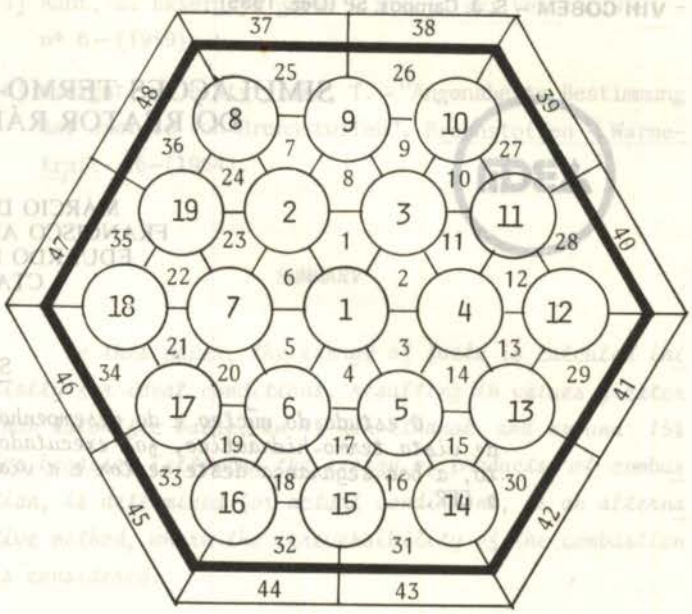


Figura 3. Geometria utilizada pelo COBRA-IV-I

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Estado Estacionário

Verifica-se que a velocidade média calculada para o sódio foi de 1,3 m/s (4 ft/s), bem abaixo dos valores usualmente tolerados, de até 9 m/s [7]. Isto implica em que, no caso de uma parada de bomba, quando fica presente unicamente a convecção natural, o reator sofreria menos com a evolução da temperatura decorrente do decréscimo da vazão.

Na figura 4 mostra-se o mapeamento das temperaturas de saída do refrigerante em todos os subcanais. Deve-se notar que, como se está trabalhando com uma distribuição média de potência, há uma certa mascaragem do canal quente. Mesmo assim, é fácil ver que a segurança quanto a ebulição do sódio (883ºC) é grande.

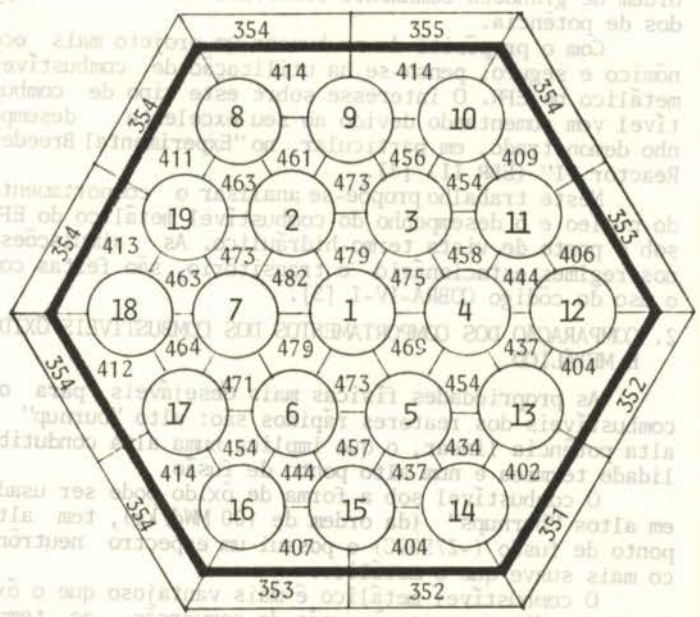


Figura 4. Temperaturas (ºC) do refrigerante na saída do feixe.

A figura 5 mostra o perfil radial de temperatura no combustível das barras 1,2 e 8 da figura 2. Como a temperatura central da barra mais quente é de 564ºC, fica-se aqui também, com uma boa segurança, uma vez que a fusão desta liga Pu-Zr se dá a 830ºC [8].

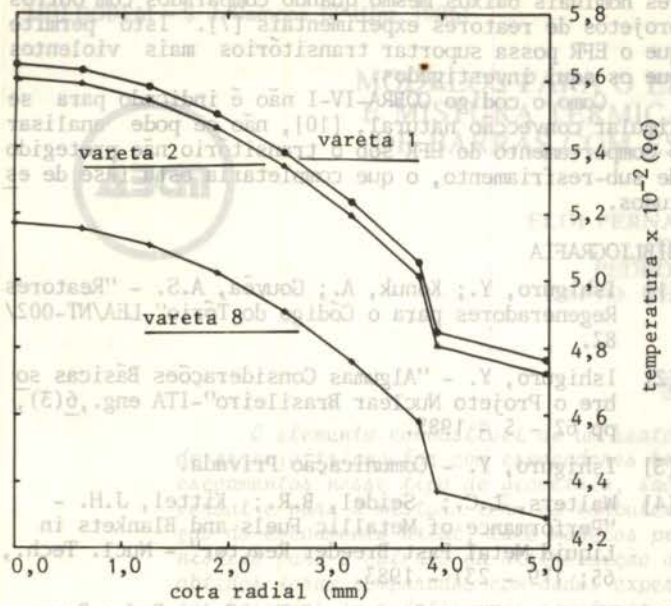


Figura 5. Perfil radial de temperaturas nas varetas do EFR.

Transitórios

Vão ser simulados nesta primeira fase de estudos unicamente os transitórios protegidos de sobrepotência e sub-resfriamento.

Num trabalho anterior, [9], modelou-se estes acidentes simulando-se o comportamento do primário com o uso do código NALAP. Agora, com o uso do COBRA-IV-I vai-se analisar, em detalhe, o comportamento do núcleo do EFR sob as mesmas condições já trabalhadas na referência [9].

Transitórios de Sobrepotência

Na modelagem destes transitórios foram adotadas duas rampas de potência, retiradas da referência [9] e mostradas na figura 6, denominadas:

- rampa A: aquela em que a potência dobra em 0,25 s.
- rampa B: aquela em que a potência quadruplica em 0,50 s.

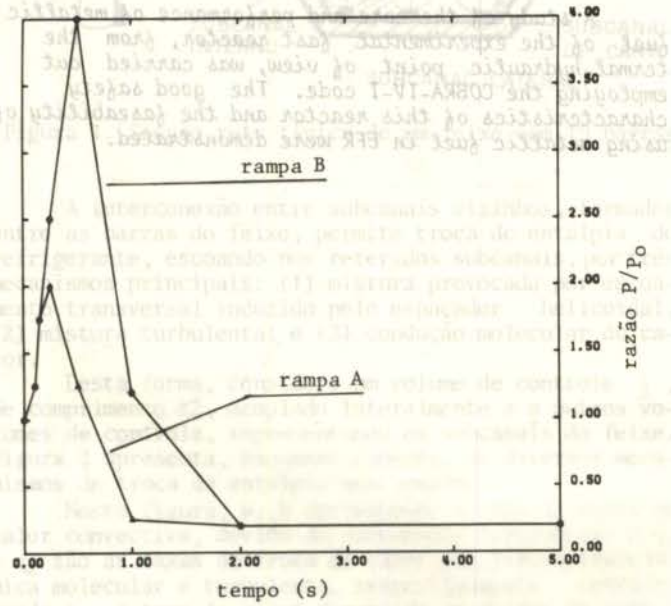


Figura 6. Curvas adimensionais da potência no transitório de sobrepotência.

No acidente de rampa A, a temperatura da linha central da barra mais quente chega ao seu valor máximo, 614ºC, aos 0,48 s, como se vê na figura 7, atestando a rápida resposta do combustível ao transitório. O combustível também resistiu à rampa B, quando sua temperatura máxima se manteve abaixo da de fusão (830ºC).

A temperatura máxima alcançada pelo refrigerante nos dois transitórios foi de 655ºC, como é exibido pela figura 7. Como este valor é bem menor que a temperatura de ebulição do sódio (883ºC), verifica-se que o comportamento do refrigerante não é limitante neste tipo de transitório.

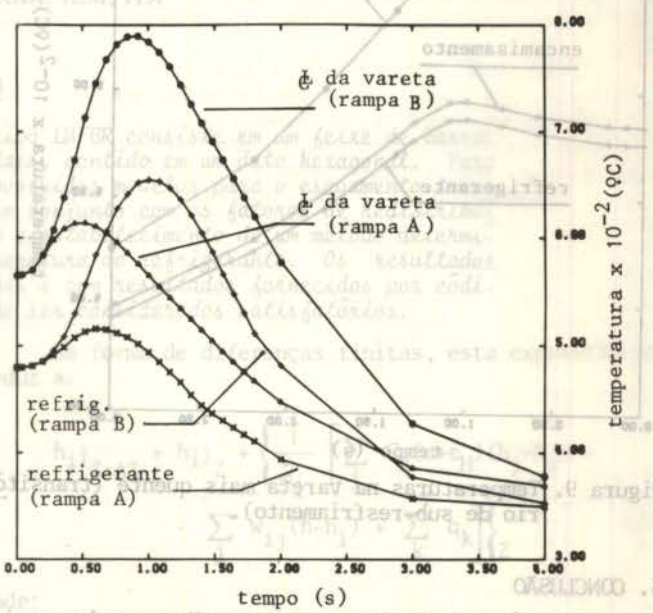


Figura 7. Curvas de temperaturas na saída do núcleo (trans. de sobrepotência)

Transitório de Sub-resfriamento

Dentre as possibilidades de transitórios de perda de refrigeração, escolheu-se um acidente de parada de bomba com um atraso de 0,9 s para a inserção das barras de controle, pois é um dos transientes protegidos mais críticos no caso de um reator do tipo piscina, como o EFR, [7].

A figura 8 mostra as curvas de potência e vazão que foram obtidas da referência [9].

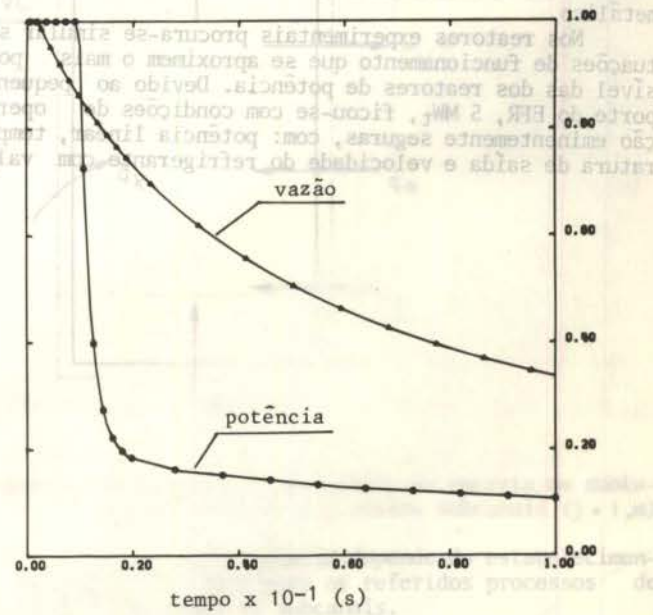


Figura 8. Curvas adimensionais no transitório de sub-resfriamento (ref. 9).

Como se vê da figura 9, o acidente representado apresentou baixas elevações de temperatura tanto na vareta quanto no refrigerante. Notar-se-á que, em se tratando do elemento quente, as varetas encontrar-se-ão a temperaturas mais altas, mas, mesmo assim, é fácil ver que o núcleo pode trabalhar bem mais quente.

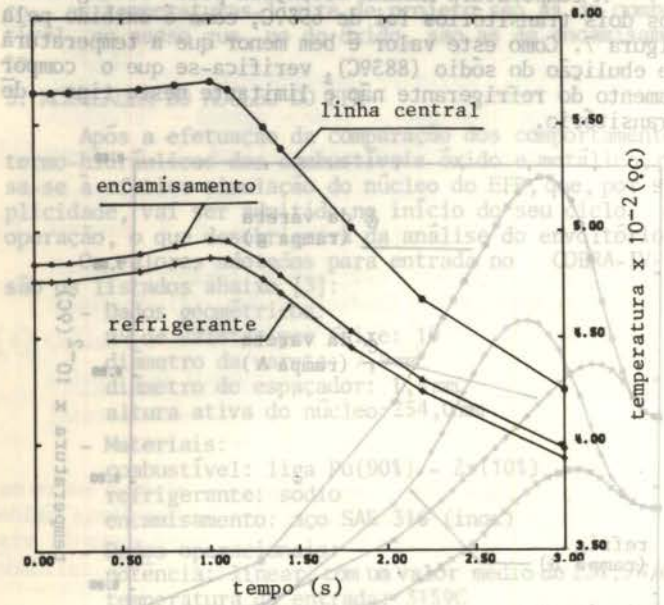


Figura 9. Temperaturas na vareta mais quente (transitório de sub-resfriamento).

5. CONCLUSÃO

Este é um trabalho preliminar. Um estudo mais detalhado será feito quando se concluir a análise neutrônica e se obtiver dados mais precisos sobre a distribuição de potência no núcleo.

Mesmo tendo em mente a restrição acima, foi plenamente aprovado o uso de combustível metálico sob a forma de liga Pu90-Zr10 no EFR, nas situações investigadas.

Na simulação do transitório de sobrepotência admitiu-se uma inserção de reatividade de 2 $/s. Na rampa A esta durou 0,25s e na B 0,50s. Deve ser dito que esta reatividade pode ser virtualmente considerada como um limite de projeto [7]. Nos transientes estudados ficou evidenciado a excelente resposta térmica do combustível metálico.

Nos reatores experimentais procura-se simular situações de funcionamento que se aproximem o mais possível das dos reatores de potência. Devido ao pequeno porte do EFR, 5 MW_t, ficou-se com condições de operação eminentemente seguras, com: potência linear, temperatura de saída e velocidade do refrigerante com valores nominais baixos mesmo quando comparados com outros projetos de reatores experimentais [7]. Isto permite que o EFR possa suportar transitórios mais violentos que os aqui investigados.

Como o código COBRA-IV-I não é indicado para se simular convecção natural, [10], não se pode analisar o comportamento do EFR sob o transitório não protegido de sub-resfriamento, o que completaria esta fase de estudos.

BIBLIOGRAFIA

[1] Ishiguro, Y.; Konuk, A.; Gouvêa, A.S. - "Reatores Regeneradores para o Código do Tório"-LEA/NT-002/82.

[2] Ishiguro, Y. - "Algumas Considerações Básicas sobre o Projeto Nuclear Brasileiro"-ITA eng., 6(3), pp 62 - 5 - 1985.

[3] Ishiguro, Y. - Comunicação Privada.

[4] Walters, L.C.; Seidel, B.R.; Kittel, J.H. - "Performance of Metallic Fuels and Blankets in Liquid Metal Fast Breeder Reactor" - Nucl. Tech., 65; 179 - 231 - 1983.

[5] Wheeler, C.L.; Stewart, C.W.; Cena, R.J.; Rowe, D.S.; Sutey, A.M. - "COBRA-IV-I: An Interim version of COBRA for Thermal-hydraulic Analysis of Rod Bundle Nuclear Fuel Elements and Cores" BNWL - 1962, UC - 32 - 1976.

[6] Ishiguro, Y. & Nascimento, J.A. - "On Small Liquid Metal Reactors" - a publicar.

[7] Tang, Y.S.; Coffield Jr, R.D.; Markley, R.A. - "Thermal Analysis of Liquid - Metal Fast Breeder Reactor" - ANS, 1978.

[8] Rand, M.H. et al. Plutonium: Physics-chemical Properties of its Compounds and Alloys. ATOMIC ENERGY REVIEW 4 (1): 5-112, 1966. June. Special issue.

[9] Luz, M.S., Borges, E.M.; Braz Filho, F.A. - "Análise de Transitórios num Reator Rápido Experimental com o Uso do Código NALAP". Trabalho submetido ao VIII COBEM.

[10] George, T.L.; Basewore, K.L.; Prather, W.A. - "COBRA-WC Model and Predictions for a Fast Reactor Natural Circulation Transient" - AIChE Symposium Series nº 199, vol. 76 - 1930.

SUMMARY

A study of the core and performance of metallic fuel of the experimental fast reactor, from the termal-hydraulic point of view, was carried out employing the COBRA-IV-I code. The good safety characteristics of this reactor and the faseability of using metallic fuel in EFR were demonstrated.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

MODELOS PARA O ESCOAMENTO TRANSVERSAL E MISTURA TÉRMICA TURBULENTA EM FEIXES DE BARRAS COM ESPAÇADORES HELICOIDAIS

ELOI FERNANDEZ Y FERNANDEZ
DEM-PUC/RJ
PEDRO CARAJILESCOV
DEPTO. DE ENERGIA, IEM, ITA

SUMÁRIO

O elemento combustível de um reator do tipo LMFBR consiste em um feixe de barras de arranjo triangular com espaçadores helicoidais, contido em um duto hexagonal. Para escoamentos nesse tipo de geometria, são desenvolvidos modelos para o escoamento transversal e para a mistura térmica turbulenta. Em conjunto com os fatores de redistribuição do escoamento axial, tais modelos permitem o estabelecimento de um método determinístico para o cálculo da distribuição de temperatura do refrigerante. Os resultados obtidos foram comparados com dados experimentais e com resultados fornecidos por códigos baseados em modelos mais complexos, podendo ser considerados satisfatórios.

INTRODUÇÃO

Os elementos combustíveis de reatores rápidos refrigerados a metal líquido, do tipo LMFBR, consistem em um feixe de barras de arranjo triangular com espaçadores helicoidais entre as quais escoa o fluido refrigerante, conforme esquematizado na Figura 1.

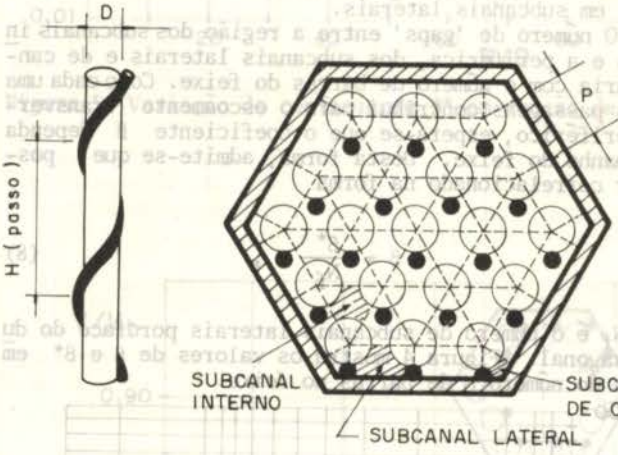


Figura 1. Secção reta típica de um feixe com 19 barras

A interconexão entre subcanais vizinhos, formados entre as barras do feixe, permite troca de entalpia do refrigerante, escoando nos referidos subcanais, por três mecanismos principais: (1) mistura provocada por escoamento transversal induzido pelo espaçador helicoidal; (2) mistura turbulenta; e (3) condução molecular de calor.

Desta forma, considere um volume de controle i, de comprimento ΔZ, acoplado lateralmente a m outros volumes de controle, representando os subcanais do feixe. Figura 2 apresenta, esquematicamente, os diversos mecanismos de troca de entalpia mencionados.

Nesta figura, $w_{ij}h$ corresponde à taxa de troca de calor convectiva, devido ao escoamento transversal e q_α e q_ε são as taxas de troca de calor por difusividade térmica molecular e turbulenta, respectivamente. Considerando q_k, a taxa de calor fornecida ao volume de controle i pelas barras K, devido à geração, o balanço de energia, para o volume de controle de interesse, é dado por:

$$\frac{\partial(\dot{m}_i h_i)}{\partial Z}\Delta Z + \sum_{j=1}^{m}(w_{ij}h) = \left[\sum_k q_k + \sum_{i=1}^{m}(q_\alpha + q_\varepsilon)\right]\Delta Z \qquad (1)$$

Na forma de diferenças finitas, esta expressão se reduz a:

$$h_{i)_{Z+\Delta Z}} = h_{i)_Z} + \left\{\frac{1}{\dot{m}_i}\left[\sum_j C_o(\alpha+\varepsilon_H)(h_j-h_i) - \sum_j w_{ij}(h-h_i) + \sum_k q_k\right]\right\}_Z \qquad (2)$$

onde:

h_i = entalpia do subcanal i
$\dot{m}_i$ = vazão em massa do subcanal i
C_o = coeficiente geométrico
α = difusividade térmica molecular
ε_H = difusicidade térmica turbulenta
w_{ij} = escoamento transversal entre subcanais i e j

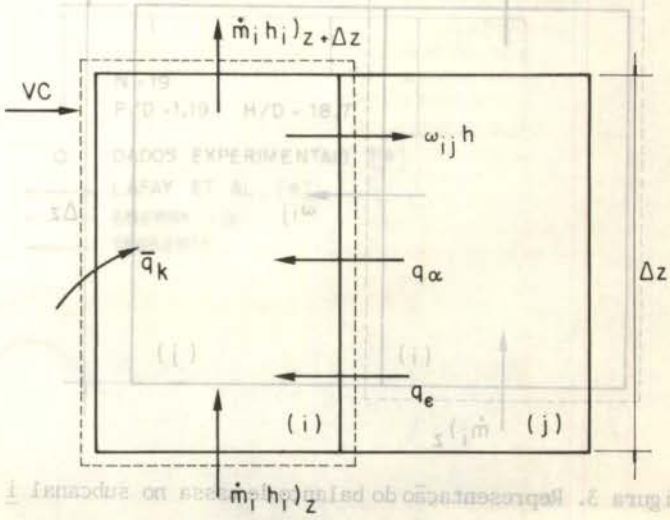


Figura 2. Representação do balanço de energia no subcanal i, acoplado a m outros subcanais ($j = 1,m$)

A solução desta equação depende do estabelecimento de modelos teóricos para os referidos processos de troca de calor entre os subcanais.

Diferentes tipos de escoamentos transversais foram identificados e classificados por Rogers e Todreas [1]. Para quantificar esses processos de mistura, foram realizadas medidas diretas do campo de velocidades [2], [3], assim como experiências com traçadores [4], [5] e [6].

Nesses trabalhos, alguns aspectos interessantes do escoamento transversal foram constatados: **a)** tanto o comportamento da velocidade axial quanto da velocidade transversal são cíclicos; **b)** ao longo de um passo da helicoidal, a troca transversal de massa, entre dois subcanais internos, é aproximadamente nula; **c)** na região periférica, o escoamento transversal é unidirecional, ao longo de um passo da helicoidal; **d)** existe um grande fluxo transversal de massa, por baixo do espaçador, quando este atravessa o gap, acompanhando sua direção.

Baseado em tais observações e no conhecimento do campo axial de velocidade, conforme proposto em [7], foram desenvolvidos modelos para a determinação do escoamento transversal e para a difusividade térmica turbulenta.

Ainda, uma secção reta qualquer é repetida em outra posição axial, defasada de um incremento de H/6, como se ocorresse uma rotação rígida do conjunto de 60°. Admitindo o escoamento totalmente desenvolvido, pode-se concluir que o campo de velocidades é repetitivo a cada incremento axial de H/6, em posição defasada de 60°. Este fato implica que é suficiente obter-se o campo de velocidades transversais ao longo de seu comprimento correspondente a H/6. A distribuição do escoamento transversal, no comprimento restante, pode ser obtido por nova identificação de situações geométricas semelhantes.

MODELO TEÓRICO

Escoamento axial. A velocidade axial, u_i, em um subcanal i, pode ser relacionada com a velocidade média do refrigerante no feixe, u_b, na forma:

$$u_i = x_i \, u_b \tag{3}$$

onde o fator de distribuição do escoamento, x_i, é obtido pelo método apresentado em [7].

Escoamento transversal. Considere o acoplamento entre os subcanais i e j esquematizado na Figura 3.

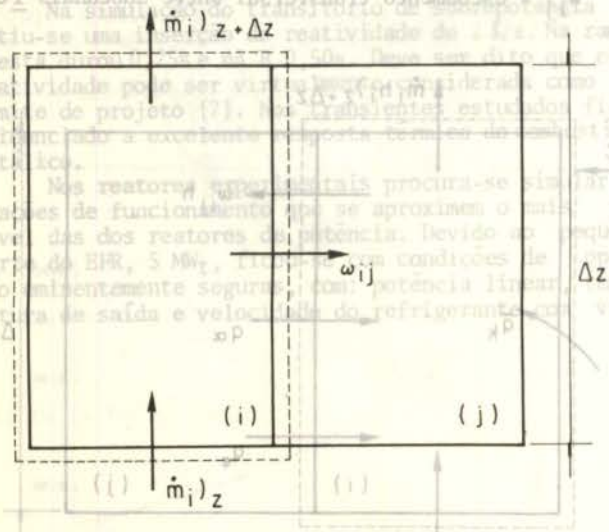


Figura 3. Representação do balanço de massa no subcanal i

O balanço de massa, para o volume de controle i, é dado por:

$$\frac{\partial \dot{m}_i}{\partial Z} \Delta Z = - \sum_{j=1}^{m} w_{ij} \tag{4}$$

Na forma de diferenças finitas:

$$\dot{m}_i)_{Z+\Delta Z} = \dot{m}_i)_Z + \sum_{j=1}^{m} (w_{ij})_Z \tag{5}$$

O balanço expresso pela equação (5) pode ser escrito para todos os subcanais, formando um conjunto de N_t equações algébricas, onde N_t é o número total de subcanais no feixe. Observa-se, entretanto, que o número de 'gaps' ou escoamentos transversais a serem determinados é igual a M, dado por:

$$M = N_t + N \tag{6}$$

onde N é o número de barras (ou helicoidais). São, pois, necessárias N equações adicionais para a determinação de w_{ij}.

Considerando que o escoamento transversal, na região que contém a helicoidal, deve ser proporcional a inclinação que esta impõe ao escoamento, admite-se que, no 'gap' para o qual existe uma helicoidal se dirigindo, o escoamento transversal é dado por:

$$w_{ij} = \rho \, A_{ij} \left[\beta \, x_i \, u_b \, tg\alpha \right] , \tag{7}$$

onde:

- ρ = densidade do fluido;
- A_{ij} = área transversal do 'gap', na posição considerada;
- α = ângulo efetivo entre o eixo da barra e a direção do escoamento [7];
- β = parâmetro empírico.

Aplicando-se a equação (7) ao feixe, obtêm-se as N equações adicionais necessárias.

O parâmetro β foi estabelecido, empiricamente, através de dados experimentais, para o escoamento transversal em subcanais laterais.

O número de 'gaps' entre a região dos subcanais internos e a periférica, dos subcanais laterais e de canto, varia com o número de barras do feixe. Como cada uma dessas passagens contribui para o escoamento transversal periférico, espera-se que o coeficiente β dependa do tamanho do feixe. Desta forma, admite-se que possa ser correlacionado na forma

$$\beta = \frac{\beta^*}{N_f} , \tag{8}$$

onde N_f é o número de subcanais laterais por face do duto hexagonal. Figura 4 mostra os valores de β e β^* em função do número N de barras no feixe.

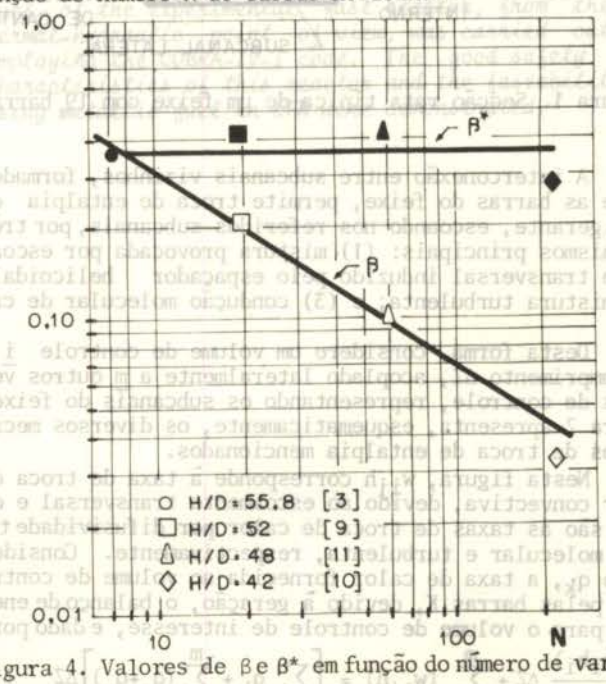


Figura 4. Valores de β e β^* em função do número de varetas

Observa-se que $\beta^* \cong 0,38$, para os casos considerados (valores de H/D em torno de 50). A variação de β^* com H/D é apresentada na Figura 5. A influência de P/D, neste parâmetro, não pode ser constatada devido a insuficiência de dados experimentais.

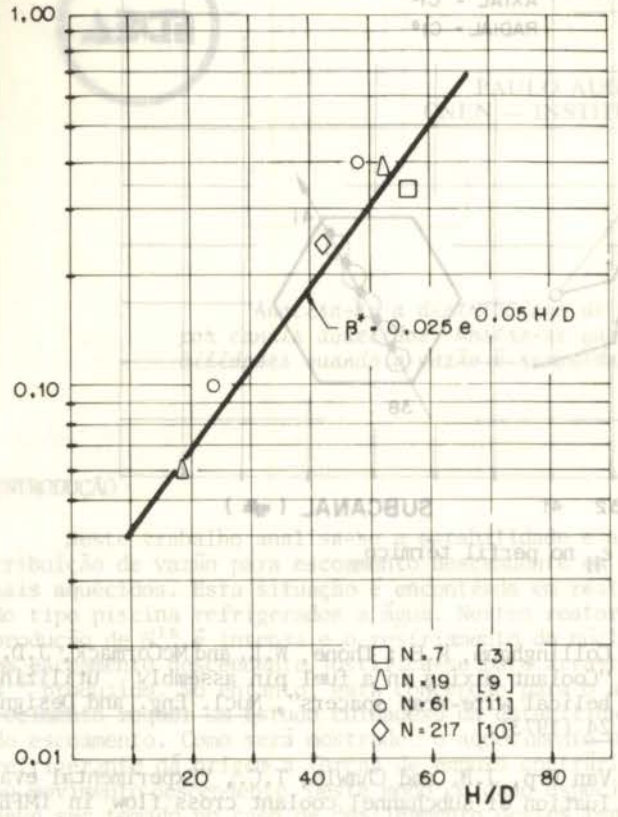


Figura 5. Variação do coeficiente β^* em função de H/D

Difusividade térmica turbulenta. Para números de Reynolds, Re, na faixa de operação normal de reatores LMFBR ($\sim 10^4$), observou-se que difusividade térmica turbulenta é uma ordem de grandeza maior que a difusividade térmica molecular, para metais líquidos [8]. Rogers e Todreas [1] observaram que:

$$\frac{\varepsilon_H}{\nu} = C\, Re \sqrt{f/2} \quad , \tag{9}$$

onde:

ν = viscosidade cinemática do fluido;

f = coeficiente de atrito do feixe;

C = constante empírica.

O valor de C foi estabelecido, empiricamente, através da ajustagem dos valores calculados, para perfis de temperatura em feixes de varetas, e dados experimentais. Concluiu-se que:

$$C = 0,6 \tag{10}$$

APLICAÇÕES

Figura 6 mostra o resultado obtido para o escoamento transversal periférico, comparados com dados experimentais e previsões efetuadas por outros modelos. Em geral, os resultados podem ser considerados satisfatórios, embora neste caso, por uma questão de interpretação da localização relativa das helicoidais, as curvas apresentam um comportamento defasado.

Figura 7 mostra o perfil térmico obtido para diferentes valores da constante C do modelo adotado, comparados com dados experimentais obtidos em [9].

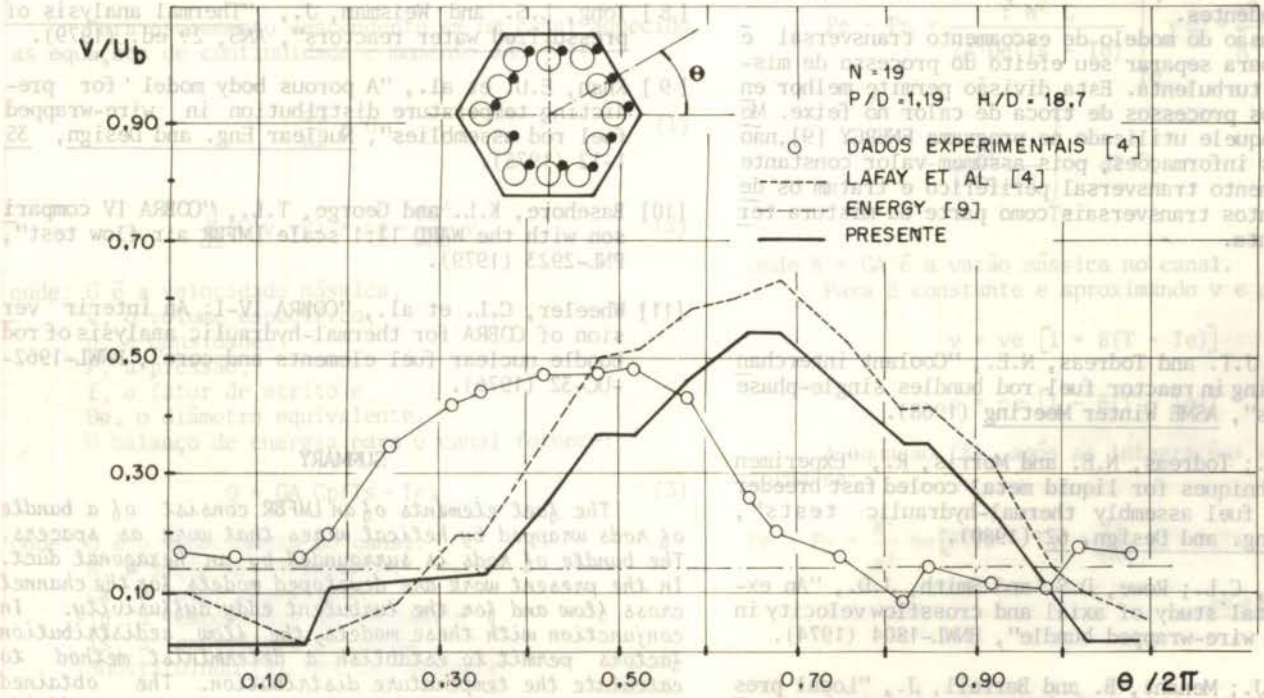


Figura 6. Comparação entre o escoamento transversal periférico previsto com outros modelos e dados experimentais

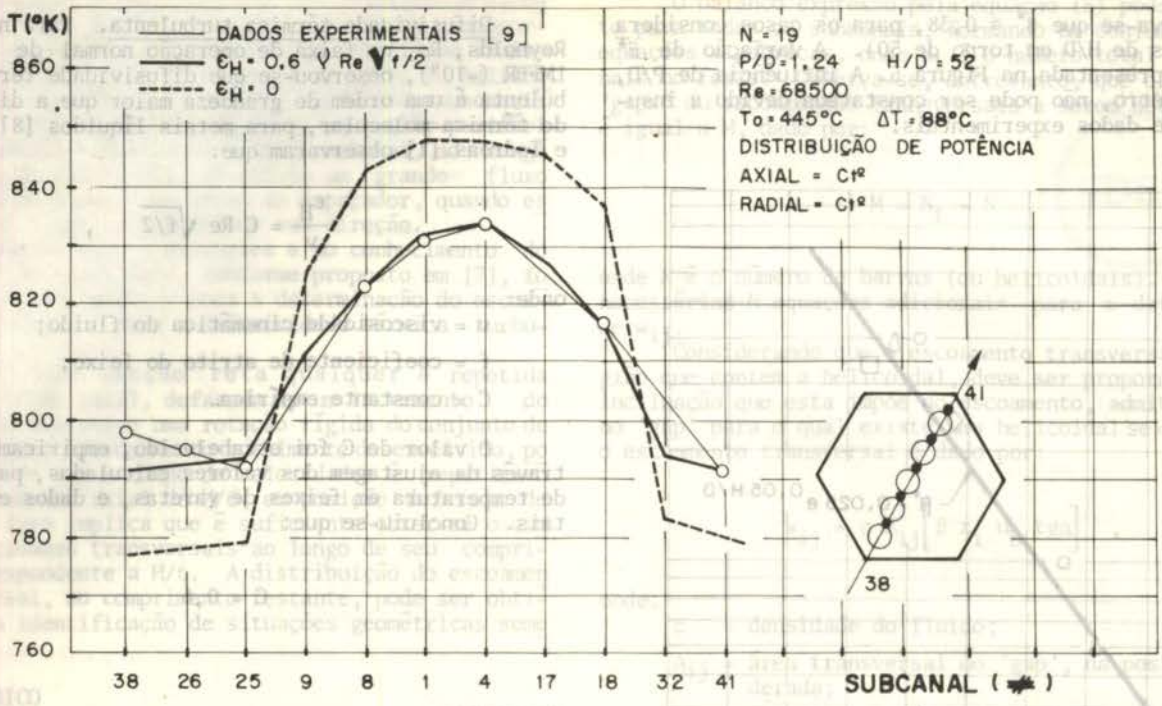


Figura 7. Influência da difusividade ϵ_H no perfil térmico

CONCLUSÕES

O presente trabalho desenvolve modelos independentes para o escoamento transversal e para mistura térmica turbulenta em feixes de barras com espaçadores helicoidais.

Tais modelos, em conjunto com o de distribuição do escoamento [7], permitem estabelecer um método determinístico de análise termohidráulica de elementos combustíveis, utilizando pequena capacidade de memória e tempos reduzidos de computação, sem, no entanto, prejudicar excessivamente a qualidade das previsões analíticas.

Observou-se que cada um destes modelos é dependente de apenas um parâmetro empírico. Estes parâmetros podem ser determinados por dados experimentais específicos e independentes.

A inclusão do modelo de escoamento transversal é fundamental para separar seu efeito do processo de mistura térmica turbulenta. Esta divisão permite melhor entendimento dos processos de troca de calor no feixe. Modelos, como aquele utilizado no programa ENERGY [9], não fornecem tais informações, pois assumem valor constante para o escoamento transversal periférico e tratam os demais escoamentos transversais como parte da mistura térmica turbulenta.

REFERÊNCIAS

[1] Rogers, J.T. and Todreas, N.E., "Coolant interchannel mixing in reactor fuel rod bundles single-phase coolants", ASME Winter Meeting (1968).

[2] Chiu, C.; Todreas, N.E. and Morris, R., "Experimental techniques for liquid metal cooled fast breeder reactor fuel assembly thermal-hydraulic tests", Nucl. Eng. and Design, 62 (1980).

[3] Wheeler, C.L.; Rowe, D.S. and Smith, J.D., "An experimental study of axial and crossflow velocity in a 7-pin wire-wrapped bundle", BNWL-1804 (1974).

[4] Lafay, J.; Menant, B. and Barroil, J., "Local pressure measurements and peripheral flow visualization in a water 10-rod bundle compared with FLICA II B calculations: influence of helical wire-wrap spacer system", ASME paper 75-HT-22 (1975).

[5] Collingham, R.E.; Thone, W.L. and McCormack, J.D., "Coolant mixing in a fuel pin assembly utilizing helical wire-wrap spacers", Nucl. Eng. and Design, 24 (1973).

[6] Van Erp, J.B. and Chawla, T.C., "Experimental evaluation of subchannel coolant cross flow in LMFBR subassemblies with wire-wrap spacers", Trans. Am. Nucl. Soc., 15.2 (1972).

[7] Carajilescov, P. and Fernandez, E.F., "Semi-empirical model for friction in LMFBR wire-wrapped rod bundle", Topical Meeting on Thermal-Hydraulics of Nucl. Reactors, ASM/ASME/AIChE, 2 : 1318 (1983).

[8] Tong, L.S. and Weisman, J., "Thermal analysis of pressurized water reactors", ANS, 2ª ed. (1979).

[9] Khan, E.U. et al., "A porous body model for predicting temperature distribution in wire-wrapped fuel rod assemblies", Nuclear Eng. and Design, 35 1-12 (1975).

[10] Basehore, K.L. and George, T.L., "COBRA IV comparison with the WARD 11:1 scale LMFBR air flow test", PNL-2923 (1979).

[11] Wheeler, C.L. et al., "COBRA IV-I: An interir version of COBRA for thermal-hydraulic analysis of rod bundle nuclear fuel elements and core", BNWL-1962--UC-32 (1976).

SUMMARY

The fuel elemdnts of an LMFBR consist of a bundle of rods wrapped by helical wires that work as spacers. The bundle of rods is surrounded by an hexagonal duct. In the present work are developed models for the channel cross flow and for the turbulent eddy dyffusivity. In conjunction with these models, the flow redistribution factors permit to establish a determinist method to calculate the temperature distribution. The obtained results are compared with experimental data available in the literature and with results given by other codes. Although these codes are based on much more complex models, the comparison was very satisfactory.

DISTRIBUIÇÃO DE VAZÃO E ANÁLISE DE ESTABILIDADE PARA ESCOAMENTO DESCENDENTE EM CANAIS AQUECIDOS

PAULO AUGUSTO BERQUÓ DE SAMPAIO
CNEN — INSTITUTO DE ENGENHARIA NUCLEAR

SUMÁRIO

Analisa-se a distribuição de vazão e a estabilidade do escoamento descendente por canais aquecidos. Mostra-se que o aquecimento do refrigerante pode causar instabilidades quando a vazão é reduzida.

INTRODUÇÃO

Neste trabalho analisa-se a estabilidade e a distribuição de vazão para escoamento descendente em canais aquecidos. Esta situação é encontrada em reatores do tipo piscina refrigerados a água. Nestes reatores a produção de N^{16} é intensa e o resfriamento do núcleo em escoamento descendente justifica-se para arrastar o N^{16} produzido. No entanto, esta concepção para o arrefecimento requer um estudo cuidadoso da estabilidade do escoamento. Como será mostrado, o aquecimento do refrigerante dá origem a forças de empuxo contrárias ao movimento descendente. Deste modo cuidado especial deve ser tomado no caso de desligamento destes reatores quando há falha do sistema de bombeamento. A inércia das bombas deve ser dimensionada para manter uma vazão forçada descendente estável, até que a potência residual torne-se compatível com a retirada de calor pela convecção natural. [1], [2], [3].

PERDA DE PRESSÃO EM UM CANAL AQUECIDO

Para escoamento descendente em um canal aquecido, as equações de continuidade e momento são [4]:

$$\frac{dG}{dz} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{d}{dz}(G^2 v + P) = \rho g - \frac{fG^2}{2De} v \tag{2}$$

onde: G é a velocidade mássica,
v, o volume específico,
ρ, a densidade,
P, a pressão,
f, o fator de atrito e
De, o diâmetro equivalente.
O balanço de energia para o canal fornece:

$$Q = GA\, Cp(Ts - Te) \tag{3}$$

onde: Q é o aquecimento do canal,
A, a seção de escoamento,
Cp, o calor específico,
Te, a temperatura de entrada e
Ts, a temperatura de saida.
Substituindo (1) em (2), obtem-se:

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{fG^2}{2De} v - G^2 \frac{dv}{dz} + \rho g \tag{4}$$

A equação (4) está de acordo com [1] e [5].
Para aquecimento uniforme e coeficiente de transferência de calor constante ao longo da extensão, o perfil de temperaturas axial é linear.

$$T(z) = \frac{Ts - Te}{L} z + Te \tag{5}$$

onde L é o comprimento do canal.
Deste modo:

$$dz = \frac{L}{Ts - Te} dT \tag{6}$$

O coeficiente de expansão volumétrica (β) é definido por:

$$\beta = \frac{1}{v} \frac{dv}{dT} \tag{7}$$

Com as equações (6) e (7), a equação (4) pode ser integrada:

$$Pe - Ps = \frac{f W^2 L}{2A^2 De(Ts - Te)} \int_{Te}^{Ts} v\, dT + \frac{W^2}{A^2} \int_{Te}^{Ts} \beta\, dT + \\ - \frac{gL}{Ts - Te} \int_{Te}^{Ts} \rho\, dT \tag{8}$$

onde W = GA é a vazão mássica no canal.
Para β constante e aproximando v e ρ por [3]:

$$v = ve\,[1 + \beta(T - Te)] \tag{9}$$

$$\rho = \rho e\,[1 - \beta(T - Te)]$$

A equação (8), após as integrações necessárias, torna-se:

$$Pe - Ps = \frac{W^2}{A^2} ve\left[\beta(Ts - Te) + \frac{fL}{4De}(2 + \beta(Ts - Te))\right] - \rho e g L + \frac{\rho e\, g\, \beta L (Ts - Te)}{2} \tag{11}$$

Incluindo as perdas de pressão na entrada e na saida do canal e utilizando o balanço de energia (3), obtem-se a perda de pressão no canal aquecido em função da vazão e do aquecimento:

$$\Delta P = \frac{\rho e\, g\, \beta\, L\, Q}{2Cp}\,\frac{1}{W} + \frac{1}{2A^2}\left[\frac{ve\, fL}{De} + Ke\, Ve + Ks\, vs\right]W^2 +$$

$$+ \frac{ve\ \beta Q}{A^2 Cp}\left(1 + \frac{fL}{4De}\right)W - \rho e\, gL \qquad (12)$$

onde Ke é o coeficiente de perda de pressão na entrada, Ks, o coeficiente de perda de pressão na saída e vs é o volume específico na saída, calculado com (3) e (9):

$$vs = ve\left[1 + \beta Q/WCp\right] \qquad (13)$$

O fator de atrito (f) é dado por [1]:

$$f = 64/Re \quad \text{(laminar)} \qquad (14)$$

$$f = 0.0056 + 0.5\, Re^{-0.32} \quad \text{(turbulento)} \qquad (15)$$

com $Re = G\,De/\mu$ (Nº de Reynolds) (16)

onde μ é a viscosidade, dada por uma correlação do tipo $\mu = \mu(T)$.

Substituindo (13) em (12):

$$\Delta P = \frac{ve}{2A^2}\left[\frac{fL}{De} + Ke + Ks\right]W^2 + \frac{ve\beta Q}{A^2 Cp}\left[1 + \frac{fL}{4De} + \frac{Ks}{2}\right]W +$$

$$+ \frac{\rho e\, g\, \beta\, LQ}{2Cp}\,\frac{1}{W} - \rho e\, g\, L \qquad (17)$$

A equação (17) fornece a perda de pressão no canal (ΔP) em função das características geométricas, termo-hidráulicas (Q,W), e das propriedades físicas.

Diferenciando (17) com relação à vazão mássica W:

$$\frac{d\Delta P}{dW} = \frac{ve\, L}{2A^2 De}\,\frac{df}{dW}W^2 + \frac{ve}{A^2}\left[\frac{fL}{De} + Ke + Ks + \frac{\beta QL}{4CpDe}\,\frac{df}{dW}\right]W +$$

$$+ \frac{ve\ \beta Q}{A^2 Cp}\left[1 + \frac{fL}{4De} + \frac{Ks}{2}\right] - \frac{\rho e\, g\, \beta Q\, L}{2Cp}\,\frac{1}{W^2} \qquad (18)$$

Para canais sem aquecimento, maiores vazões correspondem a maiores perdas de pressão e vice-versa ($d\Delta P/dW > 0$). No entanto, como mostra a equação (18) para canais aquecidos, a medida que a vazão é reduzida o último termo cresce em módulo. Assim, abaixo de uma certa vazão, para a qual $d\Delta P/dW = 0$, passa-se a ter $d\Delta P/dW < 0$. Este comportamento pode ser entendido observando-se que, para altas vazões, a força que se opõe ao movimento cresce com a vazão, devido ao atrito viscoso, e para vazões baixas o crescimento desta força deve-se ao aumento do empuxo, quando a vazão diminui.

Como será mostrado a seguir, esse comportamento da curva de perda de pressão pode provocar instabilidades quando a vazão é reduzida em um sistema de n canais paralelos, como um reator do tipo piscina.

ESTABILIDADE DO ESCOAMENTO DESCENDENTE POR N CANAIS PARALELOS

Sejam n canais aquecidos paralelos com escoamento descendente, conforme mostra a Figura 1.

Em regime permanente todos os canais estão submetidos a mesma diferença de pressão ΔP^*.

$$\Delta P_1 = \Delta P_2 = \ldots\ldots = \Delta P_n = \Delta P^* \qquad (19)$$

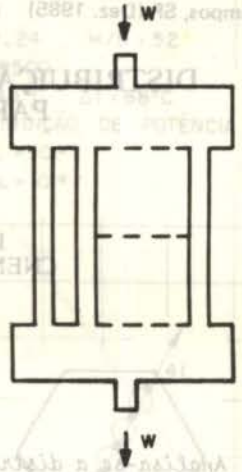


Figura 1. Sistema com n canais paralelos

onde Δp_i é a perda de pressão no canal i.

Além disso, a vazão total W distribui-se pelos canais de modo que:

$$W = W_1 + W_2 + \ldots + W_n \qquad (20)$$

onde W_i é a vazão no canal i.

Assim a variação dW da vazão total pode ser expressa por:

$$dW = dW_1 + dW_2 + \ldots + dW_n \qquad (21)$$

Sejam as derivadas das curvas de perda de pressão dos canais:

$$\varepsilon_i = \frac{d\Delta P_i}{dW_i} \qquad i = 1,n \qquad (22)$$

Para que, após uma variação dW da vazão total, o sistema atinja uma nova situação equilibrada, as variações das perdas de pressão nos canais devem ser iguais:

$$d\Delta P_1 = d\Delta P_2 = \ldots\ldots = d\Delta P_n = d\Delta P^* \qquad (23)$$

Usando (21), (22) e (23):

$$\frac{d\Delta P^*}{dW} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} + \ldots\ldots + \frac{1}{\varepsilon_n}\right)} \qquad (24)$$

A equação (24) descreve o comportamento da perda de pressão no conjunto de canais com a variação da vazão total.

Para canais nao aquecidos, $\varepsilon_i > 0$ para todos os canais. Desta forma o denominador em (24) é um número positivo e a perda de pressão ΔP^* sempre aumenta com a vazão total. Para canais com aquecimento, no entanto, quando a vazão é diminuida alguns canais podem chegar a $\varepsilon = 0$ ou a $\varepsilon < 0$. No primeiro caso obtem-se $d\Delta P^*/dW = 0$. No segundo, observa-se que o denominador de (24) pode anular-se. Assim sendo, surgem instabilidades no comportamento de ΔP^* com a vazão total W, quando esta é suficientemente reduzida.

CÁLCULO DA DISTRIBUIÇÃO DE VAZÃO

Dadas a vazão total, as características geométricas e os aquecimentos dos canais, o problema de distribuição de vazão consiste em determinar a vazão em cada canal.

Na situação de equilíbrio as perdas de pressão nos canais são iguais:

$$\begin{aligned} \Delta P_1 &= \Delta P_2 \\ \Delta P_2 &= \Delta P_3 \\ &\vdots \\ \Delta P_{n-1} &= \Delta P_n \end{aligned} \qquad (25)$$

$$\sum_{i=1}^{n} W_i = W$$

onde ΔP_i é calculado com (17).

O sistema (25) é um sistema não-linear, com n equações para determinar as n vazões nos canais.

Para resolver (25) definem-se:

$$F_i = \Delta P_i - \Delta P_{i+1} \; ; \quad i = 1, n-1 \qquad (26)$$

$$G = \left(\sum_{i=1}^{n} W_i \right) - W \qquad (27)$$

F_i é função de W_i e W_{i+1}, enquanto que G é função de todas as vazões.

Expandindo F_i e G em torno de uma aproximação inicial $(W_1^0, W_2^0, \ldots\ldots, W_n^0)$, até o termo de 1ª ordem:

$$F_i(W_i, W_{i+1}) = F_i(W_i^0, W_{i+1}^0) + (W_i - W_i^0) \left.\frac{\partial F_i}{\partial W_i}\right|_0 + (W_{i+1} - W_{i+1}^0) \left.\frac{\partial F_i}{\partial W_{i+1}}\right|_0 \qquad (28)$$

e

$$G(W_1, W_2, \ldots, W_n) = G(W_1^0, W_2^0, \ldots, W_n^0) + (W_1 - W_1^0) \left.\frac{\partial G}{\partial W_1}\right|_0 + (W_2 - W_2^0) \left.\frac{\partial G}{\partial W_2}\right|_0 + \ldots + (W_n - W_n^0) \left.\frac{\partial G}{\partial W_n}\right|_0 \qquad (29)$$

Para satisfazer (25) é preciso que:

$$F_i(W_i, W_{i+1}) = 0; \; i = 1, n-1 \qquad (30)$$

$$G(W_1, W_2, \ldots, W_n) = 0 \qquad (31)$$

Das definições de F_i e G obtem-se:

$$\frac{\partial G}{\partial W_i} = 1 \; ; \quad i = 1, n \qquad (32)$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial W_i} = \frac{d\Delta P_i}{dW_i} \; ; \quad i = 1, n-1 \qquad (33)$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial W_{i+1}} = -\frac{d\Delta P_{i+1}}{dW_{i+1}} \; ; \quad i = 1, n-1 \qquad (34)$$

Lembrando que $\varepsilon_i = d\Delta p_i / dW_i$ e agrupando as equações, obtem-se:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1^0 - \varepsilon_2^0 & & & \\ & \varepsilon_2^0 - \varepsilon_3^0 & & \\ & & \ddots & \ddots \\ & & \ddots & -\varepsilon_{n-1}^0 - \varepsilon_n^0 \\ 1 & 1 & \ldots\ldots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \vdots \\ W_{n-1} \\ W_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta p_2^0 - \Delta p_1^0 + \varepsilon_1^0 W_1^0 - \varepsilon_2^0 W_2^0 \\ \Delta p_3^0 - \Delta p_2^0 + \varepsilon_2^0 W_2^0 - \varepsilon_3^0 W_3^0 \\ \vdots \\ \Delta P_n^0 \Delta P_{n-1}^0 + \varepsilon_{n-1}^0 W_{n-1}^0 - \varepsilon_n^0 W_n^0 \\ W \end{pmatrix} \qquad (35)$$

O sistema é resolvido para obter uma nova distribuição de vazão $(W_1, W_2, \ldots, W_n)$ a partir da distribuição anterior $(W_1^0, W_2^0, \ldots, W_n^0)$. O processo é repetido até que as vazões obtidas em duas iterações consecutivas estejam bastante próximas. Para isso adota-se como critério de convergência:

$$\sum_{i=1}^{n} \left| \frac{W_i^{(j)} - W_i^{(j-1)}}{W_i^{(j-1)}} \right| < 0.005 \qquad (36)$$

onde j é o número da iteração.

O determinante da matriz do sistema (35) é dado por:

$$\det [A] = \varepsilon_1^0 \times \varepsilon_2^0 \times \ldots \times \varepsilon_n^0 \sum_{i=1}^{n} 1/\varepsilon_i^0 \qquad (37)$$

É interessante notar que no ponto de singularidade para o comportamento do conjunto de canais, atingido quando $\sum_{i=1}^{n} 1/\varepsilon_i$ anula-se (ver equação (24)), o sistema de equações (35) não tem solução uma vez que det [A] também se anula.

Uma vez determinada a distribuição de vazão, a equação (24) fornece o comportamento da perda de pressão no conjunto de canais com relação a vazão mássica total W.

O método descrito acima foi aplicado para quatro canais geometricamente idênticos, com as características abaixo:

Te = 50°C
Ke = 0,5
Ks = 1,0 — Para todos os canais
De = 0.05 m
L = 1,00 m

Q_1 = 3000 W; Q_2 = 1500 W; Q_3 = 200 W; Q_4 = 1000 W

A tabela 1 mostra as distribuições de vazão obtidas para várias vazões W. A distribuição de vazão inicial assumida foi $W_i^0 = W/n$ para todos os canais.

Tabela 1. Distribuição de vazão

W (kg/s)	Distribuição de vazão (kg/s)		$\sum_{i=1}^{4} 1/\varepsilon_i$ (SI)	$d\Delta p^*/dW$ (SI)
0.850	W_1 = 0.154 W_3 = 0.246	W_2 = 0.220 W_4 = 0.231	0.084	11.9
0.840	W_1 = 0.146 W_3 = 0.245	W_2 = 0.219 W_4 = 0.230	0.189	5.3
0.835	W_1 = 0.141 W_3 = 0.245	W_2 = 0.219 W_4 = 0.230	-0.701	-1.4
0.830	W_1 = 0.135 W_3 = 0.245	W_2 = 0.219 W_4 = 0.230	-0.06	-16.7
0.825	*		*	*

* Não foi obtida convergência em 500 iterações

A tabela 1 mostra como $\sum_{i=1}^{4} 1/\varepsilon_i$ aproxima-se rapidamente de zero a partir da vazão para a qual $d\Delta P^*/dW$ troca de sinal. Para uma vazão total de 0.825 kg/s não foi obtida convergência em 500 iterações. É possível, no entanto, que para uma estimativa inicial diferente encontre-se uma solução, onde $d\Delta p^*/dW$ seja definido $\left(\sum_{i=1}^{4} 1/\varepsilon_i \neq 0 \right)$. Este comportamento será melhor esclarecido pelo modelo simplificado a seguir.

ANÁLISE SIMPLIFICADA PARA DOIS CANAIS

Para o caso de dois canais paralelos utiliza-se um modelo simplificado, que reduz o problema de distribuição de vazão a uma equação algébrica do 3º grau. Esta simplificação consiste em considerar o fator de atrito constante e igual nos dois canais. O modelo obtido proporciona uma clara compreensão das soluções do problema com a variação dos principais parâmetros:

vazão total a ser distribuída e aquecimentos dos canais.

A equação (17) aplicada aos canais fornece:

$$\Delta P_1 = aW_1^2 + bW_1 + \frac{c}{W_1} - d \qquad (38)$$

$$\Delta P_2 = a(W-W_1)^2 + br(W-W_1) + \frac{cr}{W-W_1} - d \qquad (39)$$

Nas equações acima $r = Q_2/Q_1$ é a razão de aquecimentos e W é a vazão total.

Igualando as perdas de pressão nos canais obtem-se:

$$W_1^3 + pW_1^2 + qW_1 + s = 0 \qquad (40)$$

Os coeficientes p, q e s envolvem as propriedades físicas, a vazão total, as características geométricas e os aquecimentos dos canais.

As raizes de (40) dependem do discriminante da equação do 3º grau:

$$\Delta = \frac{(2p^3 - 9pq + 27s)^2 + 4(3q - p^2)^3}{2916} \qquad (41)$$

Para $\Delta > 0$ - 1 raiz real + 2 raizes complexas.
$\Delta = 0$ - 3 raizes reais, sendo 2 iguais.
$\Delta < 0$ - 3 raizes reais distintas.

A equação (40) foi utilizada para determinar a distribuição de vazão para os canais com as características abaixo:

De = 0.050 m f = 0.04
L = 1.00 m Ke = 0.5 Para os dois canais
Te = 50°C Ks = 1.0
Q_1 = 3000 W Q_2 = 1000 W

Os resultados mostrados na tabela 2 foram obtidos resolvendo (40) pelo método de Newton-Raphson.

Tabela 2. Distribuição de vazão

W_{total} (kg/s)	Δ(SI)	Soluções (kg/s)	
0.40	-9.31×10^{-7}	$W_1 = 0.1709$	$W_2 = 0.2291$
		$W_1 = 0.0397$	$W_2 = 0.3603$
		$W_1 = 0.3893$	$W_2 = 0.0107$
0.35	-1.28×10^{-7}	$W_1 = 0.1266$	$W_2 = 0.2234$
		$W_1 = 0.0620$	$W_2 = 0.2880$
		$W_1 = 0.3363$	$W_2 = 0.0137$
0.30	$+1.48 \times 10^{-7}$	$W_1 = 0.2820$	$W_2 = 0.0180$

Para as vazões maiores vê-se que há três soluções distintas ($\Delta < 0$). A partir de uma certa vazão reduzida, no entanto, Δ passa a positivo e tem-se uma solução única. Este comportamento pode ser observado através de uma solução gráfica do problema. Na figura 2 são plotadas as curvas de pressão dos canais em função das respectivas vazões. As vazões nos canais crescem em sentidos contrários de forma a manter constante a vazão total. As interseções da curva 1 com a curva 2 representam as soluções para uma vazão total de 0.35 kg/s. A interseção de 1 com 2' representa a solução única para uma vazão total reduzida a 0.30 kg/s. É interessante observar que a mudança no no número de soluções, correspondente a $\Delta = 0$, dá-se quando as curvas se tornam tangentes, de modo que $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 0$. Por outro lado, aplicando as equações (24) e (37) para o caso de dois canais, obtém-se:

$$\frac{d\Delta P^*}{dW} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \qquad (42)$$

$$\det [A] = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \qquad (43)$$

Assim, conclui-se que a vazão para a qual duas soluções desaparecem corresponde ao ponto em que o comportamento dos canais ($d\Delta P^*/dW$) fica singular e o determinante do sistema de equações (35) se anula.

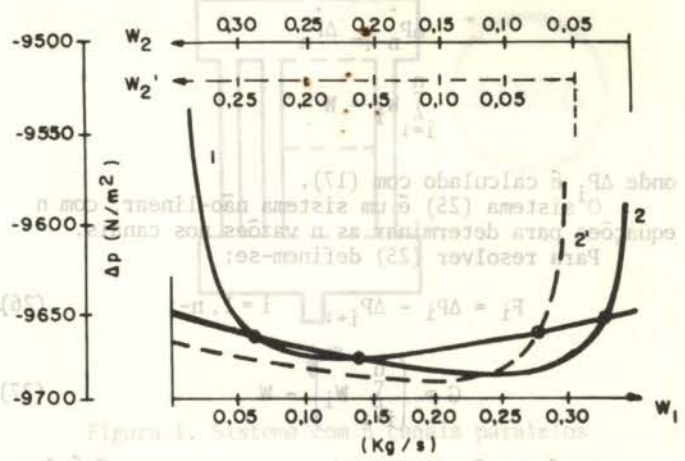


Figura 2. Solução Gráfica

CONCLUSÕES

O somatório $\sum_{i=1}^{n} 1/\varepsilon_i$ desempenha papel fundamental na análise de estabilidade para escoamento descendente em canais aquecidos. Quando a vazão no conjunto de canais é suficientemente reduzida este somatório pode anular-se tornando $d\Delta P^*/dW$ singular. Neste ponto desaparece a solução em que o sistema opera pois det [A] também se anula.

É possível, no entanto, que o conjunto de canais volte a operar de forma estável se existir uma outra solução para a distribuição de vazão, onde $d\Delta P^*/dW$ seja definido. Isto pode ocorrer com a inversão da vazão nos canais mais quentes.

REFERÊNCIAS

[1] Rust, J. H., Nuclear Power Plant Engineering Haralson Publishing Company; Buchanan; Georgia (1979).

[2] Botelho, D. A., "Cálculo Preliminar da Distribuição de Vazão e Queda de Pressão no Núcleo do Reator RPR", CT-DERE/DISER 02/83 CNEN/IEN (1983).

[3] Berquó de Sampaio, P. A., "Critérios de Estabilidade para Escoamento Descendente em Canais Aquecidos" CT-DERE/DITRA 11/84 CNEN/IEN (1984).

[4] Reynen, J; Nguyen, H., "CFEM - A Finite Element Based Analysis of Two - Phase Channel Flow" - Proceedings of the LMFBR Safety Topical Meeting, V.4, p. 553-562, Lyon France (1982).

[5] Idsinga, W, "An Assessment of Two-Phase Pressure Drop Correlations for Steam-Water Systems", MSc. Thesis, MIT (1975).

SUMMARY

Flow distribution and stability are analized for downflow through heated channels. It is shown that the coolant heating can cause instabilities when mass flow is reduced.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

CONVECÇÃO NATURAL EM DUTO ANULAR EM TERMOSIFÃO

SÉRGIO VIÇOSA MÖLLER
ANTÔNIO JOSÉ DA SILVA NETO
CNEN — INSTITUTO DE ENGENHARIA NUCLEAR

SUMÁRIO

É apresentado o estudo experimental da transferência de calor para água em um duto anular formando um termosifão com um tanque de grande volume, determinando-se correlações para o Número de Nusselt em função do Número de Rayleigh para três razões de diâmetro. Também é apresentado um modelo simplificado para o cálculo da vazão, obtido por meio de balanços macroscópicos.

INTRODUÇÃO

A remoção de calor por meio de termosifão em circuitos fechados tem várias aplicações [1], das quais sobressaem-se, nos últimos anos, aquelas ligadas a energia solar e a energia nuclear, onde se destacam os estudos sobre segurança de centrais nucleares [2] e reatores de pesquisa [3].

Na área dos reatores de pesquisa, está o Reator Argonauta do Instituto de Engenharia Nuclear, cujo elemento combustível será substituído para facilitar trabalhos de pesquisa em física de reatores e possibilitar um aumento de sua potência de operação. Este novo elemento combustível consistirá de um feixe de 6×12 barras com diâmetro 7,8 mm e $p/d = 1{,}56$ em arranjo quadrangular [3].

A fim de se obter dados que permitam a conclusão deste projeto, bem como a homologação das varetas deste elemento combustível, foram realizados testes com uma vareta aquecida eletricamente e colocada em um tubo de modo a formar um duto anular, tomado como aproximação de um subcanal do novo elemento combustível.

O objetivo deste trabalho é estudar a transferência de calor na geometria anular em termosifão, para três diferentes razões de diâmetro (uma dessas seções de testes possue o diâmetro equivalente de um subcanal do Reator Argonauta) e várias potências térmicas, determinando-se correlações para o Número de Nusselt, utilizando-se água como fluido refrigerante. Além disso, apresenta-se um modelo analítico, baseado nos balanços macroscópicos, para a determinação da velocidade de massa em função da potência térmica aplicada.

Os resultados deste trabalho estão, em forma mais detalhada, na referência [4].

DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

O dispositivo experimental consistiu de um duto de seção anular, ligado por meio de tubos plásticos de 55 mm de diâmetro com um tonel metálico de 110 ℓ de capacidade, conforme mostrado esquematicamente na figura 1.

Este duto anular foi formado por uma barra com diâmetro $d = 7{,}8$ mm e comprimento $L = 620$ mm, dos quais 600 mm aquecidos eletricamente até uma potencia máxima de 400 W, e colocada concentricamente em um tubo de acrílico. Foram utilizados três tubos de acrílico com diferentes diâmetros e para cada um deles foram feitas duas séries de medições variando-se a tensão aplicada de 2,5 V a 40 V em intervalos de 2,5 V.

A medição das temperaturas da barra (T_i, T_s) foi feita com termopares tipo K, diâmetro de 0,5 mm colocados a 128 mm e 540 mm da extremidade inferior da barra. Mediu-se também a temperatura da água à saída da seção de testes (T_a) e a diferença de temperatura (ΔT) entre a entrada e a saída da seção de testes utilizando-se termopares tipo K com diâmetro de 1,5 mm. Todos os termopares são embainhados em aço inox 304 e isolados, e foram ligados a um registrador gráfico potenciométrico ECB RB 103 com 3 canais (T_i e T_s ligados ao mesmo canal por meio de uma chave seletora). Com exceção da medição de ΔT a referência usada para os termopares foi gelo fundente.

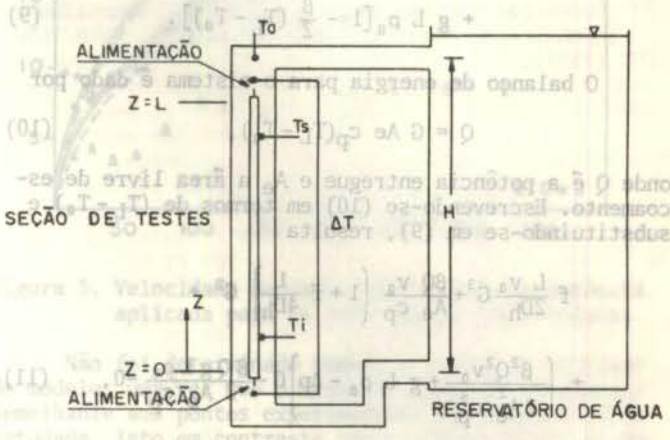


Figura 1. Vista esquemática da seção de testes com indicação da localização dos pontos de medição de temperaturas.

Para evitar perturbação na leitura das temperaturas o tanque foi forrado internamente de material plástico, a barra aquecida e os termopares foram cobertos de verniz dielétrico, os bornes da resistência (imersos n'água) foram isolados e foi utilizada água desmineralizada [5].

EQUAÇÕES DE BALANÇO

Admitindo-se escoamento unidimensional e regime permanente o balanço de massa fica

$$dG/dz = 0, \qquad (1)$$

onde

$$G = \rho u_z \qquad (2)$$

e u_z é a velocidade da água na direção paralela ao eixo da barra.

A equação de balanço de quantidade de movimento para as mesmas hipóteses acima é

$$\frac{d}{dz}\left(\frac{G^2}{\rho} + p\right) = -\rho g - \frac{d\tau}{dz}, \qquad (3)$$

sendo p a pressão e

$$d\tau = f\,\frac{G^2}{2\rho}\,\frac{dz}{D_h}, \qquad (4)$$

onde D_h é o diâmetro hidráulico da seção de testes.

Assumindo-se uma distribuição linear de temperatura da água ao longo do duto anular tem-se

$$\frac{dT(z)}{dz} = \frac{T_L - T_0}{L}. \qquad (5)$$

O coeficiente de expansão térmica é definido por

$$\beta = \frac{1}{v}\,\frac{dv}{dT} \qquad (6)$$

onde v é o volume específico, e

$$v(z) = v_0[1 + \beta(T(z) - T_0)], \qquad (7)$$

$$\rho(z) = \rho_0[1 - \beta(T(z) - T_0)]. \qquad (8)$$

Aplicando-se (1) em (3), usando-se as equações (5) a (8), e integrando entre a entrada e a saída da seção de testes, obtem-se [6]

$$\Delta p = p_0 - p_L = G^2\, v_0\left[1 + \frac{\beta}{2}(T_L - T_0)\right]\left[f\,\frac{L}{2D_h} + \beta(T_L - T_0)\right] +$$

$$+ g\,L\,\rho_0\left[1 - \frac{\beta}{2}(T_L - T_0)\right]. \qquad (9)$$

O balanço de energia para o sistema é dado por

$$Q = G\,A_e\,c_p(T_L - T_0), \qquad (10)$$

onde Q é a potência entregue e A_e a área livre de escoamento. Escrevendo-se (10) em termos de $(T_L - T_0)$ e substituindo-se em (9), resulta

$$f\,\frac{L\,v_0}{2D_h}G^3 + \frac{\beta Q\,v_0}{A_e\,c_p}\left(1 + f\,\frac{L}{4D_h}\right)G^2 +$$

$$+ \left(\frac{\beta^2 Q^2 v_0}{2A_e^2 c_p^2} + g\,L\,\rho_0 - \Delta p\right)G - \frac{\beta Q g L \rho_0}{2A_e c_p} = 0, \qquad (11)$$

onde

$$\Delta p = \rho g H - \frac{128\,\mu\,L_T A_e}{\pi D_T^4 \rho_0}\,G, \qquad (12)$$

sendo D_T o diâmetro do tubo plástico e L_T o seu comprimento equivalente.

Para o escoamento laminar, isotérmico, plenamente desenvolvido em um duto circular, o fator de atrito é dado por 64/Re, no entanto, na seção de testes existe influência da geometria [7], o escoamento não está desenvolvido e a água é aquecida. Mesmo assim, é desejável que f seja na forma

$$f = \frac{C}{Re} = C\,\frac{\mu}{G\,D_h}, \qquad (13)$$

para que (11) torne-se uma equação do 2º grau. Assim, a equação (11) pode, então, ser escrita como

$$v_0\left(C\,\frac{\mu L}{2D_h^2} + \frac{\beta Q}{A_e\,c_p} + \frac{128\,\mu\,L_T A_e}{\pi D_T^4}\right)G^2 +$$

$$+ \left[\frac{C}{4}\,\frac{\beta Q}{A_e\,c_p}\,\frac{\mu L v_0}{D_h^2} + \frac{\beta^2 Q^2 v_0}{2A_e^2 c_p^2} + \rho_0 g(L-H)\right]G - \frac{\beta Q g L \rho_0}{2A_e c_p} = 0 \qquad (14)$$

Para valores próximos ou iguais de L e H, o segundo termo de (14) é muito menor que os outros dois, podendo ser desprezado. No entanto para a análise aqui apresentada ele será mantido.

Lundgren et al. [7] apresentam uma relação para o fator de atrito em duto anular, com escoamento laminar, isotérmico, não desenvolvido

$$f = f^*\,\frac{z}{D_h} + K(z) \qquad (15)$$

onde f^* é o fator de atrito de escoamento plenamente desenvolvido e K inclui os efeitos de entrada.

Para se escrever a equação, (15) na forma da equação (13) procurou-se adicionar K no primeiro termo. A tabela 1 dá os valores de C para cada tubo e o erro decorrente deste procedimento

Tabela 1. Fatores de Atrito para Duto Anular

D_h |mm|	d/D	C	Faixa de Erro |%|
14,2	0,355	96,8	-3,9 - 3,14
23,8	0,247	101,4	-5,9 - 4,13
37,4	0,173	106,7	-8,7 - 5,43

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Execução da Experiência. Como mostrado na figura 1 foram colocados termopares na entrada e na saída da seção de testes, fornecendo diretamente o valor de ΔT.

Além destes termopares, mais um foi colocado na saída da seção de testes para medir a temperatura da água T_a, assim

$$T_\infty = T_a - \frac{\Delta T}{2} \qquad (16)$$

Sobre a barra aquecida foram colocados dois termopares, T_i e T_s, podendo-se calcular a temperatura média, em função da posição dos termopares por

$$T_w = 0{,}442(T_s - T_i) + T_i \qquad (17)$$

Assim, o coeficiente de transferência de calor é calculado por

$$h = Q/[A_L(T_w - T_\infty)] \qquad (18)$$

onde A_L é a área de troca de calor da barra.

Os parâmetros obtidos por meio de análise dimensional, calculados tomando-se as propriedades físicas à temperatura de película [8]

$$T_p = \frac{T_w + T_\infty}{2}, \qquad (19)$$

são o Número de Nusselt

$$Nu = \frac{h\,D_h}{k}, \qquad (20)$$

e o Número de Rayleigh

$$Ra = \frac{\beta\,\rho^2 c_p\,g\,L^3(T_w - T_\infty)}{k\,\mu}. \qquad (21)$$

Os outros parâmetros obtidos foram a razão de diâmetros d/D e a razão L/D, cuja influência não foi estudada neste trabalho.

A velocidade de massa G é obtida por

$$G = \frac{Q}{A_e\,c_p\,\Delta T} \qquad (22)$$

Número de Nusselt. A figura 2 mostra o comportamento do Número de Nusselt como função do Número de Rayleigh, para as três razões de diâmetro estudadas,

plotado em escala logarítmica e ajustado, por mínimos quadrados, definindo-se duas regiões. A primeira refere-se ao escoamento laminar e a segunda ao turbulento. Foi determinado também o ponto limite entre as duas regiões para cada razão d/D mas não foi possível estabelecer-se a faixa de Ra onde ocorre a transição entre os dois tipos de escoamento [9].

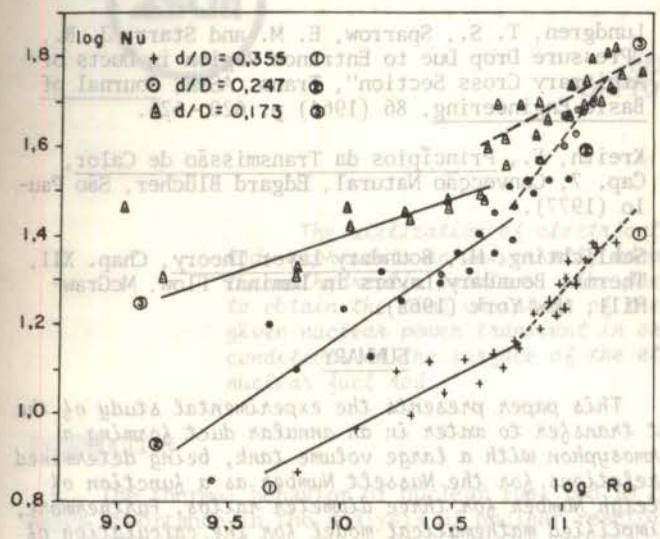


Figura 2. Comportamento do Número de Nusselt como função do Número de Rayleigh para as três relações de d/D estudadas.

Para d/D = 0,355, curvas 1 na figura 2, o limite entre as duas regiões ocorre para $Ra \cong 6{,}3 \cdot 10^{10}$. As curvas 2 mostram os resultados para d/D = 0,247, sendo o limite entre as regiões $Ra \cong 5{,}6 \cdot 10^{10}$. As curvas 3, d/D = 0,173, mostram uma queda na inclinação das retas, contrariando a tendência mostrada nas curvas 1 e 2. Isso é atribuído a possível existência de recirculação dentro da seção de testes devido a grande área de escoamento disponível. Para esta razão de diâmetro o limite entre as duas regiões ocorre a $Ra \cong 4{,}5 \cdot 10^{10}$.

Devido ao bom ajuste encontrado, pode-se escrever uma correlação na forma

$$Nu = a\, Ra^{b} \qquad (23)$$

onde a e b são dados na tabela 2.

Tabela 2, Coeficientes para a Equação (23)

d/D	a_1	b_1	$Ra_t \cdot 10^{-10}$	a_2	b_2
0,355	$3{,}09 \cdot 10^{-2}$	0,2464	6,3	$8{,}56 \cdot 10^{-6}$	0,5761
0,247	$5{,}92 \cdot 10^{-3}$	0,3397	5,6	$1{,}46 \cdot 10^{-6}$	0,6781
0,173	$4{,}77 \cdot 10^{-1}$	0,1714	15,8	$5{,}69 \cdot 10^{-2}$	0,2679

Os índices 1 e 2 referem-se, respectivamente, a região laminar e a região turbulenta e Ra_t indica o limite entre as duas faixas.

Os dados mostrados na tabela 2 são insuficientes para que se possa obter correlações para a e b em função de d/D.

Modelo Teórico. A figura 3 mostra a velocidade de massa G como função da potência térmica aplicada Q para as três razões de diâmetro estudadas. As curvas 1 e 2 foram obtidas por meio da equação (14) e os pontos experimentais, por meio da equação (22).

Para d/D = 0,355 a curva 1 apresenta uma diferença de até 49,2%, no entanto, pode-se observar que os pontos experimentais têm um comportamento semelhante ao modelo teórico, devendo-se atribuir esta discrepância à dificuldade em se determinar corretamente o fator de atrito na seção de testes visto ser o escoamento causado pela convecção natural diferente, em sua natureza, daquele estudado na referência [7]. Por inspeção adotou-se um fator de atrito $f = 3 \times 64/Re$, cujo resultado, indicado pela curva 2, apresenta boa concordância com os pontos experimentais.

Resultado semelhante foi obtido com d/D = 0,247 onde o desvio da curva 1 chegou a 101%, devido as mesmas razões acima. O fator de atrito, por inspeção, seria $4 \times 64/Re$, curva 2.

Observa-se, porém, que para d/D = 0,173, os resultados experimentais apresentam, até Q = 220 W, um comportamento oscilatório, quando então tendem a estabilizar-se. Isto é atribuído à provável ocorrência de recirculação dentro da seção de testes devido a baixa razão d/D, aliada ao pequeno comprimento da seção de testes, não se aplicando, portanto, a equação (14).

Não houve, neste caso preocupação em se obter um fator de atrito que ajustasse a curva teórica aos valores experimentais devido a recirculação ocorrida no interior da seção de testes.

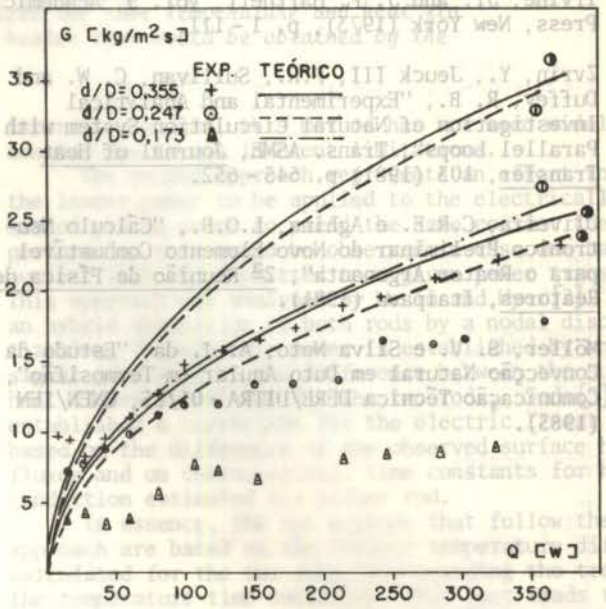


Figura 3. Velocidade de massa como função da potência aplicada para as três razões d/D estudadas.

Não foi determinado também o limite da validade do modelo, uma vez que o mesmo se comporta de maneira semelhante aos pontos experimentais para toda a faixa estudada, isto em contraste com o comportamento do Número de Nusselt observado na seção anterior.

CONCLUSÕES

Foram apresentados os resultados obtidos por medições de temperatura em um duto anular em termosifão.

Primeiramente foi desenvolvido um modelo para calcular a velocidade de massa, e, em última análise, a vazão de água na geometria apresentada. Este modelo pode ser utilizado em outros circuitos em termosifão. Os resultados experimentais obtidos, no entanto, estão, abaixo dos valores teóricos. Isto se atribui ao fato de que os fatores de atrito utilizados não se aplicam ao problema de convecção natural, pois foram desenvolvidos para escoamento isotérmico.

Além disso, para d/D = 0,173, houve, possivelmente, recirculação no interior da seção de testes, o que também influiu nos resultados. Mesmo assim, pode-se observar que o comportamento das curvas teóricas e dos resultados experimentais são semelhantes, o que corrobora o modelo. Foram propostos, então, fatores de atrito para duas das seções de testes, porém uma análise mais aprofundada dos mesmos ainda é necessária, podendo-se realizar experiências visando-se sua determinação mais precisa, e correlacioná-los para possibilitar sua utilização.

Apresentou-se também, correlações para o Número de Nusselt como função do Número de Rayleigh tendo d/D como parâmetro. Os resultados mostram o comportamento linear de log Nu como função de log Ra, o que permitiu estabelecer uma correlação, dada pela equação (23), na forma

$$Nu = a\ Ra^{b},$$

cujos coeficientes foram dados na tabela 2.

A dificuldade em se correlacionar os coeficientes a e b como função de d/D deve-se ao pequeno número de tubos estudado. Para permitir que sejam feitas estas correlações, novos testes devem der executados com tubos na faixa $0{,}247 < d/D < 0{,}173$.

REFERÊNCIAS

[1] Japikse, D., "Advances in Thermosyphon Technology", in Advances in Heat Transfer, edited by T. F. Irvine, Jr. and J. P. Hartnett, Vol. 9, Academic Press, New York (1973), p. 1 - 111.

[2] Zvrin, Y., Jeuck III, P.R., Sullivan, C. W. and Duffey, R. B., "Experimental and Analytical Investigation of Natural Circulation System with Parallel Loops", Trans. ASME, Journal of Heat Transfer, 103 (1981) p. 645 - 652.

[3] Oliveira, C.R.E. e Aghina, L.O.B., "Cálculo Neutrônico Preliminar do Novo Elemento Combustível para o Reator Argonauta", 2ª Reunião de Física de Reatores, Itaipava (1981).

[4] Möller, S. V. e Silva Neto, A. J. da, "Estudo da Convecção Natural em Duto Anular em Termosifão", Comunicação Técnica DERE/DITRA - 01/85, CNEN/IEN (1985).

[5] Möller, S. V. e Silva Neto, A. J. da, "Relatório da Corrosão em Termopar Tipo K em Experiência de Convecção Natural em Água", Comunicação Técnica DERE/DITRA 08/84, CNEN/IEN (1984).

[6] Berquó de Sampaio, P. A., "Critérios de Estabilidade para Escoamento Descendente em Canais Aquecidos", Comunicação Técnica DERE/DITRA 11/84, CNEN/IEN (1984).

[7] Lundgren, T. S., Sparrow, E. M. and Starr, J. B., "Pressure Drop Due to Entrance Region in Ducts of Arbitrary Cross Section", Trans. ASME, Journal of Basic Engineering, 86 (1964) p. 620 - 626.

[8] Kreith, F., Princípios da Transmissão de Calor, Cap. 7, Convecção Natural, Edgard Blücher, São Paulo (1977).

[9] Schlichting, H., Boundary Layer Theory, Chap. XII, Thermal Boundary Layers in Laminar Flow, McGraw-Hill, New York (1968).

SUMMARY

This paper presents the experimental study of the heat transfer to water in an annular duct forming a thermosyphon with a large volume tank, being determined correlations for the Nusselt Number as a function of Rayleigh Number for three diameter ratios. Furthermore, a simplified mathematical model for the calculation of the flowrate, obtained by means of macroscopic balances, is presented.

SIMULATION OF THERMAL BEHAVIOR OF NUCLEAR FUEL ROD BY ELECTRICALLY HEATED PIN

PEDRO CARAJILESCOV
DEPTO. DE ENERGIA, IEM; ITA

SUMMARY

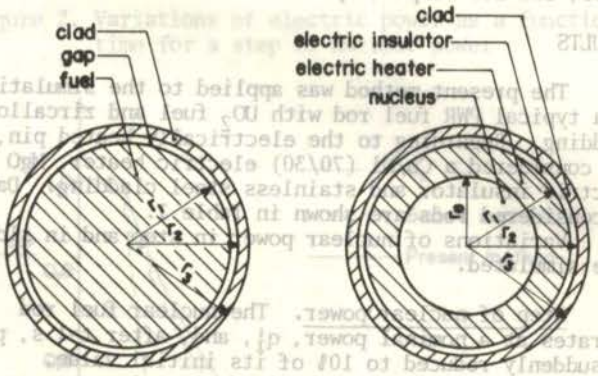
The utilization of electrically heated rods for the simulation of nuclear fuel rods represents an universally adopted method by the nuclear industry to study thermalhydraulic problems. The present work represents the development of a method to obtain the time variation of the electric linear power necessary to simulate a given nuclear power transient in order to yield the same temperature and heat flu conditions in the surface of the electrical heater that would be obtained by the nuclear fuel rod.

INTRODUCTION

The thermal behavior of nuclear fuel rod is of major importance in the analysis of nuclear reactor safety. The fuel clad represents a barrier for the release of fission products in the reactor coolant. The occurrence of dryout in the fuel cladding surface, during transient conditions, can yield overheating and, eventually, clad melting. Overheating associated to internal pressure of fission gases can also provoke clad swelling. Such swelling will reduce the coolant flow area, worsening the heat removal and potentially allowing the release of large amounts of radiactive products in the primary coolant. Therefore, it is necessary to prevent fuel rod overheating even in extremely accidental transient conditions.

Experimentally, the reliability of a nuclear fuel rod, in transient conditions, is established by the general procedure of utilizing electrically heated rods in thermalhydraulic loops.

The generally adopted configuration of the nuclear fuel rod and the electrically heated pin are shown, schematically, in Fig. 1.



(a)nuclear fuel rod (b)electrically heated pin

Figure 1. Transversal cross section of rods

When both rods are submitted to the same power transient, the thermal behavior of the coolant, in either case, will be different due to differences in thermal properties of the materials involved in their fabrication.

Two different approaches have been considered to overcome this problem. The first one, followed by Burgess et alii[1], consists in the design of an electrically heated pin considering an adequate combination of materials and geometry such that the pin would have the same behavior of the nuclear rod for a given transient of interest. To date, this method has not been widely adopted due to its inherent limitations.

The second approach represents an effort to find the linear power to be applied to the electrically heated pin in order to yield the same coolant thermal performance that would be observed in case one had a nuclear fuel rod submitted to a given power transient. This approach was analysed by Maslo and Hyer[2], using an hybrid simulation of both rods by a nodal discretization. The electric power is established by an error signal generated by the difference between the surface heat fluxes calculated for the two rods. Soda[3] established a correction for the electric linear power, based on the difference of the observed surface heat fluxes and on characteristic time constants for heat conduction estimated for either rod.

In essence, the two methods that follow the second approach are based on the surface temperature differences calculated for the two rods, disregarding the trends of the temperature time variation. This fact leads to oscillation in the obtained electric linear power, as mentionned by Soda and attributed to numerical calculations.

Based on the lumped parameter method, proposed by Tong[4] for the thermal analysis of nuclear fuel rod, expanded for electrically heated pin, the present method provides a stable electric linear power for a given nuclear transient.

PROPOSED METHOD

For a given nuclear power transient, it is sought an electric linear power that would reproduce, in the electrically heated pin, the same behavior of the clad surface temperature that would be observed in the nuclear fuel rod. This criterion provides the same surface heat flux and the same coolant behavior for both cases.

Equations for nuclear fuel rod. The equations for conduction heat transfer in the nuclear fuel rod, given by the lumped parameter method[4], are:

a. Fuel

$$\frac{dT_f}{dt} + \frac{1}{R_f C_f} T_f = \frac{1}{R_f C_f} T_r + \frac{1}{C_f} q'(t), \qquad (1)$$

b. Clad

$$\frac{dT_r}{dt} + \left(\frac{1}{R_f C_r} + \frac{1}{R_r C_r} \right) T_r = \frac{1}{R_f C_r} T_f + \frac{1}{R_r C_r} T_c, \qquad (2)$$

where:

T_i = average temperature of region i;

$q'(t)$ = linear power generated by the rod.

The subscripts f, r and c refer to fuel, clad and coolant, respectively.

The clad surface temperature, T_N, is given by

$$T_N = \left(1 - \frac{R_c}{R_r}\right) T_r + \frac{R_c}{R_r} T_c \ . \qquad (3)$$

Defining

$$\Theta_N \equiv T_N - T_c \qquad (4)$$

and eliminating T_r and T_f from equations (1) and (2), it follows that the clad surface temperature is described by the equation:

$$\frac{d^2\Theta_N}{dt^2} + m \frac{d\Theta_N}{dt} + n\,\Theta_N = e\,q'(t) \ , \qquad (5)$$

with

$$m = a + b + c, \quad n = ac, \quad e = n(R_r - R_c),$$

where:

$$a = \frac{1}{R_f C_f} \ , \quad b = \frac{1}{R_f C_r} \ , \quad c = \frac{1}{R_r C_r} \ .$$

Definitions of remaining parameters are given in Appendix A.

Equations for electrically heated pin. The application of the lumped parameter method, for the conduction heat transfer, in the electrically heated pin, leads to the following equations [5]:

a. Electric heater

$$\frac{dT_1}{dt} + \frac{1}{R_1 C_1} T_1 = \frac{1}{R_1 C_1} T_2 + \frac{1}{C_1} q'_E(t) \ , \qquad (6)$$

b. Electric insulator

$$\frac{dT_2}{dt} + \left(\frac{1}{R_1 C_2} + \frac{1}{R_2 C_2}\right) T_2 = \frac{1}{R_1 C_2} T_1 + \frac{1}{R_2 C_2} T_3 \ , \qquad (7)$$

c. Clad

$$\frac{dT_3}{dt} + \left(\frac{1}{R_2 C_3} + \frac{1}{R_3 C_3}\right) T_3 = \frac{1}{R_2 C_3} T_2 + \frac{1}{R_3 C_3} T_c \ , \qquad (8)$$

where:

T_i = average temperature of region i;

$q'_E(t)$ = linear power generated by the electric heater.

The subscripts 1, 2, 3 and c refer to the electric heater, electric insulator, clad and coolant, respectively.

The clad surface temperature, T_E, is given by:

$$T_E = \left(1 - \frac{R_s}{R_3}\right) T_3 + \frac{R_s}{R_3} T_c \ . \qquad (9)$$

Define

$$\Theta_E \equiv T_E - T_c. \qquad (10)$$

From equations (6-9), it follows that the clad surface temperature is described by the equation:

$$s \frac{d^3\Theta_E}{dt^3} + u \frac{d^2\Theta_E}{dt^2} + v \frac{d\Theta_E}{dt} + \Theta_E = (R_3 - R_s) q'_E(t) \qquad (11)$$

with

$$s = \frac{1}{abc} \ , \quad u = s(a + b + c + d + e),$$

$$v = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{f} + \frac{1}{g} + \frac{1}{h} \ ,$$

where:

$$a = \frac{1}{R_1 C_1} \ , \quad b = \frac{1}{R_2 C_2} \ , \quad c = \frac{1}{R_3 C_3} \ , \quad d = \frac{1}{R_1 C_2} \ ,$$

$$e = \frac{1}{R_2 C_3} \ , \quad f = \frac{1}{R_2 C_1} \ , \quad g = \frac{1}{R_3 C_1} \ , \quad h = \frac{1}{R_3 C_2} \ .$$

Definitions of remaining parameters are given in Appendix A.

Determination of $q'_E(t)$. For a given nuclear transient, established by the variation of $q'(t)$, equation (5) provides the behavior of the clad surface temperature, Θ_N. For the electrically heated pin simulate, adequately, the nuclear fuel rod, $q'_E(t)$ must be such that the behavior of Θ_E, given by equation (11) be the same as the behavior of Θ_N. Therefore, $q'_E(t)$ is given by equation (11), substituting Θ_E by Θ_N, with Θ_N given by the solution of equation (5), that is:

$$q'_E(t) = \frac{1}{R_3 - R_s}\left[s \frac{d^3\Theta_N}{dt^3} + u \frac{d^2\Theta_N}{dt^2} + v \frac{d\Theta_N}{dt} + \Theta_N\right] . \qquad (12)$$

Based on the analysis of order of magnitude, it established the simplification:

$$q'_E(t) \simeq \frac{1}{R_3 - R_s}\left[v \frac{d\Theta_N}{dt} + \Theta_N\right] . \qquad (13)$$

Applications of expressions (12) and (13) did not produce any observed difference in $q'_E(t)$, even for the most severe transients. So, equation (13) is recommended for the calculation of the electric linear power, for its simplicity.

RESULTS

The present method was applied to the simulation of a typical PWR fuel rod with UO_2 fuel and zircalloy cladding. Regarding to the electrically heated pin, it was considered a Cu/Ni (70/30) electric heater, MgO electric insulator and stainless steel cladding. Data of considered rods are shown in Table 1.

Variations of nuclear power in step and in slope were simulated.

Step of nuclear power. The nuclear fuel rod operates at a nominal power, q'_i, and, after t=1 s, power is suddenly reduced to 10% of its initial value.

Figure 2 shows the obtained electric power as a function of time, compared to results obtained without compensation and with compensation given by Soda's method. Surface heat fluxes are shown in Fig. 3. Ratios between heat fluxes of electrically heated pin and nuclear fuel rod are presented in Fig. 4. From Figs. 2 to 4, it can be observed that the absence of compensation would lead to heat fluxes around 23% of the expected values. Also, the correction method proposed by Soda generates cumbersome oscilations hard to be followed by a loop control system. The present method yields precise values of linear power, eliminating these problems.

Table 1. Parameters of rods for applications

Parameter	Data
NUCLEAR FUEL ROD	
fuel pellet radius, r_1	4.096×10^{-3} m
clad inside radius, r_2	4.178×10^{-3} m
clad outside radius, r_3	4.750×10^{-3} m
gap heat transfer coefficient, h_g	5.0×10^{3} w/m^{2}K
film heat transfer coefficient, h	38.6×10^{3} w/m^{2}K
ELECTRICALLY HEATED PIN	
electric heater inside radius, r_o	2.606×10^{-3} m
electric heater outside radius, r_1	3.606×10^{-3} m
clad inside radius, r_2	4.178×10^{-3} m
clad outside radius, r_3	4.750×10^{-3} m
film heat transfer coefficient, h	38.6×10^{3} w/m^{2}K

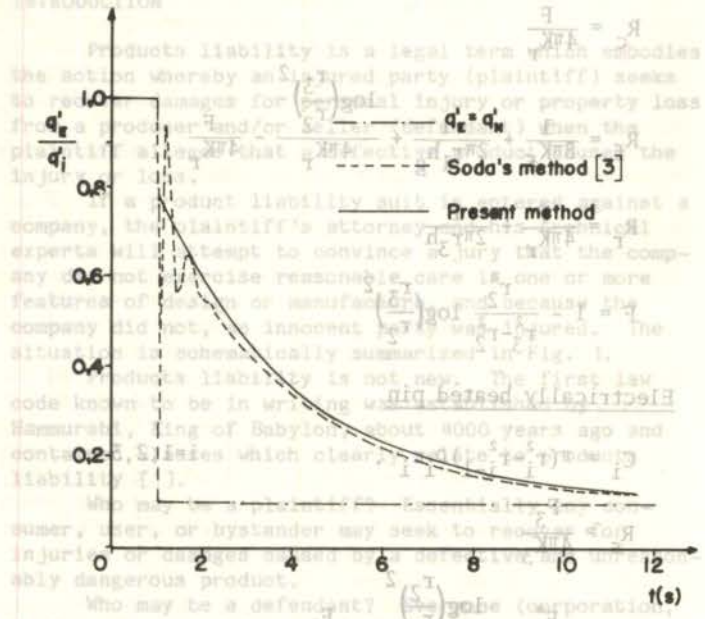


Figure 2. Variations of electric power as a function of time for a step of nuclear power

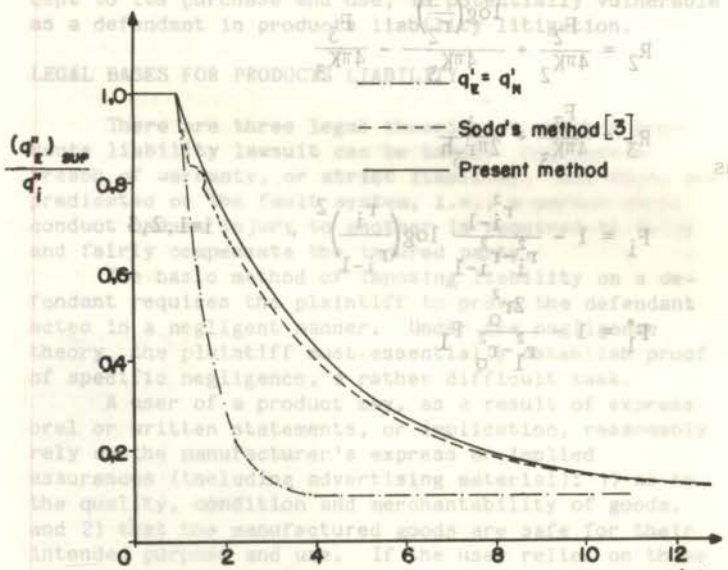


Figure 3. Variations of surface heat flux as a function of time for a step of nuclear power

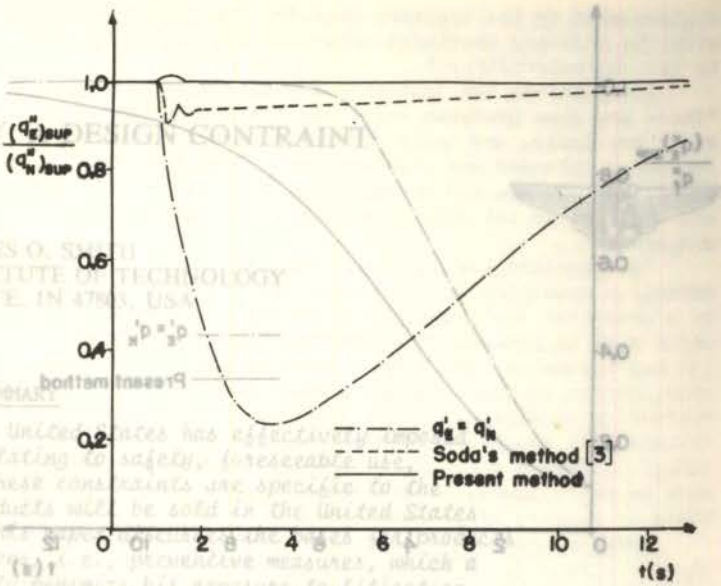


Figure 4. Heat flux deviations as a function of time for a step of nuclear power

Slope of nuclear power. In this transient, the nuclear linear power is raised from its initial 10% of nominal full power to full power in 5 s. After that time, the linear power is kept unchanged.

Figure 5 shows the obtained electric linear power with and without the prescribed compensation, as a function of time normalized by the linear full power, q'_f. Figure 6 shows the variations of the surface heat fluxes, for both situations. Comparisons of these results with the actual heat flux are dramatically exposed by Fig. 7. It can be observed that the absence of compensation would lead to heat fluxes up to 78% higher than the expected values.

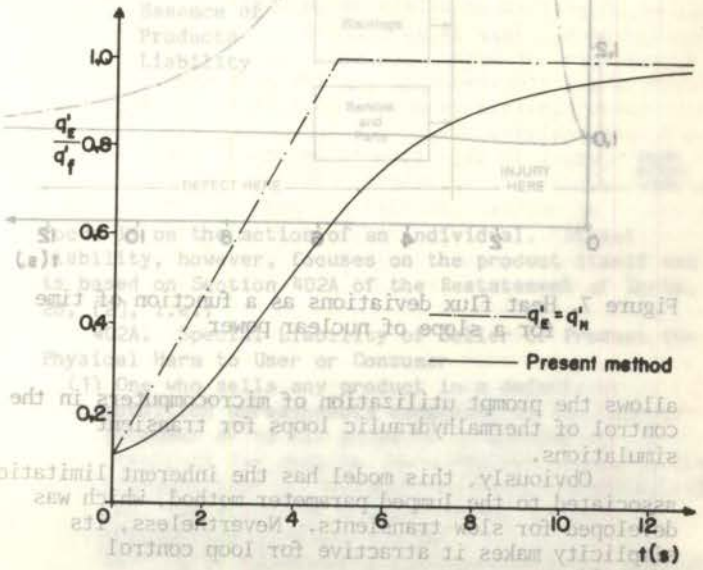


Figure 5. Variations of electric power as a function of time for a slope of nuclear power

No significant deviations or oscilations were observed from the expected values due to the utilization of the proposed method of compensation.

CONCLUSIONS

The developed method takes into account differences between thermal properties and geometrical characteristic of the rods.

The analogy between the equations of this lumped parameter formulation and those of electric circuits

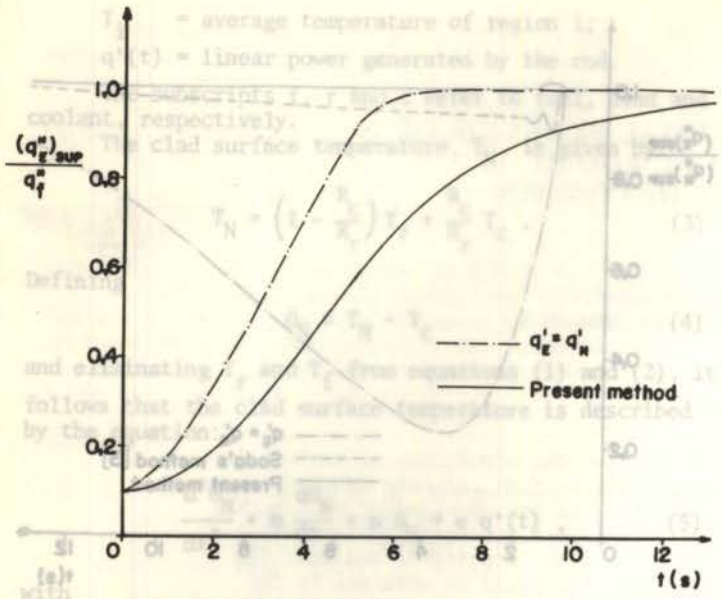


Figure 6. Variations of surface heat flux as a function of time for a slope of nuclear power

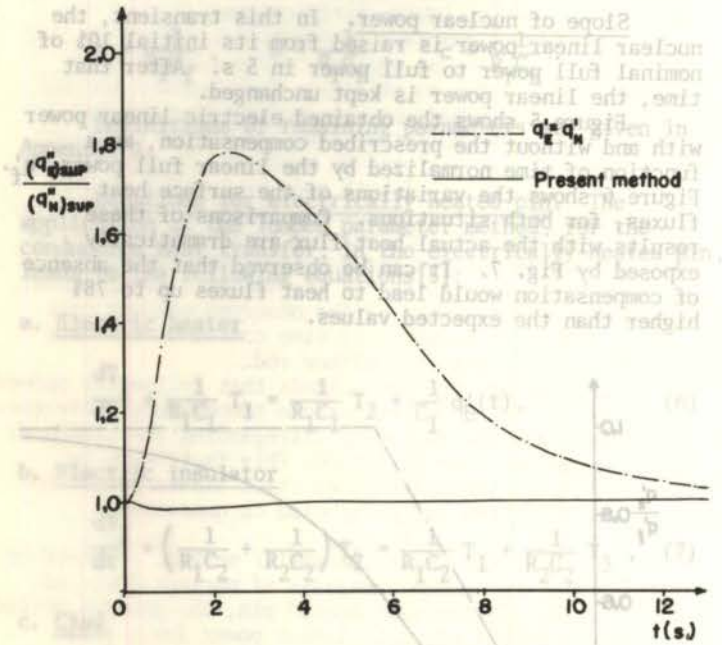


Figure 7. Heat flux deviations as a function of time for a slope of nuclear power

allows the prompt utilization of microcomputers in the control of thermalhydraulic loops for transient simulations.

Obviously, this model has the inherent limitations associated to the lumped parameter method, which was developed for slow transients. Nevertheless, its simplicity makes it atractive for loop control operations.

REFERENCES

[1] Burgess, M.H., Butcher, A.A. and Sidoli, J.E.A., "The Design of Electrical Heater Pins to Simulate Transient Dryout and Post-Dryout of Water Reactor Fuel", AEEW-M-1558, United Kingdom Atomic Energy Authority, England (1978).

[2] Maslo, R.M. and Hyer, F.K., "Hybrid Simulation of a Nuclear Fuel & Electric Heat Pin", in Simulation of Systems, ed. by Dekker, I., North-Holland Publ. Co., (1976), pp. 795-803.

[3] Soda, K., "On-line Simulation of Thermal Characteristics of Nuclear Fuel Rod by Electrically Heated Rod", J.of Nucl. Sci. Technology, V. 13 (Sept. 1976), pp. 523-526.

[4] Tong, L.S., "Heat Transfer in Water-Cooled Nuclear Reactors", Nucl.Eng.Design, V.6, (1976), pp. 301-324.

[5] Carajilescov, P., "Método de Simulação do Comportamento Dinâmico de uma Vareta de Combustível Nuclear por uma Vareta Aquecida Eletricamente", Relatório Interno ITA-IEM-Nº 01/84, S.José dos Campos,SP, (Jan. 1984).

APPENDIX A. Formulae to Evaluate Parameter of Rods

Nuclear rod

$$C_f = \pi r_1^2 \rho_f c_f$$

$$C_r = \pi (r_3^2 - r_2^2) \rho_r c_r$$

$$R_c = \frac{F}{4\pi K_r}$$

$$R_f = \frac{1}{8\pi K_f} + \frac{1}{2\pi r_1 h_g} + \frac{\log\left(\frac{r_3}{r_2}\right)^2}{4\pi K_r} - \frac{F}{4\pi K_r}$$

$$R_r = \frac{F}{4\pi K_r} + \frac{1}{2\pi r_3 h}$$

$$F = 1 - \frac{r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} \log\left(\frac{r_3}{r_2}\right)^2$$

Electrically heated pin

$$C_i = \pi (r_i^2 - r_{i-1}^2) \rho_i c_i \ , \qquad i=1,2,3$$

$$R_s = \frac{F_3}{4\pi K_3}$$

$$R_1 = \frac{F_1^*}{8\pi K_1} + \frac{\log\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2}{8\pi K_2} - \frac{F_2}{4\pi K_2}$$

$$R_2 = \frac{F_2}{4\pi K_2} + \frac{\log\left(\frac{r_3}{r_2}\right)^2}{4\pi K_3} - \frac{F_3}{4\pi K_3}$$

$$R_3 = \frac{F_3}{4\pi K_3} + \frac{1}{2\pi r_3 h}$$

$$F_i = 1 - \frac{r_{i-1}^2}{r_i^2 - r_{i-1}^2} \log\left(\frac{r_i}{r_{i-1}}\right)^2 \ , \qquad i=1,2,3$$

$$F_1^* = 1 - \frac{2r_o^2}{r_1^2 - r_o^2} F_1$$

PRODUCTS LIABILITY: A DESIGN CONTRAINT

CHARLES O. SMITH
ROSE-JULMAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY
TERRE HAUTE, IN 47803, USA

SUMMARY

Products liability litigation in the United States has effectively imposed number of stringent design constraints relating to safety, foreseeable use, directions and warnings, etc. Although these constraints are specific to the United States, any manufacturer whose products will be sold in the United States is also subject to these requirements. This paper discusses the bases for products liability litigation and a number of actions, i.e., preventive measures, which a prudent designer/manufacture should take to minimize his exposure to litigation.

INTRODUCTION

Products liability is a legal term which embodies the action whereby an injured party (plaintiff) seeks to recover damages for personal injury or property loss from a producer and/or seller (defendant) when the plaintiff alleges that a defective product caused the injury or loss.

If a product liability suit is entered against a company, the plaintiff's attorney and his technical experts will attempt to convince a jury that the company did not exercise reasonable care in one or more features of design or manufacture, and because the company did not, an innocent party was injured. The situation is schematically summarized in Fig. 1.

Products liability is not new. The first law code known to be in writing was established by Hammurabi, King of Babylon, about 4000 years ago and contained clauses which clearly relate to products liability [1].

Who may be a plaintiff? Essentially any consumer, user, or bystander may seek to recover for injuries or damages caused by a defective and unreasonably dangerous product.

Who may be a defendant? Everyone (corporation, business organization, or individual) who has some degree of responsibility in the "chain of commerce" for a given product, from its inception as an idea or concept to its purchase and use, is potentially vulnerable as a defendant in products liability litigation.

LEGAL BASES FOR PRODUCTS LIABILITY

There are three legal theories on which a products liability lawsuit can be based: negligence, breach of warranty, or strict liability. All three are predicated on the fault system, i.e., a person whose conduct causes injury to another is required to fully and fairly compensate the injured party.

The basic method of imposing liability on a defendant requires the plaintiff to prove the defendant acted in a negligent manner. Under tne negligence theory, the plaintiff must essentially establish proof of specific negligence, a rather difficult task.

A user of a product may, as a result of express oral or written statements, or implication, reasonably rely on the manufacturer's express or implied assurances (including advertising material): 1) as to the quality, condition and merchantability of goods, and 2) that the manufactured goods are safe for their intended purpose and use. If the user relies on these assurances and is injured, he can sue on the basis of breach of warranty.

Both negligence and breach of warranty require proof of some fault on the part of the defendant, i.e.,

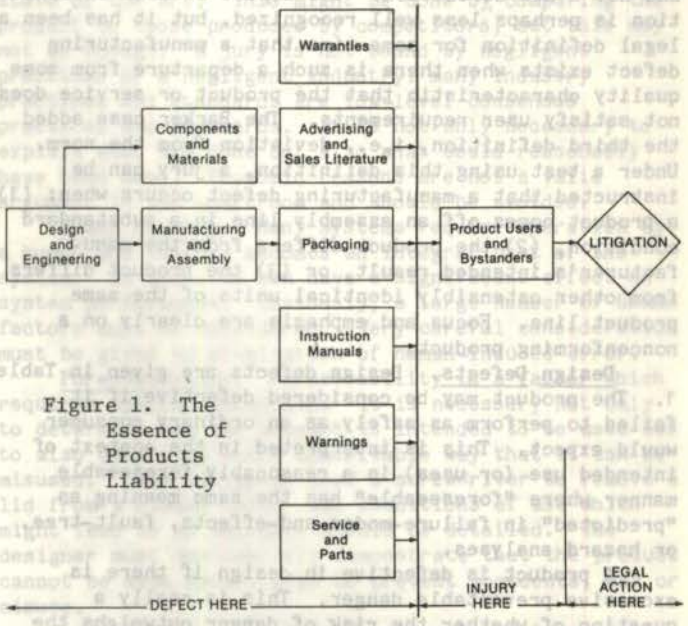


Figure 1. The Essence of Products Liability

focus is on the action of an individual. Strict liability, however, focuses on the product itself and is based on Section 402A of the Restatement of Torts, 2d, [2], i.e.:

402A. Special Liability of Seller of Product for Physical Harm to User or Consumer

(1) One who sells any product in a defective condition unreasonably dangerous to the user or consumer or to his property is subject to liability for physical harm thereby caused to the ultimate user or consumer, or to his property, if
  (a) the seller is engaged in the business of selling such a product, and
  (b) it is expected to and does reach the user or consumer without substantial change in the condition in which it is sold.

(2) The rule stated in Subsection (1) applies although
  (a) the seller has exercised all possible care in the preparation and sale of his product, and
  (b) the user or consumer has not bought the product from or entered into any contractual relation with the seller.

Two major questions arise: (1) "What is a defective condition?" and (2) "What is unreasonably dangerous?"

The American Law Institute [2] says "unreasonably dangerous" means that: "The article sold must be dangerous to an extent beyond that which would be

contemplated by the ordinary consumer who purchases it, with the ordinary knowledge common to the community as to its characteristics."

The American Law Institute [2] also says that: "There are some products which, in the present state of human knowledge, are quite incapable of being made safe for their intended and ordinary use. Such a product, properly prepared, and accompanied by proper directions and warnings is not defective, nor is it unreasonably dangerous."

The American Law Institute says a product is in a defective condition if "it leaves the seller's hands, in a condition not contemplated by the ultimate user, which will be unreasonably dangerous to him." Peters [3] has indicated that a California Supreme Court decision, Barker vs Lull, allows a good assessment of "defective condition." This decision provides three criteria for manufacturing defects and two for design defects. Peters strongly recommends this as a leading case to be followed, regardless of a manufacturer's state or country of jurisdiction.

Manufacturing Defects. Manufacturing defects are given in Table 1. A failure to conform with stated specifications is a rather obvious manufacturing defect and not a new definition. The aspect of user satifaction is perhaps less well recognized, but it has been a legal definition for some time that a manufacturing defect exists when there is such a departure from some quality characteristic that the product or service does not satisfy user requirements. The Barker case added the third definition, i.e., deviation from the norm. Under a test using this definition, a jury can be instructed that a manufacturing defect occurs when: (1) a product comes off an assembly line in a substandard condition, (2) the product differs from the manufacturer's intended result, or (3) the product differs from other ostensibly identical units of the same product line. Focus and emphasis are clearly on a nonconforming product.

Design Defects. Design defects are given in Table 1. The product may be considered defective if it failed to perform as safely as an ordinary consumer would expect. This is interpreted in the context of intended use (or uses) in a reasonably foreseeable manner where "foreseeable" has the same meaning as "predicted" in failure-modes-and-effects, fault-tree, or hazard analyses.

A product is defective in design if there is excessive preventable danger. This is really a question of whether the risk of danger outweighs the benefits, i.e., the end result of a risk-benefit analysis, which should include at least five factors, Table 2. Additional relevant factors may be included, but design adequacy is evaluated in terms of a balance between benefits from the product and risks of injury. This places a burden of proof on the defendant. Once the plaintiff proves the product is a proximate cause of injury, the defendant must prove the benefits outweighed the risk.

ANALYSIS OF AN EXAMPLE

Since the foregoing discussion may seem somewhat abstract, let us analyze a case involving a sledge hammer. A 9 kg sledge hammer was being used to remove wedges around a die in a forging press. One worker was struck in the throat by a chip from another worker's sledge hammer with the chip lodging in his lung. Surgery was required to remove the chip. [4]

TABLE 1
DEFECTIVE CONDITIONS

Manufacturing Defects
1) Nonconformance with specification
2) Nonsatisfaction of user requirements
3) Deviation from the norm

Design Defects
1) Less safe than expected by ordinary consumer
2) Excessive preventable danger

TABLE 2
RISK - BENEFIT ANALYSIS
Minimum Factors

1) Severity of damage
2) Probability of exposure
3) Technical feasibility of alternatives
4) Economic feasibility of alternatives
5) Possible adverse effects of alternatives

The hammer was a Type X, class 1, blacksmiths' or engineers' double face hammer as defined by U.S. Federal Specification GGG-H-86c. This specification indicates that "the faces and peens shall be hardened to not less that 44 or more than 55 on the Rockwell "C" scale."

There were a number of craters on the edge of the striking faces where chips had previously been ejected. The original chamfer of the striking faces was nearly gone and the length of one side of the hammer was about 5 mm shorter than the other side. The hammer was about 6.5 mm shorter than a new hammer.

Chemical analysis indicated the hammer was AISI C1060 steel. Microscopic examination of the chip showed a white layer or line on the curved side which matched the crater on the hammer. Other samples which contained old craters (missing chips) showed a white layer on the surface of the crater while other regions of the edge of the hammer face showed a conical or moon-shaped layer. Examination under high magnification showed cracks in these white layers.

Mounted samples were given hardness tests. The core material had a hardness of 42-46 Rockwell C while the white areas had a hardness of about 65 Rockwell C. This difference in hardness is shown in Fig. 2.

In terms of manufacturing defects, an initial reaction might be that the manufacturer failed to meet specifications. Presumably, the user was not satisfied that it met his requirements, neither was it as safe as he expected. The manufacturer maintained that this sledge hammer was in a proper condition and representative of the normal product when it left the plant. In terms of excessive preventable danger, the choice of steel (AISI C1060) and the basic design are reasonable and consistent with good industry practice.

The plaintiff declined an out-of-court settlement and the case went to trial. The jury returned a finding of no cause against the hammer maker and the steel supplier, both of whom had been named as defendants.

Repeated use of sledge hammers on hard materials promotes spreading or mushrooming of the edge of a hammer face. This deformed material must be removed. The manufacturer had a published policy of taking in used sledgehammers, reprocessing them, and returning them. Although warnings were issued about the consequences of uncontrolled redressing, it requires less effort to redress a hammer in the plant than to ship it out and wait for its return.

In the worker's plant, it was routine practice to remove the wooden handles and hold the hammer head to a grinding wheel until the edges were redressed. When the hammer became too hot to hold, it was thrown into a large pail of water.



Figure 2. Microhardness Impression in Cross Section of Sledge-hammer at the Fracture Surface.

No matter how correct the initial condition of the hammer, the heat of grinding is sufficient to produce a temperature greater than 760°C i.e., sufficient to austenitize C1060 steel. Quenching in water produces martensite, a hard, unstable constituent highly susceptible to cracking and chipping when the hammer impacts any other hard surface. This microstructural change occurred in only a small, but highly critical, portion of the 9 kg hammer.

This appears to be a situation in which the maintenance men were totally unaware of the potential consequences of their practice.

WHAT TO DO? - USE PREVENTIVE MEASURES!

What are the implications for the design engineer? (1) There must be recognition of the necessity for looking carefully at the completed design to be sure that it is indeed appropriate, that it does not incorporate problems for which proper technological solutions have existed for some time. For example, an independent assessment by a design review board, with no paternal pride in the design would be highly appropriate. (2) There must be recognition that many, perhaps most, consumers have no concept of how safe a product should be. An engineer making a subjective judgment about safety must understand this.

Acting as a prudent manufacturer is not enough. Focus is on the product itself, not the reasonableness of a manufacturer's conduct. Obviously, there will be no viable lawsuits if there are no injuries or if there are no violations of the law. Undoubtedly the best practice is to sell a well-designed, well-manufactured product.

The manufacturer needs to make certain that he has invoked all possible preventive measures in his design and manufacturing processes. Although many of these preventive measures are well known to most design engineers, a few comments may be appropriate.

Design Review. Design review is an effort, through group examination and discussion, to ensure that a product (and its components) will meet requirements. In any design of complexity, there is necessity for a minimum of three design reviews: conceptual, interim and final. Conceptual design reviews have a major impact on the design with successive interim and final reviews having relatively less effect as the design becomes more fixed and less time is available for major design changes. It is much easier to design safety in at the beginning than to include it retroactively.

If properly conducted, a design review can contribute substantially to avoiding serious problems by "getting the job done right the first time." Formal design reviews are effective barriers to "quick and dirty" designs based on intuition without adequate analyses.

At some point, perhaps as part of the design review, a risk/benefit analysis (Table 2) should be performed, documented, and retained. It should be helpful in speedily resolving claims, avoiding duplication of effort, and overcoming charges of failure to perform preventive analyses at the proper time.

Failure Modes and Effects Analyses. Failure modes and effects analyses (FMEA) are performed at the individual component level early in the design phase to find all possible ways that equipment can fail and to determine the effect of such failures on the system. This is an inductive process starting with modes of failure of individual components and working through to effects on the system.

Fault Tree Analyses. Fault tree analysis (FTA) is somewhat similar to FMEA. It is substantially different, however in that it is deductive rather than inductive. FTA starts with what the user experiences and traces back through the system to determine possible alternative causes. Focus is on the product or system as a whole.

Hazard Analysis. Hazard analysis is the investigation and evaluation of: (1) interrelationships of primary, initiating, and contributory hazards that may be present; (2) circumstances, conditions, equipment, personnel, and other factors involved in safety of a product or the safety of a system and its operation; (3) means of avoiding or eliminating any specific hazard by use of suitable designs, procedures, processes, or material; (4) controls that may be required for possible hazards and the best methods for incorporating those controls in the product or system; (5) possible damaging effects resulting from lack or loss of control of any hazard that cannot be avoided or eliminated; (6) safeguards for preventing injury or damage if control of the hazard is lost.

Prediction Methods. Prediction methods are necessary in applying FMEA, FTA, etc. While it is statistically impossible to predict the performance of a single object or product, it is statistically possible to predict performance of a large group of similar products. Various statistical techniques can be used to make predictions. To make these effective, it is necessary to have good data bases.

State of the Art. The meaning of "state of the art" for the particular product is necessary as it may be alleged that the product is not designed using the state of the art. This might be done by comparing the product to those produced by competitors, but this may not be enough. A jury is not bound by negligent practices of a negligent industry: many industry practices and standards are low-level consensus practices and standards. It is not only necessary to explain what was done but also what could reasonably have been done. Economic reasons are not a valid argument in the courtroom and should be avoided.

Human Factors. Many systems require operation by a human who thereby becomes an integral part of the system. As such, he can have a significant effect on system performance. Obviously, a large number of human factors must be considered. Very careful consideration must be given to elimination of human-induced error.

Foreseeability. Foreseeability is a factor which requires special attention. It is necessary not only to determine how the product is intended to be used but to also determine every conceivable way that it can be misused. (Who has never used a screwdriver to remove a lid from a closed can?) All conditions of use which might lead to an accident should be detailed. The designer must conclusively demonstrate that the product cannot be made safer, even to prevent accidents, use or misuse.

Legislation. The U.S. Government has taken part in establishing minimum product safety standards by legislation which included establishing regulatory agencies to administer the regulations. While these have functioned with varying degrees of effectiveness and enthusiasm, the designer must conform with them. Among the various acts are: Flammable Fabrics Act (1953), the Hazardous Substances Act (1960), Child Protection and Toy Safety Act (PL 91-113, 1969), Occupational Safety and Health Act (PL 91-596, 1970), Poison Prevention Packaging Act (PL 91-601, 1970), Consumer Protection Safety Act (PL 92-573, 1972).

Codes and Standards. There are various consensus standards such as those promulgated by the American National Standards Institute, the American Society for Testing Materials, National Fire Protection Association, etc. If a product does not satisfy the minimum requirements of such a standard, it is essentially impossible to successfully defend a liability action involving the product. However, compliance with a standard is a weak defense, since in many areas these standards represent a minimum requirement.

Quality Assurance and Testing. The function of quality control is to analytically feed back inspection, testing, and other data, showing designers what the manufacturing process is capable of doing, and revealing any need for design improvement. Manufacturers should test a product in various stages of development, including field service, especially if critical subassemblies are involved. Final tests are

necessary on each individual product or on representative samplings of plant output. Care must be taken that quality control is not relaxed, intentionally or unintentionally, for production expedience.

Consumer Complaints. Data on product failures from test facilities, test laboratories, and from service personnel are valuable. Each complaint should be quickly, carefully, and thoroughly investigated. An efficient reporting system can result in (1) product correction before large numbers of the product reach users, or (2) a product recall before there has been a major exposure of the public by an unsafe product.

Warranties and Disclaimers. Warranties and disclaimers are attempts to limit liability. When used, they must be written in clear, simple,and easily-understood language. Both should be reviewed by highly competent legal counsel knowledgable in both the industry and products liability. Copy of the warranty and/or disclaimer must be packaged with, or accompany, the product. All practical means must be used to make the buyer aware of the contents. It must be recognized, however, that warranties and disclaimers, no matter how well written, are a weak defense.

Warnings and Directions. Directions are intended to ensure an effective use of a product. Warnings, are intended to ensure a safe use. If directions and warnings are inadequate, there is potential liability, since there can be no contributory negligence by the user in failing to appreciate and avoid danger.

Directions and instructions should be written in clear, simple language. Labels permanently affixed to the product are important in many products because original instructions (pamphlets) get lost, especially when the product has a long life. Informative labels (securely attached to the product) with data on potential dangers and basic operating characteristics (load limitations, performance limits, etc.) are most useful.

In writing service manuals and bulletins, thorough background knowledge, proven procedures, simplified instructions, and more-than-adequate cautions and warnings, are absolutely necessary. Emphasis must be placed on inherent dangers and hazardous procedures. Safe methods and procedures must be highlighted. Customers should be alerted to any dangers which would result from using unauthorized parts. Appropriate safety features and procedures should be explained and emphasized in all assembly/disassembly and trouble-shooting presentations.

Warnings should clearly state the nature and extent of the danger. Safe procedures must be given with an indication of the consequences if not followed. Warnings must be conspicuous, complete, and unambiguous. Simple language and appropriate symbols must be used to ensure that the warning is effective.

The burden of full and effective disclosure is on the manufacturer. Directions and warnings, although essential, do not relieve the manufacturer from the duty to design a safe product. The law will not permit a manufacturer, who knowingly markets a product with a danger that could have been eliminated, to evade liability simply because he places a warning on the product. One must design against misuse.

Written Material. All advertising, promotional material and sales literature must be carefully screened. Warranties can be implied by the facts surrounding a transaction, e.g., wording on labels, instruction, pamphlets, sales literature, advertising (written and TV), etc., even though no warranty is intended. There must be no exaggerations in such material. The manufacturer must be able to show that the product can safely do what the advertisement says it will do and tnat the product is properly rated.

Products Recall Planning. It is a fact of life that mistakes are sometimes made even by highly trained professionals exercising utmost care. When this happens, a product recall may be necessary. Unless the specific troublesome part can be readily and uniquely identified as to source, production procedure, time of manufacture, etc., there will be great difficulty in pinpointing the situation within the organization. Placing one advertisement for recall purposes in every newspaper and magazine (not including TV) in the U.S. is very expensive. There is an obvious economic need, as well as a regulatory requirement, that manufacturers (and importers) have systems in being for expeditious recall of a faulty product.

Records. Once involved in litigation, the most powerful defense that manufacturers and engineers can have is an effective, extensive, and detailed record. Records will include how the design came about with notes of meetings, assembly drawings, including safety features, checklists, the state of the art at the time, etc. These records, while no barrier to products liability lawsuits, will go a long way toward convincing a jury that prudent and reasonable care has been taken to produce a safe product. An ounce of prevention is worth a pound of cure.

SUMMARY

It is a very difficult, complex, and highly challenging assignment to put a truly safe product on the market.

The effect of new product safety legal requirements, as they develop is very difficult to predict. One can not afford to wait and see what develops. The product sold today will be the product in the courtroom five years from now being judged by the law in effect at the time. Thus predictions must be made so that the most stringent and definitive legal requirements for safety can be extrapolated some ten years beyond the service life of the product being considered for design, manufacture, and sale.

Safe products are possible. Safety must be a constant concern throughout the entire design, development, manufacturing, packaging, and marketing process, even though nobody suggests it is easy to accomplish. Safe products can be successfully defended in the courtroom.

The engineer/designer must design safety into products for the sake of safety (even if for no better reason than enlightened self interest).

REFERENCES

1. The Code of Hammurabi, University of Chicago Press, 1904.
2. American Law Institute, Restatement of the Law, Second, Torts, 2d, Vol. 2,. American Law Institute Publishers, 1965, St. Paul, Minn.
3. Peters, G.A., "New Product Safety Legal Requirements", Hazard Prevention, Sep/Oct 1978 pp 21-23.
4. Radavich, J.F., "Chip Away", Proceedings, Annual Reliability and Maintainability Symposium, 1978.

PRODUCT LIABILITY BOOK REFERENCES

1. Smith, C. O., "Products Liability, Are You Vulnerable?" Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ 1981.
2. Colangelo, V. J. and P. A. Thornton, "Engineering Aspects of Product Liability," American Society for Metals, Metals Park, OH, 1981.
3. Kolb, J. and S. S. Ross, "Product Safety and Liability, A Desk Reference," McGraw-Hill, New York, NY, 1980.
4. Thorpe, J. F. and W. H. Middendorf, "What Every Engineer Should Know About Product Liability," Marcel Dekker, New York, NY, 1979.
5. Weinstein, A. S., A. D. Twerski, H. R. Piehler and W. A. Donaher, "Products Liability and the Reasonably Safe Product," John Wiley, New York, NY 1978.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

ENSAIO DE LUBRIFICANTES PARA TRANSMISSÕES POR TRAÇÃO

FRANCO GIUSEPPE DEDINI
HANS INGO WEBER
GEPROM — UNICAMP, SP

SUMÁRIO

As transmissões por tração tem no lubrificante utilizado nos contatos o seu ponto crítico. Nestes contatos os lubrificantes são submetidos a altíssimas pressões assumindo um estado de alta viscosidade. O coeficiente de tração é o parâmetro que permite caracterizar a aplicabilidade de cada lubrificante a estas transmissões. Neste trabalho apresenta-se uma máquina desenvolvida para obtenção deste coeficiente, os primeiros valores experimentais e a sua comparação com a curva clássica.

INTRODUÇÃO

Elemento chave nas transmissões por tração, o estudo dos efeitos práticos da lubrificação sob alta pressão tem conduzido, nos últimos anos, diversos pesquisadores e instituições a uma tentativa de consolidar teoria e prática obtendo parâmetros não só qualitativos, mas também quantitativos para aplicações onde somente a teoria da Lubrificação Elastohidrodinâmica (EHD) pode ser bem aplicada.

As transmissões por tração são corriqueiramente confundidas com as transmissões por fricção ou atrito, com as quais só têm, às vezes, em comum a geometria construtiva. Por tração se faz entender o efeito conjunto do contato de corpos elásticos e lubrificação hidrodinâmica no interstício contatual. Este efeito é normalmente expresso pelo coeficiente de tração, utilizado como comparativo para lubrificantes e geometrias. Determinar teoricamente, através da teoria clássica de lubrificação e filme de óleo, as características de determinado contato sob alta pressão já se mostrou inviável. Determiná-las através da teoria de lubrificação E.H.D.mostra-se matematicamente complexa e até o momento irredutível [4 e 7].

Deste modo uma metodologia e um enfoque prático do problema da lubrificação E.H.D. pode, no momento, auxiliar sobremaneira o desenvolvimento das transmissões por tração.

AS TRANSMISSÕES POR TRAÇÃO

Conhecidas e utilizadas desde o início do século, as transmissões por tração têm passado, ao longo dos anos, por momentos de desenvolvimento acelerado causado por aprimoramentos tecnológicos ou científicos, como nas décadas de sessenta e setenta com aços e lubrificantes especiais, ou como nos dias atuais onde as inegáveis qualidades destas transmissões - alta eficiência, baixo ruído, facilidade construtiva e ausência de frequências preponderantes, as colocam como solução em aplicações estratégicas, como redutores em veículos militares, e em aplicações de sistemas com transmissões continuamente variáveis.

Devido à sua semelhança com os mancais de rolamento pode-se aplicar a elas a teoria de Vida de Lundberg-Palmgreen desde que corrigidas as discrepâncias de material e pressão. Pode-se desta forma obter para estas transmissões uma otimização a nível de vida com 90% de confiabilidade. O coeficiente de tração é normalmente admitido como sendo da ordem de 5% para os cálculos preliminares, mas apresenta uma grande dispersão de valores. Procura-se então um lubrificante apto a aumentar esse valor ao máximo no cálculo final. Sua importância pode ser notada pela influência na vida da transmissão: a razão de vida entre transmissões com lubrificantes A e B pode ser dada pela razão direta de seus coeficientes de tração elevada a terceira potência, ou seja:

$$\frac{\text{VIDA TRANSMISSÃO A}}{\text{VIDA TRANSMISSÃO B}} = \left[\frac{\text{Coef. TRAÇÃO A}}{\text{Coef. TRAÇÃO B}}\right]^3$$

Deste modo um aumento do coeficiente de tração da ordem de 10% nos leva a um aumento de vida na ordem de 33%. É portanto relevante a pesquisa das características dos coeficientes de tração para diversos lubrificantes, principalmente no Brasil, onde ainda não existem levantamentos amplos e abertos sobre o assunto [10].

O COEFICIENTE DE TRAÇÃO

O coeficiente de tração é uma forma conveniente de se aquilatar todos os efeitos da lubrificação E.H.D.. Pode ser um fator benéfico, para as transmissões por tração, ou um fator de perdas, para os rolamentos de precisão, por exemplo.

Quando dois corpos estão em contato, a deformação resultante e a distribuição de pressão na área deformada podem ser obtidas pela teoria de Hertz . ampliada. Para corpos tridimensionais em contato, sujeitos a força normal e tangencial, as contribuições de Lundberg e Mindlin aperfeiçoam o tratamento de Hertz. Quando existe além desses parâmetros ainda o escorregamento é a metodologia de Smith e Liu a mais indicada. Finalmente quando se trata de contatos lubrificados e sujeitos a altas pressões existem dezenas de teorias e metodologias dentre as quais se destacam as de Johnson [7]. Herrebrugh [6] Cameron e Wada [8] Dentro deste estudo a determinação da espessura do filme lubrificante tem extrema importância e têm usualmente sido determinada pelas equações empíricas de Dowson [4] e Herrebrugh [6].

Assim a determinação prática do coeficiente de tração também têm por função a corroboração de uma ou outra teoria dentro de cada aplicação.

O coeficiente de tração pode ser interpretado como a razão entre a força tangencial e a força normal existentes em determinado contato, quando existe transmissão de torque, como pode ser entendido na Fig.1:

$$C_t = \frac{\text{Força Tangencial } (F_t)}{\text{Força Normal } (N)}$$

O coeficiente de tração é obtido usualmente pela razão da força tangencial transmitida ou torque transmitido pela força normal aplicada. A eficiência da transmissão está ligada à capacidade de transmissão - maior ou menor da força tangencial aplicada ao rolo movido. Essa transmissão é feita sem contato físico dire-

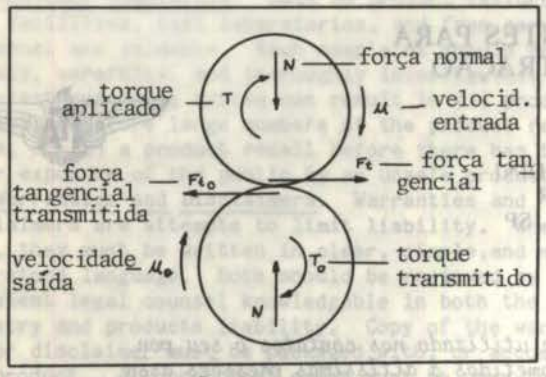


Fig.1 Disposição das forças normal e tangencial, torque e velocidade para um contato típico.

to dos rolos metálicos, agindo como elemento intermediário o filme lubrificante. Segundo a teoria E.H.D.[2] para algumas classes de lubrificantes pode-se admitir que quando submetidos a altíssimas pressões estes tendem a assumir um estado de características não fluidas, também chamado de pseudo-polimerização, com alta resistência ao cisalhamento e que se desfaz tão logo cai a pressão. Assim quando estes lubrificantes ficam retidos na zona de alta pressão forçam a formação de uma concha na área de contato, mostrado na Fig.2, repleta de lubrificante altamente comprimido e capaz de resistir a tensões de cisalhamento. Resumindo, a eficiência da transmissão é função da forma do contato, do tipo de lubrificante, do material dos rolos e do escorregamento característico a estes contatos, chamado "creep".

O valor de projeto dos coeficientes de tração é normalmente dado com escorregamento a 1%. Há, porém, outro tipo de escorregamento ligado à transmissão por tração, conhecido como "slip", composto do efeito do escoamento elástico do material dos rolos no contato e do escoamento plástico do filme lubrificante. Ele é altamente danoso e responsável maior pela propagação das falhas superficiais. Seu surgimento é o responsável pela não linearidade do coeficiente de tração em relação ao "creep" após um certo valor. Assim, além do valor do coeficiente de tração com "creep" a 1%, nos interessa o comportamento deste para escorregamento maiores. Isto nos permite analisar o grau de ocorrencia de "slip" para a geometria testada. A curva típica para o coeficiente de tração em relação ao escorregamento é dada na Fig. 3 [7].

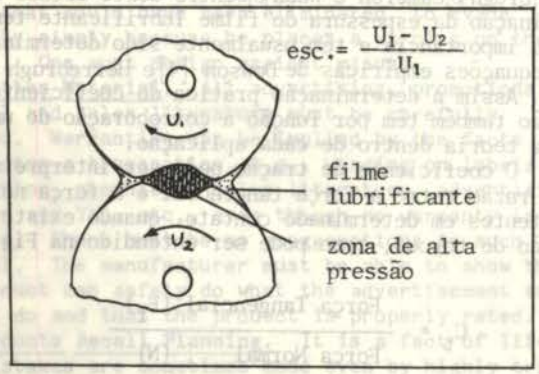


Fig. 2 Zona de alta pressão nas transmissões por tração

OS LUBRIFICANTES

Uma única empresa produz lubrificantes específicos para transmissões por tração. A MONSANTO produtora da linha de lubrificantes SANTOTRAC que é uma das principais responsáveis pela difusão destas transmissões. Segundo suas publicações o coeficiente de tração obtido pelo uso de seus lubrificantes é altamente incrementado. Como comparação, apresentamos o C_t para alguns lubrificantes a 1% creep, 2,8 GPa, 90°C e 24m/s [10].

	C_t
SANTOTRAC 40, 50, 70	0,095
SANTOTRAC 30	0,084
Óleo mineral naftênico	0,066
Óleo hidráulico Mil H-5606	0,060

Já Haseltine [1] apresenta o coef.tração para o mesmo óleo naftênico como sendo 0,042 para 3,5 GPa, 90°C e 5,1m/s sem indicar o escorregamento.

Como no Brasil não temos a determinação deste coeficiente pelas fábricas e como nada nos garante que a composição dos lubrificantes seja similar à composição no estrangeiro, decidimos iniciar uma série de testes para determinar o coeficente de tração para lubrificantes comuns brasileiros, visando a futura aplicação em transmissões por tração otimizadas e de origem nacional.

A MÁQUINA DE TESTES

Existem diversos tipos de máquinas para teste de lubrificantes, dentre as quais, a mais difundida é a máquina de 4 esferas muito utilizada para a determinação de desgaste e proteção superficial, porém pouco representativa para testes de coeficientes de tração. Escolhemos a máquina de dois rolos como modelo a desenvolver, pois, além de ser a mais utilizada em coef. de tração é a que permite o maior número de alterações de configuração.

Um mecanismo de 4 barras permite o desacoplamento da força normal e tangencial na máquina. São utilizadas 3 células de carga para determinação direta da força normal aplicada, força tangencial transmitida e torque transmitido. A aplicação da força normal se faz através de um parafuso e uma mola, a aplicação de carga se faz através de um freio tambor-sapata de carvão, regulado manualmente no eixo de saída, e o acionamento é feito por um motor de 3/4 HP corrente contínua. Podemos com este aparato, no momento, testar para rolos de perfil plano e esférico o coeficiente de tração para lubrificantes aplicados por imersão parcial do rolo inferior. O esquema da máquina pode ser visto nas Fig. 4 e 5.

O material dos rolos é um aço similar ao AISI 52100 produzido pela Empresa Eletrometal e temperado até a dureza de 59 RC com variação dimensional não superior a 20μm e rugosidade superficial média de 0,2 μm.

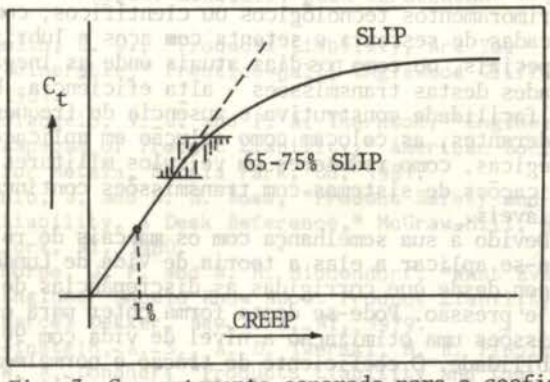


Fig. 3 Comportamento esperado para o coeficiente de tração em função da variação do escorregamento

A máquina é encerrada em uma caixa de acrílico sobre uma bandeja de alumínio e isolada do motor e do freio por acoplamentos elásticos.

A medida da rotação é feita por sensores magnéticos nos eixos de entrada e saída da máquina. O escorregamento é dado pela razão entre a variação de rotação e a rotação de entrada. Para minimizar o erro é utilizado apenas um frequencímetro que "lê" alternadamente a entrada e a saída da máquina.

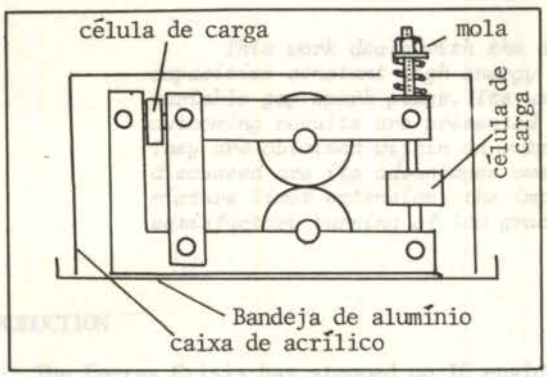


Fig. 4 Esquema do corpo da máquina de ensaios (vista lateral)

Na leitura das células de carga é utilizada uma ponte Philips e um voltímetro digital com alternância de canais.

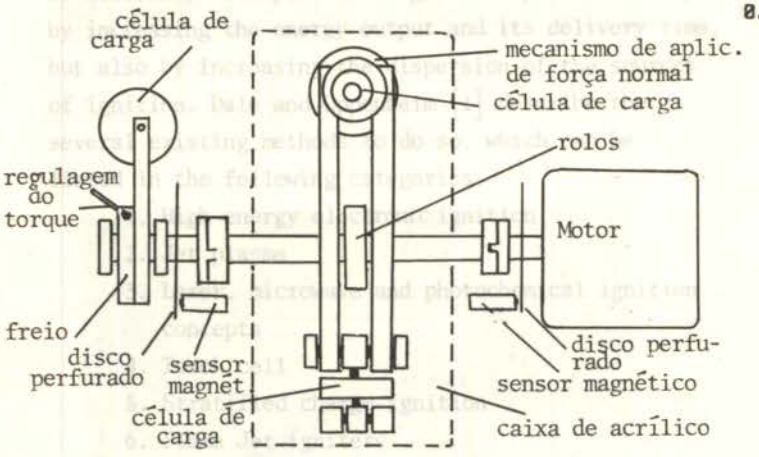


Fig. 5 Esquema da montagem utilizada (vista superior)

A METODOLOGIA

A rotação de entrada foi mantida constante e variando o torque varia-se o escorregamento.

Até o momento foram testados 4 óleos e o procedimento tem se mostrado correto.

Optou-se pela leitura do torque de saída como determinante da força tangencial transmitida, em detrimento da leitura direta pela célula de carga horizontal, que se tem mostrado pouco repetitiva.

Foram escolhidas as rotações de 1000, 2000 e 3000 rpm, respectivamente 3,1; 6,3 e 9,4 m/s e as temperaturas de 35, 45 e 55°C médias para os testes.

A máquina é posta a operar pelo menos 20 minutos antes dos testes que em geral não duram mais que 10 minutos e são feitos em baterias.

Assim ao aumentarmos o torque resistivo o sistema é deixado estabilizar e então são feitas de 10 a 15 leituras.

OS RESULTADOS E CONCLUSÕES

O processamento dos primeiros resultados já nos revela para alguns lubrificantes o comportamento esperado. Porém o fluido hidráulico que se esperava utilizar como comparativo com os resultados divulgados pela MONSANTO [10], mostrou-se tão inadequado que levou os rolos a sofrer danos superficiais.

O segundo lubrificante testado foi o Hyspin AWS150 da Castrol - com aditivos anti-desgaste, anti-oxidante, anti-corrosivo e anti-espumante. Mostrou-se bem aplicável, principalmente em baixas temperaturas e 3000 rpm. Uma das baterias de testes é mostrada na Fig. 6.

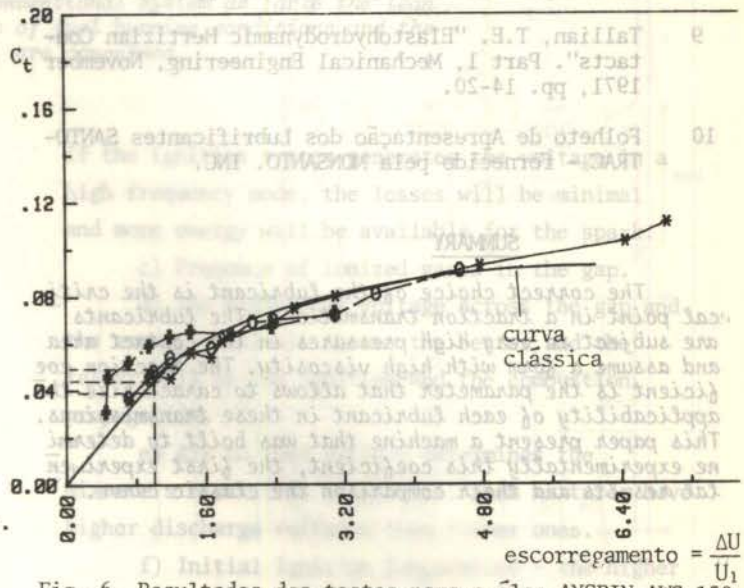


Fig. 6 Resultados dos testes para o óleo AYSPIN AWS 150 Texaco com 1 GPa e 35°C

Pode-se notar uma dispersão nos valores de uma das medidas, porém há uma boa repetibilidade no teste completo. O comportamento do C_t é o esperado e a 1% creep temos o valor de 0,046 ± 0,001 para C_t.

O terceiro lubrificante testado apresentou comportamento semelhante para 1000 e 2000 rpm, porém, espumou violentamente a 3000 rpm quase danificando os rolos. O coef. de tração a 1% ficou por volta de 0,045.

O lubrificante atualmente em testes é o IPIRGEROL EP DA IPIRANGA e tem apresentado nos testes preliminares a 1% de escorregamento o C_t=0,07 a 1000 rpm, 35°C, 1GPa.

É indiscutível a importância da escolha do lubrificante para as transmissões por tração e neste artigo tratamos apenas de um dos fatores que (apesar de ser o preponderante), afetam o seu desempenho. A máquina de testes comprovou-se como ferramenta adequada e os resultados são animadores.

REFERÊNCIAS

1 Haseltine, M.W. et all - "Design and Development of Fluids for Traction and Friction Type Transmissions". Paper SAE 710837.

2 Jacobson, B. "On theLubrication ...and Solidification of the Lubricant" - Journal of Lubrication Technology, July, 1973, 321-327.

3 Green, P.L. and Langenfeld, F.L. "Lubricants for Traction Drives" - Machine Design - 1974 pp.108--113

4 Hamrock, B.J. and Dowson, D. "Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Point Contact" J.L.T. April 1976, pp. 223-229.

5 Jefferis, J.A. and Johnson, K.L. "Traction in Elastohydrodynamic contacts". Proc. Instr. Mech. Engrs, 1967-68, vol. 182 Pt I no 14, pp.281-291.

6 Herrebrugh, K. "Elastohydrodynamic Squeeze Films between Two Cylinders in Normal Approach" Transactions of the ASME, April 1970, pp. 292-302.

7 Johnson, K.L. and Cameron, R. "Shear Behaviour of Elastohydrodynamic Oil Films at High Rolling Contact Pressures", Proc. Instr. Mech.Engrs. 1967-68, vol. 182, Pt. I, no 14, pp. 307-330.

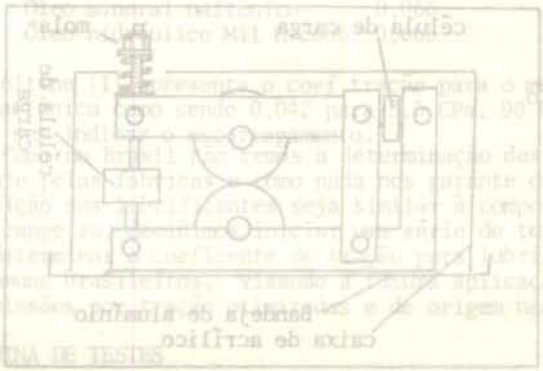
8 Wada, S. and Tsukijihara, M. "Elastohydrodynamic Lubrication of Squeeze Films". JSME, vol. 21, no 159, September 1978, p.no 159-13, pp.1408-1415.

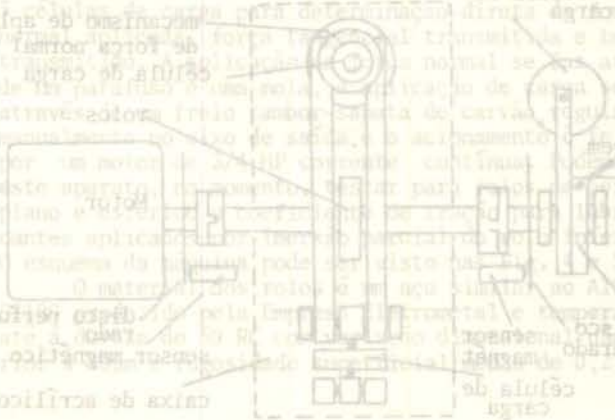
9 Tallian, T.E. "Elastohydrodynamic Hertizian Contacts". Part 1, Mechanical Engineering, November 1971, pp. 14-20.

10 Folheto de Apresentação dos Lubrificantes SANTOTRAC - fornecido pela MONSANTO. INC.

SUMMARY

The correct choice of the lubricant is the critical point in a traction transmitions. The lubricants are subject to very high pressures in the contact area and assume a form with high viscosity. The traction coeficient is the parameter that allows to caracterize the applicability of each lubricant in these transmissions. This paper present a machine that was boilt to determine experimentally this coeficient, the first experimental results and their comparison the classic curve.





HIGH ENERGY ELECTRONIC IGNITION IN IC ENGINES

H.S COUTO
D. BASTOS NETTO
C.R.E.R. DUENAS
INSTITUTO DE PESQUISAS
ESPACIAIS — INPE/CNPq

This work deals with the design, construction, use and testing of a capacitive constant high energy output electronic ignition associated with variable gap spark plugs. Its use has been studied in a VW 1500 engine and the outcoming results are presented in the form of graphs of power vs air/fuel ratio. They are obtained within an output energy range between 68 and 527 mJ. Also discussed are its advantages over the conventional system as far as the lean mixture limit extension, the improvement of fuel burning conditions and the satisfactory burning of low grade fuels, are concerned.

INTRODUCTION

The Energy Crisis has stepped up IC engine research in its several aspects. In recent years, for example, attempts have been made to make them more economic and, as far as possible, pollution free.

One of the most exciting features in the development of IC engines nowadays is the high speed burning of lean mixtures. In order to achieve that it is necessary to improve the ignition system not only by increasing the energy output and its delivery time, but also by increasing the dispersion of the sources of ignition. Dale and Oppenheim [1] describe the several existing methods to do so, which can be listed in the following categories:

1. High energy electronic ignition
2. Jet plasma
3. Laser, microwave and photochemical ignition concepts
4. Torch cell
5. Stratified charge ignition
6. Flame Jet igniters
7. Combustion Jet ignition concept
8. Exhaust gases recirculation ignition

To the above one may add a ninth technique, the Electronic Fuel Injection, developed by Bosch [2].

This work deals with capacitive constant high energy output electronic ignition, which has the following main parameters:

a) The spark plug gap - the bigger the gap the bigger the required voltage. On the other hand, the bigger the probability of a smooth flame, mainly under partial load conditions when strafication occurs (due to the presence of exhaust gas inside the cylinder).

b) The rate of growth of voltage across the gap - If the ignition system generates the voltage in a high frequency mode, the losses will be minimal and more energy will be available for the spark.

c) Presence of ionized gases in the gap.

d) The higher the voltage across the gap and the energy available there, the better and the faster will be the ignition and the combustion propagation.

e) Air to fuel ratio - determines the mixture's electrical properties; lean mixtures have higher discharge voltages than richer ones.

f) Initial Ignition Temperature - the higher the ignition temperature at the beginning of the process, the better the combustion will be [3].

It is shown here the modifications which can be done in the ignition system to obtain higher thermal efficiency, thus achieving fuel savings and/or better power output.

DEVELOPED IGNITION SYSTEM

While conventional ignition systems deliver about 30-40 mJ/spark and use a gap of the order of.7mm, one suggests instead the use of an ignition system able to deliver several hundred mJ across a 2mm gap.

The reason for this choice of gap was due to the fact that if one tries to associate a high energy spark with a bigger gap then it will be essential to provide plugs and cables with a better insulation.

This is to be done without affecting the convencional battery or the insulation of the existing cabling and further, the apparatus has to be convenient both in size and cost.

This system is shown in Fig. 1. It consists basically in a DC-DC converter which charges up a

capacitor (C_2) which in turn stores a given amount of energy, releasing it at a given instant through an induction coil thus allowing a high voltage - high current spark to jump across the plug gap. Notice that the circuit formed by R_2, R_3, C_1, R_4, D_6 and D_7 consists in the differential network which triggers the SCR-1.

Notice further that this system is able to deliver constant energy throughout a wide frequency range.

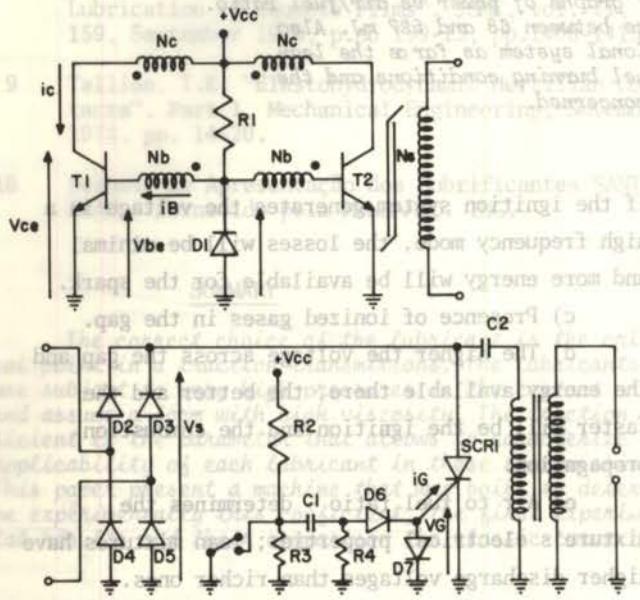


Fig. 1 - Schematic diagram of developed ignition system.

EXPERIMENTAL RESULTS

This system has been used in a VW 1500 engine, second gear, 40% open throttle, AC DELCO 43 FE modified spark plugs. Tests were run with gaps verying from the conventional 0.7 mm to 2.0 mm opening, and with the energy output being changed from the conventional 30-40 mJ up to 527 mJ. Throughout the tests the engine was kept at an average 2250 RPM.

The results for the above conditions are shown in Figures 2 and 3 in which Power Output is plotted against the Air/Fuel ratio.

Further, the frequency response of the proposed system has been measured under ambient conditions with a 12 mm gap, the energy output being kept at 322 mJ.

As can be seen in Figures 4 through 6, the energy output did not change up to frequencies of 400 Hz.

Table 1 shows the results of an analysis of the low grade fuel used in the tests. It was made by CENPES, the official Research Laboratory of Petrobras, the Brazilian Government Oil Co. Unfortunately they are far from satisfactory but nevertheless there is no doubt that the used fuel was a very poor gasohol indeed.

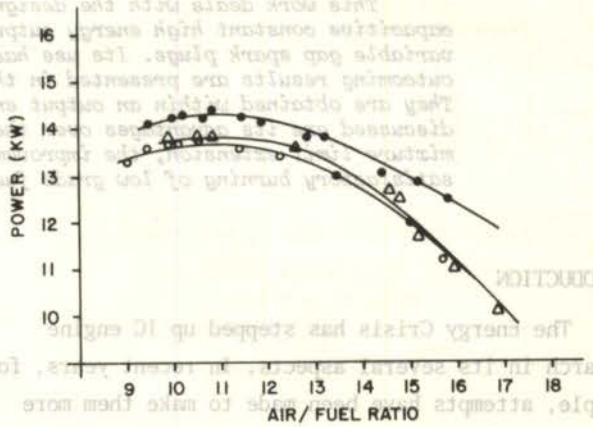


Fig. 2 - o conventional ignition, 0.7 mm spark plug gap
△ 68 mj ignition, 0.7 mm spark plug gap
• 527 mj ignition, 0.7 mm spark plug gap

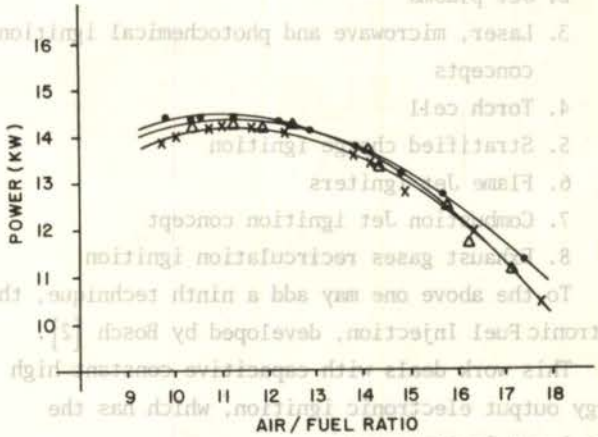


Fig. 3 - • 527 mj ignition 2.0 mm spark plug gap
x 274 mj ignition 2.0 mm spark plug gap
△ 390 mj ignition 2.0 mm spark plug gap

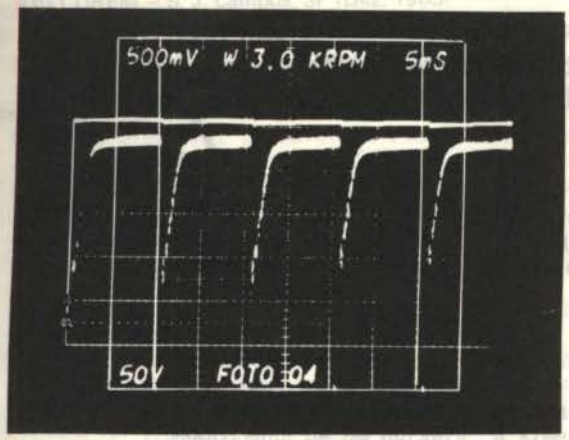


Fig. 4 - Ambient conditions, 12 mm gap, 322mJ. 100 Hz Frequency.

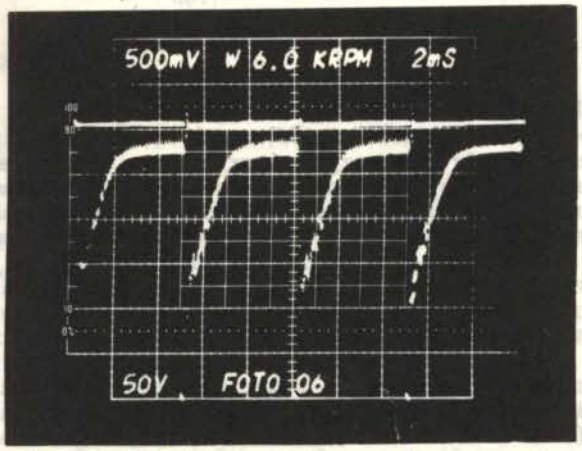


Fig. 5 - Ambient conditions, 12 mm gap, 322 mJ. 200 Hz Frequency.

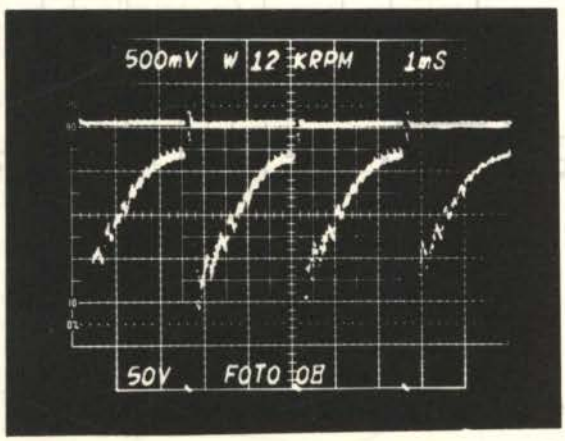


Fig. 6 - Ambient conditions, 12 mm gap, 322 mJ. 400 Hz Frequency.

Table 1

FUEL ANALYSIS (CENPES, RIO, JUNE 1982)

TEST	METHOD	RESULTS	
Distillation			
10%	MB-45	58,0°C	*
50%	MB-45	87,5°C	
90%	MB-45	170,5°C	
BEP*	MB-45	185,5°C	
Residue	MB-45	3,8	
Density			
20/4°C	MB-104	0,7150	
Actual starch	MB-289	246mg/100ml	
Alcohol content	CNP-202/77	14% vol.	
Color	Visual	Yellow	**
Aspect	Visual	Clean	
Vapour pressure	MB-162	0,45Kgf/cm^2	
Octane	MB-457	----	+

* - Sample outside residue specification for distillation (max 2.0). Noticed starch content, not specified, too high.

** - Suspended particles/inexistent.

\+ - Not determined, due to high starch content.

DISCUSSION

Figures 2 and 3 shown that the power output increases along with the increase of the spark energy. This suggest better ignition with the use of high energy sparks [4].

They also show that when one uses the spark plug energy with a bigger electrode gap, the ignition performance for the case of 274 mJ/spark with a 2.0mm gap is nearly the same as in the case of 527 mJ/spark a 0.7mm gap. This suggests that the bigger the ignition kernel, the better the combustion process.

This system has been tried for over 18 months in one of the author's car (Couto), a Ford Maverick, 1975 model, 4 cyl., with a 322 mJ energy output, the results being that:

a) No noxious effects were noticed in the engine, distributor, battery or exhaust system.

b) There was a marked improvement in performance in power as well as in fuel economy. Choosing a smaller nozzle, to keep the power output constant, the car mileage, for speeds between 90 and 100 km/hr (56 and 62 mph), went up from 10.5km/l to 12 km/l (29.6 mpg to 33.9 mpg) under highway driving conditions, lending a qualitative support for the laboratory results.

The choice of the above energy level (ie, 322 mJ/spark) was dictated by the availability of space within the engine compartment and "off the shelf" components.

By comparison the 527 mJ/spark ignition system would have occupied three times the volume of the 322 mJ/spark system and it would have cost twice as much.

CONCLUDING REMARKS

The high energy spark ignition has the following advantages, limitations and extensions:

a) It improves the air/fuel burning as it has been shown in figures 2 and 3 even in the case of low octane fuel.

b) The use of a 322 mJ/spark ignition system with a 2.0 mm gap seems to be quite convenient since in this case there is no need to make any modification in the engine if one wants more power. If one desires fuel saving, then one has just to change the nozzle.

c) It extends the engine operation limit towards leaner mixtures.

d) It does not cause early component wear. Actually it extends the distributor contacts life since now they undergo mechanical wear but no longer electrical wear. This is due to the fact that they work as discharge control and timing only.

e) The distributor contacts gap is not critical anymore, since the energy which is delivered to the spark is independent of its closing time (dwell). As the contacts open, the spark is released, so that the gap control there is not important.

f) It improves cold starting conditions.

BIBLIOGRAPHY

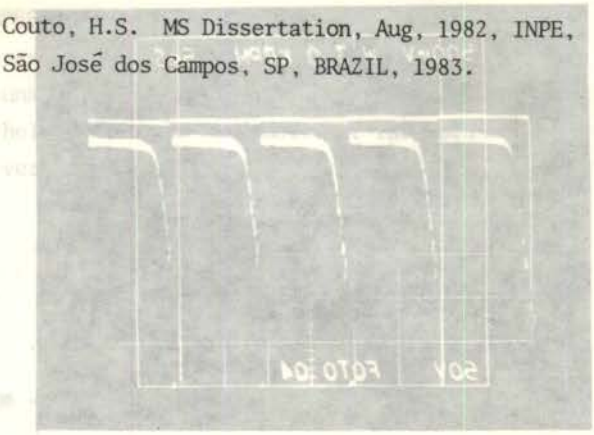
[1] Dale, J.D. and Oppenheim, A.K. Enhanced ignition for I.C. engines with premixed charge. Lawrence Berkeley Laboratory Report No. LBL 11880, California 1980.

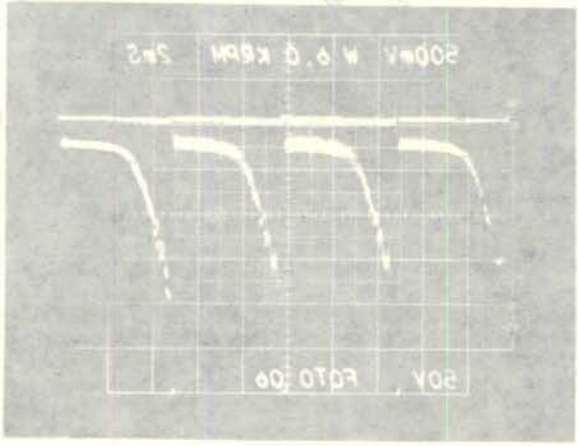
[2] Gorille, I.; Rittmannsberger, N. and Werner, P. Bosch Electronic Fuel Ignition with Closed Loop Control, Automotive Electronics II, IEEE/SAE, Warrendale, Pa, SAE 750368, pp 137 - 144, Pa, 1975.

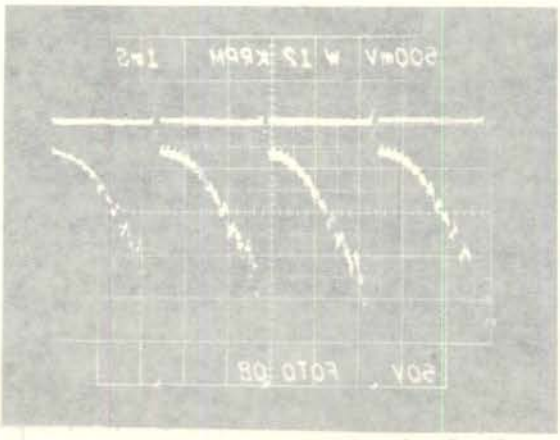
[3] Dyer, T.M. and Flower, W.L. Soot Formation in a Combustion Bomb, SAND 80-8663, Sandia Corporation Research Facility, Livermore, NM, 1980.

[4] Sokolik, A.S. Self Ignition, flame and detonation in gases. Israel Program for Scientific Translations. Jerusalem Israel, 1963.

[5] Couto, H.S. MS Dissertation, Aug, 1982, INPE, São José dos Campos, SP, BRAZIL, 1983.







VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

SIMULAÇÃO EXPERIMENTAL DE UM CONTROLADOR DE VELOCIDADE PARA UM MODELO DE VEÍCULO HÍBRIDO

ANTÔNIO MELO DE OLIVEIRA
JOÃO MAURÍCIO ROSÁRIO
DOUGLAS EDUARDO ZAMPIERI
ÁLVARO GERALDO BADAN PALHARES
FEC, UNICAMP, SP

SUMÁRIO

A energia cinética perdida na frenagem de um veículo em forma de calor pode ser armazenada em um volante. A simulação do ciclo de operação de um veículo híbrido foi feita em um protótipo em escala reduzida, constituído de 2 motores e um volante, uma caixa planetária que bifurca a potência e uma carga correspondendo às condições de operação. Este trabalho pretende desenvolver, para os diferentes ciclos de operação, o controle do fluxo de potência entre as diferentes fontes de energia do veículo híbrido.

INTRODUÇÃO

A representação básica de um sistema com bifurcação de potência de um veículo híbrido constitui-se de um volante, uma caixa de engrenagens planetárias, dois motores c.c., um banco de bateria e controladores, onde o volante, incorporado ao veículo permite recuperar uma parcela de energia que seria dissipada na frenagem [1]. Esta recuperação é conseguida pelo aumento de rotação do volante que virá a fornecer parte da energia necessária à aceleração subsequente. Com isto é possível nivelar-se a demanda de potência da fonte e, com a utilização de uma caixa de engrenagens planetárias (bifurcador de potência), tem-se a possibilidade de manipular adequadamente o fluxo de potência entre as fontes de energia (no caso volante e motores elétricos), permitindo assim condições de máxima eficiência. Um esquema completo, do protótipo do veículo e sua transmissão por engrenagens planetárias é detalhado na Fig. 1.

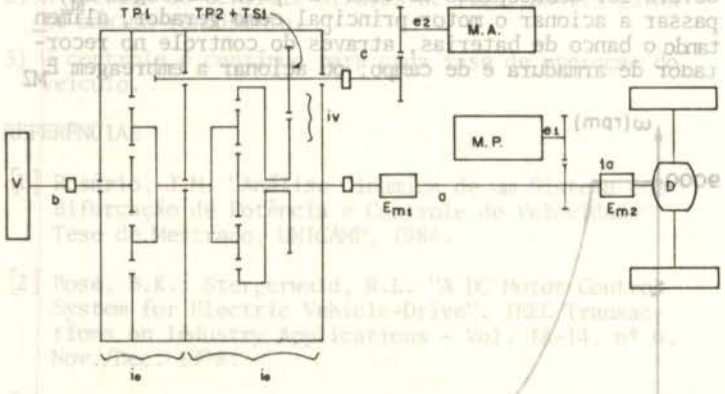


Fig. 1 Esquema da transmissão obtida para estudo

A estratégia de controle do sistema está baseada nas características de operação do bifurcador, que apresenta relações de torque constante entre seus eixos (fixadas no projeto do sistema). Com isso o fluxo de potência no bifurcador está intimamente ligado com a variação de velocidade nos seus três eixos.

A soma das potências nos eixos do bifurcador, a menos de suas perdas internas, permanece constante e igual a zero, em qualquer instante de operação. Deste modo o controle de velocidade dos motores M.A. e M.P. está associado ao fluxo de energia entre os três eixos do sistema e a velocidade será a variável controlada, que de maneira fundamental determina a dinâmica do veículo nas três fases de operação do mesmo.

A proposta principal desta estratégia está no acionamento e controle dos motores M.A. e M.P. que será feito por recortadores (chopper), devido ao alto rendimento e flexibilidade de operação dos mesmos. O acionamento será constituído por dois recortadores por motor, um colocado na armadura e outro no campo permitindo ao motor operar de acordo com as exigências da carga em toda faixa de variação da velocidade [2]. O recortador dará ao motor a condição de operar em dois quadrantes (inversão da corrente), regenerando parte da energia do veículo para o banco de baterias, quando necessário.

As curvas traçadas a partir das experiências realizadas no protótipo, mostradas mais adiante evidenciaram as relações de velocidade e fluxo de potência no bifurcador.

SISTEMA DE ACIONAMENTO

O acionamento com recortador (chopper) para motores c.c. que operam com velocidade e torque variável, alimentados a partir de uma fonte de potência com tensão constante é o que melhor se adapta pelas suas características de alto rendimento e flexibilidade de operação.

A variação da velocidade é feita pela técnica de modulação em largura de pulso (PWM) que por sua vez é controlada pelo intervalo de comutação entre os tiristores T_1 e T_2 do recortador da Fig. 2.

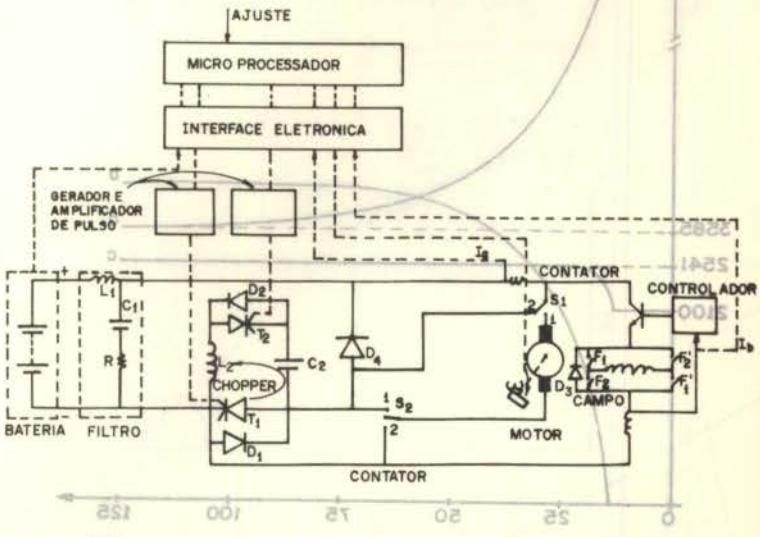


Fig. 2 Esquema de acionamento dos motores M.A e M.P.

O recortador colocado na armadura controla a velocidade e o torque do motor desde a partida até a velocidade de base para o motor, e da velocidade de base até a parada para o motor funcionando como gerador, sendo ela definida como a velocidade na qual o motor é alimentado diretamente da bateria e o campo é pleno.

Quando a velocidade de base é atingida o recortador de armadura é retirado (bypassed) pelo contator S_2 na posição 2 e o controle do motor é feito pelo recortador de campo tanto como motor ou como gerador. Como os contatos F_1, F_1' e F_2, F_2', permitem inverter o campo, o sistema passa a operar nos quatro quadrantes [3].

ESTRATÉGIA DE CONTROLE

A partir de um perfil de velocidade estabelecido para o veículo, pode-se determinar como deve operar o bifurcador. O perfil de velocidade escolhido para o veículo é mostrado na Fig. 3, que pode ser dividido em três fases distintas: aceleração, velocidade constante e frenagem.

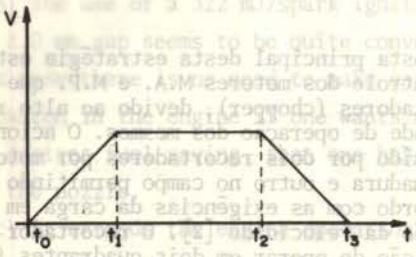


Fig. 3 Perfil de velocidade do veículo

Fase de Aceleração

Ficou provado em [1] que a energia armazenada no volante tem naturalmente dois caminhos para atingir o eixo de acionamento do veículo. Um deles, é o próprio eixo "a" da caixa de engrenagens e o outro é através do eixo "c" passando pelos motores M.A. e M.P.. O primeiro caminho apresenta alto rendimento na transmissão da energia do volante até o eixo de acionamento do veículo. A parcela da energia do volante que é bifurcada para o eixo "c" chega ao eixo de acionamento após duas conversões eletromecânicas, o que implica num rendimento bem menor.

As experiências realizadas com o protótipo mostraram que quando o motor auxiliar é acionado em malha aberta (Fig. 4.a) o eixo "c" sofre um acréscimo de até 20% na velocidade de operação. Esta sobre-velocidade deve-se a quebra brusca do equilíbrio entre o motor auxiliar e o sistema bifurcador, antes de se iniciar o processo de aceleração. A sobre-velocidade pode fazer o motor funcionar como gerador, pelo aumento da força contra-eletromotriz e assim ele passaria a acionar o motor principal fazendo chegar ao eixo de acionamento do veículo a parcela bifurcada de energia do volante através do eixo "c".

Como este processo se dá num curto intervalo de tempo, o acionamento do motor principal exige um sistema de controle de campo e armadura bastante sofisticado que não se justifica, já que a quantidade de energia convertida nas máquinas é pequena.

A proposta da estratégia de controle do motor auxiliar, é então, no sentido de que ele opere sempre como motor durante o processo de aceleração, ou seja, o motor operará em malha fechada com realimentação de estado. Deste modo toda a energia do volante chegará as rodas do veículo sem ter que passar por conversões eletromecânicas. As experiências realizadas no protótipo mostraram que o volante cede uma maior quantidade de energia para o eixo "a".

Fase de velocidade constante

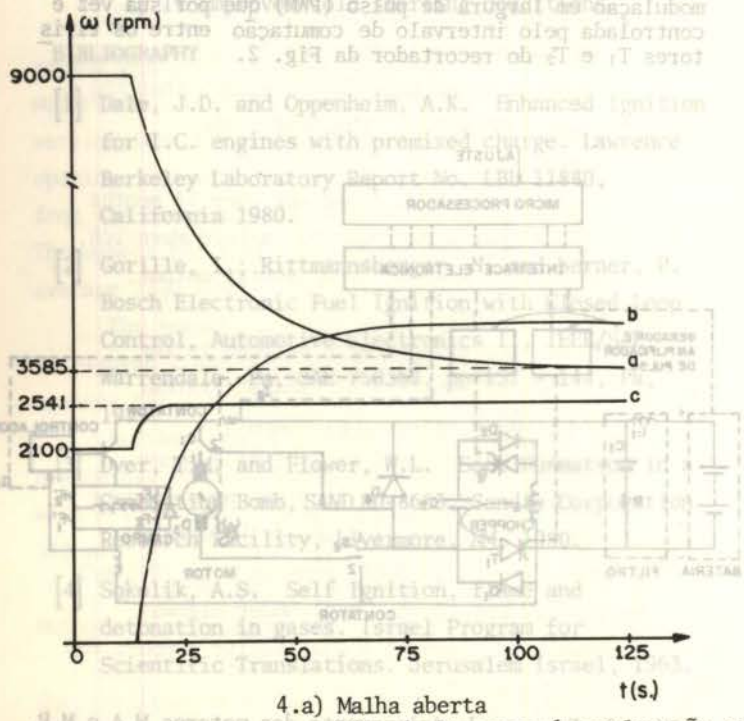
Esta fase é iniciada com o desacoplamento do eixo "a" ao eixo de acionamento do veículo através da embreagem E_{M1} (ver Fig.1). Neste caso o torque resistente da embreagem sobre o eixo "a" fará com que a potência elétrica fornecida pelo motor auxiliar flua para o volante mantendo a velocidade do mesmo num valor fixo.

Se o eixo do veículo aumentar ou diminuir de velocidade, o sistema de embreagem permitirá ao eixo "a" variar sua velocidade de modo a ficar compatível com o eixo do veículo no instante do acoplamento.

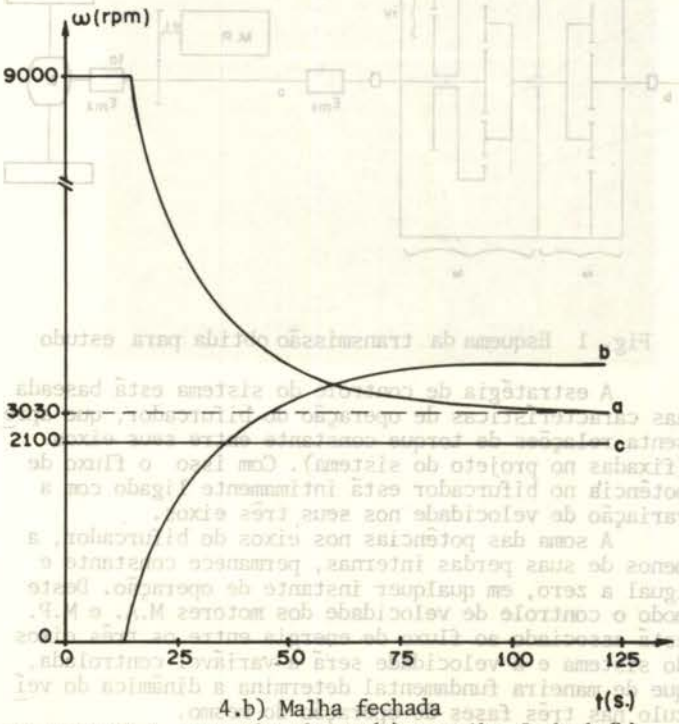
Fase de frenagem

Quando o processo de frenagem é iniciado o eixo "a" deve estar acoplado ao eixo do veículo de modo que a energia do veículo seja transmitida e armazenada no volante, sem que haja sobrecarga no motor auxiliar.

Assim a relação de inércias nos eixos "a" e "b" determina um tempo mínimo para a transferência de energia. Caso se deseje um tempo menor para a frenagem, o veículo deverá ser desacoplado do eixo "a" pela embreagem E_{M2} e passar a acionar o motor principal como gerador, alimentando o banco de baterias, através do controle no recortador de armadura e de campo, ou acionar a embreagem E_{M2}



4.a) Malha aberta



4.b) Malha fechada

Fig. 4 Processo de aceleração com o motor M.A. em malha aberta(a) e malha fechada(b)

para proporcionar uma frenagem puramente mecânica. A Fig. 5 mostra um esquema de acionamento e controle do sistema como um todo. A idéia de bifurcar a potência na frenagem se torna inviável pelos mesmos motivos apresentados na fase de aceleração.

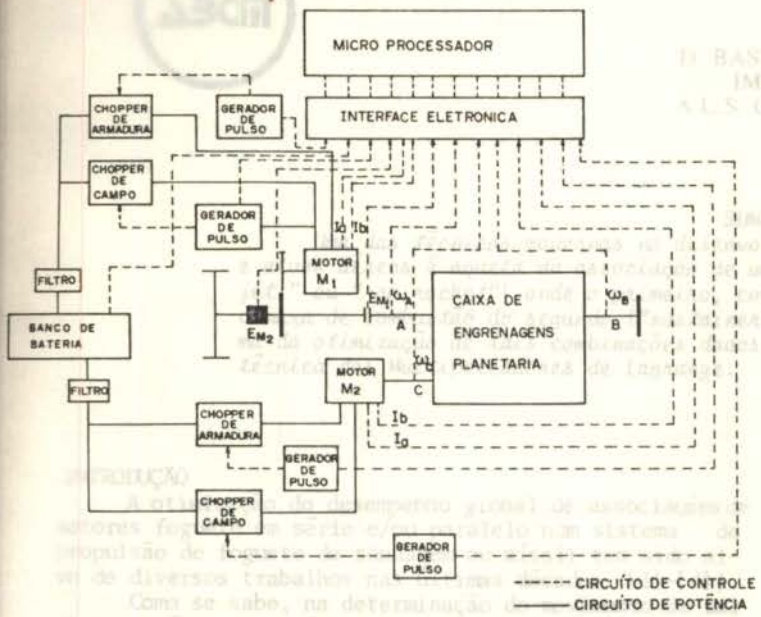


Fig. 5 Esquema de acionamento e controle do sistema

RESULTADOS E CONCLUSÕES

Os testes realizados na bancada esquematizada na Fig. 2, cujos resultados são apresentados na Fig. 4, vieram a comprovar a validade do modelo matemático desenvolvido em [1]. Além disso, pode-se tirar as seguintes conclusões:

1) A otimização proposta maximiza a transferência de energia entre volante e veículo, tendo como limitação as faixas ótimas da caixa de engrenagens planetárias.
2) A escolha do controle através de recortadores garante máximo rendimento.
3) O controle é contínuo para cada fase de operação do veículo.

REFERÊNCIAS

[1] Rosário, J.M. "Análise Dinâmica de um Sistema com Bifurcação de Potência e Controle de Velocidade" Tese de Mestrado, UNICAMP, 1984.

[2] Bose, B.K.; Stergerwald, R.L. "A DC Motor Control System for Electric Vehicle-Drive". IEEE Transactions on Industry Applications - Vol. IA-14, nº 6, Nov./Dec. 1978.

[3] Stergerwald, R.L. "A Two-Quadrant Transitor Chopper for Electric Vehicle Drive - IEEE Transactions on Industry Applications - vol. IA-16, nº 4, Jul/Aug-1980.

SUMMARY

The kinetic energy normally lost during the braking phase of a vehicle may be stored in a flywheel. The simulation of the operation cycle of hybrid vehicle was made in a scaled laboratory prototype, consisting of 2 driving motors and one flywheel, a planetary gear box that sums or splits the power and a load corresponding to the driving cycle. This work intends to develop for different operation cycles, the control of the power flow between the several power sources of the hybrid vehicle.

OTIMIZAÇÃO DE ASSOCIAÇÕES FOGUETE-ESTATO REATOR INTEGRALIZADOS

D. BASTOS NETTO
IME/INPE
A.L.S. GUIMARÃES
IME

SUMÁRIO

Uma das técnicas modernas no desenvolvimento de sistemas de propulsão de mísseis e alvos aéreos é aquela da associação de um motor foguete com um estato-reator ("ramjet" ou "ram rocket") onde o primeiro, com função de acelerador ("Booster") ocupa a câmara de combustão do segundo ("sustainer"). Este trabalho discute aspectos do problema da otimização de tais combinações dados os vínculos da missão escolhida, usando a técnica dos Multiplicadores de Lagrange.

INTRODUÇÃO

A otimização do desempenho global de associações de motores foguete em série e/ou paralelo num sistema de propulsão de foguete de sondagem ou míssil tem sido alvo de diversos trabalhos nas últimas décadas ([1]-[4]).

Como se sabe, na determinação do movimento de tal sistema, é comum o número de variáveis independentes ser maior do que o número de vínculos, conduzindo à imposição de uma "programação" que amarre um grupo de variáveis (conhecidas como "variáveis de pilotagem") introduzindo-se assim os graus de liberdade extra desejados. Um modo de se programar as variáveis de pilotagem é naturalmente a definição precisa de alguma característica de desempenho extrema (tal como, por exemplo, mínimo consumo de combustível ou máximo alcance) além de suas condições iniciais e finais, ou seja, o estabelecimento de um problema clássico de cálculo das variações onde se procura extremo de uma quantidade (expressa como uma funcional) submetida a vínculos.

Essa técnica pode também ser aplicada a sistemas com outros tipos de propulsão tal como o IRR (Integral Rocket-Ramjet) que emprega um motor foguete como acelerador (Booster) e um estato-reator ou estato-foguete / (Ramjet ou Ram-rocket) como estágio de sustentação (Sustainer), integralizados, isto é, onde o primeiro ocupa a câmara de combustão do segundo, que acende ao final da queima do acelerador (Fig. 1). Tal combinação tem a grande vantagem no fato de que o estágio de sustentação carrega apenas o combustível (no caso do estato-reator) ou um propelente muito pobre em O_2 (no caso do estato- foguete) o oxidante sendo o próprio ar. IRR's encontram seu uso na propulsão de mísseis modernos de médio e longo alcance [5]. Vale notar que Estato-Reatores em comparação com Turbo Jatos possuem as seguintes vantagens [6]: a) Maior empuxo por unidade de Peso do Motor; b) Maior Empuxo por unidade de área frontal; c) Operação em maior Temperatura; d) Maior simplicidade, menor custo/HP e d) Maior confiabilidade (Ausência de peças mecânicas em movimento).

Daí o presente trabalho que, definindo um perfil de Missão para um sistema com propulsão tipo IRR, investiga aspectos da otimização de seu desempenho usando um conjunto de Parâmetros de Lagrange e tratando o problema pelo método de Mayer ([7]-[9]).

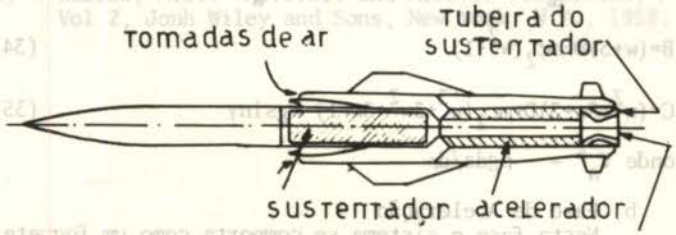


Figura 1. IRR, Configuração proposta (Ref. [5]).

DESCRIÇÃO DA MISSÃO

Considere-se um míssil de massa M no instante t de propulsão tipo IRR (Fig. 1) em voo (velocidade V numa altitude z) num plano vertical em trajetoria com inclinação γ em relação ao horizontal, desenvolvendo um empuxo F (Fig 2) que deverá ser programado para estabelecer o melhor compromisso entre as perdas gravitacionais(campo g, uniforme) e aerodinâmicas (Arrasto D, $D = D(v,z)$). Assim pode-se escrever que:

- Componente tangencial do movimento:

$$F - D - Mg\sin\gamma = M\frac{dv}{dt} \qquad (1)$$

- Componente normal à trajetoria:

$$-Mg\cos\gamma = MV\frac{d\gamma}{dt} \qquad (2)$$

onde a sustentação aerodinâmica (Lift) foi considerada zero;

- Equação do Empuxo (satisfazendo ambas as fases do voo, isto é, a do modo foguete (i=1) e a do modo Estato-Reator (i=2):

$$F = (\dot{m}\delta_{i2} + \dot{m}_i)\, c_i - \dot{m}\delta_{i2}V \qquad (3)$$

onde $\dot{m}$ e $\dot{m}_i$ são respectivamente as vazões mássicas de ar e combustível (ou propelente), c_i a velocidade efetiva de descarga dos gases da combustão e δ_{i2} o delta de Kronnecker;

- E a variação de altitude, Z:

$$\frac{dz}{dt} = V\sin\gamma \qquad (4)$$

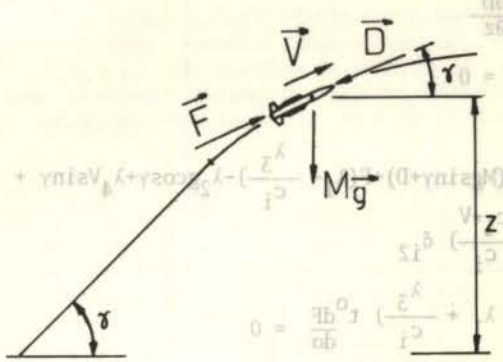


Figura 2. Perfil da Missão.

SOLUÇÃO DO PROBLEMA

Considerando as variáveis como função de um único parâmetro σ, $\sigma_1 < \sigma < \sigma_2$, monotônico, pode-se então escrever as equações acima na forma de relações homogêneas de primeiro grau entre os diversos coeficientes diferenciais, ou seja:

$$G_1 = M(V^o + gt^o \sin\gamma) - Ft^o + Dt^o = 0 \quad (5)$$

$$G_2 = gt^o \cos\gamma + V\gamma^o = 0 \quad (6)$$

$$G_3 = M^o + \frac{F - m\delta_{i2}(c_i - V)}{c_i} t^o = 0 \quad (7)$$

$$G_4 = z^o - Vt^o \sin\gamma = 0 \quad (8)$$

onde $\frac{d}{d\sigma}( ) = ( )^o$ por conveniência (mesma notação que [9]) e naturalmente $t^o \geq 0$.

Pode-se então construir a função G com o auxílio dos multiplicadores de Lagrange, λ_j $(1 \leq j \leq 4)$:

$$G = \lambda_j G_j \quad (9)$$

Notação de Einstein (soma sob índices repetidos).

Como para qualquer caminho ao longo do qual os vínculos sejam satisfeitos dever-se-á ter que

$$I = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} G \, d\sigma = 0 \quad (10)$$

e portanto $\delta I = 0$. (11)

pode-se então escrever, para essa primeira variação,

$$[\lambda_1 M\delta V + \lambda_2 V\delta\gamma + \lambda_3 \delta M + \lambda_4 \delta z - U dt]_{\sigma_1}^{\sigma_2} +$$

$$+ \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} [G_M \delta M + G_V \delta V + G_\gamma \delta\gamma + G_z \delta z + G_t \delta t + G_\alpha \delta\alpha] \, d\sigma = 0 \quad (12)$$

onde os G_q são as respectivas equações de Euler, que devem ser satisfeitas

$$G_q = -\frac{d}{d\sigma}\left(\frac{\partial G}{\partial q^o}\right) + \frac{\partial G}{\partial q} = 0 \quad (13)$$

e onde α é a variável de pilotagem e como a programação é no empuxo,

$$F = F(\alpha), \quad -\infty \leq \alpha \leq \infty, \quad 0 \leq F \leq F_{max} \quad (14)$$

As equações de Euler são então:

$$G_V = -[\lambda_1 M]^o + \lambda_1 D_V t^o + \lambda_2 \gamma^o + \lambda_3 \frac{t^o}{c_i}(m + m_V V)\delta_{i2} - \lambda_4 t^o \sin\gamma = 0$$

$$D_V \equiv \frac{\partial D}{\partial V}, \quad m_V \equiv \frac{\partial m}{\partial V} \quad (15)$$

$$G_\gamma = [-\lambda_2 V]^o + \lambda_1 Mgt^o \cos\gamma - \lambda_2 gt^o \sin\gamma - \lambda_4 Vt^o \cos\gamma = 0 \quad (16)$$

$$G_M = -\lambda^o_3 + \lambda_1 V^o + \lambda_1 gt^o \sin\gamma = 0 \quad (17)$$

$$G_z = -\lambda^o_4 + \lambda_1 D_z t^o + \lambda_3 \left(\frac{V}{c_i} - 1\right) m_z \delta_{i2} t^o = 0 \quad (18)$$

$$D_z \equiv \frac{\partial D}{\partial z}$$

$$G_t = U^o = 0 \quad (19)$$

onde

$$U = -\lambda_1 (Mg\sin\gamma + D) + F\left(\lambda_1 - \frac{\lambda_3}{c_i}\right) - \lambda_2 g\cos\gamma + \lambda_4 V\sin\gamma +$$

$$+ \lambda_3 m \left(\frac{c_i - V}{c_i}\right) \delta_{i2} \quad (20)$$

$$G_\alpha = \left(-\lambda_1 + \frac{\lambda_3}{c_i}\right) t^o \frac{dF}{d\alpha} = 0 \quad (21)$$

E mais a condição de transversalidade,

$$\lambda_1 M\delta V + \lambda_2 V\delta\gamma + \lambda_3 \delta M + \lambda_4 \delta z - U\delta t \Big|_{\sigma_1}^{\sigma_2} = 0 \quad (22)$$

O sistema em estudo envolve, como já dito, duas fases, uma de aceleração (Boosting) executada por um motor foguete e a outra de sustentação, com um estato-reator ou estato-foguete (ram-rocket). Parece interessante tratar-se primeiramente da segunda fase:

a) Fase de sustentação

Nesta fase pretende-se que o empuxo seja continuamente programado, isto é $\frac{dF}{d\alpha} \neq 0$. Daí (21) pode ser escrita

$$c_2\lambda_1 - \lambda_3 = 0 \quad (23)$$

Por outro lado, (19) $\rightarrow$ U = Constante. Como nada foi dito com relação à duração do vôo, δt arbitrário em (22) $\rightarrow$ U = 0.

Daí, usando (20) e (22):

$$\lambda_1[Mg\sin\gamma + D + m(c_2 - V)] + \lambda_2 g\cos\gamma - \lambda_4 V\sin\gamma = 0 \quad (24)$$

A equação (23) pode ser diferenciada,

$$c_2\lambda^o_1 - \lambda^o_3 = 0 \quad (25)$$

e, com o auxílio das equações (15) à (19) e (5) à (8) para i=2 obtêm-se finalmente a expressão abaixo (onde $w \equiv V/c_2$):

$$\lambda_1[mV(w-1) + VD_V + wD] + g\lambda_2\cos\gamma + \lambda_3(m + m_V V)w - \lambda_4 V\sin\gamma = 0 \quad (26)$$

com (23) em (26),

$$[mwV + VD_V + wD + m_V V^2]\lambda_1 - g\lambda_2\cos\gamma - V\lambda_4\sin\gamma = 0 \quad (27)$$

que por sua vez pode ser diferenciada, obtendo-se (de novo, com as substituições apropriadas das equações (15) a (19) e (5) à (8) e mais, (24) e (27),

$$\left[C.\frac{F-D}{Mg} - (A-B)\sin\gamma - Mg\cos^2\gamma\right]\lambda_1 + 2V\lambda_4\cos\gamma = 0 \quad (28)$$

onde

$$A = 2wD + (2+w)VD_V + V^2 D_{VV} + 3mwV + (3+w)V^2 m_V + V^3 m_{VV} - Mg\sin\gamma -$$

$$-m(c_2 - V) - \frac{V^2}{g}[m_z(c_2 + V(w-1)) + V^2 m_{VZ} + VD_{VZ} + (w-1)D_z] \quad (29)$$

$$B = (1+w)D + VD_V + m(c_2 - V) + mwV + m_V V^2 \quad (30)$$

$$C = (w^2 + w - 1)D + (1+2w)VD_V + V^2 D_{VV} + mc_2(w^3 + 2w^2 + w - 1) +$$

$$+ 2m_V V^2(w+1) + V^3 m_{VV} - Mg\sin\gamma \quad (31)$$

vale notar que as relações acima coincidem com os resultados de [9] se nelas se fizer m e suas derivadas nulas, como esperado.

As equações (24), (27) e (28) são homogêneas em λ_1, λ_2 e λ_4 fornecendo

$$\frac{F-D}{Mg} = \frac{1}{C}(A\sin\gamma - B\operatorname{cosec}\gamma) \quad (32)$$

como em [9], onde naturalmente A, B e C aqui são dados por (29), (30) e (31); e os multiplicadores (exceto por um fator de escala) são determinados na fase de sustentação.

Se se fizer $D = K\rho V^2$ e $m = \rho VA$, onde $\rho = \rho(z)$, K e A, constantes, então as equações (29) a (31) podem ser escritas

$$A = \left[6 + 4w + \frac{V^2}{V_a^2}(1+w)\right]D + mc_2\left[4w^2 + 4w - 1 + \frac{V^2}{V_a^2}(w^2+1)\right] - Mg\sin\gamma \quad (33)$$

$$B = (w+3)D + mc_2(w^2+1) \quad (34)$$

$$C = (w^2 + 5w + 3)D + mc_2(w^3 + 3w^2 + 3w - 1) - Mg\sin\gamma \quad (35)$$

onde $V_a^2 = -\rho g dz/d\rho$

b) Fase de Aceleração

Nesta fase o sistema se comporta como um foguete

comum e assumindo-se que nela não haverá controle, $\frac{dF}{d\alpha} = 0$, em (21) ie, que o empuxo F é constante e que $F >> D$ e mais que γ é constante nesta fase, pode-se então reescrever (5) para i = 1, obtendo-se:

$$M(V^o + gt^o \sin\gamma_1) - Ft^o = 0 \qquad (36)$$

usando-se (7),

$$V^o + gt^o \sin\gamma_1 + \frac{M^o}{M} c_1 = 0 \qquad (37)$$

onde γ_1 é o ângulo em relação à horizontal, constante nesta fase do vôo. Integrando-se (37):

$$\Delta V = c_1 \ln \frac{M(o)}{M(o) - M_{p_1}} - gt_1 \sin\gamma_1 \qquad (38)$$

resultado conhecido e esperado, onde M(o) é a massa total inicial do sistema, M_{p_1} a massa de propelente do foguete e t_1 o seu tempo total de queima.

CONCLUSÕES

Neste trabalho estudou-se alguns aspectos do problema de otimização de uma associação foguete estato-reator integralizados.

Não se cuidou da concordância dos caminhos de integração entre a fase da sustentação e a de aceleração, para o que se deve aplicar as condições de canto de Weierstrass-Edman, impondo a continuidade de todos $\partial G/\partial q^o$ na junção entre os extremos ($q = \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$, M, V, γ, 2 e U). Vale notar que muito possivelmente, para o tipo de fase de aceleração escolhida (e que corresponde ao problema real), haverá necessidade de se interpor entre esta e a de sustentação, uma fase de vôo livre (coasting) com programação em γ, para garantir compatibilidade entre os multiplicadores de Lagrange naquelas fases.

Vale notar também como de interesse um perfil da missão onde a fase de aceleração ocorre em voo vertical (interesse tático óbvio e uso moderno) com transição controlada para a fase de sustentação.

Finalmente é possível a programação do Empuxo para um máximo alcance (introdução de mais um vínculo (outra relação cinemática)) e seu multiplicador correspondente e, para a fase sustentada certamente (dependendo/ da forma aerodinâmica do míssil) dever-se-á introduzir/ a ação da sustentação aerodinâmica ("Lift").

BIBLIOGRAFIA

[1] - BASTOS-NETTO, D. - "A Review on the Problem of Optimal Staging of multistage Processes"- Workshop on optimal Systems, NASA/DFVLR/IAE-CTA, 08 out 1976, São José dos Campos, SP. Publicação 130, IPqM, RJ, Dez 1978.

[2] - Shaver, R.D. - "The twostage sounding Rocket Problem". Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 4, No.10, p-130, oct 1967.

[3] - Mason, J.D., Dickerson, W.D. and Smith D.B. - "A Variational Method for Optimal Staging", AIAA J., vol. 3, 2007 - 2012, 1968.

[4] - Tsien, H.S. and Evans, R.C. - "Optimum Thrust Program for a Sounding Rocket" J.Am. Rocket Soc. vol 2, No. 5, p-99, 1951.

[5] - Gregoriu, G. - "European Missile Aerodynamics and Development" - A short course an Missile Aerodinamics, U. of Tennessee April 7-11, 1980, p-18.

[6] - Zucrow, M.J., "Aircraft and Missile Propulsion, / Vol 2, Jonh Wiley and Sons, New York, N.Y., 1958.

[7] - Wylie, C.R. - "Advanced Engineerig Mathematics", pp 613-630, 4th Ed., McGraw-Hill New York, NY , 1975.

[8] - Detmann, J.W. - "Mathematical Methods en Physics and Engineering", pp 101-122, 2nd Ed. McGraw-Hill, New York, N.Y., 1969.

[9] - Barrère, M., Jaumotte, A., De Venbeke, B.F. and Vandenkerckhove, J. - "Rocket Propulsion"pp772 - 812, Elsevier Publishing Co., New York, N.Y,1960.

SUMMARY

The association of a rocket engine with a ramjet (or ram rocket) constitutes one approach in the development of recent propulsion systems for missiles and Drones (RPV's), where the former has the Boosting function and occupies the combustion chamber of the latter (the sustainer). This work deals with aspects of the optimization of the component integration by starting with the mission constraints and applying a Lagrange / Multipliers Technique.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

ESTUDO DA DINÂMICA DE SEPARAÇÃO DA COIFA DO FOGUETE CENTRAL DE UM VEÍCULO LANÇADOR

HARUMI SEITO
SHEO PRAKASH
IAE/CTA
RODOLPHO VILHENA DE MORAES
IEA/ITA

SUMÁRIO

Este trabalho trata do cálculo numérico das trajetórias de um veículo lançador (VL) e das duas metades da coifa de proteção do satélite, a partir do momento do alijamento da coifa. Cada trajetória tem movimento bidimensional com três graus de liberdade (duas velocidades lineares e uma velocidade angular). Inicialmente foram desenvolvidas as equações diferenciais do movimento do foguete e das duas metades da coifa. A partir das condições iniciais impostas, o obedecendo um critério de segurança, integrou-se os sistemas de equações diferenciais pelo método de Runge-Kutta-Verner, obtendo-se as trajetórias. O programa de computador foi escrito em Fortran 5, utilizando-se a subrotina DVERK do IMSLIB (International Mathematical and Statistical Library) e desenvolvido no sistema CYBER 170/750 do IEAv-CTA.

INTRODUÇÃO

A colocação de carga útil no espaço, pode ser feita utilizando-se um veículo de múltiplos estágios, no qual a carga útil é alojada no último estágio.

Assim, a carga útil possui uma proteção contra a pressão aerodinâmica e contra o aquecimento cinético, por meio da coifa, a qual serve, também, para direcionar o veículo e reduzir o arrasto aerodinâmico.

A uma determinada altitude, na qual o aquecimento cinético e as forças aerodinâmicas são relativamente desprezíveis, a coifa perde seus objetivos e deve ser alijada para reduzir a massa e melhorar a performance, bem como tornar possível a separação da carga útil do VL. É extremamente importante assegurar que o alijamento da carenagem não introduza erros significativos na velocidade lateral, e que tampouco haja choque entre as partes descartadas com o VL.

Entretanto, com o intuito de avaliar a influência das forças aerodinâmicas na dinâmica da separação, supõe-se o veículo acelerado na atmosfera e a coifa sendo nela alijada.

Neste trabalho, considera-se a coifa como sendo formada por uma parte superior cônica e uma inferior cilíndrica, e dividida em duas metades simétricas, segundo o plano da trajetória do veículo lançador.

No instante anterior ao do início do alijamento, o sistema que prende a coifa ao veículo, solta-a, e imediatamente após, um conjunto de molas aplicado convenientemente entre as duas metades é acionado, fornecendo uma força que as separa.

Para equacionar o problema utilizam-se equações do movimento com seis graus de liberdade, para cada grupo, apresentadas na ref (01) e, diante das restrições consideradas no título abaixo, o sistema de equações diferenciais ordinárias do movimento, é montado tanto para o veículo, quanto para a coifa.

Supõe-se conhecido as características físicas, propulsivas, cinemáticas e aerodinâmicas do veículo. Toma-se como valores cinemáticos iniciais da coifa, os mesmos do veículo no instante da separação, e considera-se conhecido o modelamento aerodinâmico da coifa.

EQUACIONAMENTO

Generalidades. Toda a formulação é tratada dentro dos conceitos da mecânica clássica de Newton.

O evento por se processar num espaço curto de tempo, permite considerar a Terra fixa e plana, bem como considerar a aceleração da gravidade constante.

O veículo é assumido como um conjunto de partículas, no qual a distância entre qualquer par de partículas é constante. Portanto, os efeitos aeroelástico não são incluídos nas equações, consequentemente, não existem forças internas agindo entre os elementos de massa e o movimento do veículo é descrito por uma translação do centro de gravidade e por uma rotação em torno deste ponto.

O veículo lançador tem dois planos de simetria.

Sistemas de Referências. Quatro sistemas de coordenadas ortogonais dextrogiros são usados para definir a posição e a orientação angular do veículo lançador e da coifa no espaço.

O sistema de eixos detonados por X_g, Y_g, Z_g é fixado na superfície da Terra, onde Z_g possui a mesma direção e sentido da aceleração da gravidade; X_g aponta para o norte e Y_g aponta para o leste.

O sistema de eixos inercial denotado por XYZ é fixado no centro de massa do veículo, e possui as mesmas direções e sentidos dos referenciais móveis no instante antes do início da separação.

O sistema de eixos xyz, chamado de sistema de eixos móvel, é fixado no centro de massa do corpo, tão logo inicie a separação. O eixo x coincide com a linha longitudinal do corpo e é positivo no sentido avante. A direção de y é paralela à horizontal da posição de lançamento e o eixo z completa o sistema. O sistema de eixos móvel do veículo terá o índice inferior v para diferenciar do sistema da coifa que terá o índice c.

Para se definir a atitude do corpo em relação ao sistema de eixos inercial, faz-se uso dos ângulos de Euler Ψ, θ, e ϕ, onde a ordem de rotação do veículo é guinada, arfagem e rolamento, respectivamente, e as suas variações em relação ao tempo denotamos por $\dot{\Psi}, \dot{\theta}$, e $\dot{\phi}$.

Matriz de Transformação e sua Propriedade. Para se definir a orientação do veículo em relação a um sistema de eixos ortogonais de referência, usa-se uma série de rotações: cada rotação é caracterizada por uma transformação ortogonal. A estas rotações associadas denomina-se ângulos de Euler. Os ângulos de Eular são três deslocamentos angulares com os quais se transportam as coordenadas de um sistema de eixos cartesiano para outro sistema de eixos cartesiano. (02)

Assumindo-se a origem do sistema de eixos de referência (sistema inercial) coincidente com a origem do sistema de eixos fixo no veículo e fazendo-se

uma conveniente sequência de rotações obtem-se a matriz de transformação $A_{V,R}$, onde o índice (V,R) significa a transformação do sistema de referência para o sistema do veículo. Esta matriz tem a seguinte propriedade:

$$A_{V'R} = A^{T}_{R,V} = A^{-1}_{R,V}$$

Equações Auxiliares. A velocidade linear $\vec{V}$ pode ser decomposta segundo o sistema de eixos xyz preso ao veículo em $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$, respectivamente. De maneira análoga, a velocidade angular $\vec{W}$ pode ser decomposta nas componentes p, q e r, em torno de x, y e z, respectivamente. As componentes das velocidades lineares e angulares compõem os seis graus de liberdade de cada corpo.

As componentes $\vec{p}$, $\vec{q}$ e $\vec{r}$ da velocidade angular podem ser expressas em termos dos ângulos de Euler como se segue.

$$p = \dot{\phi} - \dot{\Psi} \cdot \text{sen}\theta$$

$$g = \dot{\theta}.\cos\phi + \dot{\Psi}.\cos\theta.\text{sen}\phi$$

$$r = \dot{\Psi}.\cos\theta.\cos\phi - \dot{\theta}.\text{sen}\phi.$$

Equações do movimento da coifa. Utilizando-se a equação geral do movimento apresentado na referência (2) e assumindo-se as hipóteses em seguida apresentadas: três graus de liberdade $(\vec{u},\vec{v},\vec{r})$, sem empuxo, sem variação de massa, sem controle, pequena variação do número de Mach, sem empenas e sistema de referência coincidente com os eixos principais de inércia. Obtem-se as equações do movimento da coifa.

$$\dot{u} = r.v - g.\text{sen}\theta + \frac{1}{2}\frac{\rho.\bar{V}^2.S.C_X}{m}$$

$$\dot{v} = -r.u - g.\cos\theta.\text{sen}\phi + \frac{1}{2}\frac{\rho.\bar{V}^2.S.C_Y}{m} + F_{mola}$$

$$\dot{r} = \frac{1}{2}\frac{\rho.\bar{V}^2.S.\ell.C_N}{I_{zz}}$$

Equações do movimento do veículo lançador. Utilizando-se a mesma equação (01) e assumindo-se como hipótese: três graus de liberdade $(\vec{u},\vec{w},\vec{q})$, jato centralizado, sem controle, simetria nos planos X_Y e X_Z, empenas fixas, pequena variação do número de Mach e sistema de referência coincidente com os eixos principais de inércia. Obtem-se as equações do movimento do VL:

$$\dot{u} = -q.w - g.\text{sen}\theta + \frac{T}{m} + \frac{1}{2}\frac{\rho.\bar{V}^2.S.C_X}{m}$$

$$\dot{w} = q.u - g.\text{sen}\theta.\cos\phi + \frac{1}{2}\frac{\rho.\bar{V}^2.S.C_Z}{m}$$

$$\dot{q} = -q.\frac{I_{yy}}{I_{yy}} + \frac{1}{2}\frac{\rho.\bar{V}^2.S.\ell.C_M}{I_{yy}}$$

Critério de segurança. Deve-se assegurar uma distância mínima entre o veículo lançador e a meia coifa ejetada, pois qualquer contato entre os corpos pode por em risco a missão.

Considerando: $\vec{V}$ a velocidade linear do c.m., $\vec{R}$ o vetor posição do ponto crítico ao c.m., $\vec{W}$ a velocidade angular da meia coifa e utilizando a derivada de um vetor arbitrário expresso em um sistema arbitrário.

$$Y_p = \int(v + (r \cdot x - p \cdot z))\, dt$$

$$Z_p = \int(w + (p \cdot y - q \cdot x))\, dt$$

$$R_p = (Y_p^2 + Z_p^2)^{0,5}$$

que para cada distância longitudinal de segurança ($\Delta X = X_C - X_V$) está associada um raio de segurança (raio N) podemos estabelecer o seguinte critério de segurança:

N = 1,2,3,....., M

Se $\Delta X \leq XN$, assumir raio N

Se $R_p \leq$ raio N, houve choque

Se $X > XN$, assumir próximo valor de N

Se $XN = XM$, a coifa passou ilesa.

RESULTADOS

Tabela 1. Variação do c.m. da Coifa em Relação ao c.m. do Veículo para os Forças F e Momentos M dados

	F = 600 M = 0	F = 1200 M = 0	F = 1800 M = 0	F = 600 M = 60	F = 600 M = 1200
t_0	50.00 s	50.00 s	50.00 s	50.00 s	50.00 s
ΔX	2.058m	2.058m	2.058m	2.058m	2.058m
ΔY	0.103m	0.103m	0.103m	0.103m	0.103m
t_1	50.20 s	50.20 s	50.20 s	50.20 s	50.20 s
ΔX	1.549m	1.547m	1.546m	1.549m	1.549m
ΔY	0.572m	1.114m	1.656m	0.569m	0.566m
t_2	50.40 s	50.40 s	50.40 s	50.40 s	50.40 s
ΔX	0.041m	0.036m	0.032m	0.042m	0.040m
ΔY	0.978m	2.170m	3.361m	0.971m	0.965m
t_f	50.67 s	50.67 s	50.67 s	50.67 s	50.67 s
ΔX	-3.816m	-3.820m	-3.825m	-3.836m	-3.856m
ΔY	1.793m	3.851m	5.909m	1.807m	1.821m

OBS: Para $\Delta X < -3.8$m o veículo passou sem se chocar com a coifa.

Tabela 2. Influência da atmosfera no tempo e na variação da distância de separação

$.5\rho.V^2.S$	t_i (s)	ΔY_i (m)	t_f (s)	ΔY_f(m)
13660m 25951.N	0.0	0.103	0.14	0.740
49900m 111.N	0.0	0.103	0.42	1.332

Discussão dos Resultados. Realizou-se vários cálculos de trajetórias, mantendo o momento constante e a força sendo variável, e vice-versa (tabela 1) e observou-se que a intensidade da força da mola é a variável predominante na dinâmica de separação. Realizou-se, também, cálculos de trajetórias mantendo mesmas condições de entrada e variando apenas a força dinâmica (tabela 2) e observou-se que quanto maior a força dinâmica menor será o tempo para o veículo passar sem se chocar com a coifa, e observou-se também que menor será a distância de separação ΔY, onde ΔY significa a distância do c.m. do veículo ao c.m. da coifa segundo o eixo y.

CONCLUSÃO

Quando a separação da coifa do VL se efetuar onde a força dinâmica não é desprezível, apezar do tempo de segurança ser menor, menor também será a distância de segurança ΔY, o que exigirá, para se manter um certo ΔY, uma maior intensidade de força da mola.

REFERÊNCIAS

(1) Gainer, T.G. and Hoffman, S., Summary of Transformation Equations and Equations of Motion Used in Free-Fligt and Wind-Tunnel Data Redution and Analysis, NASA SP-3070, Washington D.C. (1972).

(2) Kaplan, M.H., Modern Spacecraft Dynamics and Control, John Wiley & Sons, New York (1976).

(3) Etkin, B., Dynamics of Atmospheric Flight New York, John Wiley and Sons, (1972).

SUMMARY

This work deals with the study of launch vehicle (VL) and heat shield trajectories just after its ejection. Each of these systems has a bidimensional movement with three degrees of freedom. At the bifining we have developped the differential equatios which describe the rocket and heat shield movement. Starting with the initial conditions, the differential system of equations are integrated, using Runge-Kutta method to get the trajectories. The criteria for a safe separation is established in the present analysis. The computer program had been written with FORTRAN V, using DVERK subroutine of IMSLIB (International Mathematical and Statistical Library) and had been developped on the 170/750 CYBER system of IEAv - CTA.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

BUSCA UNIDIMENSIONAL POR CRITÉRIOS DE DECIDA SUFICIENTE PARA UM ALGORITMO DE DIREÇÕES VIÁVEIS

LUIZ ALFREDO VIDAL DE CARVALHO
JOSÉ HERSKOVITS NORMAN
PEM-COPPE/UFRJ

Nos algorítmos de direções viáveis para programação não linear restrita determina-se uma direção de descida, em relação a uma função pré-determinada, que contenha um segmento não nulo na região viável. Uma nova solução é gerada caminhando-se um certo passo sobre a referida direção. A determinação do passo requer um algorítmo específico chamado de busca unidimensional. Neste trabalho apresentamos um processo de busca unidimensional restrita, uma vez que desejamos soluções sempre viáveis, e resultados numéricos são apresentados.

INTRODUÇÃO.

Em engenharia é frequente o problema de programação não-linear definido abaixo:

$$\text{Minimizar } f(x),\ x \in R^n \qquad (1)$$

$$\text{sujeita a: } g_i(x) \leq 0;\ i = 1\ldots,m$$

onde $f(x)$ e $g_i(x)$; $i = 1\ldots,m$ são funções não-lineares quaisquer.

Para resolver (1) vários métodos são propostos entre eles os ditos de "direções viáveis" que, partindo de um ponto inicial viável, geram uma sequencia $\{x_k\}$ também viável tal que $f(x_{k+1}) < f(x_k)$ e convergente ao ótimo do problema. Em particular, o "Algorítmo de Direções Viáveis em Duas Etapas" [1], [2] gera primeiramente uma direção de descida d_o e, em uma segunda fase, deflete a mesma para torná-la viável. Achada a direção de descida viável d_k, realiza-se a chamada busca unidimensional que determina o passo t que se deve avançar sobre a direção d_k, chegando-se a uma nova solução viável.

Uma vez que a direção d_k é obtida através de informações pontuais, sua característica de descida só é garantida na vizinhança do ponto x_k. A partir de certos valores do passo a função objetivo não sofrerá decréscimo sendo necessário determinar um passo de forma a manter, pelo menos qualitativamente, as características pontuais.

Uma idéia inicial seria minimizar a função objetivo sobre a direção d_k determinando, desta forma, o passo ideal.

Em trabalhos recentes, diversos autores [3], [4] destacam que a minimização unidimensional exata consome muito esforço de cálculo, sem ganhos compensadores na função objetivo. Com o intuito de aumentar a eficiência global do processo iterativo, foram propostos critérios de aceitação do passo que garantem apenas um decréscimo da função. Com a inclusão de restrições, a idéia de minimização da função objetivo continua sendo válida, porém os critérios de busca precisam ser reformulados de modo a admitirem as restrições.

Desta forma, estamos interessados no problema de achar um passo t capaz de provocar uma diminuição aceitável no valor da função objetivo e mantendo a viabilidade, ou seja: achar t tal que: $h(t) < h(0)$ sujeito a: $G_i(t) \leq \gamma_i G_i(0)$; $i = 1\ldots,m$ (2)

onde:

a) $\gamma_i \in (0,1)$ é um escalar que garante a viabilidade estrita, necessária para o funcionamento do Algorítmo de Direções Viáveis em Duas Etapas.

b) $h(t) = f(x_k + td_k)$ (3)

c) $G_i(t) = g_i(x_k + td_k)$ (4)

CRITÉRIO DE ACEITAÇÃO.

Em um processo de busca unidimensional inexato é preciso determinar um intervalo dentro do qual qualquer passo é aceitável ao algorítmo de otimização. A delimitação deste intervalo é feita segundo a definição de "critérios de descida suficiente", uma vez que implicam na redução do valor da função de mérito. Basicamente, o objetivo é achar um passo que não seja tão pequeno a ponto de retardar a convergência e nem tão grande que provoque inviabilização ou aumento no valor da função.

Além de precisarmos definir o critério de aceitação, também faz-se necessário estabelecer um procedimento iterativo para a determinação de pontos que satisfaçam o critério. Estes itens não são independentes mas são apresentados separadamente por motivos didáticos.

CRITÉRIO DE FUNÇÃO.

Como limitante superior do passo e, ao mesmo tempo, garantindo uma diminuição da função objetivo definimos o critério:

$$h(t) \leq h(0) + mh'(0) \qquad (5)$$
$$m \in (0,1)$$

Desta forma, o passo admissível deve produzir uma redução no valor da função maior do que m vezes a redução obtida caso h(t) fosse linear. Ao processo de verificação da satisfação deste critério chamaremos "Teste de função".

CRITÉRIO DE DERIVADA.

De modo a evitar um passo muito pequeno definimos um critério para seu limite inferior da forma:

$$h'(t) \geq m'h'(0) \qquad (6)$$
$$m' \in (m,1)$$

Podemos dizer que o menor passo admissível é aquele que provoca, no mínimo, um aumento de (1,m') vezes na derivada direcional. Ao processo que verifica a satisfação deste critério chamamos de "Teste de derivada".

A união dos dois critérios já definidos chama-se critério de WOLFE [5] sendo suficiente para determinação do passo em problemas irrestritos.

CRITÉRIO DE RESTRIÇÕES.

Uma vez que o algoritmo de direções viáveis impõe a manutenção da viabilidade estrita torna-se imprescindível a definição de um critério para a satisfação desta exigência.

Desta forma um passo só poderá ser aceito se:

$$G_i(t) \leq \gamma_i\, G_i(0) \quad ; \quad i = 1,\ldots,m \qquad (7)$$

onde: $G_i(t) = g_i(x_k + td_k)$

Denominamos "Teste de restrições" ao processo de verificação da obediência a este critério.

CRITÉRIO DE BANDA.

A introdução de restrições no processo de busca linear torna o critério de WOLFE insuficiente pois o passo aceitável poderá estar além de uma restrição, tornando sua adoção impraticável. Neste caso o passo deverá ser o maior permitido pela restrição limitante e para sua determinação mais flexível adotamos uma banda à esquerda desta restrição, da forma:

$$\exists_i \mid G_i(t) \in \left[G_{i\,min},\, G_{i\,max}\right]$$

onde:

$$G_{i\,min} = \beta\, G_{i\,max} \quad ; \quad \beta > 1 \qquad (8)$$
$$G_{i\,max} = \gamma_i\, G_i(0)$$
$$\gamma\beta < 1.$$

Consideramos, como admissível todo o passo que está dentro da banda determinada pela restrição limitante.

Analogamente, chamamos de "TESTE DE BANDA" ao processo de verificação deste critério.

FÓRMULA ITERATIVA CONVERGENTE.

Para efeito de exposição definiremos regiões no plano h(t) x t que serão utilizadas posteriormente:

- REGIÃO I: Parte do plano h(t) x t que não satisfaz ao teste de derivada, limitada inferiormente pelo passo nulo.
- REGIÃO II: Parte do plano h(t) x t que obedece aos testes de função e derivada simultaneamente.
- REGIÃO III: Parte do plano h(t) x t que não satisfaz ao teste de função.

Os critérios e as regiões definidas são vistas na figura I abaixo:

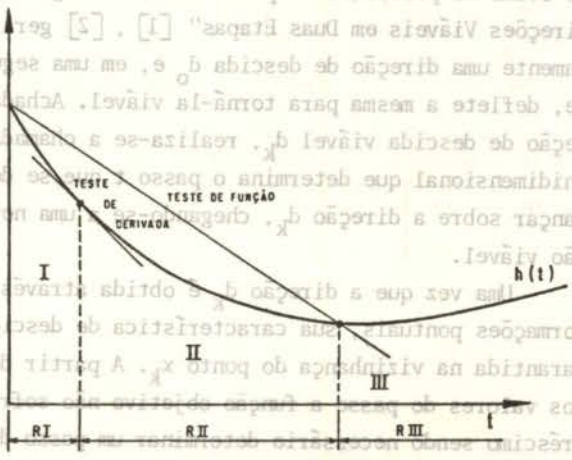


Figura 1.

Definir-se um critério de aceitação, como foi feito anteriormente, implica em se estabelecer um procedimento para achar um passo que o verifique. Chamamos este procedimento de "Fórmula iterativa convergente".

Nossa proposta é utilizar informações das iterações anteriores para, através de interpolações, prever

o comportamento do processo na iteração atual. O procedimento pode ser resumido em:

a) Através de interpolações aproximadas, baseadas em informações da iteração anterior, determina-se o passo inicial do processo de busca linear t_o.

b) As interpolações serão feitas tomando por base pontos nas regiões I e III. Uma vez que estas regiões são vizinhas, à esquerda e à direita, da região II estaremos cercando esta última, que geralmente contém o passo aceitável. Se chamamos de TL o ponto base para interpolação que está contido na região I e TH o ponto base contido na região III, será necessário um processo de atualização de forma a aproximar, cada vez mais estes pontos da região II. Com este objetivo, a cada vez que se obtém um ponto na região I mais próximo da região II que TL, este é atualizado. Da mesma forma, a obtenção de um ponto na região III mais próximo da região II que TH obriga a uma atualização deste último. Sendo assim TL pertence à região I contendo à região II pela esquerda, enquanto TH tende à mesma pela região III à direita.

DESENVOLVIMENTO LÓGICO DA BUSCA UNIDIMENSIONAL.

Definido um critério de descida suficiente uma fórmula iterativa convergente a pontos que o satisfaçam, já dispomos das ferramentas necessárias para o estabelecimento lógico do processo de busca linear. Para facilitar a exposição, consideramos o termo "extrapolação" como qualquer processo que tenda a aumentar o passo e "interpolação" ao processo que tenda a diminuí-lo.

Resumidamente o procedimento de busca linear é:

a) Se os testes de restrições, função, derivada ou banda são satisfeitos, a busca linear está terminada.

b) Se não há satisfação apenas do teste de função, basta interpolar o passo com base na função objetivo do problema.

c) Se não se satisfazem os testes de função e restrição é preciso interpolar o passo tomando como base a função e as restrições, assumindo o menor passo obtido. Neste caso a restrição limitante do passo se encontra na região III.

d) Interpolamos o passo com base apenas nas restrições quando estas são violadas e o teste de função é satisfeito. A restrição limitante se encontra na região II.

e) Finalmente, extrapola-se o passo quando o teste de derivada ou banda não e obedecido.

Neste procedimento as inter/extrapolações são feitas utilizando-se parábolas com base em dois pontos (TL e TH), uma vez que FLETCHER [6] mostrou não haver ganho apreciável de eficiência em se usar polinômios de maior grau. Desta forma, para realizar a inter/extrapolação é preciso conhecer uma derivada em TL ou TH. Em otimização estrutural o cálculo de derivadas requer a resolução de sistemas lineares, geralmente de grande porte, o que representa um esforço computacional importante que deve ser evitado. Se realizarmos as inter/extrapolações com base em três pontos estaremos não só aumentando a velocidade de convergência mas também a economia. Definimos então o ponto base auxiliar TA que pode pertencer a qualquer uma das três regiões. Notamos que na primeira iteração da busca linear dispomos da derivada no passo $t = 0$ (x_k) pois o algoritmo de direções viáveis já a avaliou. Desta forma podemos, na primeira iteração, utilizar derivadas e, apartir daí, somente valores da função. A figura II abaixo nos mostra o fluxo de lógica do processo descrito.

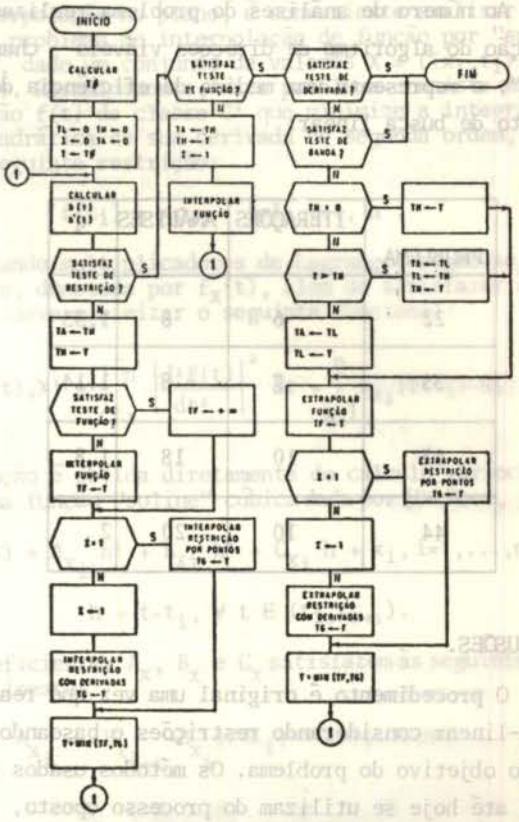


Figura 2.

PROCEDIMENTO PARA CÁLCULO DO PASSO INICIAL.

Como no ponto de partida ($t = 0$) só dispomos de duas informações, não podemos interpolar uma parábola. Assumimos, então, um dado adicional da iteração anterior tornando a interpolação aproximada. Supondo que a concavidade da função objetivo e restrições não varie da iteração anterior para a atual, podemos armazenar o valor a_{k-1} e fazer:

$$y(t) = a_{k-1} t^2 + bt + c \qquad (9)$$

como em $t = 0$, $y(0) = h(0)$ $ey'(0) = h'(0)$

temos: $b = h'(0)$ e $c = h(0)$

então: $y(t) = a_{k-1} t^2 + h'(0)t + h(0)$ (10)

Interpolando as restrições e função objetivo por esta parábola aproximada tomamos o menor passo calculado como t_o.

RESULTADOS NUMÉRICOS.

Testes numéricos foram realizados em funcionamento com o Algorítmo de Direções Viáveis em Duas Etapas utilizando-se problemas previamente executados por SCHITTOWSKI [7]:

Problema 22: 2 variáveis - 2 restrições
Problema 35: 3 variáveis - 4 restrições
Problema 43: 4 variáveis - 3 restrições

Ao número de análises do problema realizadas por iteração do algoritmo de direções viáveis chamaremos de "q", e representa uma medida da eficiência do procedimento de busca linear:

PROBLEMA	ITERAÇÕES	ANÁLISES	q
22	6	8	1.33
35	7	8	1.14
43	10	18	1.8
44	10	20	2

CONCLUSÕES.

O procedimento é original uma vez que realiza a busca-linear considerando restrições e baseando-se na função objetivo do problema. Os métodos usados e conhecidos até hoje se utilizam do processo oposto, ou seja, uma busca-linear sem restrição considerando uma função auxiliar qualquer. Desta forma não há um meio eficiente de comparação deste processo com outro já conhecido. Uma vez que em otimização estrutural o número de análises da estrutura é muito relevante, esta quantidade foi tomada como medida de eficiência.

O procedimento de busca-linear, assim como a avaliação do passo inicial, se comportaram de forma eficiente nos problemas considerados, do ponto de vista do número de análises do problema. A realização de 2 análises por iteração (Problema 44) representa um grande ganho de economia em relação aos procedimentos usualmente utilizados. A busca unidimensional é confiável, não tendo apresentado problemas de divergência ou geração de configurações inviáveis.

REFERÊNCIAS.

1 HERSKOVITS, J.N. - "A Two-stage Feasible Directions Algorithm for Nonlinearly Constrained Optimization", Rapp. de Rech., nº 103, INRIA, BP 105, 78153, Le Chesnay, France.

2 HERSKOVITS, J.N. - "A Two-stage Feasible Directions Algorithm Including Variable Metric Techniques for Nonlinear Optimization", Rapp de Rech. nº 118 INRIA.

3 COHEN, A.I. - "Stepsize Analysis for Descent Methods", JOTA. Vol. 33, nº 2, Fev. 1981.

4 LEMARECHAL, C. - "A view of Line Searches", Optimization and Optimal Control, Editors Auslender, Aetti and J. Stoer, Lectures Notes in Control and Information Sciences 30, Springe Verlag.

5 WOLFE, P. - "Convergence Conditions for Ascent Methods", SIAM REVIEM, nº 11, 1969.

6 FLETCHER, R. - "Practical Methods of optimization", John Wiley and Sons, 1980.

7 SCHITTOWSKI and HOCK - "Test Examples for Nonlinear Programming Codes", Lectures Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer - Verlag, 1981.

SUMMARY.

In feasible directions algorithms for non-linear optimization, first a feasible descent direction is determined and then a step is calculated to move in this direction. The step length determination is made by means of a so called "line search" algorithm. This work presents a constrained line search process and some numerical results are derived using the "Two-steps Feasible Directions Algorithm for Nonlinear Optimization".

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

INTERPOLAÇÃO COMO UM PROBLEMA DE CONTROLE ÓTIMO

ROBERTO VIEIRA F. LOPES
INPE

SUMÁRIO

Este trabalho apresenta um procedimento de interpolação para um conjunto de pontos no plano x-y, tratado como um problema de controle ótimo. A idéia básica consiste em considerar os pontos como condições de contorno da trajetória plana de um veículo, cuja aceleração é controlada nas duas direções. A solução, tanto para curvas abertas como para fechadas, conduz basicamente ao conhecido problema de interpolação por "spline" cúbica nos eixos x e y, parametrizados no tempo. A contribuição deste trabalho em relação ao tipo tradicional de interpolação por "spline" é o fornecimento de um critério ótimo de escolha dos instantes associados aos pontos dados.

INTRODUÇÃO

Este trabalho trata do problema de interpolação, no plano, de um conjunto de pontos ordenados $P = \{(x_i,y_i), i=1, \ldots, n\}$. Uma abordagem usual para este problema baseia-se numa idéia bastante simples: a de introduzir uma variável independente, t, e associar aos pontos valores t_i monotonicamente crescentes desta variável. Com este artifício as coordenadas x e y passam a ser consideradas funções de t e o problema recai em dois problemas distintos de interpolação de funções, para os quais existem diversos tipos bem conhecidos de solução. As dificuldades com este tipo de abordagem começam quando a variável t não está explicitamente relacionada com o problema original. Neste caso o conjunto P, por si só, não oferece de modo algum informações suficientes para determinar univocamente os valores t_i, de modo que estes valores são efetivamente escolhidos por critérios arbitrários ao problema propriamente dito. Surge então uma variedade de critérios e a questão sobre qual deles é o mais adequado a um determinado problema adquire um caráter essencialmente subjetivo. Pode-se preferir um critério simplificado e tomar, por exemplo, $t_i=i$, mesmo que esta escolha seja comprovadamente vulnerável à formação de pequenos "laços" espúreos que comprometem a interpretação da solução [De Boor, 1978]. Ou então, pode-se optar por critérios mais sofisticados como, por exemplo, tomar $t_{i+1} - t_i$ igual à distância entre os pontos i e i+1, ou então, igual ao comprimento da curva interpolante entre eles. Permanece entretanto o fato de que nenhum destes critérios pode ser considerado absoluto, no sentido de que não há base teórica para afirmar a superioridade de um em relação a outro.

A solução proposta neste trabalho enquadra-se no tipo de abordagem mencionado no parágrafo anterior, porém procura introduzir o assunto de forma tal que dê ao resultado um significado físico inerente. Com este objetivo considera-se a curva interpolante como a trajetória solução de um problema de controle ótimo [Bryson, 1975], com índice linear quadrático (problema de mínimo consumo) passando ordenadamente pelos pontos dados. Dentro desta perspectiva, a variável independente introduzida é naturalmente o tempo, e a determinação dos instantes t_i associados a cada ponto deriva diretamente da própria solução do problema de controle ótimo.

No segundo item, o procedimento é desenvolvido a partir de resultados conhecidos em interpolação de funções por "spline". No item 3, os resultados são estendidos para o caso de curvas fechadas, às quais são associadas trajetórias periódicas. Concluindo, o item 4 apresenta algumas figuras ilustrativas e comentários finais.

DESENVOLVIMENTO PARA CURVAS ABERTAS

Antes de formular explicitamente o procedimento de interpolação no plano, é conveniente analisar a solução do problema de interpolação de função por "spline" cúbica, dado um conjunto de valores $X = \{(x_i,t_i), i=1, \ldots, n\}$. Resumidamente, este problema consiste em obter a função f(t) de classe C^1 que minimize a integral média quadrática de sua derivada de segunda ordem, sujeita à seguinte restrição:

$$f(t_i) = x_i, \quad i=1, \ldots, n \; . \tag{1}$$

Utilizando multiplicadores de Lagrange, segue-se que a solução, denotada por $f_X(t)$, além de satisfazer à Equação 1, deve minimizar o seguinte funcional:

$$J[f(t),X] = \int_{t_1}^{t_n} \left| \frac{d^2 f(t)}{dt^2} \right|^2 dt + \sum_{i=1}^{n} \lambda_{x_i} [f(t_i)-x_i] \; . \tag{2}$$

A solução é obtida diretamente do cálculo variocional, e é uma função "spline" cúbica dada por [De Boor, 1978]:

$$f_X(t) = A_{x_i} h^3 + B_{x_i} h^2 + C_{x_i} h + x_i, \; i=1,\ldots,n-1 \tag{3}$$

$$h = t-t_i, \; \forall \; t \in (t_i,t_{i+1}).$$

Os coeficientes A_X, B_X e C_X satisfazem às seguintes equações lineares:

$$A_{x_i} = (B_{x_{i+1}} - B_{x_i})/3\Delta_i, \quad i=1,\ldots,n-1 \; , \tag{4}$$

$$C_{x_i} = D_{x_i} - (B_{x_{i+1}} + 2B_{x_i})\Delta_i/3 \; , \tag{5}$$

$$B_{x_1} = B_{x_n} = 0 \; , \tag{6}$$

$$M \, b_X = \psi_X \; , \tag{7}$$

onde:

$$\Delta_i = t_{i+1} - t_i \; , \tag{8}$$

$$D_{x_i} = x_{i+1} - x_i \; , \tag{9}$$

$$b_n = \left\{ B_{x_2} : \ldots : B_{x_{n-1}} \right\}' , \tag{10}$$

$$\psi x_i = D_{x_{i+1}}/\Delta_{i+1} - D_{x_i}/\Delta_i \ , \qquad (11)$$

$$M_{i,i} = (\Delta_i + \Delta_{i+1})\ 2/3, \quad i=1,\ldots,\ n-2 \ , \qquad (12a)$$

$$M_{i,i+1} = M_{i+1,i} = \Delta_{i+1}/3, \quad i=1,\ldots,\ n-3 \ , \qquad (12b)$$

e os demais elementos da matriz M são nulos.

O objetivo deste item entretanto é obter uma solução para o problema de interpolação no plano, conforme mencionado no item anterior, tratado como um problema de controle ótimo. Segundo esta proposição, a trajetória ótima, denotada por $x_p(t)$ e $y_p(t)$ deve minimizar o seguinte funcional:

$$\bar{J}[x(t),y(t),P] = \int_{t_1}^{t_n} \left\{ \left| \frac{d^2x(t)}{dt^2} \right|^2 + \left| \frac{d^2y(t)}{dt^2} \right|^2 \right\} dt + \sum_{i=1}^{n} \lambda_{x_i}[x(t_i)-x_i] + \lambda_{y_i}[y(t_i)-y_i] \ , \qquad (13)$$

além de satisfazer às seguintes restrições:

$$x(t_i) = x_i \ , \qquad (14)$$

$$y(t_i) = y_i \ , \qquad (15)$$

Comparando a estrutura dos Funcionais 2 e 13 e notando que, no primeiro, os instantes t_i são considerados parâmetros fixos, e no segundo, livres (exceto $t_1=0$ e $t_n=T$ fixo e arbitrário), conclui-se que a variação em $\bar{J}$ é dada por:

$$\delta\bar{J}[x(t),y(t),P] = \delta J[x(t),X] + \delta J[y(t),Y] + \sum_{i=2}^{n-1} J_{t_i}\,\delta t_i \ , \qquad (16)$$

onde o termo devido à variação em t_i é dado por:

$$J_{t_i} = \lambda_{x_i}\dot{x}_i + \lambda_{y_i}\dot{y}_i = 6[(A_{x_{i-1}} - A_{x_i})C_{x_i} + (A_{y_{i-1}} - A_{y_i})C_{y_i}] \ . \qquad (17)$$

Isto implica que:

$$x_p(t) = f_X(t) \ , \qquad (18)$$

$$y_p(t) = f_Y(t) \ , \qquad (19)$$

e ainda, os instantes t_i são tais que J_{t_i}, dado pela Equação 17, se anule para cada i=2 a n-1.

DESENVOLVIMENTO PARA CURVAS FECHADAS

O procedimento desenvolvido no item anterior pode ser estendido ao caso de interpolação de curvas fechadas. Para tanto, basta impor que a solução seja uma trajetória periódica. Isto equivale a adicionar ao problema descrito no item anterior as seguines restrições

$$x(t_{n+1}) = x(t_1) \ , \qquad (20)$$

$$\dot{x}(t_{n+1}) = \dot{x}(t_1) \ , \qquad (21)$$

$$y(t_{n+1}) = y(t_1) \ , \qquad (22)$$

$$\dot{y}(t_{n+1}) = \dot{y}(t_1) \ , \qquad (23)$$

Ou seja, a trajetória não termina no ponto n como ocorria no caso de curvas abertas, mas prossegue até o ponto 1 fechando a curva no instante t_{n+1}.

Estas restrições podem ser introduzidas no Funcional 13 com o uso de multiplicadores de Lagrange. Além disto, t_n passa a ser considerado livre e $t_{n+1}=T$ fixo e arbitrário. Aplicando então o cálculo variacional obtém-se um resultado semelhante ao obtido para curvas abertas, porém apresentando uma estrutura cíclica. Explicitamente, obtém-se:

$$A_{x_n} = (B_{x_1} - B_{x_n})/3\Delta_n \ , \qquad (24)$$

$$C_{x_n} = D_{x_n} - (B_{x_1} + 2B_{x_n})\ \Delta_n/3 \ , \qquad (25)$$

$$D_{x_n} = x_1 - x_n \ , \qquad (26)$$

$$\Delta_n = t_{n+1} - t_n \qquad (27)$$

e para i=n permanecem válidas as Equações 4, 5, 8 e 9. Completando a solução para curvas fechadas tem-se:

$$\bar{M}\,\bar{b}_x = \bar{\psi}_x \ , \qquad (28)$$

onde:

$$\bar{b}_x = \{B_{x_1} : b'_x : B_{x_n}\}' \ , \qquad (29)$$

$$\bar{\psi}_x = \{D_{x_1}/\Delta_1 - D_{x_n}/\Delta_n : \psi'_x : D_n/\Delta_n - D_{n-1}/\Delta_{n-1}\}' \ , \qquad (30)$$

$$\bar{M} = \frac{1}{3}\left[\begin{array}{c|c|c} (\Delta_1+\Delta_n)2 & \Delta_1 0\ldots 0 & \Delta_n \\ \hline \Delta_1 & & 0 \\ \vdots & 3M & \vdots \\ 0 & & \Delta_{n-1} \\ \hline \Delta_n & 0\ldots 0\Delta_{n-1} & 2(\Delta_{n-1}+\Delta_n) \end{array}\right] \ , \qquad (31)$$

e b_x, ψ_x e M são dados pelas Equações 10, 11 e 12. O instante t_i deve satisfazer à condição de que J_{t_i}, dado pela Equação 17, se anule para i=n.

COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

Os procedimentos de interpolação propostos nos itens 2 e 3 foram implementados, e as Figuras 1 e 2 ilustram os resultados obtidos. O desenvolvimento dos procedimentos beneficiou-se de resultados já existentes sobre interpolação de funções "spline" e acrescentou a estes resultados a determinação de intantes ótimos para a parametrização dos pontos dados. A aplicação dos procedimentos foi em parte facilitada pela disponibilidade de rotinas de interpolação por "spline" em bibliotecas de "software". Por outro lado, a determinação dos instantes t_i requer a solução de um sistema de equações não lineares resultante da imposição de que J_{t_i}, dado pela Equação 17, seja nulo. Tal sistema pode ser resolvido por métodos numéricos iterativos, tais como o de Newton-Raphson. Embora isto implique maior custo computacional, o processo de escolha dos instantes torna-se racional e sistemático. Os exemplos apresentados nas Figuras 1 e 2 mostram a qualidade dos resultados obtidos e indicam que os procedimentos propostos, baseados na teoria de controle ótimo, são opções viáveis para a interpolação de curvas no plano.

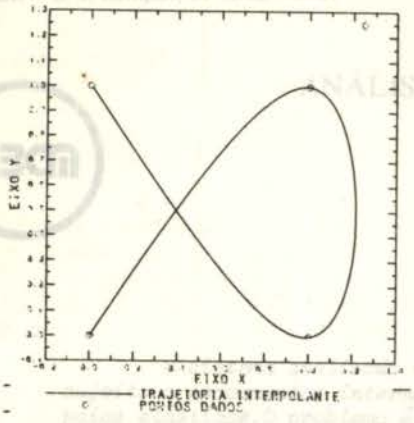


Figura 1. Exemplo de interpolação: curva aberta.

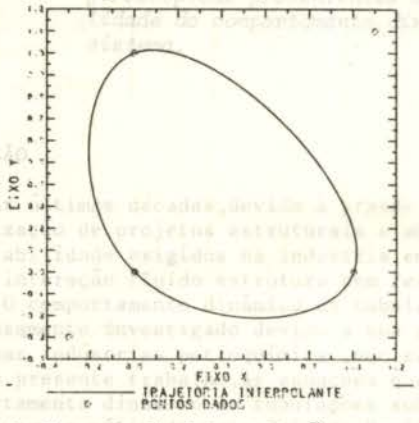


Figura 2. Exemplo de interpolação: curva fechada.

REFERÊNCIAS

[1] De Boor, C. A practical guide to splines. New York, Springs Verlag, 1978.

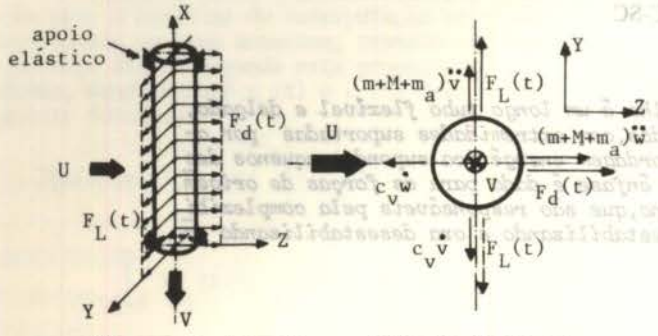
[2] Bryson, Jr. A.E. and Mo, Y-C. Applied Optimal Control: Optimization, Estimation, and Control. John Wiley & Sons, N.York, 1975.

SUMMARY

This work presents an interpolation procedure for a set of points in the x-y plane, treating it as an optimal control problem. The basic idea is to consider the points as boundary conditions for the trajectory in the x-y plane of a vehicle whose acceleration is two axis controlled. The solution for both open and closed curves leads basicaly to the well-known problem of cubic spline interpolation on the x an y axes with time parametrization. The contribuiton of this work over the traditional spline interpolation is to furnish a criterion for setting times optimally to the given points.

MODELAMENTO MATEMÁTICO

Com referência à Figura (1),o modêlo em consideração é um longo tubo posicionado verticalmente, com área de seção transversal S,rigidez efetiva de flexão EI e massa por unidade de comprimento m constantes. O tubo é submetido a um escoamento externo perpendicular a sua direção axial,com velocidade média do fluxo não perturbado igual a U e outro escoamento interno com velocidade média V,sendo nas extremidades suportado por apoios elásticos.



a)Forças de Arraste e Sustentação b)Seção Transversal

Fig.1 - Discretização da Estrutura

Considerando-se o efeito do escoamento externo como um conjunto de forças atuantes na estrutura externamente,a previsão do comportamento oscilatório do tubo pode ser obtida utilizando-se o Princípio de Hamilton,como desenvolvido e apresentado por Benjamin [3]

$$\delta\int_{t_1}^{t_2} L\,dt - \int_{t_1}^{t_2} MV\{\underset{\sim}{R}_o\big|_{x=\ell} + V\underset{\sim}{\tau}\big|_{x=\ell}\}\times\delta\underset{\sim}{R}_o\big|_{x=\ell}\,dt = 0 \quad (5)$$

onde L é a energia lagrangeana,M é a massa de fluido interno por unidade de comprimento do tubo,$\underset{\sim}{R}_o$ é o vetor posição de um ponto genérico pertencente à linha de centro do tubo,$\underset{\sim}{\tau}$ é um vetor unitário e tangente a $\underset{\sim}{R}_o$ e o símbolo × indica produto interno.

A energia lagrangeana é [4]

$$L = T_{fi} + T_t - (U^* - Wext) \quad (6)$$

onde T_{fi} é a energia cinética do escoamento interno , T_t é a energia cinética do tubo, U* é a energia de deformação do tubo e Wext é o trabalho efetuado pelas forças externas. Essas quantidades são dadas por [4]:

$$T_t \cong 1/2\int_0^\ell \rho_t S(\dot{v}^2+\dot{w}^2)\,dx + TOS \quad (7)$$

onde ρ_t é a massa específica do tubo, v e w são os deslocamentos do tubo nas direções y e z, o símbolo · sobre as variáveis indica derivação com relação ao tempo e TOS refere-se aos termos de ordem superior negligenciados.

$$T_{fi} \cong M/2\int_0^\ell \{2V\frac{d}{dt}\int_0^x 1/2(v_{,x}^2+w_{,x}^2)\,dx + \dot{v}^2 + \dot{w}^2 + V^2 + 2\dot{w}w_{,x}V + 2\dot{v}v_{,x}V\}\,dx + TOS \quad (8)$$

onde o símbolo $_{,x}$ indica $\partial/\partial x$.

$$U^* \cong EI/2\int_0^\ell (v_{,xx}^2+w_{,xx}^2)\,dx + TOS \quad (9)$$

onde o símbolo $_{,xx}$ indica $\partial^2/\partial x^2$.

$$Wext \cong \int_0^\ell (m+M)g\int_0^x 1/2\,(v_{,x}^2+w_{,x}^2)\,dx\,dx - \{T-pA'(1-2\nu\theta)\}\int_0^\ell 1/2(v_{,x}^2+w_{,x}^2)\,dx \quad (10)$$

onde g é a aceleração da gravidade,T é a tensão aplicada no extremo da tubulação,p é a pressão na extremidade do tubo, A' é a área de escoamento do fluido interno, ν é o coeficiente de Poisson e θ é 1 para tubulações com extremidades com restrições totais de deslocamento e 0 para tubulações livres .

Com auxílio das equações (7),(8),(9),(10) e (6) é possível obter as equações que definem o comportamento oscilatório da tubulação,ou seja [4]:

$$(m+m_a+M)\ddot{v} + c_v\dot{v} + EIv_{,xxxx} + M\{2\dot{v}_{,x}V+\dot{V}(\ell-x)v_{,xx}\} + MV^2v_{,xx} - (m+M)g\{(\ell-x)v_{,x}\}_{,x} - F_L(t) + \{pA'(1-2\nu\theta) - T\}v_{,xx} = 0 \quad (11)$$

sujeita às seguintes condições de contôrno

$$EIv_{,xx} = 0 \quad \text{ou} \quad \delta v_{,x}\big|_0^\ell = 0 \quad (12.1)$$

$$EIv_{,xxx} + \{[-M\dot{V}+(m+M)g(\ell-x)+[T-pA'(1-2\nu\theta)]]v_{,x} + MV\dot{v} + MV^2v_{,x} = 0 \quad \text{ou} \quad \delta v\big|_0^\ell = 0 \quad (12.2)$$

As equações diferenciais e condições de contôrno na direção z são completamente análogas às anteriores, alterando apenas a componente da força de excitação,ou seja,assume o valôr $F_d(t)$.

Solução Numérica. Para adimensionalizar a equação (11), utiliza-se o seguinte conjunto de variáveis:

$$\xi = x/\ell \qquad \eta = v/\ell$$

$$V^* = (M/EI)^{1/2}V\ell \qquad \beta = M/(M+m+m_a)$$

$$\gamma = (M+m_a+m)\ell^3 g/EI \qquad \Gamma = T\ell^2/EI$$

$$\Pi = pA'\ell/EI \qquad \tau^* = (EI/(M+m+m_a))^{1/2}t/\ell^2$$

e $$\chi = c_v\ell^2/(EI(M+m+m_a)^{1/2}) \quad (13)$$

Substituindo o conjunto de variáveis definidas acima na equação (11) obtem-se:

$$\frac{\partial^4\eta}{\partial\xi^4} + \{V^{*2}-\Gamma+\Pi(1-2\nu\theta)+\{-\gamma+\beta^{1/2}\frac{\partial V^*}{\partial\tau^*}\}(1-\xi)\}\frac{\partial^2\eta}{\partial\xi^2} + 2\beta^{1/2}V^*\frac{\partial^2\eta}{\partial\xi\partial\tau^*} + \gamma\frac{\partial\eta}{\partial\xi} + \chi\frac{\partial\eta}{\partial\tau^*} + \frac{\partial^2\eta}{\partial\tau^{*2}} = \ell^3F_L(t)/EI \quad (14)$$

A solução analítica da equação (14) é bastante difícil de ser obtida,se existir.Assim sendo, a solução η é aproximada pela série η', tal que:

$$\eta \cong \eta' = \sum_{n=1}^{r} a_n\phi_n(\xi)\phi_n(\tau^*) \quad (15)$$

onde a_n é o vetor das constantes, que podem,inclusive , assumir valôres complexos, $\phi_n(\xi)$ é um conjunto de funções linearmente independentes satisfazendo pelo me-

nos as condições de contorno geométricas do problema e $\phi_n(\tau^*)$ são funçoes que descrevem o comportamento do movimento oscilatório no tempo.

Como a série η é truncada em processos computacionais, a parte homogênea da equação (14), aqui representada por $\mathcal{L}(\eta)$, não será exatamente zero, i.é,

$$\mathcal{L}(\eta') = \varepsilon \qquad (16)$$

onde ε é um êrro admissivel.

A questao toda consiste em determinar a série η' apropriada, tal que o êrro ε seja mínimo. Para isso, escolhe-se uma série η' que satisfaça as condições de ortogonalidade dentro do domínio analisado, ou seja:

$$\int_0^1 \mathcal{L}(\eta') \times \phi_n(\xi) = 0 \qquad (17)$$

O resultado da equaçao (17) é a obtenção do conjunto de constantes a_n apropriado para a aproximação η' e as freqüências naturais de vibração da estrutura.

Resultados. Seja, por exemplo, uma tubulação simplesmente apoiada nos dois extremos. A aproximação satisfatória de η é

$$\eta' = \text{Real}\left(\sum_{n=1}^{r} a_n e^{i\omega\tau^*} \operatorname{sen}(n\pi\xi) \right) \qquad (18)$$

pois $\eta'(0) = \eta'(1) = 0$.

Substituindo a equaçao (18) na equação (17) obtem-se:

$$\text{Real}\left(\sum_{n=1}^{r} a_n e^{i\omega\tau^*} \underset{\sim}{A} \right) = 0 \qquad (19)$$

onde $\underset{\sim}{A}$ é uma matriz de ordem r, cujos elementos valem:

$$a_{nn} = \{(n\pi)^4 - [V^{*2} - \Gamma + \Pi(1-2\nu\theta) - \gamma/2](n\pi)^2 + \chi i\omega - \omega^2\}/2 \qquad (20.1)$$

e

$$a_{nm} = \{2\beta^{1/2} V^* nm\omega i/(m^2+n^2)\} + \{2\beta mn(n^2+m^2)/[(n-m)^2(n+m)^2)]\} \qquad (20.2)$$

se n e m forem de paridade distinta. Caso contrário, a_{nm} é zero.

A solução não trivial da equação (19) requer que

$$\text{Det } \underset{\sim}{A} = 0 \qquad (21)$$

As raízes da equação (21) corresponderão às freqüências naturais adimensionais do sistema e a determinaçao do vetor a_n é feita com utilização da equação (19).

Algumas freqüencias adimensionais calculadas estão mostradas na Figura (2) e (3). As partes Real (ω) e Imag (ω) estão plotadas no diagrama de Argand, tendo V* como parâmetro variável.

Na Figura (2) nota-se que, com o aumento da velocidade, a freqüencia correspondente ao primeiro modo diminui e se anula em $V^* \cong \pi$, que é a primeira velocidade crítica de flambagem. Similarmente, os segundo e terceiro modos se anulam em $V^* \cong 2\pi$ e 3π, respectivamente. Entretanto, para uma velocidade ligeiramente superior a 2π, a posição do primeiro e segundo modos permanece no eixo Imag (ω) e, quando deixam o eixo, fazem em pontos simétricos que indicam o início do acoplamento do 1º e 2º modo de vibração.

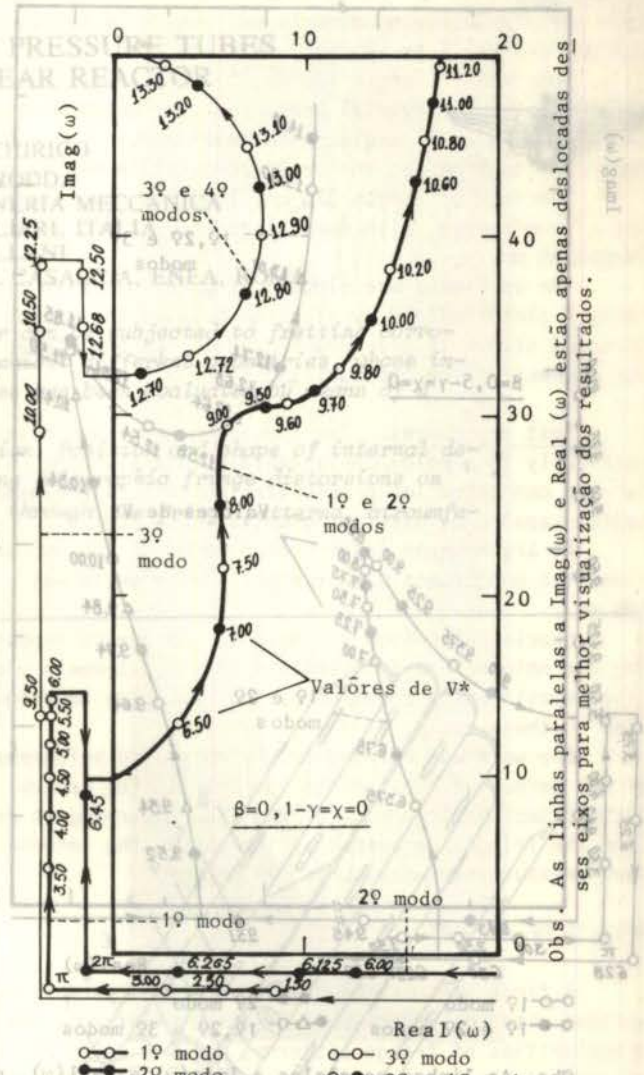


Fig.2 - Freqüências Adimensionais Complexas

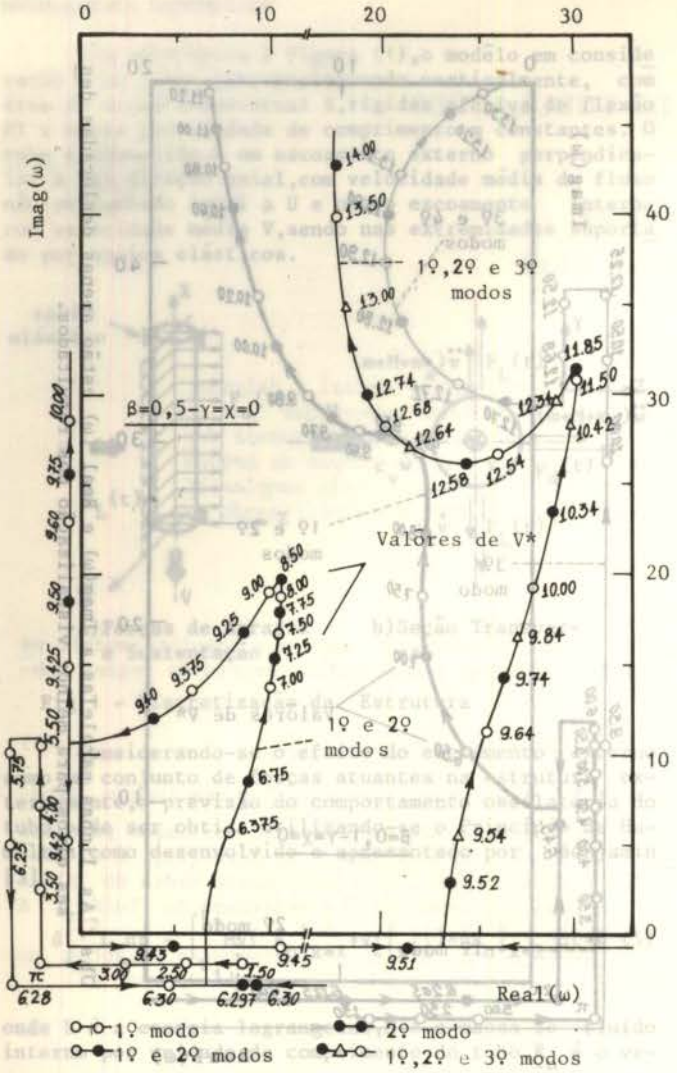
Na Figura (3) é verificado o comportamento análogo do sistema, obedenco ao mesmo mecanismo de flambagem e acoplamento dos modos.

CONCLUSÕES

É importante notar as diferenças de comportamento entre sistemas com baixas e altas razões de massa, β. Para pequenos valôres de β o sistema flamba no 1º, 2º 3º e 4º modo, para que, depois, se verifiquem os acoplamentos. Para sistemas com razões de massa altas, a estrutura só flamba no 1º modo, verificando-se o acoplamento dos modos antes que a flambagem ocorra nos modos subsequentes.

Outra característica importante a ressaltar é o efeito estabilizante das forças de origem giroscópicas ($\beta \neq 0$). Aqui este efeito é demonstrado claramente, pois, após ultrapassar a velocidade crítica de flambagem, a força de Coriolis tende a estabilizar, ou estabiliza o sistema antes do início dos acoplamentos dos modos de vibração. Evidentemente, tal efeito é mais pronunciado para valôres altos de β.

Na prática, é interessante obter-se a primeira velocidade crítica de flambagem para efeito de projeto de tubulação. Algumas dessas velocidades estao relacio



Obs. As linhas paralelas a Imag(ω) e Real(ω) estão apenas deslocadas desses eixos para melhor visualização dos resultados.

Fig. 3- Freqüencias Adimensionais Complexas

nadas no quadro abaixo,para a situação de tubulações simplesmente apoiadas nos dois extremos.

CONDIÇÃO CRÍTICA DE ESTABILIDADE	
γ	V*²
-10	2,1
-5	2,7
0	π
5	3,5
10	3,8
15	5,6

Os resultados mostrados nas Figuras (2) e (3) apresentam excelente acuidade quando comparados com os obtidos em [10],não apresentando qualquer diferença nos resultados.Além disso,a gama de velocidades utilizadas na obtenção das freqüências críticas adimensionais é bastante extensa,permitindo a análise do comportamento do sistema desde as mais baixas até altas velocidades,o que não é apresentado em [10].

Veloso e Loula [11] utilizam a teoria clássica de vigas para obtenção da equação que descreve o comportamento oscilatório de tubulações sujeitas a vibrações induzidas,ou seja

$$(m+m_a)\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + c_v\frac{\partial v}{\partial t} + EIv_{,xxxx} = F_L(t) \qquad (22)$$

que não leva em consideração o efeito da força de Coriolis.Dessa maneira, a ação das forças giroscópicas é totalmente desprezada e o efeito de estabilização e ou desestabilização do sistema é efetivamente negligenciado.Ainda, não é levado em consideração o carregamento da tubulação devido às forças de tração(compressão) externa e da pressão interna.Tais inconvenientes são plenamente contornados com utilização da equação(11) e, a análise da influencia de cada um desses parâmetros no comportamento dinâmico da tubulação é facilmente executada com a metodologia desenvolvida para resolução do problema.

REFERÊNCIAS

[1] Bishop, R.E.D and Hassan, A.Y. "The Lift and Drag Forces on a Circular Cylinder in a Flowing Fluid", Proc.Royal Society of London,A,277 (1964) ,p. 51-75.

[2] Gerrard, J.H. "An Experimental Investigation of the Oscillating Lift and Drag of Circular Cylinder Shedding Turbulent Vortices",J.Fluid Mech. (1961), p. 244-256.

[3] Benjamin, T.B. "Dynamics of a System of Articuled Pipes Conveying Fluid"-I Theory,Proc.Royal Society of London,A,293 (1961),p.457-86.

[4] Barbieri, R. "Dinâmica das Oscilações Auto Induzidas em Tubulações", Dissertação de Mestrado, UFSC (1984).

[5] Chen, S.S. and Chung, H. "Design Guide for Calculating Hydrodinamic Mass- Part I: Circular Cylindrical Structures",Argonne National Laboratory (1976).

[6] Chen, S.S.,Wambsganss, M.W. and Jendrzejczyk, J.A. "Added Mass and Damping of a Vibrating Rod in Confined Viscous Fluids",J.Applied Mechanics, June (1976)

[7] Dong, R.G. "Effective Mass and Damping of Submerged Structures",Lawrence Livermore Laboratory,University of California,(1978).

[8] Chandrasekaran, A.R.,Saini, S.S. and Malhotra, M. M. "Virtual Mass of Submerged Structures",J. of Hydraulics Division,Proc. ASCE,May (1972).

[9] Skop, R.A.,Romberg, S.E. and Ferer, K.M. " Add Mass and Damping Forces on Circular Cylinders", ASME paper 76 (1976).

[10] Païdossius, M.P. and Issid, N.T. "Dynamic Stability of Pipes Conveying Fluid",J.Sound and Vibration,33(3) (1974),p. 267-294.

[11] Veloso, P.A. e Loula, A.F.D. " Vibrações Induzidas por Vórtices em Tubos com Restrições Unilaterais",Laboratório de Computação Científica - RJ - (1984)

SUMMARY

The analised system in the present paper is a long flexible and thin pipe,loaded by crossed external and internal flow,with elastic constrains in both ends. The problem is here treated by energetic aproach and assumed only small transversal structural displacements. An especial enphasis is given for the giroscopic forces generated by the internal flow,which are responsable for the complexibility of the pipe dinamic behavior,sometim s stabilizing and othertimes destabilizing the system.

HOLOGRAPHIC NDE OF PRESSURE TUBES FOR CIRENE NUCLEAR REACTOR

GIUSEPPE DI CHIRICO
LUCIANO PIRODDA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA MECCANICA
UNIVERSITÁ DI CAGLIARI, ITÁLIA
AUGUSTO VILLANI
UNITÀ REATTORE CIRENE, C.R.E. CASACCIA, ENEA, ROMA

Pressure tubes for CIRENE nuclear reactor can be subjected to fretting corrosion of the inner walls. The resulting marks exhibit different geometries, whose influence on the structural behaviour of the tubes has been evaluated by means of a real time holographic technique.
The paper shows the results of this investigation. Position and shape of internal defects have been directly visualized by observing holographic fringe distorsions on the outside surface of the tubes. Furthermore, through the fringe patterns, circumferential stress values have also been obtained.

INTRODUCTION

The present paper deals with a problem which might arise in a nuclear plant now under construction in Italy, the 40 MW electrical power station known as CIRENE.

The station is equipped with a heavy water nuclear reactor in which the vertical zircaloy pressure tubes contain a string of fuel bundles (fig.1) cooled by boiling light water.

As a result of the mechanical vibration induced by the steam-water flow and the small clearance between bundles and pressure tubes, there are several loose contact points between these two components where fretting corrosion may occur. Significant wear of the fuel bundles pads and of the pressure tube may thus occur and some marks be produced.

The influence of such defects on the mechanical behaviour of the pressure tubes has been evaluated using hologram interferometry considered more suited and sensitive than other non-destructive evaluation (NDE) techniques.

Endurance tests (up to 5000 hours) of full scale prototypes have been performed in adiabatic loops at nominal reactor pressure and temperatures, whereas the quality of steam-water flow was the maximum quality expected in the reactor; from these tests the dimensions of the fretting marks in the out-of-pile situation have been measured.

Moreover, during the entire life-span of the plant, exhausted fuel bundles will be periodically replaced by new ones which could assume a slightly different position, both axially and radially; new pads may thus face non-fretted areas of the pressure tube, causing additional defects adjacent to the ones previously produced. For this reason, extended fretting marks have also been taken into consideration.

Specimens of the pressure tube have been subjected to electroerosion and mechanical tooling; the dimensions of the defects thus produced were established by introducing a high degree of conservatism in the results obtained during the endurance tests.

The local influence of said defects on the tube deformation has been evaluated by observing real time holographic fringe patterns of radial displacements at various pressure levels.

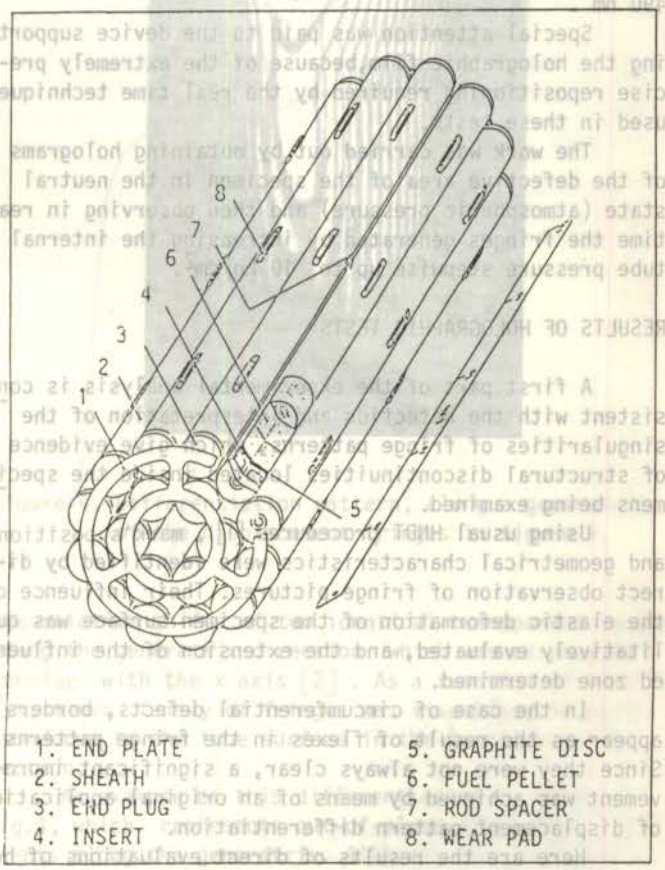


Figure 1. CIRENE fuel bundle.

SPECIMEN CHARACTERISTICS AND TEST PROCEDURES

Specimens. All specimens are made of a zircaloy-2 tube (external diameter 112.4 mm; thickness 3.15 mm). All defects are located internally, in the central zone of the specimens. The types of specimens are as follows.

Specimen A: length 484 mm; 1 defect axially oriented (length 29.5 mm; width 2.5 mm; dept 0.53÷0.66 mm) This defect represents the mark produced by a single bundle pad.

Specimen B: length 405 mm; 2 defects axially oriented, spaced by 30° along the circumference; each defect has the following dimensions: length 36 mm; width 2.5 mm; depth 1.1 mm.

Specimen C: length 405 mm; 1 defect, lenticular shaped in the transversal cross section; extended symmetrically at a 30° angle, with depth varying from 0(at the rims) to 1 mm (at the centre); axial length 40 mm.

Specimen D: length 376 mm; 1 defect covering all the circumference, with nominal depth 0.52 mm; axial length 40 mm.

The specimens are plugged at both ends with zircaloy-2 plates welded by electron beam to the tubes; a threaded sleeve is provided in one of the end plates for connecting the pressurizing system.

Test procedures. The specimens have been fixed vertically to a holographic table with a clamping collar and connected for pressurization to an oleodynamic system capable of developing up to 120 kg/cm^2.

An argon vapor laser (rated power of 300 mW) provided the monocromatic source whose wavelength was 490 nm .

Special attention was paid to the device supporting the holographic film,because of the extremely precise repositioning required by the real time technique used in these tests.

The work was carried out by obtaining holograms of the defective area of the specimen in the neutral state (atmospheric pressure) and then observing in real time the fringes generated by increasing the internal tube pressure stepwise up to 10 kg/cm^2.

RESULTS OF HOLOGRAPHIC TESTS

A first part of the experimental analysis is consistent with the detection and interpretation of the singularities of fringe patterns, which give evidence of structural discontinuities located inside the specimens being examined.

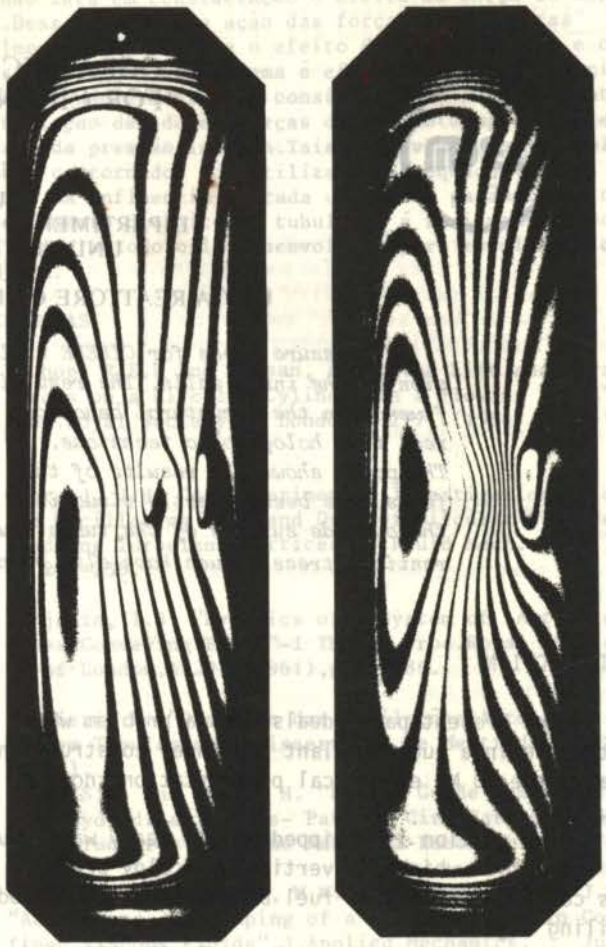
Using usual HNDT procedures [1] , mark's positions and geometrical characteristics were identified by direct observation of fringe pictures. Their influence on the elastic deformation of the specimen surface was qualitatively evaluated, and the extension of the influenced zone determined.

In the case of circumferential defects, borders appear as the result of flexes in the fringe patterns. Since they were not always clear, a significant improvement was achieved by means of an original application of displacement pattern differentiation.

Here are the results of direct evaluations of holo-interferometric fringe patterns for each kind of structural defect under examination.

a) Specimen A, with one linear mark (which has a depth of about 1/6th of the wall thickness), was examined mainly as a referent for successive analyses, since a significant influence of said defect on the radial expansion of the tube was not expected.

In addition to some preliminary tests, necessary in order to identify the mark's positions, two other series of tests were performed: one with the mark near to the plane containing the sensitivity vector (i.e.the plane defined by the specimen axis and the bisecant of the angle between the illuminating and observing directions); the other with the same mark shifted 45° with respect to the former.



a) b)

Figure 2. Holographic fringe patterns of radial displacements(p=4 kg/cm^2) of tube specimens having on the inner walls: a) two linear marks; b) one lenticular-shaped mark.

As was foreseeable, the fringe patterns were not appreciably alterated as the result of this kind of defect. Nevertheless, its presence was noticeable because of a distortion of the central fringe, and it was also possible to ascertain that the disturbance was negligible beyond the third fringe, starting from the central one. Quantitatively it was determined that said disturbance was extinguished within 20 mm of each mark's extremities in the axial direction, while it was not appreciable along the circumference.

b) Fig.2a shows an example of fringe pattern relative to the B specimen, with two linear marks. Their influence on the mechanical behaviour of the tube is obviously much more significant than that in the preceding situation.

Positions and geometries of the marks are evident; the extension of the influenced zone was evaluated within 30 mm of each extremity of the marks in the axial direction, and within about 15 mm of each mark along the circumference.

c) A fringe pattern of specimen C, with a lenticular section mark,is shown in figure 2b. In this case too, the mark's position and its influence on the deformation of the tube are evident.

The maximum distance at which the influence of the structural defect was noticeable was determined to

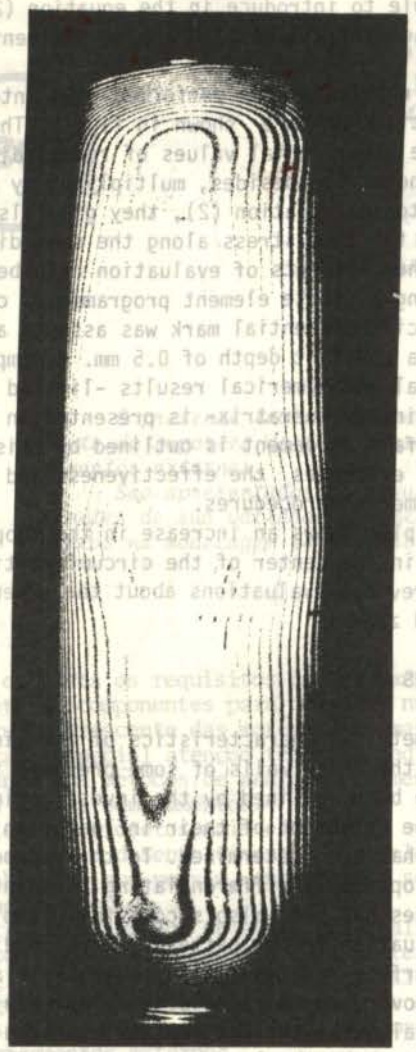


Figure 3. Radial displacements of a tube specimen with a circumferential mark on the inner wall (p= 5 kg/cm^2).

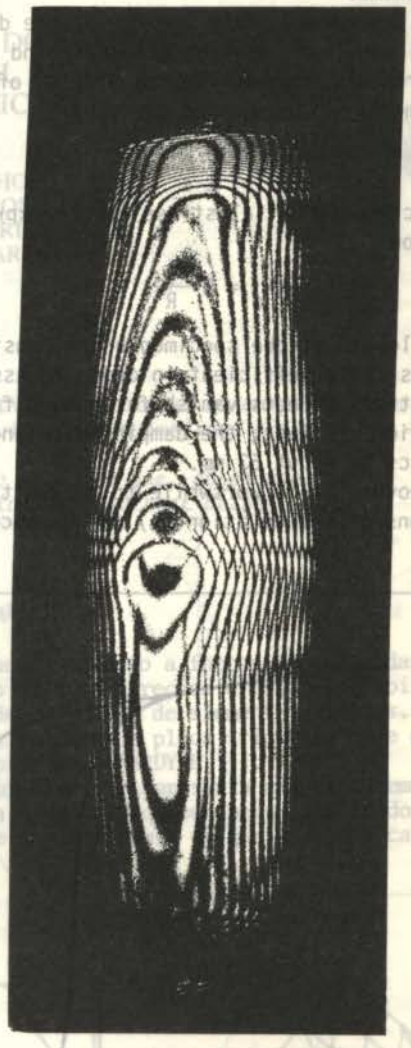


Figure 4. Differentiation pattern, along a generatrix, of the displacement fringes in figure 3.

be about 60 mm from the centre of the mark in the axial direction (on both sides), and 35 mm in the circumferential direction (on both sides).

d) The circumferential defect, representing a sort of envelopment of all the preceding ones, has a variable depth both along the longitudinal axis and along the circumference of the tube. In order to identify the area most under stress, investigations were carried out on three generatrices, each at a 120° angle with respect to the other, always using the same illuminating and observing directions.

The influence of the defect on surface deformation and the extension of the corresponding area appeared more or less evident depending on the mark's depth, which varied from 0.1 to 0.5 mm. Figure 3 shows an example of fringe pattern corresponding to the sector of largest deformation, with a pressure gradient of 5 kg/cm^2.

The extension of the influenced zone was determined by direct observation of fringe evolutions; the zone was comprised within 45 mm on both sides of the centre of the defect; its total longitudinal extension was 90 mm.

Confirmation of this evaluation was obtained using a fringe differentiation technique based upon the relative shifts of two identical transparent images along the generatrix direction which was assumed to concide with the x axis [2] . As a function of a shift Δx, a new family of fringes was visualized in correspondence to the tube surface in the longitudinal direction.

An example of this differentiation is shown in fig.4, which represents out-of-plane displacement gradients along the generatrix. Although the differentiation is not rigorous, it is still very useful to identify with a good approximation the area where the displacement gradient has the highest values as a result of the presence of structural discontinuities. The influence of this discontinuities on the mechanical behaviour of the tube is outlined more clearly and accurately than in the corresponding displacement fringe pattern.

STRESS ANALYSIS

It is worthwhile to point out that the circumferential mark is the only one having a geometry which allows some comparisons with theoretical calculations, although some simplifications are necessary, such as: axialsymmetry of the mark; constant value of diameter

and thickness; adequate distance between the mark and the bottoms.

From the curved plate theory [3] one derives, for cylindrical tubes of constant thickness and subjected to constant pressure, neglecting the effects of forces and bending moments acting on the edges:

$$w = \frac{p R^2}{E s} \qquad (1)$$

The circumferential stress can be expressed by the equation:

$$\sigma_c = E \frac{w}{R} \qquad (2)$$

The length of the specimen under consideration (376 mm) is fully sufficient in order to assure that the edge stress effects vanish far enough from the defected region. In fact, the damping wavelength of the edge effetcs is about 63 mm.

Moreover, it is wortwhile to remark that, whereas applications of the equation (1) may be uncorrect in presence of appreciable thickness variations, it is always possible to introduce in the equation (2) the radial displacement values ($\Delta R = w$) experimentally determined.

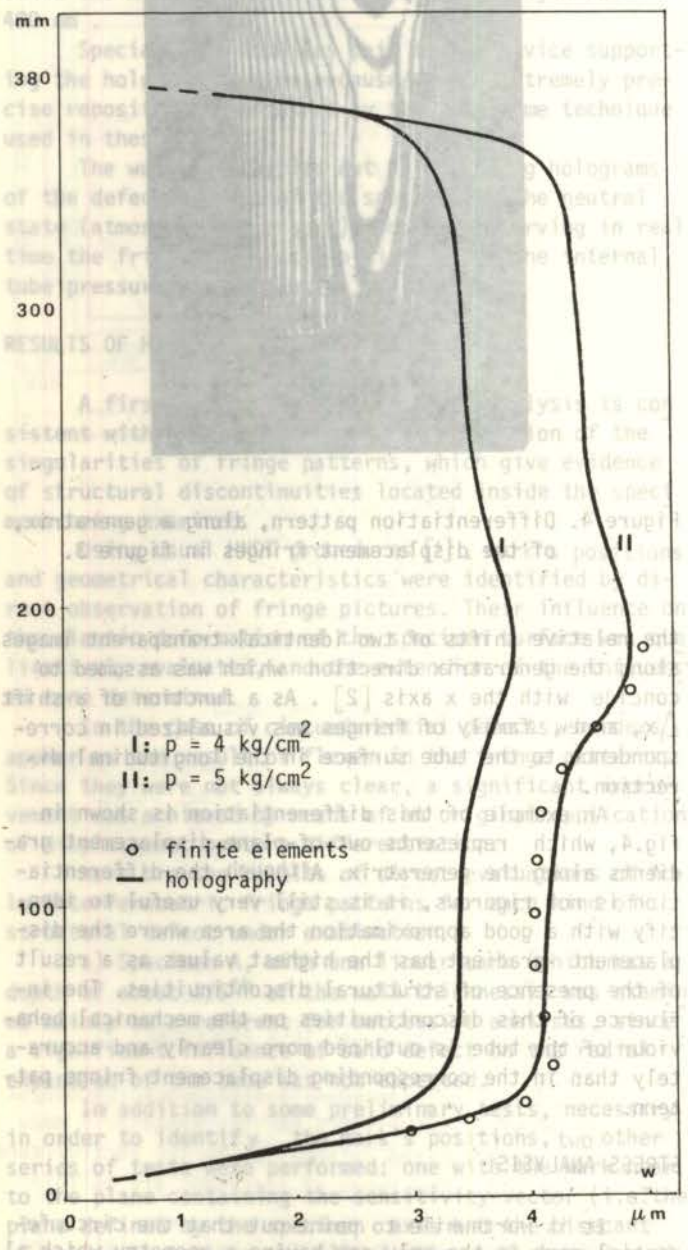


Figure 5. Radial displacement values along a generatrix of the specimen with a circumferential mark.

The results of the performed holo-interferometric investigation are shown in fig. 5. The plots represent the experimental values of radial displacement along a generatrix; besides, multiplying by factor E/R, according to the equation (2), they give also the development of the loop stress along the same direction.

Further elements of evaluation have been obtained by utilizing a finite element programme of calculation, where the circumferential mark was assumed axialsymmetric with a constant depth of 0.5 mm. A comparison of experimental and numerical results -limited to one half of the cylinder generatrix- is presented in the same fig. 5. A fair agreement is outlined by this comparison, which evidences the effectiveness and accuracy of the experimental procedures.

The plot shows an increase in the loop stress of about 15% in the center of the circumferential mark and confirm previous evaluations about the extension of the influenced zone.

CONCLUSIONS

Geometrical characteristics of fretting corrosion marks, on the inner walls of some pressure tube specimens, have been outlined by the investigation carried out and the extension of their influence on the tube deformation has been determined. To this purpose, a technique for optically differentiating holo-interferometric fringes has been also successfully employed, in order to visualize fringe patterns corresponding to the elastic surface rotations along a generatrix.

Moreover, in the case of a relatively large circumferential mark, the possibility has been demonstrated of determining the loop stress values along a generatrix, directly from the results of holographic recordings.

It is to remark that the same procedure might be utilized to evaluate also the stress concentration factors around localized defects,such as the ones previously examined. In these cases, however, preliminary calibration tests should be carried out, since it does not seem to exist the possibility of checking the experimental results by means of a reliable numerical analysis.

ACKNOWLEDGEMENTS

Tests have been carried out at the Mechanical Engineering Department of the University of Cagliari as part of a research contract financed by the Italian Commission for Nuclear and Alternative Energy Sources(ENEA)

A partial support of C.N.R. (Research National Council) is also gratefully acknowledged.

REFERENCES

[1] Erf R.K.: Holographic Nondestructive Testing, Academic Press Inc., 1974.

[2] Parks V., Durelli A.:"Moirè Patterns of Partial Derivatives of Displacement Components", Jnl.of Appl. Mech., XII - 1966

[3] Belluzzi O.: Scienza delle costruzioni, Zanichelli, Bologna 1972.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

CONSIDERAÇÕES SOBRE A RIGIDEZ DOS CONSOLOS NO MODELO ESTRUTURAL DE VASOS DE PRESSÃO VERTICAIS

PAULO AFFONSO COSTA FILHO
JOAQUIM FERNANDO PAES DE BARROS LEÃES
LÚCIO DIAS BATISTA FERRARI
NUCLEN — NUCLEBRÁS ENGENHARIA S/A

SUMÁRIO

O presente trabalho discute a influência de parâmetros geométricos no comportamento de suportes do tipo consolo para vasos de pressão verticais submetidos a carregamentos externos.

São apresentados os resultados obtidos de um estudo empírico que, observados os limites de sua validade, permitem a representação da rigidez transversal desses elementos na modelagem estrutural dos equipamentos.

INTRODUÇÃO

Tendo em vista os requisitos de segurança impostos ao projeto de componentes para centrais nucleares, bem como o custo crescente das matérias-primas para sua fabricação, especial atenção tem sido dedicada ao aperfeiçoamento dos métodos de análise e dimensionamento mecânicos desses equipamentos.

A síntese de projetos mais eficientes e de mais baixo custo requer o desenvolvimento de modelos cada vez mais elaborados que possam, entretanto, ser formulados de maneira simples.

Este trabalho tem por objetivo tecer algumas considerações com respeito ao emprego de suportes do tipo consolo (Fig. 1), para vasos de pressão verticais, assim como sugerir um modelo simplificado para a representação desses suportes na análise do componente sujeito a carregamentos externos.

Mais adequados às aplicações em que as cargas verticais, tais como o peso próprio do equipamento, são predominantes, os consolos são largamente utilizados como suportes de vasos de pequeno e médio portes mesmo quando sujeitos a significativos esforços horizontais.

Para este estudo, foi desenvolvido um modelo de elementos finitos através do qual foram testados consolos de diferentes geometrias.

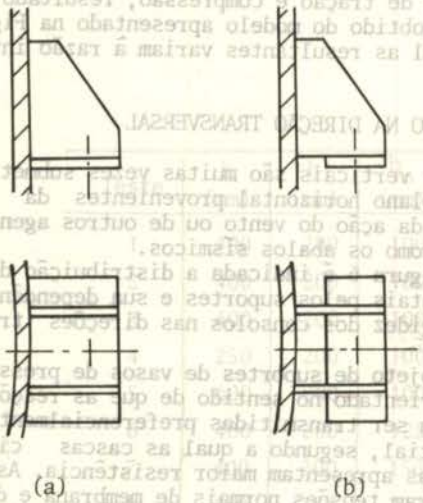


Figura1. Esquemas de consolos comumente empregados na suportação de vasos de pressão verticais

MODELO MATEMÁTICO

O consolo, sujeito a forças distribuídas na sua base atuando em três direções ortogonais, foi analisado através de um modelo de elementos finitos. Foram empregados elementos de placa triangulares e quandrangulares do programa STARDYNE [1].

A figura 2-a e b apresenta uma vista em perspectiva da peça discretizada em que são indicados os nós engastados e aqueles sobre os quais atua o carregamento externo.

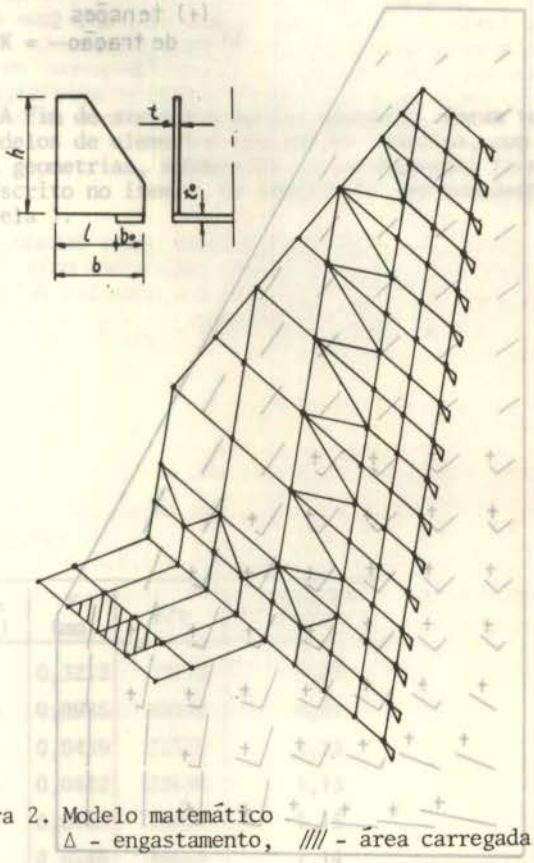


Figura 2. Modelo matemático
Δ - engastamento, //// - área carregada

Considerando que a peça em estudo possui um plano vertical de simetria e que as cargas consideradas podem ser decompostas em carregamentos simétricos ou antimétricos em relação a esse plano, o modelo utilizado limita-se a uma das metades do consolo seccionado pelo seu plano de simetria. Para permitir esta simplificação do modelo, foram introduzidas, conveniente

mente, restrições aos deslocamentos e rotações dos nós contidos na interseção da base do consolo com seu plano de simetria.

COMPORTAMENTO DOS CONSOLOS SUBMETIDOS A CARREGAMENTO VERTICAL

Devido a grande resistência ao cisalhamento das cascas cilíndricas, são os momentos fletores induzidos pela reação excêntrica dos consolos as cargas de maior importância nessa análise. As normas BS 5500 [2] e WRC boletim nr. 107 [3] apresentam métodos para a determinação dos níveis de tensões presentes na região dos suportes.

Um dos modelos alternativos usuais [4] supõe uma distribuição triangular de forças ao longo do comprimento do casco como mostra a fig. 3. Uma avaliação conservativa das tensões é obtida a partir da análise de um anel unitário sujeito à força radial máxima f_r.

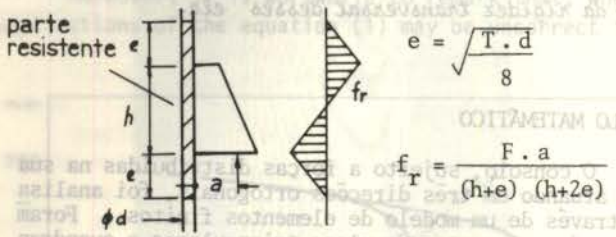


Figura 3. Modelo usual [4] admitindo uma distribuição triangular dos esforços transmitidos para o casco.

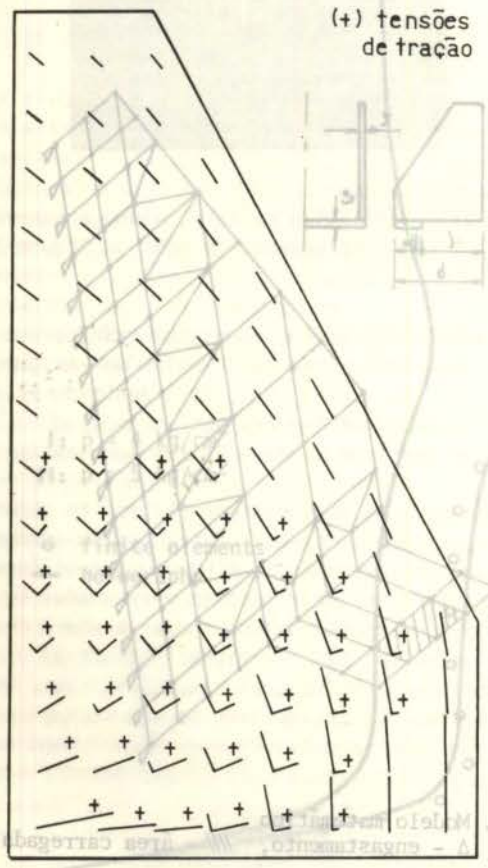


Figura 4. Distribuição das tensões principais no consolo.

Na figura 4 são indicadas, por meio de barras orientadas, a magnitude e a direção das tensões principais verificadas na placa vertical do consolo cuja distribuição apresenta uma faixa horizontal tracionada na parte inferior da placa e uma diagonal comprimida, o que sugere a formação de uma treliça.

A fim de avaliar a influência da altura do consolo na distribuição dos esforços na conexão, foram testadas três geometrias, cujos resultados são apresentados na figura 5.

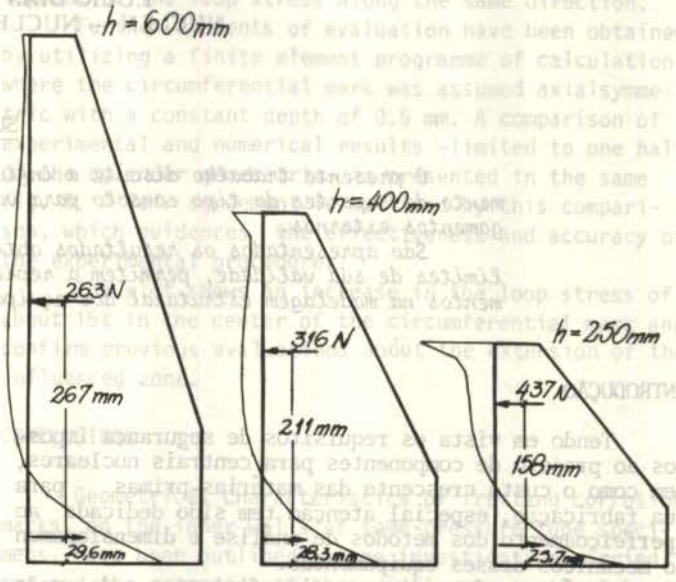


Figura 5. Distribuição das forças transmitdas ao casco pelo consolo sujeito a carregamento vertical. São comparados os resultados obtidos para modelos com diferentes razões entre base e altura.

A figura 5-c que apresenta o consolo com a menor razão entre a altura e a base, mostra uma distribuição de forças na borda engastada que se aproxima à de uma seção transversal de uma viga em flexão (hipótese das seções planas). As demais apresentam uma distribuição de esforços que se afasta desse modelo com uma região comprimida tanto maior que a tracionada quanto maior a razão entre altura e base. Resultados semelhantes foram discutidos por Leonhardt e Moenning [5] no estudo de vigas-parede.

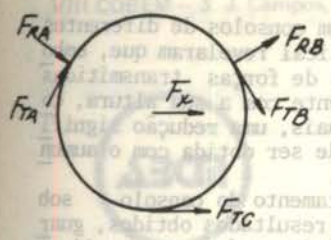
O aumento da altura do consolo de 250mm para 600 mm levou a uma redução de cerca de 40% nos valores das resultantes de tração e compressão, resultado que difere daquele obtido do modelo apresentado na Figura 3, segundo o qual as resultantes variam à razão inversa da altura.

CARREGAMENTO NA DIREÇÃO TRANSVERSAL

Vasos verticais são muitas vezes submetidos a esforços no plano horizontal provenientes da tubulação conectada, da ação do vento ou de outros agentes externos, tais como os abalos sísmicos.

Na Figura 6 é indicada a distribuição dos esforços horizontais pelos suportes e sua dependência em relação à rigidez dos consolos nas direções transversal e radial.

O projeto de suportes de vasos de pressão é geralmente orientado no sentido de que as reações de apoio possam ser transmitidas preferencialmente na direção tangencial, segundo a qual as cascas cilíndricas ou esféricas apresentam maior resistência. As cargas radiais geram tensões normais de membrana e de flexão, cuja intensidade pode atingir níveis elevados.

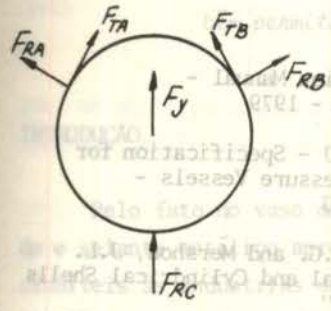


$$F_{TA} = F_{TB} = \frac{F_X \cdot K_T}{3\,(K_T + K_R)}$$

$$F_{RA} = F_{RB} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{F_X \cdot K_R}{(K_T + K_R)}$$

$$F_{TC} = 2 \cdot F_{TA}$$

$$F_{RC} = 0$$



$$F_{TA} = F_{TB} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{F_Y \cdot K_T}{(K_T + K_R)}$$

$$F_{RA} = F_{RB} = \frac{F_Y \cdot K_R}{3\,(K_T + K_R)}$$

$$F_{RC} = 2 \cdot F_{RA}$$

$$F_{TC} = 0$$

F_X e F_Y são as projeções de uma força horizontal nos eixos X e Y

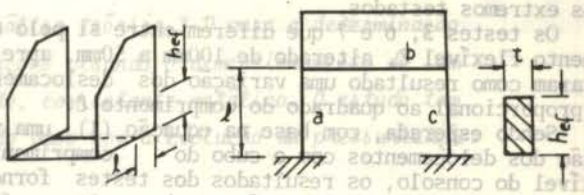
K_R e K_T são os coeficientes de rigidez radial e tangencial dos suportes

A, B e C são as conexões com os três consolos

Figura 6. Distribuição das reações aos carregamentos horizontais através dos suportes

A Figura 1 apresenta duas configurações usuais de consolos. A primeira (Fig. 1-a), mais favorável, mostra o caso em que a placa de base é soldada no costado, o que confere à conexão maior rigidez transversal, aumentando a parcela dos esforços horizontais a ser transmitida por cisalhamento. Na segunda (Fig. 1-b), mais comum, esta placa não é diretamente conectada ao casco, acarretando, com a redução da rigidez transversal dos suportes, o aumento das reações radiais nos apoios.

O comportamento do consolo sob carregamento transversal pode ser comparado ao de um pórtico como o mostrado na Figura 7 com o elemento b infinitamente rígido.



$$I_a = I_c = \frac{h_{ef} \cdot t^3}{12}, \qquad K = \frac{12 \cdot E\,(I_a + I_c)}{\ell^3}$$

Figura 7. Modelo de pórtico plano com o elemento b infinitamente rígido

Tomando o modelo de pórtico com o momento de inércia dos elementos a e c, avaliado com base em uma dimensão h_{ef} (altura efetiva), a ser determinada, a constante de rigidez transversal do consolo pode ser definida pela expressão abaixo :

$$K = \frac{2 \cdot E \cdot t^3 \cdot h_{ef}}{\ell^3} \qquad (1)$$

A fim de avaliar o modelo proposto, foram testados modelos de elementos finitos de consolos, com diferentes geometrias, submetidos ao carregamento transversal descrito no item 2. Os resultados são apresentados na tabela 1.

Tabela 1.

Teste	h (mm)	b (mm)	b_o (mm)	t (mm)	t_o (mm)	$b-b_o$ 1 (mm)	v (mm)	F/v	$\alpha = \frac{K \times \ell^2}{E\,t^3}$
1	400	200	100	5	20	100	0,3212	3113	1,24
2	400	200	100	7,5	20	100	0,0985	10157	1,20
3	400	200	100	10	20	100	0,0439	22779	1,13
4	250	200	100	10	20	100	0,0442	22624	1,13
5	600	200	100	10	20	100	0,0433	23094	1,15
6	400	200	125	10	20	75	0,0246	40650	1,14
7	400	200	150	10	20	50	0,0118	84746	1,06
8	400	200	200*	10	20	-	0,0016	636942	-

* placa de base engastada

Nos testes 1, 2 e 3 a espessura (t) das placas verticais foi alterada, tendo os deslocamentos, tomados no nó central da área carregada, variado inversamente com o cubo da espessura, com uma discrepância máxima, em relação aos valores esperados, não superior a 10%.

Nos testes 3, 4 e 5 foi alterada a altura das placas verticais sem que tenha sido verificada alguma variação significativa nos deslocamentos que apresentam uma redução de cerca de 2% com o aumento da altura de 250mm para 600mm. Estes resultados indicam a independência, para fins práticos, da rigidez do consolo em relação à sua altura, ao menos para peças que guardem relações geométricas não muito distantes dos casos extremos testados.

Os testes 3, 6 e 7 que diferem entre si pelo comprimento flexível ℓ, alterado de 100mm a 50mm, apresentaram como resultado uma variação dos deslocamentos proporcional ao quadrado do comprimento ℓ.

Sendo esperada, com base na equação (1), uma variação dos delocamentos com o cubo do comprimento flexível do consolo, os resultados dos testes fornecem uma indicação de que o parâmetro h_{ef}, altura efetiva varia proporcionalmente com ℓ, ou seja, a região do consolo através da qual os esforços efetivamente são transmitidos ficaria restrita em função do valor deste parâmetro. A constante de rigidez poderia, portanto, ser dada pela seguinte equação:

$$K = \frac{\alpha \times E \times t^3}{\ell^2} \qquad (2)$$

Os valores da constante de proporcionalidade determinados para cada um dos casos testados são relacionados na tabela 1, apresentando uma variação de 1,14 para o teste 6 a 1,24 para o teste 1, sendo que o valor de α mais baixo, obtido no teste 7 fornece indicações de que, para valores de ℓ muito pequenos em comparação com a base do consolo, torna-se mais significativa a influência da deformação da placa de base no seu plano.

CONCLUSÕES

Dentre os resultados obtidos neste estudo, cabe ressaltar aqueles que fornecem indicações mais importantes para orientar o projeto dos consolos aplicados à suportação de vasos de pressão.

Os testes realizados com consolos de diferentes alturas sob carregamento vertical revelaram que, embora os valores das resultantes de forças transmitidas ao casco não variem inversamente com a sua altura, como sugerem alguns modelos usuais, uma redução significativa dessas resultantes pode ser obtida com o aumento da altura desses suportes.

Com respeito ao comportamento do consolo sob carregamento transversal, os resultados obtidos, guardados os limites de sua validade, podem ser considerados satisfatórios, o que justifica o prosseguimento dos trabalhos no sentido de desenvolver modelos simples para esse tipo de suporte, baseados em pórticos planos.

Finalmente, observamos que o presente estudo completar-se-á com o acoplamento do consolo à uma casca flexível, com o que será possível tornar mais exatos os modelos com elementos de barra frequentemente utilizados na análise dos vasos de pressão verticais.

REFERÊNCIAS

(1) Stardyne - User Information Manual - Control Data Corporation - 1979

(2) British Standards BS 5500 - Specification for Unfired Fusion Welded Pressure Vessels - 1982 Edition - Appendix G

(3) Wockman. K.R./ Hopper, A.G. and Mershon, J.L. "Local Stress in Spherical and Cylindrical Shells due to External Loadings" Welding Research Council Bulletin Nº 107, 1979

(4) Blodgett, Omer W. - "Design of Weldments" - The James F. Lincoln Arc Welding Foundation, 1963

(5) Leonhardt, F./ Moenning, E. - "Construções de Concreto", vol. 2, Editora Interciência Ltda., 1979

SUMMARY

This paper intends to discuss the influence of geometrical parameters in the static response of brackets applied to vertical pressure vessels under external loadings.

An empirical analysis led to the results presented herein, which permits, within the limits of their validity, to represent the transverse stiffness of this type of element in equipment structural models.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

UMA ANÁLISE 3-D DA DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES E DEFORMAÇÕES NUM VASO CILÍNDRICO DE ALTA PRESSÃO, FABRICADO EM MATERIAL CONJUGADO E COM SELANTE METÁLICO

WALTER KENKITI TAKAHASHI
HAZIM ALI AL-QURESHI
CTA/ITA

SUMÁRIO

No presente trabalho é apresentada uma análise teórica 3-D para a determinação completa das distribuições de tensões e deformações visando o dimensionamento de um vaso de pressão cilíndrico de material conjugado, com selante metálico. O estudo também permite o acompanhamento do comportamento do vaso com a evolução da pressurização.

INTRODUÇÃO

Pelo fato do vaso de pressão de material conjugado e selante metálico apresentar características impres cindíveis às indústrias aeronáutica e espacial, tais como baixo peso, alta resistência e boa resistência a condições ambientais [1], no presente trabalho é feito um estudo 3-D visando o dimensionamento para a fabricação de forma a permitir a exploração de tais tipos de vasos.

Estudos anteriores foram efetuados em vasos esféricos [2], sendo que a geometria aqui enfocada é a cilíndrica.

O trabalho se prende ao aspecto teórico da obtenção e análise das distribuições de tensões e deformações. Informações detalhadas quanto à fabricação do vaso podem ser obtidas na referência [3].

TRATAMENTO ANALÍTICO

Comportamento dos Materiais Constituintes do Vaso Cilíndrico de Pressão. Para a determinação das distribuições de tensões e deformações ao longo da espessura de parede do vaso cilíndrico de pressão, foi empregado o método do elemento ("slab"), considerando-se o cilindro como sendo de parede espessa.

O comportamento do material metálico é suposto isotrópico, elástico-perfeito plástico e o material conjugado como apresentando anisotropia ortotrópica, com os eixos de ortotropia coincidentes com os eixos do cilindro. Para que isto ocorresse, os elementos da matriz de rigidez foram recalculados para a parcela do conjugado em hélice e reagrupados com os elementos da camada tangencial, de forma a reconstituir uma camada de conjugado único, cuja propriedades correspondessem às propriedades da composição hélice + tangencial.

Cálculo das Distribuições de Tensões e Deformações na Região de Comportamento Elástico do Metal. A análise desta região permite determinar a pressão interna que acarretará o início do escoamento do metal, sendo de importância na definição das condições de pré-pressurização. A determinação das distribuições de tensões e deformações é efetuada pelo conhecimento dos deslocamentos radiais das camadas constituintes do vaso.

Os deslocamentos radiais do selante metálico (u_s) e da camada de conjugado (u_c) são dados por: [4]

$$u_s = \alpha r + \frac{\beta}{r} \qquad (1)$$

$$e \quad u_c = \gamma r^n + \delta r^{-n} + \frac{F-E}{A-B} \cdot r \cdot \varepsilon_z \qquad (2)$$

onde α, β, γ e δ são constantes de integração determinadas pela aplicação das c.c., r é a distância radial, $n = \sqrt{\frac{B}{A}}$, A,B,E e F elementos da matriz de rigidez do conjugado segundo notação de Tsai e Lekhnitskii e ε_z é a deformação longitudinal, suposta constante.

Considerando-se que as deformações radiais (ε_r) e as tangenciais ($\varepsilon\theta$) são dadas por: [4]

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} \quad e \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \qquad (3)$$

Utilizando-se as equações da lei de Hooke e as expressões (1), (2) e (3), encontra-se as seguintes expressões para as distribuições de tensões e deformações dentro da região de comportamento elástico do metal.

Distribuições de tensões no metal:

$$\sigma_{rm} = (X+W)\alpha - \frac{(X-W)}{r^2}\beta + W\varepsilon_z$$
$$\sigma_{\theta m} = (X+W)\alpha - \frac{(X-W)}{r^2}\beta + W\varepsilon_z \qquad (4)$$
$$\sigma_{zm} = 2W\alpha + X\varepsilon_z$$

onde σ_{rm}, $\sigma_{\theta m}$ e σ_{zm} são as tensões radial, tangencial e longitudinal respectivamente e:

$$X = \frac{(1-\nu)E_m}{(1-\nu-2\nu^2)}, \quad W = \frac{\nu E_m}{(1-\nu-2\nu^2)} \qquad (5)$$

onde υ e E_m são o coeficiente de Poisson e o módulo de elasticidade do metal respectivamente.

Distribuições de deformações no metal:

$$\varepsilon_{rm} = \alpha - \frac{\beta}{r^2}, \quad \varepsilon_{\theta m} = \alpha + \frac{\beta}{r^2}, \quad \varepsilon_{zm} = \underline{cte} \qquad (6)$$

As expressões (5) e (6) são válidas pra $r_1 \leq r \leq r_2$, ou seja desde o raio interno (r_1) até o raio da interface metal-conjugado (r_2) do vaso.

Distribuições de tensão no material conjugado:

$$\sigma_{rc} = (An+D)\gamma r^{n-1} - (An-D)\delta r^{-n-1} + \{(A+D)\frac{(F-E)}{(A-B)} + E\}\varepsilon_z$$
$$\sigma_{\theta c} = (Dn+B)\gamma r^{n-1} - (Dn-B)\delta r^{-n-1} + \{(B+D)\frac{(F-E)}{A-B} + F\}\varepsilon_z$$
$$\sigma_{zc} = (En+F)\gamma r^{n-1} - (En-F)\delta r^{-n-1} + \{(E+F)\frac{(F-E)}{A-B} + C\}\varepsilon_z \qquad (7)$$

onde σ_{rc}, $\sigma_{\theta c}$ e σ_{zc} são as tensões radial, tangencial e longitudinal do conjugado; C,D elementos da matriz de rigidez do conjugado.

Distribuições de deformações no material conjugado:

$$\varepsilon_{rc} = n\gamma r^{n-1} - n\delta r^{-n-1} + \frac{(F-E)}{A-B}.\varepsilon_z$$
$$\varepsilon_{\theta c} = n\gamma r^{n-1} + \delta r^{-n-1} + \frac{(F-E)}{A-B}.\varepsilon_z \qquad (8)$$
$$\varepsilon_{zc} = \underline{cte}$$

As expressões (7) e (8) são válidas para $r_2 \leq r \leq r_3$, ou seja desde o raio de interface (r_2) até o raio externo (r_3) do vaso.

As condições de contorno para a determinação das constantes $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ e ε_z são expressas por:

$$\sigma_r = -p \quad \text{para} \quad r=r_1$$
$$\sigma_r = 0 \quad \text{para} \quad r=r_3 \qquad (9)$$

que expressam a condição de pressurização interna (p) do vaso,

$$u(r_2^-) = u(r_2^+)$$
$$\sigma_r(r_2^-) = \sigma_r(r_2^+) \qquad (10)$$

condições estas relacionadas à compatibilidade de deslocamento e continuidade da tensão radial na interface e

$$2\int_{r_1}^{r_3} \sigma_z r dr = pr_1^2 \qquad (11)$$

que se relaciona com o equilíbrio longitudinal do vaso.

Para a determinação da pressão de escoamento (P_e) do vaso, aplicando-se a condição de Tresca [4] no raio interno (r_1), obtem-se que:

$$p_e = \frac{\sigma_e r_1^2}{2}.\left(\frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_1^2}\right).\{1+(An-D)A_2 r_2^{n-1}(r_3^{-2n} - r_2^{-2n}) + [(A+D)\frac{(F-E)}{A-B} + E]A_1[1 - (\frac{r_2}{r_3})^{n-1}]\}^{-1} \qquad (12)$$

onde A_1 e A_2 são constantes relacionadas às propriedades do conjugado e à geometria do vaso, σ_e a tensão de escoamento do metal.

Cálculo das Distribuições de Tensões e Deformações na Região de Comportamento Elástico-Plástico do Metal. Com o prosseguimento da pressurização ($p>p_e$), o raio plástico se expande para r_p, sendo que $r_1 < r_p < r_2$. Todos os pontos da região já escoada do metal, ou seja, da região compreendida entre $r_1 \leq r \leq r_p$ obedecem à condição de escoamento de Tresca. Desta forma, à partir da integração da equação de equilíbrio radial [4] pode-se obter as distribuições de tensões para a região plástica:

$$\sigma_{rmp} = \sigma_e.\ell n\frac{r}{r_1} - p, \quad \sigma_{\theta mp} = \sigma_e.(1+\ell n\frac{r}{r_1}) - p \qquad (13)$$
$$\sigma_{zmp} = E_m.\varepsilon_z + \nu\sigma_e(1+2\ell n\frac{r}{r_1}) - 2\nu p$$

Para a definição das deformações nesta região, substituindo-se (3) e (13) na soma das deformações ε_r, ε_θ e ε_z e integrando-se com a condição de compatibilidade de deslocamento radial da interface ainda elástica (r_p^+) e já plástica (r_p^-), definida por:

$$u(r_p^-) = u(r_p^+) = \alpha_y r_p + \frac{\beta_y}{r_p} \qquad (14)$$

onde α_y e β_y são constantes obtidas à partir das condições de contorno do comportamento da região elástica - plástica, quais sejam:

$$\sigma_r(r_p^-) = \sigma_e . \ell n \frac{r_p}{r_1} - p \qquad \sigma_r(r_3) = 0$$
$$\sigma_r(r_2^-) = \sigma_r(r_2^+) \qquad u(r_2^-) = u(r_2^+) \qquad (15)$$
$$2\int_{r_1}^{r_3} \sigma_z r dr = p r_1^2 ,$$

chega-se à expressão de deslocamento radial (u_p), que substituída em (3) fornece as distribuições de ε_r e ε_θ, sendo que:

$$u_p = \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{E_m} . \sigma_e (r . \ell n \frac{r_p}{r_1} - \frac{r_p^2}{r} . \ell n \frac{r_p}{r_1}) +$$
$$\frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{E_m} . p . (\frac{r_p^2}{r} - r) + \nu \varepsilon_{zy} (\frac{r_p^2}{r} - r) + \qquad (16)$$
$$+ \alpha_y . \frac{r_p^2}{r} + \frac{\beta_y}{r}$$

A deformação logitudinal ε_{zy} desta região também é obtida à partir da aplicação das condições (15), sendo decorrente a obtenção das constantes γ_y e δ_y.

As distribuições de tensões e deformações para a camada ainda elástica do metal ($r_p \leq r \leq r_2$) e para o conjugado ($r_2 \leq r \leq r_3$) podem ser obtidas pela substituição de $\alpha_y, \beta_y, \gamma_y, \delta_y$ e ε_{zy} nas equações (4) e (6) e (7) e (8), respectivamente.

No sentido de se avaliar a evolução do raio plástico com o aumento da pressão interna, pode-se obter a seguinte expressão:

$$p_{ie} = \sigma_e . \ell n (\frac{r_p}{r_1}) . \frac{L_2}{L_1} + \frac{\sigma_e . r_p^2}{2L_1 (X-W)} \qquad (17)$$

que é de importância no sentido de definir a pressão que tornaria a camada metálica totalmente plástica ($r_p = r_2$), portanto podendo auxiliar na definição do nível inicial de pressurização anterior à entrada do vaso em operação. As constantes L_1 e L_2 estão relacionadas à geometria do vaso e às propriedades dos materiais constituintes do vaso e Pie é a pressão atuante ($P_{ie} > P_e$).

Cálculo das Distribuições de Tensões e Deformações após o Escoamento Total do Metal. Esta etapa de pressurização é de fundamental importância, pois a ruptura do vaso ocorre após o escoamento completo da camada do metal. É a partir das distribuições de tensões e deformações obtidas nesta região que é feito o dimensionamento do vaso de pressão.

Para se obter as distribuições de tensões na camada metálica, aplica-se as expressões (13) com $r_1 \leq r \leq r_2$. Na determinação das deformações, o procedimento é análogo ao caso anterior, mudando-se a condição de contorno para $u(r_2^+)$, representativa da compatibilidade em deslocamento da interface metal-conjugado, resultando para a expressão de deslocamento radial (u_{tp})

$$u_{tp} = \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{E_m} . \sigma_e . (r . \ell n \frac{r}{r_1} - \frac{r_2^2}{r} . \ell n \frac{r_2}{r_1}) +$$
$$+ \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{E_m} . p . (\frac{r_2^2}{r} - r) + \frac{\gamma_t . r_2^{n+1}}{r} + \qquad (18)$$
$$+ \frac{\delta_t . r_2^{1-n}}{r} + \{(\frac{F-E}{A-B} + \nu) \frac{r_2^2}{r} - \nu r\} \varepsilon_{zt}$$

onde γ_t, δ_t e ε_{zt} são constantes determinadas pelas condições de contorno:

$$\sigma_r(r_2^+) = \sigma_r(r_2^-) = \sigma_e . \ell n \frac{r_2}{r_1} - p$$
$$\sigma_r(r_3) = 0 \qquad (19)$$
$$2\int_{r_1}^{r_3} \sigma_z r dr = p r_1^2$$

Da substituição de (18) em (3), obtem-se as expressões para as distribuições de deformações ε_r e ε_θ.

No caso do material conjugado, o seu comportamento, como suposto inicialmente, continua linearmente elástico. Bastando portanto, para a determinação das distribuições de tensões e deformações, substituir γ_t, δ_t e ε_{zt} nas expressões (7) e (8).

Dependendo do critério de falha adotado, estas expressões podem ser manipuladas de forma a definir a pressão de ruptura do vaso de pressão.

RESULTADOS E CONCLUSÕES

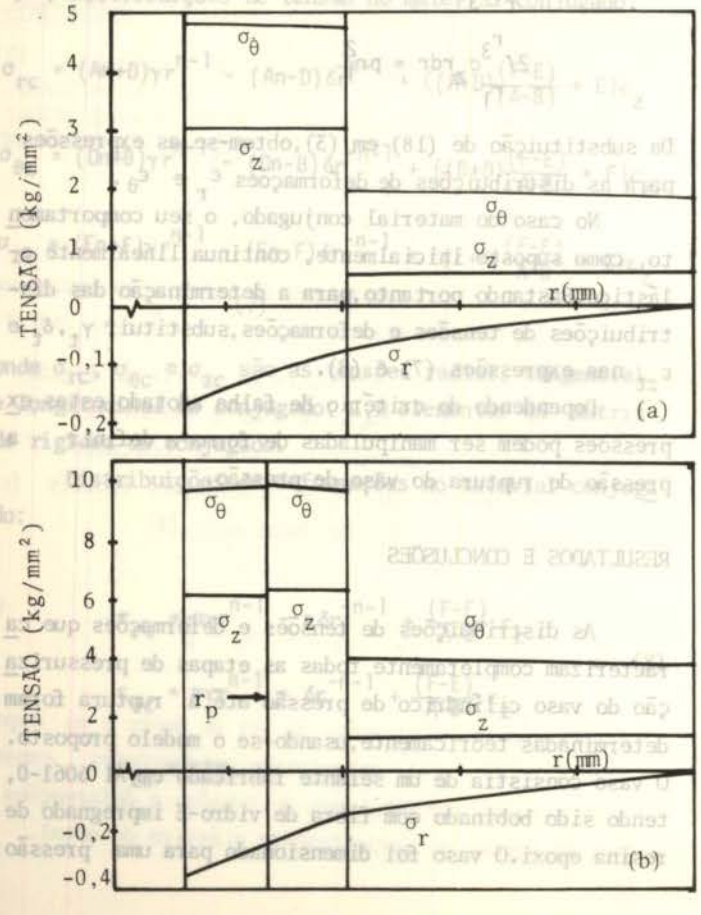
As distribuições de tensões e deformações que caracterizam completamente todas as etapas de pressurização do vaso cilíndrico de pressão até a ruptura foram determinadas teoricamente, usando-se o modelo proposto. O vaso consistia de um selante fabricado em Al 6061-0, tendo sido bobinado com fibra de vidro-E impregnado de resina epoxi. O vaso foi dimensionado para uma pressão

de ruptura de 300 bar.

As distribuições obtidas para as diferentes etapas de pressurização são mostradas nas figuras 1:a,b e c. A curva 1a fornece as distribuições de tensões ao longo da espessura de parede do vaso, na região de comportamento elástico do metal. Nesta fase de carregamento, a resistência à pressurização é oferecida pela camada metálica dada a sua maior rigidez. Prosseguindo-se a pressurização e ultrapassando a pressão de início de escoamento, de forma que $r_1<r_p<r_2$, as distribuições obtidas podem ser visualizadas na figura 1b. Nesta etapa, como parte do metal já se encontra escoado, gradualmente a responsabilidade de suportar a pressão interna se transfere para o material conjugado. E finalmente após o completo escoamento do metal, o que é visto nas distribuições da figura 1c, a camada metálica não representa mais elemento de resistência, mas somente vedante, sendo o conjugado responsável total pela resistência do vaso.

O dimensionamento baseado no modelo se mostrou confiável, conclusão esta possível em face dos testes efetuados, sendo que a estrutura resultante apresentou um alívio de peso da ordem de 25% em relação a um vaso fabricado em aço.

Uma avaliação mais ampla do vaso não foi efetuada dado que o objetivo inicial do trabalho era o desenvolvimento de protótipos para a verificação da viabilidade de tais estruturas, objetivo este amplamente atingido.



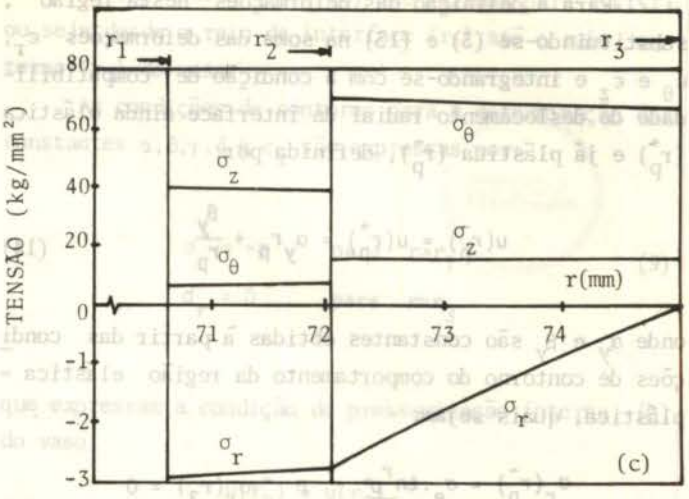


Figura 1. Distribuições de tensões na região de comportamento: (a) elástico, (b) elástico-plástico, (c) completamente plástico do metal.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Srta Maria Aparecida Alkmin pela datilografia dos manuscritos.

REFERÊNCIAS

[1] MORRIS,E.E., Commercial Filament Wound Pressure Vessels for Military and Aerospace Applications. SAE-Technical Paper nº 811093, 1981.

[2] GERSTLE,Jr,F.P., Analysis of Filament-Reinforced Spherical Pressure Vessels. Presented at the Composite Materials: Testing and Design (3rd Conference), ASTM,STP546, 1974.

[3] TAKAHASHI,W.K. & AL-QURESHI,H.A., Técnicas de Fabricação de Selantes Metálicos para Utilização em Vasos de Pressão de Material Conjugado Bobinado. 5º CBECIMAT, Porto Alegre, 1982.

[4] LOVE,A.E.H., A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity. 4th edition, New York, Dover Publications, 1944.

SUMMARY

In the present work a 3-D theoretical analysis for determining a complete stress-strain distributions in a reinforced plastic-metal liner cylindrical pressure vessel is presented for the purpose of its design. The study also permits to follow the vessel behaviour with the evolution of internal pressurization.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

ANÁLISE DE FLANGES DE VASOS DE PRESSÃO NUCLEARES

CARLOS ALBERTO DE OLIVEIRA
OSCAR BRITO AUGUSTO
DIRETORIA DE PESQUISA DE REATORES, CNEN, SP

SUMÁRIO

Neste trabalho é proposta uma metodologia para a análise estrutural de flanges de grande diâmetro utilizados em vasos de pressão de reatores nucleares. Nesta análise o vaso é dividido em elementos de casca de revolução, os flanges são representados por anéis rígidos e os parafusos são tratados como vigas. Utiliza-se o método dos esforços para a soluçao do problema, sendo que os resultados calculados são comparados com resultados obtidos pelo método dos elementos finitos.

INTRODUÇÃO

Na análise de vasos de pressão, os flanges distinguem-se não somente por serem membros estruturais e, portanto, estarem sujeitos aos requisitos de integridade estrutural, mas também por comporem, juntamente com os parafusos e a gaxeta, um conjunto suscetível a falhas por vazamento. Este é o caso do vaso de pressão de um reator nuclear, em que o tampo do vaso deve ser removível a fim de que se possa ter acesso à sua poarte interna.

Por serem não convencionais (diâmetro externo da ordem de 4m e pressão de operação em torno de 17 MPa), os flanges de reatores nucleares não são normalizados, o que dificulta a avaliação de suas dimensões em fase de projeto e concepção. O que se faz é adotar uma geometria inicial e efetuar a análise com uma modelagem específica. Na maioria das vezes é utilizado um código de elementos finitos. Se o flange não é adequado, redefine-se sua geometria e repete-se a etapa anterior. Note que o processo de elaboração e redefinição da malha de elementos finitos exige um certo dispêndio de tempo nem sempre desprezível.

Para facilitar este processo desenvolveu-se um programa computacional para a análise estrutural de uniões flangeadas de vasos nucleares, baseado no método dos esforços, cuja entrada de dados é simples e fácil de ser alterada. A título de exemplo, aplica-se o programa à análise do vaso do reator da usina nuclear de ANGRA I (1). Os resultados obtidos para um carregamento de pressão interna e pré-tensão dos parafusos do flange são comparados com resultados obtidos pelo método dos elementos finitos, com boa concordância.

ANÁLISE DE FLANGES DE VASOS NUCLEARES

Para a análise proposta, o corpo do vaso é dividido em elementos de casca de revolução, os anéis dos flanges são representados por anéis rígidos, e os parafusos são tratados como vigas (ver figura 1).

No caso do flange de um vaso nuclear, a razão espessura/largura para seu anel é da ordem da unidade ou maior, ao contrário do que ocorre com flanges comuns que trabalham a baixas pressões, para os quais esta razão situa-se em torno de 1/3; isto desaconselha a modelagem deste elemento pela teoria de placas, como ocorre no caso geral. O que se faz é utilizar a teoria de anéis rígidos (2), a qual representa bem o comportamento do elemento, exceto por uma pequena região nas vizinhanças do contato entre as faces, na qual ocorre deformação plástica (3).

Os parafusos de fixação da união flangeada são tratados pela teoria de vigas, e são supostos engastados no anel do flange inferior. O elemento assim constituido é suposto axissimétrico, bem como os esforços de pré-tensão dos parafusos.

A REGIÃO DE CONTATO ENTRE OS FLANGES

Um aspecto particular de um flange nuclear é sua região de contato (figura 2). A guarnição empregada é to tipo anel de vedação "O-ring", geralmente do modelo auto energizável (4); são empregados dois "O-rings", formando-se um sistema redundante de proteção. Note-se entretanto que o contato efetivo é aquele que ocorre entre as superfícies metálicas, sendo este o ponto em que atuam os esforços de contato. O programa elaborado inclui um processo iterativo para se determinar o ponto real de contato, a partir de rotações pré-calculadas.

MODELO MATEMÁTICO

O método dos esforços, empregado no programa é clássico, de forma que apresentaremos a seguir apenas os principais passos envolvidos:

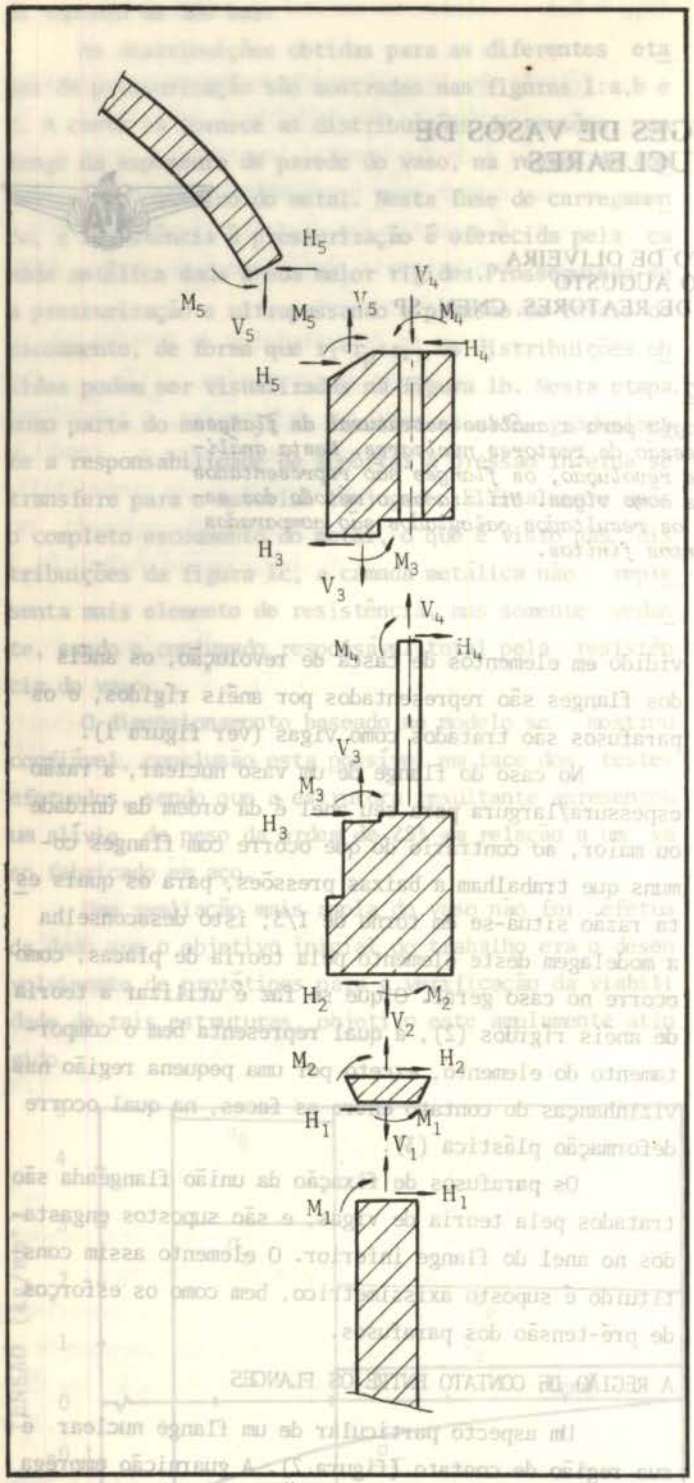


Figura 1 - Discretização do vaso em elementos de casca de revolução, anel rígido e viga, incluindo esforços redundantes que atuam nas junções.

1. O vaso é dividido em elementos básicos, conforme mostra a figura 1.
2. Definem-se os carregamentos externos:
   i. pressão uniforme
   ii. força de pré-tensão nos parafusos
3. Para cada elemento monta-se a relação de flexibilidade:

$$\{\delta\}_e = (F)_e \cdot \{q\}_e + \{\delta\}'_e \qquad (1)$$

onde,

$(F)_e$ é a matriz de flexibilidade do elemento

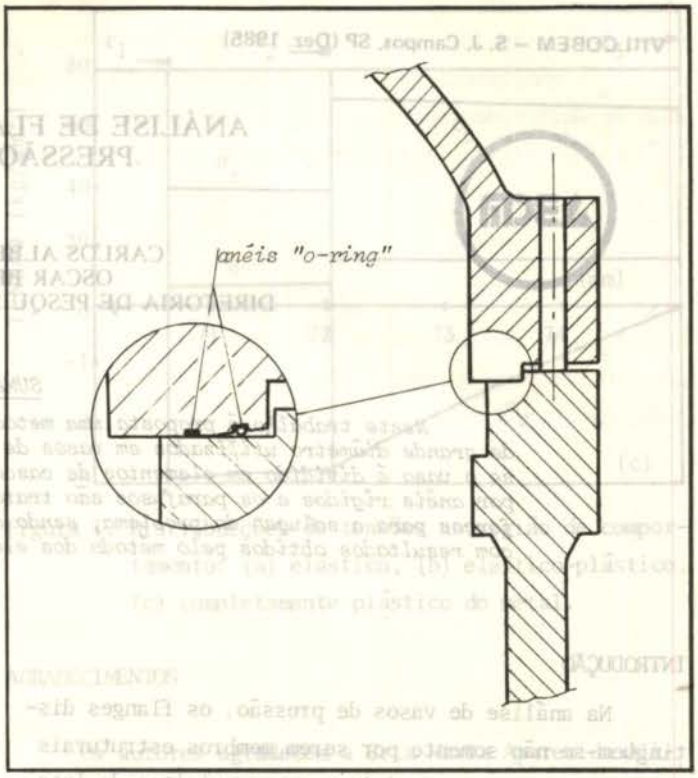


Figura 2 - Região de contato

$\{\delta\}_e$ é o vetor de deslocamentos do elemento

$\{q\}_e$ é o vetor de esforços nas extremidades do elemento (incógnito)

$\{\delta\}'_e$ é o vetor de deslocamentos do elemento devido aos carregamentos externos

4. O vetor de esforços (incógnita procurada) é obtido através da solução de um sistema linear de equações, resultante da substituição das relações de flexibilidade de cada elemento isoladamente, nas condições de compatibilidade e equilíbrio das junções.
5. Com o vetor de esforços obtido na etapa anterior calculam-se os deslocamentos e tensões de cada elemento isoladamente.

CONDIÇOES DE COMPATIBILIDADE E EQUILÍBRIO

Para a maioria das transições entre os elementos as condições de compatiblidade entre deslocamentos radiais e rotações, e equilíbrio de forças e momentos podem ser deduzidas de forma clássica. No entanto alguns tópicos merecem atenção especial:

1. Contato entre os flanges inferior e superior: duas condiçoes podem ocorrer:
   a. A força de atrito entre as duas faces é suficientemente elevada para evitar deslocamentos radiais relativos. Consequentemente a condição de compatibilidade entre as duas faces é de igualdade de deslocamentos ra-

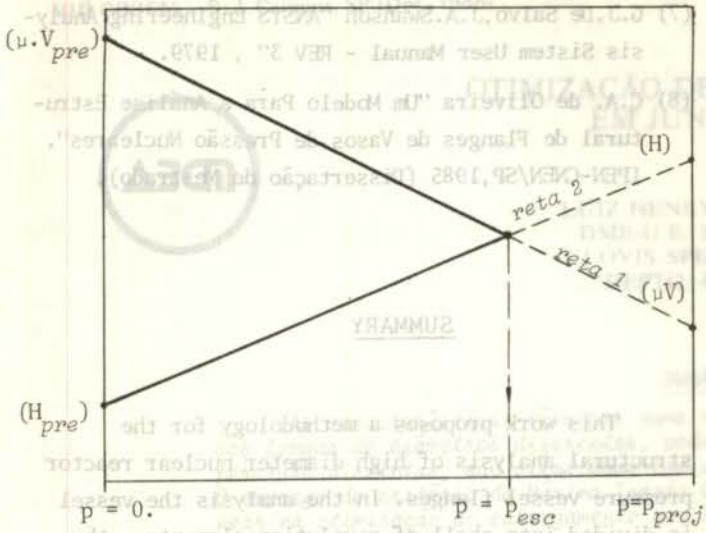


Figura 3 - Variação, com a pressão, do esforço horizontal necessário para que não ocorra escorregamento (reta 2) e da reação horizontal devida ao atrito (reta 1) - válido somente até a pressão P_{esc}, onde se inicia o escorregamento.

ais.

b. A força de atrito entre as faces é insuficiente para evitar deslocamentos radiais relativos, o que resulta na seguinte relação entre a força vertical (V) e a força horizontal (H) no ponto de contato:

$$H = \mu . V \qquad (2)$$

onde, μ é o coeficiente de atrito entre as faces.

Sendo o esforço horizontal (H) diferente para cada situação acima, ele não pode ser incluido em uma única condição de compatibilidade. Utiliza-se o seguinte procedimento:

i. Adota-se a condição (a) e efetua-se a análise. Com esforços (V) e (H) resultantes na interface dos flanges, verifica-se se a seguinte relação é obedecida:

$$|H| < \mu . |V| \qquad (3)$$

ii. Em caso negativo a análise é repetida para a condição (b), veja figura 3.

2. Acoplamento entre parafusos e anel do flange superior:
neste caso a condição de compatibilidade é de iqualdade de deslocamentos horizontais e rotações. Entretanto, devido à existência de um esforço de pré-tensão nos parafusos, a condição para deslocamentos verticais é estabelecida em duas etapas:

a. Inicialmente libera-se a junção parafuso-anel superior e, aplicando esforços verticais equivalentes ao esforço de pré-tensão, obtém-se a diferença de deslocamentos verticais (Δw), no ponto considerado.

b. Subsequentemente os esforços aplicados os parafusos e ao anel superior são retirados, passando-se a impor à junção considerada uma diferença de deslocamentos verticais igual a (Δw).

RESULTADOS E CONCLUSÕES

Na figura 4 mostra-se a análise da união flangeada do vaso de ANGRA I. Supõe-se que o coeficiente de atrito entre as faces dos flanges é 0,55.

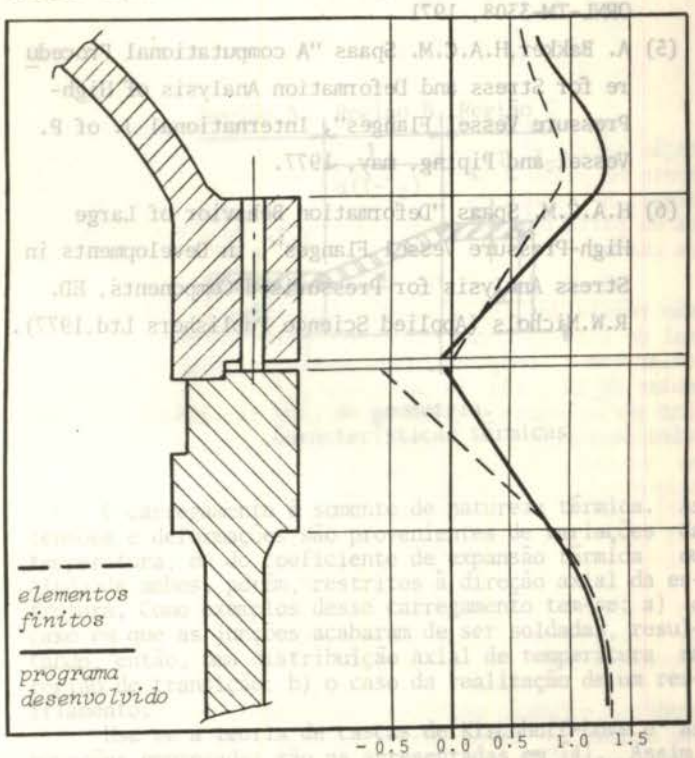


Figura 4 - Deslocamentos radiais do vaso do reator de ANGRA I (mm).

A análise efetuada mostra que houve um escorregamento entre as faces dos flanges (deslocamentos horizontais relativos : 0,19 mm calculado pelo programa desenvolvido e 0,68 mm calculado pelo programa ANSYS (7) baseado no método dos elementos finitos).
A discrepância de resultados ocorre porque o método desenvolvido baseia-se na hipótese de indeformabilidade da seção transversal dos flanges. Em análise detalhada pelo método dos elementos finitos nota-se que ocorrem deformações acentuadas na região de contato entre os dois flanges, gerando os resultados mostrados na figura 4. Porém julgamos que o programa atingiu seu objetivo, pois ele foi concebido como ferramenta auxiliar na fase de concepção de vasos de pressão com

uniões flangeadas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

(1) Final Safety Analysis Report (FSAR) of Angra I.

(2) Z.Zudans, T.C.Yen, W.H.Steigelmann "Thermal Stress Techniques in the Nuclear Industry", American Elsevier Publishing Co.,N.Y.,1965.

(3) D.H.Van Campen, "Computational Methods for Predicting Tapered Hub Behavior in Large-Diameter, High Pressure Vessel Flanges", Proc. 1th. International Conf. on Structural Mechanics in Reactor Tech. Berlin, Set. 1971.

(4) G.Boardman,M.Adams, "static Seals and Their Application in Water-Cooled Nuclear Reactor Systems", ORNL-TM-3308, 1971.

(5) A. Bakker,H.A.C.M. Spaas "A computational Procedure for Stress and Deformation Analysis of High-Pressure Vessel Flanges", International J. of P. Vessel and Piping, may, 1977.

(6) H.A.C.M. Spaas "Deformation Behavior of Large High-Pressure Vessel Flanges", in Developments in Stress Analysis for Pressurised Components, ED. R.W.Nichols (Applied Science Publishers Ltd,1977).

(7) G.J.De Salvo,J.A.Swanson "ANSYS Engineering Analysis Sistem User Manual - REV 3" , 1979.

(8) C.A. de Oliveira "Um Modelo Para a Análise Estrutural de Flanges de Vasos de Pressão Nucleares". IPEN-CNEN/SP,1985 (Dissertação de Mestrado).

SUMMARY

This work proposes a methodology for the structural analysis of high diameter nuclear reactor pressure vessel flanges. In the analysis the vessel is divided into shell-of-revolution elements, the flanges are represented by rigid rings, and the bolts are treated as beams. The flexibility method is used for solving de problem, and the results are compared with results obtained by the finite element method.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

OTIMIZAÇÃO DE TENSÕES TÉRMICAS EM JUNTAS CÔNICAS

LUIZ HENRY MONKEN E SILVA
DME-U.E. MARINGÁ-PARANÁ
CLÓVIS SPERB DE BARCELLOS
DEPTO. ENG. MEC.-UFSC

SUMÁRIO

As características térmicas numa região de transição que une dois tubos cilíndricos longos de diâmetros diferentes, podendo ter coeficiente de expansão térmica e temperatura distintas, são otimizadas com a finalidade de minimizar as tensões térmicas. O emprego do critério da Máxima Tensão Cisalhante, permite o uso de Programação Linear na otimização do carregamento que é de natureza térmica.

INTRODUÇÃO

A união de tubos cilíndricos de diâmetros diferentes, é freqüente em estruturas dos setores aeroespacial nuclear, petroquímico, entre outros. Muitas vezes os tubos apresentam também, características térmicas diversas. Nessas uniões a junta mais utilizada é a cônica circular reta com junções soldadas. Em tal situação a região de transição estará sendo submetida à fadiga térmica por flutuações de temperatura [1].

Nas imediações de variações bruscas de diâmetro, obtidas através de junções soldadas, se desenvolvem tensões muito elevadas que podem ultrapassar as tensões admissíveis de trabalho do material, causando, em decorrência falhas no mesmo. Para se ter idéia da ordem de grandeza das tensões, dois tubos cilíndricos de diâmetros e espessuras iguais, que tenham coeficientes de expansão térmica diversos cuja diferença seja de $6\times10^{-6}/°C$ sujeitos a um desnível de temperatura de 540°C, resulta uma tensão térmica de aproximadamente $190 MN/m^2$ [2].

Desta forma, as propriedades mecânicas e térmicas das transições soldadas podem desempenhar importantes funções, a fim de reduzirem as tensões térmicas introduzidas pelas flutuações da temperatura. Sabe-se que as técnicas de fabricação possibilitam certo controle sobre aquelas propriedades. Em vista disso, é razoável indagar: a) em uma união soldada de tubos com coeficientes de expansão térmica diversos, qual é a máxima diferença que os mesmos podem ter, para que as tensões ao longo da estrutura estejam dentro de limites admissíveis? b) Qual é a sua distribuição para que isto seja possível? Perguntas análogas podem ser feitas com relação às temperaturas.

Este trabalho apresenta a metodologia desenvolvida em [3], para abordar os problemas referidos acima, considerando uniões de tubos cilíndricos de diâmetros diferentes por meio de juntas cônicas retas. A abordagem permite também maximizar o gradiente de temperatura entre as extremidades da junta, fornecendo sua distribuição.

Na segunda seção, descreve-se a modelagem realizada, apresenta-se o modelo matemático para o problema e indica-se o método de solução adotado. Os resultados obtidos são apresentados e discutidos na terceira seção, que é seguida pelas conclusões.

MODELO MATEMÁTICO, MÉTODO DE SOLUÇÃO

Modelo Matemático. Considere-se o material da estrutura, ilustrada na figura 1, elástico homogêneo e isotrópico. Supõe-se que seus elementos estruturais possam ser considerados como cascas elásticas finas. Os tubos são modelados como cascas cilíndricas semi-infinitas enquanto que a junta cônica é considerada curta, isto é, há interação de efeito entre as bordas.

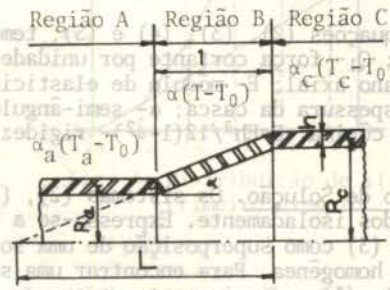


Fig. 1- Def. da geometria. Características térmicas

O carregamento é somente de natureza térmica. As tensões e deformações são provenientes de variações da temperatura, ou do coeficiente de expansão térmica ou ainda de ambos, porém, restritos à direção axial da estrutura, Como exemplos desse carregamento tem-se: a) o caso em que as junções acabaram de ser soldadas, resultando, então, uma distribuição axial de temperatura na região de transição; b) o caso da realização de um resfriamento.

Usa-se a teoria de cascas de Kirchhoff-Love e as equações empregadas são as apresentadas em [4]. Assim, o parâmetro controlador da distribuição de tensões na região cônica é dado por $\zeta.d\psi/d\zeta$, onde ζ é a coordenada axial e

$$\psi(\zeta)=\alpha(\zeta)\left[T(\zeta)-T_0\right], \qquad (1)$$

sendo $\alpha(\zeta)$- coeficiente de expansão térmica; $T(\zeta)$- distribuição de temperatura; T_0- temperatura de referência. Por sua vez, das equações de equilíbrio das partes cilíndricas, tem-se que as tensões ali, são controladas por $d\psi/d\zeta$, como adiante se poderá observar. Por conveniência foi suposta uma distribuição arbitrária para a derivada de $\psi(\zeta)$. A determinação desta distribuição é feita com a finalidade de minimizar os danos causados pela fadiga térmica. Os danos, considera-se minimizados quando as tensões térmicas são minimizadas. Isto não é uma conseqüência necessária, já que podem existir certos tipos de juntas que envolvam a formação de regiões de material com baixa resistência à fadiga [1]. Contudo, devido a falta de informações experimentais, supõe-se que as propriedades de fadiga na junta sejam uniformes e que, reduzindo o campo de variação das tensões, pode-se aumentar a sua vida.

O coeficiente de expansão térmica é suposto variar de α_a à α_c e a temperatura desde T_a à T_c que são os

coeficientes e temperaturas das partes cilíndricas. A variação da temperatura ocorrerá gradativamente desde T_0 até a atual, de tal modo que os efeitos transitórios possam ser desprezados.

Isto posto, o problema pode ser colocado matemáticamente como o de: determinar a distribuição do parâmetro $d\psi/d\zeta$, que maximiza a diferença $|\psi_c-\psi_a|$, mantendo as tensões axial e circunferencial, σ_1 e σ_2, restritas a uma hipersuperfície admissível no espaço de tensões.

As equações de equilíbrio da parte cônica são encontradas através de procedimento análogo ao desenvolvido em [4] e são expressas na forma:

$$\zeta\frac{d^2\chi_1}{d\zeta^2}+\frac{d\chi_1}{d\zeta}-\frac{\chi_1}{\zeta}=\frac{L^2}{D\cos^2\alpha}(Q_1\zeta), \tag{2}$$

$$\zeta\frac{d^2}{d\zeta^2}(Q_1\zeta)+\frac{d}{d\zeta}(Q_1\zeta)-\frac{(Q_1\zeta)}{\zeta}=-\frac{Eh}{tg^2\alpha}\chi_1-\frac{Eh}{tg\alpha}\zeta\frac{d}{d\zeta}[\alpha(\zeta)T(\zeta)]. \tag{3}$$

As das partes cilíndricas são:

$$\frac{d^2\chi_1}{d\zeta^2}=\frac{L^2Q_1}{D}, \tag{4}$$

$$\frac{d^2(Q\,a)}{d\zeta^2}=-\frac{L^2Eh\chi_1}{a}-LEhd\frac{}{d\zeta}[\alpha(\zeta)T(\zeta)]. \tag{5}$$

Nas equações (2), (3), (4) e (5), tem-se: χ_1- rotação axial; Q_1- força cortante por unidade de comprimento no plano axial; E- módulo de elasticidade longitudinal; h- espessura da casca; α- semi-ângulo de abertura da parte cônica; $D=Eh^3/12(1-\nu^2)$- rigidez flexional da casca.

Método de Solução. Os sistemas (2), (3) e (4), (5) são resolvidos isoladamente. Expressa-se a solução geral de (2), (3) como superposição de uma solução particular com a homogênea. Para encontrar uma solução particular de (2), (3), primeiramente, troca-se a variável ζ por $y=\sqrt{\zeta}$. Depois, expande-se (Q_1y^2), χ_1 e $\zeta d\psi/d\zeta$ em séries de funções de Bessel, na forma:

$$Q_1^Py^2=\sum_{n=1}^{\infty}A_nJ_2(\lambda_ny); \tag{7}$$

$$\chi_1^P=\sum_{n=1}^{\infty}B_nJ_2(\lambda_ny); \tag{8}$$

$$\zeta\frac{d\psi}{d\zeta}=\sum_{n=1}^{\infty}a_nJ_2(\lambda_ny); \tag{9}$$

onde: J_2- função de Bessel de primeira espécie e segunda ordem; λ_n- zeros positivos de J_2. Em (9), a_n é definido por [5]:

$$a_n=\{2/[J_3(\lambda_n)]^2\}\int_0^1\zeta\frac{d\psi}{d\zeta}J_2(\lambda_ny)ydy. \tag{10}$$

Substituindo (7), (8) e (9) em (2), (3) transformadas, rearranjando termos e usando o fato de que a função de Bessel $J_2(\lambda_ny)$ satisfaz a equação diferencial:

$$\frac{d^2V}{dy^2}+\frac{1dV}{ydy}+(\lambda_n^2-\frac{4}{y^2})V=0, \tag{11}$$

obtém-se:

$$B_n=-\frac{\mu_b^4a_ntg\alpha}{\lambda_n^4+\mu_b^4}\quad\text{e}\quad A_n=\frac{4Eha_n}{\lambda_n^2tg\alpha}(1-\frac{\mu_b^4}{\lambda_n^4+\mu_b^4}), \tag{12}$$

onde se define: $\mu_b^4=192(1-\nu^2)(L/h)^2/(\sen\alpha)^2$- que é um parâmetro da casca. Tem-se a determinar ainda, os coeficientes a_n. Para tanto, expande-se $\zeta d\psi/d\zeta$ em série de Heaviside [6], substitui-se o resultado em (10) e efetua-se as integrais, obtendo-se:

$$a_n=\frac{2}{\lambda_nJ_3(\lambda_n)^2}\sum_{k=1}^{n-1}\beta_k[J_3(\lambda_n)-(\sqrt{\zeta_k})^3J_3(\lambda_n\sqrt{\zeta_k})], \tag{13}$$

onde: J_3- função de Bessel de primeira espécie e 3ª ordem [7]; β_k- k-ésimo termo da série de Heaviside do termo de carga; N- número de termos retidos na série de Heaviside. Com isto, a solução particular de (2), (3) ficou determinada na forma:

$$Q_1P_\zeta=\frac{8Eh}{tg\alpha}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{N-1}[\lambda_n^4D_nC_{n,k}\beta_kJ_2(\lambda_ny)], \tag{14}$$

$$\chi_1P=-2\mu_b^4tg\alpha\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{N-1}[\lambda_n^2D_nC_{n,k}\beta_kJ_2(\lambda_ny)], \tag{15}$$

onde se define:

$$D_n=1/\{\lambda_n^3[J_3(\lambda_n)]^2(\lambda_n^4+\mu_b^4), \tag{16}$$

$$C_{n,k}=J_3(\lambda_n)-(\sqrt{\zeta_k})^3J_3(\lambda_n\sqrt{\zeta_k}). \tag{17}$$

Para ambos os sistemas, a solução homogênea pode ser encontrada sem dificuldades [3], [4], [5] e [7]. Desta forma a solução geral para a parte cônica ficou sendo:

$$\chi_1=A_1ber_2(\mu_by)+A_2bei_2(\mu_by)+A_3Ker_2(\mu_by)+A_4Kei_2(\mu_by)-2\mu_b^4tg\alpha\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{N-1}\lambda_n^2D_nC_{n,k}\beta_kJ_2(\lambda_ny), \tag{18}$$

$$\frac{Q_1}{Eh}=\frac{\mu_b^2\cos^2\alpha}{48(1-\nu^2)}[A_2ber_2(\mu_by)-A_1bei_2(\mu_by)+A_4Ker_2(\mu_by)-A_3Kei_2(\mu_by)]+\frac{8}{tg\alpha}\frac{1}{y^4}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{N-1}\lambda_n^4D_nC_{n,k}\beta_kJ_2(\lambda_ny). \tag{19}$$

Para as partes cilíndricas, como $\psi(\zeta)$ é constante nestas partes, então o sistema (4), (5) é homogêneo. Levando em consideração que estas regiões são semi-infinitas, a solução

$$\chi_1=e^{\mu_a\zeta}(B_1\cos\mu_a\zeta+B_2\mu_a\zeta),\quad \zeta<R_a/R_c; \tag{20}$$

$$Q_1=2\mu_a^2(D/L^2)e^{\mu_a\zeta}(B_2\cos\mu_a\zeta-B_1\sen\mu_a\zeta),\quad \zeta<R_a/R_c; \tag{21}$$

$$\chi_1=e^{-\mu_c\zeta}(D_3\cos\mu_c\zeta-D_4\sen\mu_c\zeta),\quad \zeta>1, \tag{22}$$

$$Q_1=2\mu_c^2(D/L^2)e^{-\mu_c\zeta}(D_4\cos\mu_c\zeta+D_3\sen\mu_c\zeta),\quad \zeta>1. \tag{23}$$

Em (20), (21), (22) e (23), A_i, D_i, $i=1,4$ são constantes de integração.

A análise da estrutura envolve, então, dez constantes arbitrárias (duas são provenientes das equações de equilíbrio para forças normais). Para determiná-las, separa-se a estrutura nas junções entre as cascas, deixando-as se deformarem livremente sob ação da carga térmica. A fim de restaurar a continuidade da estrutura, introduz-se reações internas, que são as solicitações que cada região transmite à adjacente através da junta. Impondo-se a condição de equilíbrio da estrutura às junções, encontra-se as constantes em termos das reações de descontinuidade. Em seguida, usa-se a condição de compatibilidade de deslocamentos e rotações através das junções, para determinar as reações de descontinuidade em função dos termos do carregamento. O procedimento completo apesar de ser direto é longo e está apresentado em [3]. Desta forma, todos os parâmetros da estrutura: deformações, deslocamentos, rotações e tensões, ficam expressos em função dos coeficientes β_k da série de Heaviside do termo de carregamento.

Otimização. Emprega-se a técnica de programação linear para realizar a otimização das tensões térmicas. Deseja-se maximizar a diferença do parâmetro $\psi(\zeta)$ entre as extremidades da junta cônica, mantendo as tensões restritas a uma determinada hiper-superfície do espaço de tensões da estrutura.

A diferença $\Delta\psi=\psi_c-\psi_a$, é relacionada com os coeficientes β_k através de:

$$\psi_c-\psi_a=\sum_{k=1}^{N-1}\beta_k(1-\zeta_k), \tag{24}$$

que é a função objetivo [9] a ser maximizada. A hiper-superfície de restrição das tensões é fornecida pelo critério de projeto a ser adotado. As falhas que ocorrem em estruturas do tipo em estudo são ocasionadas principalmente por fadiga térmica e escoamento de material, uma vez que o carregamento é de natureza térmica. Sendo assim, seria apropriado o emprego do critério da Máxima Energia de Distorção [11]. Todavia, como a superfície de tensão limite ao escoamento deste critério é não linear usa-se o critério da Máxima Tensão Cisalhante, que tem uma superfície seccionalmente linear. O seu uso é justificável, ainda, pelo fato de ser um critério conservativo e fornecer valores de tensões limites que diferem no máximo em 15% em relação aos dados pelo da Máxima Energia de Deformação [10]. Como a variação das tensões meridionais e circunferenciais σ_1, σ_2, respectivamente, através da espessura das cascas é linear, basta que as restrições sejam satisfeitas nas faces internas e externas da estrutura. A hiper-superfície de restrição passa a ser dada então, por:

$$\left|\frac{\sigma_2^e}{E} - \frac{\sigma_1^e}{E}\right| < \frac{\sigma_w}{E}; \quad \left|\frac{\sigma_2^e}{E}\right| < \frac{\sigma_w}{E}; \quad \left|\frac{\sigma_1^e}{E}\right| < \frac{\sigma_w}{E}, \tag{25}$$

$$\left|\frac{\sigma_2^i}{E} - \frac{\sigma_1^i}{E}\right| < \frac{\sigma_w}{E}; \quad \left|\frac{\sigma_2^i}{E}\right| < \frac{\sigma_w}{E}; \quad \left|\frac{\sigma_1^i}{E}\right| < \frac{\sigma_w}{E}; \tag{26}$$

onde os sobre índices "e", "i", indicam face externa e interna, respectivamente e σ_w é uma tensão admissível e fetiva. Admitindo-se uma expansão em série de Heaviside para o termo de carregamento e aplicando-se as restrições em um número suficiente de pontos da estrutura, obtém-se as equações do problema de programação linear.

RESULTADOS OBTIDOS

Exemplos. Resolve-se dois exemplos, considerando-se duas geometrias de juntas. O primeiro exemplo tem as seguintes características: $R_c/h=200$, $R_a/h=80$, $L/h=100$, $\nu=0,3$. O segundo tem: $R_c/h=200$, $R_a/h=60$, $L/h=100$, $\nu=0,3$ Estes exemplos são resolvidos em duas etapas: primeiro, obtém-se os coeficientes das variáveis β_k, que aparecem nas equações (25) e (26); segundo, otimiza-se $\Delta\psi$ por meio de programação linear. A obtenção dos coeficientes das equações de restrições é realizada através de um programa elaborado para este fim. Na etapa de otimização usa-se o programa IBM LP-MOSS. O sistema computacional empregado foi o IBM 1130, configuração 16K.

Os dois exemplos foram resolvidos, retendo-se um número muito pequeno de termos na série de Heaviside do carregamento e aplicando as restrições em um número reduzido de pontos da estrutura. Estas limitações, indesejáveis, foram impostas, por um lado, pelo elevado tempo de processamento dispendido para cálculo dos coeficientes que entram nas restrições. Por outro lado, pelo proibitivo tempo de computação do LP-MOSS para problemas de porte médio.

Alguns resultados são mostrados a seguir. Na figura 2, apresenta-se a distribuição $\psi(\zeta)$ obtida para o primeiro exemplo, admitindo-se:

$$\frac{d\psi}{d\zeta} = \sum_{k=1}^{10} \beta_k H(\zeta-\zeta_k), \tag{27}$$

onde $H(\zeta-\zeta_k)$ é a função de Heaviside e os pontos ζ_k são igualmente espaçados ao longo da região de transição. As restrições foram aplicadas também em 10 pontos da estrutura, com ζ_k coincidente com as separações das funções de Heaviside.

Na figura 3, apresenta-se os resultados obtidos para o primeiro exemplo porém, agora, retendo-se 5 termos na série de Heaviside e aplicando-se as restrições nos mesmos cinco pontos, colocados igualmente espaçados na junta. Nas figuras 4 e 5, mostra-se os resultados obtidos para o segundo exemplo retendo-se respectivamente 10 e 5 termos na série de Heaviside e aplicando-se as restrições, em ambos os casos, em cinco pontos igualmente espaçados da junta.

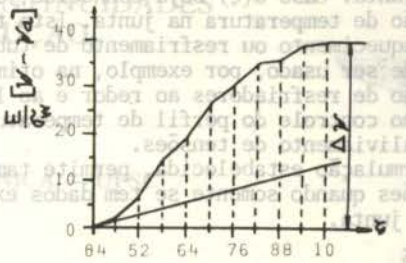


Fig. 2- Distribuição de $\psi(\zeta)$
Primeiro exemplo

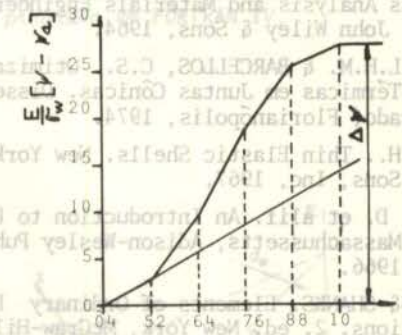


Fig. 3- Distribuição de $\psi(\zeta)$
Primeiro exemplo

Discussão. Várias aproximações foram feitas na implementação computacional realizada. As funções de Kelvin e suas derivadas foram calculadas através de desenvolvimentos assintóticos. As cinco primeiras raizes de $J_2(x)=0$ foram tiradas de tabela. Da sexta em diante elas foram geradas adicionando-se, à anterior, o valor π [7]. As funções de Bessel para argumentos pequenos (<10) foram calculadas pela subroutina IBM, BESJ, e para grandes, >10, usa-se desenvolvimento assintótico [7].

As tensões se apresentam expandidas em séries de Bessel e a convergência é sempre lenta, requerendo a retenção de muitos termos. Daí o tempo de processamento para obtenção das restrições ser elevado.

Quanto a precisão dos resultados, não se tem como compará-los. Entretanto as distribuições conseguidas tem a forma adequada e dos quadros de resultados gerados pelo LP-MOSS, observa-se que quase todos os pontos da junta estão no limite de solicitação. Por outro lado, é conveniente referir-se à aspectos de erros computacionais. Superpondo-se aos erros de truncamentos que decorrem da retenção de um número finito de termos nas séries usadas, tem-se os erros de arredontamentos. Quanto aos primeiros, para uma boa aproximação da distribuição $\psi(\zeta)$, a separação das funções de Heaviside deveriam ser da ordem de 0,001 (para seguir a orientação de [1]) sendo as restrições aplicadas em incrementos da mesma ordem. Só assim, obter-se-ia a distribuição detalhadamente e ter-se-ia certeza que as tensões estariam dentro da hiper-superfície de tensões admissíveis. Quanto aos segundos, além do extenso tratamento numérico tem-se a considerar o comportamento das quantidades manipuladas. Nos exemplos resolvidos as funções de Kelvin ber_2, bei_2 estão na faixa entre 10^5 e 10^{11} enquanto que as funções Ker_2 e Kei_2, estão entre 10^{-5} e 10^{11}. Partindo destes valores, chega-se a coeficientes que são da ordem de centésimos, com os cálculos retendo apenas 10 dígitos significativos.

CONCLUSÃO

O método de programação linear é aplicado para de-

terminar uma distribuição para a função $\psi(\zeta)=\alpha(\zeta)T(\zeta)$ em uma junta cônica soldada, tal que as tensões térmicas sejam minimizadas. Caso a temperatura seja conhecida obtém-se o coeficiente de expansão térmica $\alpha(\zeta)$, através da junta. Caso $\alpha(\zeta)$ seja conhecido, obtém-se a distribuição de temperatura na junta. Isto tem aplicabilidade em aquecimento ou resfriamento de tubulações cônicas e pode ser usado, por exemplo, na otimização da distribuição de resfriadores ao redor e ao longo da tubulação e no controle do perfil de temperatura em processos de aliviamento de tensões.

A formulação estabelecida, permite também a análise de tensões quando somente se tem dados experimentais de $\psi(\zeta)$ na junta.

REFERÊNCIAS

[1] GOODALL, I.W. & WHITWAN, C.M.. On Optimizing Thermal Stress in Cilindricall Shells. Int. J. Mech. Sci. Great Britain, 15, 1973.

[2] FAUPEL, J.H.. Engineering Design. A Synthesis of Stress Analysis and Materials Engineering. New York, John Wiley & Sons, 1964.

[3] SILVA, L.H.M. & BARCELLOS, C.S.. Otimização de Tensões Térmicas em Juntas Cônicas. Dissertação de Mestrado, Florianópolis, 1974.

[4] KRAUS, H.. Thin Elastic Shells. New York, John Willy & Sons, Inc, 1967.

[5] KRIDER, D. et alii. An Introduction to Linear Analysis. Massachussetts, Adison-Wesley Publishing Co. Inc, 1966.

[6] GOLONB & SHANKS. Elements of Ordinary Differential Equations. 2. ed. New York, McGraw-Hill Book Co., 1965.

[7] ABRAMOWITZ, M. & STEGUN, I.A.. Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. New York, Dover Publications, Inc 1965.

[8] BALTRUKONIS, J,H.. Influence Coefficients for Edge-Loaded Short, Thin, Conical Frustums. J. Appl. Mech., 26: 241-246, 1959.

[9] DANTZIG, G.B.. Linear Programming and Extensions. Princeton, Princeton University, 1963.

[10] NADAI, A.. Theory of Flow and Fracture Solids. 2. ed. New York, McGraw-Hill Book Co., Inc, 1950. v. 1.

[11] JUVINAL, R.C.. Stress Strain, and Strength. New York, McGraw-Hill Book Co., 1967.

SUMMARY

Conditions within a transition region that connects two long circular cilindrical shells of diferents dimensions and coefficent of thermal expansion, or temperature, are optimized. Using the Maximum Shear Stress theory as design criterion, the restricted surface in stress space, is piecewise linear. This linearity permit the use of the Linear Programming in the optimization of the load therms.

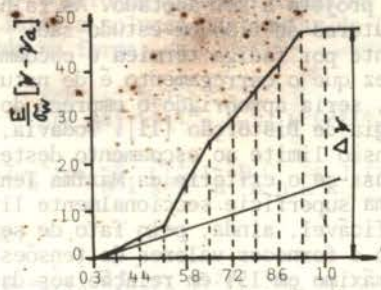


Fig. 4- Distribuição de $\psi(\zeta)$
Segundo exemplo

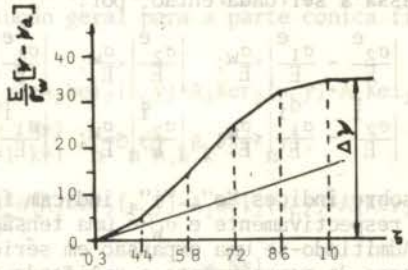


Fig. 5- Distribuição de $\psi(\zeta)$.
Segundo exemplo

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

ANÁLISE DE TENSÕES EM DESCONTINUIDADES NAS CASCAS DE REVOLUÇÃO

ALTAMIR DIAS
RAUL GUENTHER
DEPARTAMENTO ENGENHARIA MECÂNICA — UFSC

SUMÁRIO

Apresenta-se, neste trabalho, uma formulação para o problema de descontinuidade em cascas de revolução, usando as teorias para cascas finas e cascas semi-espessas. Os modelos analíticos numéricos resultantes permitem analisar tensões, deformações e deslocamentos em cascas de revolução submetidas a um carregamento P=P(s,θ) e a uma distribuição de temperatura T=T(s,θ,z). As soluções numéricas são baseadas na técnica de diferenças finitas e os resultados obtidos através de um programa em FORTRAN IV.

INTRODUÇAO

Nas aplicações práticas a análise de cascas de revolução normalmente inclui descontinuidades, caracterizadas por uma mudança da espessura ou do material da casca ao longo do meridiano, uma intersecção de formas distintas (esfera com cilindro, por ex.), ou uma descontinuidade na derivada da função que define a forma do meridiano (fig. 1):

$$r = r(s) \qquad (1)$$

Este trabalho é resultado do desenvolvimento de dois programas digitais, um à partir da teoria de cascas finas e outro da teoria de cascas semi-espessas, realizado para possibilitar a análise de cascas de revolução nas descontinuidades, sob a ação de carregamentos quaisquer, incluindo efeitos térmicos.

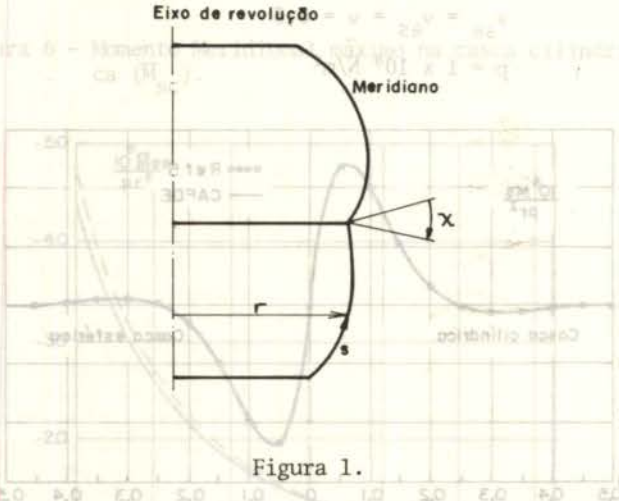


Figura 1.

Para as cascas finas partiu-se do desenvolvimento baseado nas hipóteses de Kirchoff-Love realizado na referência [1], e para as cascas semi-espessas foi tomada a teoria com base nas hipóteses de Reissner-Nagdi utilizada na referência [2].

Para os sistemas de referência comumente utilizados (Fig. 2), um ponto de descontinuidade na derivada da função que define a forma do meridiano é marcado por uma rotação do sistema. Na formulação adotada em [1] e [2], isto exige o desenvolvimento de equações de acoplamento entre as cascas na descontinuidade, à partir da compatibilidade entre os deslocamentos e do equilíbrio das forças.

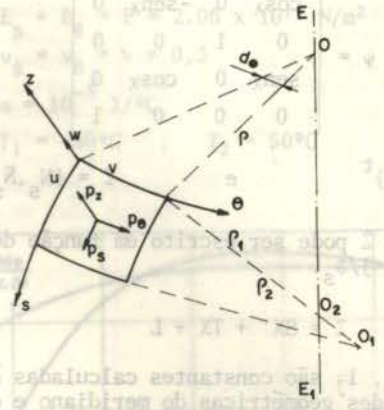


Figura - 2. Sistema de Referência.

Apresentam-se a seguir a formulação do problema de descontinuidade para cascas finas e semi-espessas, e os resultados obtidos com os respectivos programas digitais.

CASCAS FINAS

A compatibilidade de deslocamentos na descontinuidade de uma casca fina, utilizando os procedimentos indicados na referência [1], pode ser dada por (Fig. 3):

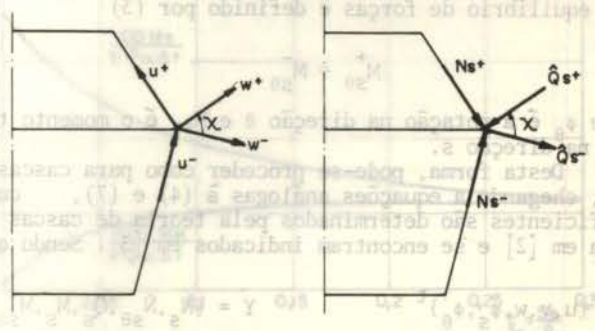


Figura - 3. Deslocamentos e tensões resultantes em uma descontinuidade

$$u^+ = u^-\cos\chi - w^-\operatorname{sen}\chi \qquad v^+ = v^- \qquad (2)$$
$$w^+ = u^-\operatorname{sen}\chi + w^-\cos\chi \qquad \phi_s^+ = \sigma_s^-$$

onde u, v, w, ϕ_s são respectivamente os deslocamentos nas direções s, θ, z e a rotação na direção s, e os sinais (-) e (+) indicam valores antes e após a descontinuidade.

O equilíbrio das forças será:

$$N_s^+ = N_s^-\cos\chi - \hat{Q}_s\operatorname{sen}\chi \qquad \hat{N}_{s\theta}^+ = \hat{N}_{s\theta}^- \qquad (3)$$
$$\hat{Q}_s^+ = N_s^-\operatorname{sen}\chi - \hat{Q}_s\cos\chi \qquad M_s^+ = M_s^-$$

onde N_s, M_s são, a tensão resultante de membrana e o momento na direção meridional e $\hat{Q}_s$ e $\hat{N}_{s\theta}$ são as tensões resultantes efetivas nas bordas [1].

Reagrupando estas variáveis de forma conveniente, chega-se a:

$$X^+ = \psi X^- \qquad (4)$$

e

$$Z^+ = \psi Z^- \qquad (5)$$

onde

$$\psi = \begin{vmatrix} \cos\chi & 0 & -\operatorname{sen}\chi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \operatorname{sen}\chi & 0 & \cos\chi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$X = \{u, v, w, M_s\}^t$ e $Z = \{N_s, \hat{N}_{s\theta}, \hat{Q}_s, \phi_s\}^t$

O vetor Z pode ser escrito em função de X e X', com $(\ )' = \partial(\ )/\partial_s$.

$$Z = SX' + TX + L \qquad (6)$$

e os s_{ij}, t_{ij}, l_j são constantes calculadas à partir das propriedades geométricas do meridiano e da rigidez da casca [3].

Substituindo (6) em (5) chega-se a,

$$\psi S(X^-)' + \psi T^- X^- - S^+(X^+)' - T^+X^+ = L^+ - \psi L^- \qquad (7)$$

As equações (4) e (7) regem o acoplamento entre as cascas nas descontinuidades.

CASCAS SEMI ESPESSAS

De acordo com a referência [2], a compatibilidade de deslocamentos de uma casca semi espessa é dada pelas equações (2), acrescida de,

$$\phi_\theta^+ = \phi_\theta^- \qquad (8)$$

e o equilíbrio de forças é definido por (3) e

$$M_{s\theta}^+ = M_{s\theta}^- \qquad (9)$$

onde ϕ_θ é a rotação na direção θ e $M_{s\theta}$ é o momento torsor na direção s.

Desta forma, pode-se proceder como para cascas finas, chegando a equações análogas à (4) e (7), cujos coeficientes são determinados pela teoria de cascas adotada em [2] e se encontram indicados em [3]. Sendo que:

$X = \{u, v, w, \phi_s, \phi_\theta\}^t$ $\qquad$ $Y = \{N_s, \hat{N}_{s\theta}, \hat{Q}_s, M_s, M_{s\theta}\}^t$

$$\psi = \begin{vmatrix} \cos\chi & 0 & -\operatorname{sen}\chi & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \operatorname{sen} & 0 & \cos & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

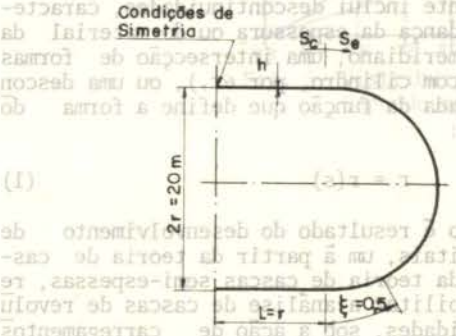
FORMULAÇÃO NUMÉRICA-PROGRAMAS

Escrevendo a equação (7) em termos de diferenças finitas, utilizando a equação (4) e as expressões desenvolvidas nas referências [1] e [2] para cascas sem descontinuidades, forma-se o sistema linear para cascas com descontinuidade, que é resolvido através de um algorítimo construído à partir do esquema de Choleski [4].

Os programas CAFDE (para cascas finas) e CASEDE (para cascas semi-espessas) foram desenvolvidas tendo esta formulação como base, e testados através de comparação de seus resultados aos obtidos por outros autores, e pela análise de convergência entre os de CAFDE e CASEDE à medida que a casca diminui de espessura.

RESULTADOS E CONCLUSÕES

1- Conexão de uma casca cilíndrica com uma tampa esférica submetida à pressão interna.



$E_s = E_\theta = E = 2{,}06 \times 10^{11}$ N/m²

$\nu_{s\theta} = \nu_{\theta s} = \nu = 0{,}3$

$p = 1 \times 10^8$ N/m²

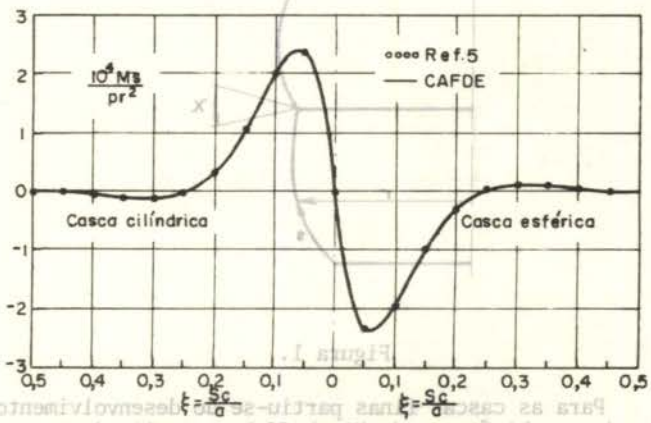


Figura 4 - Momento Meridional M_s

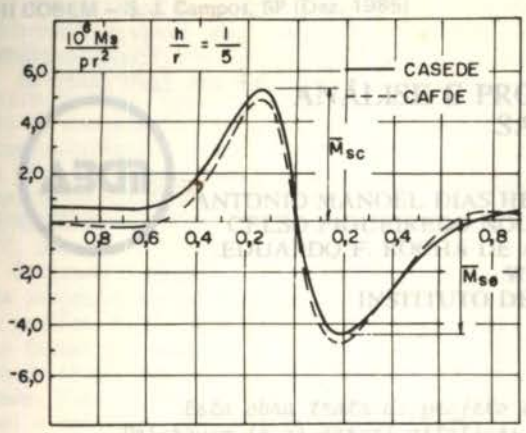


Figura 5 - Momento Meridional com $\frac{h}{r} = \frac{1}{5}$

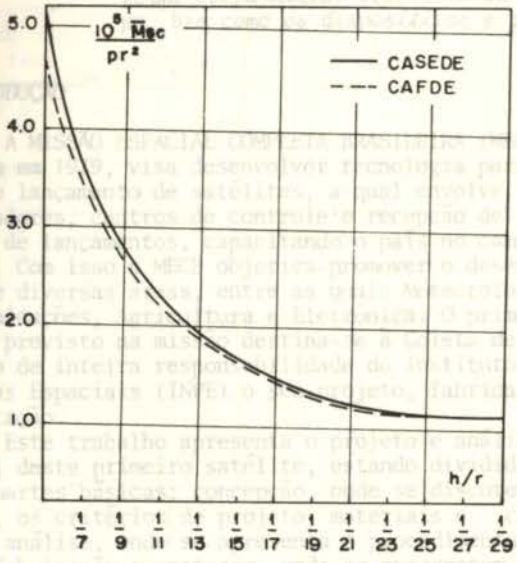


Figura 6 - Momento Meridional máximo na casca cilindrica ($\bar{M}_{sc}$).

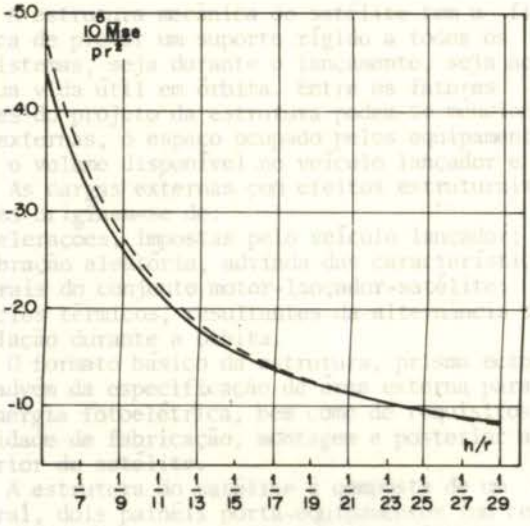


Figura 7 - Momento Meridional máximo na casca esférica ($\bar{M}_{se}$)

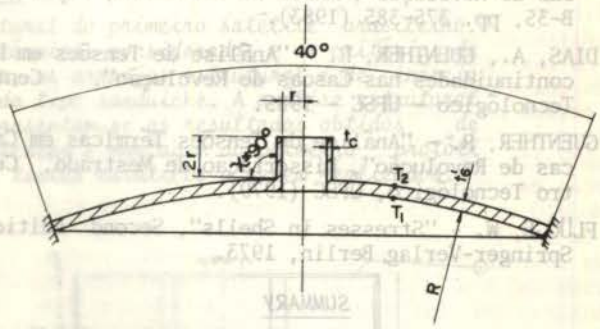
Estes resultados indicam:

1- Que a formulação na descontinuidade para a casca fina tem os resultados idênticos à solução analítica apresentada na referência [5].

2- A validade do programa para cascas semi-espessas determinada pela convergência dos resultados entre CASEFE e CAFDE até relação h/r = 30, conforme discutido em [2].

Desta forma os programas passam a ser ferramentas numéricas com as quais é possível desenvolver a análise de cascas de revolução, observando as diferenças nos resultados obtidos para cada teoria (No ex. $\bar{M}_{sc}$ para CASEDE é 8,3% maior do que para CAFDE, quando h/r=1/5).

2- Casca esférica com um bocal cilindrico radial submetida a uma distribuição linear de temperatura ao longo de sua espessura.



$E_s = E_\theta = E = 2.06 \times 10^{11}$ N/m²

$\nu_s = \nu_\theta = \nu = 0,3$

$\alpha = 10^{-5}$ 1/°C

$T_1 = -50°C$; $T_2 = 50°C$

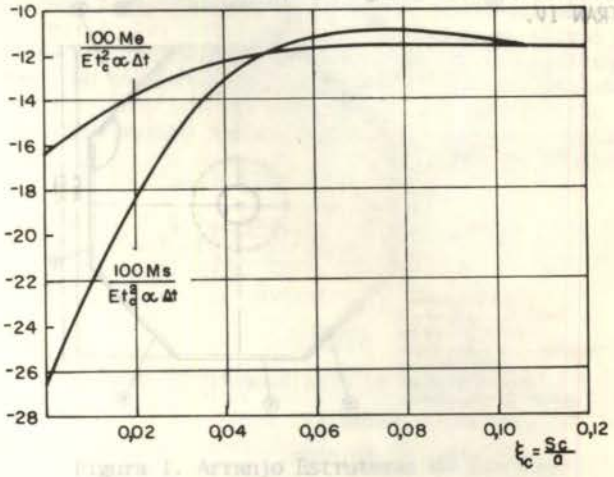


Figura 8 - Momentos na casca cilindrica

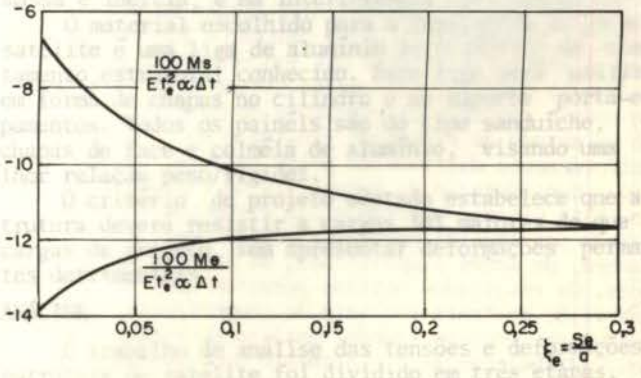


Figura 9 - Momentos na casca esférica

Neste caso a esfera é uma casca fina ($\frac{h}{r} = \frac{1}{160}$) e o cilindro uma casca semi-espessa ($\frac{h}{r} = \frac{1}{10}$). Os autores julgam ser necessária uma análise em que na descontinuidade possa ser alterada a teoria de casca afim de permitir que a esfera possa ser estudada como casca fina e o cilindro como casca semi-espessa. Para tanto estão desenvolvendo um outro programa numérico.

REFERÊNCIAS

[1] GUENTHER, R., ALVES, D.B. - "Análise de Tensões em Cascas Ortotrópicas de Revolução", Rev. Br CMec, v. 2, nº 1, 47-58, (1980).

[2] DIAS, A., GUENTHER, R. - "Um Modelo Analítico-Numérico para Análise de Tensões em Cascas Semi-Espessas de Revolução", Anais do VII COBEM, Paper nº B-35, pp. 375-385 (1983).

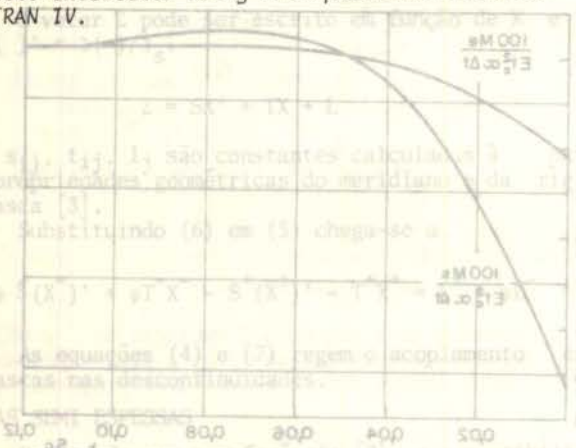
[3] DIAS, A., GUENTHER, R. - "Análise de Tensões em Descontinuidades nas Cascas de Revolução", Centro Tecnológico - UFSC - 1985.

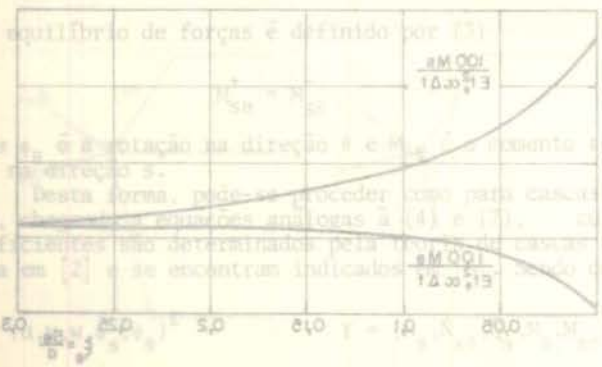
[4] GUENTHER, R. - "Análise de Tensões Térmicas em Cascas de Revolução", Dissertação de Mestrado, Centro Tecnológico, UFSC (1979).

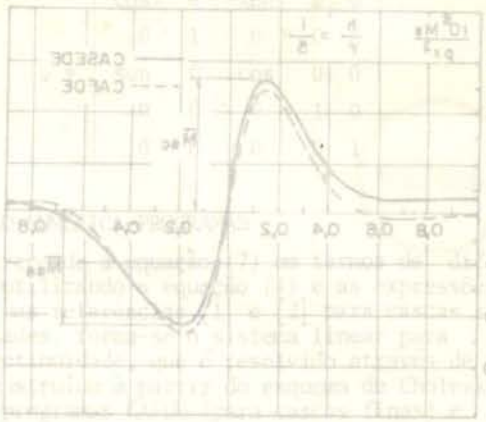
[5] FLÜGGE, W. - "Stresses in Shells", Second Edition, Springer-Verlag, Berlin, 1973.

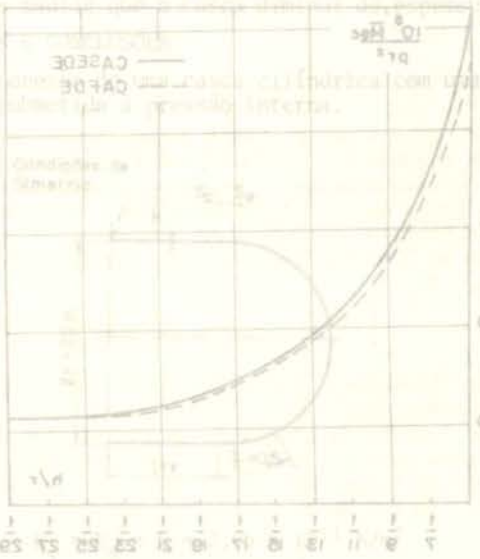
SUMMARY

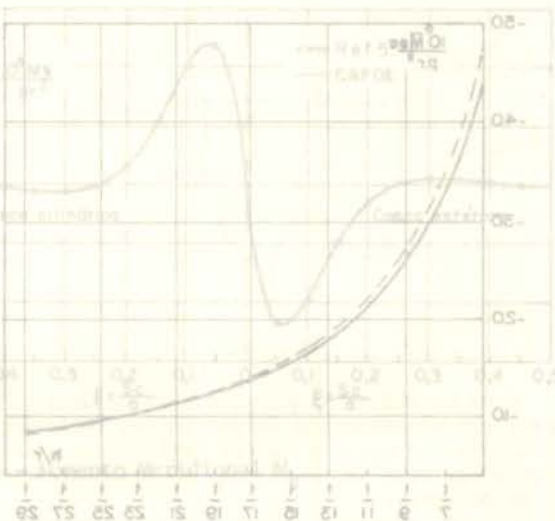
This paper presents a formulation for the discontinuity problem in revolution shells, using the thin elastic and moderatelly thick shells theories. This analitic-numeric model permit to analise stresses, deformations and displacements in shells of revolution subjected to arbitrary load P=P(s,θ) and to an arbitrary temperature distribuition T=T(s,θ,z). The numerical solution is based on a finite difference procedure and the results calculeted using a computer code written in FORTRAN IV.











ANÁLISE E PROJETO ESTRUTURAL DO PRIMEIRO SATÉLITE BRASILEIRO

ANTONIO MANOEL DIAS HENRIQUES
CELSO FIGUEIREDO NOGUEIRA
EDUARDO F. ROCHA DE ARAÚJO
HELY RICARDO COSTA SÁVIO
JOSÉ SÉRGIO R. ALVES FILHO
MARCELO RAMON FERRONI
WOLODYMIR BORUSZEWKI
INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS — INPE/CNPq

SUMÁRIO

Esta obra trata do projeto e análise estrutural do primeiro satélite brasileiro. Descrevem-se as cargas estáticas, dinâmicas, e térmicas consideradas e os critérios de projeto estabelecidos. Apresentam-se a geometria, os arranjos estrutural e de inércia e a utilização do alumínio na forma de painéis do tipo sanduiche. A análise estrutural estática é descrita nas suas diversas fases. Apresentam-se os resultados obtidos de forma comparativa. Descrevem-se o ciclo de fabricação e montagem do primeiro protótipo, bem como os dispositivos e procedimentos de testes estáticos a serem realizados.

INTRODUÇÃO

A MISSÃO ESPACIAL COMPLETA BRASILEIRA (MECB), iniciada em 1979, visa desenvolver tecnologia para construção e lançamento de satélites, a qual envolve foguetes lançadores, centros de controle e recepção de dados, e base de lançamentos, capacitando o país no campo espacial. Com isso a MECB objetiva promover o desenvolvimento de diversas áreas, entre as quais Meteorologia, Telecomunicações, Agricultura e Eletrônica. O primeiro satélite previsto na missão destina-se à Coleta de Dados, sendo de inteira responsabilidade do Instituto de Pesquisas Espaciais (INPE) o seu projeto, fabricação e qualificação.

Este trabalho apresenta o projeto e análise estrutural deste primeiro satélite, estando dividido em quatro partes básicas: concepção, onde se discutem a geometria, os critérios de projeto, materiais e carregamentos; análise, onde se apresenta o procedimento utilizado; fabricação e montagem, onde se apresentam processos empregados; e ensaios, onde se descreve sucintamente o procedimento a ser utilizado.

ESPECIFICAÇÃO E CONCEPÇÃO ESTRUTURAL

A estrutura mecânica do satélite tem a finalidade básica de prover um suporte rígido a todos os outros subsistemas, seja durante o lançamento, seja ao longo de sua vida útil em órbita. Entre os fatores condicionantes do projeto da estrutura podem-se mencionar as cargas externas, o espaço ocupado pelos equipamentos internos, o volume disponível no veículo lançador e o peso.

As cargas externas com efeitos estruturais importantes originam-se de:

- acelerações, impostas pelo veículo lançador;
- vibração aleatória, advinda das características estruturais do conjunto motor-lançador-satélite;
- ciclos térmicos, resultantes da alternância sombra/insolação durante a órbita.

O formato básico da estrutura, prisma octogonal reto, advém da especificação de área externa para geração de energia fotoelétrica, bem como de requisitos de simplicidade de fabricação, montagem e posterior acesso ao interior do satélite.

A estrutura do satélite é composta de um cilindro central, dois painéis porta-equipamentos (um central, e outro geocêntrico), um painel antigeocêntrico, oito painéis laterais(dos quais quatro são fixos e quatro são removíveis), e um suporte porta-equipamentos interno ao cilindro. A Figura 1 apresenta o arranjo estrutural do satélite.

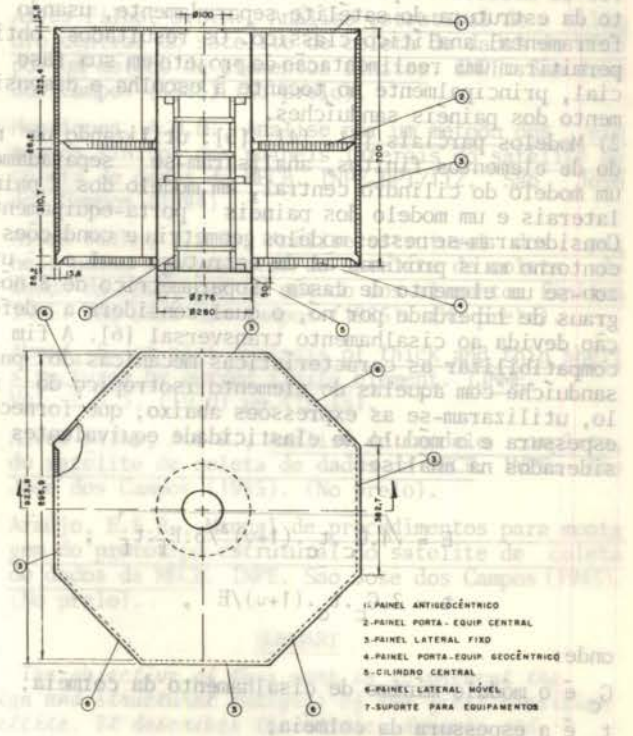


Figura 1. Arranjo Estrutural do Satélite

Os critérios adotados para posicionamento dos equipamentos no interior do satélite basearam-se na otimização da distribuição de temperaturas, no balanceamento de massa e inércia, e na interferência eletromagnética.

O material escolhido para a fabricação do primeiro satélite é uma liga de alumínio leve(2024T3) de, comportamento estrutural conhecido. Esta liga será utilizada em forma de chapas no cilindro e no suporte porta-equipamentos. Todos os painéis são do tipo sanduíche, com chapas de face e colméia de alumínio, visando uma melhor relação peso/rigidez.

O critério de projeto adotado estabelece que a estrutura deverá resistir a cargas 30% maiores do que as cargas de projeto, sem apresentar deformações permanentes detrimentais.

ANÁLISE

O trabalho de análise das tensões e deformações na estrutura do satélite foi dividido em três etapas, correspondentes ao tipo de carregamento considerado: estática, dinâmica e térmica. A primeira etapa, com carregamento inercial considerado instantâneo, foi desenvolvi

da junto com o projeto estrutural, de forma gradual em termos da complexidade do modelo analisado, a fim de propiciar uma interação projeto-análise que tornasse o processo de desenvolvimento mais eficiente, a qual culminasse na construção de um primeiro protótipo da estrutura. A segunda etapa, a análise dinâmica (em curso), determinará os modos e frequências naturais da estrutura, além do comportamento, em resposta forçada, do satélite quando este é submetido ao histórico de acelerações imposto pelo veículo lançador. A terceira etapa estimará o comportamento da estrutura do satélite quando em órbita, submetida a cargas térmicas estacionárias (radiação solar e terrestre, dissipação interna de energia nos equipamentos), observando-se os ciclos térmicos dia/noite.

Descreve-se neste trabalho apenas o procedimento realizado na análise estática que, por sua vez, pode ser dividido em três fases.

O carregamento inercial considerado nestas três fases foi aquele devido à aceleração longitudinal de 20g devida ao acionamento do estágio de apogeu, e a aceleração radial de 18g a 500mm do eixo longitudinal do satélite devida à rotação de 180 rpm no momento da injeção em órbita.

1) Modelo analítico [1], [2]: nesta primeira fase, através de modelos simplificados, analisou-se cada elemento da estrutura do satélite separadamente, usando um ferramental analítico clássico. Os resultados obtidos permitiram uma realimentação do projeto em sua fase inicial, principalmente no tocante à escolha e dimensionamento dos painéis sanduíches.

2) Modelos parciais [3], [4], [5]: utilizando um método de elementos finitos, analisaram-se separadamente um modelo do cilindro central, um modelo dos painéis laterais e um modelo dos painéis porta-equipamentos. Consideraram-se nestes modelos geometria e condições de contorno mais próximos às da estrutura real e utilizou-se um elemento de casca isoparamétrico de 8 nós, 5 graus de liberdade por nó, o qual considera a deformação devida ao cisalhamento transversal [6]. A fim de compatibilizar as características mecânicas do painel sanduíche com aquelas do elemento isotrópico do modelo, utilizaram-se as expressões abaixo, que fornecem a espessura e o módulo de elasticidade equivalentes considerados na análise:

$$E = \sqrt{4.G_c.t_c.(1+\nu)^3/3.E_f.t_f} \quad ,$$

$$t = 2.G_c.t_c.(1+\nu)/E \quad ,$$

onde:

G_c é o módulo mínimo de cisalhamento da colméia;

t_c é a espessura da colméia;

ν é o coeficiente de Poisson;

E_f é o módulo de elasticidade da face;

t_f é a espessura da face.

Os resultados obtidos nesta fase demonstraram o caráter conservador dos modelos utilizados na primeira fase, qualificaram o cilindro central e forneceram dados para o projeto e análise das junções entre painéis.

3) Modelo completo [7]: nesta última fase analisou-se um modelo completo da estrutura do satélite, utilizando um método de elementos finitos e um carregamento uniformemente distribuído pelos painéis, o que permitiu a consideração de apenas 1/4 da estrutura no modelo. Este último compreende 213 elementos (o mesmo utilizado nos modelos parciais) e 1010 nós; considerando também, de forma simplificada, as junções entre os painéis. Os resultados obtidos permitem que se obtenha uma visão bastante realista do comportamento global da estrutura. Pode-se também, analisando estes resultados, estabelecer mais claramente uma sequência de falhas para a estrutura. As regiões dos painéis porta-equipamentos próximas ao cilindro central apresentam a falha crítica da estrutura (cisalhamento da colméia) seguidos do painel antigeocêntrico e do cilindro central. As Figuras 2 e 3 apresentam, comparativamente, a distribuição de momentos radiais e circunferenciais, no painel geocêntrico, encontrados nas três fases de análise.

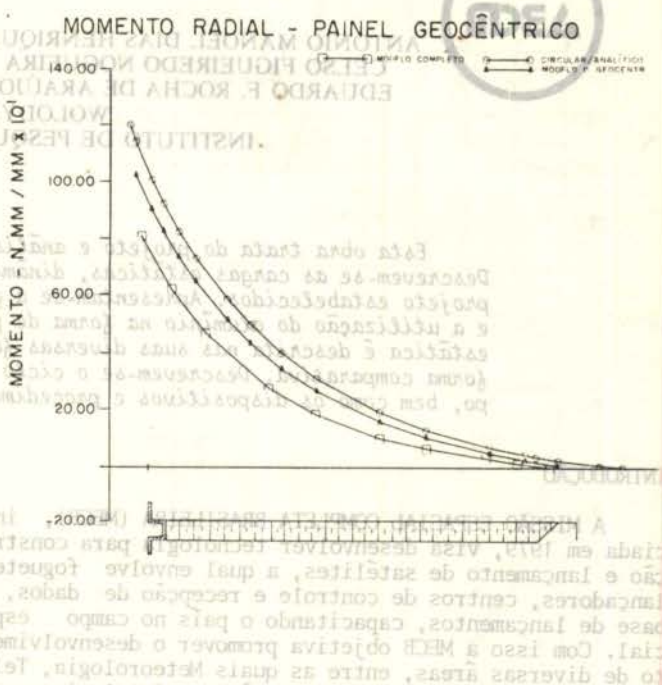


Figura 2. Distribuição de momento radial no painel geocêntrico.

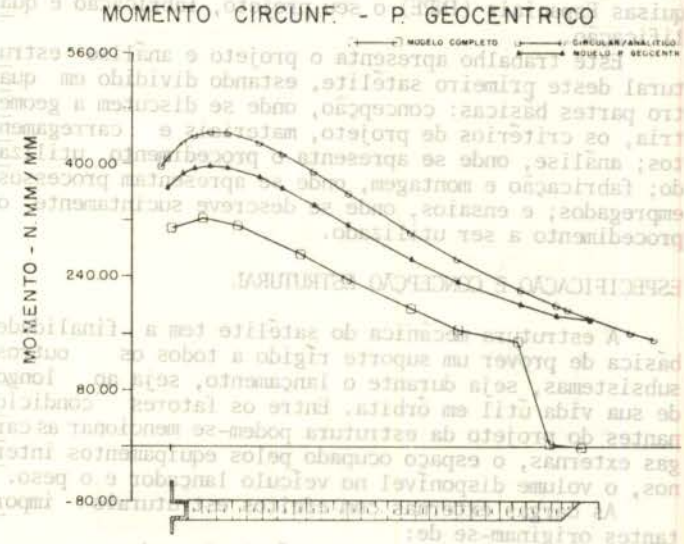


Figura 3. Distribuição de momento circunferencial no painel geocêntrico.

FABRICAÇÃO

Para a fabricação da estrutura do satélite, especificamente dos painéis do tipo sanduíche (honeycomb), utilizou-se a tecnologia adquirida pela indústria aeronáutica brasileira.

A fabricação inicia-se com a confecção do ferramental (gabaritos de montagem, pinos guias, etc), usinagem de colméia, insertos e junções, e conformação de chapas que serão utilizadas no momento da colagem dos painéis. O objetivo dos gabaritos de montagem é garantir o posicionamento correto dos componentes dos painéis e assegurar que as dimensões externas dos painéis estejam dentro das tolerâncias estabelecidas durante a fase de projeto. Concluída esta etapa, as pe-

ças a serem coladas são desengraxadas, sofrem um tratamento químico (eliminar os resíduos existentes) e, finalmente, recebem um "primer" protetor.

A união entre as peças é feita utilizando um filme adesivo de base "epoxy" próprio para este fim. Pré-ajustados os componentes no gabarito, o conjunto é revestido com um plástico perfeitamente vedado, do qual se extrai o ar utilizando uma bomba de vácuo. Em seguida, o painel é introduzido em auto-clave, onde se procede à cura do filme adesivo, a uma temperatura máxima de 120°C, durante 4 horas, sob uma pressão de 3 atmosferas. Retirado o painel, são eliminadas as rebarbas e é feita inspeção por ultra-som, a fim de detectar possíveis regiões de colagem imperfeita. Corrigidas as eventuais falhas de colagem, é aplicado nas regiões de união de chapas um selante que evita a infiltração de umidade. Finalmente é feita uma análise dimensional do painel e aplicada uma pintura protetora.

MONTAGEM DO PROTÓTIPO

Com a finalidade de montar a estrutura do satélite, projetou-se um dispositivo que garante, entre outras coisas, alinhamento do cilindro central, concentricidade dos painéis horizontais e uma boa rigidez durante a fase de montagem. Paralelamente, confeccionou-se um manual [8] que descreve com detalhes as etapas e cuidados a serem seguidos por ocasião da montagem do protótipo.

DISPOSITIVOS E PROCEDIMENTOS PARA OS TESTES ESTÁTICOS

Como a estrutura do satélite não pode ser testada nas condições reais de lançamento e injeção em órbita, os testes de qualificação deverão ser realizados em laboratório sob condições simuladas.

As forças de inércia que atuam no satélite durante a fase de lançamento somente podem ser reproduzidas com precisão em laboratório por meios sofisticados (utilizando, por exemplo, grandes centrifugadoras). Uma alternativa de baixo custo são os testes com carga estática. Neste tipo de ensaio as forças de inércia são representadas por forças discretas e estas são aplicadas no protótipo de modo que o campo de tensões presente na estrutura seja o mais próximo do real.

As forças externas são aplicadas em pontos correspondentes aos centros de gravidade dos equipamentos suportados pela estrutura do satélite. Desta forma, o teste de qualificação se reduz a submeter a estrutura a um determinado número de forças externas aplicadas a barras, que, por sua vez, as transmitem aos simulacros dos equipamentos através de cabos de aço. Este dispositivo é usualmente denominado árvore de carregamento.

A aplicação de cargas será feita utilizando um dispositivo chamado sarrilho, basicamente um eixo com rosca sem fim acionado, manualmente, sendo o monitoramento da carga feito através de dinamômetros.

A carga será aplicada progressivamente nas seguintes proporções: 20, 40, 60, 80 e 100% daquela de projeto. Para cada etapa de carregamento serão colhidos valores de deformação e deslocamento de diversos pontos da estrutura. Para medir deslocamentos, antes e depois da aplicação dos esforços, será necessário construir uma estrutura de referência mecanicamente isolada em torno do protótipo.

Visando simular a interface com o lançador, o protótipo, na fase de testes, terá seu tubo central fixado à estrutura de sustentação do dispositivo de ensaio por meio de um anel com flange aparafusada.

Os seguintes dados poderão ser obtidos a partir do ensaio estático:

- forças aplicadas, utilizando dinamômetros ou células de carga;
- deformações resultantes, utilizando extensômetros elétricos colados em pontos selecionados da estrutura;
- deslocamentos resultantes, utilizando relógios comparadores;
- movimentos angulares, medidos opticamente ponto por ponto pelo método de auto-colimação.

CONCLUSÕES

Dos resultados obtidos da análise estrutural observou-se que a menor margem de segurança aplicável à falha mais crítica é da ordem de 30%.

Os dados obtidos nos ensaios estáticos serão comparados com os resultados das análises numéricas, validando-se dessa forma o ferramental e os modelos escolhidos.

Finalmente, deve-se mencionar que a confecção, montagem e ensaio do primeiro protótipo do satélite de coleta de dados demonstram que o País possui pessoal qualificado para a execução de projetos de vanguarda desde que sejam fornecidas as condições técnicas e administrativas adequadas.

REFERÊNCIAS

[1] Nogueira, C.F.; Nakagawa, N.M., Dimensionamento preliminar para estimativa de peso e estudo do arranjo físico do satélite de coleta de dados da MECB. INPE-RPI/094. São José dos Campos (1984).

[2] Henriques, A.M.D. et alii Análise estática dos painéis da estrutura do satélite de coleta de dados da MECB, um refinamento. INPE-RPI/109. São José dos Campos (1984).

[3] Alves Filho, J.S.R., Análise estrutural do cilindro central do satélite de coleta de dados de MECB por um metodo de elementos finitos. INPE. São José dos Campos (1985) (No prelo).

[4] Henriques, A.M.D., Análise por um método dos elementos finitos dos painéis laterais do satélite de coleta de dados da MECB. INPE-RPI/112. São José dos Campos (1984).

[5] Alves Filho, J.S.R., Análise estrutural dos painéis porta-equipamentos do satélite de coleta de dados da MECB, por um método dos elementos finitos. INPE. São José dos Campos (1985). (No prelo).

[6] Ahmad, S. et alii Analysis of thick and thin shell structures by curved finite element. IJNME. Vol. 2,N.3, (1970),pp.419-451.

[7] Alves Filho, J.S.R., Análise do modelo completo, do satélite de coleta de dados da MECB. INPE. São José dos Campos (1985). (No prelo).

[8] Araújo, E.F.R., Manual de procedimentos para montagem do protótipo estrutural do satélite de coleta de dados da MECB. INPE. São José dos Campos (1985). (No prelo).

SUMMARY

The objective of this work is to present the design and structural analysis of the first Brasilian satellite. It describes the static, dynamic and thermal loadings considered, as well as the established design criteria. It shows the geometry, the structure layout, the mass distribution and discusses the use of aluminium honeycomb sandwich panels. The static structural analysis is described in its several phases and comparisons are shown. It briefly presents the manufacturing and assembly cycles of the first prototype, as well as the devices and procedures of the static tests to be performed.

APLICAÇÃO DAS IDÉIAS DE MOHR AO CÁLCULO DOS DESLOCAMENTOS DE VIGAS DE EIXO CIRCULAR

JORGE DE MELLO E SOUZA
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

SUMÁRIO

As analogias de Mohr permitem calcular o deslocamento vertical e a rotação de uma viga reta como esforços numa outra viga, a conjugada, causados por um carregamento fictício. Estas mesmas idéias podem ser usadas para o cálculo do deslocamento vertical e das rotações de flexão e de torção de uma viga de eixo circular sujeita a forças normais ao seu plano. O carregamento fictício irá depender dos momentos de flexão e torção, da força cortante, da rigidez à flexão e da rigidez à torção e do raio de curvatura. Em vigas de seção transversal variável surgem termos adicionais com a derivada da rigidez. São demonstrados três teoremas para vigas curvas que permitem calcular os deslocamentos com as técnicas usadas para obter esforços. Termina-se com indicações para conseguir a viga conjugada.

INTRODUÇÃO

Vigas curvas hiperestáticas sujeitas a um carregamento normal ao seu plano já foram estudadas para seção transversal constante, sendo o eixo um arco de circunferência [1], [2].

Mesmo vigas com baixo grau de hiperestaticidade exigem uma considerável quantidade de trabalho, como pode-se verificar em |1|.

Se a viga possuir seção transversal variável, o uso de um método numérico é obrigatório.

Neste trabalho aplicam-se as idéias de Mohr ao cálculo de deslocamentos e rotações de vigas de eixo circular. Com isto é possível, usando-se um programa para calcular esforços, obter deslocamentos.

Se a viga tiver como eixo uma curva qualquer, deve-se primeiro substituí-la por arcos de circunferência equivalentes.

AS EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO E AS RELAÇÕES ESFORÇOS-DESLOCAMENTOS

Seja, Fig. 1, uma haste de eixo circular com um carregamento normal ao seu plano.

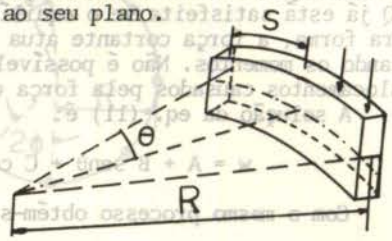


Figura 1

Sob a ação do carregamento surgem o momento fletor M, o momento de torção T e a força cortante Q. Esforços e carregamento positivos aparecem na Fig. 2.



Figura 2

As equações de equilíbrio são mostradas abaixo:

$$\frac{dQ}{d\theta} = - qR \qquad (1)$$

$$\frac{dM}{d\theta} + T - RQ = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{dT}{d\theta} - M + R\,t = 0 \qquad (3)$$

Nestas equações q é a carga por unidade de comprimento e t o momento de torção distribuido por unidade de comprimento.

Este sistema de equações pode ser substituído por três equações, relacionando os esforços diretamente com o carregamento. Estas são a eq. (1) e as duas seguintes:

$$\frac{d^3T}{d\theta^3} + \frac{dT}{d\theta} = - q\,R^2 - R\frac{d^2t}{d\theta^2} \qquad (4)$$

$$\frac{d^2M}{d\theta^2} + M = Rt - qR^2 \qquad (5)$$

Os deslocamentos da viga sob a ação do carregamento podem ser obtidos com a hipótese das seções planas. Admite-se também que o raio de curvatura é muito grande em relação às dimensões da seção transversal. Os resultados a que se chega são os seguintes, |2|:

$$\frac{-M}{EJ} = - \frac{\psi}{R} + \frac{d^2w}{ds^2} \qquad (6)$$

$$\frac{T}{GJ_T} = \frac{d\psi}{ds} + \frac{1}{R}\frac{dw}{ds} \qquad (7)$$

Nestas equações E e G são módulos de elasticidade, J é o momento de inércia e J_T o momento de inércia à torção.

O deslocamento vertical do eixo da viga vale w, positivo para baixo. A rotação em torno do eixo da viga vale ψ, positiva quando causada por um momento de tensão positivo, Fig. 3.

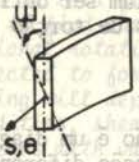


Figura 3

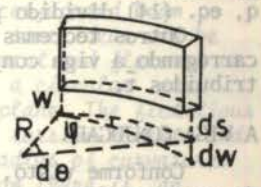


Figura 4

A rotação em torno do eixo ligando o centro de gravidade ao de curvatura vale

$$\phi = \frac{dw}{ds} = \frac{1}{R}\frac{dw}{d\theta} \qquad (8)$$

positivo no sentido horário para o observador situado no centro de curvatura, Fig. 4.

Pode-se eliminar da eq. (6) a rotação ψ derivando-se esta equação em relação à variável s, e usando-se a eq. (7).

$$\frac{d^3w}{d\theta^3} + \frac{dw}{d\theta} = \frac{1}{R}\left(\frac{d^2\phi}{d\theta^2} + \frac{d\phi}{d\theta}\right) = \frac{R^2}{EJ}\left[\rho T - \frac{dM}{d\theta} + \frac{M}{EJ}\frac{d}{d\theta}(EJ)\right] \quad (9)$$

Nesta equação introduziu-se a variável adimensional ρ

$$\rho = \frac{EJ}{GJ_T} \quad (10)$$

A eq. (2) pode ser usada para eliminar, da eq.(9) a derivada do momento fletor, chegando-se a:

$$\frac{d^3w}{d\theta^3} + \frac{dw}{d\theta} = \frac{R^2}{EJ}\left[(1+\rho)T - QR + \frac{M}{EJ}\frac{d}{d\theta}(EJ)\right] \quad (11)$$

Pode-se agora relacionar a rotação ψ diretamente com os esforços; basta, para isto, derivar a eq. (7) em relação a s e usar a eq. (6). Chega-se a:

$$\frac{d^2\psi}{d\theta^2} + \psi = \frac{R}{EJ}\left[M + \rho\frac{dT}{d\theta} - \frac{\rho T}{GJ_T}\frac{d}{d\theta}(GJ_T)\right] \quad (12)$$

É possível eliminar a derivada do momento de torção da eq. (12) com auxílio da eq. (3).

OS TEOREMAS ANÁLOGOS AOS DE MOHR

Com as equações obtidas pode-se enunciar os teoremas, análogos aos de Mohr, válidos para vigas de eixo circular com carregamento normal ao seu plano.

Comparando-se as eqs. (5) e (12) tem-se: Teorema: A rotação de torção ψ de uma viga de eixo circular sujeita a uma carga distribuida q e momento de torção distribuido t é o momento fletor causado por uma carga $\bar{q}$ fictícia, na viga conjugada, igual a

$$\bar{q} = \frac{1}{EJR}\left[M + \rho\frac{dT}{d\theta} - \frac{\rho}{G}\frac{d}{J_T}\frac{d}{d\theta}(GJ_T)\right] \quad (13)$$

Nesta equação M e T são os momentos causados pelo carregamento real, q, t.

O teorema seguinte é obtido com o exame das eqs. (4) e (11).

Teorema: A elástica de uma viga de eixo circular sujeita a um carregamento q, t, é o diagrama de momentos de torção da viga conjugada sob a ação da carga $\bar{q}$ fictícia

$$\bar{q} = \frac{1}{EJ}\left[(1+\rho)T - QR + \frac{M}{EJ}\frac{d}{d\theta}(EJ)\right] \quad (14)$$

Na viga conjugada não atuam momentos de torção distribuido e por isto a eq. (3) simplifica-se para

$$\frac{dT}{ds} = \frac{M}{R} \quad (15)$$

Combinando-se o último teorema e a eq. (15) chega-se ao seguinte resultado.

Teorema: A rotação de flexão ϕ de uma viga de eixo circular é o momento fletor da viga conjugada sob a carga q, eq. (14) dividido por R.

Outros teoremas semelhantes poderiam ser obtidos, carregando a viga conjugada com momentos de torção distribuidos t.

A VIGA CONJUGADA

Conforme visto, a rotação de torção é um diagrama de momentos fletores e dado por uma equação diferencial de segunda ordem; logo necessita de dois valores para sua completa determinação. Da mesma forma o deslocamento vertical é um diagrama de momentos de torção dado por uma equação de terceira ordem, sendo três valores necessários para o seu conhecimento. Fica-se com um total de cinco condições em deslocamentos a serem satisfeitas.

Na viga reta, a conjugada é obtida por uma troca de apoios. Na viga curva isto não ocorre pois há um acoplamento entre os deslocamentos, que inexiste na viga reta. Considerem-se as eqs. (6) e (7). A condição de momento nulo implica numa relação entre ψ, w ou suas derivadas. Os termos acopladores são os que tem R no denominador e portanto anulam-se quando $R\to\infty$.

Considere-se uma viga engastada numa extremidade, livre na outra e sujeita a um carregamento qualquer. Conhecem-se M, T, Q. Na extremidade engastada as condições são

$$\psi = 0 \quad (16)$$

$$w = 0 \quad (17)$$

$$\frac{dw}{d\theta} = 0 \quad (18)$$

Na extremidade livre as condições são:

$$M = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\psi}{R} = \frac{d^2w}{ds^2} \quad (19)$$

$$T = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{d\psi}{ds} = -\frac{1}{R}\frac{dw}{ds} \quad (20)$$

$$Q = 0 \quad (21)$$

Há uma condição a mais, e esta é a da força cortante nula. Realmente, a força cortante é dada na eq. (2). Substituindo nesta equação os momentos pelos seus valores, eqs. (6) e (7) chega-se a:

$$Q = \frac{1}{R}\left[(EJ + GJ_T)\frac{d\psi}{ds} + \frac{d(EJ)}{d\theta}\left(\frac{\psi}{R} - \frac{d^2w}{ds^2}\right) + \frac{GJ_T}{R}\frac{dw}{ds} - EJR\frac{d^3w}{ds^3}\right] \quad (22)$$

Aplicando as condições (19) e (20) a eq. (22) simplifica-se para

$$Q = \frac{EJ}{R^3}\left[\frac{dw}{d\theta} + \frac{d^3w}{d\theta^3}\right] \quad (23)$$

Tendo em vista a eq. (11) chega-se à identidade

$$Q = Q \quad (24)$$

Este resultado já era esperado pois a hipótese das seções planas foi usada para a determinação de (6) e (7). Por esta hipótese as distorções são nulas e a força cortante também. Por isto usa-se uma equação de equilíbrio para determinar a força cortante. A condição em Q já está satisfeita se o equilíbrio existe. Dito de outra forma, a força cortante atua indiretamente, modificando os momentos. Não é possível haver condições em deslocamentos causados pela força cortante.

A solução da eq. (11) é:

$$w = A + B\,\text{sen}\theta + C\,\cos\theta + w_p \quad (25)$$

Com o mesmo processo obtém-se, para a eq. (12):

$$\psi = D\,\text{sen}\theta + E\,\cos\theta + \psi_p \quad (26)$$

Nas equações acima w_p e ψ_p representam soluções particulares. Se a viga em balanço tiver, no engaste, $\theta=0$, e na extremidade livre, $\theta=\alpha$ tem-se com as condições (16) e (18):

$$E = -(\psi_p)_{\theta=0} \qquad B = -\left(\frac{dw_p}{d\theta}\right)_{\theta=0} \quad (27)$$

As demais condições permitem montar o seguinte sistema:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{\cos\alpha}{R} & \text{sen}\alpha \\ 0 & \frac{\text{sen}\alpha}{R} & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ C \\ D \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -w_0 \\ \frac{1}{R}(w_0'\text{sen}\alpha + w_\alpha'') + \psi_0\cos\alpha - \psi_\alpha \\ \frac{1}{R}(-w_0'\cos\alpha + w_\alpha') - \psi_0\text{sen}\alpha - \psi_0' \end{Bmatrix} \quad (28)$$

Na eq. (28) foi usada a notação

$$w'_\alpha = \left(\frac{dw_p}{d\theta}\right)_{\theta=\alpha} \qquad (29)$$

Se a viga for bi-engastada, usa-se o método das forças. O sistema principal pode ser a viga engastada e livre. Os três hiperestáticos são obtidos com as condições $w = w' = \psi = 0$ na extremidade livre.

Se a viga tiver três apoios, as três condições $w = 0$ permitem determinar w, e portanto suas derivadas. As condições de momentos nulos nos apoios fixam o valor de ψ, de acordo com as eqs. (19) e (20).

SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

Resolvendo-se o sistema formado pelas eqs. (1), (2) e (3) chega-se a

$$Q = C - R\int_0^\theta q(\xi)d\xi \qquad (30)$$

$$M = A\,\mathrm{sen}\theta + B\cos\theta + R\int_0^\theta \left[t(\xi) \cdot Rq(\xi)\right] \mathrm{sen}(\theta - \xi)d\xi \qquad (31)$$

$$T = -A\cos\theta + B\,\mathrm{sen}\theta - R^2\int_0^\theta q(\xi)\left[1 - \cos(\theta - \xi)\right]d\xi -$$

$$- R\int_0^\theta t(\xi)\cos(\theta - \xi)d\xi + C \qquad (32)$$

Nestas equações A, B, C são constantes arbitrárias.

Fazendo-se $t=0$ e $q=\bar{q}$ pode-se substituir os momentos pelos deslocamentos, de acordo com os teoremas demonstrados.

EXEMPLO

Determinar a elástica de uma viga circular com n apoios, sujeita a uma carga uniformemente distribuída, q. A seção transversal é constante.

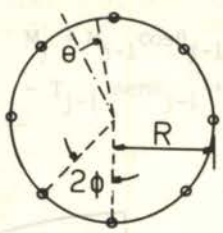


Fig. 5

Com as eqs. (30) a (32) tem-se:

$$Q = -qR\theta \qquad (33)$$

$$M = A\,\mathrm{sen}\theta + B\cos\theta - qR^2(1-\cos\theta) \qquad (34)$$

$$T = -A\cos\theta + B\,\mathrm{sen}\theta + qR^2(\mathrm{sen}\theta - \theta) \qquad (35)$$

Como o momento fletor deve ser simétrico em relação a $\theta=0$, a constante A anula-se. O momento de torção é anti-simétrico em relação a $\theta=0$ de acordo com a eq. (3). Imediatamente a direita e a esquerda de um apoio tem o mesmo valor absoluto, mas sinais opostos. Como a continuidade deve ser mantida, deduz-se que o momento de torção anula-se no apoio. Daí tem-se:

$$M = qR^2\left[\frac{\phi}{\mathrm{sen}\phi}\cos\theta - 1\right] \qquad (36)$$

$$T = qR^2\left[\frac{\phi}{\mathrm{sen}\phi}\,\mathrm{sen}\theta - \theta\right] \qquad (37)$$

Considere-se o carregamento fictício dado pela eq (14).

$$\bar{q} = \frac{qR^2}{EJ}\left[(1+\rho)\frac{\phi}{\mathrm{sen}\phi}\,\mathrm{sen}\theta - \rho\theta\right] \qquad (38)$$

O momento de torção causado por este carregamento é a elástica procurada. Aplicando-se a eq. (32) tem-se:

$$w = -A\cos\theta + B\,\mathrm{sen}\theta + C + \frac{qR^2}{EJ}\left[-(1+\rho)\frac{\phi}{\mathrm{sen}\phi}\,\frac{\theta\,\mathrm{sen}\theta}{2} - \frac{\rho\theta^2}{2}\right] \qquad (39)$$

As três constantes A, B, C são obtidas a partir das condições:

1. $w(\theta) = w(-\theta)$ (40)
2. $w(\phi) = 0$ (41)
3. $w'(\phi) = 0$ (42)

A primeira condição é satisfeita se $B=0$. Da última condição obtém-se a constante A.

$$A = \frac{qR^2}{EJ\,\mathrm{sen}\phi}\left[\frac{(1+\rho)}{2}(1+\phi\,\mathrm{cotg}\phi) + \rho\phi\right] \qquad (43)$$

Finalmente, com a eq. (41) consegue-se a constante C.

$$C = A\cos\phi + \frac{qR^2}{2EJ}(1+2\rho)\,\phi^2 \qquad (44)$$

CONCLUSÕES

Demonstram-se, neste trabalho, teoremas que afirmam que o algoritmo usado para obter os momentos a partir do carregamento é o mesmo que serve para calcular os deslocamentos a partir dos momentos.

Este resultado aumenta o alcance das equações usadas para o cálculo dos momentos (eqs. (32) e (31)) ou de um programa de computador feito para determiná-los. Tais equações e tal programa fornecem também os deslocamentos.

Vigas hiperestáticas curvas com inércia variável podem ser analisadas com apenas três equações.

REFERÊNCIAS

(1) Vreden, Werner, Curved continuous beams for highway bridges, Frederick Ungar Publishing Co. New York (1969).

(2) Heins, C.P., Bending and torsional design in structural members, Lexington Books, Lexington (1975).

SUMMARY

Mohr's analogies permit to find vertical displacements and rotations of a straight beam as the bending moment and shear of the conjugated beam subjected to a fictitious load. The same ideas can be used to find the vertical displacement and flexural or torsional rotations of a beam with a circular axis subjected to forces normal to its plane. The fictitious loading will depend on bending and torsion moments and rigidities, shear forces and the radius of curvature. In beams with variable cross section there is an additional term with the derivative of the rigidity. Three theorems are demonstrated, valid for curved beams; it is possible with these theorems to find displacements with the methods used to obtain moments and shear. At the end there are indications on the conjugated beam and a complete example is solved.

ANÁLISE NUMÉRICA DE VIGAS DE EIXO CURVO COM INÉRCIA VARIÁVEL

JORGE DE MELO E SOUZA
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

SUMÁRIO

Apresenta-se uma técnica numérica para a determinação de esforços e deslocamentos em vigas planas hiperestáticas cujo eixo é composto de arcos de circunferência. O carregamento consta de forças normais ao plano e de momentos de torção distribuídos. A viga pode ter qualquer variação dos momentos de inércia. No método proposto o carregamento é considerado atuando indiretamente em vigotas engastadas na viga curva principal. Apresentam-se fórmulas para a reação das vigotas supondo o carregamento variando como uma parábola do segundo grau. Como usam-se basicamente técnicas de propagação, o número de equações a ser resolvido é o mais baixo possível.

INTRODUÇÃO

Para determinar esforços e deslocamentos em vigas de eixo curvo necessita-se considerável quantidade de trabalho. Na Ref. (1) uma viga com 4 vãos precisou de 17 páginas de cálculos para ser analisada. Daí a necessidade de um método simples, capaz de resolver uma viga curva, com um carregamento arbitrário e qualquer variação de momentos de inércia.

O método proposto emprega técnicas numéricas de propagação, de modo a tornar mínimo o número de equações a serem resolvidas, e atende às exigências feitas.

Considere-se uma viga de eixo curvo, isostática, sujeita a cargas verticais e momentos atuando em pontos quaisquer, Fig. 1. O carregamento no ponto j é dado por p_j, m_j, t_j. Os esforços no mesmo ponto são a força cortante Q_j, o momento de flexão M_j e o de torção T_j. Carregamento e esforços positivos aparecem na Fig. 1.

Num ponto nodal tem-se:

$$Q_j = Q_{j-1} - (p_j) \qquad (1)$$

$$M_j = M_{j-1}\cos\theta_{j-1} + Q_{j-1}\, R\, \mathrm{sen}\theta_{j-1} - T_{j-1}\, \mathrm{sen}\theta_{j-1} + (m_j) \qquad (2)$$

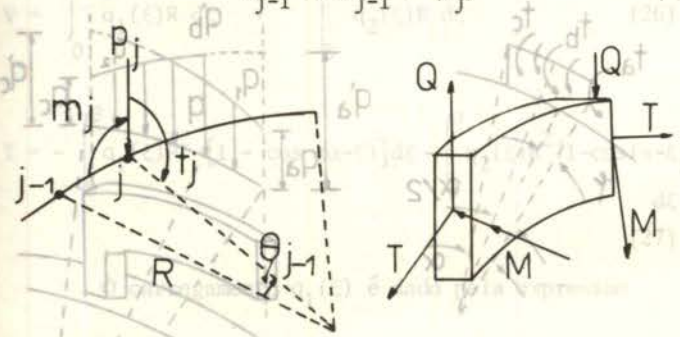


Figura 1

$$T_j = M_{j-1}\,\mathrm{sen}\theta_{j-1} + T_{j-1}\cos\theta_{j-1} + Q_{j-1}\, R(1-\cos\theta_{j-1}) + (t_j) \qquad (3)$$

Como no ponto j os esforços apresentam descontinuidades, deve-se distinguir os esforços à direita dos esforços à esquerda. Para obter os esforços imediatamente antes do ponto não se levam em conta os termos entre parêntesis; considerando-se tais termos tem-se os esforços imediatamente depois do ponto.

As equações acima mostram como é possível, partindo de uma extremidade onde são conhecidos os esforços ir propagando-os ao longo da barra. Se a viga repousar sobre 3 apoios, deve-se calcular primeiro as reações, o que pode ser feito sem dificuldades.

CARREGAMENTO DISTRIBUIDO

Se o carregamento for distribuido, deve-se substituí-lo por outro equivalente concentrado. Várias são as maneira de fazer esta substituição. Considera-se o carregamento atuando em vigotas curvas isostáticas que por sua vez se apoiam na viga principal. As reações da vigota são o carregamento equivalente. De todas as vigas curvas isostáticas a mais simples de se trabalhar é a engastada numa extremidade e livre na outra, que será adotada neste trabalho.

A substituição do carregamento direto pelo indireto aparece na Fig. 2. Com este procedimento

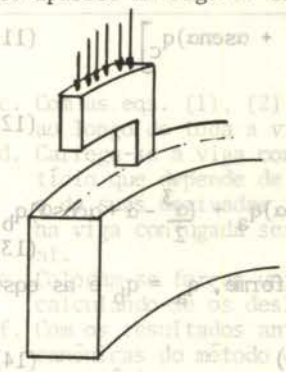


Figura 2

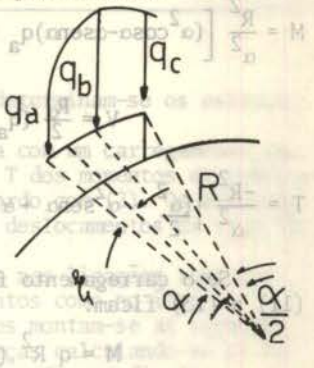


Figura 3

os esforços nos pontos nodais, incluídos os provenientes da vigota que alí se engasta, são exatos.

A simplificação surge ao considerar-se que o carregamento real é substituído por outro dado por uma parábola do segundo grau, Fig. 3. A equação do carregamento equivalente é

$$q(\xi) = \frac{2}{\alpha^2}\left(\xi - \frac{\alpha}{2}\right)(\xi-\alpha)q_a + \frac{4\xi(\alpha-\xi)}{\alpha^2}q_b + \frac{2}{\alpha^2}\xi\left(\xi - \frac{\alpha}{2}\right)q_c \qquad (4)$$

O momento fletor no engaste da vigota é dado por:

$$M = -\int_0^{\alpha} q(\xi)R^2\,\mathrm{sen}\,(\alpha-\xi)\,d\xi \qquad (5)$$

Substituindo, na eq. (5) o carregamento dado por (4) e integrando, chega-se a:

$$M = \frac{R^2}{\alpha^2}(\alpha^2\cos\alpha-4\cos\alpha+4-3\alpha\,\mathrm{sen}\alpha)q_a + \frac{4R^2}{\alpha^2}(\alpha\,\mathrm{sen}\alpha-2+2\cos\alpha)q_b$$
$$+ \frac{R^2}{\alpha^2}(4-4\cos\alpha - \alpha^2 - \alpha\,\mathrm{sen}\alpha)q_c \qquad (6)$$

A reação vertical V vale:

$$V = \int_0^\alpha q(\xi)R\,d\xi = \frac{R\alpha}{6}(q_a + 4q_b + q_c) \qquad (7)$$

O momento de torção no engaste da vigota é dado por

$$T = -\int_0^\alpha q(\xi)R^2\left[1-\cos(\alpha-\xi)\right]d\xi \qquad (8)$$

Levando em conta os resultados anteriores e calculando a integral, chega-se a:

$$T = \frac{-R^2}{\alpha^2}\left[\left(\frac{\alpha^3}{6} - \alpha^2\,\mathrm{sen}\alpha - \alpha - 3\alpha\cos\alpha + 4\,\mathrm{sen}\alpha\right)q_a + \right.$$
$$+ \left(\frac{4\alpha^3}{6} + 4\alpha + 4\alpha\cos\alpha - 8\,\mathrm{sen}\alpha\right)q_b + \qquad (9)$$
$$\left. + \left(\frac{\alpha^3}{6} - 3\alpha + 4\,\mathrm{sen}\alpha - \alpha\cos\alpha\right)q_c\right]$$

Se o carregamento variar linearmente com α,

$$q_b = \frac{1}{2}(q_a + q_c) \qquad (10)$$

e as eqs. (6), (7) e (9) simplificam-se:

$$M = \frac{R^2}{\alpha^2}\left[(\alpha^2\cos\alpha-\alpha\,\mathrm{sen}\alpha)q_a + (-\alpha^2 + \alpha\,\mathrm{sen}\alpha)q_c\right] \qquad (11)$$

$$V = \frac{R\alpha}{2}(q_a + q_c) \qquad (12)$$

$$T = \frac{-R^2}{\alpha^2}\left|\left(\frac{\alpha^2}{2} - \alpha^2\,\mathrm{sen}\alpha + \alpha - \alpha\cos\alpha\right)q_a + \left(\frac{\alpha^3}{2} - \alpha + \alpha\cos\alpha\right)q_b\right| \qquad (13)$$

Se o carregamento for uniforme, $q_a = q_b$ e as eqs. (11) a (13) ficam:

$$M = q\,R^2\,(\cos\alpha-1) \qquad (14)$$

$$V = R\alpha q \qquad (15)$$

$$T = -qR^2\,(\alpha-\mathrm{sen}\alpha) \qquad (16)$$

As eqs. (6) e (9) podem ser escritas sob a forma

$$M = R^2\,|A\,q_a + B\,q_b + C\,q_c| \qquad (17)$$

$$T = R^2\,|D\,q_a + E\,q_b + F\,q_c| \qquad (18)$$

Os valores de A, B, C, D, E, F são dados na Tabela 1.

Se atuar na vigota um momento de torção distribuído, Fig. 4, o procedimento é o mesmo visto anteriormente. Admite-se que o momento varie segundo uma parábola do segundo grau. Os esforços no engaste da vigota são dados por:

Reação vertical

$$V = 0 \qquad (19)$$

Momento fletor

$$M = R\int_0^\alpha t\,\mathrm{sen}(\alpha-\xi)d\xi = (-At_a - Bt_b - Ct_c)R \qquad (20)$$

Momento de torção

$$T = -R\int_0^\alpha t\cos(\alpha-\xi)d\xi = (Gt_a + Ht_b - It_c)R \qquad (21)$$

Os parêmetros G, H, I são dados pelas expressões abaixo em termos de α; acham-se valores numéricos na Tabela 1.

$$G = \frac{-2}{\alpha^2}\left[\frac{\alpha}{2} - 2\,\mathrm{sen}\alpha + \frac{3}{2}\alpha\cos\alpha + \frac{\alpha^2}{2}\,\mathrm{sen}\alpha\right] \qquad (22)$$

$$H = \frac{-4}{\alpha^2}\left[-\alpha - \alpha\cos\alpha + 2\,\mathrm{sen}\alpha\right] \qquad (23)$$

$$I = \frac{-2}{\alpha^2}\left[\frac{3\alpha}{2} - 2\,\mathrm{sen}\alpha + \frac{\alpha}{2}\cos\alpha\right] \qquad (24)$$

DESCONTINUIDADES E PONTOS ANGULOSOS

Na substituição do carregamento real por um outro parabólico admitiu-se a inexistência de descontinuidades e pontos angulosos; admitiu-se também que o carregamento parabólico seja uma boa aproximação do real. Se isto não ocorrer, as vigotas devem ter o seu comprimento diminuido.

Existindo pontos angulosos ou descontinuidades no carregamento, o melhor é fazer com que coincidam com um ponto nodal. É possível porém colocar a descontinuidade fora dos pontos nodais. Seja, Fig. 5, uma vigota que apresenta uma descontinuidade no carregamento para $\xi = \beta$. O carregamento é dado por duas parábolas. A primeira, $q_1(\xi)$ é definida por dois valores reais, q_a e q_b e um fictício, q'_c. A segunda $q_2(\xi)$ é determinada pelo valor fictício q'_a e por q'_b e q_c.

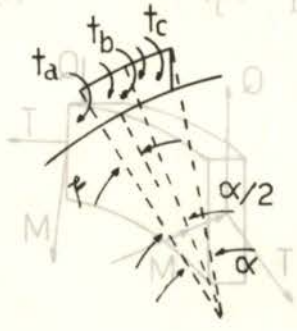


Figura 4

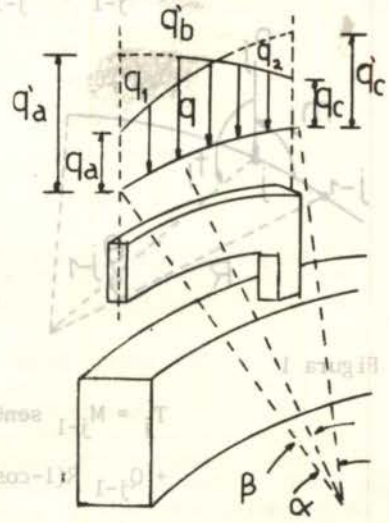


Figura 5

Para obter o carregamento equivalente usam-se as expressões:

Tabela 1 - Valores dos Coeficientes

α	10^4 A	10^4 B	10^4 C	10^4 D	10^4 E	10^4 F	10^4 G	10^4 H	10^4 I
3	- 1	- 14	0	0	0	0	- 88	- 349	- 88
4	- 5	- 16	0	0	- 1	0	- 116	- 465	- 117
5	- 12	- 25	0	- 1	1	0	- 145	- 581	- 146
6	- 18	- 38	0	- 1	- 1	0	- 174	- 697	- 175
7	- 24	- 49	0	- 1	- 2	0	- 202	- 813	- 204
8	- 32	- 65	0	- 2	- 3	0	- 231	- 928	- 233
9	- 41	- 82	0	- 3	- 4	0	- 259	- 1043	- 262
10	- 50	- 101	0	- 4	- 5	0	- 287	- 1158	- 291
11	- 61	- 122	0	- 5	- 7	1	- 315	- 1273	- 321
12	- 72	- 145	0	- 7	- 9	1	- 342	- 1387	- 350
13	- 85	- 171	0	- 9	- 12	1	- 349	- 1501	- 379
14	- 99	- 198	0	-11	- 15	1	- 396	- 1614	- 408
15	- 113	- 228	0	-13	- 18	2	- 423	- 1727	- 438
16	- 128	- 259	0	-16	- 22	2	- 449	- 1840	- 467
17	- 145	- 292	0	-19	- 26	2	- 475	- 1952	- 497
18	- 162	- 327	0	-23	- 31	3	- 500	- 2064	- 526
19	- 180	- 364	0	-27	- 36	3	- 526	- 2174	- 556
20	- 200	- 403	0	-32	- 42	3	- 550	- 2285	- 585
21	- 220	- 444	0	-37	- 49	4	- 574	- 2394	- 615
22	- 241	- 487	- 1	-42	- 56	5	- 598	- 2504	- 645
23	- 263	- 531	- 1	-48	- 64	5	- 621	- 2612	- 674
24	- 286	- 578	- 1	-55	- 73	6	- 644	- 2720	- 704
25	- 309	- 627	- 1	-62	- 82	7	- 666	- 2826	- 734
26	- 334	- 677	- 1	-69	- 93	8	- 687	- 2933	- 764
27	- 359	- 729	- 1	-77	-104	9	- 708	- 3038	- 794
28	- 385	- 783	- 2	-86	-116	10	- 728	- 3142	- 824
29	- 413	- 840	- 2	-96	-128	11	- 748	- 3246	- 854
30	- 440	- 897	- 2	-106	-142	12	- 767	- 3349	- 884
31	- 469	- 957	- 2	-117	-157	13	- 785	- 3450	- 915
32	- 498	-1018	- 3	-128	-172	14	- 803	- 3551	- 945
33	- 529	-1082	- 3	-140	-189	16	- 820	- 3651	- 976
34	- 560	-1146	- 3	-153	-206	17	- 836	- 3750	- 1006
35	- 591	-1213	- 4	-167	-225	18	- 851	- 3848	- 1037
36	- 624	-1282	- 4	-181	-244	20	- 866	- 3945	- 1067
37	- 657	-1352	- 5	-196	-265	22	- 880	- 4040	- 1098
38	- 691	-1424	- 5	-213	-287	24	- 893	- 4135	- 1129
39	- 725	-1497	- 6	-229	-310	25	- 905	- 4228	- 1160
40	- 761	-1573	- 6	-247	-334	27	- 916	- 4320	- 1191

$$M = -\int_0^{\beta} q_1(\xi)R^2\,\mathrm{sen}(\alpha-\xi)d\xi - \int_{\beta}^{\alpha} q_2(\xi)R^2\,\mathrm{sen}(\alpha-\xi) \qquad (25)$$

$$V = \int_0^{\beta} q_1(\xi)R\,d\xi + \int_{\beta}^{\alpha} q_2(\xi)R\,d\xi \qquad (26)$$

$$T = -\int_0^{\beta} q_1(\xi)R^2\,[1-\cos(\alpha-\xi)]d\xi - \int_{\beta}^{\alpha} q_2(\xi)R^2[1-\cos(\alpha-\xi)]\,d\xi \qquad (27)$$

O carregamento $q_1(\xi)$ é dado pela expressão

$$q_1(\xi) = q_a\frac{(\xi-\beta)(\xi-\alpha)}{\alpha\beta} + q_b\frac{\xi(\alpha-\xi)}{\beta(\alpha-\beta)} + q_c\frac{\xi(\beta-\xi)}{\alpha(\beta-\alpha)} \qquad (28)$$

VIGAS HIPERESTÁTICAS

O procedimento geral é o seguinte:

a. Rompem-se vínculos de forma a tornar a viga isostática.
b. Substitui-se o carregamento distribuído por cargas nodais equivalente; usam-se as eqs. (6), (7) e (9) para conseguir as cargas nodais devidas ao carregamento vertical e (19), (20), (21) para as devidas ao momento de torção.
c. Com as eqs. (1), (2), (3) determinam-se os esforços ao longo de toda a viga.
d. Carrega-se a viga conjugada com um carregamento fictício que depende de Q, M, T dos momentos de inércia e de suas derivadas, de acordo com (2). Os esforços na viga conjugada serão os deslocamentos da viga real.
e. Colocam-se forças unitárias nas ligações rompidas calculando-se os deslocamentos como no ítem d.
f. Com os resultados anteriores montam-se as equações canônicas do método das forças calculando-se os hiperestáticos, e com eles os esforços finais.

APLICAÇÃO ÀS VIGAS CURVAS PLANAS QUAISQUER

Seja uma viga cujo eixo é uma curva plana qualquer. Para aplicar o processo visto é necessário substituí-lo por arcos de circunferência.

Dois procedimento são possíveis; o primeiro é ilustrado na Fig. 6. Sejam

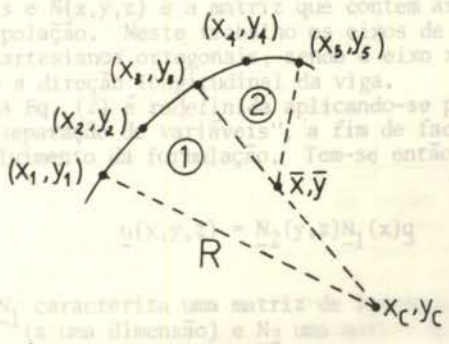


Figura 6

x_1y_1, x_2y_2, x_3y_3 as coordenadas de três pontos. Sejam x_cy_c as coordenadas do centro da circunferência passando pelos três pontos e R o seu raio. As coordenadas do centro são obtidas resolvendo o sistema

$$\begin{bmatrix} 2(x_1-x_2) & 2(y_1-y_2) \\ 2(x_1-x_3) & 2(y_1-y_3) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_c \\ y_c \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} x_2^2+y_2^2-x_1^2-y_1^2 \\ x_3^2+y_3^2-x_1^2-y_1^2 \end{Bmatrix} \quad (29)$$

O raio vale

$$R = \sqrt{(x_1-x_c)^2 + (y_1-y_c)^2}, \quad (30)$$

O arco de circunferência seguinte seria definido pelos pontos x_3y_3, x_4y_4, x_5y_5. Neste caso um ponto como B que pertence a dois arcos de circunferência pode ser ponto anguloso. O momento total atuando em B terá componentes de flexão e torção diferentes para os dois arcos.

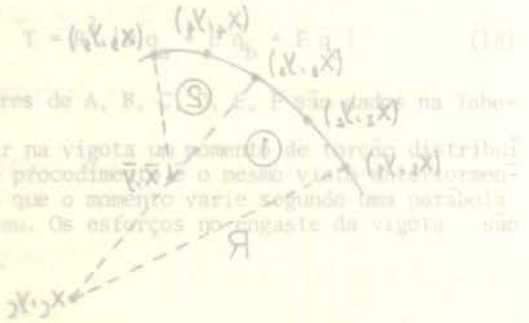
Uma outra alternativa seria definir o arco 1 anteriormente por 3 pontos. O arco 2 seria determinado pelos pontos x_3y_3, x_5y_5 e com a condição de ter uma tangente comum com o arco 1. Sejam $\bar{x},\bar{y}$ as coordenadas do centro do arco 2. Como o ponto $\bar{x},\bar{y}$ deve estar contido na reta unindo x_3y_3 com x_cy_c, tem-se

$$\bar{y} = \frac{y_c - y_3}{x_c - x_3}\bar{x} + \frac{y_3 x_c - x_3 y_c}{x_c - x_3} \quad (31)$$

A condição do centro da circunferência distar igualmente dos pontos $x_3\ y_3$ e $x_5\ y_5$ escreve-se:

$$2\bar{x}(x_3-x_5)+2\bar{y}(y_3-y_5) = x_3^2+y_3^2-(x_5^2+y_5^2) \quad (32)$$

O sistema formado pelas eqs. (31) e (32) permite calcular $\bar{x}$ e $\bar{y}$. Esta segunda alternativa parece preferível, pois em pontos como B os esforços serão únicos e os arcos de circunferência não se encontram em pontos angulosos.



CONCLUSÕES

O método proposto para calcular numericamente vigas de eixo curvo tem as seguintes características:

a. É simples, constando de operações que se repetem, e que podem ser programadas facilmente em calculadoras ou computadores.
b. É geral, podendo ser aplicado a vigas com seção transversal variável qualquer.

REFERÊNCIAS

(1) Vreden, W., Curved Continuous Beams for Highway Bridges, Frederick Ungar Publishing Co., New York, (1969).

(2) Souza, J.M., "Aplicação das idéias de Mohr ao cálculo de deslocamentos de vigas de eixo circular", VIII COBEM, S. José dos Campos, (1985)

SUMMARY

It is presented a numerical technique to determine bending and torsion moments and shear forces in plane beams, statically indeterminate, whose axis is composed of arcs of circunference. The loads are normal to the plane of the beam and there are distributed torsion moments. The cross section is variable. In the proposed method the load is considered acting in small curved beams, fixed in the main beam. Formulas giving the reactions of the small beams are given, when the load is supposed to vary as a second degree parabola. Basically propagation techniques are used, and therefore the number of equations to be solved is a minimum.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

FORMULAÇÃO TRIDIMENSIONAL DE ELEMENTOS DE VIGA DE SEÇÃO DEFORMÁVEL

TEREZA DENYSE PEREIRA DE ARAÚJO
NUCLEBRÁS ENGENHARIA
RAUL ROSAS E SILVA
DEPTO. DE ENG. CIVIL — PUC/RJ

SUMÁRIO

Desenvolve-se uma formulação em elementos finitos para a análise de vigas e pórticos no espaço incorporando os efeitos de empenamento e distorção das seções. Emprega-se um esquema de interpolação tridimensional adaptável às características de cada problema. Os deslocamentos são representados por polinômios, em duas dimensões, na seção transversal; e por funções de interpolação Hermitianas e Lagrangeanas, na direção longitudinal. Todas as componentes de tensões e deformações são consideradas em um programa computacional aplicável ao estudo de problemas estáticos de estruturas em vigas de seções cheias e seções de paredes espessas, abertas ou fechadas.

INTRODUÇÃO

O estudo elementar de vigas admite que as seções transversais, inicialmente planas e normais ao eixo da viga, permanecem planas e normais ao eixo deformado após a aplicação da carga. Em determinadas condições de geometria e de carregamento, estas hipóteses clássicas, devidas a Euler, Bernoulli e Navier, mostram-se inadequadas. Cite-se, por exemplo, o caso de vigas sujeitas à flexão simples onde frequentemente é necessário considerar o efeito da deformação de cisalhamento, caracterizada por um empenamento da seção transversal. Da mesma maneira, no caso de torção de vigas de seção não circular é de grande importância o efeito do empenamento.

Para vigas de paredes finas, Vlasov [1] desenvolveu uma teoria que supõe que a seção transversal permanece indeformada em seu plano, mas pode sofrer empenamento fora do plano.

Com o surgimento dos computadores eletrônicos, vários autores [2-4] implementaram estes efeitos nas formulações do método dos elementos finitos, desenvolvendo uma formulação matricial aplicável a vigas de paredes finas, com a inclusão de um grau de liberdade adicional de empenamento da seção. Alguns trabalhos utilizaram a solução exata das equações diferenciais homogêneas, entre eles o trabalho pioneiro de Krahula [2]. Outros, como Venâncio Filho [3], optaram pelo uso de aproximações polinomiais. Reilly [4] apresentou uma comparação entre os dois enfoques.

Outros autores estudaram formas adicionais de deformação da seção, procurando uma melhor representação do empenamento. Bažant [5], reduziu o problema das vigas de paredes finas, de seção aberta ou fechada, à resolução de um sistema de equações diferenciais lineares. Rehfield e Murthy [6] procuraram desenvolver uma nova teoria, que utiliza a solução exata da teoria da elasticidade para materiais isotrópicos, aplicada a estruturas constituídas de vigas, em regime estático.

A formulação aqui apresentada utiliza um elemento de viga tridimensional caracterizado por deslocamentos generalizados, que correspondem aos graus de liberdade por nó do elemento, divididos em graus convencionais, correspondentes a translações e rotações da seção plana e rígida, e graus adicionais correspondentes à seção deformável. Na seção transversal, os deslocamentos são representados por polinômios em duas dimensões; na direção longitudinal utilizam-se as formulações já conhecidas do método dos elementos finitos [8] com as seguintes opções: (a) interpolação Hermitiana, com polinômio de 3º grau para translações; e (b) interpolações Lagrangeanas de 1º, 2º e 3º graus, para translações e rotações.

Este trabalho está relacionado com o método variacional de Kantorovich, uma modificação do método de Ritz, que permite reduzir o problema da elasticidade tridimensional a um problema unidimensional [5]. Entretanto, não envolve formulação ou solução de equações diferenciais ordinárias, por serem utilizadas funções polinomiais como aproximação direta do campo de deslocamentos. A matriz de rigidez do elemento é determinada diretamente da expressão da energia de deformação, que envolve todas as componentes de deformações. Outros detalhes referentes à teoria, bem como exemplos adicionais, são encontrados na Ref. [7].

FORMULAÇÃO TEÓRICA

Introduzido na década de 60, o método dos elementos finitos [8] veio tornar possível o estudo de estruturas mais complexas. No método dos deslocamentos, o mais popular, consideram-se os deslocamentos como as principais incógnitas a serem calculadas. A equação básica, para cada elemento é:

$$\underset{\sim}{K}_e \, \underset{\sim}{q} = \underset{\sim}{f} \qquad (1)$$

onde K_e é a matriz de rigidez do elemento; q é o vetor dos deslocamentos nodais; e f é o vetor de cargas nodais. Uma equação semelhante é, então, estabelecida para a estrutura constituída de um conjunto de elementos, utilizando o chamado processo da rigidez direta. A maior parte dos elementos na mecânica estrutural são baseados na aproximação dos deslocamentos. A maneira mais direta de se representar o campo de deslocamentos é através de funções de interpolação. Pode-se fazer

$$\underset{\sim}{u}(x,y,z) = \underset{\sim}{N}(x,y,z)\underset{\sim}{q} \qquad (2)$$

onde u(x,y,z) é o vetor que contém os deslocamentos de um ponto genérico nas direções dos eixos de referência x,y e z; q é o vetor que caracteriza os deslocamentos nodais e N(x,y,z) é a matriz que contém as funções de interpolação. Neste trabalho os eixos de referência são Cartesianos ortogonais, sendo o eixo x orientado segundo a direção longitudinal da viga.

A Eq. (2) é redefinida aplicando-se para N(x,y,z), uma "separação de variáveis", a fim de facilitar o desenvolvimento da formulação. Tem-se então,

$$\underset{\sim}{u}(x,y,z) = \underset{\sim}{N}_2(y,z)\underset{\sim}{N}_1(x)\underset{\sim}{q} \qquad (3)$$

onde N_1 caracteriza uma matriz de interpolação longitudinal (a uma dimensão) e N_2 uma matriz de interpolação transversal (a duas dimensões).

É conveniente então definir os deslocamentos generalizados na seção transversal $\underline{d}(x)$, que relacionam-se aos deslocamentos nodais generalizados $\underline{q}$, como se segue:

$$\underline{d}(x) = \underline{N}_1(x)\ \underline{q} \qquad (4)$$

Portanto,

$$\underline{u}(x,y,z) = \underline{N}_2(y,z)\ \underline{d}(x) \qquad (5)$$

Os deslocamentos generalizados $\underline{d}$ são constituídos dos deslocamentos convencionais (três translações e três rotações) e dos deslocamentos devido aos efeitos adicionais (graus adicionais) que representam os modos de deformação da seção.

Os esforços generalizados convencionais são a força normal, forças cortantes, momentos fletores, e o momento torçor. Já os esforços generalizados conjugados aos deslocamentos adicionais podem ser chamados de "bi momentos" generalizados, em analogia com a terminologia de Vlasov [1].

Interessa observar que uma força aplicada em posição arbitrária de uma seção produz forças convencionais e adicionais, que são obtidas pela expressão abaixo, derivada do princípio dos trabalhos virtuais:

$$\underline{f} = \underline{N}_2^T\ \underline{p}$$

onde $\underline{p}$ é o vetor da força aplicada na seção considerada e $\underline{f}$ é o vetor de forças generalizadas correspondentes.

Para a representação das translações e rotações ao longo do elemento foram implementadas a interpolação Hermitiana (cúbica) e a interpolação Lagrangeana (linear, quadrática e cúbica). Na interpolação Hermitiana utiliza-se um polinômio cúbico para as translações das seções transversais, com as rotações sendo obtidas por derivação. Na interpolação Lagrangeana as translações e rotações são interpoladas independentemente entre si.

Para a representação dos deslocamentos adicionais, correspondentes a distorções ou empenamento das seções, foi adotada apenas a interpolação Lagrangeana (com opção para linear, quadrática e cúbica).

A Fig. 1 representa os deslocamentos nas direções x,y e z devido aos graus de liberdade convencionais da seção; a Fig. 2 representa as funções correspondentes a deformações da seção, com deslocamento na direção x apenas (empenamento longitudinal).

A matriz $\underline{N}_2$ pode ser separada em duas matrizes na forma abaixo:

$$\underline{N}_2 = [\underline{N}_2^c \quad \underline{N}_2^a] \qquad (8)$$

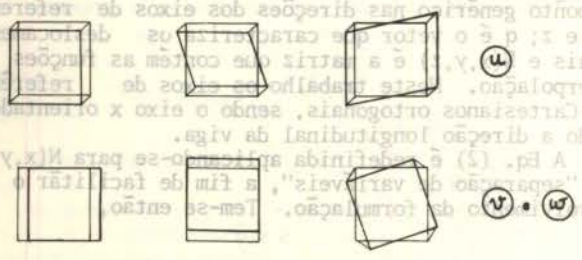


Figura 1. Deslocamentos convencionais da seção

Na Eq. (8), $\underline{N}_2^c$ indica a submatriz relativa às deslocabilidades convencionais e $\underline{N}_2^a$ a submatriz associada às deslocabilidades adicionais. A matriz $\underline{N}_2^c$ é idêntica para ambas as formulações, sendo apresentada na Eq. (9), onde os graus de liberdade convencionais são, pela ordem, translações e rotações nas direções dos três eixos coordenados.

$$\underline{N}_2^c(y,z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & Z & -Y \\ 0 & 1 & 0 & -Z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & Y & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (9)$$

Já as matrizes $\underline{N}_2^a$ diferem nas duas formulações. No caso Hermitiano, são necessários 25 deslocabilidades adicionais para uma representação cúbica; no caso Lagrangeano, há 21 deslocabilidades adicionais apenas. As matrizes respectivas são encontradas na Ref. [7].

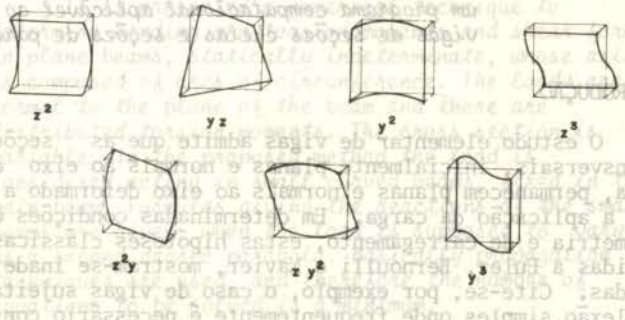


Figura 2. Exemplo de deslocamentos generalizados adicionais na direção longitudinal

Estabelecido o campo de deslocamentos, determinam-se as deformações e a energia de deformação, em função dos deslocamentos nodais, com o que se obtem a matriz de rigidez do elemento. Este procedimento é descrito no apêndice da Ref. [7].

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Nesta seção são apresentados exemplos selecionados de [7] que ilustram a formulação desenvolvida anteriormente.

Exemplo 1. Consiste em verificar a influência dos graus adicionais no comportamento de uma viga em balanço (Fig. 3), de seção retangular, sujeita a uma carga P, concentrada, atuando na extremidade da viga e no centro da seção, com a geometria definida por: I_{ZZ} = momento de inércia da seção, em relação ao eixo; L = comprimento da viga = 30 cm; largura b = 10 cm; e altura h variável. O coeficiente de Poisson é tomado igual a zero.

A viga é discretizada por um elemento cúbico Lagrangeano. Para efeitos de integração, a seção é repre

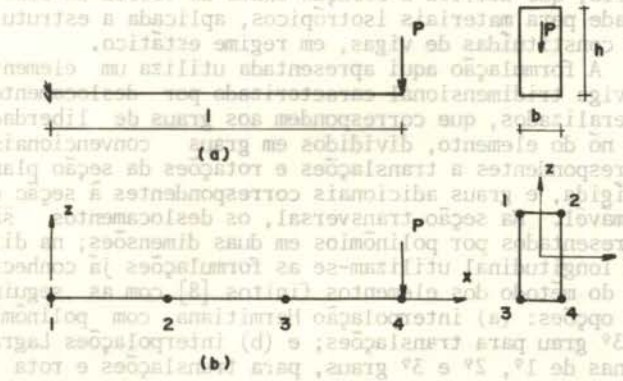


Figura 3. Exemplo 1: (a) viga em balanço; (b) discretização da viga e da seção

sentada por um único retângulo. O número de graus de liberdade por nó N é feito igual a 6, 7 e 16. Quando N = 7, o grau adicional é considerado livre nas duas extremidades. Quando N = 16, investigaram-se três condições de contorno alternativas, para o nó do engaste: todos os adicionais relativos ao deslocamento w fixos. No nó da extremidade livre, os adicionais são considerados livres nestes três casos. A flecha máxima da viga é colocada em função da sua esbeltez na Fig. 4, em forma adimensional e normalizada com respeito ao caso de uma viga esbelta (teoria de Euler-Bernoulli).

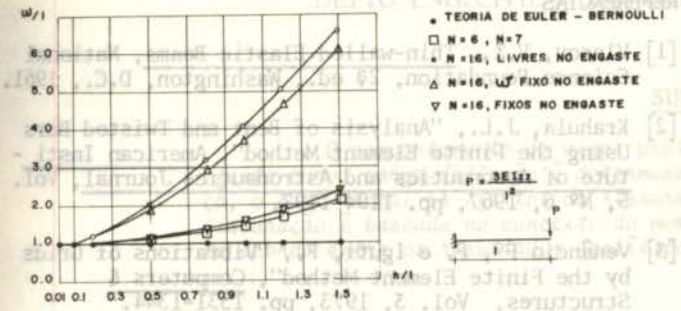


Figura 4. Relação entre o deslocamento e a espessura da viga para o Ex. 1

O caso N = 6 (sem deslocamentos adicionais) coincide exatamente com o da teoria de vigas tipo Timoshenko com fator de forma ao cisalhamento unitário. Note-se que tal teoria fornece uma parábola do 2º grau no gráfico da Fig. 4, dada pela expressão $w/L = 1+0.5(h/L)^2$.

O primeiro deslocamento adicional considerado (N = 7) corresponde a um termo de 2º grau em u (longitudinal), simétrico com respeito à linha média. Tal termo não intervém no caso em questão, pois aqui há apenas flexão no plano. Portanto, este caso coincide com o anterior (N = 6),.

Observa-se que o efeito dos graus adicionais (N = 16) na flecha máxima depende primordialmente das condições de fixação impostas no engaste. Quando todos os deslocamentos adicionais são impedidos no apoio (i. é., não há distorção da viga no engaste), o resultado difere pouco da viga com cisalhamento incluído em forma aproximada (N = 6). Já quando os deslocamentos adicionais são liberados a deflexão é aumentada significativamente para valores altos de h/L (note-se que a carga também cresce com h/L). O caso indicado como N = 16, w fixo no engaste, corresponde à eliminação, no apoio, da distorção da seção em seu próprio plano, permitindo-se apenas o empenamento longitudinal (correspondente ao deslocamento u).

O elemento adotado contém o campo de deslocamentos para o caso da viga em estado plano de tensões (com coeficiente de Poisson nulo), sob carga transversal na extremidade [9]. A diferença é a forma de aplicação da carga, que aqui é pontual e na teoria exata é distribuída parabolicamente. Portanto, não há necessidade de usar mais de um elemento neste exemplo.

Exemplo 2. Este exemplo é constituído de uma viga em balanço, sujeita a momento de torção na extremidade (Fig. 5a). Seu comprimento é 300 cm; módulo de elasticidade é $2{,}1 \times 10^6$ Kg/cm² e o coeficiente de Poisson é zero. É analisado para quatro tipos de seções: seção I, seção fechada, seção retangular fina e seção retangular (Fig. 5b). Suas dimensões são: seção I, algura h = 30 cm, largura b = 15 cm e espessura da alma e das mesas δ = 0.65 cm; seção fechada, h = 30 cm, b = 15 cm e δ = 0.65 cm; seção retangular final, h = 30 cm e δ = 0.65 cm; seção retangular, h = 30 cm e b = 15 cm.

A viga é discretizada por um elemento cúbico Lagrangeano. O momento de torção é representado por duas cargas concentradas iguais e opostas, atuando a pequena distância do centro das seções. Todos os graus de liberdade (N=27) são considerados, com os adicionais livres nas duas extremidades. O ângulo de torção obtido por esta formulação $\bar{\phi}$ é comparado com o ângulo calculado pelas expressões convencionais da Resistência dos Materiais [10]:

$$\text{seção I}: \quad \phi = \frac{1}{I_d} \cdot \frac{M_x L}{G}$$

onde $I_d = \frac{1}{3} \Sigma\, s_i\, \delta_i^3$;

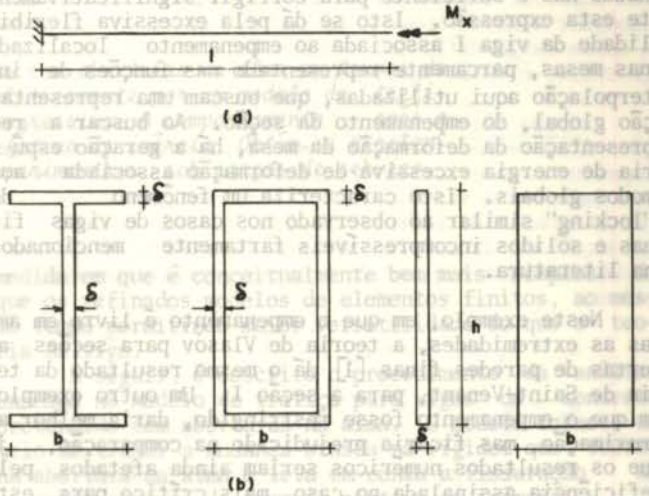


Figura 5. Exemplo 2: (a) viga em balanço; (b) seções consideradas

s_i é o comprimento de cada subretângulo e δ_i é a espessura correspondente.

Seção fechada: $\phi = \frac{(h+b)}{2\delta\, h^2 b^2} \cdot \frac{M_x L}{G}$

Seção retangular fina: $\phi = \frac{3}{h\delta^3} \cdot \frac{M_x L}{G}$

Seção retangular : $\phi = \frac{1}{I^*} \cdot \frac{M_x L}{G}$

onde $I^* = k_1\, h\, b^3$, com $k_1 = 0{,}229$.

Tabela 1. Valores do ângulo de Torção

	ϕ	$\bar{\phi}$	$\frac{\bar{\phi}-\phi}{\phi} \times 100$
SEÇÃO I	0.5201×10^{-4}	0.2133×10^{-6}	-99,59%
SEÇÃO FECHADA	0.4882×10^{-7}	0.4265×10^{-7}	-12,65%
SEÇÃO RETANGULAR FINA	0.1040×10^{-3}	0.1045×10^{-3}	+0,47%
SEÇÃO RETANGULAR	0.1232×10^{-7}	0.1073×10^{-7}	-12,85%

Nos casos da seção fechada e da seção retangular fina, foi feita uma comparação com as fórmulas aproximadas apresentadas em [11], obtendo-se para o erro percentual - 17.50% e - 0.01%, respectivamente. Note-se que, por conter o elemento uma aproximação em deslocamentos, a rotação deve sempre resultar inferior à exata, em vista dos teoremas de energia.

Os resultados da Tabela 1 mostram que no caso da seção I há uma discrepância acentuada. Pode-se mostrar que quando nenhum grau é adicionado aos convencionais (N=6), o ângulo de torção obtido com o elemento de viga corresponde exatamente ao calculado segundo a seguinte fórmula:

$$\phi = \frac{1}{I_p} \cdot \frac{M_x L}{G}$$

onde I_p é o momento de inércia polar. Conclui-se que, para a seção I, o número de graus de liberdade adicionados não é suficiente para corrigir significativamente esta expressão. Isto se dá pela excessiva flexibilidade da viga I associada ao empenamento localizado nas mesas, parcamente representado nas funções de interpolação aqui utilizadas, que buscam uma representação global, do empenamento da seção. Ao buscar a representação da deformação da mesa, há a geração espúria de energia excessiva de deformação associada aos modos globais. Isto caracteriza um fenômeno de "locking" similar ao observado nos casos de vigas finas e sólidos incompressíveis fartamente mencionados na literatura.

Neste exemplo, em que o empenamento é livre em ambas as extremidades, a teoria de Vlasov para seções abertas de paredes finas [1] dá o mesmo resultado da teoria de Saint-Venant, para a seção I. Um outro exemplo, em que o empenamento fosse restringido, daria melhor aproximação, mas ficaria prejudicado na comparação, já que os resultados numéricos seriam ainda afetados pela deficiência assinalada no caso, mais crítico para este elemento, da torção livre.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Observa-se que o número de deslocabilidades adicionais a serem utilizadas, na análise de uma determinada estrutura, depende grandemente do tipo de problema que se deseja estudar. Para vigas em flexão, utilizando a interpolação Lagrangeana, o efeito da deformação de cisalhamento, em grau limitado (tipo viga Timoshenko), é representado sem que nenhuma deslocabilidade seja adicionada. O modo de deformação Z^2, na direção u, para vigas em flexão não causa modificações significativas; já o modo Z^3 torna a estrutura claramente mais flexível.

Este trabalho analisa apenas problemas estáticos lineares; no entanto, problemas não-lineares e dinâmicos podem ser estudados. As matrizes de massa e geométrica podem ser obtidas da forma usual no método dos elementos finitos, a partir das funções de forma já disponíveis. Os efeitos dos deslocamentos adicionais podem ser muito importantes no estudo de altas frequências de vibração e da propagação de ondas em barras e vigas.

As equações diferenciais e as condições de contorno desta formulação podem ser obtidas a partir do princípio da energia potencial elástica estacionária associado a técnicas variacionais. Entretanto, elementos obtidos a partir da solução dessas equações podem resultar menos eficientes do que os aqui apresentados, pelo uso de funções de forma transcendentais que demandam tempo adicional de computação.

O campo polinomial de deslocamentos utilizado para descrever a deformação da seção não foi suficiente para representar adequadamente o empenamento de vigas de paredes finas, de seção aberta. Acredita-se que a adição de mais graus de liberdade, ou seja, o uso de um polinômio do 4º grau em vez de um do 3º grau, para representar o empenamento da seção, possibilite melhores resultados. O uso de funções localizadas para cada segmento da seção é outra possibilidade. Na forma atual, aqui desenvolvida, os elementos são mais apropriados a seções de paredes espessas e fechadas. Conclui-se que os elementos tipo viga podem vir a ser melhor aproveitados caso sejam combinados graus globais da seção a graus localizados nos segmentos. Desta forma se atenderá aos requisitos de análise de vigas paredes finas e espessas.

AGRADECIMENTOS

À Comissão Nacional de Energia Nuclear, através do PRONUCLEAR, pelo suporte financeiro provido aos estudos de Mestrado de T.D.P. de Araújo.

REFERÊNCIAS

[1] Vlasov, V.Z., Thin-walled Elastic Beams, National Science Foundation, 2ª ed., Washington, D.C., 1961.

[2] Krahula, J.L., "Analysis of Bent and Twisted Bars Using the Finite Element Method", American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal, Vol. 5, Nº 6, 1967, pp. 1194-1197.

[3] Venâncio Fº, F. e Iguti, F., "Vibrations of Grids by the Finite Element Method", Computers & Structures, Vol. 3, 1973, pp. 1331-1344.

[4] Reilly, R.J., "Stiffness Analysis of Grids Including Warping", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 98, Nº ST7, jul. 1972, pp. 1510-1661.

[5] Bazant, Z.P., "Calcul des Poutres a Section Deformable", Annales des Ponts e Chaussées, 1968, III, pp. 155-169.

[6] Rehfield, L.W. e Murthy, P.L.N., "Toward a New Engineering Theory of Bending: Fundamentals", AIAA Journal, Vol. 20, Nº 5, maio 1982, pp. 693-699.

[7] Araújo, T.D.P. de, Formulação Tridimensional de Elementos de Viga de Seção Deformavel, Tese de Mestrado, Depto. Eng. Civil, PUC/RJ, 1985.

[8] Bathe, Klaus - Jurgen, Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1982.

[9] Timoshenko, S.P. e Goodier, J.N., "Theory of Elasticity, 2ª ed., McGraw-Hill Book Company, New York, 1951.

[10] Popov, E.P., Resistência dos Materiais, 2ª edição, Prentice-Hall do Brasil, Rio de Janeiro, 1984.

[11] Roark, R.J., Formulas for Stress and Strain, 4ª ed., McGraw-Hill Koyakusha, Tokyo, 1965.

SUMMARY

A finite element formulation for the analysis of beams and space frames is presented. The effects of longitudinal warping and transverse distortion are included. A three-dimensional interpolation scheme is employed, variable according to the requirements of the problem to be analysed. The displacements in a cross section are represented by 2-D polynomials up to third order; Hermitian and Lagrangean interpolation functions are used in the longitudinal direction. All stress and strain components are taken into account in a computer program developed for static analysis of structures with beams of solid or thick-walled cross sections.

MODELO ANALÍTICO PARA O CÁLCULO DE DEFLEXÕES DE VIGAS DE CONCRETO PROTENDIDO COM ABERTURAS NA ALMA

TERESINHA DO M.J. ALVES
CENPES — PETROBRÁS
ANDREW SCANLON
DEPTO. ENG. CIVIL — UNIVERSITY OF ALBERTA, EDMONTON, CANADÁ

SUMÁRIO

O comportamento de vigas protendidas com aberturas na alma em termos do efeito curva carga-deflexão é determinado analiticamente por um modelo de treliça, o qual inclui os efeitos da fissuração progressiva. O comportamento após a fissuração é baseado no conceito do momento efetivo de inércia. Obtém-se excelente acordo entre os resultados analíticos e experimentais, sob cargas de serviço.

INTRODUÇÃO

O modelo analítico apresentado fornece um método de determinação do comportamento de vigas protendidas com grandes aberturas retangulares na alma, em termos do efeito da curva carga-deflexão, até o escoamento da armadura longitudinal. A análise baseia-se no modelo de treliça que inclui os efeitos da fissuração progressiva. O comportamento pós-fissuração baseia-se na aplicação do conceito do momento efetivo de inércia.

Os resultados da análise são comparados com os resultados experimentais, e as limitações do modelo são discutidas.

BASES DO MODELO

Estruturas de concreto armado e protendido submetidas a cargas de serviço apresentam um comportamento essencialmente linear-elástico em termos das relações tensão-deformação do aço e tensão-deformação à compressão do concreto. Entretanto, o comportamento não-linear ocorre se o concreto apresenta fissuras. O ACI Building Code [1] reconhece esta não-linearidade através do uso do procedimento de Branson relativo ao momento efetivo de inércia, aplicado ao cálculo das deflexões de vigas. Branson e Trost [2] discutem a utilização deste procedimento não só para vigas de concreto armado, como também para vigas de concreto protendido. Vigas de concreto protendido com grandes aberturas na alma requerem atenção especial devido à significante descontinuidade em sua rigidez, que ocorre na abertura. O comportamento da viga na abertura se aproxima mais do da treliça Vierendeel do que do de uma simples viga. Conseqüentemente, neste caso particular, a teoria de viga não é estritamente aplicável.

Significativos progressos têm ocorrido na aplicação do método dos elementos finitos à análise de estruturas de concreto, como descrito em recente state-of-the-art [3]. O tratamento pelo elemento finito permite a análise detalhada das tensões em estruturas de concreto armado e protendido, incluindo os efeitos da fissuração e de outras não-linearidades. Todavia, estas refinadas técnicas analíticas são bastante complexas e podem não ser garantidas para muitas aplicações.

Uma alternativa para o uso da teoria de viga ou método dos elementos finitos é a utilização de modelos de treliça. Algumas das primeiras tentativas para modelar o comportamento do concreto, particularmente o comportamento devido ao cisalhamento, foram baseados em modelos de treliça. Este tratamento tem obtido progressos recentes, incluindo trabalhos sobre cisalhamento e torção [4] e auxiliando o detalhamento apropriado da armadura [5].

O modelo de treliça apresentado é atrativo, na medida em que é conceitualmente bem mais simples do que os refinados modelos de elementos finitos, ao mesmo tempo permitindo maior versatilidade do que a teoria de viga.

A seguir, é descrito o procedimento da análise baseada no modelo de treliça para vigas de concreto protendido com aberturas na alma. O modelo fornece um meio de tratar a mudança brusca na rigidez que ocorre na abertura na alma e leva em conta a fissuração do concreto através do momento efetivo de inércia.

MÉTODO DE ANÁLISE

A figura 1 apresenta uma viga de concreto protendido, simplesmente apoiada, e o respectivo modelo de treliça. As posições das membruras superior e inferior da treliça são selecionadas de acordo com a geometria da viga, particularmente com os detalhes da abertura. As posições dos membros verticais e inclinados são definidas pelas posições dos estribos da viga. Com a finalidade de simular o efeito da protensão, forças horizontais P_t e P_b são aplicadas nas membruras superior e inferior, respectivamente, em cada extremidade da treliça. As forças P_t e P_b são determinadas para produzir, na extremidade da treliça, uma força axial total e um momento estaticamente equivalentes à força de protensão e ao momento atuantes na viga.

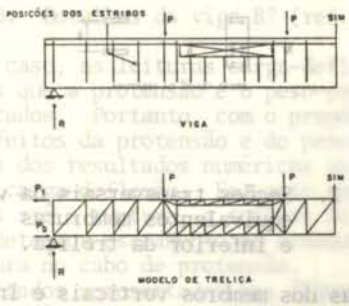


Figura 1. Viga protendida com aberturas na alma e respectivo modelo de treliça.

Pressupõe-se que os membros da treliça tenham o módulo de elasticidade igual ao do concreto. Torna-se então necessário determinar as áreas destes membros de tal modo que produzam uma rigidez à flexão equivalente à da viga. As deformações devidas ao cisalhamento são desprezadas em comparação com as deformações devidas à flexão. Logo, as áreas dos membros verticais e inclinados não variam com a fissuração.

Inicialmente, considera-se que a viga não está fissurada. Uma vez que as propriedades dos membros da treliça são determinadas, a análise elástica linear é efetuada para cargas de protensão, peso-próprio e sobrecarga.

Comparando-se as tensões de tração nas seções ao longo da viga com a resistência à tração do concreto, é possível ajustar a carga aplicada ao valor sob a qual a fissuração inicialmente ocorre. O momento e a força axial que produzem esta tensão de tração na seção são obtidos a partir das forças nos membros da treliça.

A análise é repetida para níveis de carga selecionados, acima do nível de carga sob o qual a primeira fissuração ocorreu, depois que as áreas das membruras superior e inferior da treliça são ajustadas para produzir o mesmo momento de inércia da seção da viga. A curva carga-deflexão, afetada pela fissuração progressiva, é então determinada.

Seção Não-Fissurada – A figura 2 apresenta as seções transversais da viga e as equivalentes membruras superior e inferior da treliça. As áreas das membruras superior e inferior são calculadas para produzir o mesmo momento de inércia da viga, em cada painel da treliça. As áreas transversais das membruras são consideradas iguais e são determinadas pela expressão abaixo:

$$I_g = A_t\,(h/2)^2 + A_b\,(h/2)^2 \qquad (1)$$

$$A_t = A_b \qquad (2)$$

onde:

I_g = momento de inércia da seção não-fissurada da viga

h = altura da treliça

A_t = área da membrura superior da treliça

A_b = área da membrura inferior da treliça.

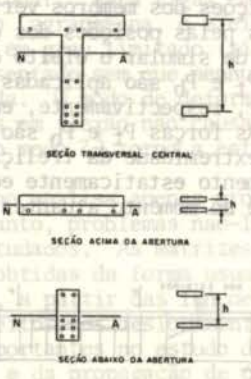


Figura 2. Seções transversais da viga e as equivalentes membruras superior e inferior da treliça.

As áreas dos membros verticais e inclinados são determinadas a partir da área tributária do concreto baseada no espaçamento dos painéis da treliça. A figura 3 apresenta a posição dos estribos da viga e os respectivos membros verticais e inclinados da treliça.

A partir das forças atuantes nos membros da treliça apresentadas na figura 4, a força axial e o momento atuantes na seção de cada semipainel são obtidos pelas expressões:

$$P = T_t + W_h - C_t \qquad (3)$$

$$M = C_t\,h/2 + T_t\,h/2 + W_h\,(o) \qquad (4)$$

onde:

P = força axial na seção do semipainel

M = momento na seção do semipainel

T_t = força de tração na membrura inferior da treliça

C_t = força de compressão na membrura superior da treliça

W_h = componente horizontal da força atuante no membro inclinado da treliça

h = altura da treliça.

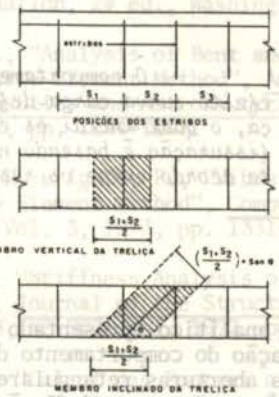


Figura 3. Posições dos estribos da viga e os correspondentes membros verticais e inclinados da treliça.

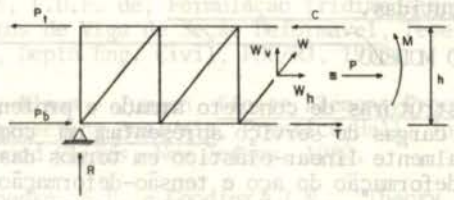


Figura 4. Forças na seção do semipainel.

A tensão de tração que atua na seção correspondente da viga e que é comparada à resistência à tração do concreto é determinada pela expressão abaixo:

$$\sigma_t = \frac{P}{A} \pm \frac{M}{S} \qquad (5)$$

onde:

A = área da seção transversal da viga

S = momento resistente da seção.

Se a tensão de tração assim calculada exceder a resistência à tração do concreto, as áreas das membruras da treliça são recalculadas com base no momento efetivo de inércia.

Seção Fissurada – O comportamento após a fissuração do concreto é ilustrado pelo diagrama de deformações e pela relação momento-curvatura apresentados nas figuras 5 e 6. A curvatura após a fissuração deve ser considerada como a curvatura média na zona fissurada de momento constante. A aplicação da força de protensão produz a curvatura ϕ_p, correspondente ao momento $M_p = -P_e c$. O momento aplicado de sinal contrário ao do momento de protensão decresce o momento resultante, até que momento e curvatura nulos aconteçam na seção. A aplicação adicional de momento conduz à tensão nula na fibra inferior da seção, quando o momento resultante é $M_o = P_e\,r^2/c_2$ com a curvatura ϕ_o. A aplicação do momento $M_{cr} = f_r\,S_2$ produz fissuração na fibra infe-

rior da seção. A aplicação adicional de carregamento conduz à redução progressiva da rigidez, como indicado. Admitindo-se, como uma primeira aproximação, que as fissuras se fecham completamente quando do descarregamento, o descarregamento da viga a partir do ponto D ocorre ao longo de DBOA. Na expressão do momento efetivo de inércia fornecida por Branson,

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_n}\right)^3 I_g + \left(1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_n}\right)^3\right) I_{cr} \qquad (6)$$

M_{cr} foi admitido como $M_{cr} = f_r S_2$. Esta é igual à expressão usada para vigas não-protendidas. O valor correspondente à diferença entre o momento devido à carga aplicada e a soma dos momentos de descompressão e protensão é dado por:

$$M_n = M_a - P_e \left(\frac{r^2}{c_2} + e\right) \qquad (7)$$

com a modificação correspondente de M_n. Em qualquer um dos casos, entretanto, a expressão para o momento efetivo de inércia proporciona uma transição gradual de I_g para I_{cr} à medida que a fissuração progressiva ocorre.

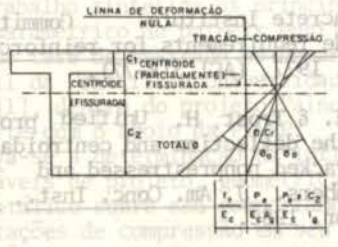


Figura 5. Diagrama das deformações.

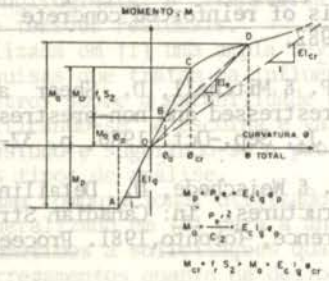


Figura 6. Relação momento-curvatura.

Utilizando-se um procedimento incremental de carregamento, o valor de I_e em cada painel de treliça é determinado. Em cada estágio, o momento e a força axial atuantes em qualquer seção da viga são obtidos a partir das forças nos membros da treliça. As áreas das membruras são novamente consideradas iguais, sendo então ajustadas para produzir o mesmo momento de inércia, I_e, de acordo com a seguinte expressão:

$$I_e = A_t\ (h/2)^2 + A_b\ (h/2)^2 \qquad (8)$$

onde:

I_e = momento efetivo de inércia da seção da viga

A_t = área da membrura superior da treliça

A_b = área da membrura inferior da treliça

h = altura da treliça.

Uma vez que as áreas das membruras são ajustadas, a análise é repetida no mesmo nível de carga. A análise é interrompida quando a força na membrura inferior da treliça se iguala à força correspondente ao escoamento da armadura longitudinal ou fratura do cabo de protensão.

COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS ANALÍTICOS E EXPERIMENTAIS

Com a finalidade de verificar a precisão do modelo analítico, resultados numéricos foram comparados com os resultados experimentais de doze vigas. Nove foram testadas por Alves [6] e três por Barney [7]. Os detalhes de duas das onze vigas e os respectivos modelos de treliça são apresentados nas figuras 7 e 8.

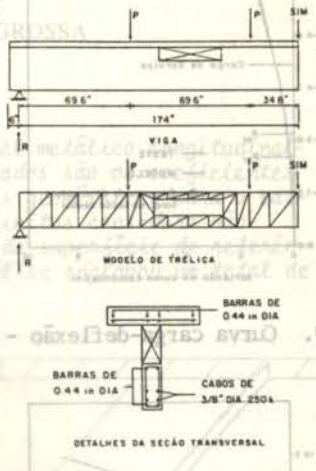


Figura 7. Detalhes da viga B2.

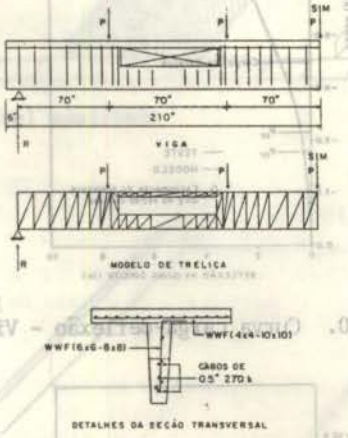


Figura 8. Detalhes da viga B7 (ref. 7).

Em cada caso, as leituras carga-deflexão foram tomadas depois que a protensão e o peso-próprio da viga foram aplicados. Portanto, com o propósito de comparação, os efeitos da protensão e do peso-próprio foram subtraídos dos resultados numéricos antes do traçado da curva carga-deflexão. Enquanto todas as vigas foram testadas até a ruptura, a análise foi interrompida quando se detectou escoamento na armadura longitudinal ou fratura no cabo de protensão.

Os resultados apresentados nas figuras 9 a 11 indicam bom acordo entre os resultados analíticos e experimentais. Quando as vigas contêm barras inclinadas dispostas na região da abertura, as fissuras inclinadas formadas nas quinas tracionadas da abertura são restringidas, e o modelo fornece uma excelente previsão das deflexões. Efetuou-se uma análise estatística dos resultados e, para cargas experimentais/cargas preditas correspondentes ao escoamento da armadura longitudinal ou fratura do cabo de protensão, o desvio padrão de 0,06 e o coeficiente de variância de 6,2% foram determinados. Estes resultados indicam que o modelo determina com excelente precisão a curva carga-deflexão de vigas protendidas com aberturas na alma, bem

como o escoamento da armadura longitudinal ou fratura do cabo de protensão.

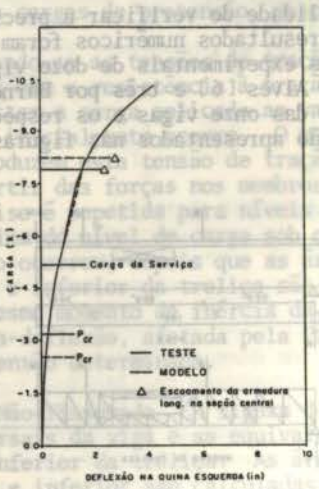


Figura 9. Curva carga-deflexão - Viga D1.

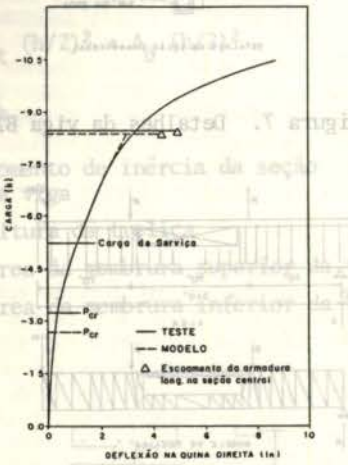


Figura 10. Curva carga-deflexão - Viga D2.

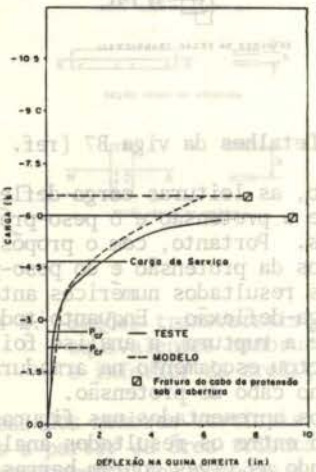


Figura 11. Curva carga-deflexão - Viga B7 (ref. 7).

LIMITAÇÕES DO MODELO

A hipótese básica estabelecida na elaboração do modelo analítico é que as áreas das membruras superior e inferior da treliça são calculadas para produzir o mesmo momento de inércia da viga em cada painel da treliça. As áreas dos membros verticais e inclinados são determinadas a partir da área tributária do concreto baseada no espaçamento do painel de treliça e não são alteradas pela fissuração do concreto.

O efeito da fissuração nas deformações de cisalhamento é desprezado. Esta hipótese é consistente com a hipótese usual de que as deformações de cisalhamento podem ser desprezadas no cálculo de deflexões de vigas esbeltas. Conseqüentemente, a abertura das fissuras inclinadas nas quinas da abertura na alma da viga não é modelada. Contudo, com o detalhamento apropriado da armadura, uma abertura significativa das fissuras inclinadas sob carga de serviço não é esperada.

O conceito do momento efetivo de inércia aplicado ao modelo de treliça torna o procedimento válido somente para cargas inferiores ou iguais à que produz o escoamento da armadura longitudinal. Conseqüentemente, como indicam os resultados, o modelo não pode simular o comportamento das vigas após o escoamento da armadura. Entretanto, a extensão desta técnica de modelagem à zona de pós-escoamento da armadura é possível e pode fornecer uma contribuição extremamente valiosa na compreensão do comportamento de membros estruturais protendidos, particularmente em termos de comportamentos localizados em zonas altamente tensionadas, como nas vizinhanças de aberturas na alma de vigas.

REFERÊNCIAS

1 American Concrete Institute. Committee 318. Building code requirements for reinforced concrete. Detroit, MI, 1977. (ACI 318-77).

2 Branson, D.E. & Trost, H. Unified procedures for predicting the deflection and centroidal axis location of cracked nonprestressed and prestressed concrete members. J. Am. Conc. Inst., 79(2): 119--30, Mar.-Apr. 1982.

3 American Society of Civil Engineers.Task Committee on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures. State-of-the-art report: finite element analysis of reinforced concrete structures. New York, 1982.

4 Collins, M.P. & Mitchell, D. Shear and torsion design of prestressed and non-prestressed concrete beams. PCI J., Sep.-Oct. 1980, p. 32-100.

5 Schlaich, J. & Weischede, D. Detailing reinforced concrete structures. In: Canadian Structural Concrete Conference, Toronto,1981. Proceedings[s.n.t.] p. 171-98.

6 Alves, T.M.J. Prestressed concrete beams with large rectangular web openings. Edmonton, Canada, University of Alberta, 1984. (Ph. D. Thesis).

7 Barney, G. Design of prestressed concrete beams with large web openings. Evanston, Illinois,North western University, 1975. (Ph. D. Thesis).

SUMMARY

Load-deflection response of prestressed concrete beams with web openings is determined analytically by means of a truss model that includes the effect of progressive cracking. Post-cracking behavior is based on application of the effective moment of inertia concept. Excellent agreement between analytical and experimental results in the service load range is indicated.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

ANÁLISE PARAMÉTRICA DE PAINÉIS METÁLICOS

NEY AUGUSTO DUMONT
DEPTO. ENG. CIVIL — PUC/RJ
JEFERSON ANTÔNIO QUIMELLI
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA

SUMÁRIO

Os autores apresentam a análise paramétrica de um painel metálico longitudinalmente enrijecido e sob compressao axial. Os parâmetros variados são os coeficientes de esbeltez de placa e coluna e a amplitude das imperfeições geométricas para o painel com ou sem tensões residuais. O programa de elementos finitos considera não-liearidade geométrica e plastificação progressiva ao longo da superfície de referência e através da espessura da placa e do enrijecedor. A análise englobou um total de 43 diferentes paineis do padrão escolhido

INTRODUÇÃO

Este trabalho sintetiza os principais resultados de um estudo paramétrico de paineis enrijecidos realizado sob forma de tese de mestrado no Departamento de Engenharia Civil da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro [1], dentro do projeto Paineis Metálicos, que conta em parte com o apoio da FINEP.

Objetiva-se a determinação da influência das principais variáveis de projeto, geométricas e mecânicas, de um painel metálico sobre seu comportamento estrutural, ante solicitações de compressão em seu plano.

Os parâmetros gerais que caracterizam um painel metálico são: condições de contorno e esbeltez da placa, disposição e forma (incluindo esbeltez e área) dos enrijecedores longitudinais e transversais, imperfeições geométricas e tensões residuais.

Foi realizada em [1] uma ampla revisão bibliográfica das pesquisas que tratam da influência de cada um destes parâmetros sobre a estabilidade de paineis metálicos, justificando-se a escolha e variação de cada um deles neste estudo e sugerindo-se o prosseguimento futuro com outros tipos de análise.

O programa computacional utilizado foi desenvolvido em [2] e generalizado em [3] para a análise de paineis metálicos submetidos a solicitações quaisquer, tanto em termos de carregamentos quanto de deslocamentos prescritos, considerando-se não-linearidade geométrica e plastificação progressiva (com ou sem encruamento) dos elementos de placa e enrijecedor em seu próprio plano e através da espessura (equações de Prandtl-Reuss). Além disto, placa e enrijecedores podem estar previamente submetidos a qualquer tipo de imperfeições geométricas e de tensões residuais (v. também [4]).

DESCRIÇÃO DA ANÁLISE

O painel. A Fig. 1 esquematiza o painel que foi considerado nesta análise, provido apenas de enrijecedores longitudinais e de largura infinita. Outros tipos de paineis, principalmente com outra disposição de enrijecedores, deverão ser analisados em trabalhos posteriores no mesmo projeto de pesquisa. O painel em estudo é bastante representativo e suficientemente simples para que possa ser adequadamente modelado em termos de elementos finitos, já que apresenta três linhas de simetria, tornando possível a idealização estrutural de apenas um quarto de placa entre enrijecedores, conforme o destaque feito e a representação detalhada na Fig. 2.

Convém observar, pelas condições de contorno impostas, que duas placas adjacentes se deformam sempre no mesmo sentido z, sem provocar torção de enrijecedor. A consideração de deformações contrárias em paineis adjacentes, a partir das imperfeições geométricas, seria

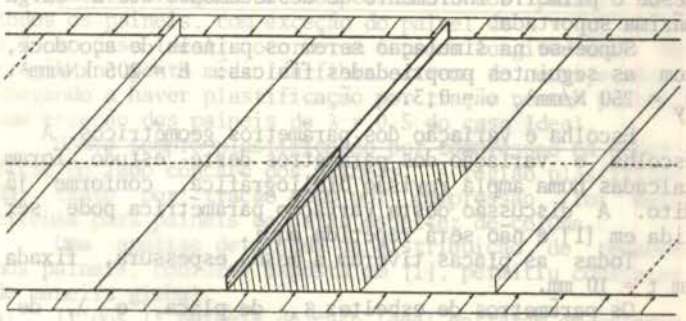


Figura 1. Painel analisado

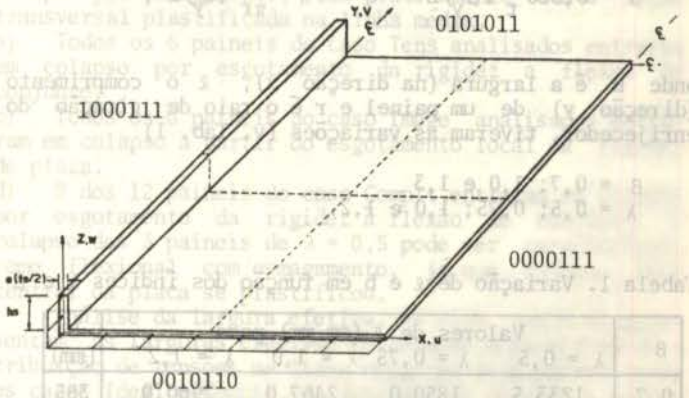


Figura 2. Idealização estrutural do segmento de painel. As condições de contorno (1 = livre e 0 = impedido) se referem a u, v, w, θ_x, θ_y, θ_z e w_{xy}

possível com a discretização de mais um quarto de placa.

O modelo computacional. Nesta Fig. 2 esquematiza-se ainda a divisão do painel em 4 elementos de placa e 2 de enrijecedor, com as condições de contorno consideradas. As solicitações serão impostas pelo incremento dos deslocamentos u e v no bordo inferior da placa na Fig. 2. Os elementos finitos utilizados estão representados com seus graus de liberdade na Fig. 3. A representação de deslocamentos é compatível para todo o painel. A discretização adotada, para os elementos da Fig. 3 e o problema em análise, provou ser um excelente compromisso em termos de esforço computacional versus qualidade dos resultados [3]. A integração numérica nestes elementos foi feita empregando-se 4 x 4 pontos no plano médio e 3 pontos através da espessura. A análise de cada painel,

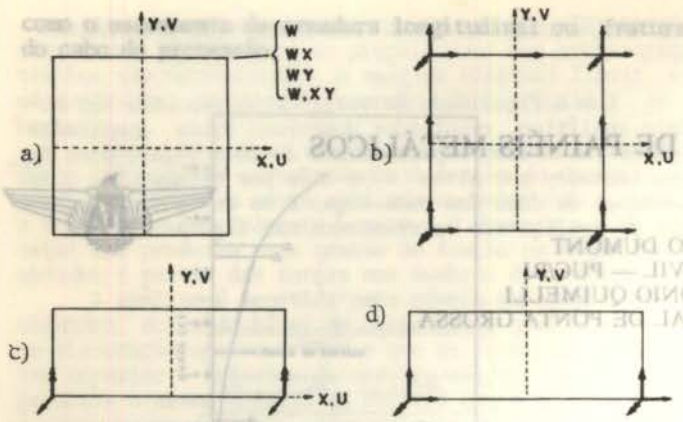


Figura 3. Elementos de flexão e membrana da placa (a e b) e do enrijecedor (b e c)

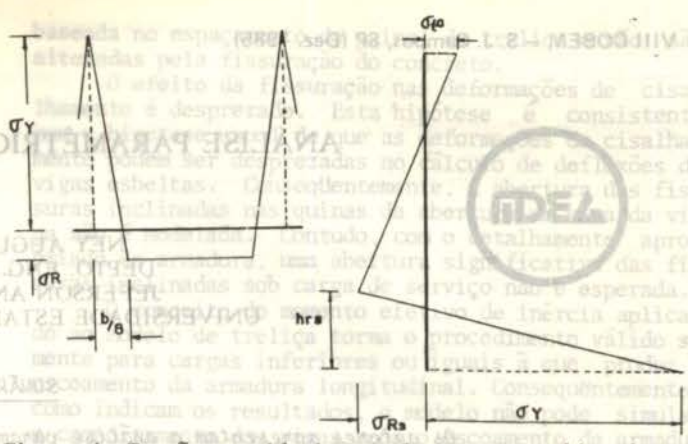


Figura 4. Tensões residuais na placa e no enrijecedor

de acordo com a discretização adotada, requereu em média 130 segundos de processamento no computador Cyber 170/835 do Centro de Processamento de Dados da PUC/RJ, desde o primeiro incremento de deslocamento até a carga máxima suportada.

Supõe-se na simulação serem os paineis de aço doce, com as seguintes propriedades físicas: $E = 205\ kN/mm^2$. $\sigma_y = 250\ N/mm^2$, $\nu = 0,3$.

Escolha e variação dos parâmetros geométricos. A escolha e variação dos parâmetros deste estudo foram calcadas numa ampla revisão bibliográfica, conforme já dito. A discussão desta variação paramétrica pode ser lida em [1] e não será repetida aqui.

Todas as placas tiveram a mesma espessura, fixada em t = 10 mm.

Os parâmetros de esbeltez β, de placa, e λ, de enrijecedor

$$\beta = 0,526\,\frac{b}{t}\,\sqrt{\sigma_y/E} \qquad \text{e} \qquad \lambda = \frac{\ell}{\pi r}\,\sqrt{\sigma_y/E}\ ,$$

onde b é a largura (na direção x), ℓ o comprimento (direção y) de um painel e r é o raio de giração do enrijecedor, tiveram as variações (v. Tab. 1)

β = 0,7; 1,0 e 1,3
λ = 0,5; 0,75; 1,0 e 1,2.

Tabela 1. Variação de ℓ e b em função dos índices λ e β

β	Valores de ℓ (em mm) para λ = 0,5	λ = 0,75	λ = 1,0	λ = 1,2	b (mm)
0,7	1233,5	1850,0	2467,0	2960,0	385
1,0	1471,7	2202,0	2935,0	3523,0	545
1,3	1648,0	2472,0	3296,0	3955,0	715

Os enrijecedores tiveram altura h_s e espessura t_s escolhidas de tal modo que a relação entre área do enrijecedor e área de placa A_s/A_p ficasse fixada em 0,3. Com isto, a relação geométrica dos enrijecedores h_s/t_s variou entre 8,78, 9,04 e 8,90 para β = 0,7, 1,0 e 1,3, respectivamente.

Tensões residuais. Um grupo de paineis foi considerado submetido a tensões longitudinais (direção y na Fig. 2) residuais de solda, de acordo com as idealizações da Fig. 4, para placa e enrijecedor, em que $\sigma_R = \sigma_y/7$; $\sigma_{Rs} = \sigma_y/2$; $\sigma_{ta} = \sigma_y/12,9$ e $h_{rs} = 0,07h_s$.

Imperfeições geométricas. As imperfeições geométricas dos enrijecedores foram supostas tendo a forma

$$w_{os}(y) = w_{os}\,\text{sen}(\pi y/\ell)\,,\ \text{en}(\pi y/a)$$

para todos os enrijecedores, de acordo com as Figs. 1 e 2, o que daria uma superfície cilíndrica pré-deformada, caso não houvesse imperfeições suplementares de placa, que foram supostas agindo da forma

$$w_{op}(x,y) = w_{op}\,\text{sen}(\pi x/b)\,\text{sen}(\pi y/a)\,,$$

sempre com o mesmo sentido z dos enrijecedores em todo o painel, de acordo com as considerações já feitas. As amplitudes máximas podem assumir valores

$$w_{os} = 0,\ \pm 0,0005\ell,\ \pm 0,001\ell,\ \pm 0,0015\ell \text{ e } \pm 0,002\ell$$

e $$w_{op} = 0,\ \pm 0,0033b,\ \pm 0,0066b,\ \pm\ 0,01b \text{ e } \pm 0,0133b,$$

em que a amplitude é positiva quando o deslocamento se dá no sentido positivo de z (Fig. 2).

Séries de paineis estudados. Realizou-se inicialmente uma análise de 36 paineis sobre a interação entre λ e β, com e sem os parâmetros de imperfeições geométricas e de tensões residuais. As imperfeições geométricas consideradas foram para $w_{os} = 0,0015\ell$ e $w_{op} = 0,001b$.

Os casos considerados foram os seguintes:

Ideal - painel ideal sem imperfeições geométricas ou tensões residuais
Impge - painel somente com imperfeições geométricas
Tens - painel somente com tensões residuais
Complt - painel com imperfeições geométricas e tensões residuais

Os casos Impge e Tens foram considerados somente para valores de λ iguais a 0,75 e 1,0.

A segunda série de análise foi realizada para nove paineis de iguais dimensoes, sem tensões residuais, com β = 1,0 e λ = 0,75, e diferentes valores de amplitudes máximas de imperfeições:

w_{os} variando de $-0,002\ell$ a $+0,002\ell$
e w_{op} variando de $-0,0133b$ a $+0,0133b$.

Os valores de β = 1,0 e λ = 0,75 foram escolhidos por corresponderem a paineis de esbeltez intermediária e que apresentam boa sensibilidade às imperfeições, conforme mostram os resultados da análise da primeira série.

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Análise de resistência. A Tab. 2 sintetiza os resultados da primeira série de 36 paineis analisados, com os valores alcançados para a carga de plastificação (limite elástico) e a carga máxima suportada em cada caso. Para que os resultados pudessem ser adequadamente comparados entre si, atribuiu-se à tensão média máxima de compressão $\sigma_u = 0,793\sigma_y$ suportada pelo painel Ideal, com λ = 0,5 e β = 0,7, o valor 100, e a este valor foram referidas todas as outras tensões médias, tanto para o limite elástico quanto para a solicitação máxima.

Tab. 2 - Tensões médias de compressão σ_m atuantes em cada painel no limite elástico (L.E.) e para a carga máxima do painel mais rígido.

β	λ	Ideal L.E.	Ideal C.M.	Impge L.E.	Impge C.M.	Tens L.E.	Tens C.M.	Complt L.E.	Complt C.M.
0,7	0,5	89,0	100					79,3	98,2
	0,75	75,7	86,9	57,1	70,1	71,4	84,1	53,2	68,3
	1,0	54,2	59,0	42,0	47,9	52,0	58,6	39,7	47,2
	1,2	42,5	44,8					32,0	36,4
1,0	0,5	87,8	99,4					69,2	94,3
	0,75	75,7	86,4	55,9	68,3	71,9	84,1	52,0	66,7
	1,0	54,7	59,8	41,6	48,0	52,6	49,1	39,3	46,9
	1,2	43,0	45,4					31,9	36,3
1,3	0,5	83,9	91,7					63,7	84,6
	0,75	74,3	83,9	53,7	65,2	69,7	80,7	49,6	62,7
	1,0	54,2	58,9	40,6	47,2	51,7	57,9	38,1	45,1
	1,2	42,9	45,4					31,1	35,4

Conforme se observa nesta tabela, a resistência dos painéis cai sensivelmente com o aumento de λ, mas sofre pouca influência de β, principalmente para painéis mais esbeltos. Os painéis do caso Ideal apresentam um comportamento à primeira vista paradoxal, para λ = 1,0 e principalmente λ = 1,2, já que a resistência destes painéis aumenta com o aumento da esbeltez de placa. Deve-se lembrar que estes painéis do caso Ideal estão na verdade excentricamente carregados, pois a solicitação é aplicada no plano médio da placa, mas estas excentricidades iniciais são aproximadamente iguais entre si (0,004ℓ para todos os painéis de λ = 1,2), o que não explica, a primeira vista, a contradição encontrada. Como o mesmo valor λ = 1,2 para diferentes valores de β corresponde a diferentes comprimentos de painel e dimensões do enrijecedor, na análise realizada, pode-se inferir então que painéis de mesma esbeltez não são necessariamente igualmente resistentes, se têm dimensões diferentes. A mesma ressalva deve ser feita quanto à expressão da rigidez de placa, principalmente se se levar em conta que a tensão crítica σ_{cr} usada para a determinação de β diz respeito a placa quadrada simplesmente apoiada. No caso de painéis com imperfeições geométricas, estas inversões de resistência não ocorrem, pois as amplitudes das imperfeições crescem com β.

Análise da flexibilidade. A Fig. 5 ilustra a variação dos deslocamentos do bordo carregado (relativos ao comprimento do painel e à deformação de fluência) para um grupo de painéis analisados. Comprova-se a verificação feita por outros autores de que as imperfeições geométricas tornam o painel mais flexível desde os estágios iniciais de carregamento, enquanto as tensões residuais afetam os deslocamentos somente a partir de um nível mais alto de carga, geralmente quando a região da placa, sob compressão adicional, chega ao escoamento.

Comparando-se as várias curvas de deslocamento da série analisada, mostrou-se em [1] que estas curvas praticamente não variam em função de β, até o limite elástico. A influência de β se faz sentir mais apenas nos painéis com imperfeições, conforme já foi observado no item anterior.

Influência das imperfeições iniciais e tensões residuais. A influência das imperfeições iniciais, para os painéis analisados, foi em geral quase uma ordem de grandeza maior que a influência das tensões residuais (Tab. 2). Nota-se também que os efeitos isolados destes dois tipos de imperfeições praticamente se superpõem, quando agem simultaneamente.

A sensibilidade dos painéis às imperfeições aumenta um pouco com λ e fortemente quando passa de 0,5 para 0,75, decaindo então lentamente com o aumento da esbeltez de painel. Esta constatação conflita com a observação de Carlsen [5] de que a sensibilidade às imperfeições aumenta sempre com λ.

Limite elástico. No caso Ideal, pode-se verificar da Tab. 2 que a carga do limite elástico, em relação à carga máxima do painel, decai inicialmente com valores crescentes de β e λ e depois aumenta levemente, sem

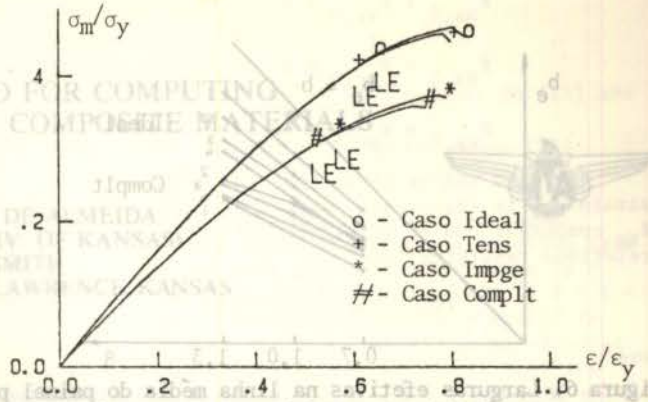


Figura 5. Curvas carga x deslocamento do bordo carregado para painéis com β = 1,3 e λ = 1,0

grandes variações. A menor carga do limite elástico do caso Ideal equivale a 87,88% para λ = 0,75 e β = 1,0. A maior carga do limite elástico corresponde a 94,86% para λ = 1,2 e β = 1,0.

Caracterização do comportamento dos painéis. Em todos os painéis, com exceção do painel de λ = 0,5 e β = 0,7 no caso Ideal, ocorreram tensões longitudinais de tração no ponto médio da fibra extrema do enrijecedor, chegando a haver plastificação por tração nestes pontos, com exceção dos painéis de λ = 0,5 do caso Ideal.

Houve sempre plastificação por compressão na superfície do lado côncavo dos painéis. A região plastificada, tanto por tração como por compressão, foi mais extensa para painéis de baixa esbeltez de coluna.

Uma análise detalhada da distribuição de tensões nos painéis, conforme exposta em [1], permitiu constatar de maneira global:

a) 11 dos 12 painéis do caso Ideal entraram em colapso por esgotamento da rigidez flexional de painel como um todo, em função dos grandes deslocamentos alcançados. Apenas o painel mais rígido do caso Ideal entrou em colapso por esmagamento, com praticamente toda a seção transversal plastificada na linha média.

b) Todos os 6 painéis do caso Tens analisados entraram em colapso por esgotamento da rigidez a flexão do conjunto.

c) Todos os 6 painéis do caso Impge analisados entraram em colapso a partir do esgotamento local da rigidez de placa.

d) 9 dos 12 painéis do caso Complt entraram em colapso por esgotamento da rigidez à flexão do conjunto. O colapso dos 3 painéis de λ = 0,5 pode ser caracterizado como flexional com esmagamento, já que extensa área central da placa se plastificou.

Análise da largura efetiva. As Figs. 6a e 6b apresentam as larguras efetivas calculadas a partir da distribuição de tensões na linha média de cada painel, para os casos Ideal e Complt (v. detalhes do cálculo e outras informações em [1]). A largura efetiva, conforme a Fig. 6, é aproximadamente proporcional à largura da placa, independentemente do valor de β, e varia com λ, contrariando as formulações existentes [5, 6] (Fig. 7).

A largura efetiva calculada para o bordo carregado da placa [1], que não se apresenta aqui, além de variar com λ, revelou-se também proporcional à largura da placa, sendo porem maior que a da linha média e mais de acordo com a formulação de Carlsen [5] para o modo II de colapso (colapso de painel). A largura efetiva não é portanto constante ao longo do comprimento do painel, como pressupõem as formulações da Fig. 7. Se se quisesse usar este conceito de largura efetiva a partir dos resultados desta análise, deveria ser considerada a distribuição de tensões sobre a linha média do painel, que dá valores bem menores que os obtidos da Fig. 7.

Influência das imperfeições geométricas. Conforme já exposto, foi realizada uma análise da influência das imperfeições geométricas sobre o comportamento estrutural de painéis com λ = 0,75 e β = 1,0. A Fig. 8 mostra a curva de resistência destes painéis em função da ampli-

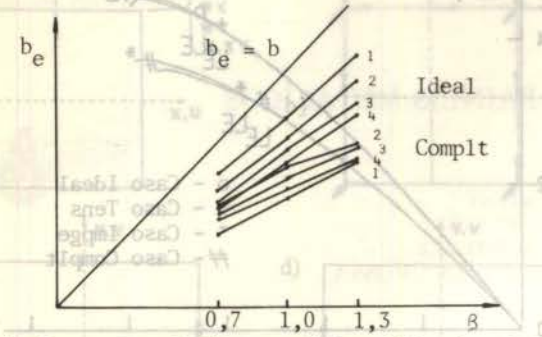


Figura 6. Larguras efetivas na linha média do painel p/ o nível de carga máxima. As curvas 1, 2, 3 e 4 correspondem a λ = 0,5, 0,75, 1,0 e 1,2, respectivamente.

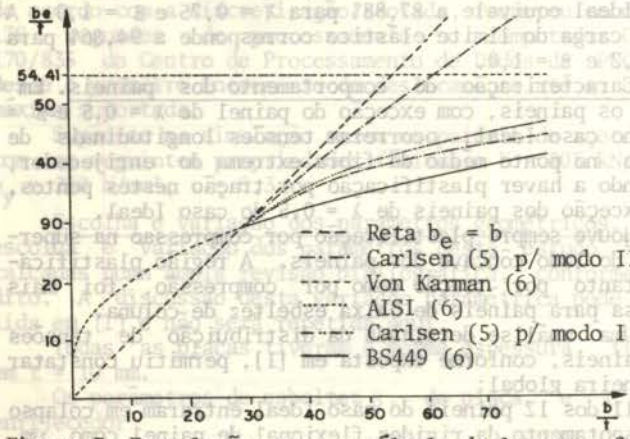


Figura 7. Formulações para o cálculo da largura efetiva

tude da imperfeição. Tendo em vista que o painel é comprimido excentricamente, as imperfeições negativas agem como contraflechas e por isto têm efeito enrijecedor. A excentricidade inicial de carga, neste grupo de paineis, é de aproximadamente 0,006ℓ. A amplitude negativa máxima de placa (somada à do enrijecedor) é neste caso igual a aproximadamente -0,005ℓ, o que explica a impressão que se tem na Fig. 8 de que a resistência do painel atinge um máximo para w_{os} = -0,002ℓ (e w_{op} = -0,00133b).

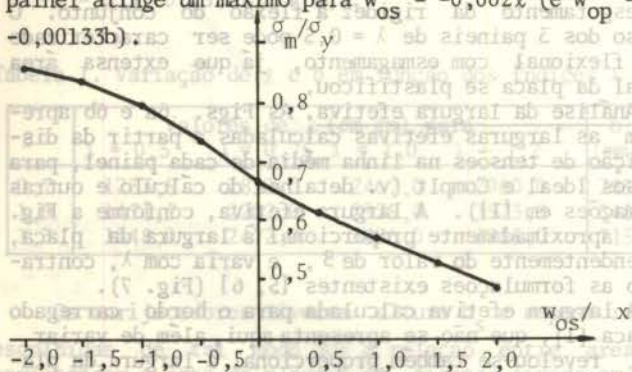


Figura 8. Curva de resistência dos paineis da 2a. série

CONCLUSÕES

As análises realizadas mostram que a variação da esbeltez do enrijecedor, λ, afeta muito mais a resistência dos paineis que a variação de β. O efeito da variação de λ se faz sentir de modo visível somente nos paineis com baixos valores de β, principalmente com imperfeições geométricas e tensões residuais.

O estudo da largura efetiva nos paineis não reproduziu a queda de rigidez prevista na literatura técnica, para altos valores de β. Além disto, demonstrou-se que a largura efetiva é afetada pela esbeltez do enrijecedor, o que não era levado em conta até agora, talvez pela dificuldade da consideração adequada da interação entre placa e enrijecedor.

O estudo realizado está incompleto. Foram poucos os parâmetros variados e mesmo outros tipos de paineis (e com outras formas de enrijecedores) merecem ser estudados, já que se dispõe de um programa computacional tão eficiente. O que mais preocupa, no entanto, é a dificuldade de generalização das conclusões obtidas na análise paramétrica, para as condições encontradas na prática, em que um painel não está solicitado apenas por deslocamentos ou por forças em seus bordos, mas por uma combinação destes, em geral desconhecida (esta restrição é feita não somente a modelos computacionais, mas a qualquer modelo físico que consista de apenas um segmento de uma estrutura mais complexa).

Nos paineis analisados, permitiu-se que o bordo carregado girasse, o que correspondeu à introdução de uma certa excentriciade de carga. Seria de antemão importante, portanto, que se repetisse esta análise com a imposição de rotações nulas no bordo carregado, ainda para deslocamentos prescritos, e em seguida se considerassem estes dois casos extremos para carregamento prescrito (haveria sempre excentricidade!). Somente a análise global dos paineis para estas quatro condições de solicitação permitiria uma generalização segura para o comportamento estrutural do painel composto apresentado na Fig. 1.

REFERÊNCIAS

[1] Quimelli, J.A., "Análise Paramétrica de Paineis Metálicos Enrijecidos Axialmente Comprimidos", Tese de Mestrado, PUC/RJ (1985)

[2] Dumont, N.A., "Traglastberechnung beulgefährdeter Rechteckplatten im elastischplastischen Bereich nach der geometrisch nichtlinearen Theorie unter Berücksichtigung geometrischer und werkstofflicher Imperfektionen", Tese de Doutorado, TH Darmstadt, Alemanha Ocidental (1978)

[3] Stramandinolli Jr., A., "Análise de Placas Metálicas Enrijecidas, Considerando-se Não-Linearidades Físicas e Geométricas, Pré-Deformações e Tensões Residuais,"Tese de Mestrado, PUC/RJ (1982)

[4] Dumont, N.A. e Stramandinolli Jr.,A., "Análise não Linear de Placas Metálicas Enrijecidas Considerando-se Pré-Deformações e Tensões Residuais", COBEM 81, Rio de Janeiro (1981)

[5] Carlsen, C.A., "A Parametric Study of Collapse of Stiffened Plates in Compression", The Structural Engineer, Vol. 58B, nr. 12 (1980)

[6] Dwight, J.B. e Young, B.W., "Residual Stresses Due to Welding", Conference on Joints in Structures, University of Cambridge

SUMMARY

The authors present the parametric analysis of a longitudinally stiffened steel panel under compression. The varied parameters are the plate and column slendernesses and the amplitude of geometric imperfections for the panel with or without residual stresses. Strain - displacement nonlinearity and progressive yielding along the reference planes and accross the thickness of plate and stiffener are considered in the F.-E. program. The analysis englobed a total of 43 different panels of the chosen pattern.

ALTERNATIVE METHOD FOR COMPUTING INTERLAMINAR STRESSES IN COMPOSITE MATERIALS

SERGIO FRASCINO M. DE ALMEIDA
ITA (CURRETLY AT. UNIV. OF KANSAS)
HOWARD W. SMITH
UNIVERSITY OF KANSAS, LAWRENCE, KANSAS

SUMMARY

A new method is developed for computing interlaminar stresses in composite materials based on a combination of perturbation and Rayleigh-Ritz analyses. The method yields analytical expressions for all six stress components everywhere in the laminate. For simplicity, the theory is derived for a four-layer, symmetric, finite strip under uniaxial extension. As a test case the stresses in a $[+45/-45]_s$ *laminate are computed and compared with previously published papers.*

INTRODUCTION

It has been shown [1] that a complex tri-dimensional state of stress may exist in the neighborhood of a free-edge in a layered composite material specimen under in-plane loading. Several approximate methods to compute the interlaminar stresses have been proposed since the pioneering work by Pipes and Pagano [1]. Finite differences [1,2] and finite element [3,4] models require an extremely fine mesh close to the free-edge leading to a large computational effort for the solution. Semi-analytical methods were also proposed based on perturbation [5,6], Rayleigh-Ritz [7], Galerkin [8], or variational [9] techniques, or a combination of such techniques [10]. In general, such procedures are characterized by a complicated formulation or are applicable only to a particular loading and geometry.

The purpose of the present method is to obtain a reasonably accurate description of the 3-dimensional state of stress present in the free-edge problem by using a simple formulation and relatively little computational effort. The present method yields analytical expressions for all six stress components everywhere in the laminate in terms of only a few parameters. This gives an engineer a better insight into the stress distributions and provides a useful correlation between the solution parameters and the onset of delamination in the specimen using criteria suggested in [11,12].

FORMULATION

Boundary layer equations. To illustrate the formulation of the present method, consider the case of a 4-layer, symmetric, rectangular composite coupon under uniaxial tension. All layers are assumed to have the same thickness h. The geometry of the problem is shown in Figure 1. This model was chosen to allow a direct comparison with previously published results. Due to Saint Venant principle we shall assume that the stress distributions are two-dimensional.

The zero-th order boundary layer equations for this problem were first derived by Tang [5]. They were obtained by expanding the stress components in powers of the small parameter $\lambda = b/h$ and using the coordinate transformations:

$$\eta = \frac{y-1}{h/b} \quad \text{and} \quad \xi = \frac{z}{h} \qquad (1)$$

Due to the symmetry of the problem we shall consider only the upper half of the laminate as shown in Figure 2.

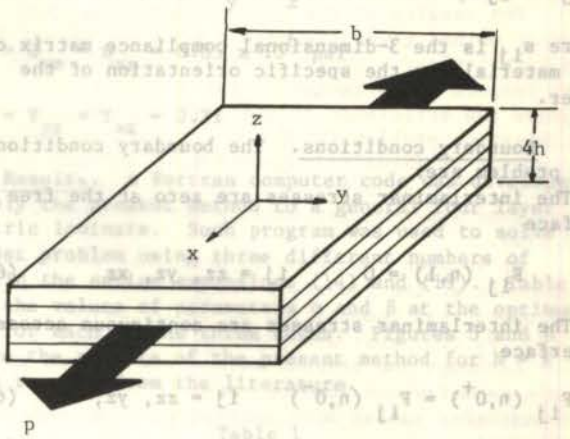


Figure 1. Geometry of the laminate

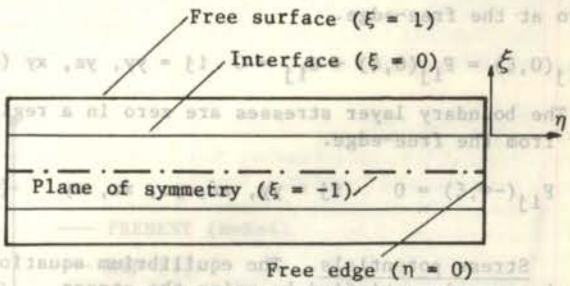


Figure 2. Boundary layer coordinate system

If only zero-th order terms are retained:

$$\sigma_{ij} = F_{ij} + G_{ij} \qquad (2)$$

where the actual stress components σ_{ij} are expressed as the superposition of the boundary layer stresses F_{ij} (inner solution) and the outer solution stresses G_{ij}. It can be shown [5] that G_{ij} are the stresses resulting from the classical lamination theory (CLT). For the present problem G_{ij} are constants and can be computed easily.

The boundary layer equilibrium equations are [5]:

$$F_{xz,\xi} + F_{xy,\eta} = 0$$

$$F_{yz,\xi} + F_{yy,\eta} = 0 \qquad (3)$$

$$F_{zz,\xi} + F_{yz,\eta} = 0$$

It also can be shown that the boundary layer strain ϵ_{xx} is identically zero [10]. Therefore, the F_{xx} component can be eliminated from the stress-strain relations resulting [10]:

$$\{F\} = [S]\{\epsilon\} \qquad (4)$$

where

$\{F\} = [F_{yy}\ F_{zz}\ F_{yz}\ F_{xz}\ F_{xy}]^T$ Boundary layer stresses

$\{\epsilon\} = [\epsilon_{yy}\ \epsilon_{zz}\ \epsilon_{yz}\ \epsilon_{xz}\ \epsilon_{yz}]^T$ Boundary layer strains

and

$$S_{ij} = s_{ij} - \frac{s_{xi}\, s_{xj}}{s_{xx}} \qquad ij = yy,\ zz \text{ or } xy$$

$$S_{ij} = s_{ij} \qquad ij = yz,\ xz \qquad (5)$$

where s_{ij} is the 3-dimensional compliance matrix of the material for the specific orientation of the layer.

Boundary conditions. The boundary conditions of the problem are:

a. The interlaminar stresses are zero at the free surface

$$F_{ij}(\eta,1) = 0 \qquad ij = zz,\ yz,\ xz \qquad (6a)$$

b. The interlaminar stresses are continuous across the interface

$$F_{ij}(\eta,0^+) = F_{ij}(\eta,0^-) \qquad ij = zz,\ yz,\ xz \qquad (6b)$$

c. The interlaminar shear stresses are zero at the plane of symmetry.

$$F_{ij}(\eta,-1) = 0 \qquad ij = yz,\ xz \qquad (6c)$$

d. The stresses with components in y direction are zero at the free-edge.

$$\sigma_{ij}(0,\xi) = F_{ij}(0,\xi) + G_{ij} = 0 \qquad ij = yy,\ yz,\ xy \qquad (6d)$$

e. The boundary layer stresses are zero in a region far from the free-edge.

$$F_{ij}(-\infty,\xi) = 0 \qquad ij = yy,\ zz,\ yz,\ xz,\ xy \qquad (6e)$$

Stress potentials. The equilibrium equations can be exactly satisfied by using the stress potentials introduced by Lekhnitskii [13]:

$$F_{yy}(\eta,\xi) = \Phi_{,\xi\xi}(\eta,\xi)$$

$$F_{zz}(\eta,\xi) = \Phi_{,\eta\eta}(\eta,\xi)$$

$$F_{yz}(\eta,\xi) = \Phi_{,\eta}(\eta,\xi) \qquad (7)$$

$$F_{xz}(\eta,\xi) = \Psi_{,\eta}(\eta,\xi)$$

$$F_{xy}(\eta,\xi) = -\Psi_{,\xi}(\eta,\xi)$$

Therefore, all six stress components can be determined from the stress potentials Φ and Ψ since F_{xx} can be computed by using the condition $\epsilon_{xx} = 0$.

SOLUTION PROCEDURE

The stress potentials are determined by a Rayleigh-Ritz technique. First, they are expressed in terms of adequate classes of functions that satisfy the boundary conditions of the problem and involve a number of unknown parameters. Then, the unknown parameters are determined by minimizing the boundary layer complementary energy of the laminate.

Choice of the stress functions. Boundary condition (6e) and results from previous works suggest that exponentially decaying functions can conveniently represent the stress potentials. Then, assume

$$\Phi(\eta,\xi) = \phi(\eta,\xi)\, e^{\alpha\eta} \qquad (8)$$

where α is an unknown parameter. Now, Equation (8) can be expanded in a Taylor series as:

$$\Phi(\eta,\xi) = \left[\phi(0,\xi) + \frac{\partial\phi}{\partial\eta}(0,\xi)\eta + \frac{1}{2}\frac{\partial^2\phi}{\partial\eta^2}(0,\xi)\eta^2 + \ldots\right]e^{\alpha\eta} \qquad (9)$$

or

$$\Phi(\eta,\xi) = [T_o(\xi) + T_1(\xi)\eta + T_2(\xi)\eta^2 + \ldots]e^{\alpha\eta} \qquad (10)$$

In the present work, only the first three terms of the series expansion are retained (10). Since the in-plane stresses may be discontinuous at the interface, we choose different sets of functions $T_i(\xi)$ for the upper and lower layers. After manipulation of (10) and boundary conditions (6), it can be concluded that $\Phi(\eta,\xi)$ can be assumed to have the relationship:

$$\Phi(\eta,\xi) = \begin{cases} [(1-\alpha\eta)F_1(\xi) + \eta^2 F_2(\xi)]e^{\alpha\eta} & 0 < \xi < 1 \\ [(1-\alpha\eta)\bar{F}_1(\xi) + \eta^2\bar{F}_2(\xi)]e^{\alpha\eta} & -1 < \xi < 0 \end{cases} \qquad (11)$$

with

$$F_1(\xi) = -G_{yy}(\xi^2 - 2\xi + 1) \qquad 0 < \xi < 1 \qquad (12a)$$

$$\bar{F}_1(\xi) = G_{yy}(\xi^2 + 2\xi + 1) \qquad -1 < \xi < 0 \qquad (12b)$$

where G_{yy} is the transversal CLT stress in the upper layer and

$$F_2(0) = \bar{F}_2(0) \qquad (13a)$$

$$F_2'(0) = \bar{F}_2'(0) \qquad (13b)$$

$$F_2(1) = F_2'(-1) = 0 \qquad (13c)$$

$$\bar{F}_2'(-1) = 0 \qquad (13d)$$

The first term in (11) satisfies exactly the non-homogeneous boundary conditions on $\Phi(\eta,\xi)$ and approximately satisfies condition (6b) for ij = zz.

The second term in (11) satisfies all homogeneous boundary conditions exactly on $\Phi(\eta,\xi)$ when conditions (13) are satisfied. Therefore, F_2 and $\bar{F}_2$ are written:

$$F_2(\xi) = \sum_{n=1}^{N} a_n P_n(\xi)$$

$$\bar{F}_2(\xi) = \sum_{n=1}^{N} \bar{a}_n \bar{P}_n(\xi) \qquad (14)$$

$P_n(\xi)$ are beam functions on [0,1] satisfying (13c) and $\bar{P}_n(\xi)$ are beam functions on [-1,0] satisfying (13d). Equations (13a) and (13b) become:

$$\sum_{n=1}^{N} a_n P_n(0) = \sum_{n=1}^{N} \bar{a}_n \bar{P}_n(0)$$

$$\sum_{n=1}^{N} a_n P_n'(0) = \sum_{n=1}^{N} \bar{a}_n \bar{P}_n'(0) \qquad (15)$$

With the above definitions, $\Phi(\eta,\xi)$ is completely determined by the parameters α, a_n and $\bar{a}_n$.

A similar procedure can be used for the stress potential $\Psi(\eta,\xi)$. If only the first two terms in the Taylor series of $\Psi(\eta,\xi)$ are retained, all boundary conditions on $\Psi(\eta,\xi)$, homogeneous and non-homogeneous, are satisfied exactly if it is assumed that:

$$\Psi(\eta,\xi) = \begin{cases} [G_1(\xi) + \eta G_2(\xi)]e^{\beta\eta} & 0 < \xi < 1 \\ [\bar{G}_1(\xi) + \eta \bar{G}_2(\xi)]e^{\beta\eta} & -1 < \xi < 0 \end{cases} \qquad (16)$$

where β is an unknown parameter and also:

$$G_1(\xi) = G_{xy}(\xi - 1)$$

$$\bar{G}_1(\xi) = -G_{xy}(\xi + 1) \qquad (17)$$

where G_{xy} is the CLT shear stress in the upper layer and:

$$G_2(1) = 0 \qquad (18a)$$

$$\bar{G}_2(-1) = 0 \qquad (18b)$$

$$G_2(0) = \bar{G}_2(0) \qquad (18c)$$

Now assume that $G_2(\xi)$ and $\bar{G}_2(\xi)$ are of the form:

$$G_2(\xi) = \sum_{k=1}^{K} b_k Q_k(\xi) \qquad 0 < \xi < 1$$

$$\bar{G}_2(\xi) = \sum_{k=1}^{K} \bar{b}_k \bar{Q}_k(\xi) \qquad -1 < \xi < 0 \qquad (19)$$

where $Q_k(\xi)$ are beam functions on $[0,1]$ satisfying (18a) and $\bar{Q}_k(\xi)$ are beam functions on $[-1,0]$ satisfying (18b). Using (19), equation (18c) becomes:

$$\sum_{k=1}^{K} b_k Q_k(0) = \sum_{k=1}^{K} \bar{b}_k \bar{Q}_k(0) \qquad (20)$$

With the above definitions, $\Psi(\eta,\xi)$ is completely defined in terms of the parameters β, b_k and $\bar{b}_k$.

Complementary energy. The boundary layer complementary energy of the laminate is given by:

$$\pi = \int_{-1}^{1}\int_{-\infty}^{0} \{\varepsilon\}^T\{f\}d\eta dz = \int_{-1}^{1}\int_{-\infty}^{0} \{f\}^T[S]\{f\}d\eta dz \qquad (21)$$

Now, substitute the assumed forms of $\Phi(\eta,\xi)$ and $\Psi(\eta,\xi)$ into equations (7) to determine the boundary layer stresses as functions of the parameters α, β, a_n, $\bar{a}_n$, b_k and $\bar{b}_k$. The resulting equations (given in Appendix I) are substituted into (21) and the integrals are performed. After computations, the complementary energy can be written in matrix form:

$$\pi = \{\delta\}^T[W]\{\delta\} + \{V\}^T\{\delta\} + C \qquad (22)$$

where matrix [W], vector {V} and constant C depend on parameters α and β.

The complementary energy is minimized subjected to the linear constraints (15) and (20) by the following procedure:

i. Select an initial pair (α,β)
ii. Compute [W], {V} and C
iii. Find $\{\delta\}$ that minimizes (22) subject to (15) and (20)
iv. Compute the complementary energy using (22)
v. Select a new pair (α,β) if minimum has not been reached

The above algorithm does not involve large computational effort, since the matrices involved have small dimensions and only one matrix inversion is required for each iteration (a 5 x 5 matrix if N = K = 2). Moreover, the number of iterations required is small since gradients $\partial\pi/\partial\alpha$ and $\partial\pi/\partial\beta$ can be obtained in closed form and the cases tested showed that the initial pair $\alpha = \beta = 1$ is always a good estimate of the optimal point.

TEST PROBLEM

To compare the present method with previous works, a four layer $[+45/-45]_S$ laminate is considered. The layer thickness is assumed to be h = 0.25 in and the laminate width b = 8h. The material properties used were:

$$E_x = 20 \times 10^6 \text{ psi}, \quad E_y = E_z = 2.1 \times 10^6 \text{ psi}$$

$$G_{xy} = G_{yz} = G_{xz} = 0.85 \times 10^6 \text{ psi}$$

$$Y_{xy} = Y_{yz} = Y_{xz} = 0.21$$

Results. A Fortran computer code was developed to apply the present method to a general four layer symmetric laminate. Such program was used to solve the test problem using three different numbers of terms in the series expansions (14) and (19). Table 1 shows the values of parameters α and β at the optimum point for each of the three cases. Figures 3 and 4 compare the results of the present method for N = K = 4 with results from the literature.

Table 1

N = K	α_{opt}	β_{opt}
2	1.631	1.307
3	1.617	1.296
4	1.614	1.288

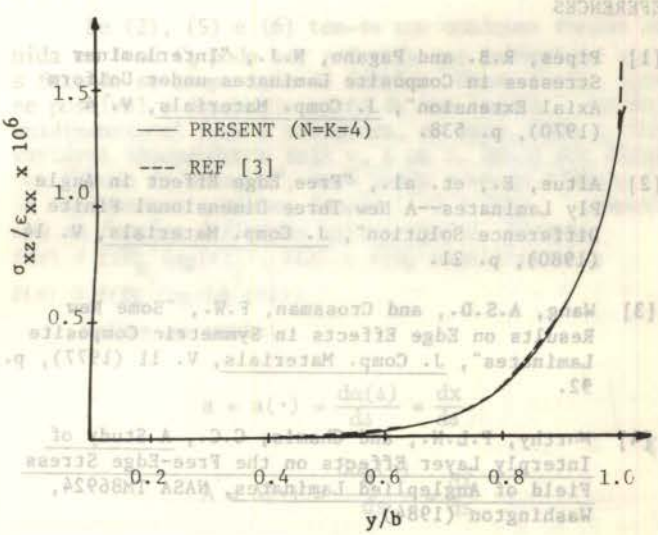


Figure 3. σ_{xz} distribution at the interface

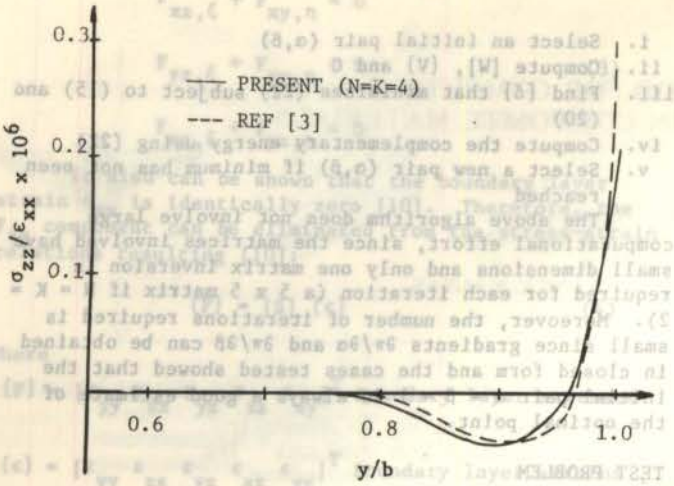


Figure 4. σ_{zz} distribution at the interface

CONCLUSIONS

The results of the test problem show that the present method gives reasonably accurate values for the interlaminar stresses. Also, the fast convergence with respect to parameters α and β can be used to improve the efficiency of the algorithm by solving the optimization problem for N = K = 2 and then increase the number of terms to obtain a more refined solution. The solution involves only simple matrix operations and requires small memory storage and small CPU time.

It is also important to note that all stress components at the interface are completely governed by only seven real numbers (α, β, $G_2(0)$, $G_2'(0)$, $F_2(0)$, $F_2'(0)$, $F_2''(0)$) that are physically meaningful.

Although the present method was derived for a simple geometry and loading case, it can be extended for laminates having more general geometry and loading conditions.

ACKNOWLEDGEMENTS

The first author wishes to acknowledge CAPES for providing financial support for his graduate work at the University of Kansas. We wish to also acknowledge for the comments received from Dr. J. Whitney and Dr. C. C. Chamis.

REFERENCES

[1] Pipes, R.B. and Pagano, N.J., "Interlaminar Stresses in Composite Laminates under Uniform Axial Extension", J. Comp. Materials, V. 4 (1970), p. 538.

[2] Altus, E., et. al., "Free Edge Effect in Angle Ply Laminates--A New Three Dimensional Finite Difference Solution", J. Comp. Materials, V. 14 (1980), p. 21.

[3] Wang, A.S.D., and Crossman, F.W., "Some New Results on Edge Effects in Symmetric Composite Laminates", J. Comp. Materials, V. 11 (1977), p. 92.

[4] Murthy, P.L.N., and Chamis, C.C., A Study of Interply Layer Effects on the Free-Edge Stress Field of Angleplied Laminates, NASA TM86924, Washington (1984).

[5] Tang, S. and Levy, A., "A Boundary Layer Theory-Part II: Extension of Laminated Finite Strip", J. Comp. Materials, V. 9 (1975), p. 42.

[6] Hsu, P.W. and Herakovich, C.T., "Edge Effects in Angle-Ply Composite Laminates", J. Comp. Materials, V. 11 (1977), p. 422.

[7] Pagano, N.J., "Stress Fields in Composite Laminates", Int. J. Solids Structures, V. 14 (1978), p. 385.

[8] Wang, J.T.S., and Dickson, J.N., "Interlaminar Stresses in Symmetric Composite Laminates", J. Comp. Materials, V. 12 (1978), p. 390.

[9] Pagano, N.J., and Soni, S.R., "Global-Local Laminate Variational Model", Int. J. Solids Structures, V. 19 (1983), p. 207.

[10] Bar-Yoseph, P., and Pian, T.H.H., "Calculation of Interlaminate Stress Concentration in Composite Laminates", J. Comp. Materials, V. 15 (1981), p. 225.

[11] Whitney, J.M., and Nuismer, R.J., "Stress Fracture Criteria for Laminated Composites Containing Stress Concentrations", J. Comp. Materials, V. 8 (1974), p. 253.

[12] Kim, R.Y., and Soni, S.R., "Experimental and Analytical Studies on the Onset of Delamination in Laminated Composites", J. Comp. Materials, V. 18 (1984), p. 70.

[13] Lekhnitskii, S.G., Theory of Elasticity of an Anisotropic Elastic Body, Holden-Day, San Francisco (1963).

APPENDIX I - Expression For The Boundary Layer Stresses

$$F_{yy}(\eta,\xi) = \begin{cases} [(1-\alpha\eta)F_1''(\xi) + \eta^2 \sum_{n=1}^{N} a_n P_n''(\xi)]e^{\alpha\eta} \\ [(1-\alpha\eta)\bar{F}_1''(\xi) + \eta^2 \sum_{n=1}^{N} \bar{a}_n \bar{P}_n''(\xi)]e^{\alpha\eta} \end{cases}$$

$$F_{zz}(\eta,\xi) = \begin{cases} [-\alpha^2(1+\alpha\eta)F_1(\xi) + (\alpha^2\eta^2+4\alpha\eta+2) \sum_{n=1}^{N} a_n P_n(\xi)]e^{\alpha\eta} \\ [-\alpha^2(1+\alpha\eta)\bar{F}_1(\xi) + (\alpha^2\eta^2+4\alpha\eta+2) \sum_{n=1}^{N} \bar{a}_n \bar{P}_n(\xi)]e^{\alpha\eta} \end{cases}$$

$$F_{yz}(\eta,\xi) = \begin{cases} [\alpha^2\eta F_1'(\xi) - (2\eta+\alpha\eta^2) \sum_{n=1}^{N} a_n P_n'(\xi)]e^{\alpha\eta} \\ [\alpha^2\eta \bar{F}_1'(\xi) - (2\eta+\alpha\eta^2) \sum_{n=1}^{N} \bar{a}_n \bar{P}_n'(\xi)]e^{\alpha\eta} \end{cases}$$

$$F_{xz}(\eta,\xi) = \begin{cases} [\beta G_1(\xi) + (1+\beta\eta) \sum_{k=1}^{K} b_k Q_k(\xi)]e^{\beta\eta} \\ [\beta \bar{G}_1(\xi) + (1+\beta\eta) \sum_{k=1}^{K} \bar{b}_k \bar{Q}_k(\xi)]e^{\beta\eta} \end{cases}$$

$$F_{xy}(\eta,\xi) = \begin{cases} -[G_1'(\xi) + \eta \sum_{k=1}^{K} b_k Q'_k(\xi)]e^{\beta\eta} \\ -[\bar{G}_1'(\xi) + \eta \sum_{k=1}^{K} \bar{b}_k \bar{Q}'_k(\xi)]e^{\beta\eta} \end{cases}$$

In each of the pairs of the stress equations above, the first is valid in the interval $0 < \xi < 1$ and the second is valid in the interval $-1 < \xi < 0$.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

MODELAGEM DE ESTRUTURAS UNIDIMENSIONAIS PLANAS EM EQUILÍBRIO

HERALDO SILVA DA COSTA MATTOS
RUBENS SAMPAIO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA — PUC/RJ

SUMÁRIO

Apresenta-se uma teoria mecânica exata para modelagem de equilíbrio de estrutura unidimensionais planas. O adjetivo exato é utilizado no sentido de que não são adotadas hipóteses simplificadoras de natureza geométrica sendo a teoria desenvolvida a partir dos princípios fundamentais da mecânica. Com ela é possível o estudo de grandes deformações em estruturas elásticas extensíveis, submetidas a variados tipos de carregamento, com a área e o momento de inércia da seção reta variando ao longo do comprimento. Um problema envolvendo o equilíbrio de um arco elástico é resolvido numericamente pelo método do tiro, ilustrando as possibilidades de aplicação dessa teoria.

INTRODUÇÃO

Neste trabalho a estrutura é considerada desde o início como um contínuo unidimensional, ou seja, uma curva material imersa num espaço pontual euclidiano E^2 a qual pode sofrer não só flexão, mas também extensão. O movimento é causado por forças e momentos distribuídos e(ou) concentrados ao longo do corpo. As equações de equilíbrio são obtidas sem fazer qualquer restrição à curvatura inicial e ao tamanho das deformações. As equações constitutivas utilizadas consideram o material elástico linear. A não-linearidade do sistema sendo devida portanto apenas a geometria.

O modelo reduz o estudo de uma estrutura em equilíbrio ao estudo de um sistema determinado de sete equações diferenciais ordinárias acoplado a condições de contorno que dependem do problema em questão. Como ilustração do modelo estuda-se o problema de determinação das configurações de equilíbrio de um semi-anel elástico, engastado em uma das extremidades e na outra submetido a ação de uma força horizontal. O sistema resultante é resolvido numericamente pelo método do tiro que se mostrou extremamente preciso e econômico para esse tipo de problema. Os resultados são apresentados graficamente para vários valores de P, encontrando-se até três configurações possíveis para alguns destes valores.

CINEMÁTICA

Uma estrutura Γ é definida como um conjunto de pontos materiais, ou partículas, que podem ser postos em correspondência bijetiva, com os pontos de uma curva $C \subset E^2$. Portanto uma configuração B dessa estrutura é caracterizada por

$$B : \Gamma \to C$$
$$B(\cdot) = x \qquad (1)$$

satisfazendo as seguintes condições (2)

- A função B é uma bijeção que associa cada ponto material $(\cdot)$ de Γ com um ponto de um subconjunto C de E^2. x representa o lugar ou posição ocupado por uma partícula $(\cdot)$ da estrutura na configuração B. O subconjunto C é uma curva, ou seja, é sempre possível definir uma parametrização $\alpha : I \to C$; $\alpha(v) = x$ de um intervalo real fixo $v \in [v_1, v_2] = I$ em C satisfazendo as seguintes condições: $\alpha \in C^2(I)$, $d\alpha(v)/dv \neq 0 \ \forall\, v \in I$.

Considerando-se uma configuração B_R definida por

$$B_R : \Gamma \to C_R \subset E^2$$
$$B_R(\cdot) = X \qquad (2)$$

uma configuração de referência, então a deformação da estrutura da configuração B_R até a configuração B é descrita pelo mapeamento

$$\chi : C_R \to C$$
$$\chi(X) = x \qquad (4)$$

O comprimento de arco δ para a curva C é definido da seguinte forma:

$$\delta = L(v) = \int_{v_1}^{v} \left\| \frac{d\alpha(\xi)}{d\xi} \right\| d\xi \qquad (5)$$

onde $L(v_2) = \ell$ é o comprimento total de Γ. De forma análoga, para a curva Γ_R o comprimento de arco é

$$s = L_R(v) = \int_{v_1}^{v} \left\| \frac{d\alpha_R(\xi)}{d\xi} \right\| d\xi \qquad (6)$$

$L_R(v_2) = \ell_R$ é o comprimento total de C_R. L e L_R são inversíveis pois, por definição $d\alpha(v)/dv \neq 0$, $d\alpha_R(v)/dv \neq 0$ $\forall\, v \in I$

De (2), (5) e (6) tem-se que qualquer função definida em Γ ou C_R pode ser referida aos parâmetros v, δ ou s fazendo-se composição de funções. Dessa forma torna-se possível o desenvolvimento de uma teoria mecânica unidimensional para a estrutura, ou seja, onde a única variável independente seja v, δ ou s. Daqui por diante, por "abuso de notação", será usado o mesmo símbolo f para representar qualquer função $f(\cdot)$ e suas compostas com as funções definidas anteriormente. Exemplo:
$f(v) \equiv f(B_R^{-1}(\alpha_R(v)))$; $f(\delta) \equiv f(B_R^{-1}(\alpha_R(L^{-1}(\delta))))$;
$f(s) \equiv f(B_R^{-1}(\alpha_R(L_R^{-1}(s))))$

Define-se então:

$$a = a(\cdot) = \frac{d\alpha(\delta)}{d\delta} = \frac{dx}{d\delta}$$
$$A = A(\cdot) = \frac{d\alpha_R(s)}{ds} = \frac{dX}{ds} \qquad (7)$$

$a(\cdot)$ é um vetor unitário tangente à curva C no ponto material $(\cdot)$, $a(\cdot)$ forma uma base para o espaço unidimen-

sional tangente à curva C em (·). A(·) é um vetor tangente à curva C_R no ponto material (·). A(·) forma uma base para o espaço unidimensional tangente a curva C_R no ponto (·).

Seja (i_1, i_2) uma base cartesiana para o espaço das translações V associado com E^2, fixa num ponto arbitrário o. Sejam $\theta(\cdot)$, $\Theta(\cdot)$ os ângulos entre i_1 e $a(\cdot)$, $A(\cdot)$, respectivamente. $\theta(\cdot)$ e $\Theta(\cdot)$ são medidos a partir de i_1 considerando-se positivo o sentido anti-horário logo:

$$\begin{aligned} A(\cdot) &= \cos\Theta(\cdot)\, i_1 + \operatorname{sen}\Theta(\cdot)\, i_2 \\ A^{\perp}(\cdot) &= -\operatorname{sen}\Theta(\cdot)\, i_1 + \cos\Theta(\cdot)\, i_2 \\ a(\cdot) &= \cos\theta(\cdot)\, i_1 + \operatorname{sen}\theta(\cdot)\, i_2 \\ a^{\perp}(\cdot) &= -\operatorname{sen}\theta(\cdot)\, i_1 + \cos\theta(\cdot)\, i_2 \end{aligned} \tag{8}$$

É facil verificar que, dado um vetor $N(\cdot) = N_1(\cdot)\, a(\cdot) + N_2(\cdot)\, a^{\perp}(\cdot)$

$$\frac{dN(x)}{dv} = \frac{dN_1}{dv}(v) - N_2(v)\frac{d\theta}{dv}(v)\, a(v) + \frac{dN_2}{dv}(v) + N_1(v)\frac{d\theta}{dv}(v)\, a^{\perp}(x) \tag{9}$$

onde o parâmetro v pode ser substituido por qualquer uma das variáveis δ e s.

Considerando-se (x_1, x_2) as coordenadas do ponto $x \in E^2$ em relação a base (i_1, i_2), é possível obter

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{ds} &= \frac{d\delta}{ds}\cos\theta \\ \frac{dx_2}{ds} &= \frac{d\delta}{ds}\operatorname{sen}\theta \end{aligned} \tag{10}$$

EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

Dada uma base cartesiana (ℓ_1, ℓ_2) de V, o produto interno $u\cdot v$ e o produto antissimétrico $u \wedge v$ de vetores $u, v \in V$, $u = u_1\ell_1 + u_2\ell_2$, $v = v_1\ell_1 + v_2\ell_2$, são dados pelas seguintes relações:

$$\begin{aligned} u\cdot v &= u_1v_1 + u_2v_2 \\ u\wedge v &= u_1v_2 - u_2v_1 \end{aligned} \tag{11}$$

Postula-se então para uma estrutura Γ em equilíbrio e para qualquer parametrização $\alpha : [v_1, v_2] \to C$; $\alpha(v) = x$, $v \in [v_1, v_2]$

Equilíbrio de forças. Sejam os vetores P_i,(i=0,n; $n \in N$) forças externas concentradas em pontos $v_i \in [v_1, v]$; $N = N(v)$ o vetor força interna e $n = n(v)$ a força externa distribuida, então:

$$\int_{v_1}^{v} n(\xi)\, \left\| \frac{dx}{d\xi} \right\| d\xi + N(v) + \sum_{i=0}^{n} P_i(v_i) = 0 \tag{12}$$

Equilíbrio de momentos. Sejam os escalares M_j(j = 0, m; m ∈ N) os momentos externos concentrados em pontos $v_j \in [v_1, v]$; M(v) o momento interno e m(v) o momento externo distribuido, então:

$$\int_{v_1}^{v} [m(\xi) + r(\xi) \wedge n(\xi)] \left\| \frac{dx}{d\xi} \right\| d\xi + \sum_{i=0}^{n} r(v_i) \wedge P_i(v_i) + M(v) + \sum_{j=0}^{m} M_j(v_j) = 0 \tag{13}$$

$r(v) = \alpha(v) - o$ é o vetor posição do ponto v, na configuração deformada, relativo a uma origem arbitrária fixa θ.

O parâmetro v em (12) e (13) pode ser substituido por qualquer uma das variáveis δ ou s sem alterar a validade das expressões.

Com o material apresentado é possível mostrar que, na ausência de forças e momentos concentrados as equações (12 e (13) são equivalentes a

$$\begin{aligned} \frac{dN}{ds} + \frac{d\delta}{ds}\, n &= 0 \\ \frac{dM}{ds} + \frac{d\delta}{ds}\, a \wedge N + \frac{d\delta}{ds}\, \ell &= 0 \end{aligned} \tag{14}$$

e que cargas e momentos concentrados $P_i(s_i)$,$M_i(s_i)$ determinam saltos em N e M nos pontos:

$$\begin{aligned} N(s_i^+) - N(s_i^-) + P_i &= 0 \\ M(s_i^+) - M(s_i^-) + M_i &= 0 \end{aligned} \tag{15}$$

Usando (9), (11) as equações (14) em componentes ficam:

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{ds} - \frac{d\theta}{ds}N_2 + \frac{d\delta}{ds}n_1 &= 0 \\ \frac{dN_2}{ds} + \frac{d\theta}{ds}N_1 + \frac{d\delta}{ds}n_2 &= 0 \\ \frac{dM}{ds} + \frac{d\delta}{ds}N_2 + \frac{d\delta}{ds}\ell &= 0 \end{aligned} \tag{16}$$

onde $N = N_1a + N_2a^{\perp}$, $n = n_1a + n_2a^{\perp}$

EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS

Motivado pela teoria tridimensional, serão usadas as seguintes equações constitutivas:

$$\begin{aligned} \frac{d\delta}{ds} &= 1 + \frac{N}{EA} \\ \frac{d\theta}{ds} &= \frac{d\Theta}{ds} + \frac{M}{EI} \end{aligned} \tag{17}$$

onde E é o módulo de Elasticidade, A a área da seção reta e I o momento de Inércia da seção reta.

Com (10), (16), (17) e as condições de contorno corretas é possível modelar qualquer problema envolvendo grandes deformações de uma estrutura elástica.

Exemplo. Considera-se o equilíbrio de um semi anel engastado em uma das extremidades e na outra solicitado por uma força horizontal constante P. A figura 1 mostra a estrutura na configuração de referência (um semi círculo de raio R) e na configuração deformada.

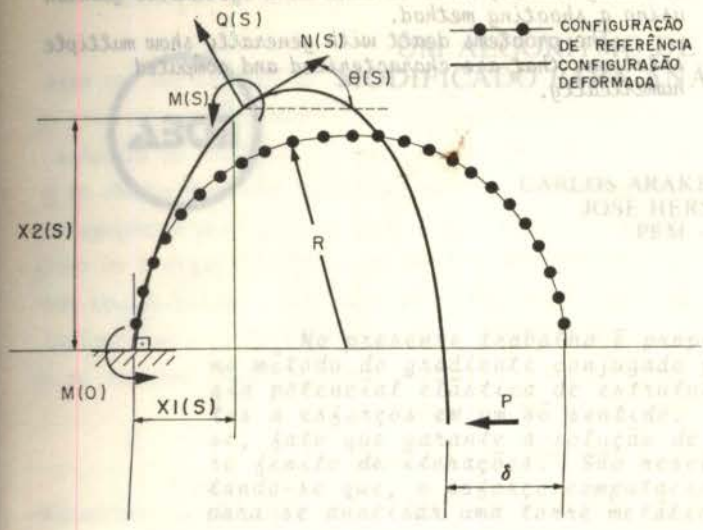


Figura 1

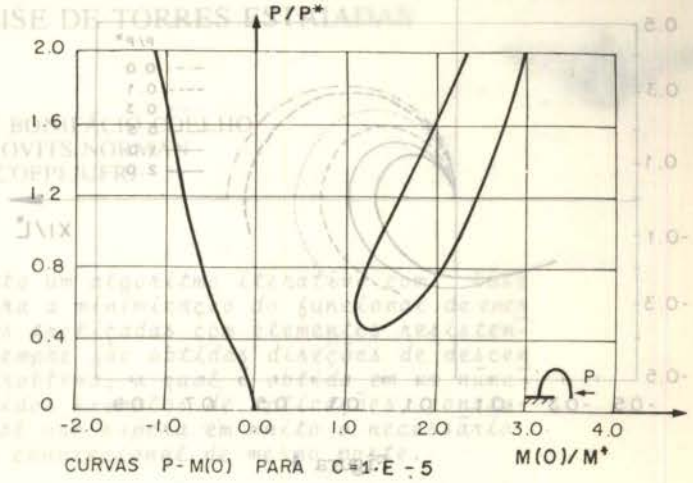


Figura 2

$N(s) = N_1(s)$ é o esforço normal e $Q(s) = N_2(s)$ é o esforço cortante.

As equações (10), (16) e (17) modelam o comportamento da estrutura submetidas às seguintes condições de contorno: $N(s) = -P\cos\theta(s)$, $Q(s) = P\,\mathrm{sen}\,\theta(s)$, $M(\pi R) = 0$, $\theta(0) = \frac{\pi}{2}$, $\delta(0) = 0$, $x_1(0) = 0$, $x_2(0) = 0$. Logo, sabendo-se que $\frac{d\theta}{ds} = -\frac{1}{R}$, $n_1 = n_2 = \ell = 0$ e considerando-se A e I constantes ao longo do comprimento, obtem-se o seguinte problema de valor de contorno:

$$\frac{dM}{ds} = -\frac{d\delta}{ds} P\,\mathrm{sen}\theta \quad ; \quad M(\pi R) = 0$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{M}{EI} - \frac{1}{R} \quad ; \quad \theta(0) = \pi/2$$

$$\frac{d\delta}{ds} = 1 - P\frac{\cos\theta}{EA} \quad ; \quad \delta(0) = 0 \qquad (17)$$

$$\frac{dx_2}{ds} = \frac{d\delta}{ds}\,\mathrm{sen}\theta \quad ; \quad x_2(0) = 0$$

$$\frac{dx_1}{ds} = \frac{d\delta}{ds}\cos\theta \quad ; \quad x_1(0) = 0$$

Este problema foi resolvido usando-se o método do tiro [1,4]. Na apresentação dos resultados todas as variáveis do problema foram adimensionalizados. Em vez de P e M serão usados P/P^* e M/M^* onde $P^* = EI/R^2$ e $M^* = EI/R$. As variáveis com dimensão de comprimento foram divididos por $L^* = \pi R$. No processo de adimensionalização surge um parâmetro de extensibilidade definido por $C = I/(AR^2)$. A figura 2 mostra as curvas da carga P versus o momento no engaste (s = 0) para C = 1.E - 5. Fixado um valor de P/P^*, cada ponto das curvas corresponde a uma solução de (17). A partir de $P/P^* \approx .471$ são encontradas três soluções, dado um valor qualquer de P/P^*. Cada solução corresponde a uma configuração de equilíbrio, consequentemente o modelo permite a existência de mais de uma configuração de equilíbrio para alguns valores de P/P^*.

A figura 3 mostra as curvas da carga P versus $x_2(\pi R)$ para C = 1.E - 5. A correção dos resultados pode ser confirmada verificando-se o equilíbrio de momentos da seguinte forma: $[M(0)/M^*]/[x_2/L^*] = \pi[P/P^*]$.

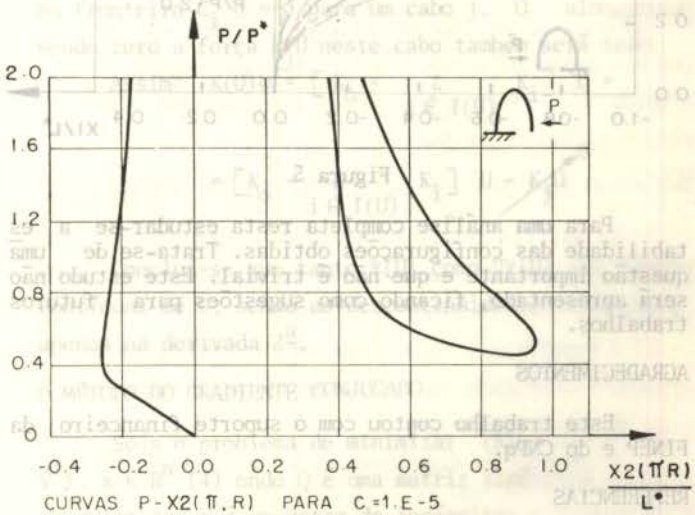


Figura 3

Usando a figura 2 como referência, é possível traçar a sequência de configuração deformadas relativas a cada curva. Na figura 4 está dada a sequência de configurações relativas a curva que se inicia em $P/P^* = 0$. Na figura 5 está dada a sequência de configurações relativas à segunda curva.

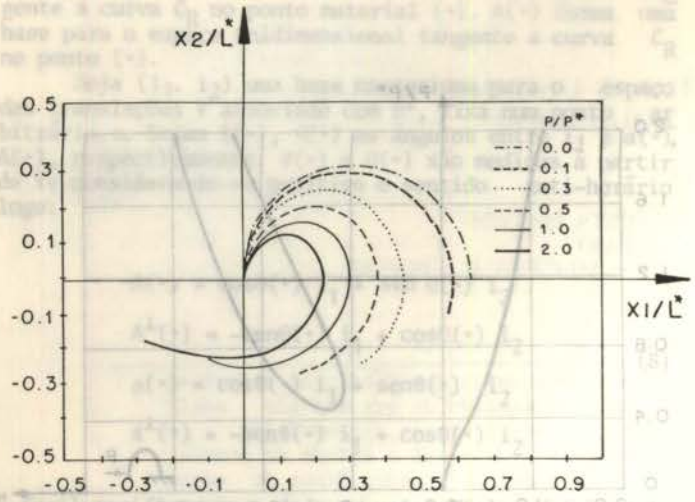


Figura 4

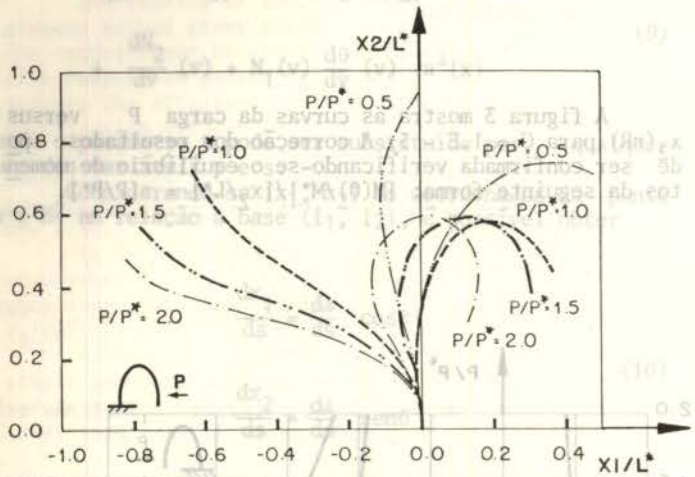


Figura 5

Para uma análise completa resta estudar-se a estabilidade das configurações obtidas. Trata-se de uma questão importante e que não é trivial. Este estudo não será apresentado, ficando como sugestões para futuros trabalhos.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho contou com o suporte financeiro da FINEP e do CNPq.

REFERÊNCIAS

[1] Mattos, H.:Método do Tiro na Resolução de Estruturas Unidimensionais. Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica da PUC/RJ, 1984.

[2] Almeida, M.P. - Sampaio, R.: Flambagem de Barras Extensíveis. COBEM 83.

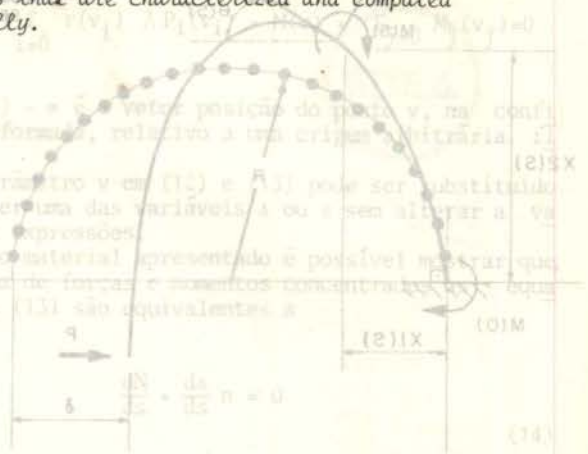
[3] Do Carmo, M.P.: Differential Geometry of Curves and Surfaces.Prentice-Hall, 1976.

[4] Stoer, J. -Bulirsch, R.: Introduction to Numerical Analysis. Springer-Verlag, 1980.

SUMMARY

An exact theory to model plane large deformation of rods in presented. The problem is reduced to solve a system of ordinary differential equations with boundary values, what is done in a systematic fashion using a shooting method.

The problems dealt with generally show multiple solutions that are characterized and computed numerically.



VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

UM ALGORITMO DE GRADIENTE CONJUGADO MODIFICADO PARA ANÁLISE DE TORRES ESTAIADAS

CARLOS ARAKEN BONIFÁCIO COELHO
JOSÉ HERSKOVITS NORMAN
PEM — COPPE/UFRJ

No presente trabalho é proposto um algoritmo iterativo com base no método do gradiente conjugado para a minimização do funcional de energia potencial elástica de estruturas treliçadas com elementos resistentes a esforços em um só sentido. Sempre são obtidas direções de descenso, fato que garante a solução do problema, a qual é obtida em um número finito de iterações. São resolvidos exemplos de aplicações, constatando-se que, o esforço computacional não supera em muito o necessário para se analisar uma torre metálica convencional de mesmo porte.

INTRODUÇÃO.

Neste trabalho se desenvolve um procedimento iterativo para minimizar o funcional de energia potencial elástica de estruturas treliçadas que apresentam cabos como elementos integrantes. Este funcional é seccionalmente quadrático, sendo contínuo e possuindo primeira derivada contínua.

O procedimento proposto é uma modificação do método do Gradiente Conjugado para minimização de funções quadráticas, garantindo-se a convergência do mesmo em um número finito de iterações.

O FUNCIONAL DE ENERGIA.

A seguir apresentaremos uma expressão do funcional elástico das estruturas em considerações.

Seja $U \in R^n$ o vetor de deslocamentos nodais externos; B_i são matrizes que relacionaram deformações nos elementos com os deslocamentos nodais, A_i são matrizes de compatibilidade nodais, nas quais cada linha está formada por elementos nulos, exceto um único termo correspondente à unidade e cuja localização identifica as componentes do vetor U associadas a cada grau de liberdade do cabo i, e λ_i são matrizes de mudança de base do sistema global de coordenadas para o sistema local. Dado um estado de deslocamentos U, designaremos como I(U) o conjunto de cabos com alongamento negativo sendo: $I(U) = \{ i / C_i^T U < 0 \}$ com $C_i = B_i \lambda_i A_i$. (1)

Consideremos $K_o \in R^{n \times n}$ uma matriz de rigidez global fictícia, na qual se supõe que todos os elementos resistem a esforços nos dois sentidos e $K_i \in R^{n \times n}$ $i = 1,\ldots,nc$, com nc sendo o número de cabos, são matrizes que representam a contribuição em K_o, de todos os cabos e f o vetor de carregamentos nodais externos.

Para cada vetor U considerado o funcional elástico $\Psi(U)$ é dado por:

$$\Psi(U) = \frac{1}{2} U^T K(U) U - f^T U \qquad (2.a)$$

onde:

$$K(U) = K_o - \sum_{i \in I(U)} K_i \qquad (2.b)$$

Veremos que $\Psi(U)$ é seccionalmente quadrático e contínuo, apresentando $\nabla\Psi(U)$ também contínuo.

Da expressão (1) conclui-se que as diferentes seções quadráticas estão delimitadas pelos hiperplanos $C_i^T U = 0$, $i = 1,\ldots,nc$.

A continuidade pode ser mostrada ao se analisar na fronteira $C_i U = 0$ para um cabo j. O alongamento sendo zero a força $K_j U$ neste cabo também será zero.

Assim: $K(U)U = \left[K_o - \sum_{i \in I(U)} K_i \right] U =$

$$= \left[K_o - \sum_{i \in I(U)} K_i \right] U - \overbrace{K_j U}^{0} \qquad (3)$$

Conclui-se que tanto $\Psi(U)$ como $\nabla\Psi(U)$ são funções contínuas de U, sendo as descontinuidades verificadas apenas na derivada 2ª.

O MÉTODO DO GRADIENTE CONJUGADO.

Seja o problema de minimizar $(X) = \frac{1}{2} X^T Q X - V^T X$, $x \in R^n$ (4) onde Q é uma matriz simétrica e positiva definida; x é um vetor de incógnitas e V um vetor de termos constantes. Tem-se quando X^* é um ponto de mínimo que: $\nabla\Psi(X^*) = QX^* - V = 0$, e, daí, $QX^* = V$ (5)

Então a solução do problema (4) é idêntica à solução do sistema de equações lineares (5).

O método do gradiente conjugado é de grande aplicação na solução do problema (4), apresentando várias vantagens sobre os métodos de resolução direta de sistemas. É um método de direções conjugadas [1] no qual as direções de descida são obtidas a partir dos sucessivos gradientes da função à medida que o método progride. O algoritmo do gradiente conjugado realiza os seguintes passos:

Passo 0: Iniciar com $X^o \in R^n$ e definir o vetor direção. $d^o = -g^o = V - QX^o$ (6) onde g^o é o gradiente da função no ponto X^o.

Fazer m = 0

Passo 1: Calcular:

$$\alpha^m = \frac{-g^{mT} d^m}{d^{mT} Q d^m} \quad (7)$$

Passo 2: Calcular o novo ponto:

$$X^{m+1} = X^m + \alpha^m d^m \quad (8)$$

Passo 3: Calcular

$$\beta^m = \frac{g^{T}_{m+1} Q d^m}{d^{mT} Q d^m} \quad (9)$$

Passo 4: Calcular a nova direção

$$d^{m+1} = -g^{m+1} + \beta^m d^m \quad (10)$$

Fazer m = m+1

Retornar a (1)

Mostra-se que a solução exata X^* é obtida após n, passos [1]. É importante destacar que as direções d^m dadas pelos método são direções de descida da função e o passo α^m corresponde a uma minimização exata segundo d^m. Estes fatos são os que garantem a convergência global do método.

ALGORITMO PARA ANÁLISE DAS ESTRUTURAS EM CONSIDERAÇÃO.

Na análise destas estruturas, vimos que o funcional de energia é seccionalmente quadrático, porém contínuo e com gradiente contínuo.

A modificação básica que se faz no algoritmo do gradiente conjugado ocorre na minimização exata realizada na busca linear.

Os passos do algoritmo aplicado ac problema (1) são:

Passo 0: Iniciar com U^o não nulo e $U^o \in R^n$ e definir o vetor direção $d^o = -g^o = f - K(U^o)$, onde g^o é o gradiente da função no ponto U^o.

Passo 1: Realizar a minimização exata de $\Psi(U)$ na direção d^m.

Passo 2: Calcular o novo ponto: $U^{m+1} = U^m + \alpha^m d^m$.

Passo 3: Calcular $\beta^m = \frac{g^{m+1} K(U^{m+1}) d^m}{d^{mT} K(U^{m+1}) d^m}$

Passo 4: Calcular a nova direção:

$$d^{m+1} = -g^{m+1} + \beta^m d^m$$

Fazer m = m + 1

Retornar a (1)

Em virtude do funcional de energia não ser mais estritamente quadrático, as direções d^m geradas pelo algoritmo não constituem mais um conjunto de direções conjugadas, e o mínimo, em geral não será achado em n iterações. Porém, cada direção calculada é conjugada da anterior com referência a $K(U^m)$ no ponto U em consideração. É possível demonstar que a partir de uma certa iteração, $K(U^m)$ permanece constante, o que implica que a solução do sistema será calculada mediante um número finito de iterações.

ALGORITMO PARA BUSCA LINEAR.

Consideremos $U(t) = U^m + t\, d^m$; as descontinuidades se produzirão para valores de t_i tais que: $C_i^T U(t) = 0$, ou seja: $C_i^T U^m + t\, C_i^T d^m = 0$, donde

$$t_i = - \frac{C_i^T U^m}{C_i^T d^m} .$$

Seja $t^* \in [t_{i-1}, t_i]$ onde $t_o = 0$, e $\{ t_1, t_2, t_3, \ldots, t_{nc} \}$ o conjunto dos t_i positivos ordenados de forma crescente. Então α que dá a minimização exata é dado por:

$$\alpha = -g^{mT} d^m / d^{mT} K(U(t^*)) d^m \text{ com}$$

$$g^m = K(U(t^*))\, U^m - f.$$

EXEMPLOS DE APLICAÇÃO.

O exemplo da figura 1 é um modelo simplificado de uma torre estaiada, em "V" de crescente utilização nas linhas de transmissão de energia, com altas voltagens e o exemplo da figura 2 também é uma simplificação de uma torre estaiada utilizada em linhas de transmissão de baixa voltagem [2].

Ambos foram resolvidos num computador Burroughs B6700.

DADOS DA FIGURA 1.

Área Transversal dos cabos - $5.1 cm^2$

Área Transversal das barras - $17.2 cm^2$

Módulo de Young das barras - $2.1 \times 10^6 kg^*/cm^2$

Módulo de Young dos cabos - $2.1 \times 10^6 kg/cm^2$

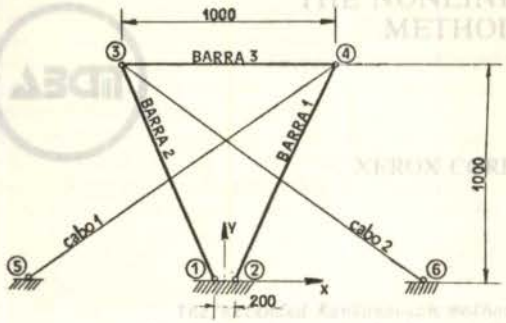
Carregamentos F = 1000kg*

Dimensões lineares em cm.

ELEMENTO	ESFORÇO EM Kg*
Barra 1	- 1077.
Barra 2	- 1077.
Barra 3	- 1100.
Cabo 1	0.
Cabo 2	0.
Cabo 3	2062.
Cabo 4	2062.

Tempo de processamento para solução do sistema de equações:

Procedimento Proposto: 0.117 segundos
Fatoração de Cholesky: 0.083 segundos



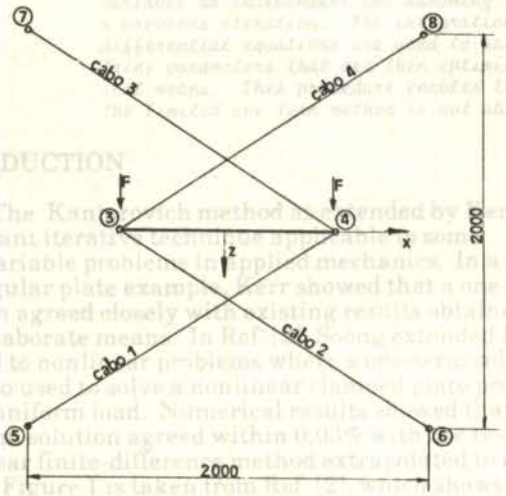
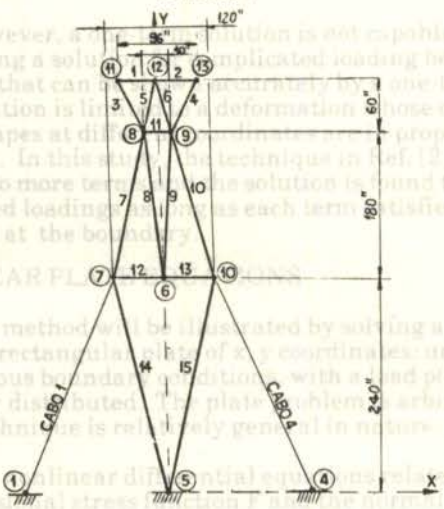


FIGURA 1



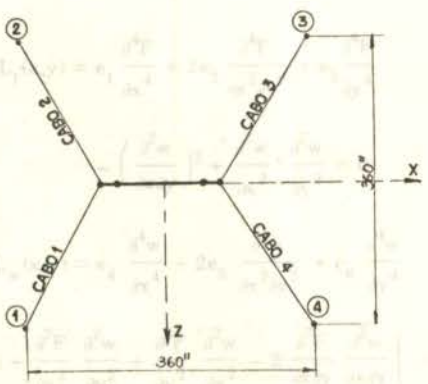


FIGURA 2

DADOS DA FIGURA 2.

Áreas tranversais:

Barras 1,2,3,4,5, e 6 = 1.5 in^2

Barras 7,8,9 e 10 = 3 in^2

Barra 11 = 1 in^2

Barras 12 e 13 = 2 in^2

Barras 14 e 15 = 8 in^2; Todos os cabos = 3 in^2

Módulos de Young de todos os membros: $1.x10^7$ $\ell b/in^2$

Carregamento: 50000 ℓb no nó 12 direção X

ELEMENTO	ESFORÇO EM KIPS
Barra 1	0.
Barra 2	0.
Barra 3	0.
Barra 4	0.
Barra 5	79.04
Barra 6	-79.04
Barra 7	102-44
Barra 8	-25.17
Barra 9	25.17
Barra 10	-102.44
Barra 11	0.
Barra 12	52.78
Barra 13	47.22
Barra 14	-34.36
Barra 15	-103.08
Cabo 1	124.72
Cabo 2	124.72
Cabo 3	0. (cabo removido)
Cabo 4	0. (cabo removido)

Tempo de processamento para solução do sistema de equações:

Procedimento proposto = 0.1833 segundos
Fatoração de Cholesky = 0.15 segundos

CONCLUSÕES.

Conclui-se, pela observação dos resultados, que o esforço computacional necessário para a análise das estruturas, com elementos resistentes a esforços em um só sentido pelo procedimento aqui proposto não é muito superior ao necessário para se analisar uma estrutura convencional de mesmo porte pela fatoração de Cholesky.

Sendo um método que utiliza direções de descenso e realiza uma minimização exata na busca linear, é possível mostrar a convergência do método à solução do problema.

Embora não mencionado anteriormente, o procedimento pode ser utilizado na análise de estruturas com apoios unilaterais.

REFERÊNCIAS.

1 LUENBERGER, D.G. - "Introduction to Linear and Non Linear Programming", Addison-Wesley, Publishing Company, 1973.

2 KING, Ian P., "A Computer Program For Analysis of Guyed Transmission Towers", Computes & Structures, vol.2, Pergamon Press, Great Britain, 1972.

SUMMARY.

This work presents an iterative algorithm that minimizes seccional quadratics functions. This is usefull in the analysis of guyed towers and structures with unilateral supports.

THE NONLINEAR EXTENDED KANTOROVICH METHOD WITH MULTIPLE TERMS

T.C. SOONG
XEROX CORPORATION, ROCHESTER, N.Y., USA

SUMMARY

The extended Kantorovich method of multiple-terms applies to nonlinear problems with more complicated loading, which its one-term counterpart is not able to solve. The original partial differential equations are here reduced to ordinary differential equations by retaining only one variable as independent and assuming that the rest of the variables of the solution are known from a previous iteration. The integration constants from the complementary solution of the ordinary differential equations are used to satisfy boundary conditions and this particular solution contains parameters that are then optimized to satisfy the original differential equations by numerical means. This procedure enables the extended method to cope with complicated loading, which the limited one-term method is not able to represent.

INTRODUCTION

The Kantorovich method as extended by Kerr [1] is an elegant iterative technique applicable to some multivariable problems in applied mechanics. In a clamped rectangular plate example, Kerr showed that a one-term solution agreed closely with existing results obtained by more elaborate means. In Ref. [2], Soong extended Kerr's method to nonlinear problems where a one-term solution was also used to solve a nonlinear clamped plate problem under uniform load. Numerical results showed that his one-term solution agreed within 0.03% with the result of a nonlinear finite-difference method extrapolated to infinite nodes. Figure 1 is taken from Ref. [2], which shows correlation of the one-term solution with other earlier works.

However, a one-term solution is not capable of representing a solution for complicated loading because the deflection that can be shown accurately by a one-term representation is limited to a deformation whose cross section shapes at different coordinates are in proportion to each other. In this study, the technique in Ref. [2] is extended to more terms and the solution is found to apply to complicated loadings as long as each term satisfies the conditions at the boundary.

NONLINEAR PLATE EQUATIONS

The method will be illustrated by solving a nonlinear rectangular plate of x, y coordinates, under homogeneous boundary conditions, with a load p(x,y) arbitrarily distributed. The plate problem is arbitrary, but the technique is relatively general in nature.

The nonlinear differential equations related to the nondimensional stress function F and the normal displacement w are:

$$L_f(x,y) = e_1 \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2e_2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + e_3 \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \qquad (1)$$

$$L_w(x,y) = e_4 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2e_5 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + e_6 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - \left[p(x,y) + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] = 0 \qquad (2)$$

where the coefficients are related to the dimension and physical properties of the plate.

Equation (1) is the compatibility equation where the stress function F defines the stress resultants by

$$(N_x, N_y, N_{xy}) = (\partial^2 F/\partial y^2, \partial^2 F/\partial x^2, -\partial^2 F/\partial x \partial y). \qquad (3)$$

We shall reserve P as a function of x only and Q as a function of y only. F and w are expressed as finite sums of the product of P and Q such that

$$F(x,y) = \sum_{k=1}^{N_k} P_{f,k}(x) Q_{f,k}(y) = \sum_{k=1}^{N_k} P_{f,k} Q_{f,k} \qquad (4)$$

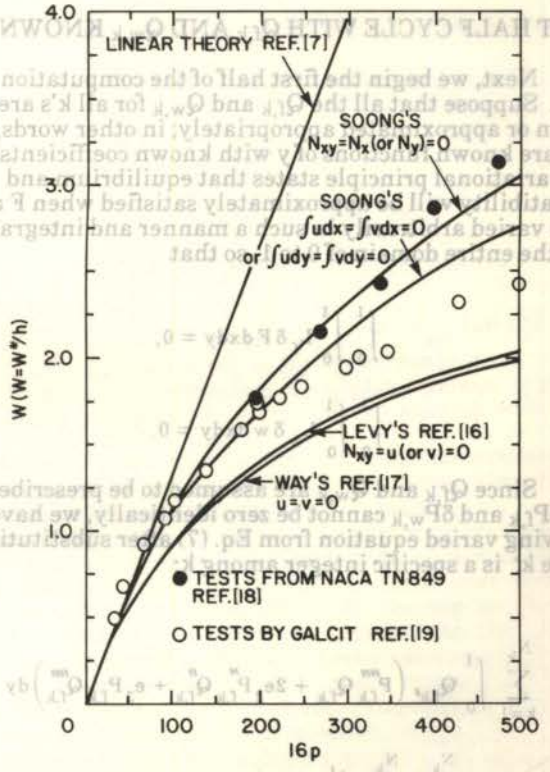


Figure 1. Center Deflections versus Pressure of Square Plate with Edges Clamped and Different In-Plane Constraints. In the Two Curves Produced by Soong, $\ell = 5$ and $\nu = 0.33$. Reproduced from Ref. [2].

$$w(x,y) = \sum_{k=1}^{N_k} P_{w,k}(x)\,Q_{w,k}(y) = \sum_{k=1}^{N_k} P_{w,k}\,Q_{w,k}$$

where the subscript after the prime (′) denotes a serial index, and N_k is the maximum number of terms to be taken.

Substituting Eq. (4) into Eqs. (1) and (2) yields

$$L_f(x,y) = e_1 \sum_{k=1}^{N_k} P''''_{f,k}\,Q_{f,k} + 2e_2 \sum_{k=1}^{N_k} P''_{f,k}\,Q''_{f,k} + e_3 \sum_{k=1}^{N_k} P_{f,k}\,Q''''_{f,k}$$

$$-\left(\sum_{k=1}^{N_k} P'_{w,k}\,Q'_{w,k}\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^{N_k} P''_{w,k}\,Q_{w,k}\right)\left(\sum_{k=1}^{N_k} P_{w,k}\,Q''_{w,k}\right) = 0 \tag{5}$$

and

$$L_w(x,y) = e_4 \sum_{k=1}^{N_k} P''''_{w,k}\,Q_{w,k} + 2e_5 \sum_{k=1}^{N_k} P''_{w,k}\,Q''_{w,k} + e_6 \sum_{k=1}^{N_k} P_{w,k}\,Q''''_{w,k}$$

$$-\left[p(x,y) + \left(\sum_{k=1}^{N_k} P''_{f,k}\,Q_{f,k}\right)\left(\sum_{k=1}^{N_k} P_{w,k}\,Q''_{w,k}\right)\right.$$

$$\left.+\left(\sum_{k=1}^{N_k} P_{f,k}\,Q''_{f,k}\right)\left(\sum_{k=1}^{N_k} P''_{w,k}\,Q_{w,k}\right)\right.$$

$$\left.-2\left(\sum_{k=1}^{N_k} P'_{f,k}\,Q'_{f,k}\right)\left(\sum_{k=1}^{N_k} P'_{w,k}\,Q'_{w,k}\right)\right] = 0$$

where the prime superscript indicates differentiation with respect to the respective variables x or y where appropriate.

FIRST HALF CYCLE WITH $Q_{f,k}$ AND $Q_{w,k}$ KNOWN

Next, we begin the first half of the computation cycle. Suppose that all the $Q_{f,k}$ and $Q_{w,k}$ for all k's are known or approximated appropriately; in other words, they are known functions of y with known coefficients. The variational principle states that equilibrium and compatibility will be approximately satisfied when F and w are varied arbitrarily in such a manner and integrated over the entire domain of 0 to 1, so that

$$\int_0^1 \int_0^1 L_f\,\delta F\,dx\,dy = 0, \tag{7}$$

$$\int_0^1 \int_0^1 L_w\,\delta w\,dx\,dy = 0. \tag{8}$$

Since $Q_{f,k}$ and $Q_{w,k}$ are assumed to be prescribed and $\delta P_{f,k}$ and $\delta P_{w,k}$ cannot be zero identically, we have the following varied equation from Eq. (7) after substitution, where k′ is a specific integer among k;

$$\sum_{k=1}^{N_k} \int_0^1 Q_{f,k'}\left(P''''_{f,k}\,Q_{f,k} + 2e_2 P''_{f,k}\,Q''_{f,k} + e_3 P_{f,k}\,Q''''_{f,k}\right)dy$$

$$-\sum_{k_1=1}^{N_k}\sum_{k_2=1}^{N_k} \int_0^1 Q_{f,k'}\left(P'_{w,k_1}\,P'_{w,k_2}\,Q'_{w,k_1}\,Q'_{w,k_2}\right.$$

$$\left.-P''_{w,k_1}\,P_{w,k_2}\,Q_{w,k_1}\,Q''_{w,k_2}\right)dy = 0$$

$$k' = 1,2,\ldots N_k \tag{9}$$

This can be simply written as

$$\sum_{k=1}^{N_k}\left(c_{fx1,k'k}\,P''''_{f,k} + c_{fx2,k'k}\,P''_{f,k} + c_{fx3,k'k}\,P_{f,k}\right)$$

$$= \sum_{k_1=1}^{N_k}\sum_{k_2=1}^{N_k}\left(c_{fx4,k'k_1k_2}\,P'_{w,k_1}\,P'_{w,k_2} - c_{fx5,k'k_1k_2}\,P''_{w,k_1}\,P_{w,k_2}\right)$$

$$k' = 1,2,\ldots N_k \tag{10}$$

where the c_{fx} coefficients are integrations of the Q's from 0 to 1 according to Eq. (9).

The technique is to represent the left-hand side of Eq. (10) to a Fourier series of unknown coefficients and this series is then made to be equal to the right-hand side of Eq. (10) as in the following,

$$\sum_{k=1}^{N_k}\left(c_{fx1,k'k}\,P''''_{f,k} + c_{fx2,k'k}\,P''_{f,k} + c_{fx3,k'k}\,P_{f,k}\right) = \sum_{m=0}^{N_m} a_{fx,k'm}\cos(m\pi x)$$

$$k' = 1,2,\ldots N_k \tag{11}$$

and

$$\sum_{m=0}^{N_m} a_{fx,k'm}\cos(m\pi x) = \sum_{k_1=1}^{N_k}\sum_{k_2=1}^{N_k}\left(c_{fx4,k'k_1k_2}\,P'_{w,k_1}\,P'_{w,k_2}\right.$$

$$\left.-c_{fx5,k'k_1k_2}\,P''_{w,k_1}\,P_{w,k_2}\right)$$

$$k' = 1,2,\ldots N_k \tag{12}$$

For an unsymmetric problem, the Fourier series may have to be a complete series.

Similarly, Eq. (6) is treated in the same manner and we have,

$$\sum_{k=1}^{N_k}\left(c_{wx1,k'k}\,P''''_{w,k} + c_{wx2,k'k}\,P''_{w,k} + c_{wx3,k'k}\,P_{w,k}\right) =$$

$$\sum_{m=0}^{N_m} a_{wx,k'm}\cos(m\pi x)$$

$$k' = 1,2,\ldots N_k \tag{13}$$

and

$$\sum_{m=0}^{N_m} a_{wx,k'm}\cos(m\pi x) = \sum_{k_1=1}^{N_k}\sum_{k_2=1}^{N_k}\left(c_{wx4,k'k_1k_2}\,P_{f,k_1}\,P''_{w,k_2}\right.$$

$$+ c_{wx5,k'k_1k_2}\,P_{f,k_1}\,P''_{w,k_2}$$

$$\left.-2\,c_{wx6,k'k_1k_2}\,P'_{f,k_1}\,P'_{w,k_2}\right) + \int_0^1 Q_{w,k'}\,p(x,y)\,dy$$

$$k' = 1,2,\ldots N_k \tag{14}$$

SOLUTION

The complementary solution of the general solution of Eqs. (11) and (13) will contain four integration constants that shall be used to satisfy the boundary conditions as a function of the Fourier coefficients. After substituting them into Eqs. (12) and (14), we have $2N_k$ nonlinear functions of x with Fourier coefficients, a_{fx} and a_{wx}, as unknowns. By integration with weight functions added, we can solve a_{fx} and a_{wx} by numerical methods, such as the Newton-Raphson method. This is the solution of the first half cycle wherein the Q's are assumed and the P's are to be found. The next half cycle is to find the appropriate Q's with the newly derived P's. By alternately iterating P(x) and Q(y) until the a_{fx}, a_{wx}, a_{fy}, and a_{wy} coefficients are stabilized, we have the solution of the plate problem.

REFERENCES

[1] Kerr, A.D., "An Extension of the Kantorovich Method," Quarterly of Applied Mathematics, V. XXVI, No. 2, (1978), pp. 219-229.

[2] Tsai-Chen Soong, "A Procedure of Applying the Extended Kantorovich Method to Nonlinear Problems," Journal of Applied Mechanics, Transactions of ASME, V. 39 (1972), pp. 927-934.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

A SIMPLE QUADRILATERAL ASSUMED-STRESS HYBRID FINITE ELEMENT FOR THE ANALYSIS OF LAMINATED PLATES AND SHELLS

HELY RICARDO COSTA SÁVIO
MÁRIO KATAOKA FILHO
EMBRAER, SP

ABSTRACT

The formulation of a 4-node general quadrilateral multilayer plate/flat shell element is shown based on an assumed-stress hybrid model. A comparison of results with known solutions, with predictions from a high-order assumed-stress hybrid special-purpose element and with predictions from an element available in a commercial package finite element program is made and excellent accuracy in predicting both displacement and stresses is observed.

1. INTRODUCTION

The assumed-stress hybrid model was first introduced by Pian in the early sixties [1] and has since been applied to the most diverse areas in continuum mechanics [2,3], all of which attesting to the model being a very effective and accurate tool. It has been proven to give improved accuracy for displacement and stress solutions and to be more accurate and efficient for elastic-plastic and creep analyses than the conventional assumed displacement method [4].

It is an effective scheme for reducing the severe constraints for the strain components that appear in the conventional assumed displacement finite element method in some limiting cases [3], like the solution of problems of nearly incompressible materials [5], thin plates with transverse shear [6,7,8,9], and membrane strain constraints on curved beams and shells [10,11].

The flexibility in tayloring element stress distributions is one of the main advantages of the model in the analysis of laminated plates and shells. The stress field can be assumed in such a way as to intrinsically satisfy the interlayer traction reciprocity and it is particularly useful in the derivation of special-purpose elements with stress distributions inherently satisfying traction-free boundary conditions [12].

It is our intent in section 2 of the present work, to briefly describe the formulation of a hybrid-stress 4-node multilayer plate/flat shell element.

In section 3 some example problems are presented, in which comparisons with known solutions, with predictions from a high-order assumed-stress hybrid special-purpose element and predictions from the element QUAD4 of the commercial package of NASTRAN [13,14], is made. Element QUAD4 is a 4-node quadrilateral isoparametric assumed displacement based element with transverse shear effects included. Selective / reduced integration is performed to avoid "locking" problems therefore rendering the element equivalent to an element formulated in terms of a mixed model [15, 16].

2. FORMULATION

In this section an assumed-stress hybrid finite element, here called MLQSH1, is derived based on a modified complementary energy principle wherein a stress field is assumed inside the element and a displacement field is assumed along the interelement boundary.

A displacement field which includes transverse shear deformation effects has been incorporated into MLQSH1 element. The boundary displacement assumption, which maintains the interelement displacement compatibility, is expressed in terms of translational degrees-of-freedom u,v,w and independently assumed rotational degrees-of-freedom Θ_x and Θ_y, chosen at each of the element four nodes. This boundary displacement field therefore, allows an uniform rotation of the cross section of the laminate, not necessarily normal to the plate midsurface. The total number of degrees-of-freedom for the 4-node element MLQSH1 is 20, independent of the number of layers.

In the formulation of an element based on the assumed-stress hybrid model, the stress distribution in the interior of the element is expressed in terms of a finite number of stress parameters such that equilibrium is satisfied. In the present approach, the stresses within each layer are related to a set of stress parameters associated with the entire laminate. This is accomplished by first expressing the in-plane strains ε_x, ε_y and γ_{xy} for the laminate as

$$\varepsilon_x = \beta_1+\beta_4 x+\beta_7 y+ z(\beta_{10}+\beta_{13} x+\beta_{16} y)$$

$$\varepsilon_y = \beta_2+\beta_5 x+\beta_8 y+ z(\beta_{11}+\beta_{14} x+\beta_{17} y)$$

$$\gamma_{xy} = \beta_3+\beta_6 x+\beta_9 y+ z(\beta_{12}+\beta_{15} x+\beta_{18} y)$$

where β_i, i= 1,18 are those stress parameters mentioned above.
The in-plane stresses σ_x^i, σ_y^i and τ_{xy}^i for the ith layer are then obtained using the constitutive relationship corresponding to a plane stress state. The remaining stresses τ_{xz}^i, τ_{yz}^i (note that σ_z^i will be identically zero for the present element), are obtained by integrating the equilibrium equations, therefore yielding an equilibrating stress field.
These integrations originate 2 constants of integration per layer which are chosen such that reciprocating tractions are obtained throughout interlayer boundaries and the stress-free conditions at the top and bottom of the laminate are exactly satisfied. At the end, 16 will be the total number of stress parameters for the present element MLQSH1. Since these stress parameters are independent from one element to another they are eliminated at the level of element formulation producing an element stiffness matrix. This matrix will be dealt with in the same way as an assumed displacement finite element model. More details of this formulation may be found, for example, in the works by Spilker [17], Spilker et al [18], Nishioka

and Atluri [19], and Kataoka Filho [20].

3. EXAMPLE PROBLEMS AND NUMERICAL RESULTS

The first example problem considered is of a square plate of side length, a, with two layers of the same thickness, h/2, and same material, as given in Figure 1. The principal material directions are - θ for layer 1 and + θ for layer 2 (this fiber orientation is with respect to the global x-axis). The plate is simply-supported on all four edges such that displacements normal to the edge are not permitted, but motion in a direction parallel to the boundaries is permitted. Figure 1 shows the material properties, dimensions, loading and geometry of the structure.

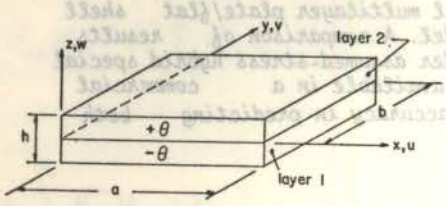


Figure 1 - Nomenclature and geometric definition of 2-layer angle-ply plate problem.

To assess the effects of the fiber orientation upon the finite element solution, a series of results was obtained for the orientation angles ± θ = 5°, 15°, 25°, 35° and 45°. Comparisons are shown in table 1 for displacement u at x=a/2, y=0, displacement v at x=0, y=a/2 and displacement w at x=a/2, y=a/2 obtained using the hybrid-stress element MLQSH1 and element QUAD4 of NASTRAN. An exact solution based on the classical laminated plate theory is presented by Whitney [21]. A 10-by-10 mesh has been used to model the entire plate since symmetry conditions could not be invoked here because of the existing bending/stretching coupling in this non-symmetric laminate. As we may observe in table 1 the results presented by the two elements are very close to the exact solution (this is a very thin plate, h/a = 0.02). Only minute variations are noticed as the material orientation angles are varied.

The next problem considered is of a semi-infinite strip under cylindrical bending. The strip has width L in the x-direction and infinite length in the y-direction, as shown in Fig. 2. It is of cross-ply construction, has total thickness H and all layers are of the same thickness. Three cases were selected from this problem for studies, as described later. In all cases selected, as a result of symmetry, the finite element analysis is carried out over only one half span which is subdivided into N equal elements along the x-direction. The boundary conditions require that w=0 at x=0 (simple-support) and u=0 at x=L/2 (symmetry condition). For all cases studied the material properties were

$$E_{11} = 25\times10^6 \text{ psi} \; ; \; E_{22} = 1\times10^6 \text{ psi} \; ; \; G_{12} = 0.5\times10^6 \text{ psi}$$

$$G_{23} = 0.2\times10^6 \text{ psi} \; ; \; \nu_{12} = \nu_{23} = 0.25$$

The elasticity solution for this plane-strain problem has been obtained by Pagano [22].

For comparison purposes we also show, in the results, the predictions by the high-order assumed-stress hybrid special-purpose element derived by Spilker [23], here called ML2DH1, and element QUAD4 of NASTRAN [14].

Table 1 - Effect of fiber orientation angle, ±θ, on the accuracy of finite element results, for a 2 layer square plate under uniform load (10X10 mesh).

θ	ELEMENT	U/U_{exact}	V/V_{exact}	W/W_{exact}
±5°	MLQSH1	0.9950	1.0294	0.9742
	QUAD4	0.9904	1.0216	0.9807
±15°	MLQSH1	0.9938	1.0181	0.9773
	QUAD4	0.9884	1.0066	0.9728
±25°	MLQSH1	0.9939	1.0153	0.9872
	QUAD4	0.9876	1.0030	0.9762
±35°	MLQSH1	0.9965	1.0156	0.9952
	QUAD4	0.9919	1.0014	0.9816
±45°	MLQSH1	0.9966	1.0162	0.9966
	QUAD4	0.9865	1.0011	0.9865

where, U = in-plane displacement, x-direction at x=a/2 and y=0
V = in-plane displacement, y-direction at x=0 and y=a/2
W = out-of-plane displacement at the center of the plate (x=a/2, y=a/2)

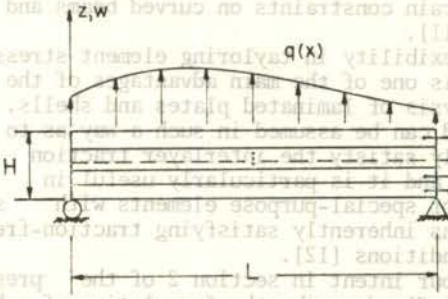


Figure 2 - Nomenclature and geometric definition of semi-infinite strip under cylindrical bending problem.

The first case considered for the cylindrical bending problem is of a 3-layer strip (0/90/0) under a sinusoidal transverse load $q(x)=q_o \sin \pi x/L$ where q_o=100 psi, L= 60 in and H is chosen to achieve certain H/L values. The behavior of the centerline mid-span transverse displacement as a function of H/L (using a 10 element mesh) is shown in Figure 3. Both elements show excellent agreement with the elasticity solution up to a value of H/L = 0.25. Beyond this value the finite element solution begins to deviate from the elasticity solution.
Slightly better results are predicted by element MLQSH1 when compared to element QUAD4.

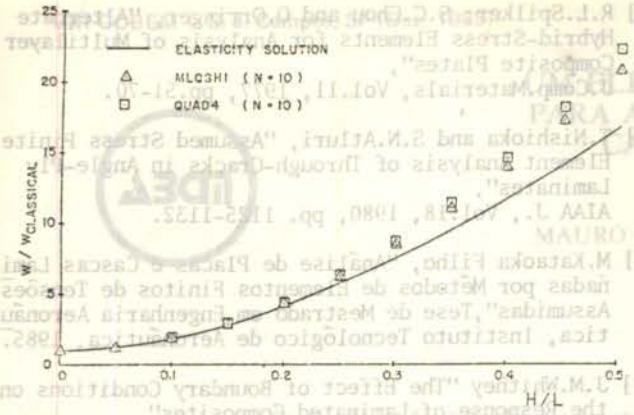


Figure 3 - Predicted versus elasticity solution for the center transverse displacement as a function of thickness ratio H/L.

The second case studied in the cylindrical bending problem is also for a 3-layer (0/90/0) strip but subject to an uniform transverse load $q(x) = p_o = 100$ psi ; L= 60 in ; H/L= 0.1. An 8-element mesh is chosen to quarantee that convergence of the stress distributions has been obtained. While the high-order hybrid stress element ML2DH1 shows excellent agreement with the elasticity solution, both elements MLQSH1 and QUAD4 show excellent agreement with the classical lamination theory solution (CLT solution), as shown in Fig. 4.

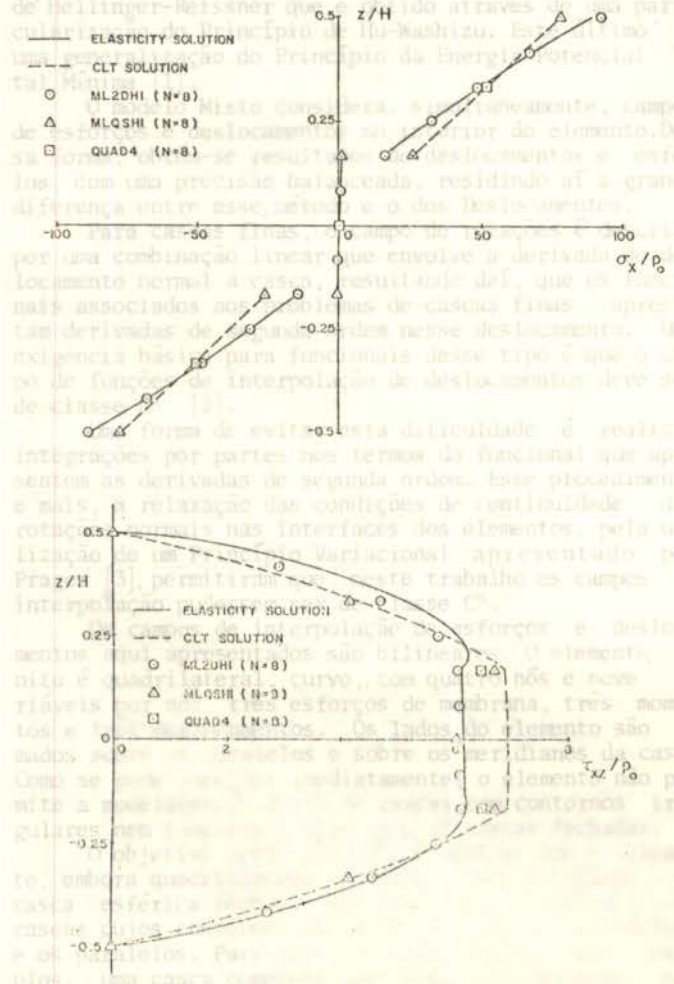


Figure 4 - Comparison of finite element, elasticity and classical solutions for the through-thickness distributions for a 3-layer (0/90/0) laminate with H/L=0.1.

The third and last case studied in the cylindrical bending problem is of a 2-layer (0/90) strip, subject to an uniform transverse load $q(x) = p_o = 100$ psi; L = 24 in ; H/L = 0.25. An 8-element mesh is chosen to guarantee convergence of the stress distributions. Unfortunately results for element QUAD4 cannot be shown due to present (NASTRAN version 64, November 1984) limitations of this element in dealing with non-symmetric laminates. Element ML2DH1 shows excellent agreement with the elasticity solution for both stresses σ_x and τ_{xz} as shown in Figure 5. Element MLQSH1 still shows excellent agreement with the classical solution for stress σ_x and shows good agreement with the elasticity solution for stress τ_{xz}.

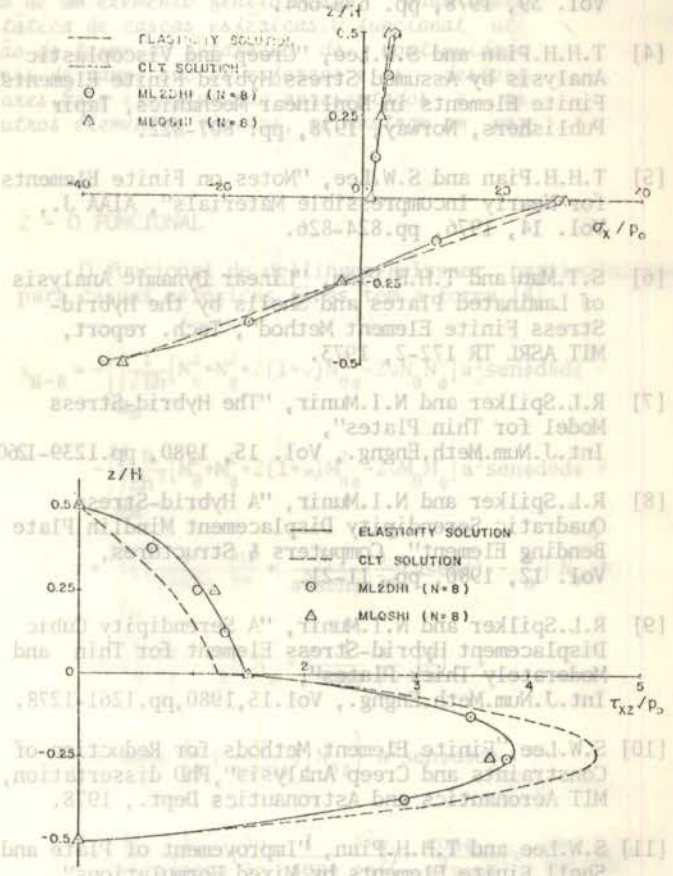


Figure 5 - Comparison of finite element, elasticity and classical solutions for the through-thickness distributions for a 2-layer (0/90) laminate with H/L=0.25.

4. CONCLUDING REMARKS

The formulation of a simple, but effective, laminated plate/flat shell element is shown based on an assumed-stress hybrid model. The transverse shear effects, as well as the coupling effects of stretching and bending, are included. The element may be applied to the analysis of laminated plates and shells composed of an arbitrary number of layers, and arbitrary material properties and material directions within each layer.

Although the examples given are plate problems only, the element is implemented in such a way as to also permit the modelling of laminated shells. The ability of the element to reproduce curved-shell behavior in a faceted model has been proven elsewhere [20, 24].

The obtained numerical results, showing excellent

accuracy, lead to the conclusion that element MLQSH1 competes most favorably with the element QUAD4 included in the commercial package of NASTRAN.

REFERENCES

[1] T.H.H.Pian, "Derivation of Element Stiffness Matrices by Assumed Stress Distributions",AIAA J., Vol. 2, 1964, pp. 1333-1336.

[2] T.H.H.Pian and P.Tong, "Finite Element Methods in Continuum Mechanics", in Advances in Applied Mechanics, Academic Press, 1972, pp. 1-58.

[3] T.H.H.Pian, "Variational and Finite Element Methods in Structural Analysis", RCA Review, Vol. 39, 1978, pp. 648-664.

[4] T.H.H.Pian and S.W.Lee, "Creep and Viscoplastic Analysis by Assumed Stress Hybrid Finite Elements", Finite Elements in Nonlinear Mechanics, Tapir Publishers, Norway, 1978, pp. 807-822.

[5] T.H.H.Pian and S.W.Lee, "Notes on Finite Elements for Nearly Incompressible Materials", AIAA J., Vol. 14, 1976, pp.824-826.

[6] S.T.Mau and T.H.H.Pian, "Linear Dynamic Analysis of Laminated Plates and Shells by the Hybrid-Stress Finite Element Method", Tech. report, MIT ASRL TR 172-2, 1973.

[7] R.L.Spilker and N.I.Munir, "The Hybrid-Stress Model for Thin Plates", Int.J.Num.Meth.Engng., Vol. 15, 1980, pp.1239-1260.

[8] R.L.Spilker and N.I.Munir, "A Hybrid-Stress Quadratic Serendipity Displacement Mindlin Plate Bending Element", Computers & Structures, Vol. 12, 1980, pp. 11-21.

[9] R.L.Spilker and N.I.Munir, "A Serendipity Cubic Displacement Hybrid-Stress Element for Thin and Moderately Thick Plates", Int.J.Num.Meth.Engng., Vol.15,1980,pp.1261-1278.

[10] S.W.Lee,"Finite Element Methods for Reduction of Constraints and Creep Analysis",PhD dissertation, MIT Aeronautics and Astronautics Dept., 1978.

[11] S.W.Lee and T.H.H.Pian, "Improvement of Plate and Shell Finite Elements by Mixed Formulations", AIAA J., Vol.16, 1980, pp. 29-34.

[12] R.L.Spilker and S.C.Chou, "Edge Effects in Symmetric Composite Laminates: Importance of Satisfying the Traction-Free Edge Condition", J.Composite Materials, Vol.14,1980,pp. 2-20.

[13] MSC/NASTRAN User's Manual, The MacNeal Schwendler Corp.

[14] R.H. MacNeal , "A Simple Quadrilateral Shell Element", Computers & Structures, Vol. 8, 1978, pp. 175-183.

[15] D.S.Malkus and T.J.R.Hughes, "Mixed Finite Element Methods-Reduced and Selective Integration Techniques: A Unification of Concepts", Comp.Meth.Appl.Mech.Eng., Vol.15,1978,pp.63-81.

[16] H.Shimodaira, "Equivalence Between Mixed Models and Displacement Models Using Reduced Integration" Int.J.Num.Meth.Engng., Vol.21,1985,pp. 89-104.

[17] R.L.Spilker "A Finite Element Model for Laminated Plates Including Transverse Shear Deformation", Tech. report, MIT ASRL TR 169-1, 1972.

[18] R.L.Spilker; S.C.Chou and O.Orringer, "Alternate Hybrid-Stress Elements for Analysis of Multilayer Composite Plates", J.Comp.Materials, Vol.11, 1977, pp.51-70.

[19] T.Nishioka and S.N.Atluri, "Assumed Stress Finite Element Analysis of Through-Cracks in Angle-Ply Laminates", AIAA J., Vol.18, 1980, pp. 1125-1132.

[20] M.Kataoka Filho, "Análise de Placas e Cascas Laminadas por Métodos de Elementos Finitos de Tensões Assumidas",Tese de Mestrado em Engenharia Aeronáutica, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 1985.

[21] J.M.Whitney "The Effect of Boundary Conditions on the Response of Laminated Composites", J.Comp.Materials, Vol.4, 1970, pp. 192-203.

[22] N.J.Pagano, "Exact Solutions for Composite Laminates in Cylindrical Bending", J.Comp.Materials, Vol.3,1969,pp. 398-411.

[23] R.L.Spilker, "A Hybrid-Stress Finite-Element Formulation for Thick Multilayer Laminates", Computers & Structures, Vol.11, 1980, pp. 507-514.

[24] S.T.Mau and E.A.Witmer, "Static, Vibration and Thermal Stress Analysis of Laminated Plates and Shells by the Hybrid Stress Finite Element Method, with Transverse Shear Deformation Effects Included", Tech. report, MIT ASRL TR 169-2, 1972.

UM ELEMENTO FINITO MISTO PARA ANÁLISE ESTÁTICA DE CASCAS ESFÉRICAS

MAURO GONÇALVES DE OLIVEIRA
WOLF ALTMAN
IEAE-ITA

SUMÁRIO

Consiste este trabalho na apresentação de um elemento finito misto, quadrilateral, curvo, com quatro nós, para a análise estática de cascas esféricas. O funcional utilizado é o de Hellinger-Reissner com inclusão de termo de relaxação de continuidade das rotações, proposto por Prager. As variáveis de campo são os esforços e os deslocamentos, aqui interpolados por funções bilineares. Dois exemplos são apresentados e os resultados, comparados com os obtidos por outros elementos finitos, se mostram em perfeita concordância com os mesmos.

1 - INTRODUÇÃO

Entre os elementos estruturais de predes finas, as placas e as cascas têm uma variada gama de aplicação.

Devido a sua grande importância prática, as cascas têm sido objeto de estudo de grande número de cientistas, nos últimos anos.

Este trabalho trata da análise estática de cascas esféricas, utilizando um Método Misto de Elementos Finitos (MMEF). O MMEF se baseia no Princípio Variacional de Hellinger-Reissner que é obtido através de uma particularização do Princípio de Hu-Washizu. Este último é uma generalização do Princípio da Energia Potencial Total Mínima [1].

O modelo Misto considera, simultaneamente, campos de esforços e deslocamentos no interior do elemento. Dessa forma, obtém-se resultados de deslocamentos e esforços, com uma precisão balanceada, residindo aí a grande diferença entre esse método e o dos Deslocamentos.

Para cascas finas, o campo de rotações é descrito por uma combinação linear que envolve a derivada do deslocamento normal a casca, resultando daí, que os funcionais associados aos problemas de cascas finas apresentam derivadas de segunda ordem nesse deslocamento. Uma exigência básica para funcionais desse tipo é que o campo de funções de interpolação de deslocamentos deve ser de classe C^1 [2].

Uma forma de evitar esta dificuldade é realizar integrações por partes nos termos do funcional que apresentem as derivadas de segunda ordem. Esse procedimento e mais, a relaxação das condições de continuidade das rotações normais nas interfaces dos elementos, pela utilização de um Princípio Variacional apresentado por Prager [3], permitiram que, neste trabalho os campos de interpolação pudessem ser de classe C^0.

Os campos de interpolação de esforços e deslocamentos aqui apresentados são bilineares. O elemento finito é quadrilateral, curvo, com quatro nós e nove variáveis por nó: três esforços de membrana, três momentos e três deslocamentos. Os lados do elemento são tomados sobre os paralelos e sobre os meridianos da casca. Como se pode concluir imediatamente, o elemento não permite a modelagem perfeita de cascas com contornos irregulares nem completa a modelagem de cascas fechadas.

O objetivo deste trabalho é mostrar que o elemento, embora quadrilateral, se presta para a análise de casca esférica fechada, bem como, para a análise de cascas cujos contornos não coincidem com os meridianos e os paralelos. Para isto são apresentados dois exemplos. uma casca completa com cargas concentradas nos pólos e um painel esférico submetido a uma pressão uniforme.

2 - O FUNCIONAL

O funcional de Hellinger-Reissner particularizado para cascas esféricas finas tem a forma [4] :

$$\pi_{H-R} = -\iint_{S_m} \frac{1}{2Eh}\left[N_\theta^2+N_\phi^2+2(1+\nu)N_{\theta\phi}^2-2\nu N_\theta N_\phi\right] a^2\operatorname{sen}\phi\, d\theta d\phi -$$

$$-\iint_{S_m} \frac{6}{Eh^3}\left[M_\theta^2+M_\phi^2+2(1+\nu)M_{\theta\phi}^2-2\nu M_\theta M_\phi\right] a^2\operatorname{sen}\phi\, d\theta d\phi +$$

$$+\iint_{S_m}\Bigg\{\left[\frac{1}{a\operatorname{sen}\phi}\frac{\partial u}{\partial\theta}+\frac{v}{a^2\operatorname{sen}\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}(\operatorname{sen}\phi)-\frac{w}{a}\right]N_\theta +$$

$$+\left(\frac{1}{a}\frac{\partial v}{\partial\phi}-\frac{w}{a}\right)N_\phi+\left[\frac{1}{\operatorname{sen}\phi}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{v}{a}\right)+\right.$$

$$\left.+\operatorname{sen}\phi\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{u}{a\operatorname{sen}\phi}\right)\right]N_{\theta\phi}\Bigg\}\, a^2\operatorname{sen}\phi\, d\theta d\phi -$$

$$-\iint_{S_m}\Bigg\{\left[\frac{1}{a^2\operatorname{sen}\phi}\left(\frac{\partial u}{\partial\theta}+\frac{1}{\operatorname{sen}\phi}\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}\right)+\frac{\cos\phi}{a^2\operatorname{sen}\phi}\left(v+\frac{\partial w}{\partial\phi}\right)\right]M_\theta +$$

$$+\left[\frac{1}{a^2}\left(\frac{\partial v}{\partial\phi}+\frac{\partial^2 w}{\partial\phi^2}\right)\right]M_\phi+\left[\frac{1}{a^2\operatorname{sen}\phi}\left(\frac{\partial v}{\partial\theta}+\frac{2\partial^2 w}{\partial\theta\partial\phi}+\operatorname{sen}\phi\frac{\partial u}{\partial\phi}-u\cos\phi-\right.\right.$$

$$\left.\left.-2\cot g\phi\frac{\partial w}{\partial\theta}\right)\right]M_{\theta\phi}\Bigg\}a^2\operatorname{sen}\phi\, d\theta d\phi-\iint_{S_m}(q_\theta u+q_\phi v+q_n w)a^2\operatorname{sen}\phi\, d\theta d\phi-$$

$$-\int_{S_\sigma}\left(\bar N_n\Delta_n+\bar T_{nt}\Delta_t-\bar M_n\beta_n+\bar V_n w\right)ds+\bar M_{nt}w\Big|_{S_\sigma}$$

$$-\int_{S_u}\left[M_n(\Delta_n-\bar\Delta_n)+T_{nt}(\Delta_t-\bar\Delta_t)-M_n(\beta_n-\bar\beta_n)+V_n(w-\bar w)\right]ds +$$

$$+M_{nt}(w-\bar w)\Big|_{S_u}+\int_\beta M\beta\, d\sigma \qquad (2.1)$$

As grandezas apresentadas na equação (2.1) representam:

N - esforços de membrana
M - momentos
T,V - esforços de cisalhamento efetivos
q - cargas de superfície

u,v,w - deslocamentos
β - rotações
E,ν - módulo de Young; coeficiente de Poisson
h - espessura da casca
a - raio da casca
S_m - superfície média da casca
S_σ, S_u - contornos onde os esforços e os deslocamentos e/ou rotações são prescritos, respectivamente.
θ, φ - coordenadas curvilíneas da casca esférica
Δ_n, Δ_t - deslocamentos normal e tangencial à borda
$(\bar{\ })$ - quantidades prescritas

E a integral $\int_\beta M\beta d\sigma$ resulta da aplicação do Princípio Variacional de Prager [3]. Os esforços, deslocamentos e as cargas de superfície estão representados na Fig. 1 abaixo.

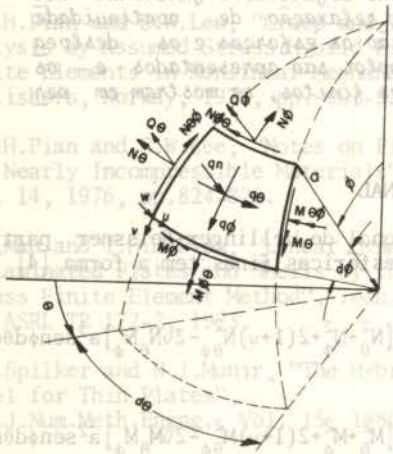


Figura 1. Esforços, deslocamentos e carregamentos

Após integrações por partes nos termos que contêm $\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}$ e $\frac{\partial^2 w}{\partial\phi^2}$, os termos de contorno passam a ser:

$$\int_{S_\sigma}[(M_n-\bar{M}_n)\beta_n-\bar{V}_n w]ds-\int_{S_\sigma}(\bar{N}_n\Delta_n+\bar{T}_{nt}\Delta_t)ds+\bar{M}_{nt}w\Big|_{S_\sigma} -$$

$$-\int_{S_u}[M_n\bar{\beta}_n+V_n(w-\bar{w})]ds-\int_{S_u}[N_n(\Delta_n-\bar{\Delta}_n)+T_{nt}(\Delta_t-\bar{\Delta}_t)]ds +$$

$$+M_{nt}(w-\bar{w})\Big|_{S_u}-\int_M M\beta d\sigma \qquad (2.2)$$

Para contornos simplesmente apoiados, livres e engastados podemos fazer as seguintes simplificações em relação aos termos de contorno (2.2):

a) todas as integrais em S_u e S_σ se anulam porque as funções de interpolação satisfazem as condições de contorno [5].

b) a integral $\int_M M\beta d\sigma$ é nula porque o campo de interpolação adotado não apresenta descontinuidade de momentos nas interfaces de elementos [3].

Após integrações por partes e introdução das simplificações descritas o funcional (2.1) toma sua forma final:

$$\pi_{H-R}=-\iint_{S_m}\frac{1}{2Eh}[N_\theta^2+N_\phi^2+2(1+\nu)N_{\theta\phi}^2-2\nu N_\theta N_\phi]a^2\operatorname{sen}\phi d\theta d\phi -$$

$$-\iint_{S_m}\frac{6}{Eh^3}[M_\theta^2+M_\phi^2+2(1+\nu)M_{\theta\phi}^2-2\nu M_\theta M_\phi]a^2\operatorname{sen}\phi d\theta d\phi +$$

$$+\iint_{S_m}\Big\{\Big[\frac{1}{a\operatorname{sen}\phi}\frac{\partial u}{\partial\phi}+\frac{1}{a}v\cot g\phi-\frac{w}{a}\Big]N_\theta+\Big(\frac{1}{a}\frac{\partial v}{\partial\phi}-\frac{w}{a}\Big)N_\phi +$$

$$+\Big[\frac{1}{a\operatorname{sen}\phi}\frac{\partial v}{\partial\theta}+\frac{1}{a\operatorname{sen}\phi}\Big(\frac{\partial u}{\partial\theta}\operatorname{sen}\phi+u\cos\phi\Big)\Big]N_{\theta\phi}\Big\}a^2\operatorname{sen}\phi d\theta d\phi +$$

$$+\iint_{S_m}\Big\{\frac{1}{a^2\operatorname{sen}\phi}\Big(u+\frac{1}{\operatorname{sen}\phi}\frac{\partial w}{\partial\phi}\Big)\frac{\partial M_\theta}{\partial\theta}-\frac{\cos\phi}{a^2\operatorname{sen}\phi}\Big(v+\frac{\partial w}{\partial\phi}\Big)M_\theta +$$

$$+\frac{1}{a^2}\Big(v+\frac{\partial w}{\partial\phi}\Big)\frac{\partial M_\phi}{\partial\phi}+\frac{\cos\phi}{a^2\operatorname{sen}\phi}\Big(v+\frac{\partial w}{\partial\phi}\Big)M_\phi\Big\}a^2\operatorname{sen}\phi d\theta d\phi$$

$$-\iint_{S_m}\Big\{\Big[\frac{1}{a^2\operatorname{sen}\phi}\Big(\frac{\partial v}{\partial\theta}+2\frac{\partial^2 w}{\partial\theta\partial\phi}+\operatorname{sen}\phi\frac{\partial u}{\partial\theta}-u\cos\phi -$$

$$-2\cot g\phi\frac{\partial w}{\partial\theta}\Big)\Big]M_{\theta\phi}\,a^2\operatorname{sen}\phi d\theta d\phi-\int_{S_m}(q_\theta u+q_\phi w+q_n w)a^2\operatorname{sen}\phi d\theta d\phi$$

3 - ELEMENTO FINITO MISTO

O elemento finito tem seus lados curvos tomados sobre dois medianos e dois paralelos. Sua geometria é apresentada na Fig.2.

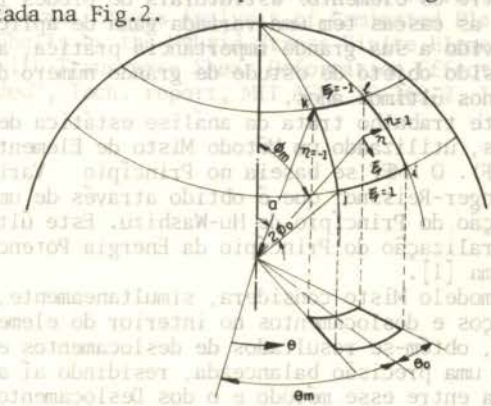


Figura 2. Geometria do elemento de casca esférica e coordenadas locais

As coordenadas locais do elemento (η,ξ) se relacionam com as coordenadas globais (θ,ϕ) através das expressões:

$$\eta=\frac{\theta-\theta_m}{\theta_0} \qquad \xi=\frac{\phi-\phi_m}{\phi_0} \qquad (3.1)$$

onde

θ_0 é a metade do ângulo central compreendido pelos lados do elemento que estão sobre os paralelos.
ϕ_0 é a metade do ângulo central compreendido pelos lados que estão sobre os meridianos.
ϕ_m é o ângulo medido entre o eixo z e o raio de esfera que passa pelo centro geométrico do elemento.
θ_m é o ângulo medido entre o eixo x e o raio da esfera que passa pela projeção do centro geométrico do elemento sobre o plano x-y.

Com a adoção desse sistema de coordenadas locais todas as integrais são feitas no intervalo $[-1,1]$.

Adotando funções de interpolação bilineares para os esforços e os deslocamentos, as relações entre essas grandezas e os seus valores nodais podem ser escritas na forma:

$$[\,N_\theta\ N_\phi\ N_{\theta\phi}\ M_\theta\ M_\phi\ M_{\theta\phi}\ u\ v\ w\,]^T=$$

$$\Big[\frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)\ \ \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)\ \ \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)\ \ \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)\Big][C] \qquad (3.2)$$

onde $|C|$ é a matriz dos parâmetros nodais definida como segue:

$$[C]=\begin{bmatrix} N_{\theta_i} & N_{\phi_i} & N_{\theta\phi_i} & M_{\theta_i} & M_{\phi_i} & M_{\theta\phi_i} & u_i & v_i & w_i \\ N_{\theta_j} & N_{\phi_j} & N_{\theta\phi_j} & M_{\theta_j} & M_{\phi_j} & M_{\theta\phi_j} & u_j & v_j & w_j \\ N_{\theta_k} & N_{\phi_k} & N_{\theta\phi_k} & M_{\theta_k} & M_{\phi_k} & M_{\theta\phi_k} & u_k & v_k & w_k \\ N_{\theta_\ell} & N_{\phi_\ell} & N_{\theta\phi_\ell} & M_{\theta_\ell} & M_{\phi_\ell} & M_{\theta\phi_\ell} & u_\ell & v_\ell & w_\ell \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

Designando uma variável de campo genérica por X , teremos de (3.2):

$$X=\frac{1}{4}[(1+\xi)(1+\eta)X_i+(1+\xi)(1-\eta)X_j+(1-\xi)(1-\eta)X_k+(1-\xi)(1+\eta)X_\ell] \tag{3.4}$$

Substituindo (3.4) em (2.3) e fazendo a variação em relação aos esforços e deslocamentos em cada nó obtém-se a matriz do elemento [4] .

Pelo processo padrão de acumulação e espalhamento de matrizes utilizado pelo Método dos Elementos Finitos, obtém-se a matriz global da casca e o vetor de cargas nodais correspondente. A solução do sistema de equações assim obtido leva aos valores nodais desconhecidos.

4. APLICAÇÕES NUMÉRICAS

O elemento apresentado é aplicado ao problema da casca esférica completa, com cargas concentradas nos pólos. Neste problema aparecem grandes concentrações de tensões nas vizinhanças das cargas concentradas. Longe da carga, por exemplo no equador, a predominância dos esforços de membrana é constatada.

Nas tabelas I e II são apresentados os resultados obtidos com o elemento misto, comparados com outro elemento existente na literatura [6], onde o método utilizado é o dos deslocamentos. A comparação se faz, também, com resultados obtidos teoricamente [7].

Outra aplicação do elemento é feita ao caso do painel esférico apoiado sobre diafragma nos seus bordos, mostrado na Fig.3. Os resultados são comparados com os obtidos por Savio [8] utilizando um elemento híbrido.

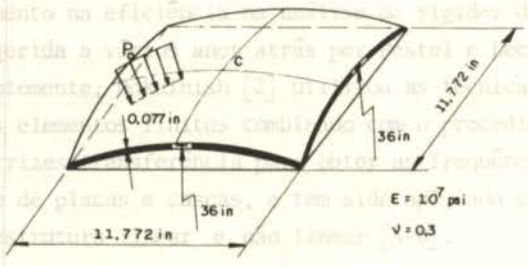


Figura 3. Painel esférico apoiado sobre diafragmas

5 - RESULTADOS

Tabelas I, II, III e IV.

Tabela I. Casca esférica completa sob a ação de cargas concentradas nos pólos.
Deslocamento radial Ehw/P

Nº DE EL.	SOB A CARGA		NO EQUADOR	
	ESTE TRABALHO	REF.[6]	ESTE TRABALHO	REF.[6]
4	21.59	20.95	0.2181	0.2256
8	20.56	21.11	0.2130	0.2114
15	21.05	21.10	0.2082	0.2079
20	21.15	21.10	0.2077	0.2069
32	21.20	-	0.2072	-

Solução de Koiter 21.20 Ref.[6] Teoria da Membrana 0.2069
Solução de Timoshenko 20.65 Ref. [7]

Tabela II. Casca esférica completa sob a ação de cargas concentradas nos polos.
Esforço aN_ϕ/P

Nº DE EL.	SOB A CARGA		NO EQUADOR	
	ESTE TRABALHO	REF.[6]	ESTE TRABALHO	REF:[6]
4	7.383	7.047	0.0872	0.1873
8	8.852	10.069	0.1598	0.1636
10	9.346	10.195	0.1573	0.1617
16	9.795	-	0.1583	-
20	10.032	10.326	0.1589	0.1597

Tabela III. Painel esférico sob pressão constante
Deslocamento radial $\frac{Ehw_C}{P_0R^2}$ no centro do painel
Solução exata: $\frac{Ehw_C}{P_0R^2} = -1.009788$

MALHA	ESTE TRABALHO		REF. [8]	
	$\frac{Ehw_C}{P_0R^2}$	Δ%	$\frac{Ehw_C}{P_0R^2}$	Δ%
2 × 2	-1.061126	5.08	-0.968592	-4.08
3 × 3	-0.977947	-3.15	-0.958042	-4.13
4 × 4	-0.989236	-2.03	-0.984632	-2.49
5 × 5	-0.996959	-1.27	-	-

Tabela IV. Painel esférico sob pressão constante
Esforço $\frac{10(N_\theta)_C}{P_0R}$ no centro do painel
Solução exata: $\frac{10(N_\theta)_C}{P_0R} = -5.049$

MALHA	ESTE TRABALHO		REF. [8]	
	$\frac{10(N_\theta)_C}{P_0R}$	Δ%	$\frac{10(N_\theta)_C}{P_0R}$	Δ%
2 × 2	-5.361	6.18	-6.491	28.6
3 × 3	-4.914	-2.67	-5.115	1.31
4 × 4	-4.980	-1.37	-4.999	-0.99
5 × 5	-5.003	-0.91	-	-

6 - CONCLUSÕES

O elemento se comportou bem nos dois testes.

O elemento finito misto estudado apresenta como vantagem, em relação ao modelo dos deslocamentos, o fato de exigir um menor esforço algébrico na obtenção da matriz do elemento. Outra vantagem é que no método misto os esforços e os deslocamentos são calculados simultaneamente podendo, assim, ter uma precisão semelhante.

Como desvantagem podemos citar o estabelecimento das condições de contorno que aqui, envolvem os esforços e a determinação dessas condições nem sempre é imediata.

REFERÊNCIAS

[1] Washizu, K. - "On the Variational Principles of Elasticity and Plasticity". M.I.T. Aeroelastic and Structures Research Laboratory . Technical Repport, 25-18, 1955.

[2] Müller, A, Feijôo, R.A. e Bevilacqua, L. - " Um Elemento Finito para Placas e Cascas". VI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Rio de Janeiro, 341-349, 1981.

[3] Prager, W. - "Variational Principles for Elastic Plates with Relaxed Continuity Requeriments". Int. J. Solids Structures, Vol.4, 837-844, 1968.

[4] Oliveira, M.G. - "Análise Estática de Cascas Esféricas baseada na formação Mista de Elementos Finitos". Tese de Mestrado, ITA - 1983

[5] Altman, W. e Bismarck-Nasr, M.N. - "Vibration of thin Cylindrical Shells Based on a Mixed Finite Element Formulation". Computer and Structures , Vol.8, 217-222, 1978.

[6] Lindberg, G.M.; Cowper, G.R., and Olson, M.D. - Comparision of two High - precision Triangular Finite Element for Arbitrary deep Shells". Proc. of Third Air Force Cong. on Matrix Methods in Structural Mechanics". Dayton, Ohio, AFFDL TR-160, Oct 1971.

[7] Timoshenko, S.P. and Woinowsky - Krieger, S. - "Theory of Plates and Shells". McGraw-Hill, New York, 1959.

[8] Sávio, H.R.C. - "Finite Element Methods based on Modified Versions of Hu-Washizu Principle with Applications to Plate and Shell Analyses", PhD Thesis , M.I.T., 1983.

SUMMARY

The object of this work is the presentation of a quadrilateral curved mixed Finite Element with four modal points for static analysis of spherical shells. A Hellinger-Reissner functional taking into account the terms of normal rotation relaxed continuity due to Prager is utilized. The field variables are the displacements and stress resultants interpolated by bilinear functions. Two examples are presented and the results are compared with other finite element formulation results.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

ANÁLISE ESTÁTICA E DINÂMICA DE ESTRUTURAS ATRAVÉS DO MÉTODO MATRIZES TRANSFERÊNCIA-ELEMENTOS FINITOS

JOSÉ CÉLIO DIAS
IEM/EFEI — ITAJUBÁ-MG
PAULO SELEGHIM
EESC/USP — SÃO CARLOS, SP

SUMÁRIO

Neste trabalho defendemos a combinação dos métodos matrizes transferência-elementos finitos para análise estática e dinâmica de estruturas. Por esta técnica, o número de nós requeridos é reduzido e portanto um computador pequeno pode ser usado. O tempo computacional é sensivelmente reduzido por este método, devido a notável redução da ordem da matriz final e do procedimento de cálculo, pelo qual obtém-se a solução do problema.

INTRODUÇÃO

O método dos elementos finitos é de grande receptividade na análise estrutural. Excelentes livros e publicações de pesquisas discutem o uso deste método para a análise estática e dinâmica de estruturas, bem como flambagem, condução de calor, etc. Durante o período de desenvolvimento do método dos elementos finitos, o método das matrizes transferência para a análise estrutural também obteve significativos avanços. Este método e suas aplicações são bem documentadas em livros e artigos.

As vantagens e desvantagens dos métodos acima são bem conhecidas. Como os dois métodos tem diferentes poderes e deficiências, alguma vantagem pode ser obtida pela combinação dos dois métodos.

A possibilidade de combinação dos métodos matrizes transferência e elementos finitos para adicionar um melhoramento na eficiência na análise de rigidez de placa foi sugerida a vários anos atrás por Pestel e Leckie [1]. Recentemente, Dokainish [2] utilizou as técnicas do método dos elementos finitos combinado com o procedimento das matrizes transferência para obter as frequências de vibração de placas e cascas, e tem sido aplicado com sucesso a estrutura linear e não linear [3-8].

O MÉTODO MATRIZES TRANSFERÊNCIA - ELEMENTOS FINITOS[2-5]

Matriz transferência para uma faixa: A placa mostrada na Fig. 1, é dividida em m faixas retangulares. Na prática qualquer forma conveniente da faixa pode ser considerada. Cada uma destas faixas é subdividida em K elementos finitos. Embora qualquer tipo de elemento pode ser usado, o elemento retangular é usado para ilustrar o método. As linhas entre faixas adjacentes são chamadas de seções. Assim a borda AB é a seção esquerda da faixa i, e a seção direita da faixa i-1. O número total de nós é 2n sobre a faixa i, no qual n nós são distribuidos na seção AB e n nós na seção CD.

Uma vez escolhido o número de graus de liberdade em cada nó necessário para descrever o comportamento da estrutura, pode-se escrever o vetor deslocamento nodal para o nó p, o qual será designado por $\{q_p\}$, e o correspondente vetor força nodal, designado por $\{Q_p\}$. No caso de placas, por exemplo, se elementos não-conforme são utilizados.

$$\{q_p\} = [w,\ \phi_x = -\partial w/\partial y,\ \phi_y = \partial w/\partial x]^T \quad \text{e} \quad \{Q_p\} = [F_z, M_x, M_y]^T.$$

De acordo com a técnica do elemento finito determina-se a matriz de rigidez e massa (necessária somente no tratamento de problemas dinâmicos) para cada elemento. As matrizes de rigidez e massa devem ser agrupadas para cada faixa, obtendo-se assim a "matriz faixa". Neste estágio é necessário considerar as condições de contorno nas bordas, por exemplo, se as condições de contorno no topo AC e base BD requer certos deslocamentos nos nós n, 2n, 1 e n + 1 iguais a zero, as linhas e colunas das matrizes rigidez e massa, correspondente a cada deslocamento, devem ser iliminadas.

Designando para a faixa i, a matriz de rigidez por Ki e a matriz massa por Mi, pode-se escrever que:

$$[K - \omega^2 M]_i \{q\}_i = \{Q\}_i \qquad (1)$$

onde $[K-\omega^2M]$ é a matriz faixa, e ω é a frequência natural.

A matriz transferência relacionando deslocamentos e forças internas à esquerda e à direita na faixa i, pode ser obtida pela transformação adequada da matriz faixa em sub-matrizes A, B, C e D.

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_{esq} \\ q_{dir} \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} Q_{esq} \\ Q_{dir} \end{Bmatrix}_i \qquad (2)$$

onde $\{q_{esq}\}_i$ é o vetor deslocamento para os nós da seção à esquerda da faixa i.

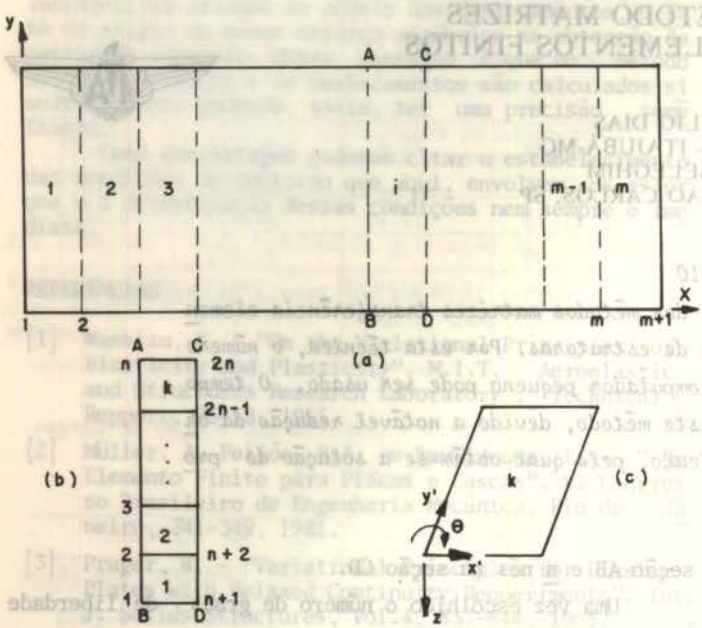


Figura 1. Sub-divisão da placa em faixas e elementos finitos.

Este pode ser expressado como:

$$\{q_{esq}\}_i = \begin{Bmatrix} \text{elementos de } \{q_1\} \text{ diferentes de zero em BD} \\ \{q_2\} \\ \{q_3\} \\ \vdots \\ \{q_{n-1}\} \\ \text{elementos de } \{q_n\} \text{ diferentes de zero em AC} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

$\{Q_{esq}\}_i$ é o vetor força interno correspondente aos deslocamentos $\{q_{esq}\}_i$. Analogamente, $\{q_{dir}\}_i$ e $\{Q_{dir}\}_i$ são os vetores à direita da seção. Evidentemente, $\{q_{esq}\}_i$ e $\{q_{dir}\}_i$ contém o mesmo número de têrmos.

Por simples operações algébricas na última linha de (2) e relacionando as características das variáveis de estado de uma seção para outra, onde as forças externas são iguais à zero (por exemplo, vibrações livres), resulta:

$$\begin{Bmatrix} q_{dir} \\ -Q_{dir} \end{Bmatrix}_i = \left[\begin{array}{c:c} T_{11} & T_{12} \\ \hdashline T_{21} & T_{22} \end{array}\right]_i \begin{Bmatrix} q_{esq} \\ Q_{esq} \end{Bmatrix}_i = [T]_i \begin{Bmatrix} q_{esq} \\ Q_{esq} \end{Bmatrix}_i \quad (4)$$

onde:

$$T_{11} = -B^{-1}A, \qquad T_{12} = B^{-1}$$

$$T_{21} = DB^{-1}A - C \qquad T_{22} = -DB^{-1}$$

As equações anteriores relacionam as variáveis de estado da seção à esquerda para à direita da faixa i.

Matriz transferência para a Estrutura Global: Utilizando-se do procedimento anterior, para as m faixas, pode-se escrever que:

$$\begin{Bmatrix} q_{dir} \\ -Q_{dir} \end{Bmatrix}_m = [T]_m [T]_{m-1} \cdots [T]_1 \begin{Bmatrix} q_{esq} \\ Q_{esq} \end{Bmatrix}_1 \quad (5)$$

ou,

$$\begin{Bmatrix} q_{esq} \\ Q_{esq} \end{Bmatrix}_{m+1} = [N] \begin{Bmatrix} q_{esq} \\ Q_{esq} \end{Bmatrix}_1$$

onde:

$$[N] = [T]_m [T]_{m-1} \cdots [T]_1$$

As equações acima relacionam as variáveis de estado para toda a estrutura.

ALGUNS DESENVOLVIMENTOS DO MÉTODO

Para completar a breve exposição acima, alguns desenvolvimentos do método para análise de estruturas são apresentados a seguir.

Análise estática: A equação (4) pode ser escrita em termos da matriz [K], e com a adição dos efeitos das forças externas. Ou seja,

$$\begin{Bmatrix} q_{esq} \\ Q_{esq} \\ \hdashline 1 \end{Bmatrix}_{i+1} = \left[\begin{array}{cc:c} T_{11} & T_{12} & 0 \\ T_{21} & T_{22} & F_{ext} \\ \hdashline 0 & 0 & 1 \end{array}\right]_i \begin{Bmatrix} q_{esq} \\ Q_{esq} \\ \hdashline 1 \end{Bmatrix}_i \quad (6)$$

Utilizando-se o procedimento anterior, obtém-se a matriz transferência total para a estrutura global. Portanto, as variáveis de estado para toda estrutura são relacionados por esta matriz transferência. Resolvendo-se este sistema, as quantidades de interesse podem ser determinadas.

Frequências naturais: Diferenciando-se a equação (5) com respeito a ω e incluindo as condições de contorno, as frequências naturais da estrutura são obtidas. Logo,

$$\begin{Bmatrix} q_{esq} \\ Q_{esq} \\ \hdashline \dot{q}_{esq} \\ \dot{Q}_{esq} \end{Bmatrix}_{m+1} = \left[\begin{array}{cc:cc} \underline{A} & \underline{B} & & \\ \underline{C} & \underline{D} & \multicolumn{2}{c}{0} \\ \hdashline \underline{E} & \underline{F} & \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{G} & \underline{H} & \underline{C} & \underline{D} \end{array}\right] \begin{Bmatrix} q_{esq} \\ Q_{esq} \\ \hdashline \dot{q}_{esq} \\ \dot{Q}_{esq} \end{Bmatrix}_1 \quad (7)$$

Para uma estrutura, por exemplo, com a borda à esquerda da engastada e a borda à direita livre, as condições de contorno são:

$$\begin{Bmatrix} q_{esq} \\ \cdot \\ q_{esq} \end{Bmatrix}_1 = \begin{Bmatrix} Q_{esq} \\ \cdot \\ Q_{esq} \end{Bmatrix}_{m+1} = \{0\} \qquad (8)$$

Utilizando-se do método de Newton-Raphson a relação de recorrência entre as frequências é dada por:

$$\omega^{(\lambda+1)} = \omega^{(\lambda)} - \frac{\det[D]}{(\det[D_1] + \det[D_2] + \cdots + \det[D_j])} \qquad (9)$$

onde os determinantes são avaliados para $\omega = \omega^{(\lambda)}$, e j é a ordem do determinante da matriz [D]. Os coeficientes das matrizes $[D_1]$, $[D_2]$, $\cdots$, $[D_j]$ são idênticos aqueles da matriz [D] exceto para os seguintes coeficientes:

$$D_1(I,1) = H(I,1),\ D_2(I,2) = H(I,2), \cdots,\ D_j(I,J) = H(I,J),$$
$$\text{para: } I = 1, J \qquad (10)$$

Portanto pela formulação da matriz transferência ampliada, as matrizes [D], $[D_1]$, $[D_2]$, $\cdots$, $[D_j]$ são conhecidas e estas podem ser obtidas diretamente de (7) para o cálculo das frequências sistematicamente.

RESULTADOS NUMÉRICOS E DISCUSSÕES

As frequências naturais para uma placa quadrada com uma extremidade engastada e as outras livres são dadas na ref. 3 utilizando o presente método. Na tabela 1 são mostrados também os valores obtidos para as frequências naturais (independentes das dimensões da placa) obtidas pelo método da energia de Ritz [9] e pelo método dos elementos finitos [10]. Neste último caso a placa foi dividida em 50 elementos triangulares; isto é, 90 graus de liberdade. Utilizando-se o método das matrizes transferência-elementos finitos e placa foi dividida em 6 x 6 elementos triangulares não-conforme; isto é, 147 graus de liberdade. Por este procedimento o tamanho da matriz é de 21 x 21, enquanto que pelo método dos elementos finitos é de 126 x 27. Comparando os resultados obtidos pelo presente método com os outros dois, mostra uma boa concordância para quase totalidade das frequências naturais, apesar de poucos elementos ser considerados.

Tabela 1. Valores de $\omega(= \omega_n \ell \sqrt{\rho t 12(1-\mu^2)/Et^3})$ para uma placa quadrada com uma extremidade engastada e as outras livres.

Métodos	1º modo	2º modo	3º modo	4º modo	5º modo
Ritz	3,494	8,547	21,44	27,46	31,17
EF	3,469	8,535	21,45	27,06	-
MTEF	3,51	8,56	21,80	27,80	30,80
Δ	+0,46%	+0,15%	+ 1,68%	- 0,58%	- 1,19%

Dimensões da placa: 0,6 x 0,6 x 0,005 m. As diferenças (Δ) foram obtidas com respeito aos resultados do método de Ritz. Para o cálculo das frequências naturais ωn(rd/s); ℓ = comprimento de um lado da placa (m), ρ = massa por unidade de volume (kg/m^3), t = espessura (m), E = módulo de Young (N/m^2), μ = coeficiente de Poisson.

O presente método exige menor capacidade de memória para armazenagem de dados, quando comparado ao exigido pelo método dos elementos finitos. Se g é o número de graus de liberdade de uma seção em ambos os métodos, e nf é o número de faixas no qual a estrutura é dividida, o tamanho da matriz final no método matrizes transferência - elementos finitos é g x g, mas no método dos elementos finitos (considerando-se a matriz não bandada) é g nf x g nf. A redução do tamanho das matrizes também implica em um tempo menor de computação, sem alterar a precisão dos resultados.

Quando o método dos elementos finitos é usado, é necessário encontrar os auto-valores os quais são as frequências naturais da estrutura, e o tempo necessário para esta execução depende do tamanho da matriz e/ou do método de solução computacional adotado [11]. No presente procedimento, o método iterativo de Newton - Raphson requer as derivadas de funções para cada faixa, portanto o tempo de computação é duplicada por faixa. Mas este aumento no tempo computacional por faixa é compensado pelo pouco número de faixas para a mesma precisão final. Além disso este método conduz a uma convergência rápida, principalmente quando os valores iniciais de cálculo são próximos a frequência natural verdadeira, pois a convergência é quadrática quando comparado a convergência linear.

A tabela 2 mostra a comparação do tempo computacional para os dois métodos discutido no exemplo anterior. O tempo computacional é admitido como proporcional a Nn^2 (N = tamanho da matriz; e n = largura da matriz banda). Nota-se, uma redução notável no tempo computacional empregado, utilizando-se o método das matrizes de transferência-elementos finitos.

Tabela 2. Comparação do tamanho da matriz e do tempo computacional para o exemplo discutido na tabela 1.

Métodos	Nn	Nn^2
EF	3402	91854
MTEF	441	9261

REFERÊNCIAS

[1] Pestel, E.C., e Leckie, F.A., "Matrix Methods in Elastomechanics", New York, McGraw-Hill Book Company, Inc., (1963).

[2] Dokainish, M.A, "A New Approach for Plate Vibrations: Combination of Transfer Matrix and Finite-element Technique", Journal of Engineering for Industry Series, B94, 526-530, (1972).

[3] Chiatti, G., e Sestieri, "Analysis of Static and Dynamic Structural Problems by a Combined Finite Element -Transfer Matrix Method", Journal of Sound and Vibration, Vol. 67, Nº 1, 35-42, (1979).

[4] McDaniel, T.J., e Eversole, K.B. "A Combined Finite Element Transfer Matrix Structural Analysis Method", Journal of Sound and Vibration, Great Britain, Vol. 51, nº 2, 157-169, (1977).

[5] Mucino, H.V., e Pavelic V., "An Exact Condensation Procedire for Chain-Like Structures Using a Finite Element-Transfer Matrix Approach", Transations, Journal of Mechanical Design, American Society of Mechanical Engineers, Paper nº 80-C2/DET-123, 1-9, (1980).

[6] Ohga, M., Shigematsu, T., e Hara, T., "Structural Analysis by a Combined Finite Element-Transfer Method", An International Journal of Computers and Structures, Pergamon Press, London, England, Vol. 17, nº 3, 321-326, (1983).

[7] Sankar, S., e Hoa, S.V., "An Extended Transfer Matrix-Finite Element Method for Free Vibration of Plates", Journal of Sound and Vibration, Vol. 70, nº 2, 205-211, (1980).

[8] Ohga, M., Shigematsu, T. e Hara, T., "A Combined Finite Element - Transfer Matrix Method", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 110, 1375-1349, (1984).

[9] Young, D., "Vibration of Rectangular Plates by the Ritz Method", Journal of Applied Mechanics, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Vol. 72, 448-453, (1950).

[10] Zienkiewicz, O.C., The Finite Element Method in Engineering Science, London, McGraw-Hill Book Company, Inc. (1971).

[11] Wilkinson, J.H., "The Albebraic Eigenvalue Problem", Oxford University Press, 1965.

SUMMARY

In this article we sustain the combination of transfer matrix and finite element methods for analysis of static and dinamic of structures. By using this techniques, the number of nodes required is reduced and a smaller computer can be used. Computation time is appreciably reduced by this method, because of the notable lowring of the final matrix order, the manipulation of which gives the solution of the problem.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

UM TRATAMENTO DO FENÔMENO DE CONSOLIDAÇÃO BIDIMENSIONAL POR ELEMENTOS FINITOS

JEAN PIERRE DEMARTINECOURT
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL, UFPb, CAMPINA GRANDE, PB

SUMÁRIO

Sempre que uma massa de argila saturada recebe cargas externas na sua fronteira, deformações instatâneas ocorrem, e são seguidas imediatamente por deformações e deslocamentos, evoluindo no tempo posterior ao carregamento (consolidação). No trabalho a ser apresentado, um modêlo matemático será descrito a fim de analisar o comportamento desse material sob o efeito das cargas externas. As diferentes equações fundamentais dos processos de deformação instantânea e de consolidação serão apresentadas. Uma formulação variacional equivalente a essas equações será também apresentada.

INTRODUÇÃO

Generalidades - Em virtude do constante crescimento dos centros urbanos há necessidade do aproveitamento de todas as áreas disponíveis para construção de obras de engenharia civil. Com a implantação das estradas de rodagem e ferrovias, torna-se frequente a construção de aterros sobre solos compressíveis, tais como as argilas moles.

Devido à baixa permeabilidade desses solos, somente uma parte dos recalques (recalques imediatos) é obtida instantaneamente na hora da aplicação da carga (aterro), enquanto os recalques provenientes da expulsão da água de dentro dos poros do esqueleto sólido do solo, requerem bastante tempo para ocorrer. Esses recalques que evoluem com o tempo depois da construção do aterro, são convencionalmente chamados recalques de consolidação.

Uma vez que a realização de um aterro ocorre gradativamente ao longo de um determinado período de construção, a análise dos recalques em função do tempo é ainda mais complexa, pois, a separação dos recalques totais em recalques imediatos e recalques de consolidação não será mais possível por serem ambos função do tempo.

A teoria mais usada na prática para prever no tempo os recalques de um aterro é a teoria unidimensional vertical de TERZAGHI [1]. Os seus inconvenientes são os seguintes: 1) despreza os movimentos laterais dos solos 2) não leva em consideração a heterogeneidade e a anisotropia das camadas; 3) não leva em consideração o fato de que as características mecânicas e hidrodinâmicas de um solo, podem ser funções do nível das tensões existentes (não linearidade).

Necessitou-se então de teorias mais precisas para o tratamento analítico desse problema simples de engenharia. Uma delas é a teoria matemática da elasto-consolidação multidimensional. Nesse caso, as equações de derivadas parciais a serem resolvidas juntamente com as condições de contorno e condições iniciais, são de difícil tratamento analítico e somente em alguns casos bidimensionais que apresentem uma geometria simples, são conhecidas hoje, soluções exatas.

Um outro caminho para a obtenção de soluções correspondentes a problemas que apresentam geometria variável, consiste em usar um método de aproximação para essas soluções. Um desses métodos é fundamentado na conversão do problema de equações de derivadas parciais a serem resolvidas juntamente com as condições de contorno e condições iniciais num problema de minimização de um funcional. Essa procura de solução via minimização de um funcional, permite construir pelo método dos Elementos Finitos, uma solução aproximada à verdadeira.

Um programa ("SOL") foi elaborado na Universidade de Montreal (Canadá) e implantado na Universidade Federal da Paraíba, em Campina Grande. Este programa permite o estudo bidimensional do problema de elasto- consolidação em solos heterogêneos e anisotrópicos e leva em consideração a sequência de aplicação das cargas externas (construção progressiva do aterro), como também permite considerar qualquer geometria da região ocupada pelas camadas compressíveis e simular as condições de contorno e condições iniciais encontradas naturalmente em engenharia civil.

Objetivos - Os objetivos desse trabalho são: apresentar as teorias existentes de elasto-consolidação, e, apresentar o tratamento da elasto-consolidação linear e isotrópica pelo programa "SOL", procurando destacar as características específicas deste programa.

HIPÓTESES E EQUAÇÕES QUE REGEM O FENÔMENO DE ELASTO-CONSOLIDAÇÃO.

Hipóteses básicas - Geralmente o fenômeno de consolidação é estudado no quadro das seguintes hipóteses: 1) o solo é um material bifásico constituído de uma fase sólida (esqueleto sólido) e de uma fase líquida (água), saturando os poros do esqueleto sólido; 2) a fase líquida (água) é considerada como incompressível; 3) o tensor das tensões totais é decomponível em uma parte correspondente às tensões aplicadas exclusivamente sobre o esqueleto sólido (tensões efetivas) e em um tensor esférico (pressão) aplicado exclusivamente sobre a água; 4) a água escoa através da matriz porosa do esqueleto sólido de acordo com a lei de DARCY generalizada; 5) O esqueleto sólido que recebe as únicas tensões efetivas, se deforma linearmente; 6) a aproximação de pequenas deformações é válida.

Equações básicas - As equações seguintes regem o fenômeno de elasto-consolidação dentro do domínio Ω ocupado pelo solo compressível

$$\sigma'_{ij,j} + \delta_{ij} p_{,j} + \rho F_i = 0. \qquad (1)$$

Essas equações são as equações de equilíbrio escritas, usando o tensor das tensões efetivas. Sendo que: $\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + \delta_{ij} p$ é o tensor de tensões totais; σ'_{ij} é o tensor das tensões efetivas ; p é a pressão da água, ρ é a massa específica do solo saturado e F é o vetor força de volume por unidade de massa.

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl} e_{kl} \qquad (2)$$

Essas equações traduzem o comportamento linear do esqueleto sólido sob o efeito das únicas tensões efetivas. Onde, E_{ijkl} é o tensor de elasticidade, e e_{kl} é o

tensor das deformações.

$$e_{kl} = \frac{1}{2}(u_{k,l} + u_{l,k}) \quad (3)$$

Essas equações são as relações deslocamentos-deformações na hipótese das pequenas deformações. u_k são as componentes do vetor deslocamento $\vec{U}$.

$$V_i = -K_{ij} H_{,j} \quad (4)$$

Essas equações são as equações da lei de DARCY generalizada. K_{ij} é o tensor de permeabilidade; V_i são as componentes do vetor "velocidade média" $\vec{V}$ do escoamento da água dentro dos poros do solo; H é a função carga hidráulica definida por $H = p/\gamma_w + h$, onde γ_w é o peso específico da água e h é a cota do ponto.

$$V_{i,i} + \delta_{ij} \frac{\partial e_{ij}}{\partial t} = 0 \quad (5)$$

Essa equação é a equação da continuidade. Introduzindo a quantidade $J_1 = e_{ii} = \text{div}(\vec{U})$ o primeiro invariante do tensor das deformações, a equação (5) se escreve:

$$\text{div}(\vec{V}) + \frac{\partial J_1}{\partial t} = 0 \quad (6)$$

Condições de contorno - A fronteira S do domínio Ω é a reunião disjunta de duas partes da fronteira, sendo $S = S_u \cup S_\sigma$. Ao longo de S_u as condições de contorno consistem em especificar valores conhecidos $\overline{U}_i$ para cada componente do vetor deslocamento $\vec{U}$.

$$U_i = \overline{U_i} \quad (7)$$

Ao longo de S_σ temos a condição de carregamento externo.

$$(\sigma'_{ij} + \delta_{ij} P)\, n_j = \overline{T_i} \quad (8)$$

A fronteira S é particionada em uma outra disjunção $S = S_H \cup S_q$ onde ao longo de S_H, o valor $\overline{H}$ da carga hidráulica é especificada e ao longo de S_q a vazão Q é conhecida.

$$H = \overline{H} \quad (9)$$

$$V_i\, n_i = Q \quad (10)$$

Condições iniciais ao tempo t = 0 - Na hora da aplicação da primeira carga na fronteira, o solo vai sofrer uma deformação instantânea ocorrendo a volume constante, sem que haja escoamento. A condição inicial consiste então em manter essa variação de volume nula ao tempo t = 0.

$$V_{i,i} = \text{div}\,\vec{V} = \delta_{ij} \frac{\partial e_{ij}}{\partial t} = \frac{\partial J_1}{\partial t} = 0 \quad (11)$$

DIFERENTES TEORIAS DA ELASTO-CONSOLIDAÇÃO

No caso geral da anisotropia, sem nenhum elemento de simetria, a lei de comportamento do esqueleto sólido se escreve também:

$$e_{kl} = F_{klij}\, \sigma'_{ij} \quad (12)$$

Teoria ortotrópica - No caso de existir uma simetria das leis de comportamento em volta de um eixo, a anisotropia é chamada ortotropia de revolução. A ortotropia de revolução parece ser bem adaptada ao comportamento dos solos, tendo em vista a história do carregamento desses solos pelas camadas superiores. Nesse caso, existe também ortotropia na lei de escoamento que pode ser escrita por meio das únicas permeabilidades horizontal e vertical usando-se a forma diagonal do tensor de permeabilidade. Usando-se a direção z coincidindo com o eixo de simetria de revolução temos:

$$\begin{aligned}
e_{xx} &= \frac{1}{E_h}[\sigma'_{xx} - \nu_{hh}\sigma'_{yy}] - \frac{\nu_{vh}}{Ev}\sigma'_{zz} \\
e_{yy} &= \frac{1}{E_h}[\sigma'_{yy} - \nu_{hh}\sigma'_{xx}] - \frac{\nu_{vh}}{Ev}\sigma'_{zz} \\
e_{zz} &= -\frac{\nu_{vh}}{E_v}[\sigma'_{xx} + \sigma'_{yy}] + \frac{1}{Ev}\sigma'_{zz} \\
e_{xy} &= \frac{E_h}{2(1+\nu_{hh})}\tau'_{xy} \\
e_{xz} &= \frac{1}{G_v}\tau'_{xz} \\
e_{yz} &= \frac{1}{G_v}\tau'_{yz}
\end{aligned} \quad (13)$$

Nesse sistema, E_h é o módulo de YOUNG na direção horizontal; E_v o módulo de YOUNG na direção vertical; ν_{vh} o coeficiente de POISSON na direção vertical sob o efeito de uma tensão horizontal; ν_{hh} é o coeficiente de POISSON na direção horizontal sob o efeito de uma tensão horizontal; G_v é o módulo de cisalhamento no plano vertical. Temos também a lei de DARCY ortotrópica escrita com as permeabilidades horizontal e vertical (K_H e K_V).

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_H & 0 & \\ & K_H & \\ 0 & & K_V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{,x} \\ H_{,y} \\ H_{,z} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Teorias isotrópicas - A lei de comportamento isotrópico aparece como um caso particular do caso anterior onde, $E_v = E_h = E$ (módulo de YOUNG) e $\nu_{hh} = \nu_{vv} = \nu$ (coeficiente de POISSON). Usando-se os coeficiente de LAME λ e μ com: $\lambda = E\nu/(1+\nu)(1-2\nu)$ e $\mu = E/2(1+\nu)$ temos:

$$\sigma'_{ij} = \lambda\delta_{ij} J_1 + \mu e_{ij} \quad (15)$$

A lei de DARCY isotrópica se escreve: $K_H = K_V = K$. Combinando-se as equações (1) com as relações (15), chegamos às equações de LAME:

$$-\mu\, \text{rot}(\text{rot}\,\vec{U}) + (\lambda+2\mu)\, \text{grad}(\text{div}\,\vec{U}) + \text{grad}\, p + p\vec{F} = \vec{0} \quad (16)$$

Combinando-se a equação de DARCY com a equação (11) temos:

$$\text{div}\,\vec{V} = -K\text{div}(\text{grad}\,H) = -K\nabla^2 H = -\frac{K}{\gamma_w}\nabla^2 p = -\frac{\partial J_1}{\partial t} \quad (17)$$

Tomando-se a divergência de cada membro de (16), temos:

$$(\lambda+2\mu)\ \nabla^2 J_1 + \nabla^2 p = 0 \qquad (18)$$

Combinando-se o (17) e o (18) temos:

$$\frac{\partial J_1}{\partial t} = \frac{K}{\gamma_w}\ (\lambda+2\mu)\ \nabla^2 J_1 \qquad (19)$$

Temos a equação de FOURIER para a função J_1. Essa equação é, infelizmente, de pouco uso na teoria da elasto-consolidação isotrópica visto que, não são conhecidas, nos casos práticos, as condições de contorno da função J_1. Isso faz com que os fenômenos de deformação elástica do esqueleto sólido e do escoamento sejam fenômenos acoplados e devem ser resolvidos simultâneamente, o que requer uma análise matemática mais complicada.

Teoria isotrópica desacoplada de RENDULIC [2] - Podemos introduzir na teoria precedente os primeiros invariantes I_1 e I'_1 dos respectivos tensores das tensões totais e efetivas e usar o coeficiente B de compressibilidade volumétrica do esqueleto sólido ($B = E/3(1-2\nu)$. O comportamento linear isotrópico permite escrever:

$$J_1 = \frac{I'_1}{3B} = \frac{I_1+3p}{3B} \qquad (20)$$

Derivando-se a equação (20) em relação ao tempo e combinando-se a equação resultante com a equação (17) temos:

$$\frac{1}{B}\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{K}{\gamma_w}\nabla^2 p - \frac{1}{3B}\frac{\partial I_1}{\partial t} \qquad (21)$$

RENDULIC criou a partir dessa equação uma pseudo-teoria da elasto-consolidação admitindo a hipótese suplementar de que I_1 não varia com o tempo e portanto, que a tensão octaédrica total é constante no tempo em qualquer ponto do domínio. Essa hipótese nunca é aplicável no caso da construção gradativa de um aterro já que neste caso a tensão octaédrica total varia, a medida que se coloca novas camadas de solo. Fazendo I_1 constante, a equação (21) se escreve:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{BK}{\gamma_w}\ \nabla^2 p \qquad (22)$$

Desta vez, conhecemos as condições de contorno da função p. A condição inicial se escreve $p = I_1(0)/3$. Essa hipótese suplementar permite então que se resolva a função p, num primeiro tempo, e, uma vez que ela esteja conhecida, podemos injetar, num segundo tempo o seu valor nas equações de LAME e resolver então o problema de deformação elástica. Nesse caso temos o desacoplamento do fenômeno de escoamento e do fenômeno de deformação. A teoria unidimensional de TERZAGHI, a qual foi a primeira teoria a ser usada em Mecânica dos Solos é um caso particular da teoria de RENDULIC, onde o caráter invariável da tensão octaédrica é plenamente justificada.

FORMULAÇÃO VARIACIONAL DA ELASTO-CONSOLIDAÇÃO

Funcional - GURTIN mostrou que o problema da elasto-consolidação é equivalente a minimizar o seguinte funcional (Λ) onde * significa o produto de convolução:

$$\Lambda = \int_\Omega \left\{ \frac{1}{2}\sigma'_{ij} * e_{ij} - \rho F_i * u_i + p * u_{i,i} - \frac{1}{2} * p_{,i} * [K_{ij}(p_{,j} + \rho_w F_j)] \right\} d\Omega$$

$$- \int_{S_\sigma} T_i * u_i\, dS + \int_{S_q} 1 * Q * p\, dS \qquad (23)$$

Formulação por Elementos Finitos do programa "SOL": Ao nível de um elemento usando interpolações $u = N\delta$ e $p = M\,q$, onde N e M são funções de forma; δ e q são os valores nodais das componentes do deslocamento e da pressão, a condição do mínimo da contribuição do elemento na funcional, pode facilmente ser escrita sob a forma matricial:

$$\begin{aligned} R\delta + Cq &= F_\delta \\ C^T\delta - 1 * Kq &= 1 * F_q \end{aligned} \qquad (24)$$

R é a matriz elementar de rigidez; K é a matriz de permeabilidade elementar e C é a matriz elementar de acoplamento; F_δ e F_q são vetores forças equivalentes elementares. Na formulação bidimensional do programa "SOL", o elemento é um triângulo onde os componentes do deslocamento variam quadráticamente e a pressão varia linearmente. Os nós relativos ao deslocamento tem uma posição bem especial. São 10 nós no total. Os 3 pontos no meio de cada lado servem na formulação da pressão p. O centro de gravidade é 1 nó interno para os deslocamentos. Os 6 outros nós são dispostos ao longo de cada lado da seguinte maneira: 2 deles sobre cada lado e cada um ocupa um dos 2-pontos de integração de segundo grau de GAUSS. Com essa formulação, os deslocamentos e a pressão não são mantidos contínuos ao longo dos lados mas é mantida uma L^1 - continuidade ao longo dos lados [3]. Os elementos não são montadas nós com nós, e sim lados com lados o que facilita a montagem e reduz a largura de banda das matrizes globais. A segunda equação do sistema (24) pode ser facilmente transformada por derivação em relação ao tempo, o que fornece um novo sistema:

$$\begin{aligned} R\delta + Cq &= F_\delta \\ C^T\dot{\delta} - Kq &= F_q \end{aligned} \qquad (25)$$

Condições instatâneas - Na hora da aplicação da primeira carga, visto que não há escoamento, a matriz de permeabilidade K é zerada, como também o vetor F_p, o que dá o seguinte sistema a ser resolvido:

$$\begin{aligned} R\delta(0) + Cq(0) &= F_\delta(0) \\ C^T\delta(0) &= 0 \end{aligned} \qquad (26)$$

A primeira equação do sistema (26) é resolvida sob a condição suplementar $C^T\delta(0) = 0$, o que indica que não há variação de volume no instante t = 0. O programa "SOL" monta os sistemas elementares constituído pela primeira equação (26) num sistema global a ser resolvido junto com as condições de variações nulas de volume dentro de cada elemento. A técnica computacional utilizada é a do Lagrangiano aumentado. A resolução do sistema global fornece as condições iniciais (deslocamentos e pressão instantâneos).

Condições de consolidação (Marcha no tempo) - A existência da derivada temporal no sistema (25) permite definir um esquema de marcha no tempo. Durante o intervalo de tempo $(t, t+\Delta t)$ o programa "SOL" calcula a solução no tempo $t+\frac{\Delta t}{2}$ a partir da solução no tempo t, pelo esquema recorrente seguinte:

$$\frac{1}{2}R(t+\Delta t)\delta(t+\Delta t)+Cp(t+\frac{\Delta t}{2})=F_{\delta}(t+\frac{\Delta t}{2})-F_{\delta}(t)+\frac{1}{2}R(t)\delta(t)+Cp(t)$$

$$C^{T}\delta(t+\Delta t) - tKp(t+\frac{\Delta t}{2}) = C^{T}\delta(t) + F_{p}(t+\frac{\Delta t}{2}) \quad (27)$$

donde, $\delta(t+\Delta t)$ e $p(t+\frac{\Delta t}{2})$ são calculados e $\delta(t+\frac{\Delta t}{2}) = \frac{1}{2}[\delta(t+\Delta t) + \delta(t)]$ é assumido. Este esquema permite fazer variar as características mecânicas do material entre cada intervalo de tempo (não linearidade). O programa "SOL" já foi usado com sucesso para simular curvas experimentais de dissipação de pressão intersticial [4].

CONCLUSÃO

A contribuição principal do trabalho, consistiu em apresentar as hipóteses e equações que constituem as diferentes teorias de elasto-consolidação dos solos e em mostrar como as equações de base desse fenômeno foram tratadas através dos Elementos Finitos pelo programa "SOL". As diferentes características do programa "SOL" (elemento, nós, geração das condições iniciais e marcha no tempo) foram apresentadas.

REFERÊNCIAS

[1] Terzaghi, K., and Peck, R.B., "Soil Mechanics in Engineering Practice", Wiley, 1948.

[2] Rendulic, L., "Porenziffer und Porenwasserdruck in Tonen", Der Bauingenieur, V. 17, p. 559-564 (1936).

[3] Fortin, M., and Soulié, M., "A non-conforming piece-wise quadratic finite element on triangles", International Journal of Numerical Methods in Engineering, V. 19, p. 505-520, (1983).

[4] Demartinecourt, J.P., Bauer, G.E., and Soulié M., "F.E. Analysis of Field Consolidation Curves obtained with the Modified Borehole Shear Device (BHSD)", International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, V. 9, Nº1, p. 29-47, (1985)

SUMMARY

This work describes a mathematical model to analyse the behaviour of saturated clayed soils under external loadings as those provocated by an embankment construction. The fundamental equations governing the instantaneous process of deformation and the consolidation process are shown. A variational formulation equivalent to these equations is used to describe the main characteristics of a finite element program treating the elasto-consolidation phenomenon.

ELEMENTOS FINITOS PARA ANÁLISE GEOMETRICAMENTE NÃO — LINEAR DE PÓRTICOS ESPACIAIS

EVERTON MEMÓRIA SOUZA
INST. DE ENERGIA NUCLEAR
RAUL ROSAS E SILVA
DEPTO. ENG. CIVIL — PUC/RJ

SUMÁRIO

Apresenta-se um modelo de elementos finitos para pórticos espaciais. Os elementos (tipo viga) podem ter torção e curvaturas iniciais. O efeito das curvaturas é considerado nas integrações executadas na seção transversal. Utilizam-se interpolações independentes das rotações e translações ao longo do elemento, em forma Lagrangeana paramétrica. A geometria inicial é definida de forma similar. As subrotinas para os elementos de viga são implementadas em um programa geral, capaz de executar análises estáticas e dinâmicas de sistemas submetidos a grandes deslocamentos.

INTRODUÇÃO

A necessidade de redução do peso e volume dos componentes estruturais conduziu ao desenvolvimento de técnicas em que são utilizadas descrições mais acuradas da sua geometria e do comportamento do material, associadas a formulações que considerem os efeitos estáticos e dinâmicos não-lineares. Tais efeitos são aqui representados através de expressões analíticas baseadas no Princípio dos Trabalhos Virtuais. Através destas equações usam-se técnicas numéricas incrementais conjugadas a processos iterativos, que possibilitam o estudo dos problemas não-lineares, estáticos e dinâmicos. Apresentam-se duas formulações alternativas para as análises geometricamente não-lineares [1,2]: a formulação Lagrangeana total (F.L.T.) que tem como configuração de referência o estado inicial e a formulação Lagrangeana atualizada (F.L.A.), similar à Euleriana [3], que se refere à última configuração deformada.

É empregado um elemento finito de viga isoparamétrico no espaço [1,4] que utiliza funções de interpolação Lagrangeanas e possui curvaturas e dimensões transversais variáveis. Este elemento foi implementado no programa de análise estrutural "NONSAP", capacitando-o ao estudo de pórticos espaciais.

Em virtude da necessária extensão da exposição teórica, dentro dos limites estabelecidos para a dimensão deste trabalho apenas um exemplo pode ser apresentado. Este exemplo, embora aplicado a uma estrutura simples (viga em balanço), permite extrair uma série de observações sobre o comportamento dos elementos e do programa aqui desenvolvidos, pela disponibilidade de resultados analíticos para comparação. Outros exemplos, envolvendo estruturas tridimensionais, podem ser encontrados na Ref. [4].

FORMULAÇÃO DAS EQUAÇÕES INCREMENTAIS DO MOVIMENTO

Numa análise não-linear, quer seja geométrica ou material, obtém-se o equilíbrio do corpo nas diversas configurações (0, Δt, $2\Delta t$,...) através do uso de uma formulação incremental das equações de movimento. Supõe-se que as variáveis estáticas e cinemáticas são conhecidas em um intervalo de tempo de 0 a t, tendo como próximo passo o cálculo da nova posição de equilíbrio requerida para o tempo $t + \Delta t$. Este processo é repetido desde a configuração inicial até a configuração final do corpo. A geometria em cada instante m é descrita pelas coordenadas ${}^{m}x_i$, deslocamentos ${}^{m}u_i$, área ${}^{m}A$ e volume ${}^{m}V$, indicadas na Fig. 1. Os deslocamentos incrementais calculados em cada passo são designados por u_i.

Para o cálculo das variáveis estáticas e cinemáticas na configuração $t + \Delta t$, é utilizado o Princípio dos Trabalhos Virtuais, expresso na Eq. (1):

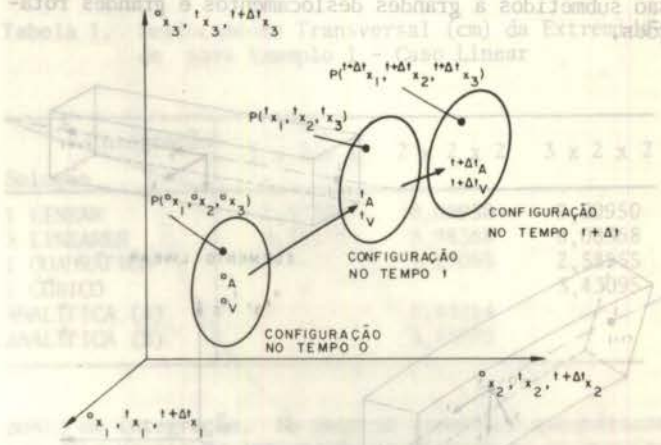


Figura 1. Movimento de um corpo em um sistema de coordenadas Cartesiano fixo

$$\int_{{}^{\tau}V} {}^{t+\Delta t}_{\tau}S_{ij}\ \delta\left({}^{t+\Delta t}_{\tau}\varepsilon_{ij}\right)\ {}^{\tau}dv = {}^{t+\Delta t}R \qquad (1)$$

onde ${}^{t+\Delta t}R$ é a expressão do trabalho virtual externo,

$${}^{t+\Delta t}R = \int_{{}^{\tau}A} {}^{t+\Delta t}_{\tau}t_k\ \delta u_k\ {}^{\tau}da + \int_{{}^{\tau}V} {}^{t+\Delta t}_{\tau}f_k\ \delta u_k\ {}^{\tau}dv$$

Na nomenclatura usada [1,4], as tensões, deformações e forças têm um índice superior esquerdo que indica a configuração em que ocorrem estas quantidades e índice inferior esquerdo a configuração em que as mesmas são medidas. Nas equações acima, δu_k é uma variação virtual das componentes dos deslocamentos e $\delta({}^{t+\Delta t}_{\tau}\varepsilon_{ij})$ são as correspondentes variações das deformações; ${}^{\tau}_{\tau}S_{ij}$ e ${}^{t+\Delta t}_{\tau}S_{ij}$ são as tensões que equivalem às tensões de Cauchy para $\tau = t$ e correspondem às de Piola-Kirchhoff II para $\tau = 0$; ${}^{t+\Delta t}_{\tau}t_k$ e ${}^{t+\Delta t}_{\tau}f_k$ são, respectivamente, as forças de superfície e de volume.

Admitindo-se uma relação linear entre tensões e deformações incrementais, e utilizando o Princípio de D'Â

lembert, chega-se a uma forma linearizada da Eq. (1), válida para deslocamentos incrementais [1,4], a qual pode ser representada na forma matricial, como se segue:

$$\underset{\sim}{M}\,{}^{t+\Delta t}\underset{\sim}{\ddot{u}} + ({}^{t}_{\tau}\underset{\sim}{K}_{L} + {}^{t}_{\tau}\underset{\sim}{K}_{NL})\underset{\sim}{u} = {}^{t+\Delta t}\underset{\sim}{R} - {}^{t}_{\tau}\underset{\sim}{F} \qquad (2)$$

onde M é a matriz de massa; $\underset{\sim}{K}_L$ e $\underset{\sim}{K}_{NL}$ equivalem, respectivamente, a parte linear e a não-linear da matriz de rigidez; ${}^{t+\Delta t}\underset{\sim}{R}$ é o vetor do carregamento nodal aplicado externamente; $\underset{\sim}{F}$ é o vetor das forças nodais equivalentes às tensões do elemento; ${}^{t+\Delta t}\underset{\sim}{\ddot{u}}$ é o vetor das acelerações nos pontos nodais e $\underset{\sim}{u}$ é o vetor dos deslocamentos nodais incrementais.

FORMULAÇÃO DOS ELEMENTOS DE VIGA

Os elementos de viga representados na Fig. 2 são formulados tridimensionalmente, podem ser curvos, e as dimensões de suas seções transversais, as quais devem ser retangulares, podem variar ao longo do eixo [1,4]. Os elementos possuem translações das seções independentes das rotações, com o que se tem uma boa representação da geometria deformada dos elementos quando estes são submetidos a grandes deslocamentos e grandes rotações.

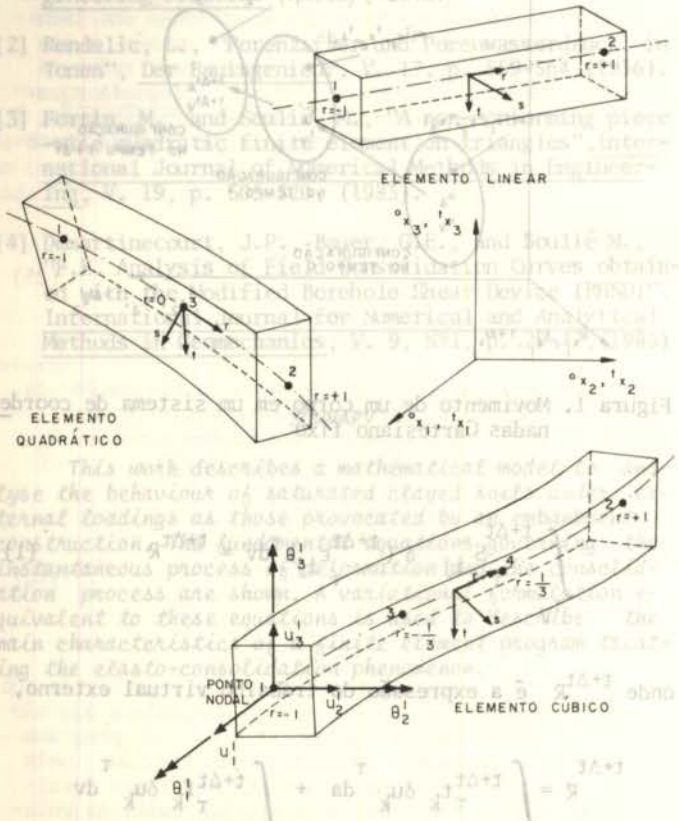


Figura 2. Elementos de viga

Foram utilizadas funções de interpolação de Lagrange, para interpolar independentemente os deslocamentos e as rotações. Nestes elementos, é usual utilizar uma formulação similar para a representação da geometria. Se as dimensões das seções forem variáveis ao longo da viga, a rigor esta seria uma formulação superparamétrica. É usual na literatura desprezar este fato e designar estes elementos como isoparamétricos.

Na análise à flexão é considerado o efeito da deformação por cisalhamento. Supõe-se que uma seção transversal plana, inicialmente normal ao eixo da viga permanece plana, porém devido às deformações por cisalhamento esta seção não mais permanece normal à esse eixo. No caso da torção, as funções de interpolação correspondem aos deslocamentos exatos para uma seção circular, podendo ser utilizadas para seções transversais retangulares em que a relação entre as suas dimensões seja próxima de 1. Para outros tipos de seções transversais uma representação mais adequada dos deslocamentos deve ser considerada, como é o caso de vigas-tubo em regime não-linear onde deve ser considerada a ovalização da seção [5], e também em outras seções abertas e fechadas em que o efeito do empenamento é um fator importante na análise linear [6].

É suposto que, durante a deformação do elemento, a área de uma determinada seção transversal permanece constante. Supõe-se ainda que as relações constitutivas são lineares. Isto implica que, em geral, as análises serão limitadas a pequenas deformações. Contudo, ao longo do elemento poderão ocorrer grandes deslocamentos e grandes rotações.

Nesta formulação, é necessário primeiro obter a geometria e campo de deslocamentos. As coordenadas Cartesianas ${}^{m}x_i\,(i=1,2,3)$ de um ponto arbitrário de uma viga com N pontos nodais (vide Fig. 2) em uma configuração m são expressas por

$$ {}^{m}x_i = \sum_{k=1}^{N} h_k\, {}^{m}x_i^k + \frac{t}{2}\sum_{k=1}^{N} a_k\, h_k\, {}^{m}V_{ti}^k + $$

$$ + \frac{s}{2}\sum_{k=1}^{N} b_k\, h_k\, {}^{m}V_{si}^k \qquad (3)$$

com (i=1,2,3)

onde $h_k(r)$ são funções de interpolação Lagrangeanas, r,s, e t são as coordenadas naturais, ${}^{m}x_i^k$ (i = 1,2,3) são as coordenadas Cartesianas de um ponto nodal k, a_k e b_k são as dimensões da seção transversal da viga no ponto nodal k, ${}^{m}V_{si}^k$ e ${}^{m}V_{ti}^k$ (i=1,2,3) são as componentes dos vetores unitários ${}^{m}\underset{\sim}{V}_s^k$ e ${}^{m}\underset{\sim}{V}_t^k$ nas direções s e t, respectivamente, do ponto nodal k, as quais não são necessariamente normais ao eixo neutro da viga. O cálculo dos vetores de orientação das seções nos pontos nodais do elemento (${}^{o}V_r^k$, ${}^{o}V_s^k$ e ${}^{o}V_t^k$), para a configuração inicial, utiliza pontos auxiliares e é detalhado em [4]. Avaliando-se a expressão (3), sucessivamente, nos estados 0, t e t+Δt, obtém-se os campos de deslocamentos totais ${}^{t}u_i$ e deslocamentos incrementais u_i em função dos deslocamentos nodais e das variações nas direções dos vetores de orientação das seções nodais.

$$ {}^{t}u_i = \sum_{k=1}^{N} h_k\, {}^{t}u_i^k + \frac{t}{2}\sum_{k=1}^{N} a_k\, h_k\,({}^{t}V_{ti}^k - {}^{o}V_{ti}^k) $$

$$ + \frac{s}{2}\sum_{k=1}^{N} b_k\, h_k\,({}^{t}V_{si}^k - {}^{o}V_{si}^k) \qquad (4)$$

$$ u_i = \sum_{k=1}^{N} h_k\, u_i^k + \frac{t}{2}\sum_{k=1}^{N} a_k\, h_k\, V_{ti}^k + $$

$$ + \frac{s}{2}\sum_{k=1}^{N} b_k\, h_k\, V_{si}^k \qquad (5)$$

Na Eq. (5), os incrementos nos vetores de orientação são

$$\underset{\sim}{V}_s^k = {}^{t+\Delta t}\underset{\sim}{V}_s^k - {}^{t}\underset{\sim}{V}_s^k \cong \underset{\sim}{\theta}_k \times {}^{t}\underset{\sim}{V}_s^k$$

$$\underset{\sim}{V}_t^k = {}^{t+\Delta t}\underset{\sim}{V}_t^k - {}^{t}\underset{\sim}{V}_t^k \cong \underset{\sim}{\theta}_k \times {}^{t}\underset{\sim}{V}_t^k$$

onde θ_k é o vetor das rotações em um ponto nodal k. A atualização das relações aproximadas somente poderá ser feita se os ângulos de rotações forem pequenos em cada incremento de carga, mantido o comprimento unitário dos vetores V_t^k e V_s^k.

Conhecida a geometria e os deslocamentos, é possível obter as matrizes e vetores utilizados na análise linear e não-linear, que constam da Eq. (2). A obtenção destas matrizes e vetores envolve diferenciações e integrações em coordenadas Cartesianas globais ${}^{o}x_i$, (i = 1,2,3). Para isto se utiliza a matriz de transformação Jacobiana ${}^{o}J$, que contém as derivadas das coordenadas Cartesianas iniciais ${}^{o}x_i$ (i=1,2,3) com respeito às coordenadas naturais r, s e t, avaliadas a partir da Eq. (3).

Na F.L.T. o tensor das deformações incrementais pode ser decomposto em três termos a saber:

$$ {}^{o}\varepsilon_{ij} = \underbrace{\frac{1}{2}({}^{o}u_{i,j} + {}^{o}u_{j,i})}_{\text{Termo 1}} + \underbrace{\frac{1}{2}({}^{t}u_{k,i}\,{}^{o}u_{k,j} + {}^{o}u_{k,i}\,{}^{t}u_{k,j})}_{\text{Termo 2}} \qquad (6) $$

$$ + \underbrace{\frac{1}{2}({}^{o}u_{k,i}\,{}^{o}u_{k,j})}_{\text{Termo 3}} \quad i=1,2,3;\ j=1,2,3;\ k=1,2,3 $$

onde $${}^{o}u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial {}^{o}x_j}$$

Na Eq. (6), o termo 1 é responsável pela parte linear da matriz de rigidez, juntamente com o termo 2, que corresponde aos deslocamentos iniciais; e o termo 3 corresponde à parte não-linear ou geométrica desta matriz. Na formulação Lagrangeana atualizada (F.L.A.), o termo 2 não existe, pois a configuração de referência para os deslocamentos é a atual, avaliada no instante t.

As equações de equilíbrio (2) são referidas ao sistema global de coordenadas. Portanto, deverá ser feita uma transformação da matriz de constituição do material para o sistema global, já que a relação constitutiva é fornecida no sistema local onde somente são consideradas uma tensão longitudinal e duas tensões de cisalhamento transversais [1,4]. Como a matriz de rigidez do elemento é calculada por meio de uma integração numérica de Gauss, a transformação do sistema local para o global da matriz constitutiva deverá ser efetuada em cada ponto de integração durante o processo numérico. Os esforços secionais, forças e momentos, são calculados numericamente integrando-se, as forças e momentos por unidade de área, nas direções s e t, mantendo-se r fixo [4].

EXEMPLO

Uma viga, em balanço, sob a ação de uma carga concentrada na extremidade, no sentido transversal, foi discretizada como mostra a Fig. 3 e analisada, no regime linear, com os três tipos de elementos de viga implantados no programa NONFAN [4]. As propriedades usadas nesta análise são: módulo de elasticidade E = 2,1 x 10^6 Kgf/cm^2, coeficiente de Poisson ν = 0,25, fator de correção do cisalhamento k = 1. O carregamento usado foi de P = 2000 Kgf.

Os resultados provenientes desta análise estão expostos na Tabela 1, para os diversos tipos de elementos, com a consideração da discretização e do número de pontos de integração empregados nas direções (r, s, t), respectivamente. As soluções analíticas utilizadas para comparação foram as seguintes:

$$ \text{(A)}\quad u_2(L) = \frac{PL^3}{3EI} + \frac{3PL}{2abG} $$

de Timoshenko e Goodier [7]; e

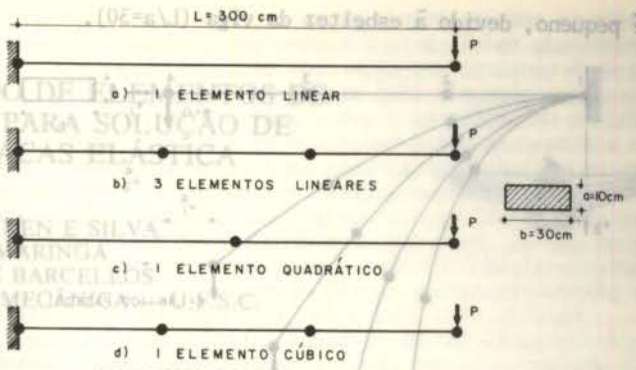


Figura 3. Geometria e discretização para o Exemplo

$$ \text{(B)}\quad u_2(L) = \frac{PL^3}{3EI} + \frac{f_s PL}{abG} $$

de Timoshenko e Gere [8], com $f_s = 1/k$. Para os exemplos com elementos lineares foi constatado que os resultados só tendem a uma boa aproximação quando se utiliza ao longo da direção r (longitudinal) apenas um

Tabela 1. Deslocamento Transversal (cm) da Extremidade para Exemplo 1 - Caso Linear

Solução \ Integração	1 x 2 x 2	2 x 2 x 2	3 x 2 x 2
1 LINEAR	2,57381	0,00950	0,00950
3 LINEARES	3,33571	0,08368	0,08368
1 QUADRÁTICO	-	3,43095	2,58555
1 CÚBICO	-	-	3,43095
ANALÍTICA (A)		3,43214	
ANALÍTICA (B)		3,43095	

ponto de integração. No caso de elementos quadráticos, com dois pontos de integração na direção r, os resultados se aproximaram da resposta apresentada pelo elemento cúbico, cujo resultado difere do analítico (A) em aproximadamente -0,035% e coincide com o resultado analítico (B). Os resultados não representados na Tabela 1 correspondem a situação de singularidade, por insuficiência no número de estações de integração longitudinais.

Para a análise não-linear usou-se um elemento cúbico, com ordem de integração de Gauss 3 x 2 x 2 e 685 passos de carga iguais, sem iterações de equilíbrio. Na utilização da F.L.T. foi empregada uma relação constitutiva linear na configuração inicial; quando do uso da F.L.A. foi empregada uma relação constitutiva do material linear na configuração atualizada.

As respostas foram comparadas com os resultados do trabalho clássico de Bisshopp e Drucker [9] e com aqueles, mais recentes, de Mattiasson [10], os quais realizaram estudos de vigas submetidas a grandes deslocamentos através de integrais elípticas. Nesses estudos foram ignoradas as deformações axiais e de cisalhamento, consideradas neste trabalho.

Na Fig. 4 são apresentadas as configurações deformadas para o parâmetro de carga, K = PL^2/EI, assumindo os seguintes valores: 0; 1,46; 2,92; 5,84 e 9,49. Os gráficos que relacionam os deslocamentos horizontais e verticais da extremidade com o parâmetro de carga são apresentados na Figura 5, para as duas formulações não-lineares e também para a solução por integrais elípticas.

Com o emprego da F.L.A. foram encontrados deslocamentos um pouco maiores que na F.L.T.. Contudo, até o parâmetro de carga 4,0 foram obtidos, aproximadamente, os mesmos resultados nas duas formulações. Note-se que o efeito das deformações axiais e de cisalhamento

é pequeno, devido à esbeltez da viga (L/a=30).

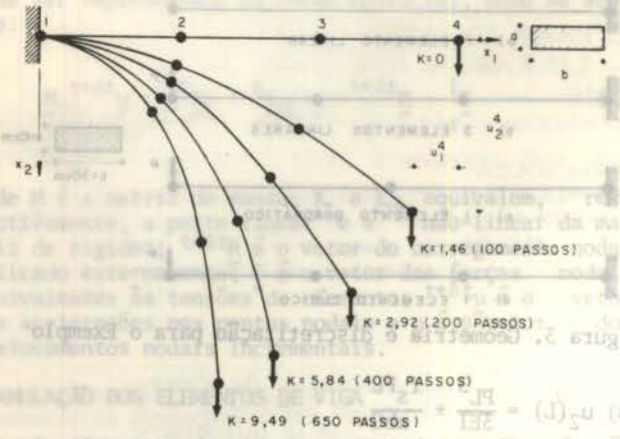


Figura 4. Configurações da estrutura

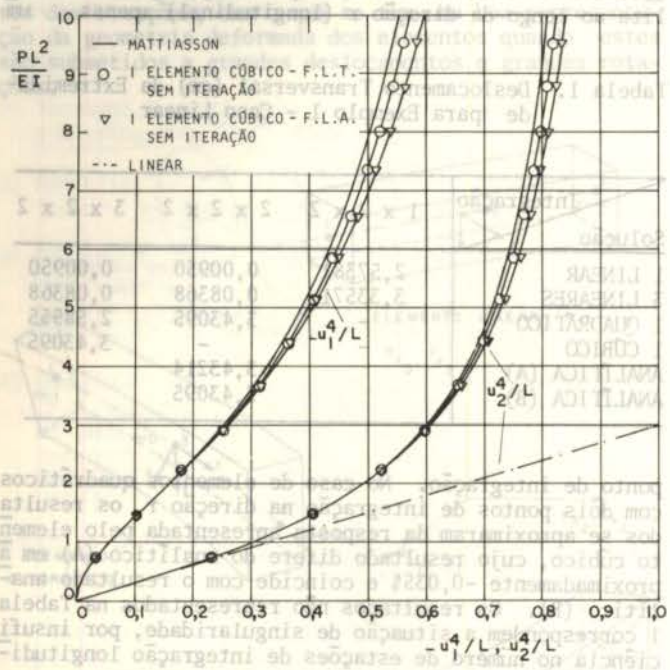


Figura 5. Deslocamentos da Extremidade

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Elementos finitos baseados em interpolação independente de deslocamentos e rotações apresentam uma maior capacidade de representação de variações da geometria, tanto no estado inicial como no estado deformado. Isto os torna particularmente úteis na análise geometricamente não-linear.

O uso da integração reduzida na direção longitudinal permite obter resultados bastante superiores à integração completa, com menor trabalho computacional, no caso dos elementos quadrático e linear (é possível mostrar que tais elementos são equivalentes a elementos do tipo misto). No entanto, o elemento cúbico, com 3 ou 4 estações de integração na direção longitudinal, permite melhor reapresentação da geometria deformada, o que recomenda seu uso na análise não-linear.

Devido a limitações de espaço, não foi possível incluir exemplos de análise não-linear de vigas curvas e pórticos, no espaço, e cálculos de frequências e modos de vibração, disponíveis na Ref. [4]. Tais resultados deverão ser publicados oportunamente.

AGRADECIMENTOS

À Comissão Nacional de Energia Nuclear, através do PRONUCLEAR, pelo suporte financeiro provido aos estudos de Mestrado de E.M. Sousa.

BIBLIOGRAFIA

[1] Bathe, K.J., Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1982.

[2] Zienkiewicz, O.C., El Método de los Elementos Finitos, Editorial Reverté, S.A., Barcelona, 1980.

[3] Malvern, L.E., Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1969.

[4] Sousa, E.M., Análise Não-Linear de Pórticos Espaciais com Elementos Finitos de Curvatura e Espessura Variáveis, Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, PUC/RJ, Abril de 1984.

[5] Almeida, C.A., A Simple New Element for Linear and Nonlinear Analysis of Piping Systems, Ph.D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, 1982.

[6] Araújo, T.D.P., Formulação Tridimensional de Elementos de Viga de Seção Deformável, Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, PUC/RJ, 1985.

[7] Timoshenko, S.P., Goodier, J.N., Theory of Elasticity, McGraw-Hill, Third Edition, Tokyo, 1970.

[8] Timoshenko, S.P., e Gere, J.M., Mechanics of Materials, D. Van Nostrand, New York, 1972.

[9] Bisshopp, K.E. e Drucker, D.C., "Large Deflection of Cantilever Beams", Quartely of Applied Mathematics, Vol. 3, 1945, pp. 272-275.

[10] Mattiasson, K., "Numerical Results from Large-deflection Beam and Frame Problems Analysed by Means of Elliptic Integrals", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 17, Nº 1, pp. 145 - 153.

SUMMARY

A formulation for finite element modelling of space frames is presented. Such beam-type elements can have initial torsion and curvatures. The effect of the curvatures is considered in the integrations performed within the cross section. The translations and rotations along the element are independently interpolated, by means of parametric Lagrangian functions. The initial geometry is described in a similar way. The beam element subroutines are implemented in a general program for static and dynamic analysis of systems subjected to large displacements.

"REVIEW" SOBRE O MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO APLICADO PARA SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PLACAS ELÁSTICA

LUIZ HENRY MONKEN E SILVA
DME — U.E. MARINGÁ
CLÓVIS SPERB DE BARCELLOS
DEPARTAMENTO DE ENG. MECÂNICA — U.F.S.C.

SUMÁRIO

Neste trabalho, apresenta-se uma revisão sobre aplicações de métodos integrais para problemas de placas elásticas. Descreve-se as metodologias usadas para obtenção das formulações integrais mais empregadas, suas estruturas, propriedades e implementações numéricas. Sintetiza-se os principais resultados em forma tabular, o que possibilita uma avaliação qualitativa entre os métodos revistos.

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem por objetivo rever a pesquisa realizada a partir da década de sessenta sobre métodos integrais para solução numérica de problemas de placas elásticas. Neste período houve acentuado desenvolvimento computacional de tais métodos e diversas formulações integrais surgiram para o referido problema. Suas características são aqui analisadas.

Na segunda seção, apresenta-se os conceitos básicos dos métodos integrais e o problema de placas na forma diferencial. As formulações, suas estruturas, vantagens, desvantagens e propriedades bem como suas implementações, são tratadas na terceira seção. Na quarta seção, comenta-se alguns resultados obtidos e a eficiência dos métodos.

CONCEITOS BÁSICOS

Os métodos integrais se fundamentam em relações funcionais entre quantidades no domínio, Ω, e no contorno, $\partial\Omega$. Através de limites estas relações ficam definidas apenas no contorno $\partial\Omega$. Quando a relação funcional é obtida por meio de distribuições singulares em $\partial\Omega$, cujas intensidades são determinadas a fim de satisfazer as condições de contorno, o método é denominado indireto. Quando a representação integral emprega uma relação de reciprocidade ou de energia, o método é direto [1], [2].

Agora, considere-se uma placa elástica, fina, de espessura constante, construida de material isotrópico homogêneo, ocupando uma região $\Omega \subset R^2$ com contorno $\partial\Omega$, sujeita a carga transversal por unidade de área, f, modelada pela teoria de Kirchhoff [3]. O deslocamento transversal, w, satisfaz a equação [3], [4], [5]:

$$D\nabla^4 w + \rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = f(P,t), \quad P\in\Omega; \tag{1}$$

onde: $D=Eh^3/12(1-\nu^2)$- rigidez a flexão; ρ- massa específica; ν- módulo de Poisson; E- módulo de elasticidade; h- espessura da placa e $\nabla^4=\nabla^2\nabla^2$- operador biharmônico.

As condições de contorno são:

$$Tr(w)=\bar{w},\ \forall p\in\partial\Omega^w; \quad Tr\partial w/\partial m=\bar{\theta},\ \forall p\in\partial\Omega^\theta; \quad \partial\Omega^w\cap\Omega^V=\phi$$
$$Tr[M(w)]=\bar{M},\ \forall p\in\partial\Omega^M; \quad Tr[V(w)]=\bar{V},\ \forall p\in\partial\Omega^V; \quad \partial\Omega^\theta\cap\partial\Omega^M=\phi \tag{2}$$

onde: M(.); V(.); $\theta=\partial n(.)$; T(.); Q(.)-são os operadores momento normal, força cortante equivalente, rotação normal, momento torsor e força cortante, respectivamente, definidos em $\partial\Omega$: $Tr[g(p)]=\ell img(P)$, quando $P\to p$.

O problema estático ((1) com $\partial^2 w/\partial t^2=0$, se reduz a uma equação biharmônica não homogênea) foi o que mais recebeu atenção dos pesquisadores. A aplicação de formulação integral em problemas de placas, parece se iniciar com os trabalhos de Jaswon et alii [6] e Jaswon & Maiti [7]. Nestes trabalhos, representa-se uma função biharmônica por meio de duas funções potenciais. Entretanto o método indireto mais empregado [8], [9], [10], [11], consiste em escrever o deslocamento, w, como superposição do deslocamento w_0- devido ao carregamento externo e dos deslocamentos w_F, w_M- devido distribuição, em $\partial\Omega$, de linhas de forças e momentos concentrados, de intensidades desconhecidas. Estas, são determinadas a fim de que as condições de contorno sejam satisfeitas.

O teorema de Betti-Rayleigh [12] para placas [9],

$$\iint_\Omega [f_A w_B - f_B w_A]d\Omega + \int_{\partial\Omega}[V_A w_B - M_A\theta_B - V_B w_A + M_B\theta_A]ds = 0, \tag{3}$$

serve de partida para o estabelecimento de formulações integrais diretas. Em (3) os sub-índices A, B indicam dois estados elásticos e os demais parâmetros possuem o mesmo significado anterior. Idenficando um dos estados com o atual e o outro com o decorrente da solução fundamental biharmônica, obtém-se uma representação integral para w em Ω. Como se pode notar, em (3) as quantidades são as de interesse para o problema.

FORMULAÇÕES INTEGRAIS

As formulações são apresentadas, exceto algumas complementares, na ordem em que foram publicadas. Jaswon et alii em [6] trataram do problema biharmônico. Todavia a mesma formulação foi empregada em problemas de placas [7], [13]. O deslocamento w foi expresso como superposição de w_0, proveniente do carregamento externo, com W, que satisfaz a equação biharmônica. O problema diferencial é transformado para a forma integral ao adotar, para W, a representação:

$$W = r^2\phi + \psi, \quad \nabla^2\psi = 0 \tag{4}$$

No processo de solução (dos problemas harmônicos), expressa-se ϕ e ψ por meio de potenciais simples:

$$\phi(p)=\int_{\partial\Omega}\sigma(q)\ell grd s_q; \quad \psi(p)=\int_{\partial\Omega}\zeta(q)\ell grd s_q, \quad p\in\bar{\Omega}; \tag{5}$$

onde: $r=|p-q|$. Em seguida, substitui-se (5) em (4) e determina-se as densidades σ e ζ para satisfazer as condições de contorno. No limite ao contorno, se deve levar em consideração as descontinuidades em $\partial\phi/\partial n$ e $\partial\psi/\partial n$. Com ϕ e ψ determinadas, todos os parâmetros podem ser calculados. A representação (5) necessita modificações para atender a completividade, existência e unicidade da solução, em problemas de domínio infinito ou multi-conexos [6], [13].

A implementação numérica particiona o contorno em arcos. Em cada arco, supõe-se σ e ζ constantes e as

socia-se seus valores a um ponto, geralmente central, denominado nodal. Este é o elemento constante. Aproxima-se o contorno por segmentos de retas. Usa-se o processo de colocação [14] para transformar o sistema integral em um algébrico linear. Usa-se a regra de Simpson ou a retangular para aproximar as integrais não singulares de núcleos logarítmicos ou de suas derivadas, respectivamente. Nestas regras emprega-se os comprimentos dos arcos e não os das cordas, no contorno. Arredonda-se os cantos, para evitar o problema de mal condicionamento do sistema provocado pelo comportamento irregular de potenciais duplos, perto deles.

Maiti & Chakrabarty em [15], desenvolveram formulação integral para o problema estático de placas que além de remover o mal condicionamento perto dos cantos, justifica matematicamente a presença de dois potenciais em (4). Entretanto, a formulação é específica para placas poligonais simplesmente apoiadas. Maiti & Chakrabarty, usaram a identidade de Rayleigh-Green [16] para domínio interior e depois para o exterior. Adotando técnica usual [2] de somar as representações obtidas para os dois problemas, encontra-se:

$$\phi(P)=\int_{\partial\Omega}\sigma(q)r^2(\ell gr-1)ds_q+\int_{\partial\Omega}\mu(q)\ell grds_q,\quad P\in\Omega; \qquad (6)$$

onde σ e μ são densidades de fontes, determinadas para satisfazer as condições de contorno. Calculando-se $\nabla^2\phi$ de (6), obtém-se a segunda equação que completa a formulação. Fazendo $P\to p\in\partial\Omega$, obtém-se as equações em $\partial\Omega$. Adotaram procedimento numérico análogo ao descrito em [6] e referido anteriormente.

Erik B. Hansen em [17] desenvolveu duas formulações específicas, para placas infinitas, contendo furos com arestas supostas livres, sob um sistema de forças e momentos em equilíbrio, no infinito. Novamente, a identidade de Rayleigh-Green aplicada à região interior e exterior à dos furos serviu para estabelecer as duas formulações. Uma delas se estrutura nas representações integrais no contorno de w e $\partial w/\partial n$; a outra nas de $\partial w/\partial n$, $\partial w/\partial t$ (derivada normal e tangencial ao contorno, respectivamente). O procedimento numérico, difere dos anteriores por aproximar as funções incógnitas através de "spline" [17], [18]. As integrais envolvidas sempre foram desmembradas em uma parte limitada e outra singular. As primeiras foram avaliadas por Romberg [19]. As últimas, tomadas na forma mais simples possível, foram calculadas analiticamente. O sistema discretizado apresenta bom condicionamento e foi resolvido por uma subrotina convencional de eliminação.

Nicholas J..Altiero & David L. Sikarskie em [8] apresentaram formulação aplicável a geometrias quaisquer porém, devido a complexidade das equações, as aplicações só consideraram condições de engastamento. Fazendo-se a imersão da placa real em uma placa fictícia que se conheça a função de Green, distribuindo-se em $\partial\Omega$ linhas de força $\bar{P}(q)$ e momentos $\bar{M}(q)$, o deslocamento pode ser expresso por

$$w(P)=\iint_{\Omega}G(P,Q)f(Q)dS_Q+\int_{\partial\Omega}[G(P,q)\bar{P}(q)+H(P,q)\bar{M}(q)]ds_q \qquad (7)$$

onde: $G(P,Q)$, é a função de Green da placa fictícia e $H(P,Q)=-\partial G(P,Q)/\partial n_Q$. As intensidades $\bar{P}$ e $\bar{M}$ são determinadas para satisfazer as condições de contorno. No esquema numérico, usaram elementos constantes. Calcularam as integrais não singulares pela regra trapezoidal simples [19], e as singulares analiticamente.

Uma abordagem diferente das anteriores foi desenvolvida simultâneamente por Bézine & Gambi em [20] e Stern em [21]. Em [20], consideraram a forma bilinear simétrica.

$$U(v,w)=\iint_{\Omega}(1-\nu)\left(\frac{\partial^2v}{\partial x^2}\cdot\frac{\partial^2w}{\partial y^2}-\frac{2\partial^2v}{\partial x\partial y}\cdot\frac{\partial^2w}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2v}{\partial y^2}\cdot\frac{\partial^2w}{\partial x^2}\right)dS. \qquad (8)$$

Integraram (8) duas vezes por partes em v e obtiveram (3) na forma mais geral:

$$\iint_{\Omega}(v\Delta\Delta w-w\Delta\Delta v)dS=-\frac{1}{D}\int_{\partial\Omega}[vV(w)-\theta(v)M(w)+\theta(w)M(v)-wV(v)]ds+\frac{1}{D}\sum_{i=1}^{N}\{[\![wT(v)]\!]-[\![vT(w)]\!]\}A_i, \qquad (9)$$

onde: $[\![.]\!]=(.)_{A_i^+}-(.)_{A_i^-}$. Em (9) escolhendo v como a solução fundamental biharmônica e w como o deslocamento real, obtém-se uma representação integral para $w(P)$, $P\in\Omega$. Completando a formulação, derivou-se $w(P)$ numa direção pré-fixada para obter uma segunda equação. As equações integrais no contorno, são obtidas através de limite, fazendo-se $P\in\Omega\to p\in\partial\Omega$. Foi usado elementos constantes no procedimento numérico. Empregou-se a regra trapezoidal composta para vinte pontos para calcular as integrais não singulares. O núcleo $\partial V(v)/\partial n$ exibe singularidade $1/r^2$ e apresenta dificuldade para ser integrado. Bézine & Gambi fizeram estes termos passarem a se comportar como $1/r$, procedendo a uma integração por partes [20]. As integrais singulares com este tipo de singularidade são entendidas como valor principal de Cauchy e são calculadas por meio de soluções de corpo rígido.

Stern em [21] obteve a representação integral para $w(P)$, $P\in\Omega$ de modo análogo ao desenvolvido em [20]. Todavia a segunda equação foi obtida de (9), usando-se uma nova solução fundamental apropriadamente escolhida. Stern mostrou que as integrais singulares presentes em $w(P)$ $P\in\Omega$ são convergentes. Por outro lado na segunda equação algumas integrais são divergentes. Contorna-se estes problemas colocando $\bar{w}=w-w(p)$ no lugar de w na segunda equação [21], isto é, faz-se uma regularização [22]. A implementação de Sternnm usa aproximação linear para as incógnitas. As contribuições das singularidades foram calculadas analiticamente e as integrais entendidas como valores principais de Cauchy, foram estimadas pela regra de Gauss de 5ª ordem. Nos cantos, onde θ; M e V possuem dois valores limites, completa-se o sistema de equações considerando a natureza assintótica da solução, numa vizinhança do canto. Aqui o trabalho de Stern restringe-se a placas retangulares.

Tottenham em [9] apresentou várias formulações. As indiretas são análogas as de [8], porém usam solução fundamental ao invés de função de Green. As distribuições de forças e momentos concentrados foram feitas no contorno ∂A da placa fictícia. Se ∂A não coincidir com $\partial\Omega$ as integrais são não singulares. Fazendo-se $\partial A\to\partial\Omega$, obtém-se o método indireto convencional. As integrais singulares foram investigadas através do equilíbrio de uma placa semi-circular com centro e sob carga concentrada na origem. A formulação direta de Tottenham [9] emprega (3) para obter quatro equações integrais usando estados elásticos distintos. Mas em cada ponto do contorno apenas duas delas devem ser usadas. Empregou-se uma equação de cada par: {w, V} e {θ, M}.

O problema de vibrações de placas foi estudado por J. Vivoli em [23], por J. Vivoli & Filippi em [14], empregando-se potenciais. A equação de vibrações harmonicas de placas pode ser obtida diretamente de (1) em vista de se ter: $f(P,t)=F(P)e^{-i\omega t}$ e então $w(P,t)=u(P)e^{-i\omega t}$. A solução foi expressa na forma:

$$u(P)=u_0(P)+\sum_{i=1}^{2}(-1)^{q_i}\int_{\partial\Omega}\mu_{qi}(m)\frac{\partial^{q_i}}{\partial n_m}G(P,m)ds_m; \qquad (10)$$

sendo $u_0=\iint_{\Omega}f(Q)G(P,Q)dS_Q$ e $0<q_1<q_2<3$. As densidades μ_{qi} são determinadas para satisfazer as condições de contorno. Em [24], mostra-se que a formulação integral é equivalente à diferencial. O procedimento numérico usa elementos constantes. Estimou-se as integrais não singulares por meio da regra retangular. As singulares foram calculadas analiticamente tomando-se as séries ascendentes das funções de Bessel [25]. Alternativamente, expandiu-se os integrandos em ondas cilíndricas [25] e todas as integrais foram calculadas analiticamente.

Formulações diretas e indiretas para os problemas de vibrações e de estabilidade de placas foram desenvolvidas em [10] por Y. Niwa et alii. As indiretas são análogas às desenvolvidas em [23], [24]. As diretas usam o

teorema de Betti-Rayleigh como em [9] para obter uma representação integral para u. Completando a formulação obteve-se a segunda equação, calculando-se: $\partial u(P)/\partial n_p$. A implementação numérica usou desde elementos constantes até cúbicos. Aproximou-se as integrais não singulares por quadratura de Gauss. Calculou-se analiticamente as singulares. O problema de autovalores, resultante, é não algébrico. Fez-se a minimização do valor absoluto do determinante do sistema, para determiná-los.

Q. H. Du & Z. H. Yao em [26] ponderaram os resíduos de domínio e contorno, encontrando a relação (9) sem os termos de salto. Em [27], obtém-se as mesmas equações de [26], através de abordagem variacional. O esquema numérico usou funções de interpolação hermitianas de primeira ordem para interpolar w e de ordem zero para θ, M e V. A estrutura da formulação consiste de duas ou três equações conforme w seja ou não especificado, respectivamente. Nos pontos de cantos, suplementou-se o sistema de equações por meio das relações que existem entre as derivadas dos dois lados dos cantos [27]. Aplicou-se: regra de Gauss usual para as integrais não singulares; regra de Gauss com peso logarítmico [2], para as com singularidades logarítmicas; soluções de corpo rígido para as com singularidades mais forte.

F. V. Weeën em [28] desenvolveu uma formulação direta para placas modeladas pela teoria de Reissner [29]. Ponderando as equações de equilíbrio e integrando o resultado por partes, encontrou uma relação de reciprocidade. As equações integrais são então obtidas como nos outros métodos diretos. Foi adotado, na implementação do método, várias melhorias: a) particionamento do domínio, que conduz à matrizes de banda; b) elementos isoparamétricos para aproximar a geometria e as incógnitas; c) transformação da integral do termo de carga para o contorno; d) uso de soluções de corpo rígido para calcular as contribuições das integrais singulares; e) integração numérica com ordens escolhidas como em [30]; entre outras.

Recentemente J. A. Costa Jr. & C. A. Brebbia apresentaram em [31], nova formulação direta para o problema estático. As equações que a estruturam são obtidas como em [21]. As integrais divergentes que aparecem na formulação foram regularizadas [22]. O procedimento numérico usa elementos de contorno isoparamétricos: contínuos e descontínuos (os pontos nodais são internos). Transforma-se as integrais de domínio para o contorno, nos casos de cargas: concentradas, uniformes e hidrostática. Avalia-se as integrais não singulares por regra de Gauss e as singulares através de regras de quadraturas de valores principais e de soluções de corpo rígido.

Além dos problemas testes, outros também foram investigados por métodos integrais. O problema de placas com condições dentro do domínio, foi estudado por Bézine em [32]. O método se estrutura nas equações desenvolvidas em [20]. Elimina-se as incógnitas no contorno entre as representações de $w(P)$, $P\in\Omega$; $\partial w(p)/\partial n$, $p\in\partial\Omega$, $w(p)$ $p\in\partial\Omega$. Obtém-se o problema somente em função de quantidades no domínio. Este método foi empregado na solução do problema de contato entre placas, apresentado por Bézine & Fortune em [33]. Os problemas de vibrações e estabilidade de placas retangulares foram abordados por Gospodimov & Ljutskanov em [34]. As formulações foram análogas às de Tottenham em [9]. J. T. Katsikadelis & Armenàkas apresentaram em [35], [36], formulações integrais diretas para os problemas de placas sob apoio elástico com condições de apoio simples e de engastamento, respectivamente. O esquema numérico usou elementos constantes.

O problema de placa ortotrópica [3], foi investigado por H. Irschik em [37]. Primeiramente, por meio de uma transformação linear a equação de placa ortotrópica foi reduzida a uma equação biharmônica não homogênea. Depois, a formulação segue as técnicas apresentadas em [8]. Placas tipo "sandwich", com faces e enchimento de materiais isotrópicos foram estudadas por N. Kamiya et alii em [38]. A formulação resultante é do tipo direta, mas envolve um esquema iterativo.

O reduzido espaço não possibilita apresentação de outras aplicações.

RESULTADOS E EFICIÊNCIA DOS MÉTODOS

Na tabela 1, sintetiza-se os resultados mais significativos obtidos pelas formulações integrais revistas. Nela, denota-se condições de contorno por: s.a. - apoio simples, e.-engastamento, s.a.e., s.a.l.-dois lados opostos sob apoio simples e os outros dois engastados ou livres; asteriscos indicam quantidades adimensionais, e nem sempre os fatores de adimencionalização foram os mesmos: ε erro relativo máximo; FEM, DIF - método de elementos finitos e diferenças finitas, respectivamente.

Poucos trabalhos trataram da eficiência dos métodos integrais. Em [20], resolveu-se os mesmos problemas (ver tabela 1) por FEM(elemento com 12 graus de liberdade de O. C. Zienckiewicz) com malha 6x6 e os erros fica-

Tabela 1. Resultados obtidos

Ref.	Geom. Placa	Cond. Cont.	Carga	w^* $\varepsilon\%$	M^*_{11} $\varepsilon\%$	M^*_{12} $\varepsilon\%$	V^* $\varepsilon\%$	R^* $\varepsilon\%$	λ $\varepsilon\%$	Comparação	Tipo do elemento	Pontos nodais
[6],[13]	quad.	s.a.	unif.	2.5	3.3	1.5				[3]	cte.	64
[8]	ret.	e.	unif.	1.9	4.4	7.6				DIF	cte.	48
[8]	triang.	e.	unif.		8.7	5.8				DIF	cte.	60
[8]	s.circ.	e.	unif.	0.8	1.3	1.8				DIF	cte.	40
[9]	ret.	s.a.e.	unif.	2.0						[3]	cte.	48
[9]	q./furo	s.a.e.	unif.	0.4						FEM	cte.	48
[20]	quad.	e.	conc.c.	0.1						[3]	cte.	48
[20]	quad.	s.a.	conc.c.	0.1						[3]	cte.	48
[21]	quad.	s.a.	unif.					0.3		[3]	linear	64
[21]	quad.	e.	unif.		1.0	1.0	1.0			[3]	linear	64
[23]	circ.	e.							0.8	[3]	cte.	35
[23]	arbit.	e.							1.0	Exp.	cte.	30
[10]	circ.	e.							0.8	NASA	cte.	28
[33]	quad.	s.a.	unif.					0.2		[3]	linear	36
[33]	quad.	s.a.	unif.					0.6		[3]	quadr.	20
[33]	triang.	s.a.	unif.	0.2	0.15	0.15				[3]	cte.	27
[33]	triang.	s.a.	unif.	0.1	0.12	0.12				[3]	cte.	24
[36]	quad.	e.	unif.	0.3		0.8				[3]	cte.	60
[36]	quad.	s.a.	unif.	1.8	14.5					[3]	cte.	36
[36]	quad.	e.							0.4	[3]	cte.	20
[37]	circ.	s.a.	conc.c.	1.0			3.0			[3]	cte.	44
[39]	ret.	s.a.l.	unif.	0.6	0.75	0.75				[3]	cte.	40

s.circ. - semi-circular; q./furo - quad. com furo; conc.c. - concentrada central

ram em torno de 5%. Em malhas finas, FEM é mais econômico, mas deve-se considerar que através do método integral resultados precisos foram obtidos mesmo com malhas grossas. Em [28], os resultados obtidos pelo método de elementos de contorno (BEM), para placa infinita com furo e sob ação de momento no infinito, foram mais precisos que os de FEM. Todavia, o tempo de execução pelo BEM excedeu o de pelo FEM em 100% ou 30%, dependendo se foram ou não calculadas quantidades no interior. Depois, para placa curva engastada com carga uniforme, foi necessária malha fina não uniforme para o FEM fornecer resultados comparáveis aos de BEM obtidos com malha grossa. Aqui, o tempo de execução pelo BEM foi menor que pelo FEM. Então, com as informações disponíveis, não é possível assegurar vantagens dos métodos integrais sobre outros métodos em particular sobre o de elementos finitos, ou vice-versa. Seus comportamentos dependem de muitos fatores.

REFERÊNCIAS

[1] BREBBIA, C.A.. The Boundary Element Method for Engineers. London, Pentech Press, 1978.

[2] BREBBIA, C.A. & WALKER, S.. Boundary Element Techniques in Engineering. London, Butterworth, 1980.

[3] TIMOSHENKO, S.P. & WOINOWSKY-KRIEGER, S.. Theory of Plates and Shells. 2. ed. Tokyo, McGraw-Hill, 1959

[4] LOVE, A.E.H.. A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity. 4 ed. Dover Publications, 1944.

[5] MEIROVITCH, L.. Analytical Methods in Vibrations. New York, The Macmillan Company, 1967.

[6] JASWON, M.A. et alii. Numerical Biharmonic Analysis and Some Applications. Int. J. Solids Structures, Great Britain, 3, 1967.

[7] JASWON, M.A. & MAITI, A.. An Integral Formulation of Plate Bending Problems. J. Engng. Math., 2, 1968.

[8] ALTIERO, N.J. & SIKARSKIE, D.L.. A Boundary Integral Method Applied to Plates of Arbitrary Plan Form. Computers & Structures, 9: 163-168, 1978.

[9] TOTTENHAM, H.. The Boundary Element Method for plates and Shells. In: Banerjee, P.K., . Developments in Boundary Element Methods-1. London, 1979.

[10] NIWA, Y. et alii. Determination of Eingenvalues by Boundary Element Method. In: Banerjee, P.K., Developments in B.E.M.-2. London, 1979.

[11] IRSCHIK, H.. A Boundary-Integral Equation Method for Bending of Orthotropic Plates. Int. J. Solids Structures, Great Britain, 20 (3), 1984.

[12] SOKOLNIKOFF, I.S.. Mathematical Theory of Elasticity. New York, McGraw-Hill Book Company, 1946.

[13] JASWON, M.A. & SYMM, G.T.. Integral Equation Methods in Potential Theory and Elastostatics. London, Academic Press, 1977.

[14] FINLAYSON, B.A.. The Method of Weighted Residuals and Variational Principles. New York, 1972.

[15] MAITI, M. & CHAKRABARTY, S.K.. Integral Equation Solutions for Simply Supported Polygonal Plates. Int. J. Engng. Sci., 12: 793-806, 1974.

[16] STAKGOLD, I.. Green's Functions and Boundary Value Problems. New York, John Wiley & Sons, 1979.

[17] HANSEN, E.B.. Numerical Solution of Integro-Differential and Singular Integral Equations For Plate Bending Problems. J. of Elasticity, 6, 1976.

[18] GREVILLE, T.N.W.. Theory and Applications of Spline Functions. New York, Academic Press, 1969.

[19] CARNAHAN, B. et alii. Applied Numerical Methods. New York, John Wiley & Sons, Inc, 1969.

[20] BÉZINE, G.P. & GAMBI, D.A.. A New Integral Equation Formulation for Plate Bending Problems. In: Brebbia, C.A., Recent Advances in Boundary Element Methods, London Pentech Press, 1978.

[21] STERN, M.. A General Boundary Integral Formulation for the Numerical Solution of Plate Bending Problems. I.J. Solids Structures,15: 769-782, 1979.

[22] GEL'FAND, I.M. & SHILOV, G.E.. Generalized Functions. New York, Academic Press, 1964, V. 1.

[23] VIVOLI, J.. Vibrations de Plaques et Potentiels de Couches. Acustica 26: 305-314, 1972.

[24] VIVOLI, J. & FILIPPI, P.. Eigenfrequencies of Thin Plates and Layer Potentials. J.Acoust. 55, 1974.

[25] ABRAMOWITZ, M. & STEGUN, I.A.. Handbook of Mathemat ical Functions. New York, Dover Publications, 1965.

[26] DU, Q.H. & YAO, Z.H.. Applications of the Boundary Element Method to Two and three Dimensional Stress Analysis and Plate Bending Problems in Elasticity. In: Brebbia, C.A., Boundary Element Methods in Engineering, Berlin, Springer-Verlag, 1982.

[27] DU, Q.H. et alii. Solutions of Some Plate Bending Problems Using Boundary element Method. Appl. Math Modelling, 8: 15-22, 1984.

[28] WEEEN, F.V.. Application of the Boundary Integral Equation Method to Reissner's Plate Model. Int. J. Num. Meth, Engng., 18: 1-10, 1982.

[29] REISSNER, E.. On Bending of Elastic Plates. Quarterly of Appl. Math., 5 (1): 55-68, 1947.

[30] LACHAT, J.C. & WATSON, J.O.. Effective Numerical Treatment of Boundary Integral Equations: A Formulation for Three-Dimensional Elastostatics. Int. J. Num. Meth. Engng., 10: 991-1005, 1976.

[31] COSTA Jr., J.A. & BREBBIA, C.A.. Plate Bending Problems Using B.E.M.. In: Boundary Elements VI. Berlin, Springer-Verlag, 1984.

[32] BÉZINE, G.. A Boundary Integral Equation Method for Plate Flexure With Conditions Inside the domain. Int.J. Num. Meth. Engng., 20: 1647-1657, 1981.

[33] BÉZINE G. & FORTUNE, D.. Contact Between Plates by a New Direct Boundary Integral Equation Formulation. Int. J. Solids Structures, 20: 739-746, 1984.

[34] GOSPODINOV, G. & LJUTSKANOV, D.. The B.E.M. Applied to Plates. Appl. Math. Modelling, 6, 1982.

[35] KATSIKADELIS, J.T. & ARMENÁKAS, A.E.. Plates on Elastic Foundation by BIE Method. J. of Engng. Mechanics, 110 (7): 1086-1105, 1984.

[36] KATSIKADELIS, J.T. & ARMENÁKAS, A.E.. Analysis of Clamped Plates on Elastic Foundation by BIE Method. J. of Appl. Mechanics, 51 (3): 574-580, 1984.

[37] IRSCHIK, H.. A BIE Method for Bending of Orthotropic Plates. Int. J. Solids Structures, 20 (3), 1984.

[38] KAMIYA, N. et alii. Boundary Element Nonlinear Bending Analysis of Clamped Sandwich Plates and Shells. In: Brebbia, C.A., BEM in Engineering, Berlin, 1982.

SUMMARY

In this work, Boundary integral methods applied to elastic plates problems are here revived. The methodologies to obtain the integral formulations, its structures, properties and numerical implementations are presented. The main results are synthetized in tabular form, which make possible qualitative comparison between the revived methods.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

STRESS ANALYSIS OF TOOTH GEARS BY BOUNDARY ELEMENTS METHOD IN STATIC REGIME

V.F. POTERASU
N. MIHALACHE
MECHANICAL DEPARTMENT, POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ROMANIA

SUMMARY

Contact problems and the study of load transfer in gears are of great importance in mechanical engineering.The geometry of a gear is complex and this makes the analysis of a gear very difficult.The paper describes a technique for applying boundary elements method to the two dimensional behaviour in static regime of tooth gears.The stresses and strains are calculated at the boundary of the tooth and inside of the domain in elastic regime and we study the stress concentrations.

INTRODUCTION

Since H.Hertz,1981 published his work on normal contact between elastic bodies,much re search has been performed in this area,both theoretical and experimental work.The variational method has been used especially for numerical calculations,for instance with the Finite Elements Method.In the last years appe ared the Boundary Elements Method,mixed appro ach between the integral equations and finite element method.The boundary element method offers a great advantages for to determine the stress intensity factors in comparison with the FEM.In the paper are mentioned the efficiency and accuracy of the BEM in study and design of the contact problems,in design of tooth gears,in load transfer in static regime and elastic domain.

TWO-DIMENSIONAL ELASTOSTATIC CONTACT BY BEM

If we take into consideration two bodies linear elastic Ω_A and Ω_B that are in contact without loading along a generator, if they are stressed with a normal stress to the to the tangential common plan it represents the linear elastic contact state(Fig.1)

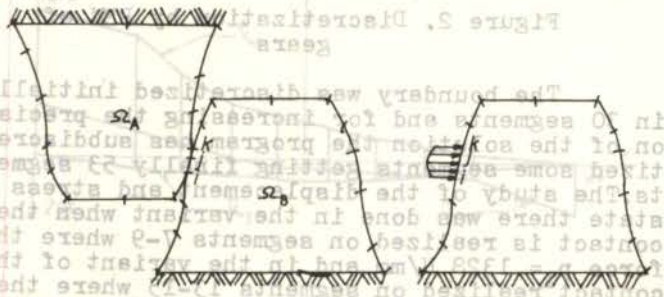


Figure 1. Two bodies in contact along the bou ndary S_c

The contact pression represents the in teraction of the two bodies in the condition when the friction between the two surfaces is considered nul.The pressing force is equal to the resultant of the pressions distribution from the contact area and can be determined with[3],[5],the body forces are considered nul.

$$f(x,y) = \int_a^b p(x-\xi,y)\,d\xi \qquad (1)$$

This is the problem of Boussinesq in which the forces are constant in the long direction and the solution is given in the form of a function of the type (1).The displacements expressions in the contact area on the se miplan line produced by the forces(Fig.1)are

$$u_x = \frac{P_x}{2G}\left[(3-4\nu)f + y\frac{\partial f}{\partial y}\right] - \frac{P_y}{2G}y\frac{\partial f}{\partial x} \qquad (2)$$

$$u_y = -\frac{P_x}{2G}y\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{P_y}{2G}\left[(3-4\nu)f - y\frac{\partial f}{\partial y}\right]$$

By succesive derivatives of the displacements we get the specific strains vector in the form [8]

$$\varepsilon_{ij} = 1/2\left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right] \qquad (3)$$

These strains in turn determine the components of the stress tensor,which in the case of an isotropic medium are representabile in the form,according to Hooke's law

$$\sigma_{ij} = \lambda_{ij}\,\mathrm{div}\,u + 2\mu\varepsilon_{ij} \qquad (4)$$

where λ and μ are physical constants of the medium,the Lame's parameters.The components of the stress tensor satisfy the differen tial equations of equilibrium(Navier):

$$\sigma_{ij,j} = 0 \quad (i=1,2\ ;\ j=1,2) \qquad (5)$$

Substituing the displacements derivatives for the stresses in (5) in accordance with Hooke' s law we obtain the following equations called Lame's equations[8]

$$\Delta^{*}u = \mu\Delta u + (\lambda+\mu)\,\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,u = 0 \qquad (6)$$

At the same time the specific strains expressions [3] must carry out the compatibility conditions of the strains from the same plane (Saint-Venant's compatibility conditions

$$\frac{\partial^2\varepsilon_{ii}}{\partial x_j^2} + \frac{\partial^2\varepsilon_{jj}}{\partial x_i^2} = 2\frac{\partial^2\varepsilon_{ij}}{\partial x_i\partial x_j} \qquad (7)$$

The stresses' components must carry out the contour conditions in the form

$$\sigma_{in} = \sigma_{ij}\cos(n,x_j) \qquad (8)$$

too.Substitution of the components of the strain tensor in (8) according to (4) leads to a compact representation for the stress vector directly in terms of displacements

$$T_n u_{(p)} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial n} + \lambda n \operatorname{div} u + \mu (n \times \operatorname{rot} u) \qquad (9)$$

The expression(9) is symbolically written as a result of the action of an operator T_n (stress operator)on the displacement $u(T_n u)$.If we introduce the concept of generalized stress σ^* that can be defined by the relation

$$\sigma^*_{jk} = \alpha \frac{\partial u_k}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_k}; (j \neq k)$$
$$\sigma^*_{jj} = (\lambda + \mu - \alpha) \operatorname{div} u + (\alpha + \mu) \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \qquad (10)$$

in which α is an arbitrary constant,with the relations of the generalized stresses (10) the expression (9) becomes

$$P_n u = (\alpha + \mu) \frac{\partial u}{\partial n} + (\lambda + \mu - \alpha) n \operatorname{div} u + \alpha (n \times \operatorname{rot} u) \qquad (11)$$

If $\alpha = \mu$ there results that $P_n = T_n$.
Let $u_{(p)}$ and $v_{(p)}$ be the displacements given in a domain D.We form the scalar product of the vectors $u_{(p)}$ and $P_n v_{(p)}$.

$$u P_n v = Q_1 \cos(n,x_1) + Q_2 \cos(n,x_2) \qquad (12)$$

where

$$Q_i = \sigma^*_{ji} u_j \qquad (i = 1,2)$$

Let us consider Q_i as the components of a certain vector $Q(Q_1,Q_2)$ and calculate its divergence

$$\operatorname{div} Q = \frac{\partial \sigma^*_{jk}}{\partial x_k} u_j + F(u,v) \qquad (13)$$

The expression for F(u,v) is a symmetrical bi linear form

$$F(u,v) = (\lambda + 2\mu) \sum_{k=1}^{2} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} + \mu \sum_{i \neq k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \qquad (14)$$
$$+ (\lambda + \mu + \alpha) \sum_{j \neq k} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} + \alpha \sum_{i \neq k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial v_k}{\partial x_i}$$

Introducing (10) in (13) we obtain

$$\operatorname{div} Q = u \Delta^* v + F(u,v) \qquad (15)$$

By the integration of the expression (15) and applying Gauss-Ostrogradsky's formula we obtain

$$\int_\Omega u \Delta^* v \, d\Omega = \int_S u P_n v \, ds - \int_\Omega F(u,v) \, d\Omega \qquad (16)$$

The expression (16) is similar to Green's formula end it represents the first generalized formula of Betti's in the elasticity theory. If in (16) $u = v$ we obtain the second formula generalized of Betti [1],[8]

$$\int_\Omega u \Delta^* u \, d\Omega = \int_S u P_n u \, ds - \int_\Omega D(u,u) \, d\Omega \qquad (17)$$

The expression (17) represents the integral equation of the virtual mechanic work.After the boundary discretization in n segments and applying the equation (17) to each point we get a system of 2n equations in which the unknown terms are the displacements and the tractions in these points.The displacements and the tractions solutions have the form

$$u_{kl} = \frac{1}{8\pi G(1-\nu)} \left[(3-4\nu) \ln \frac{1}{r} \delta_{kl} + \frac{\partial r}{\partial x_k} \frac{\partial r}{\partial x_l} \right] \qquad (18)$$
$$p_{kl} = -\frac{1}{4\pi r (1-\nu)} \left[\frac{\partial r}{\partial n} \left[(1-2\nu) \delta_{kl} + 2 \frac{\partial r}{\partial x_k} \frac{\partial r}{\partial x_l} \right] - \right.$$
$$\left. - (1-2\nu) \left(\frac{\partial r}{\partial x_k} n_l - \frac{\partial r}{\partial x_l} n_k \right) \right]$$

or the form (2) for displacements if it is a Boussinesq problem like.

For smooth boundaries that obey the compatibility conditions (7)the solution of a point on the boundary is

$$c_k u_k = \int_\Omega b_l u_{kl} \, d\Omega + \int_S p_l u_{kl} \, ds - \int_S p_{kl} u_l \, ds \qquad (19)$$

If $c_k = 1$ using eq.(19) we can obtain the virtual displacements

$$u_k = \int_\Omega b_l u_{kl} \, d\Omega + \int_S p_l u_{kl} \, ds - \int_S p_{kl} u_l \, ds \qquad (20)$$

If we substitute eq.(20) in (3) and (4) it obtain the stress components in directions x and y.

THE BEHAVIOUR OF A TOOTH OF A TOOTHED WHEEL FROM STATIC STRESSES

It was analysed the stress and strain state in a tooth of a thooted wheel worked by static stresses in the veriant when the contact is made successively in two areas.The Boundary Elements Method gives advantageous possibilities to solve the contact problems in static and dynamic regime.The toothed wheel' tooth with geometrical and elastic features is shown in Fig.2.

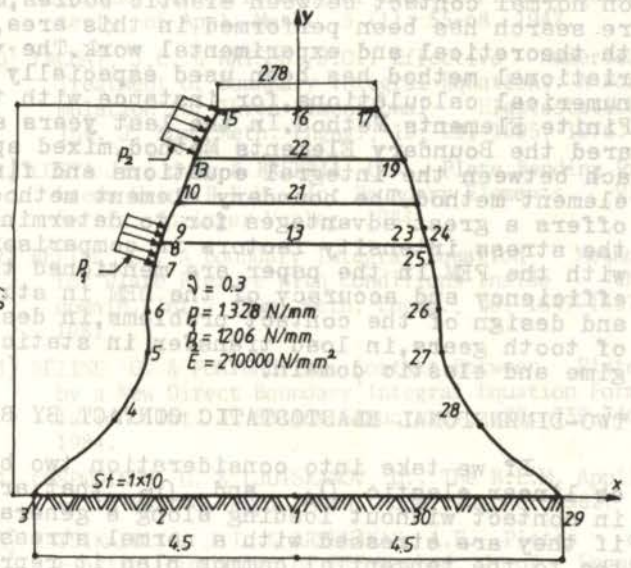


Figure 2. Discretization by BEM of gears

The boundary was discretized initially in 30 segments and for increasing the precision of the solution the program has subdiscretized some segments getting finally 53 segments.The study of the displacement and stress state there was done in the variant when the contact is realized on segments 7-9 where the force p_1= 1328 N/mm and in the variant of the contact realized on segments 13-15 where the force p_2= 1206 N/mm.The resultant of the distributed force p_1 is equal to the resultant of the distributed iorce p_2 but the contact area from this varient is greater.The stresses variation in the embedded area is shown in Fig. 3.The diagram of the normal stresses(σ_{yy}) from the embedded side in the two variants points out some extreme values in the points 2 and 30.Thus the normal stress σ_{yy} in the point 30 has the value of 50.7 N/mm^2.These values are obtained when the contact is realized on segments 13-15.In the extreme areas of the points 3 and 29 it is found a diminution of the

stresses values resulting that these area are not solicited because of the small dimensions.

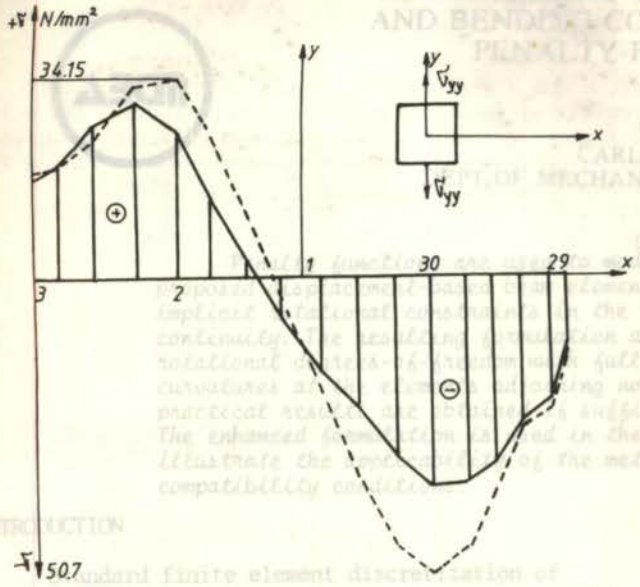


Figure 3. The normal stresses(σ_{yy}) in the knots 3-29 on p_1—— and p_2----

Stresses concentrations do not appear in this area because the curvature radius is sufficiently great.The greater values of the stress(σ_{yy}) appear in the point 2 situated on the same direction with the force application p_2.When the contact is realized in the segments 7-9,in the same points the stresses (σ_{yy}) are smaller with approximatively 40.8 %.The normal stresses(σ_{xx}) and the shear stresses in the embedded side have values far more small.Analising the stress state on the segment 1.3 when the contact between the teeth of the wheels is realized on the segments 7-9 is shown in Fig.4.

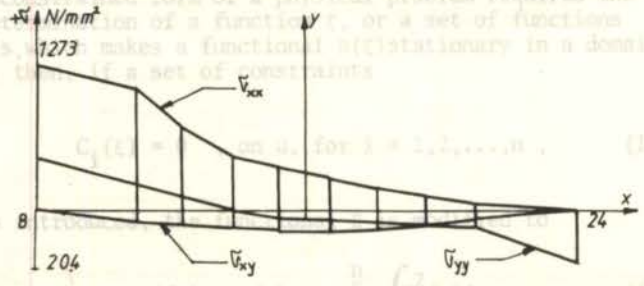


Figure 4. The normal (σ_{xx},σ_{yy})and shear(σ_{xy}) stresses in the segment 1.3 on p_1.

Important effects appear in the contact area that being small can be considered as a singular point.Thus the stress(σ_{xx})has the value 1273 N/mm² reaching the yield limit and the displacement $u_x(8)=3.42\ 10^{-3}$ mm.(Table 1). These deformations of the boundary as well as the great values of the stresses in the contact area can lead to a defective work of the gear.The normal stresses variation(σ_{xx}) obtained by BEM has the same shape with the diagram obtained by the elasticity theory by means of the Navier equations [5].When the contact is realized on segments 13-15 there appear great values of the displacements u_x in these points(Table 1).

Table 1.

	p_1= 1328 N/m			p_2= 1206 N/m	
knots	$u_x 10^{-3}$ mm.	$u_y 10^{-3}$ mm.	knots	$u_x 10^{-3}$ mm.	$u_y 10^{-3}$ mm.
1	0.236	0.093	4	0.191	0.085
6	1.624	0.513	6	1.338	0.936
8	3.42	0.094	8	2.00	0.963
10	2.20	0.247	10	2.945	0.828
12	2.27	0.235	12	4.281	0.453
14	2.285	0.207	14	5.355	0.178
15	2.306	0.192	15	5.59	0.033
16	2.355	0.040	16	5.85	0.049

Comparing the displacements values u_x in these two variants appear differences of 2.5 times greater in the points 15 and 16.The concentration factor of the stresses in the contact area for p_2 have the value

$$k = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_n} = \frac{1206}{434} = 2.78$$

obtained also by the photoelastimetric method by means of isocromatics.The deformation shape of the tooth is shown in Fig.5.

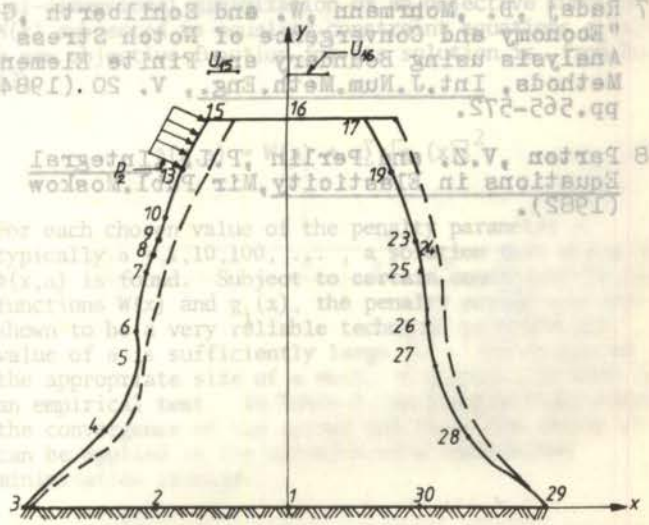


Figure 5. The tooth deformation

When the force actioned in these points the displacements values are greater and can not be neglected in the regime work of the gear.

CONCLUSIONS

The stress state analysis and the displacements in the gears teeth is particularly important,pointing out the stress concentrations that can lead to the yield limit.The great displacements values in the contact area can put in danger the good working of the gear.The Boundary Elements Method give some advantages in comparison with other numerical methods used in the structural or machine elements having a complex geometry.This method

gives good results in stresses concentrations in the engineering problems. The values of the solutions on the boundary obtained by BEM are obtained by the contour conditions from the elasticity theory and the stresses concentrations pointed out by the concentration factor k are confirmed by experimental researches by means of the photoelastimetrics. The study can be extended by this method for the dynamic analysis too.

REFERENCES

1 Brebbia , C.A.(Ed.), Boundary Element Method,Proceedings 3-rd Int.Sem.,Irwine,California,Springer-Verlag.Berlin (1981).

2 Brebbia ,C.A.,Futagami ,T. and Tanaka , M. (Eds.), Boundary Elements,Proceedings 5-th Int.Conf.,Hiroshima,Japan,Springer-Verlag. Berlin (1983).

3 Boicu ,N. , Contactul elastic liniar,Edit. Academiei R.S.Romania,Bucarest (1977).

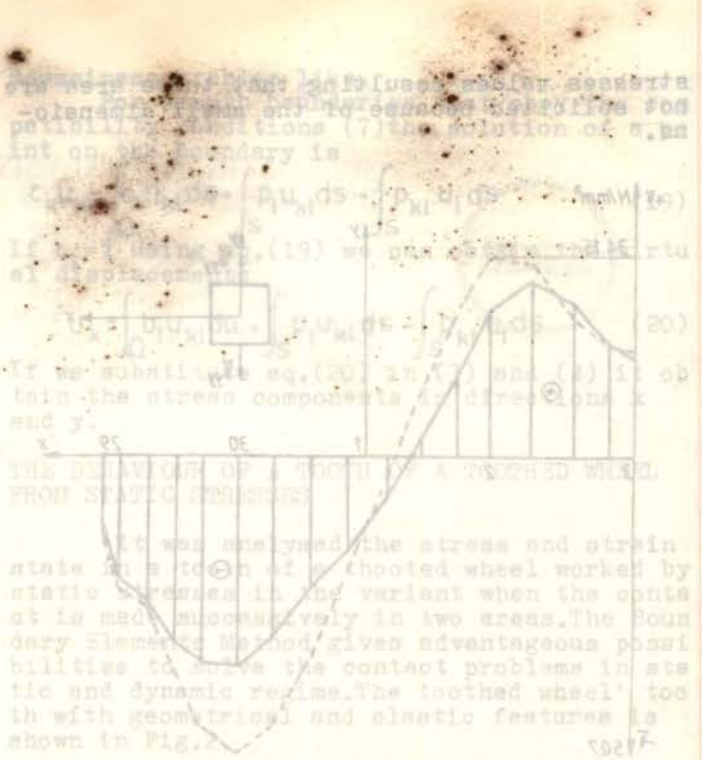
4 Shibahara ,M. and Taniguchi ,Y. , "Application of the Integral Equation Method to the Elastodydamic Boundary Value Problems, Bulletin J.S.M.E.,V. 26 (1983),pp.2054-2059.

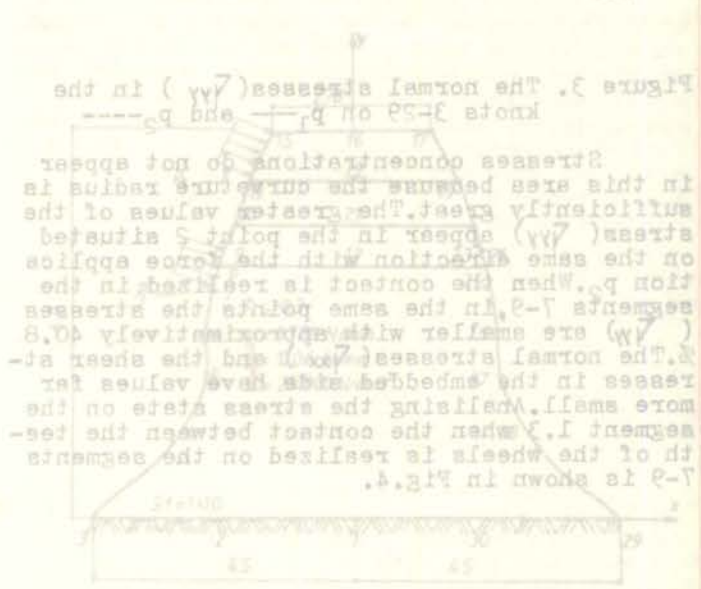
5 Poterasu ,V.F. ,Mihalache ,N. and Engel ,A. "Fictitious Stresses Method Applied to the Effort Concentrations",National Conf. Galatzi ,Romania (1984).

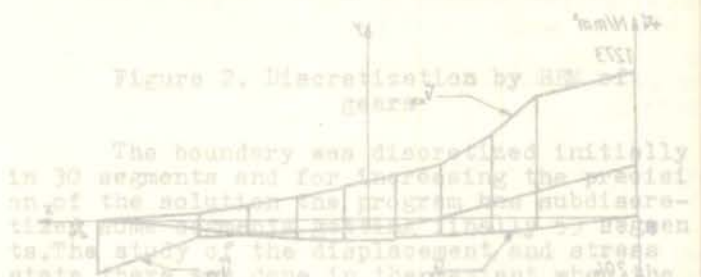
6 Takakuda ,K. , "On Integral Equation Methods for Elastic Boundary Value Problems", Bulletin J.S.M.E., V. 27 (1984),pp.625-632.

7 Radaj ,D. ,Mohrmann ,W. and Schilberth ,G. "Economy and Convergence of Notch Stress Analysis using Boundary and Finite Element Methods, Int.J.Num.Meth.Eng., V. 20 (1984) pp.565-572.

8 Parton ,V.Z. and Perlin ,P.I. ,Integral Equations in Elasticity,Mir Publ.Moskow (1982).







ENFORCEMENT OF BENDING CONTINUITY AND BENDING CONSTRAINT THROUGH THE PENALTY FUNCTION METHOD

CARLOS A. ALMEIDA
DEPT. OF MECHANICAL ENGINEERING, PUC/RJ

ABSTRACT

Penalty functions are used to modify the Variational Indicator of a recently proposed displacement-based beam element. The procedure is found useful to enforce implicit rotational constraints in the formulation or to impose required interelement continuity. The resulting formulation allowed the removal of element bending rotational degrees-of-freedom with full compatibility between beams of different curvatures at the elements adjoining node. Although the process is approximate, good practical results are obtained if sufficient accuracy in the computer is available. The enhanced formulation is used in the analysis of two sample problems that illustrate the applicability of the method to more complex finite element compatibility conditions.

INTRODUCTION

Standard finite element discretization of physical problems has sometimes to be supplemented by imposing constraints on the Variational Indicator governing problem [1]. For instance, it may be motivated by necessity when compatibility between elements has to be imposed at interelement boundaries, or simple convenience in avoiding cumbersome continuity requirements which may be imposed by integrability requirements on the trial functions.

One of the most widely used technique to impose such constraints, the Lagrange multipliers, suffers the inconvenience of increasing the number of unknown degrees-of-freedom to be solved for, as well as, leading to indefinite matrices in linear analysis. An alternative method to handle the problem of imposing constraints by "penalty functions" originates from literature of optimization [2]. It has been widely employed to impose geometric compatibility constraints between finite element models or at the element boundaries [3-6]. In the particular case of equality constraint equations the technique has shown to be well suited to avoid both difficulties mentioned in connection with Lagrange multipliers.

Briefly, if the Variational Principle in the unconstrained form of a physical problem requires the determination of a function ξ, or a set of functions ξ's, which makes a functional $\Pi(\xi)$ stationary in a domain Ω, then, if a set of constraints

$$C_i(\xi) = 0 \quad , \text{ on } \Omega, \text{ for } i = 1,2,\ldots,n \ , \qquad (1)$$

is introduced, the functional Π is modified to

$$\Pi^*(\xi) = \Pi(\xi) + \alpha \sum_{i=1}^{n} \int_{\Omega} C_i^2(\xi)\, d\Omega \qquad (2)$$

and its stationary value is seeken. In Eq.(2) α is a large number and clearly, the larger it is, the closer is the satisfaction of the imposed constraints. The expression added to the functional Π in (2) is called penalty function. It vanishes as the solution ξ is to verify the stationarity of $\Pi(\xi)$ with the constraint conditions $C_i(\xi)$. A numeric conflict may arise between the accuracy to be attained and numerical conditioning of the discretized equations. However with the large accuracy available in modern computing machines this is seldom a serious problem.

The aim of this paper is to present the theoretical basis of the penalty method and its applicability to the imposition of geometric constraints. The use of the procedure is discussed in the light of its physical understanding and by applying the method to suitable chosen numerical examples which give some insights on the procedure capabilities.

THE PENALTY FUNCTION METHOD

The method of penalty functions, used in applications of mathematical programming [7] is a reliable technique for solving constrained problems. The technique as discussed earlier, consists of transforming a constrained problem into a sequence of unconstrained minimization problems using a penalty function. If for instance, we consider the problem of uni-dimensional minimization of an objective function $W(x)$ subjected to equality constraint equations $g_i(x)=0$, a new objective function for its solution is, from Eq. (2),

$$\Phi(x,\alpha) = W(x) + \alpha \sum [g_i(x)]^2 \qquad (3)$$

For each chosen value of the penalty parameter α, typically $\alpha = 1,10,100, \ldots$, a solution that minimizes $\Phi(x,\alpha)$ is found. Subject to certain conditions on the functions $W(x)$ and $g_i(x)$, the penalty method has been shown to be a very reliable technique provided the value of α is sufficiently large [2]. The choice of the appropriate size of α must, in general, be left to an empirical test. In Table 1, an example illustrates the convergence of the method and shows how easily it can be applied in the solution of a constrained minimization problem.

Table 1. Use and Convergence of the Penalty Function Method

Objective Function: $W(x,y)=\text{Min}\ [x^2 + y^2]$
Constraint Function: $g(x,y) = 2x + y - 2 = 0$
Modified Objective Function:
$\Phi(x,y,\alpha)=\text{Min}\ [x^2+y^2+ \alpha(2x+y-2)^2]$

Exact Solution : W_{min}=.8 at x =.8 and y =.4

α	x	y	g	W_{min}
0.	0.	0.	-2.	0.
1.	.6667	.3333	-.3333	.5556
10.	.7843	.3921	-.0393	.7689
100.	.7984	.3992	-.0040	.7968
1000.	.7998	.3999	-.0005	.7996

Penalty Functions in Beam Analysis

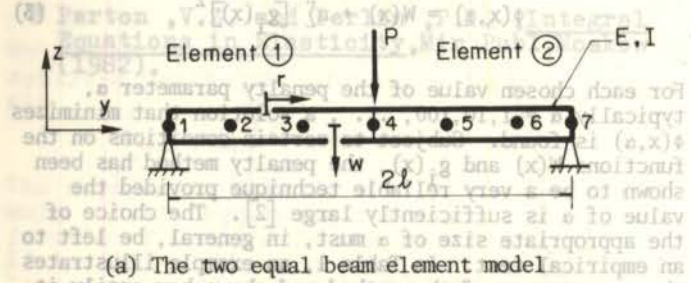
Considering the finite element discretization of a beam element [5,8], two end conditions are, in general, required to the element assemblage: firstly, the continuity condition when elements are joined and, secondly, the fixity condition when an element is clamped to a rigid wall. If end conditions are expressed in terms of element cross-sectional rotations, i.e., derivates of the transverse displacements with respect to the beam longitudinal coordinate, a set of compatibility constraints can be used with the beam formulation employing just translational and torsional degrees-of-freedom [8]. The following examples yield some physical insights in the use of the penalty method in beam analysis.

The simply supported straight beam loaded at its mid-span, shown in Fig.1(a), is modeled by two four-noded isoparametric elements. In the formulation only the beam axis transverse displacements are considered, i.e.,

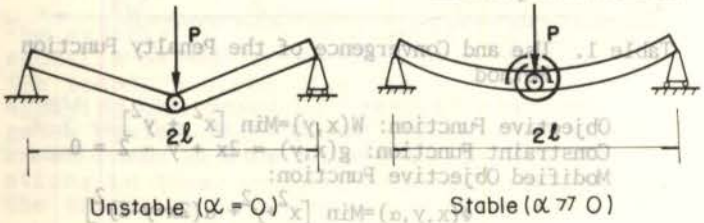
$$w(r) = \sum_{i=1}^{4} h_i \, w_i \qquad (4)$$

where h_i and w_i are, respectively, the Lagrangian interpolation functions [1] and the cross-section transverse displacements at the element nodes, i.e., components of element vector w. If transverse shear deformations are neglected, the cross-sectional rotations are, in linear analysis, the derivatives of the displacements with respect to the coordinate y. Therefore, to impose the continuity of cross-sectional rotations at the common node it is necessary to use the following compatibility constraint

$$C_1(w) = \frac{2}{\ell}\left.\frac{dw}{dr}\right|_{r=+1}^{(1)} - \frac{2}{\ell}\left.\frac{dw}{dr}\right|_{r=-1}^{(2)} \qquad (5)$$



(a) The two equal beam element model



(b) Solutions for different sizes of α

Figure 1. The simply supported beam considered

with the Variational Indicator of the problem in the form,

$$\Pi = U - W + \frac{\alpha}{2}\int_0^{\ell} |C_1(w)|^2 d\ell \qquad (6)$$

where U and W are the total strain energy and total potential of the external loads, respectively, and α is the penalty parameter. The solution obtained using Eq. (6), with $\delta\Pi=0$, will satisfy the condition in Eq.(5) to the required accuracy provided α is selected sufficiently large [1,9]. Bringing into Eq.(6) the expressions in Eqs.(4) and (5) and the usual longitudinal bending strains,

$$\varepsilon_{yy} = -\left[\frac{2}{\ell}\right]^2 \frac{d^2 w}{dr^2} z, \qquad (7)$$

the equilibrium equations obtained by invoking the stationarity of the functional Π are

$$[K + K_p^c(\alpha)]\, w = P \qquad (8)$$

where K and K_p^c are, respectively, the linear stiffness matrix and the penalty matrix associated with the model displacements listed in w, and P is the load vector. Here we can notice the importance of the penalty parameter α. The penalty contribution corresponds to the potential energy in a rotational spring with stiffness parameter α, and the solution of Eq.(8) depends on the size of α. In fact, the beam stiffness matrix K is singular and the solution for $\alpha=0$ corresponds to the unstable hinged beam. A large positive value of α, or a large spring constant, enforces the compatibility between the elements and the solution converges to the usual beam results. A physical interpretation of the effects of the penalty parameter size on the solution is shown, pictorially, in Fig.1(b), and Table 2.

Table 2. Solutions of Simply Supported Beam for Different Sizes of α

E = Young's Modulus
I = Moment of Inertia

$$w_4^{th} = .166667\,\frac{PL^3}{EI}$$

$$\beta_4^{th} = \frac{2}{\ell}\left(\left.\frac{dw}{dr}\right|_{r=+1}^{(1)}\right) = \frac{2}{\ell}\left(\left.\frac{dw}{dr}\right|_{r=-1}^{(2)}\right) = 0$$

$\alpha.L^3/EI$	w_4/w_4^{th}	$\beta_4.EI/PL^2$
0.0	-	-
.1	16.0000	-2.499998
1.	2.5000	- .249999
10.	1.1500	- .025000
100.	1.0150	- .002500
1,000.	1.0015	- .000250
10,000.	1.0002	- .000025
100,000.	1.0000	- .000002

A condition of bending constraint is presented in Fig.2. The cantilevered straight beam shown is loaded at its end and, a model using one four node isoparametric element is employed in the analysis. Considering the formulation used in the previous analysis we need to impose a fixity condition at the

clamped end of the beam. Thus, two end conditions are imposed: a) no transverse displacements, which is guaranted by removing the model displacements at node 1

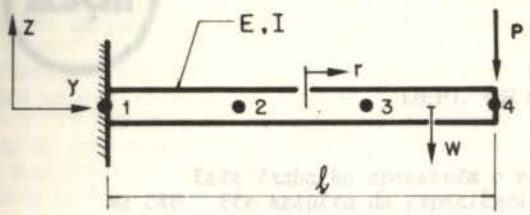


Figure 2. Straight beam under fixity constraint

and, (b) a zero cross-sectional rotation at this node enforced by the constraint

$$C_1(w) = \frac{2}{\ell} \left.\frac{dw}{dr}\right|_{r=-1} - 0. \qquad (9)$$

Substituting Eq.(9) into the Variational Indicator in (6) and invoking $\delta\Pi=0$, we obtain, similarly to Eq.(8),

$$[K + K_p^f(\alpha)]\, w = P \qquad (10)$$

where $K_p^f(\alpha)$ is the penalty matrix associated with the clamped condition (b). The solution convergence for different sizes of α is presented in Table 3.

Table 3. End Transverse Displacement of the Cantivered Beam for Different Sizes of α

$w_{th} = PL^3/3EI$

$\alpha.1296L^3/EI$	w_4/w_{th}
.0001	93.593
.01	1.926
.1	1.093
1.	1.009
10.	1.001

In the sample analyses described above it should be noticed a substancial improvement in the model results for the first values of α. However, for a large range of α's an identical response is predicted. In practice, it is effective to choose α equal to the largest value in the stiffness matrix corresponding to the beam degrees-of-freedom [4,10]. For very large values of α the complete element stiffness matrix is singular.

CONCLUSIONS

Bending continuity and bending constraints are included in straight beam analysis in a novel, but very simple and efficient manner using a penalty function formulation. Although simple, the examples presented illustrate the physical and mathematical meaning of the penalty method when applied to structural analysis, as it has been used in more complex problems such 3-D curved beams [10], and piping interaction effects with flanges and between straight pipe sections [4]. In these studies the method has been successfuly used to enforce constraint conditions by reducing the number of degrees-of-freedom in the problem or, at least, without increasing it.

REFERENCES

[1] Bathe, K.J., Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, Inc., 1982.

[2] Moe, J., "Penalty-function Methods", chapter in Optimum Structural Design - Theory and Applications, Gallagher, R.H., and Zienkiewicz, O.C., Eds., John Wiley, 1973.

[3] Zienkiewicz, O.C., and Heinrich, J.C., "A Unified Treatment of Steady-State Shallow Water and Two-Dimensional Navier-Stokes Equations - Finite Element Penalty Function Approach", App. Mech., Stuttgart, German, pp.673-698, Aug.30-Sep.1,1978.

[4] Bathe, K.J. and Almeida, C.A., "A Simple and Effective Pipe Elbow Element-Interaction Effects", J. of Appl. Mechanics, Vol.49, 1982, pp.165-171.

[5] Almeida, C.A. and Andueza, A., "Elemento de Viga Tridimensional com Número Reduzido de Graus-de-Liberdade - Formulação do Modelo Matemático", VII COBEM, Uberlândia, MG, Dez.1983, Vol.D, pp.149-158.

[6] Almeida, C.A. and Salles, A.C., "On Modelling of Pipe Mitred Bends-Linear Analysis", Fourth World Congress in Finite Element Methods, Interlaken, Switzerland, Sep.17-21, 1984, pp.437-446.

[7] Courant, R., "Variational Methods for the Solution of Problems of Equilibrium and Vibrations", Am. Math. Soc. Bull., Vol.49, pp.1-23, 1943.

[8] Bathe, K.J. and Almeida, C.A., "A Simple and Effective Pipe-Elbow Element-Linear Analysis", J. of Appl. Mech., Vol.47, pp.93-100, 1980.

[9] Zienkiewicz, O.C., The Finite Element Method, McGraw-Hill, 1977.

[10] Andueza, A., "Desenvolvimento de um Elemento de Viga Tridimensional com Número Reduzido de Graus-de-Liberdade", M.S. Dissertation, PUC/J, 1984.

PADRONIZAÇÃO DE SISTEMAS GRÁFICOS NO PROJETO ASSISTIDO POR COMPUTADOR

SÉRGIO SCHEER
MARCELO GATTASS
DEPT. DE ENGENHARIA CIVIL — PUC/RJ

Este trabalho apresenta o estado atual da padronização de sistemas gráficos para CAD. Ele resulta da experiência obtida com a implementação de um pacote de rotinas gráficas padronizadas e de alguns programas para o projeto e análise de estruturas na PUC/RJ. A motivação, o desenvolvimento histórico, os conceitos básicos e as capacidades dos padrões são discutidos. A metodologia da Computação Gráfica, que conduz a pacotes independentes de dispositivo e a portabilidade de programas e de programadores, é a principal justificativa para o esforço de padronização. O modelo em camadas para os diferentes níveis de portabilidade é revisto.

INTRODUÇÃO

A Computação Gráfica (CG) é parte muito importante em sistemas de Projeto Assistido por Computador ("Computer Aided Design" - CAD) e de Fabricação Assistida por Computador ("Computer Aided Manufacturing"-CAM). Ela determina a qualidade da comunicação do usuário com o sistema e é a responsável pela diminuição de erros e aumento da criatividade no projeto [1] . A portabilidade dos sistemas CAD/CAM entre diversas instalações, entretanto, é bastante dificultada pela dependência da Computação Gráfica aos equipamentos. Mais ainda, a transportabilidade dos próprios projetistas e programadores sofre por falta de uma metodologia geral e uma padronização adequada.

Na busca desta metodologia e pelas características de treinamento de recursos humanos desenvolveu-se no Departamento de Engenharia Civil da PUC/RJ um conjunto de subrotinas gráficas padronizadas como base para o desenvolvimento de sistemas CAD/CAM [2] . Os estudos que orientaram este desenvolvimento e a experiência adquirida com sua implementação motivaram este trabalho onde são abordados os padrões para software gráfico nos seus diferentes níveis. Inicialmente a situação histórica é descrita trazendo à tona os motivos para padronizar em CAD. Depois, aspectos da metodologia de Computação Gráfica Interativa (CGI) são discutidos e um modelo em níveis dos diferentes padrões é exposto. Finalmente algumas conclusões são apresentadas.

HISTÓRICO

A Computação Gráfica surgiu em meados dos anos 50 com os primeiros sistemas computacionais, mas, o custo dos equipamentos era,ainda muito elevado, a versatilidade de uso muito exígua e a disponibilidade no mercado irrisória. Contudo o desenvolvimento prosseguiu e em 1962 a General Motors em associação com a IBM criou o sistema DAC-1 para auxílio a desenhos em projetos de automóveis. Em 1963 Ivan Sutherland mostrava no seu trabalho de doutoramento no MIT o "SKETCHPAD" que era um sistema de desenho interativo. Foi este sistema que promoveu a CG notadamente em atividades de projeto, mostrando o enriquecimento da interação homem-máquina que ela proporciona. Apesar dos altos custos, a importância da CGI estava cada vez mais evidente e vários sistemas CAD/CAM surgiram [3]. Como em qualquer tecnologia, diversas práticas mais utilizadas começaram a se estabelecer como uma forma primitiva de padrão. Como consequência o software começava a se tornar mais portável, os protocolos de comunicação se estabeleciam e os grupos de desenvolvimento começavam a se entender. Estas práticas, porém, eram bastante limitadas e a ausência de uma metodologia adequada dificultava o seu crescimento.

No início da década de 70, com o aparecimento de novos dispositivos gráficos a custos mais acessíveis, a CG começou de fato a ser difundida. Os novos equipamentos, entretanto, apresentavam linguagens de programação próprias dificultando ainda o intercâmbio e a portabilidade.

Foi em 1974, por ocasião da "Workshop on Machine Independence Graphics" patrocinada pelo "National Bureau of Standards" em Gaithersburg, Maryland, EUA, que se realizou um primeiro encontro com a idéia de padronização em CG.

Em 1976 a "Workshop on Graphics Standards Methodology" foi realizada em Seillac na França e como resultado da preocupação com padrões gráficos, surgiu o "espírito de Seillac" com a proposição de uma metodologia para sistemas gráficos. A idéia era buscar a portabilidade do programa de aplicação, do sistema gráfico, dos dados e até do próprio programador, pela criação de um conjunto de funções padronizadas.

Um dos primeiros estudos elaborados para atender este espírito corresponde a Figura 1 [4]. Na Figura 1.a as funções gráficas básicas são providas por dois conjuntos diferentes de rotinas (pacote A e B) em alguma linguagem de programação. A conexão do programa de aplicação com cada um dos dois dispositivos destes pacotes exige modificações do próprio programa de aplicação. Um segundo caso possível é o da Figura 1.b aonde é provida uma interface para o programador que seja independente da aplicação, embora pelo outro lado haja dependência do dispositivo. Finalmente, a terceira situação em que há um pacote gráfico em grande parte independente do dispositivo, restando uma pequena porção que faz o papel de controlador ("driver") do dispositivo usado. Deste modo os diferentes dispositivos são enfocados logicamente com suas similaridades tratadas igualmente. O núcleo de funções gráficas fica sendo de caráter genérico, independente de equipamentos, sistema operacionais e de aplicação.

Como primeiros frutos deste espírito surgiu uma sequência de propostas para padronização de sistemas gráficos. Em 1977 foi lançada a versão preliminar do sistema Core para sistemas tipo vetoriais, patrocinada pela ACM/SIGGRAPH (Association for Computing Machinery/ Special Interest Group on Graphics) através de seu GSPC (Graphics Standard Planning Committee). Em 1979 este mesmo grupo publicou uma revisão do sistema incluindo uma extensão para sistemas com dispositivos de rastreamento ("raster"), meta-arquivos ("metafile") e considerações para sistemas distribuídos. Este sistema foi submetido ao recém-criado comitê técnico em CG (o X3H3) da ANSI (American National Standards Institute).

Neste mesmo ano a International Standards Organization (ISO) com seu comitê técnico TC97/SC/WG2 começa o processo para adoção do GKS (Graphical Kernel

System, elaborado pela DIN (Deustche Institut für Normung), como padrão internacional.

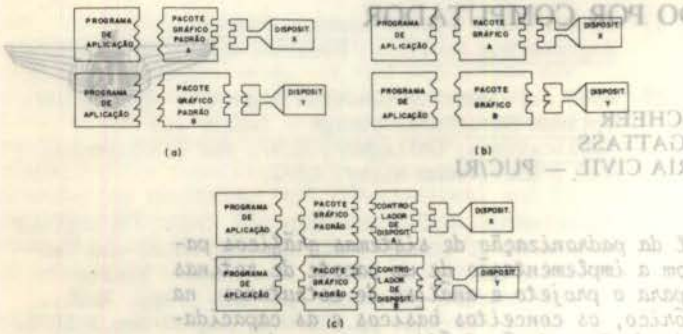


Figura 1 - Portabilidade de programas gráficos [4]

A nível de manipulação e transporte de dados se iniciaram, também, os trabalhos para definição do IGES (Initial Graphics Exchange Specification), que foi patrocinado pelas Forças Armadas Americanas e por empresas usuárias e fornecedoras de sistemas de CAD/CAM.

Em 1981 o IGES foi instituído como padrão ANSI e outros padrões surgiram para atender diferentes níveis de desenvolvimento de sistemas. Entre eles o "Virtual Device Interface" (VDI), que trata da portabilidade do programa objeto em relação a um sistema operacional. Este padrão foi patrocinado por cerca de quinze empresas e definido através de um subcomitê da ANSI.

A ISO optou em 1982 pelo GKS como padrão bidimensional para sistemas gráficos pelas suas capacidades funcionais mais elaboradas e melhor documentadas. A ANSI inicia também neste ano um processo para adotá-lo como padrão americano [5].

Em 1983 o GKS e o Virtual Device Metafile (VDM) (padrão para representação de entidades gráficas em código objeto) foram colocados para a apreciação pública. Na área de videotexto o NAPLPS (North American Presentation Layer Protocol Syntax) foi adotado como padrão para representações gráficas.

Uma polêmica Core versus GKS foi gerada nos EUA em 1984 para definição de qual seria o padrão aceito. O resultado foi a adoção do sistema GKS também como padrão da ANSI e a instituição do Core como "padrão ACM" para sistemas gráficos. Ainda neste ano, neste mesmo nível, iniciaram-se na ANSI os estudos de definição do PHIGS (Programmer's Hierarchical Interactive Graphics Standard) e uma implementação mínima, o PMIGS (Programmer's Minimal Interface to Graphics).

Atualmente (1985), um grupo da DIN está estudando uma extensão para três dimensões do padrão GKS. Este estudo e a proposta do PHIGS estão sendo considerados pela ISO.

Toda esta floresta de siglas será melhor visualizada num modelo de níveis para os padrões.

O MODELO DO PROGRAMADOR

Para tornar disponível funções gráficas para geração e manipulação de figuras, as estratégias poderiam ser : uma nova linguagem gráfica de programação, a extensão de uma linguagem de programação já existente, ou um conjunto de rotinas gráficas.

A criação de uma nova linguagem é difícil no sentido que requer a definição dos comandos gráficos e o consenso sobre as suas capacidades, bem como sua consequente aceitação.

A extensão de linguagens é objeto de alguns trabalhos (ver [6]), mas, requer modificações no compilador, o que gera um processo complexo e caro. Algumas destas linguagens, como o BASIC gráfico e o Turbo Pascal, estão disponíveis em microcomputadores, mas suas capacidades são limitadas para a CGI.

O uso de um conjunto de rotinas gráficas escritas em uma linguagem de programação evita a modificação no compilador desta. Esta estratégia apesar de acarretar uma certa perda de eficiência com o aumento do tempo de execução, permite que o núcleo gráfico seja independente de sistema operacional, de computador e de dispositivo, conforme a metodologia surgida com o "espírito de Seillac".

Esta opção de criação de rotinas gráficas padronizadas foi orientada pela evolução da Figura 1 mostrada no "modelo do programador" da figura 2 [7] . Neste modelo conceitual o hardware é composto por um dispositivo de entrada e saída ("display") conectado a um computador hospedeiro. A componente de saída é a superfície de exibição ("display surface") onde são mostradas as figuras ou representações de objetos. As informações dadas pelo operador são recebidas pelo computador através de um conjunto de dispositivos lógicos de entrada.

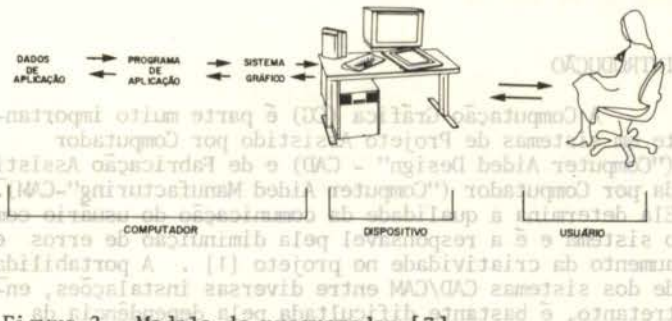


Figura 2 - Modelo do programador [7]

No modelo da Figura 2 o software é composto pela aplicação, pela estrutura de dados e pelo sistema gráfico. Este modelo permite a construção, a modificação de objetos e a indicação de vistas a serem exibidas pelo sistema gráfico através dos dispositivos de saída, realizando um diálogo interativo homem-máquina.

NÍVEIS DE PADRONIZAÇÃO: AS INTERFACES E OS PADRÕES

As componentes de um sistema CAD podem ser visualizados segundo o esquema proposto pela ISO (Figura 3), que é baseado no modelo de programador (Figura 2). Este modelo hierarquizado é dividido em quatro camadas com interfaces padronizadas: dados, program-fonte, programa-objeto e protocolo de comunicação.

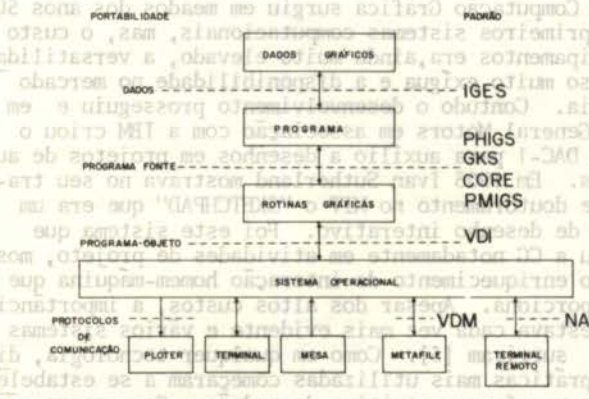


Figura 3 - Modelo de Interfaces Padronizados [5]

A primeira interface é a que relaciona os dados de um modelo com o programa de aplicação. É o nível para o intercâmbio de informações de um projeto. A portabilidade destes dados pode ser alcançada se for seguida uma formatação padrão que permita a sua manipulação em diferentes instalações ou em diferentes sistemas de CAD. O padrão IGES ("Initial Graphics Exchange Specification") que é parte do padrão ANSI Y14.26 M, é o proposto para este nível.

Segundo o IGES o processo de intercâmbio é efetuado em duas etapas: pré e pós-processamento. O pré-processamento é a etapa onde um modelo de um determinado sistema é transferido para o formato padronizado IGES num arquivo sequencial. No pós-processamento o modelo formatado é decodificado do arquivo sequencial para o formato do outro sistema CAD/CAM [8,9].

Interface do programa-fonte

A interface com o núcleo de rotinas gráficas básicas determina a portabilidade do programa fonte da aplicação. É o nível que tem recebido mais atenção das universidades, dos centros de pesquisa e das empresas de engenharia.

Neste nível existem vários padrões (Core, GKS, PHIGS e PMIGS), cada um com suas peculiaridades, porém, com a maior parte de conceitos básicos comuns. Estes conceitos básicos oriundos do "espírito de Seillac" são: a busca de independência de dispositivos, a separação das funções de entrada e saída e a segmentação [2,4].

Para prover o sistema de maior independência de dispositivo, a visualização do modelo é feita em duas etapas. Na primeira etapa o modelo descrito em coordenadas do objeto é transformado através das operações de visualização em coordenadas do dispositivo normalizadas (variam de 0 a 1). Na segunda etapa estas coordenadas são transformadas nas coordenadas dos diversos dispositivos existentes na instalação. Modificações da instalação alteram apenas a segunda etapa. Além disto, os dispositivos de entrada são tratados logicamente, sem preocupação específica com características físicas dependentes de equipamentos reais. É a implementação do sistema gráfico básico para uma determinada instalação que se preocupa com esta especificação, elaborando os controladores de dispositivos apropriados, conforme mostrado na Figura 1.c.

As funções de saída que incluem as primitivas de saída (como marca, linha, polígono e caráter) com seus atributos (como cor e tipo de linha) servem para produzir a representação gráfica do objeto. As funções de entrada, do tipo selecionar e localizar, são independentes das funções de saída e servem para fazer a comunicação do usuário com o programa de aplicação.

A segmentação consiste na manipulação (transformações geométricas e seleção) de grupos de primitivas de saída como uma só entidade.

Core

O sistema Core, patrocinado pela ACM/SIGGRAPH [4,10,11], foi pioneiro na implementação da metodologia de computação gráfica vista nos ítens anteriores. Por seu pioneirismo e pela sua característica tridimensional é atualmente considerado como padrão de fato. É apresentado neste trabalho como referência para os outros padrões.

Graphical Kernel System (GKS)

O GKS é um núcleo gráfico padrão ISO que difere do Core nos seguintes pontos : utiliza o conceito de estação de trabalho, de tabelas de atributos, possui "binding" e é bidimensional [12 e 13] . O conceito de estação de trabalho precisa a especificação das capacidades e características dependentes de dispositivo e permite, também, o estabelecimento de estações lógicas de armazenamento e troca de informações gráficas. As tabelas de atributos permitem a especificação de atributos em conjunto.

A documentação da proposta do GKS é bastante completa sendo acompanhada de um "binding" para a lingua-gem FORTRAN 77, com a descrição detalhada das variáveis de entrada e saída. Outros trabalhos apresentam "bindings" para Pascal, ADA, PL/I e C.

Atualmente o GKS ainda não suporta aplicações tridimensionais.

Programmer's Hierarchical Interactive Graphics Standard (PHIGS)

É um padrão para CG desenvolvido pela ANSI e que foi projetado de modo a atender as necessidades das aplicações mais complexas cujos requerimentos funcionais não são satisfatoriamente atendidos pelo Core ou pelo GKS. Oferece recursos para o tratamento hierarquizado dos objetos, não é compatível com o GKS nem com o Core e possui mais funções que estes dois [5].

Programmer's Minimal Interface to Graphics (PMIGS)

É a implementação mínima do GKS e está sendo escrito pelo subcomitê X3H3 da ANSI. Deverá ser apropriado a programadores iniciantes e sistemas de pequeno porte [5].

Interface para o programa-objeto

Na interface sobre o sistema operacional, abaixo das rotinas gráficas básicas, a portabilidade de programa objeto é tratada. Com este nível padronizado as empresas de desenvolvimento de programas ("software - houses") podem ter seus produtos funcionando em computadores diferentes, fornecendo apenas o programa objeto. Na computação convencional (sem CG) os padrões para este nível são do tipo CP/M e UNIX. Na CG o padrão para este nível é o VDI ("Virtual Device Interface").

O VDI padroniza a interface entre os utilitários gráficos e os controladores de dispositivos, tratando os dispositivos de I/O físicos como dispositivos gráficos lógicos pela definição de um protocolo I/O padrão.

Interface de comunicação - protocolos

A padronização da comunicação entre o sistema operacional e seus periféricos é feita através de protocolos de comunicação. Para os terminais gráficos os padrões existentes como ASCII e EBCDIC não são suficientes . O controle das capacidades gráficas destes terminais exige novos padrões, como o NAPLPS ("North American Presentation Level Protocol Syntax"). Para o armazenamento e transmissão de dados gráficos, outra proposta é o VDM ("Virtual Device Metafile").

North American Presentation Level Protocol Syntax (NAPLPS)

O NAPLPS é uma interface gráfica para videotexto desenvolvido pelo governo canadense com a AT&T e outras companhias de comunicação de computadores, e que já é padronizada pela ANSI. É totalmente independente do dispositivo físico, sendo um meio de codificar e intercambiar textos e gráficos em formato ASCII para vídeos do tipo matriciais de rastreamento ("raster").

Virtual Device Metafile (VDM)

O VDM é uma especificação de meta-arquivos ("metafile") que armazena uma figura de forma independente de dispositivo. O meta-arquivo deve ser decodificado por rotinas de baixo nível para produzir saídas em algum dispositivo gráfico.

Junto com o VDI pretende definir um protocolo uniforme de interface independente de dispositivos para apresentação, armazenamento e transmissão de gráficos.

CONCLUSÕES

Foi visto que se passaram cerca de dez anos de esforços e surgiram padrões para sistemas gráficos bem desenvolvidos e reconhecidos de fato (como o Core da ACM) e outros formalmente aprovados (como o GKS e o VDI). Estes padrões, embora ainda não totalmente estabelecidos, já permitem uma avaliação de seus efeitos para os fabricantes e usuários de sistemas de CAD/CAM.

Os padrões fornecem aos fabricantes de equipamentos uma especificação de um núcleo gráfico básico desejável que pode orientar o seu desenvolvimento. Este núcleo gráfico permite estabelecer critérios para comparação entre diversos fabricantes, evitando a imprecisão

existente atualmente no mercado na definição das características de um dado equipamento.

A padronização nos níveis mais baixos favorece a possibilidade de implementação do núcleo gráfico diretamente em "firmware" (por microprogramação do dispositivo). Desta forma, equipamentos com a inteligência local, como as estações da Tektronix, poderão substituir os seus pacotes gráficos específicos por um transportável e de caráter geral.

O estabelecimento de padrões permite que grupos de desenvolvimento tenham seus sistemas usados em qualquer computador ou terminal gráfico com um mínimo de esforço.

A metodologia embutida nos padrões favorece a construção estruturada e modular de complexos sistemas para CAD/CAM, além de organizar os conhecimentos de CGI necessários para os programadores destes sistemas.

A padronização aos níveis discutidos neste trabalho não afeta diretamente a interface com o usuário de sistemas CAD/CAM. Porém, a portabilidade do seu sistema permitirá menor dependência a um dado fabricante, além de possibilitar uma integração com outros equipamentos. É necessário, também, se notar que os equipamentos disponíveis são determinantes das capacidades funcionais realmente utilizáveis de um padrão em uma instalação específica.

Apesar de todas estas vantagens apresentadas, a padronização dos sistemas gráficos interativos traz em si um custo em termos de perda de eficiência dos equipamentos e mudança do estado atual. A perda de eficiência se dá mais ao nível de padrões para o programa fonte e não é um fator relevante para os computadores de médio e grande porte.

A mudança dos equipamentos e/ou programas de CAD/CAM atualmente disponíveis implicaria num custo certamente inaceitável a curto prazo. Entretanto, a evolução do estado atual será fortemente influenciada por estes padrões.

A necessidade do desenvolvimento de um núcleo gráfico para apoio de Projeto Assistido por Computador levou os autores deste trabalho a optar pelo padrão Core para implementação num computador CDC Cyber 170/835 com estações gráficas Tektronix 4114, pela sua característica tridimensional, sua simplicidade e eficiência. Para implementação em um microcomputador nacional de 16 bits compatível com o "IBM-PC", o padrão GKS nível 0a está sendo estudado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Gattass, M. et all. "Interactive graphics dynamic analysis of frames". Conf. on Dynamic Response of Structures, Atlanta, Georgia, janeiro de 1981.

[2] Rozenthal, P. & Gattass, M. "Coreciv - um sistema gráfico 3d para CAD" . A ser publicado.

[3] Prince, M.D. Interactive graphics for computer aided design. Addison-Wesley, Reading, 1971.

[4] Newman, W.M. & van Dam, A. "Recent efforts towards graphics standardization". ACM Computing Surveys , 10(4), dezembro 1978. pp 365-80.

[5] Hindlin, H.J. "Special report on graphics technology". Computer Design, 23(5), maio 1984.

[6] Giloi, W.K. Interactive computer graphics. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1978.

[7] Foley, J.D. & van Dan, A. Fundamentals of interactive computer graphics. Addison-Wesley, Reading , 1983.

[8] Lewis, J.W. "Interchanging CAD-CAM Data Bases". Interfaces in Computing, 1(-), 1983. pp 339-54.

[9] Smith, B.M. "IGES: a key to CAD/CAM systems integration". IEEE Computer Graphics & Applic.,-(-) novembro 1983.

[10] Status Report of the GSPC. ACM Computer Graphics , 13(3), agosto 1979.

[11] Michener, J.C. & Foley,J.D. "Some major issues in the design of the core graphics system". ACM Computing Surveys, 10(4), dezembro 1978.pp 381-88.

[12] Special Issue on GKS. ACM Computer Graphics, -(-), fevereiro 1984.

[13] Enderle, G.; Kansy, K.; Pfaff, G. Computer Graphics programming. Springer-Verlag, Berlin, 1984.

SUMMARY

This work presents the state-of-the-art on graphics standards for CAD systems. It results from the experience on the implementation of a graphics package and some programs for structural analysis and design at PUC/RJ. The motivation, the historical development, the basic concepts and capabilities of these standards are discussed. The computer graphics methodology, that leads to device independent packages and application program and programmer's portability , is the prime justification for the standardization effort. The layered model for different levels of portability is reviewed.

ANÁLISE MATRICIAL DE MECANISMOS PLANOS– IMPLEMENTAÇÃO NUM SISTEMA DE PROJETO ASSISTIDO POR COMPUTADOR

MAURO RICARDO PONTES
ITA
MARCO ANTONIO A. CECCHINI
LUCIANO HUMBERTO LAMPI
EMBRAER S.A.

SUMÁRIO

É apresentado um sistema computacional em computação gráfica interativa para análise cinemática de mecanismos planos. Emprega-se um método matricial, recentemente desenvolvido, que permite a análise cinemática de mecanismos formados por barras e juntas articuladas com um número de graus de liberdade qualquer. O método foi implementado como núcleo central do módulo de análise cinemática de um sistema de projeto assistido por computador. Esse programa permite o modelamento, modificações e análise de mecanismos diretamente num terminal gráfico. Como saídas são obtidas as várias posições assumidas durante o movimento, curvas de acoplamento e gráficos de velocidades ou acelerações.

INTRODUÇÃO

A utilização de sistemas de projeto auxiliado por computador (PAC) foi introduzida na indústria aeroespacial norte-americana no início da década de 60, com o advento dos primeiros "displays" gráficos de baixo custo ligados a computadores e se tornou, desde então, uma poderosa e eficiente ferramenta aplicada a uma vasta variedade de problemas de engenharia. A partir dos esforços pioneiros na aplicação dessa tecnologia pela companhia Loockheed-Georgia, que investiu pesadamente no desenvolvimento de programas aplicativos, o seu uso se alastrou às outras indústrias aeroespaciais, tendo sido utilizada em todas fases do projeto de aeronaves. [1] [2]

O projeto dos mecanismos presentes nos sistemas de comandos, portas e trens de pouso envolve um número elevado de iterações análise-verificação para que sejam satisfeitas a trajetória, as especificações de esforços e a verificação de interferência geométrica com os outros componentes do avião. Com a crescente disponibilidade de recursos computacionais, os métodos tradicionais gráficos ou analíticos de análise vem sendo progressivamente substituídos por métodos numéricos computadorizados.

A aplicação de computadores permite ao projetista realizar análises detalhadas de mecanismos complexos com baixa probabilidade de erros e num curto espaço de tempo. A utilização de sistemas gráficos interativos possibilita ao projetista exercer toda sua experiência para criar um projeto ótimo, realizando uma síntese por tentativa e êrro. [3] [4]

O objetivo deste trabalho é descrever um sistema computacional para análise cinemática de mecanismos planos com auxílio de computação gráfica interativa. Este sistema permite o modelamento ou modificações interativos da geometria de um mecanismo formado por barras e juntas articuladas e possibilita sua análise diretamente num terminal gráfico. Como resultados são obtidos as diversas posições assumidas, curvas de acoplamento e gráficos de velocidades ou acelerações dos elementos do mecanismo. [5]

No programa de computador elaborado empregou-se o método matricial de análise desenvolvido por Sparis e Mouroutsos, [6], adequado a implementação em pequenos computadores, que pode ser aplicado a mecanismos planos com um número qualquer de graus de liberdade. Esse método usa a notação de vetores complexos de Raven para instituir equações matriciais para a posição, velocidades e acelerações do mecanismo, introduzindo o tempo como variável fictícia. A solução dessas equações permite determinar o histórico de posições, velocidades e acelerações dos elementos do mecanismo por meio de integração numérica.

ANÁLISE CINEMÁTICA

A posição de um corpo rígido em movimento num plano, Fig. 1, pode ser obtida conhecendo-se a localização de dois pontos distintos desse corpo pela equação vetorial,

$$[-1\ \ 1]\begin{bmatrix}\mathbf{R}_1\\ \mathbf{R}_2\end{bmatrix} = r\, e^{i\zeta} \qquad (1)$$

onde $\mathbf{R}_j^T = [x_j \ \ y_j]$ é o vetor de posição do ponto.

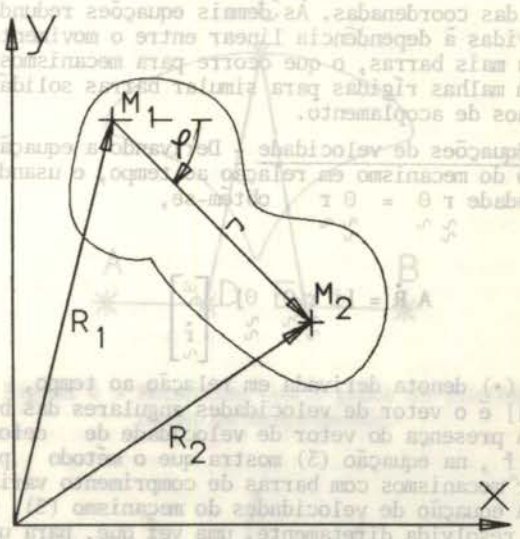


Figura 1 - Movimento de um corpo no plano.

A posição de um mecanismo composto de m barras e n juntas, Fig. 2, é obtida pela generalização da equação (1)

$$\underset{\sim}{\mathbf{A}}\,\underset{\sim}{\mathbf{R}} = \underset{\sim}{r}\,\underset{\sim}{\theta} \qquad (2)$$

onde,

$\mathbf{A}(m \times n)$ é a matriz de conectividade do mecanismo, cujos têrmos a_{kj} podem ser 1, -1 ou 0, conforme a barra k esteja ou não conectada à junta j. O sinal indica se a junta foi definida como inicial ou final da barra,

$\underset{\sim}{R}$ é o vetor de posição das juntas do mecanismo dado por

$$\underset{\sim}{R}^T = [R_0^T \; R_1^T \ldots R_n^T]$$

$\underset{\approx}{r} = [r_j]$ é a matriz diagonal com os comprimentos das barras

$\underset{\sim}{\Theta} = [e^{i\zeta_j}]$ é o vetor dependente dos ângulos de direção das barras.

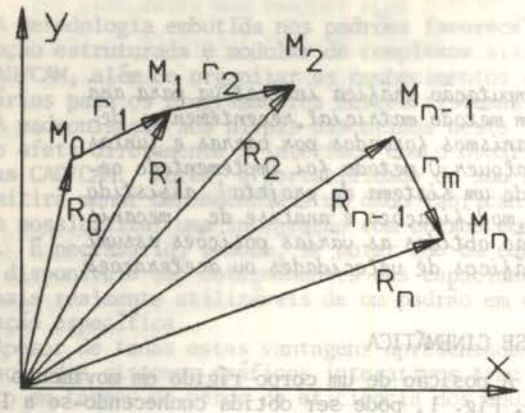


Figura 2 - Mecanismo com m barras e n juntas.

O sistema de equações lineares, eq. (2), permite determinar a posição das juntas do mecanismo conhecidos os comprimentos e ângulos de direção das barras. Devem ser resolvidas m equações para a determinação de n incógnitas, sendo m > n. Uma das equações pode ser eliminada tomando-se uma das juntas fixas do mecanismo como origem das coordenadas. As demais equações redundantes são devidas à dependência linear entre o movimento de duas ou mais barras, o que ocorre para mecanismos onde se usam malhas rígidas para simular barras solidárias ou planos de acoplamento.

Equações de velocidade - Derivando a equação de posição do mecanismo em relação ao tempo, e usando a propriedade $\underset{\approx}{r}\,\underset{\sim}{\Theta} = \underset{\sim}{\Theta}\,\underset{\approx}{r}$, obtém-se,

$$\underset{\approx}{A}\,\dot{\underset{\sim}{R}} = [i\,\underset{\approx}{r}\,\underset{\sim}{\Theta} \;\; \underset{\sim}{\Theta}] \begin{bmatrix} \underset{\approx}{\omega} \\ \dot{\underset{\sim}{r}} \end{bmatrix} \qquad (3)$$

onde o $(\dot{\cdot})$ denota derivada em relação ao tempo, e $\underset{\sim}{\omega} = [\dot{\zeta}_j]$ é o vetor de velocidades angulares das barras. A presença do vetor de velocidade de deformação axial, $\dot{r}$, na equação (3) mostra que o método permite simular mecanismos com barras de comprimento variável.

A equação de velocidades do mecanismo (3), não pode ser resolvida diretamente, uma vez que, para um mecanismo cinematicamente consistente, são conhecidas as velocidades de algumas juntas - as juntas fixas por exemplo -, e as velocidades angulares ou de deformação das barras motoras. O sistema deve inicialmente passar por uma transformação onde são separadas as incógnitas dos têrmos conhecidos. Assim os têrmos associados à velocidades desconhecidas de barras são passados para o lado esquerdo de (3) enquanto aqueles correspondentes as velocidades conhecidas de juntas são transferidos para o lado direito.

Equação de acelerações - Derivando a equação (3) em relação ao tempo, obtem-se a equação de acelerações do mecanismo,

$$\underset{\approx}{A}\,\ddot{\underset{\sim}{R}} = [i\,\underset{\approx}{r}\,\underset{\sim}{\Theta} \;\; \underset{\sim}{\Theta}] \begin{bmatrix} \dot{\underset{\sim}{\omega}} \\ \ddot{\underset{\sim}{r}} \end{bmatrix} + \underset{\sim}{V} \qquad (4)$$

onde $\underset{\sim}{V} = [i\,\dot{\underset{\approx}{r}}\,\underset{\sim}{\omega} - \underset{\approx}{r}\,\underset{\approx}{\omega}\,\underset{\sim}{\omega}]\,\underset{\sim}{\Theta}$ é o vetor que depende somente dos comprimentos e velocidades correntes das barras do mecanismo.

O sistema de equações de acelerações (4) deve passar pelo mesmo tipo de transformação das equações (3), separando as incógnitas dos têrmos conhecidos.

Geração do movimento - As velocidades e acelerações das barras do mecanismo determinadas pela resolução das equações (3) e (4), permitem calcular sua posição no instante subsequente por,

$$\underset{\sim}{r}(t+\Delta t) = \underset{\sim}{r}(t) + \Delta t\,\dot{\underset{\sim}{r}}(t) + \frac{1}{2}\Delta t^2\,\ddot{\underset{\sim}{r}}(t)$$

$$\underset{\sim}{\zeta}(t+\Delta t) = \underset{\sim}{\zeta}(t) + \Delta t\,\underset{\sim}{\omega}(t) + \frac{1}{2}\Delta t^2\,\dot{\underset{\sim}{\omega}}(t) \qquad (5)$$

Substituindo os parâmetros calculados por (5) no vetor de termos independentes da equação (2) é possível então determinar a nova posição do mecanismo.

A integração numérica, eqs (5), introduz erros da ordem de Δt^2 nos novos valores de comprimento e ângulo das barras. O acumulo de erros pode ser percebido pela variação do comprimento de barras com comprimento fixo e pelo desvio de trajetória para mecanismos com trajetória conhecida.

Em [6] é sugerido o uso de um esquema de integração do tipo preditor-corretor, ou o emprêgo de mais termos da equação (5) a fim de melhorar a precisão do método. As experiências numéricas realizadas mostraram que incrementos que conduzam a variação angular menor que 5° na barra motora não introduzem erros perceptíveis.

O método apresenta resultados completamente errados quando o mecanismo é forçado a entrar numa região fisicamente impossível. O mecanismo tenta se adaptar à nova situação deslocando abruptamente uma ou mais juntas dadas como fixas. Evidentemente os resultados obtidos nessas situações não tem significado devendo ser descartados pelo projetista.

DESCRIÇÃO DO SISTEMA

O programa de análise cinemática desenvolvido é composto de quatro módulos funcionais e um banco de dados onde é armazenada a descrição do mecanismo, Fig.3.

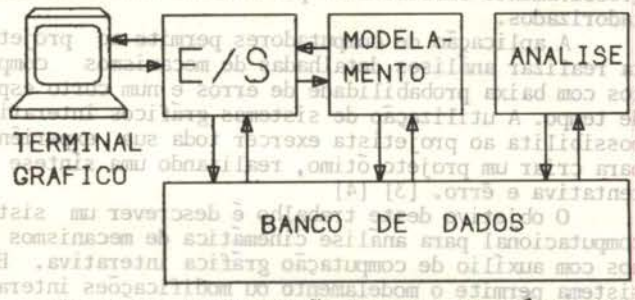


Figura 3 - Configuração do programa gráfico interativo para análise cinematica de mecanismos planos.

O módulo de entrada e saída (E/S) é a interface única do sistema com o usuário. Sua função é tanto de leitura de dados gráficos ou alfanuméricos introduzidos pelo usuário, como para a saída dos resultados produzidos pelo programa.

A definição geométrica e cinemática do mecanismo é realizada pelo módulo de modelamento. Esse módulo se comunica diretamente com o módulo de E/S para permitir a definição interativa do mecanismo. A geometria fica completamente conhecida com a definição das coordenadas das juntas e da conectividade das barras. A especificação das barras ou juntas motoras, malhas rígidas e juntas fixas definem as características cinemáticas do me-

canismo.

As informações obtidas no modelamento são introduzidas num banco de dados cuja organização facilita a recuperação dos dados para análise cinemática ou representação gráfica. Para cada elemento do mecanismo são armazenados 4 tipos de informações: gráficas, geométricas, topológicas e cinemáticas. As características gráficas, que indicam ao programa como será feita a representação do elemento, incluem um código de tipo de elemento-junta ou barra -, e um código de visibilidade indicando se o elemento é visível ou não.

As características geométricas indicam onde desenhar os elementos. Para cada junta são armazenadas as coordenadas iniciais e no instante corrente. Para as barras são armazenadas as coordenadas iniciais e no instante corrente das juntas de incidência.

As características topológicas mostram como o mecanismo é montado. Para cada junta são armazenados ponteiros para as barras que a contém, e para cada barra são guardados ponteiros para as juntas de incidência.

Como características cinemáticas são guardados um código de valores conhecidos para velocidades e acelerações e os correspondentes valores. As velocidades e acelerações das juntas e barras no instante corrente são também armazenadas.

O módulo de cinemática é a implementação do método de análise descrito. Sua comunicação com os outros módulos é feita somente pelo banco de dados.

APLICAÇÕES

Trem de Pouso - Na Figura 4 está representado o mecanismo principal de um trem de pouso típico em posição levantada. O modelo para análise é construído diretamente sobre esse desenho tomando-se somente as linhas principais. A haste principal é simulada pela barra AB. Para indicar que as barras CD e DE são solidárias, isto é, movem-se com mesma velocidade e aceleração angulares, é introduzida a barra fictícia CE para fechar o triângulo. O atuador hidráulico é representado pela barra de comprimento variável EF. A junta fixa A é tomada como junta de referência e eliminada das equações do movimento

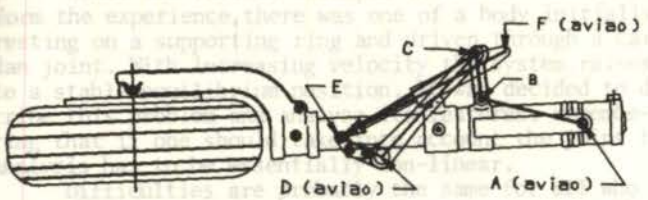


Figura 4 - Modelamento do mecanismo principal de um trem de pouso.

A barra fictícia CE introduz dependência linear entre duas equações da matriz de conectividade A, equação (2), pois pode ser visto que a posição da junta C pode ser determinada conhecendo-se a posição das barras DE e CD, ou DE e CE.

O mecanismo é posto em movimento imprimindo-se velocidade de deformação unitária ao atuador representado pela barra EF, e suas posições são mostradas na Figura 5. É interessante observar que a velocidade angular das barras CD, DE e CE manteve-se praticamente constante, enquanto que a da barra AB sofreu um aumento e posterior diminuição durante o movimento. A posição aberta do trem de pouso corresponde a um ponto morto do mecanismo configurado pelo alinhamento das barras BC e CD.

A separação das incógnitas dos termos conhecidos nos sistemas de equações de velocidades (3) ou acelerações (4), é possível tendo em consideração a igualdade entre o número de grandezas conhecidas relativas às barras e o número de incógnitas relativos às juntas. No sistema de velocidades, por exemplo, as 6 velocidades de deformação axial das barras são conhecidas, enquanto são incógnitas as componentes x e y da velocidade das juntas B, C e E.

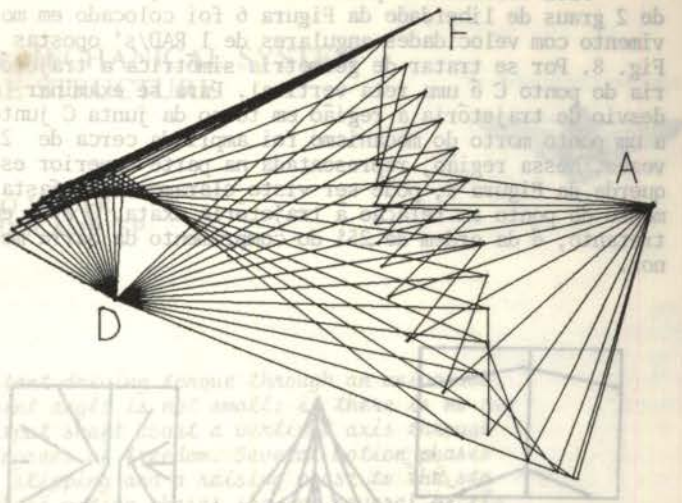


Figura 5 - Movimento do mecanismo do trem de pouso da posição fechada para a posição aberta.

Mecanismo 2 GL - Para demonstrar a aplicabilidade do método a mecanismos com mais de um grau de liberdade foi resolvido o mecanismo da Figura 6. As juntas A e B são estacionárias e o movimento é obtido conferindo-se velocidades angulares às barras AD e BE.

O movimento resultante da aplicação de velocidades angulares unitárias às barras AD e BE é mostrado na Figura 7, e a trajetória desenvolvida pelo ponto de acoplamento C é representada na Figura 6.

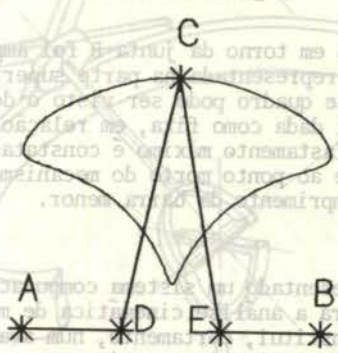


Figura 6 - Mecanismo com 2 graus de liberdade e curva de acoplamento.

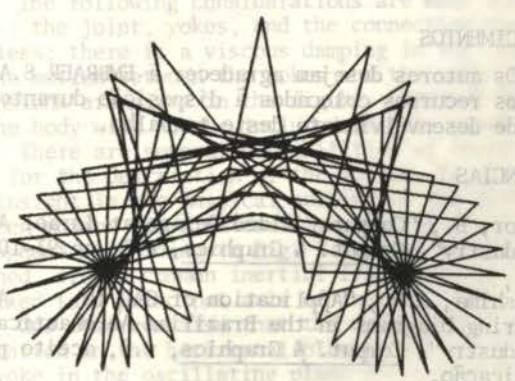


Figura 7 - Movimento do mecanismo com 2 graus de liberdade ($\omega_{AD}=\omega_{BE}$ = 1 rad/s).

Para verificar a precisão do método, o mecanismo de 2 graus de liberdade da Figura 6 foi colocado em movimento com velocidades angulares de 1 RAD/s' opostas , Fig. 8. Por se tratar de geometria simétrica a trajetória do ponto C é uma reta vertical. Para se examinar o desvio de trajetória a região em torno da junta C junto a um ponto morto do mecanismo foi ampliada cerca de 25 vezes. Nessa região, representada na parte superior esquerda da Figura 8, pode ser visto claramente o afastamento do ponto em relação à trajetória exata. O erro,entretanto, é da ordem de 25% do comprimento da barra menor.

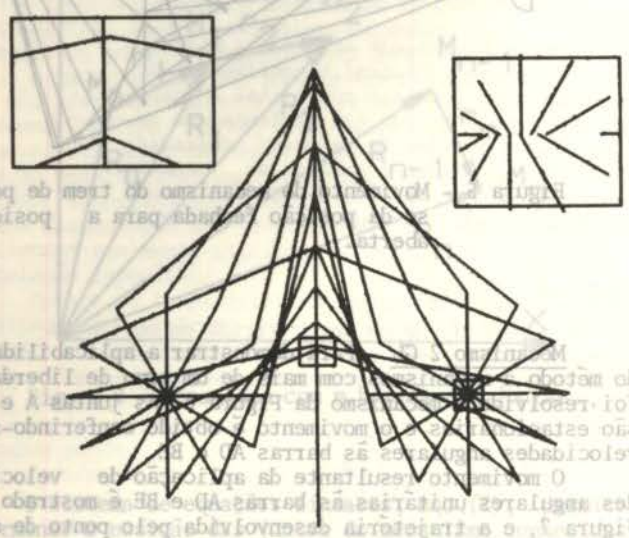


Figura 8 - Movimento simétrico do mecanismo de 2 graus de liberdade.

A região em torno da junta B foi ampliada cerca de 50 vezes e representada na parte superior direita da Figura 8. Nesse quadro pode ser visto o deslocamento da junta, que foi dada como fixa, em relação a sua posição original. O afastamento máximo é constatado na posição correspondente ao ponto morto do mecanismo e é da ordem de .50% do comprimento da barra menor.

CONCLUSÕES

Foi apresentado um sistema computacional gráfico interativo para a análise cinemática de mecanismos planos que se constitui, certamente, num avanço em relação aos métodos convencionais anteriormente empregados, em termos de simplicidade e campo de aplicação.

O sistema foi construído de forma modular e estruturado de modo a permitir que seja utilizado ao todo,ou em partes, como componente de programas mais complexos de análise dinâmica ou síntese de mecanismos planos.

AGRADECIMENTOS

Os autores desejam agradecer à EMBRAER S.A., por todos os recursos colocados à disposição durante o período de desenvolvimento deste trabalho.

REFERÊNCIAS

[1] Dror, B., "Computer Aided Design at Israel Aircraft Industry", Comput. & Graphics, v.3, pp.93-105, 1978

[2] Teshima, A.N., "Application of CAD in Aircraft Wiring Diagrams in the Brazilian Aeronautical Industry", Comput. & Graphics, v.8, aceito para publicação.

[3] Ricci, R.J., "SPACEBAR - Kinenatic Design by Computer Graphics", Applications of Computer Graphics in Engineering, NASA SP - 390, 1975.

[4] Galleti, C.V. and Giannotti, E.I., "Interactive Computer System for the Functional Design of Mechanisms" , Computer - Aided Design, v.13, n. 3 , pp. 159 - 163, 1981.

[5] Pontes, M.R., "Simulação Gráfica da Cinemática de Mecanismos Planos", ITA - Relatório Interno, 1984.

[6] Sparis, P.D. and Mouroutsos, S.G., "Cranking Planar Mechanisms on a Microcomputer", Comput. Meths.Appl. Mech. Engrrg., 40 (1983), 261-276.

SUMMARY

It is presented a computer method for the kinematic analysis of planar mechanisms and its implementation using interactive computer graphics. A recently developed matrix method is used which allows the kinematic analysis of planar mechanisms with any number of members and degrees of freedom. The method was used as the kernel of the kinematic analysis module of a computer aided design system. This program allows the modelling, verification and analysis of mechanisms right at the terminal screen. Output data includes the configurations assumed by the mechanisms in its range of travel, coupler curves and velocity or acceleration charts. Examples of applications are discussed.

MOTION ANALYSIS OF A MECHANICAL SYSTEM WITH VARIABLE STRUCTURE

HANS INGO WEBER
GEPROM — UNICAMP, SP

SUMMARY

The motion of a rotor driven by a constant driving torque through an universal joint has an oscillating character if the joint angle is not small; if there is no restriction on the secondary rotation of the output shaft about a vertical axis through the fixed point, one has a system with two degrees of freedom. Several motion phases are possible: rolling, rolling and slipping, slipping and a raising phase to the stable vertical position. The paper describes these motion phases showing several of its caracteristics.

INTRODUCTION

The Cardan or the Hooke's joint is a classical problem in mechanics. Probably as most of the mechanics is solved in old papers, it is very unlikely to achieve really new results. But with modern computation you can calculate a lot, which again can show small aspects that weren't handled before.

This work was suggested as one was trying to confirm experimentally analytical results in a paper showing new stability regions for Staude's permanent rotations of a gyroscope with damping [1]. These regions correspond to very flat bodies, the experiment reproduced the model with a spherical pivot in the bottom and was driven from the top, in fact confirming the theoretical previsions[2] .

Under the various attempts that were made to perform the experience, there was one of a body initially resting on a supporting ring and driven through a Cardan joint. With increasing velocity the system raises to a stable equilibrium position. It was decided to describe this problem and analyse its features, remembering that if one should take into account the joint the analysis has to be essentially non-linear.

Difficulties are probably the same for all who want to understand this motion. A wrong choice in the followed way may turn all equations to complex, and annihilate the desire of physical comprehension. Further, the problem has two very distinct phases, the supported and the raised motion.

It was decided to use a precession/spin analysis for the supported phase and the Cardan angles for the raised phase. The construction of the reference frames is almost didactical, in the sense that it shall stimulate the possibility to compare what is happening in the different coordinate systems.

When the rotor is supported one decided to present results only for the constant driving torque problem, showing some phenomena in the pure rolling and in the slipping condition. Some results can be obtained directly from the equations, other were detected in the numerical analysis. A more detailed analysis is still necessary in order to determine the physical reasons of some instability-like regions.

In, the raised motion a linear analysis is made and only some non-linear aspects are investigated.

Damping forces are very important but its simulation must be precise: it is easily possible to attain non-conservative circulatory forces. If they are real or not must be verified with experiments. In this paper only the damping in the joint itself will be considered.

EQUATIONS OF MOTION

It is considered a system like that represented in Fig. 1. A body, not necessarily symmetric, is driven through a Cardan joint. It is supported by a horizontal surface, as a matter of fact a circular ring, raising under certain circunstances to the uper equilibrium position.

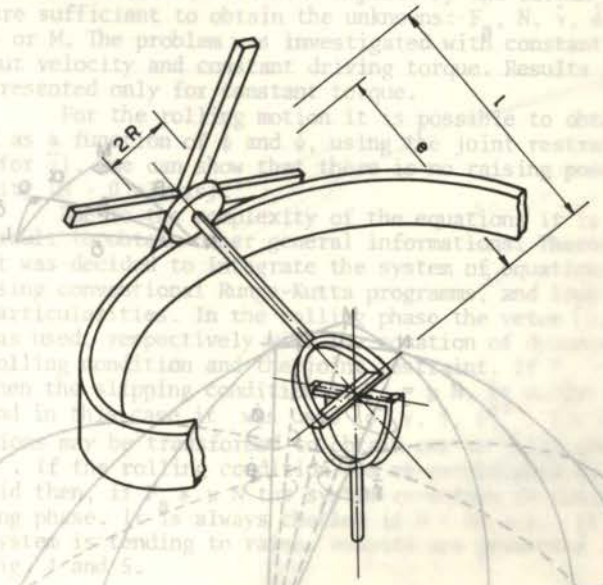


Figure 1

The following considerations are made for the analysis: the joint, yokes, and the connecting shafts are massless; there is a viscous damping in the joint due to the motion between the yokes and the coupling cross. Dimensions are given in the figure. External damping on on the body will not be included in this paper.

There are several possibilities of coordinate systems for the description of the motion. To allow a deeper insight in the physical meaning of the relations between motion coordinates this point is dicussed throughout. According to Fig. 2 several rotations are defined, from a common inertial frame I to a common body fixed (and principal axis of inertia) frame S.

One observes also that the driving yoke executes a rotation in the horizontal plane A C E, and the driven yoke in the oscillating plane J C I. Both planes intersect on axis O C, which was defined for the rotation of the joint angle δ.

There can be written all the transformation matrices between these coordinate systems. For instance, the transformation between $\bar{R}$ and R, necessary to write the

vector

$$R_V = R_T \bar{R} \cdot \bar{R}_V$$

can be obtained as

$$R_T \bar{R} = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ where } \psi = \theta - \phi.$$

There are several relations connecting the defined angles. The best way to visualize them is obtained using properties of spheric trigonometry. In Fig. 2 there are represented several spheric triangles. In spite of having been included for completness, the Inertial Cardan rotation will not be used in this paper.

The basic property of the cross i.e. the orthogonality of its arms, can be obtained immediatly using the law of cosines for the oblique spherical triangle B C I of Fig. 2.

$$\sin\psi \cos\gamma - \cos\psi \sin\gamma \cos\ \delta = 0.$$

The cinematic restraint is obtained by derivation and reads in the general case when $\delta \neq$ cte

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{1-\sin^2\delta\cos^2\psi} (\dot{\psi} \cos\delta + \dot{\delta} \sin\delta \sin\psi \cos\psi).$$

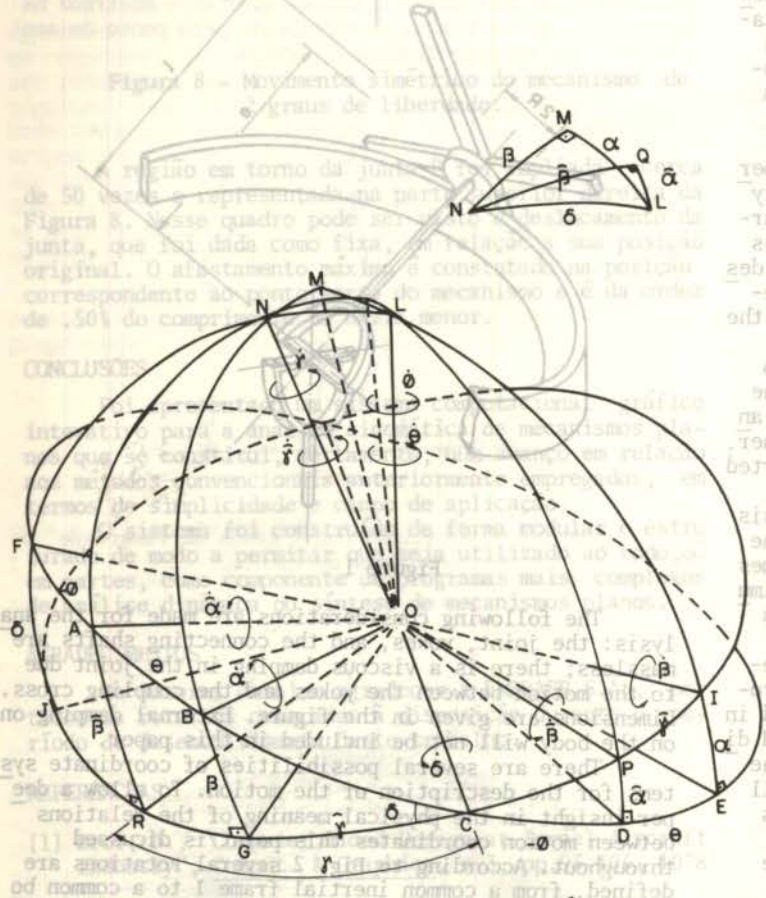


Figure 2

The motion analysis of the body will be done with the Euler rotations when it is supported and with the Coupling Cross Cardan rotations when it is raised. There are several simplifications in the equations when this is done in this way. Observe that when the body is supported the contact point with the surface is in the LNF plane, whereas the cross has its principal axes along O B and O I.

If A, B, C are the principal moments of inertia in frame S (therefore about 0), then with

$$I_x = A \cos^2\gamma + B \sin^2\gamma \ , \quad I_y = A \sin^2\gamma + B \cos^2\gamma,$$

$$I_z = (A - B) \sin\gamma \cos\gamma$$

one has with δ = cte in the supported motion and using the Euler equation for the rotating frame R1.

$$-I_x \ddot{\phi} + I_{xy} \cos\delta\, \dot{\phi}^2 + 2 I_{xy} \dot{\phi} \dot{\gamma} = L_x / \sin\delta,$$

$$-I_{xy} \ddot{\phi} + (C - I_x) \cos\delta\, \dot{\phi}^2 + (A + B + C - 2 I_x) \dot{\phi} \dot{\gamma} = L_y / \sin\delta,$$

$$C \cos\delta\, \ddot{\phi} + I_{xy} \sin^2\delta\, \dot{\phi}^2 + C \ddot{\gamma} = L_z.$$

The external moments are due to the Cardan joint, to the weight, to the contact with the surface (giving raise to a normal and a friction force) and to the dam-

ROTATIONS

A) Coupling Cross Cardan

$$I(A\ D\ L) \xrightarrow[I_z]{\dot{\theta}} \bar{R}(B\ E\ L) \xrightarrow[\bar{R}_x]{\dot{\alpha}} \bar{R}1(B\ I\ M) \xrightarrow[\bar{R}1_y]{\dot{\beta}} S(G\ I\ N)$$

$\dot{\theta}$ - input velocity in the Cardan
$\dot{\alpha}$ - velocity between input yoke and cross
$\dot{\beta}$ - same, cross/output yoke
α, β - angles in a frame rotating with $\dot{\theta}$

B) Euler

$$I(A\ D\ L) \xrightarrow[I_z]{\dot{\phi}} R(F\ C\ L) \xrightarrow[R_y]{\dot{\delta}} R1(J\ C\ N) \xrightarrow[R1_z]{\dot{\gamma}} S(G\ I\ N)$$

$\dot{\phi}$ - precession velocity
$\dot{\gamma}$ - spin velocity

C) Inertial Cardan

$$I(A\ D\ L) \xrightarrow[I_x]{\dot{\hat{\alpha}}} I1(A\ P\ Q) \xrightarrow[I1_y]{\dot{\hat{\beta}}} I2(R\ P\ N) \xrightarrow[I2_z]{\dot{\hat{\gamma}}} S(G\ I\ N)$$

$\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ - angles viewed from an inertial observer

RELATIONS FROM SPHERICAL TRIGONOMETRY

$$\sin\alpha = \sin\delta \sin\gamma \qquad \tan\alpha = \tan\delta \sin\psi$$

$$\sin\beta = \sin\delta \cos\psi \qquad \tan\beta = \tan\delta \cos\gamma$$

$$\tan\psi = \cos\delta \tan\gamma \qquad \cos\gamma = \cos\alpha \cos\psi$$

$$\cos\delta = \cos\alpha \cos\beta$$

ping. The equilibrium of the cross may be written in the frame $\bar{R}1$ (Fig. 3) and comprises the driving torque (M, M_2), the normal moments to the yokes (M_1, M_2) and the damping (M_{a1}, M_{a2}). It can be shown that the Cardan introduces the following moments on the output yoke:

$$\bar{R}1_{L_C} = \frac{M}{\cos\alpha}\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}, \qquad \bar{R}1_{L_D} = d\begin{bmatrix}-\dot\alpha\\-\dot\beta\\\dot\beta\tan\alpha\end{bmatrix}$$

where d is the coefficient for viscous damping between the yokes and the cross. The other moments can be verified to be

$$R1_{L_{GAN}} = \begin{bmatrix}F_a\,\ell\\ mge\sin\delta - N\,\ell\\ -F_a\,R\end{bmatrix} \qquad \bar{R}_{L_G} = \begin{bmatrix}mge\sin\alpha\cos\beta\\ mge\sin\beta\\ 0\end{bmatrix}$$

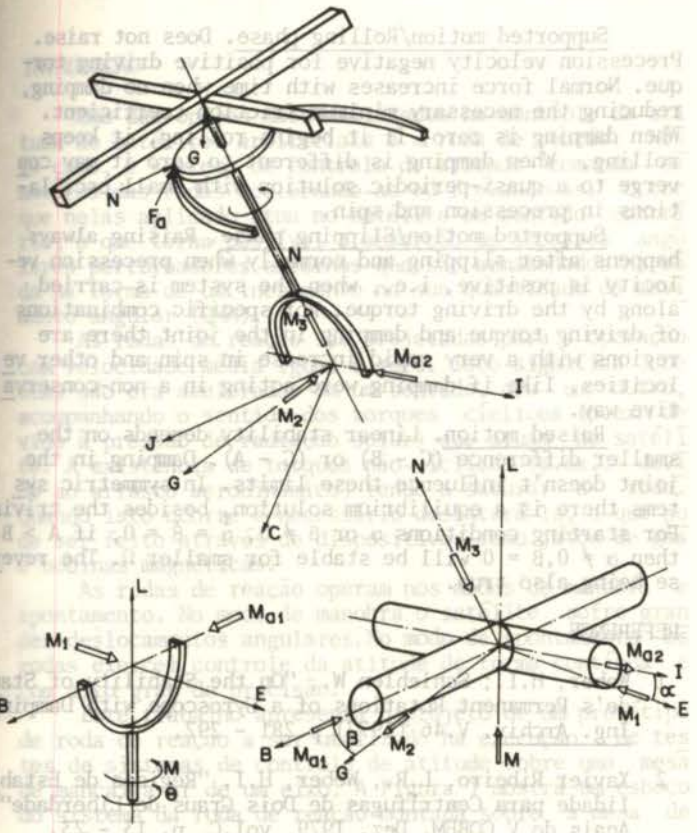


Figure 3

In the raised motion, using the Euler equation in frame $\bar{R}$ [the above expressed moments ($F_a = N = 0$)] one has the following non-linear system of equations:

$$-I_2\cos\alpha\,\ddot\theta + (A\cos^2\beta + C\sin^2\beta)\,\ddot\alpha - 2\,I_2\,\dot\alpha\,\dot\beta - d\,\dot\alpha + -I_1\,\dot\theta\,\dot\beta - I_3\,\dot\theta^2\sin\alpha\cos\alpha - mge\sin\alpha\cos\beta = 0,$$

$$B\tan\alpha\,\ddot\theta + B\,\ddot\beta + I_2\,\dot\alpha^2 + I_1\,\dot\theta\,\dot\alpha + d\,\dot\beta/\cos\alpha + -I_2\,\dot\theta^2\cos^2\alpha - mge\sin\beta\cos\alpha = 0,$$

$$B\,\ddot\theta - I_3\,\ddot\theta\cos^2\alpha - I_2\cos\alpha\,\ddot\alpha + B\sin\alpha\,\ddot\beta + I_2\sin\alpha\,\dot\alpha^2 + + (2B - I_1)\,\dot\alpha\,\dot\beta + 2\,I_2\,\dot\theta\cos^2\alpha\,\dot\beta + 2\,I_3\,\dot\theta\sin\alpha\cos\alpha\,\dot\alpha = M.$$

where

$$I_1 = \left[A\,(1 - 2\sin^2\beta) + B + C\,(1 - 2\cos^2\beta)\right]\cos\alpha,$$

$$I_2 = (A - C)\sin\beta\cos\beta,$$

$$I_3 = -A\sin^2\beta + B - C\cos^2\beta$$

and $\dot\theta$ is the input velocity in the Cardan joint.

SUPPORTED MOTION

Second order effects are present on the output velocity of the Cardan joint. One will search in this paper how this will affect the motion of the considered body, therefore it is implicitly necessary a non-linear analysis. Using Euler angles, which seem more adequate, the system is analysed and integrated. Two different physical situations may occur. If there is a rolling motion then the velocity of the contact point is zero, i.e.,

$$\dot\gamma = -\dot\phi\,(\cos\delta + \rho\sin\delta)\ , \quad \rho = R/\ell\ , \quad F_a \leq \mu N\ , \quad N > 0,$$

and when there is slipping, with fricction coefficient μ, then

$$F_a = \mu N\ , \quad \dot\gamma + \dot\phi\,(\cos\delta + \rho\sin\delta) \neq 0\ , \quad N > 0.$$

One of these conditions, the three equations of motion and the cinematic restraint imposed by the Cardan joint are sufficient to obtain the unknowns: F_a, N, $\dot\gamma$, $\dot\phi$ and $\dot\psi$ or M. The problem was investigated with constant input velocity and constant driving torque. Results are presented only for constant torque.

For the rolling motion it is possible to obtain N as a function of $\dot\phi$ and ψ, using the joint restraint (for $\ddot\gamma$). One can show that there is no raising possibility ($N > 0$ always).

Due to the complexity of the equations it is difficult to obtain other general informations. Therefore it was decided to integrate the system of equations using conventional Runge-Kutta programms, and look for particularities. In the rolling phase the vetor $[\dot\phi, \gamma, \psi]^T$ was used, respectively with the equation of dynamics, rolling condition and the joint restraint. If $F_a > \mu N$ then the slipping condition is $F_a = \mu N$, it occurs slip and in this case it was used $[\dot\phi, \dot\gamma, \gamma, \psi]^T$. The equations may be transformed to obtain one in $\ddot\phi$ and one in $\ddot\gamma$. If the rolling condition was re-established as valid then, if $F_a \leq \mu N$ the system re-enters in the rolling phase. It is always checked if $N < 0$, i.e., if the system is tending to raise. Results are presented in Fig. 4 and 5.

RAISED MOTION

The analysis will be limited to constant input velocity $\dot\theta = \Omega$. One sees from the equations that the motion with α and β is independent on the driving torque M. Stability in the linear sense is obtained

$$\text{for } \Omega^2 > mge/(C - B) \text{ and } \Omega^2 > mge/(C - A)$$

There is no influence of the damping on these limits, as by Thomson-Tait-Chetaev stability exists if damping and stiffness matrices are positive definite. Experimental verification of this fact was done with the experiment of Fig.1.

The physical understanding of what happens with the body when analysed in a rotating frame having velocities $\dot\alpha$ and $\dot\beta$ is maked easier when the corresping precession ($\dot\phi$) and spin ($\dot\gamma$) velocities are known. It can be demonstrated that

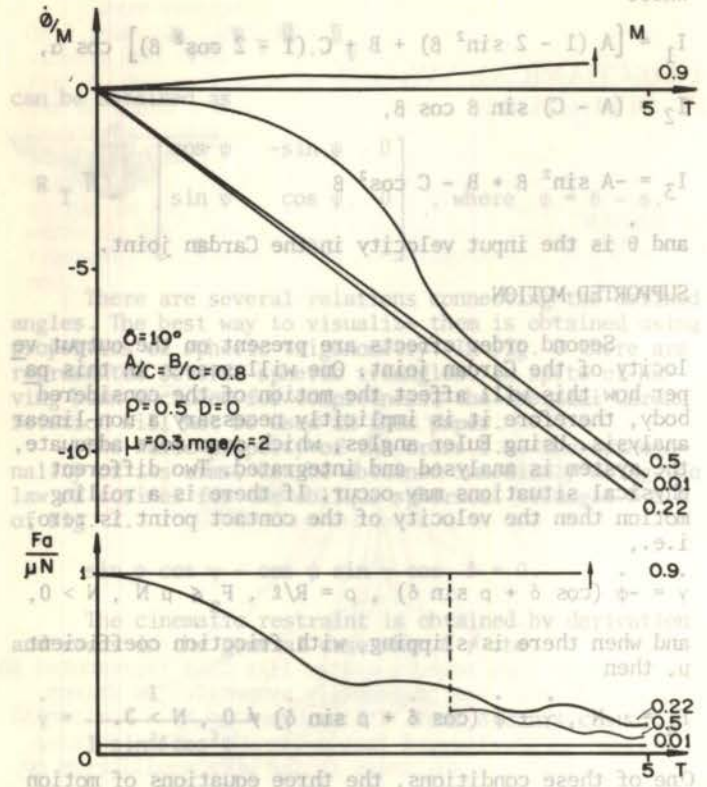


Fig. 4: Motion depending on driving torque

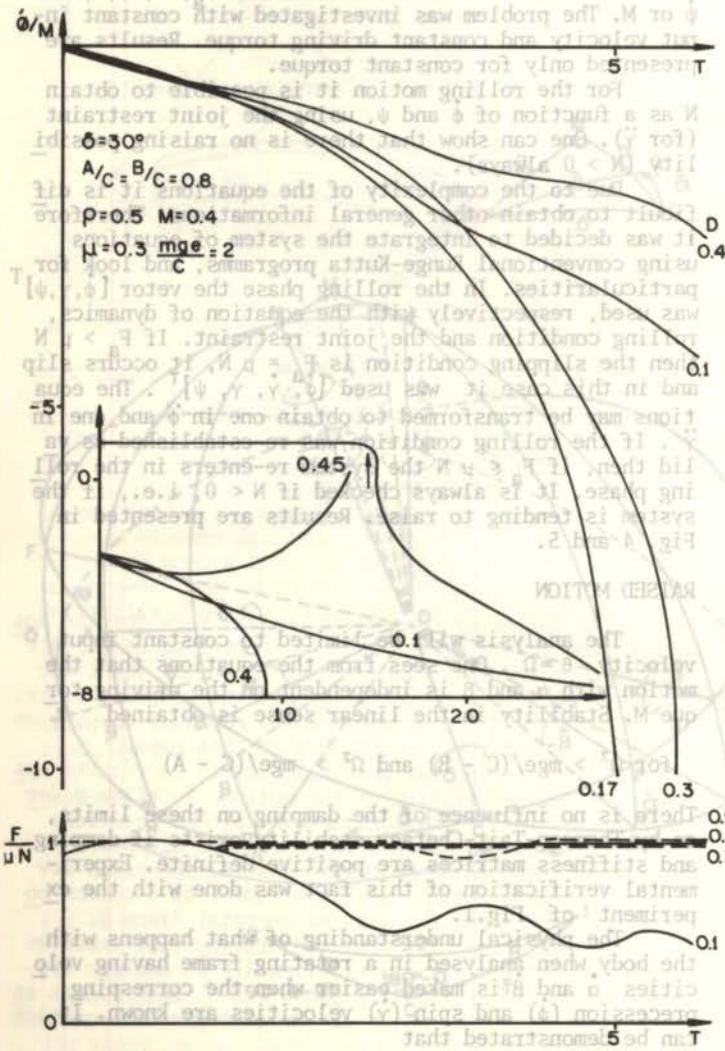


Fig. 5 : Motion depending on damping in the joint

$$\dot{\phi} = \dot{\theta} - \frac{1}{1 - \cos^2\alpha \cos^2\beta} (\cos\alpha \sin\beta \cos\beta \dot{\alpha} - \sin\alpha \dot{\beta}),$$

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{1 - \cos^2\alpha \cos^2\beta} (\sin\beta \dot{\alpha} - \sin\alpha \cos\alpha \cos\beta \dot{\beta}).$$

Observe that evidently when linearized $\dot{\phi} = \dot{\theta} - \dot{\gamma}$.

It is possible to have permanent solutions (besides that of the upper equilibrium position) but only for a symmetric body. They are obtained from the equations of motion with α = cte and β = cte. Then:

$$\cos\alpha \cos\beta = \cos\delta = \frac{mge}{(C - A)\,\Omega^2} \quad (A = B)$$

is an equilibrium solution. It corresponds to a precession with constant joint angle δ, i.e., there is no motion between the yokes and the cross.

CONCLUSIONS

Supported motion/Rolling phase. Does not raise. Precession velocity negative for positive driving torque. Normal force increases with time when no damping, reducing the necessary minimum friction coefficient. When damping is zero, if it begins rolling, it keeps rolling. When damping is different to zero it may converge to a quasi-periodic solution with small oscillations in precession and spin.

Supported motion/Slipping phase. Raising always happens after slipping and normally when precession velocity is positive, i.e., when the system is carried along by the driving torque. For specific combinations of driving torque and damping in the joint there are regions with a very rapid increase in spin and other velocities, like if damping were acting in a non-conservative way.

Raised motion. Linear stability depends on the smaller difference (C - B) or (C - A). Damping in the joint doesn't influence these limits. In symmetric systems there is a equilibrium solution, besides the trivial. For starting conditions α or $\beta \neq 0$, $\dot{\alpha} = \dot{\beta} = 0$, if A > B then $\alpha \neq 0, \beta = 0$ will be stable for smaller Ω. The reverse being also true.

REFERENCE

1 Weber, H.I.; Schiehlen W., "On the Stability of Staude's Permanent Rotations of a Gyroscope with Damping" Ing. Archiv. V.46 (1977) p.281 - 292.

2 Xavier Ribeiro, L.R., Weber, H.I. "Regiões de Estabilidade para Centrífugas de Dois Graus de Liberdade". Anais do V COBEM, Dez. 1979, vol.C, p. 13 - 23.

SUMÁRIO

Estuda-se o movimento de uma centrífuga acionada por intermédio de uma junta universal e que possui um número variável de graus de liberdade. O sistema pode estar apoiado numa superfície sobre a qual ocorre rolamento ou escorregamento e, em certas condições, pode se erguer procurando a posição de equilíbrio superior. Analisa-se as características físicas das diversas fases do movimento, bem como a influência da variação de parâmetros.

PROJETO DE UM MODELO EXPERIMENTAL DE UMA RODA DE REAÇÃO PARA CONTROLE DE ATITUDE DE SATÉLITES ARTIFICIAIS

PETRONIO NORONHA DE SOUZA
AGENOR DE TOLEDO FLEURY
JOSÉ A.M. FELIPPE DE SOUZA
INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS — INPE

SUMÁRIO

Este trabalho descreve o projeto mecânico e o projeto de um sistema de controle de velocidade de uma roda de reação com capacidade de 2Nms. Uma roda de reação é um dispositivo atuador de sistemas de controle de atitude de satélites artificiais que opera segundo o princípio da troca de quantidade de movimento angular entre a roda e o satélite. A roda de reação, atualmente em fase de construção no Instituto de Pesquisas Espaciais, será utilizada em ensaios de sistemas de controle de atitude sobre mesas de mancal a ar.

INTRODUÇÃO

Uma das opções mais utilizadas no controle da atitude de satélites artificiais é a roda de reação. Neste caso, o sistema de controle de atitude comanda os motores das rodas acelerando-as ou freiando-as. O torque nelas aplicado atua no satélite em sentido contrário, o que torna possível a absorção de impulsos angulares perturbadores externos que são armazenados na roda na forma de um incremento na sua quantidade de movimento angular (QMA).

As rodas de reação são projetadas para a operação com velocidade média igual a zero. Isto significa que elas são ora aceleradas em um sentido, ora em outro, acompanhando o sentido dos torques cíclicos (p.ex.: devido à pressão de radiação solar) que atuam no satélite. A existência de torques não-cíclicos (p.ex.: devido ao arrasto aerodinâmico) tende a saturar a roda. Quando isto ocorre é necessário dessaturá-la, o que pode ser feito através de dispositivos como jatos de gás e bobinas magnéticas.

As rodas de reação operam nos modos de manobra e apontamento. No modo de manobra o satélite sofre grandes deslocamentos angulares. No modo de apontamento as rodas exercem controle da atitude de forma contínua e com alto grau de precisão.

Este trabalho apresenta o projeto de um protótipo de roda de reação a ser utilizado na execução de testes de sistemas de controle de atitude sobre uma mesa de mancal a ar de um eixo. A Figura 1 mostra um esboço do sistema da roda de reação montada sobre a mesa de mancal a ar.

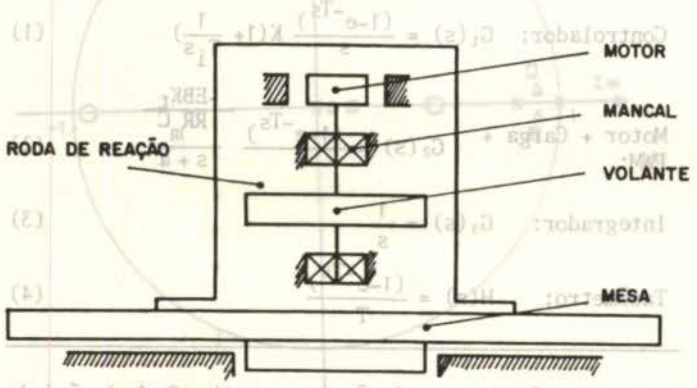


Figura 1. Roda de reação montada sobre a mesa de mancal a ar.

DESCRIÇÃO DA RODA DE REAÇÃO

Sob o aspecto construtivo, as rodas de reação são dispositivos eletromecânicos constituídos por um motor que aciona um volante.

A maioria das rodas de reação qualificadas para vôo utiliza mancais de rolamento. O projeto destes mancais apresenta graves problemas tecnológicos. Ele deve: a) ter vida de aproximadamente dez anos, sem qualquer tipo de manutenção; b) conservar suas características de atrito constantes com o tempo e com a temperatura, nos menores níveis possíveis. A passagem da velocidade de rotação por zero é o grande problema dos mancais. Ela provoca contato metal-metal, o que, além de diminuir drasticamente sua vida, introduz não-linearidades que dificultam o controle da roda.

No projeto em questão o volante apóia-se em um mancal de rolamentos de esferas de contato angular. Os rolamentos utilizados são da classe de precisão ISO P4 em montagem "O". A pré-carga na montagem é de 50Nm. A precisão dos rolamentos exige precisões semelhantes nos assentos do mancal. Todas as superfícies devem ser acabadas em operações de retífica fina, para garantir as tolerâncias dimensionais de forma e de posição exigidas pelos rolamentos.

A lubrificação dos rolamentos deve ser permanente e estável ao longo do tempo, propiciar baixo atrito e ter bom desempenho na ampla faixa de rotações coberta pela roda. O lubrificante escolhido é um óleo sintético com ν=69mm²/s a 40°C e I.V.=235.

O volante é desenhado como um disco simples. A otimização do seu perfil será feita em estudo posterior.

O motor utilizado é de corrente contínua do tipo "frameless", montado sobre o mesmo mancal do volante.

A medida da velocidade angular é realizada por um tacômetro óptico digital. Na primeira versão da roda o elemento sensor é um "encoder", que será substituído por um disco dentado.

A Tabela 1 e a Figura 2 fornecem as principais especificações e uma vista em corte da roda de reação.

Tabela 1. Especificações da roda de reação

QMA = 2Nms
Rotação máxima = 2000 (rpm)
Torque máximo de reação = 0,14 (Nm)
Potência máxima do motor = 60(W)
Corrente máxima do motor = 2,82(A)
Diâmetro/Altura = 255/246 (mm)

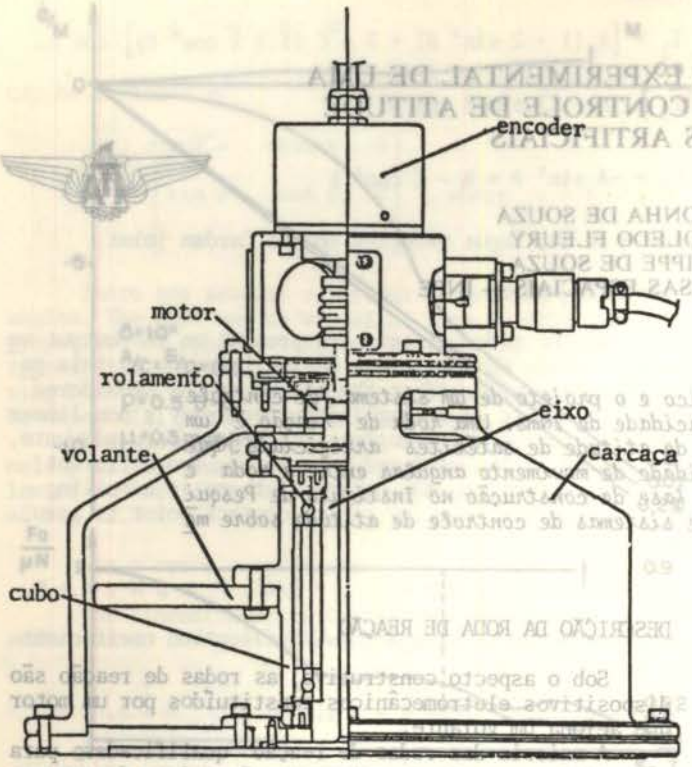


Figura 2. Vista em corte da roda de reação.

DESCRIÇÃO DO SISTEMA DE CONTROLE

Nesta primeira etapa do projeto decidiu-se construir um sistema de controle de velocidade para a roda de reação. Este controle terá como finalidade a realização de manobras com a mesa de mancal a ar, de testes do desempenho da roda e do teste de todo o aparato que deve ser colocado sobre a mesa para a realização de simulações.

O controle é do tipo PI; o acionamento do motor é do tipo PWM e a realimentação é feita por um tacômetro digital. A opção por um controlador PI deve-se à necessidade de seguir perfis de velocidade do tipo trapezoidal. Optou-se pela abordagem de controle discreto a despeito da alta frequência de amostragem exigida pelo "encoder". A Figura 3 mostra um diagrama dos sistema de controle.

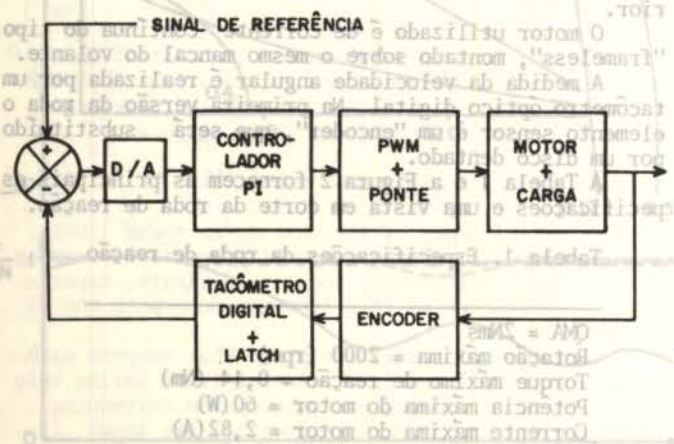


Figura 3. Diagrama do sistema de controle.

A Figura 4 mostra a malha de controle com os seus amostradores.

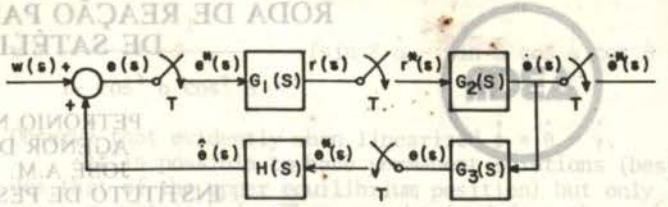


Figura 4. Malha de controle.

As funções de transferências são apresentadas na Tabela 2, onde:

K = sensibilidade proporcional;

T_i = tempo integral;

K_t = constante de torque;

K_b = constante da f.c.e.m.;

R_m = resistência do motor;

J_r = momento de inércia da roda;

J_t = momento de inércia da mesa;

C = coeficiente de atrito viscoso;

T = tempo de discretização;

E = amplitude do sinal do PWM;

R = valor máximo do controle;

$$B = \frac{C(J_t + J_r)}{J_t J_r};$$

$$a = B\left(1 + \frac{K_t K_b}{R_m C}\right);$$

$$b = \frac{EK_t}{R(R_m C + K_t K_b)}.$$

Tabela 2. Funções de transferências

Controlador:	$G_1(s) = \frac{(1-e^{-Ts})}{s} K\left(1+\frac{1}{T_i s}\right)$	(1)
Motor + Carga + PWM:	$G_2(s) = \frac{(1-e^{-Ts})}{s} \frac{\frac{-EBK_t}{RR_m C}}{s+a}$	(2)
Integrador:	$G_3(s) = \frac{1}{s}$	(3)
Tacômetro:	$H(s) = \frac{(1-e^{-Ts})}{T}$	(4)

A função de transferência em malha fechada é dada por (5). A mesma equação aparece escrita em (6) na forma de transformada z.

$$\frac{\dot{\theta}^*(s)}{\omega^*(s)} = \frac{G_1^*(s)G_2^*(s)}{1-H^*(s)G_1^*(s)G_2G_3^*(s)} \qquad (5)$$

$$\frac{\dot{\theta}(z)}{\omega(z)} = \frac{-bK(1-e^{-aT})\left[1+\frac{T}{T_i(z-1)}\right]\frac{1}{(z-e^{-aT})}}{1+\frac{bK}{T}\left[1+\frac{T}{T_i(z-1)}\right]\frac{(z-1)}{z}\left[\frac{T}{(z-1)}-\frac{(1-e^{-aT})}{a(z-e^{-aT})}\right]} \qquad (6)$$

A função de transferência do erro é dado por (7)

$$\frac{e(z)}{\omega(z)} = \frac{1}{1-H(z)G_1(z)G_2G_3(z)} \qquad (7)$$

A aplicação do Teorema do Valor Final para as entradas degrau e rampa unitários mostra erro zero para degrau e erro em velocidade dado por (8):

$$e = \frac{1}{Kv} = \frac{T_i}{bK} \qquad (8)$$

A substituição dos valores numéricos em (6) leva (9):

$$\frac{\dot{\theta}(z)}{\omega(z)} = \frac{\frac{-2{,}740\times10^{-3}K[z-(1-T/T_i)]}{(z-1)(z-9{,}998\times10^{-1})}}{1+\frac{1{,}380\times10^{-3}K[z-(1-T/T_i)](z+9{,}801\times10^{-1})}{z(z-1)(z-9{,}998\times10^{-1})}} \qquad (9)$$

Fazendo $T_i=6\times10^{-3}$, um dos zeros da malha aberta fica igual a 0,5. A Figura 5 mostra o lugar das raízes da função de transferência (9) com $T_i = 6\times10^{-3}$ e K valendo 1 e 5.

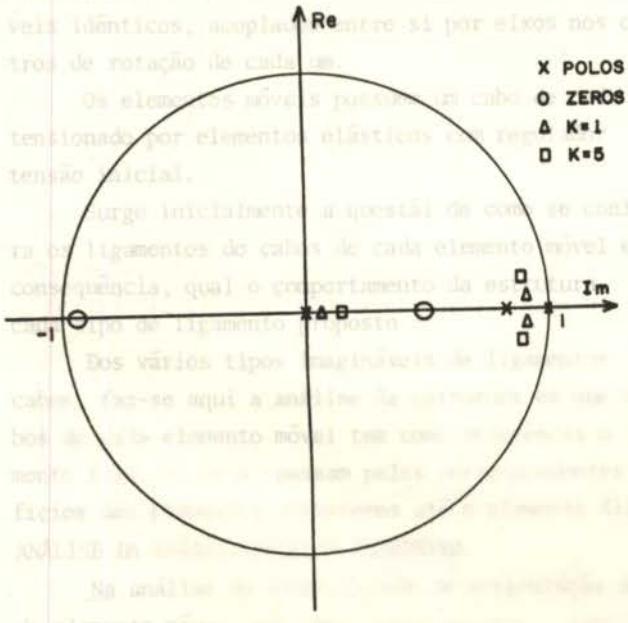


Figura 5. Lugar das raízes.

As raízes mostradas são $6{,}77\times10^{-4}$ e 0,9989 ± i 0,0369 para K=1 e $3{,}39\times10^{-3}$ e 0,9948 ± i 0,0826 para K=5.

O sistema tem comportamento assintoticamente estável pelo fato de ter todas as raízes dentro do círculo unitário.

COMENTÁRIOS

Este trabalho descreve, de modo resumido, o projeto da primeira versão de uma roda de reação. Em função de ser um protótipo, essa roda será utilizada principalmente em ensaios de laboratório, comandando as manobras de uma mesa de mancal a ar que suporta partes do sistema de controle de atitude. Essa primeira versão, após testada, servirá de base para os desenvolvimentos futuros que incluem, na parte de controle, um controlador de torque centrado em microprocessador, e na parte mecânica, o aperfeiçoamento do mancal e melhores projetos do volante.

REFERÊNCIAS

[1] Ogata, K., Engenharia de Controle Moderno, Prentice/Hall do Brasil Ltda, Rio de Janeiro (1982).

[2] Andeen, R.E., "Analysis of Pulse Duration Sampled-Data Systems With Linear Elements", IRE Transactions an Automatic Control, Setembro 1960, p.306-313.

SUMMARY

This paper describes the mechanical and velocity control system designs for a 2Nms capacity reaction wheel. Reaction wheels are used as actuator devices in satellite attitude control systems, exchanging angular momentun with the satellite in order to mantain a desired stability configuration. The reaction wheel will be installed in a single-degree of freedom air bearing platform, and used for attitude control systems tests in laboratory.

ESTUDO ANALÍTICO-EXPERIMENTAL DO COMPORTAMENTO DE MECANISMO ARTICULADO

JOSÉ LUIZ FERREIRA MARTINS
JAN LEON SCIESZKO
PEM-COPPE/ UFRJ

O trabalho refere-se ao estudo de mecanismos articulados e contro lados por cabos. É feita uma descrição da estrutura e do ligamentos pro postos o que é seguida da análise de estabilidade de cada articulação . São apresentadas as equações que simulam o comportamento do sistema fa ce a variação de forças aplicadas nos cabos ou forças externas. Rotinas para o cálculo numérico e resultados são anexados ao trabalho.

INTRODUÇÃO.

Este trabalho tem como objetivo apresentar estudo básico de um mecanismo composto de elementos articulados tensionados com cabos por elementos elásticos, sendo estes responsáveis pela estabilidade de cada elemento. Dessa forma, analisa-se a tendência de comportamento da estrutura quanto a variação das forças internas aplicadas em cada elemento através de seus cabos e/ ou a influência da aplicação de forças externas em um ou mais elementos. Com isso tem-se uma estrutura com grande flexibilidade de deslocamento pela possibilidade de ação direta em cada elemento através de seus cabos. Esta estrutura pode encontrar aplicação na construção de colunas flexíveis, braços e mãos mecânicas, etc.

DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA.

A estrutura apresentada nas Figuras 1 e 2 é constituída de um elemento fixo como base e N elementos móveis idênticos, acoplados entre si por eixos nos centros de rotação de cada um.

Os elementos móveis possuem um cabo de cada lado, tensionado por elementos elásticos com regulador de tensão inicial.

Surge inicialmente a questãi de como se configura os ligamentos do cabos de cada elemento móvel e, em consequência, qual o comportamento da estrutura para cada tipo de ligamento proposto ?

Dos vários tipos imagináveis de ligamentos dos cabos, faz-se aqui a análise da estrutura em que os cabos de cada elemento móvel tem como referência o elemento fixo; ou seja, passam pelos correspondentes orifícios dos elementos anteriores até o elemento fixo.

ANÁLISE DA ESTABILIDADE DA ESTRUTURA.

Na análise da estabilidade da articulação de cada elemento móvel, são observadas algumas simplificações para facilitar a abordagem do problema:

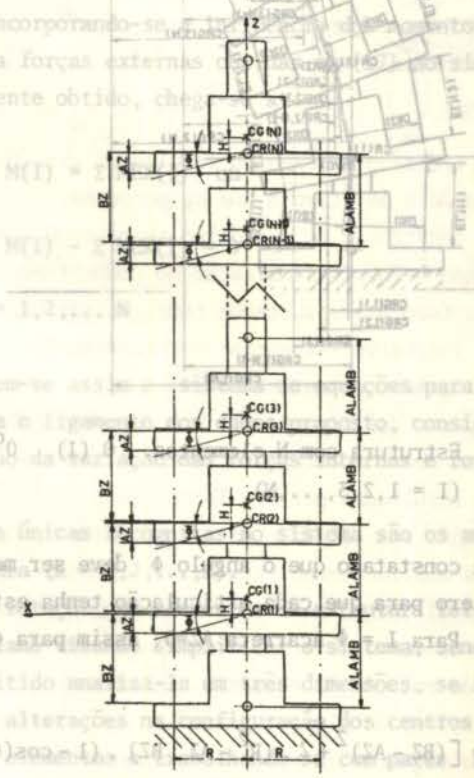


Figura 1. Estrutura com N elementos. $\Theta(I) = 0$ $(I = 1,2,..,N)$

1) a estrutura se encontra localizada conforme Figura 1 ao longo do eixo Z, tendo cada elemento possibilidade de rotação no plano X-Z. A força da gravidade atua com sentido contrário no eixo Z;

2) os cabos são rígidos, elementos elástico são flexíveis de acordo com a fórmula $F = KX$;

3) a influência dos momentos resistentes gerados pelas forças de atrito são despresadas face a adequada lubrificação das partes móveis da estrutura, a pequena dimensão dos raios dos eixos dos centros de rotação de cada elemento móvel e a limitação em pequenos angulos

da variação angular de cada elemento. Com isso, as forças de sustentação e movimentação se propagam de modo uniforme ao longo dos cabos sendo identicas em qualquer ponto dos mesmos. Dessa forma, basta analisar o comportamento de apenas uma articulação, pois se pode supor ser o elemento inferior fixo e o elemento considerado procura sua posição de equilíbrió.

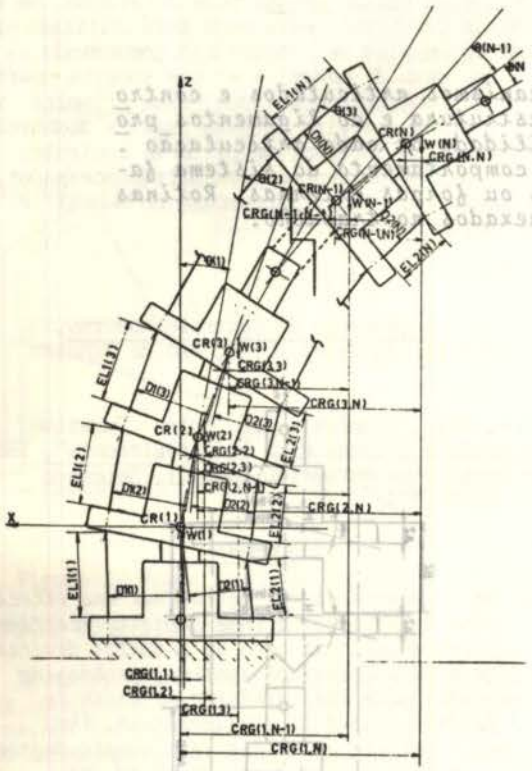


Figura 2. Estrutura com N elementos. $\theta(I) \quad 0^{o}$. $(I = 1,2,3,\ldots,N)$

Foi constatado que o angulo Φ deve ser menor ou igual a zero para que cada articulação tenha estabilidade [2], Para $I = \Phi$ acarreta AZ=0, assim para $\Phi \leq 0$ obtem-se:

$$EL1(J) = \left[(BZ - AZ)^2 + 2 \cdot (R^2 - AZ \cdot BZ) \cdot (1 - \cos(\theta(J))) + 2 \cdot R \cdot (BZ - AZ) \cdot \operatorname{Sin}(\theta(J))\right]^{1/2} \quad (1)$$

$$EL2(J) = \left[(BZ - AZ)^2 + 2 \cdot (R^2 - AZ \cdot BZ) \cdot (1 - \cos(\theta(J))) - 2 \cdot R \cdot (BZ - AZ) \cdot \sin(\theta(J))\right]^{1/2} \quad (2)$$

$$D1(J) = \left[(BZ - AZ) \cdot R \cdot \cos(\theta(J)) + (R^2 - AZ \cdot BZ) \cdot \sin(\theta(J))\right] / EL1(J) \quad (3)$$

$$D2(J) = \left[(BZ - AZ) \cdot R \cdot \cos(\theta(J)) - (R^2 - AZ \cdot BZ) \cdot \sin(\theta(J))\right] / EL2(J)) \quad (4)$$

$J = 1,2,\ldots,N$

EQUACIONAMENTO DA ESTRUTURA.

A estrutura é analisada considerando-se inicialmente a ação das forças internas; ou seja, submetida a seu prórpio peso e a variação da tensão aplicada nos cabos. Pelo que, é analisada a partir do elemento fixo em direção a extremidade. Assim, considera-se que o sistema esta em equilíbrio e estabelece-se a equação para a articulação do elemento móvel mais próximo ao elemento fixo. Passa-se, então, para a articulação do elemento seguinte, baseando-se no fato de que, estando o conjunto em equilíbrio, pode-se considerar a porção da estrutura que fica em direção ao elemento fixo como sendo rígida, obtendo-se a segunda equação do sistema e assim sucessivamente até a articulação do elemento extremo. Desta forma tem-se o sistema:

$$\Sigma M(I) = 0 \quad \text{ou}$$

$$\left[\sum_{J=I}^{N} F1(J)\right] . D1(I) - \left[\sum_{J=I}^{N} F2(J)\right] . D2(I) - \sum_{J=I}^{N} \left[W(J) \cdot CRG(I, J)\right] = 0$$

para $I = 1,2,\ldots,N$;

sendo

$$F1(J) = K1(J) \cdot \left[X1(J) + (AL1(J) - ELE(J))\right] \quad (5)$$

$$AL1(J) = \left[\sum_{K=1}^{J} EL1(J)\right] + (J - 1) \cdot AZ ,$$

e

$$ELE(J) = BZ \cdot J - AZ \quad ; \quad (6)$$

$$F2(J) = K2(J) \cdot \left[X2(J) + (AL2(J) - ELE(J))\right] \quad (7)$$

onde

$$AL2(J) = \left[\sum_{K=1}^{J} EL2(K)\right] + (J - 1) \cdot AZ,$$

EL2(K) definido por (2) .

D1(I) e D2(I) são definidos por (3) e (4) respectivamente. Para o estabelecimento de CRG(I,J), faz-se:

$$SS(I) = \sin\left[\sum_{L=1}^{I} \theta(L)\right] \quad ; \quad (8)$$

assim, pode-se escrever que:

$$CRG(I,J) = H \cdot SS(I) \quad \text{para } I = J \quad (9)$$

e

$$CRG(I,J) = H \cdot SS(J) + ALAMB \cdot \left[\sum_{K=I}^{J-1} SS(K) \right] \text{ para } I < J \qquad (10)$$

Montado o sistema de equações representativos da estrutura sujeito a ações internas, pode-se a partir dai considerar a ação de forças externas nos elementos móveis (Figura 3).

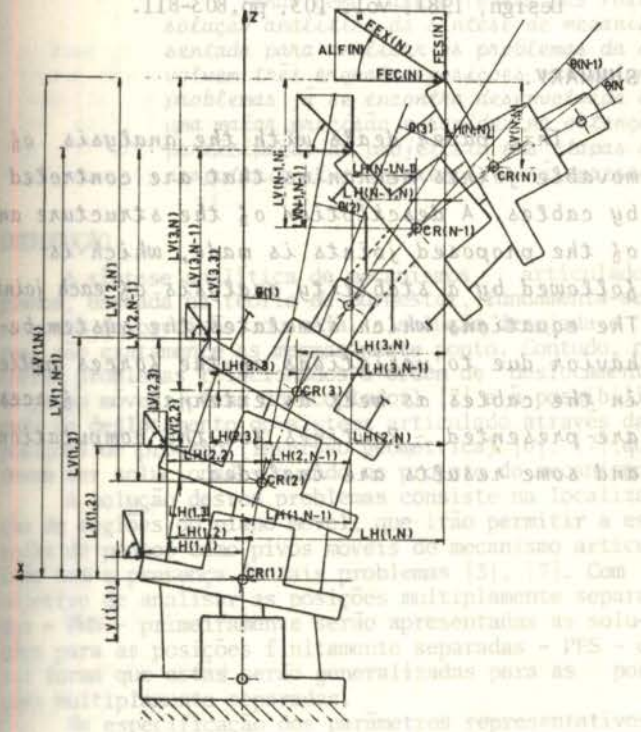


Figura 3. Ação de forças externas.

Como em (8) , faz-se:

$$SC(I) = \cos \left[\sum_{L=1}^{I} \Theta(L) \right] .$$

Pode-se escrever para o eixo Z que:

$$LV(I,J) = R \cdot SS(J) \quad \text{para } I = J \qquad (11)$$

$$LV(I,J) = R \cdot SS(J) + ALAMB \cdot \left[\sum_{K=I}^{J-1} SC(K) \right] \text{ para } I < J \qquad (12)$$

Desta forma, para o eixo X:

$$LH(I,J) = R \cdot SC(J) \quad \text{para } I = J \qquad (13)$$

$$LH(I,J) = R \cdot SC(J) - ALAMB \cdot \left[\sum_{K=I}^{J-1} SS(K) \right] \text{ para } I < J \qquad (14)$$

Utilizando-se as componentes das forças externas atuantes em cada elemento, pode-se escrever que:

$$FES(I) = FEX(I) \cdot \sin(ALF(I)) \qquad (15)$$

e

$$FEC(I) = FEX(I) \cdot \cos(ALF(I)) \qquad (16)$$

As equações de influência dos momentos causados pelas forças externas em cada articulação são:

$$\sum MEX(I) = \sum_{K=I}^{N} \left[FEC(K) \cdot LV(I,K) - FES(K) \cdot LH(I,K) \right] \qquad (17)$$

para I = 1,2,...,N

Incorporando-se a influência dos momentos causados pela forças externas obtidas em (17) ao sistema anteriormente obtido, chega-se a:

$$\sum M(I) = \sum MEX(I) \quad \text{ou}$$

$$\sum M(I) - \sum MEX(I) = 0 \qquad (18)$$

para I = 1,2,...,N

Tem-se assim o sistema de equações para a estrutura com o ligamento dos cabos proposto, considerando-se a ação da variação das forças internas e forças externas.

As únicas incógnitas no sistema são os angulos $\Theta(K)$ para (K = 1,2,...,N).

A rotação dos elementos da estrutura foi analisada no plano visando simplificar o sistema, sendo a este permitido analisa-la em três dimensões, se feitas algumas alterações na configuração dos centros de rotação dos elementos e trabalhando-se com pares simétricos, de cabos, formando planos de comportamento.

RESOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES.

O sistema de equações obtido em (18) é não linear e sua resolução constitui um problema bastante complexo. Leve-se em consideração que a resolução por método analítico é muito trabalhosa e para uma estrutura com muitos elementos pode ser até impossível. Foi, então, empregado um método numérico desenvolvido por Brown e Conte [3]. O algoritmo foi empregado na forma da subrotina NLSYS1 [4].

Além dessa subrotina, o programa utiliza mais oito, que são:

INPUT - fornece o arquivo de dados;

PRINCI - controla a sequência de chamada das subroti-

nas para a resolução do problema e realiza processo seletivo para a limitação angular dos elementos móveis;
OUTDAD - comanda a impressão do arquivo de dados;
AUXFCN - é responsável pela estruturação da cada equação do sistema;
VAUX1 - auxilia AUXFCN, calculando os momentos internos e externos atuantes em cada elemento;
VAUX2 - utilizada para reajustar valores da limitação angular de qualquer elemento;
FORMUL - realimenta o sistema, testando os valores, de posição dos elementos, obtidos; e
OUTPUT - comanda a impressão da resposta.

O programa permite calcular estruturas com um número qualquer de elementos com geometria e solicitações impostas. Evidentemente, a cada elemento que se adiciona, o tempo de processamento cresce consideravelmente.

Foi construido um protótipo da estrutura com o ligamento dos cabos proposto, para comparar os resultados obtidos no programa.

CONCLUSÕES.

O trabalho apresentou resultados satisfatórios preenchendo o objetivo a que se propunha.

A construção do protótipo se mostrou adequada, permitindo melhor visualização no comportamento da estrutura, face aos resultados teóricos obtidos, possibilitando inclusive estrapolar o entendimento a outros tipos de ligamentos analisados [2].

Apesar das limitações, o modelo matemático apresentou um bom comportamento tendo em vista a comparação dos resultados por ele fornecido e os do protótipo, confirmando sua validade para o mecanismo proposto.

Na análise geométrica da articulação de cada elemento móvel chegou-se a conclusão de que o centro geométrico da mesma deve ser o mais afastado possível do centro de rotação do elemento considerado e o mais próximo possível do elemento anterior de referência.

No ligamento analisado, quando se impõe variação inicial de forças internas e/ou ação de forças externas em qualquer elemento móvel, obtem-se resultados de posição com todos os elementos móveis tendendo a se compensar; ou seja, o elemento extremo permanece paralelo ao elemento fixo

REFERÊNCIAS.

[1] RODRIGUES, F.J.M. - "Estudo Analítico-Experimental de um Mecanismo Articulado para Manipulação Remota" - Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ - 1978.

[2] MARTINS, J.L.F. - "Estudo de Mecanismo Articulado" - Tese M.Sc. COPPE/UFRJ - 1985.

[3] BROWN, K.M.; CONTE, S.D. - "Proceedings of the 22nd National Conference of The Association of Computing Machinery", pp. 111-114, 1972.

[4] GEORGE,A. - "NLSYS1 programer, Computer Science Department, Stanford University - Programa em poder do Departamento de Engenharia Mecânica - COPPE/UFRJ, 1978.

[5] HONG, S.W.; SUSH, C.H. - "Procedings of the Second International Computer Engineering Conference", pp.269-286, 1982.

[6] TSAI, Y.C.; SONI, A.H. - "Accessible Region and Synthesis of Robot Arms", Journal of Mechanical Design, 1981, vol. 103, pp.803-811.

SUMMARY.

This paper deals with the analysis of movable joints mechanims that are controled by cables. A description of the structure and of the proposed joints is made, which is followed by a stability analysis of each joint. The equations which simulates the system behavior due to variations of the forces applied in the cables as well as external forces are presented. Routines for the computations and some results are included.

SÍNTESE ANALÍTICA DE MECANISMOS ARTICULADOS PLANOS PARA POSIÇÕES MULTIPLAMENTE SEPARADAS

JOSÉ CARLOS ZANINI
WELINGTON JOSÉ MEIRELES
DEM-UFSC-SC

SUMÁRIO

Tendo como base a Teoria das Posições Multiplamente Separadas - Teoria PMS - uma solução analítica da síntese de mecanismos articulados planos de quatro barras é apresentada para analisar os problemas da ordem e inversão geométrica, nos projetos que envolvem três e quatro posições multiplamente separadas do plano móvel. A solução destes problemas já se encontra desenvolvida de forma gráfica e o que se pretende conseguir é uma maior precisão e rapidez na obtenção dos resultados, sem contudo impossibilitar a participação do projetista nas etapas de desenvolvimento do projeto. O processo é todo computacional e um exemplo será apresentado para demonstrar a sua validade.

INTRODUÇÃO

A síntese analítica de mecanismos articulados planos, baseada na teoria de Burmester, fundamenta-se no ponto de precisão, ou seja, a solução desejada e a real são exatamente as mesmas neste ponto. Contudo, ocorrem problemas relacionados à ordem de deslocamento do plano móvel (plano do acoplador) |7| e à possibilidade de deslocamento do sistema articulado através das posições de projeto (inversão geométrica) |6|, |7|,que devem ser solucionados quando no projeto do mecanismo.

A solução destes problemas consiste na localização de regiões do plano móvel, que irão permitir a escolha de pontos como pivôs móveis do mecanismo articulado sem a presença de tais problemas |3|, |7|. Com o objetivo de analisar as posições multiplamente separadas - PMS - primeiramente serão apresentadas as soluções para as posições finitamente separadas - PFS - de tal forma que estas serão generalizadas para as posições multiplamente separadas.

Na especificação dos parâmetros representativos das posições do plano móvel (posições de projeto) referentes às posições infinitesimalmente separadas - PIS - é utilizado um procedimento automatizado |2|, que requer o perfeito entendimento da Teoria das Posições Infinitesimalmente Separadas - Teoria PIS |4|, |5|.É utilizado o sistema geral de referência e para o caso de 4 PIS, o sistema especial, que possibilita uma grande simplificação na utilização dos coeficientes generalizados da curvatura |2|.

Dentre outros aspectos, também são considerados a qualidade de transmissão de movimento - critério de Alt - e o tipo de mecanismo resultante - critério de Grashof.

SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS DA ORDEM E INVERSÃO GEOMÉTRICA PARA AS POSIÇÕES FINITAMENTE SEPARADAS

Duas Posições. Para este caso, qualquer ponto do plano móvel pode ser escolhido inicialmente como pivô móvel da contra manivela (primeiro pivô móvel), sendo o seu respectivo centro (pivô fixo) escolhido sobre a mediatriz da reta que una as duas posições do pivô móvel escolhido |3|. Para este primeiro pivô móvel, são traçadas as linhas de Filemon |6|, |7|, delimitando a região permissível à escolha do segundo pivô móvel, da manivela, figura 1 |3|.

Três Posições. Para o caso de três posições, a princípio qualquer ponto do plano móvel pode ser escolhido como primeiro pivô móvel, da contra manivela.São determinadas as outras duas posições e o centro da circunferência que passa pelos três pontos será o pivô fixo. Contudo, existem regiões do plano móvel em que tais pivôs não poderão ser escolhidos pois irão resultar em mecanismos que apresentarão o problema da inversão geométrica, indiferente à escolha do segundo pivô móvel, da manivela, figura 2 |3|. Para um primeiro pivô móvel escolhido dentro da região permissível, o procedimento para a escolha do segundo pivô é o descrito anteriormente, através das linhas de Filemon.

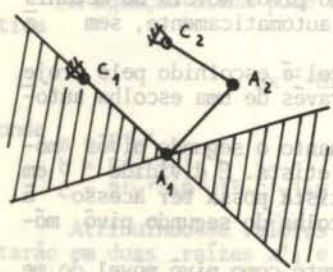


Fig. 1. Linhas de Filemon.
AI = Pivô móvel
CI = Pivo fixo

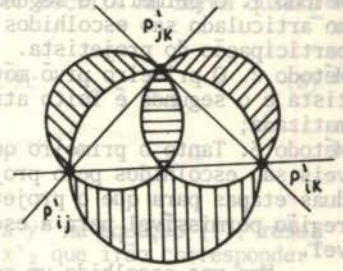


Fig. 2. Região Permissível. Escolha Pivô Móvel contra Manivela-3 PFS.

Quatro Posições. No caso de quatro posições do plano móvel, a escolha dos pivôs é feita na curva de pontos de círculo. Sobre esta curva são delimitados trechos, através dos pontos característicos, figura 3, para a escolha de pivôs móveis que resultarão em mecanismos livres dos problemas da inversão geométrica e da ordem |1|, |6|, |7|, |9|.

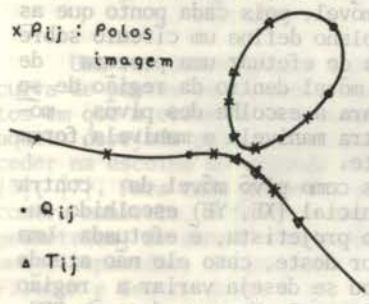


Fig. 3. A curva de pontos de círculo com seus pontos característicos.



Fig. 4. Representação das posições finitas do plano móvel.

OS PROBLEMAS DA INVERSÃO GEOMÉTRICA E DA ORDEM NAS POSIÇÕES MULTIPLAMENTE SEPARADAS

Inversão Geométrica. É uma característica exclusiva das posiçoes finitamente separadas. Nos problemas de posições multiplamente separadas, o procedimento utilizado para analisar a inversão geométrica depende exclusivamente do número de posições finitamente sepa-

radas do plano móvel |3|.

Ordem. O problema da ordem se encontra presente nos casos que abrangem no mínimo quatro posições de projeto. Consiste na seleção de mecanismos que passam através de posições pré estabelecidas numa ordem desejada, quando acionados por uma barra girando continuamente |7|. Nas posições multiplamente separadas, o procedimento para a solução deste problema é semelhante ao utilizado para as posições finitamente separadas. O centro instantâneo de rotação de duas posições infinitesimalmente separadas é um polo de rotação podendo haver também a coincidência de alguns polos de rotação. No caso de 4 PMS, os casos em que ocorrem o problema da ordem são PP-PP, PP-P-P e P-P-P-P, sendo que quando se trata de posições infinitesimalmente separadas, a ordem controla o sentido de rotação do plano móvel sobre o centro instantâneo |3|.

SOLUÇÃO ANALÍTICA PARA AS POSIÇÕES MULTIPLAMENTE SEPARADAS

A solução analítica é apresentada de tal forma que o projetista pode ou não participar da escolha dos pivôs móveis do mecanismo articulado. O problema pode ser resolvido em três métodos:
Método 1. O primeiro e segundo pivôs móveis do mecanismo articulado são escolhidos automaticamente, sem a participação do projetista.
Método 2. O primeiro pivô móvel é escolhido pelo projetista e o segundo é feito através de uma escolha automatizada;
Método 3. Tanto o primeiro quanto o segundo pivôs móveis são escolhidos pelo projetista. É dividido em duas etapas para que o projetista possa ter acesso à região permissível para a escolha do segundo pivô móvel.

Uma vez escolhido um ponto como pivô móvel do mecanismo e este não atender aos requisitos de projetos, todo o processo de busca de novos pontos será feito automaticamente. Para as posições finitamente separadas, estas se relacionam com as posições de um plano móvel definidas pelo projetista, que podem ser indicadas definindo-se uma reta deste plano, caracterizado pelos seus parâmetros lineares e angular em relação a um sistema referencial fixo, figura 4.

O método analítico apresentado pode ser dividido em duas etapas. A primeira se relaciona com o procedimento utilizado na escolha de pontos considerados como primeiro pivô móvel do mecanismo articulado, da contra manivela (barra conduzida). A segunda, com a escolha de pontos considerados como segundo pivô móvel, da manivela (barra motora).

Solução para Três PMS. O problema da transformação da curvatura para três PMS |2| é satisfeito por todos os pontos do plano móvel, pois cada ponto que assume três posições neste plano define um círculo sobre o plano fixo. Na tentativa de efetuar uma procura de pontos sobre todo o plano móvel dentro da região de solução, os procedimentos para a escolha dos pivôs móveis do mecanismo, da contra manivela e manivela, foram efetuados de modo diferente.

Na escolha de pontos como pivô móvel da contra manivela, para um ponto inicial (XE, YE) escolhido automaticamente ou dado pelo projetista, é efetuada uma varredura circular ao redor deste, caso ele não atenda as restrições de projeto ou se deseja variar a região de procura de soluções, figura 5. No caso de três PFS, deve-se verificar a localização deste ponto dentro das regiões permissíveis, de acordo com o descrito anteriormente

Para cada pivô móvel escolhido é determinado seu respectivo centro, traçadas as linhas de Filemon |1|, |9| delimitando a região permissível à escolha de pontos como segundo pivô móvel. Na escolha destes, é seguido o critério da figura 6. Para um ponto de referência (XT, YT) dentro da região permissível, é feita uma comparação entre os mecanismos resultantes obtidos para cada ponto ao redor de (XT, YT). Dentre eles, aquele que apresentar a melhor solução quanto à qualidade

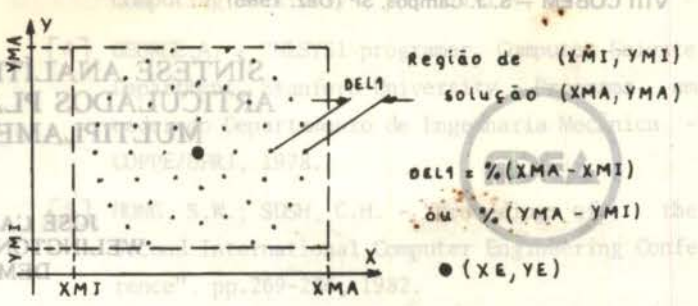


Fig. 5. Metodologia utilizada para a escolha de pontos como primeiro pivô móvel, da contra manivela, do mecanismo articulado para 3 PMS.

de transmissão de movimento - critério de Alt, será o novo ponto de referência ao redor do qual serão pesquisados novos mecanismos. Caso nenhum dos (Ai, Bi) verificados atender às restrições de projeto, é feita uma mudança automática do ponto de referência (XT, YT), para que seja feita uma nova pesquisa de mecanismos sobre uma outra área da região permissível.

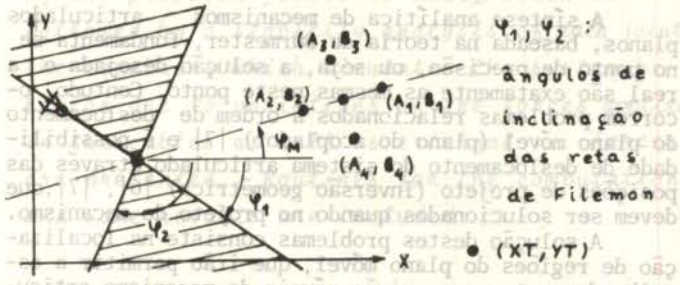


Fig. 6. Metodologia utilizada para a escolha de pontos como segundo pivô móvel, da manivela, do mecanismo articulado para 3 PMS

Quanto ao tipo de mecanismo, também foram feitas considerações. No caso do mecanismo desejado ser do tipo manivela-balancim e nenhum dos pontos (Ai, Bi) verificados resultar em mecanismos manivela-balancim, o novo ponto (XT, YT) passará a ser um dos (Ai, Bi) que resultar em um mecanismo dupla-manivela pois ao redor deste terei maiores possibilidades de conseguir um manivela-balancim, já que necessito de uma barra com rotação completa e um dupla-manivela atende a este requisito. Caso nenhum dos (Ai, Bi) resultar também em mecanismos dupla-manivela, o novo ponto (XT, YT) passará a ser um dos (Ai, Bi) que resultar em mecanismoa não-Grashof que Possuir a maior rotação da barra motora |1|, |8|, |9|.

Se o mecanismo desejado for do tipo dupla-manivela e nenhum dos pontos (Ai, Bi) verificados resultar em mecanismos dupla-manivela, é feito um estudo análogo ao descrito anteriormente para a escolha do novo ponto (XT, YT).

Solução para Quatro PMS. Devido à condição adicional representada pela quarta posição, o problema da transformação da curvatura para quatro PMS |2| restringe a região de solução do plano móvel aos pontos de uma curva: a curva de pontos de círculo. Por definição, esta curva é o lugar geométrico dos pontos do plano móvel que assumem quatro PMS sobre um círculo do plano fixo.

Algebricamente, a curva de pontos de círculo é uma equação cúbica a duas variaveis e utilizando-se dos coeficientes generalizados da curvatura |2|, ela se apresenta sob a seguinte forma

$$A(x^3+xy^2)+B(x^2y+y^3)+Cx^2+Dy^2+Exy+Fx+Gy+H=0 \quad (1)$$

onde A, B, C, D, E, F, G, H são coeficientes, dependentes da localização dos planos de projeto, que se referem à sua expressão geral, em relação ao sistema referencial móvel x + y. Na solução analítica, a determina-

ção dos pontos da curva é feita em relação a um novo sistema referencial em que a expressão da equação da cúbica se apresenta de uma forma mais simplificada, figura 7, onde

(a_o,b_o) , ϕ_o: plano móvel na posição inicial;
(X_o,Y_o) : origem do novo sistema referencial;
(X, Y) : ponto arbitrário da curva de pontos de círculo;
γ, α : direção do sistema referencial modificado nos sistemas fixo e móvel, respectivamente;
X . Y : sistema referencial fixo (geral);
x . y : sistema referencial móvel;
x . y' : sistema referencial onde a equação da cúbica fica de uma forma simplificada.

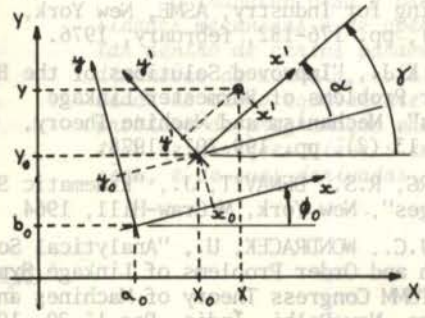


Fig. 7. Representação dos sistemas de eixos coordenados.

Seja

$$x = x' \cos\alpha - y' \operatorname{sen}\alpha + x_o$$
$$y = x' \operatorname{sen}\alpha + y' \cos\alpha + y_o \qquad (2)$$

Substituindo (2) em (1), obtém-se a expressão da cúbica em relação ao novo sistema referencial x' y'

$$A'(x'^3+x'y'^2)+B'(x'^2y'+y'^3)+C'x'^2+$$
$$D'y'^2+E'x'y'+F'x'+G'y'+H = 0 \qquad (3)$$

onde

$A' = A\cos\alpha+B\operatorname{sen}\alpha$

$B' = -A\operatorname{sen}\alpha+B\cos\alpha$

$C' = (2A'\cos\alpha+A)x_o+(2A'\operatorname{sen}\alpha+B)y_o+C\cos^2\alpha+D\operatorname{sen}^2\alpha+$
$E\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$

$D' = (-2B'\operatorname{sen}\alpha+A)x_o+(2B'\cos\alpha+B)y_o+C\operatorname{sen}^2\alpha+D\cos^2\alpha-$
$E\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$

$E' = (-2A'\operatorname{sen}\alpha+2B'\cos\alpha)x_o+(2A'\cos\alpha+2B'\operatorname{sen}\alpha)y_o+$
$K\cos\alpha-L\operatorname{sen}\alpha$

$F' = (A'+2A\cos\alpha)x_o^2+(A'+2B\operatorname{sen}\alpha)y_o^2+2Jx_oy_o+$
$Lx_o+Ky_o+F\cos\alpha+G\operatorname{sen}\alpha$

$G' = (B'-2A\operatorname{sen}\alpha)x_o^2+(B'+2B\cos\alpha)y_o^2+2Ix_oy_o+$
$Mx_o+Ny_o-F\operatorname{sen}\alpha+G\cos\alpha$

$H' = A(x_o^3+x_oy_o^2)+B(x_o^2y_o+y_o^3)+Cx_o^2+Dy_o^2+Ex_oy_o+$
$Fx_o+Gy_o+H \qquad (4)$

tal que

$$I = A\cos\alpha - B\operatorname{sen}\alpha$$
$$J = A\operatorname{sen}\alpha + B\cos\alpha$$
$$K = 2D\operatorname{sen}\alpha + E\cos\alpha$$
$$L = 2C\cos\alpha + E\operatorname{sen}\alpha \qquad (5)$$
$$M = -2C\operatorname{sen}\alpha + E\cos\alpha$$
$$N = 2D\cos\alpha - E\operatorname{sen}\alpha$$

Para A' = 0

$$\alpha = \operatorname{arctg}(-\frac{A}{B}) \qquad (6)$$

que é o ângulo da direção assintótica da cúbica |5|. O ponto (x_o,y_o) é a origem do novo sistema referencial onde A' = C' = 0.

Neste novo sistema a equação se reduz a

$$B'(x'^2y'+y'^3)+D'y'^2+E'x'y'+F'x'+G'y'+H=0 \qquad (7)$$

A equação acima pode ser escrita na forma quadrática

$$ax'^2+bx'+c = 0 \qquad (8)$$

onde
$a = B'y'$
$b = E'y'+F'$
$c = B'y'^3+D'y'^2+G'y'+H'$

Atribuindo-se valores a y' na equação (7), resultarão em duas raízes x'_1 e x'_2 que irão corresponder a dois pontos pertencentes à curva de pontos de círculo. Esta poderá se apresentar em diferentes formas, figuras 8 a,b,c. Há também os casos de degeneração das cúbicas, figuras 8 d,e |5|.



Fig. 8. Tipos da curva de pontos de círculo.

Uma vez determinados e orientados os pontos da curva de pontos de círculo, são delimitados os segmentos em que a ordem de deslocamento do acoplador seja aquela desejada pelo projetista, para que se possa proceder na escolha do segundo pivô móvel, da manivela |3|, |7|. Para cada primeiro pivô móvel escolhido, da contra manivela, é feito o estudo relativo à inversão geométrica, de acordo com o número de posições finitamente separadas, delimitando a região permissível de Filemon e dentro desta é que são delimitados os segmentos da curva com a ordem desejada.

EXEMPLO

É apresentado o caso "PP-P", de 3 PMS. Neste, deseja-se determinar um mecanismo articulado do tipo manivela balancim, que faça um plano móvel ocupar duas posições finitamente separadas e girar instantaneamente no início do movimento sobre o centro instantâneo (UP, VP) dados na tabela 1.

Escolhido um primeiro pivô móvel são calculados o seu respectivo pivô fixo e as linhas de Filemon, para permitir a escolha do segundo pivô dentro de regiões permissíveis. Caso este primeiro pivô não tenha

Tabela 1. Especificação de um caso de 3 PMS.

POSIÇÃO	X	Y	ÂNGULO
1	0,0	0,0	0,0
2	---	---	---
3	4,9	-2,4	5,0
(UP,VP)	0,0	0,0	---

atendido aos requisitos de projeto, todo o processo de determinação de novos pontos é feito automaticamente.O mecanismo resultante da síntese analítica está representado na figura 9.

Como se pode notar, as barras de entrada e saída do mecanismo na posição inicial se interceptam no centro instantâneo, o que está de acordo com a Teoria PMS.

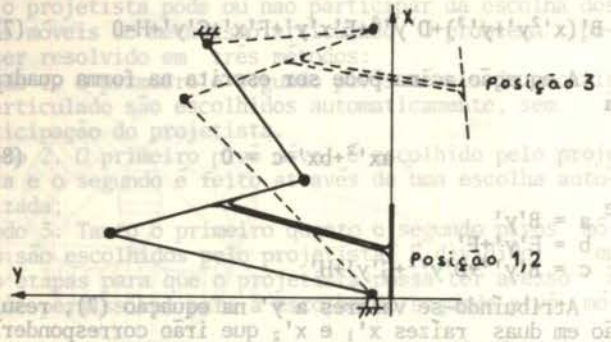


Fig. 9. Mecanismo articulado resultante da síntese analítica.

CONCLUSÃO

De acordo com o tema apresentado, a metodologia analítica do problema de posições multiplamente separadas - PMS - do plano móvel representa uma ferramenta de grande utilidade na síntese de mecanismos articulados, permitindo uma obtenção de resultados com maior rapidez e precisão.

Cabe aqui ressaltar os problemas que envolvem cinco PMS. Estes podem ser resolvidos através da construção da curva de pontos de círculo para dois grupos de quatro PMS |3|. A solução destes passa a ser então a verificação da localização dos pontos representativos da intersecção das duas curvas.

Para o problema da ordem, verificar se o mesmo ponto está localizado dentro de segmentos das duas curvas com a mesma ordem desejada. Na inversão geométrica para um ponto dentro de uma região permissível de uma curva, verificar a influência da adição da quinta posição que não foi utilizada no traçado da curva, se a variação angular do acoplador relativo à contra manivela irá ultrapassar 180 graus |3|. Na solução dos problemas de cinco PMS, o procedimento analítico passa a ser basicamente a utilização de todo o procedimento aqui descrito para três e quatro PMS.

REFERÊNCIAS

|1| WONDRACEK, U., "Síntese Analítica de Mecanismos Articulados de Quatro Barras utilizando 4 PFS incluindo a solução dos problemas da Inversão Geométrica e da Ordem", dissertação mestrado Engenharia Mecânica, UFSC, fevereiro, 1984.

|2| VALLE, P.G., "Desenvolvimento de uma Sistemática de Especificação para Posições Infinitesimalmente Separadas na Síntese de Mecanismos Articulados", dissertação mestrado Engenharia Mecânica, UFSC, abril, 1983.

|3| WALDRON, K.J., "Graphical Solution of the Branch and Order Problems of Linkage Synthesis for Multiply Separated Positions", ASME, Journal of Engineering for Industry, 99 (3), 1977, pp. 591-597.

|4| TESAR, D., "The Generalized Concept of Three Multiply Separated Positions in Coplanar Motion", Journal of Mechanisms, 2, 1967, pp. 461-474.

|5| TESAR, D., "The Generalized Concept of Four Multiply Separated Positions in Coplanar Motion", Journal of Mechanisms, 3, 1968, pp. 11-23.

|6| WALDRON, K.J., "Elimination of the Branch Problem in Graphical Burmester Mechanisms for Four Finitely Separated Positions", Journal of Engineering for Industry, ASME, New York, série B, 98 (1), pp. 176-182, february, 1976.

|7| WALDRON, K.J., "Improved Solutions of the Branch and Order Problems of Burmester Linkage Synthesis", Mechanism and Machine Theory, Great Britain, 13 (2), pp. 199-207, 1978.

|8| HARTENBERG, R.S., DENAVIT, J., "Kinematic Synthesis of Linkages", New York, McGraw-Hill, 1964, 435 p.

|9| ZANINI, J.C., WONDRACEK, U., "Analytical Solution of Branch and Order Problems of Linkage Synthesis", Sixth IFTOMM Congress Theory of Machines and Mechanisms, New Delhi, Índia, Dec 15-20, 1983.

SUMMARY

An analytical approach for the order and branch problems in linkage synthesis is presented based on the multiply separated positions theory - MSP Theory - for three and four multiply separated design positions of the moving plane.

The geometric method still used can be substituted by this procedure, with the advantage of better precision and speed in the solution of linkage problems allowing, also the designer to participate in the overall process of the mechanisms designs. The whole procedure is computer oriented and an example is given to ilustrate the analytical metodology developed.

PROJETO ÓTIMO DE TRANSPORTADORES DE CORREIA

IVO ALVES CALADO
NATRON
JOSÉ HERSKOVITS NORMAN
PEM-COPPE/UFRJ

O trabalho visa o projeto de um transportador de correia, que satisfaça as necessidades mecânicas e de operação e tenha um custo ótimo; o projeto mecânico deverá estar dentro de certos parâmetros aceitáveis. As variáveis de projeto tem a ver com as dimensões da correia, roletes e disposição geométrica dos mesmos. A função custo é baseada no custo equivalente anual do equipamento. A partir destes dados é definido um problema de programação não linear, com restrições de desigualdade, resolvido pelo método de direções viáveis em duas etapas, que exige o cálculo da função, das restrições, e de suas derivadas, são apresentadas exemplos da aplicação.

INTRODUÇÃO

O transportador de correia é um equipamento bastante utilizado no transporte de produtos a granel tais como, minerais, cereais, cavacos de madeira, sendo aplicado tanto em mineração quanto em indústrias.

O avanço da tecnologia, que permitiu o aumento da capacidade de transporte e das distâncias a serem vencidas por um único transportador, somado ao aumento do custo de combustível, tornaram atrativo o uso de transportadores para produtos a granel quando comparados com caminhões ou trasnporte ferroviário.

Portanto a otimização do projeto de transportadores passa a ter grande importancia, pois permitirá substancial redução no custo de equipamentos favorecendo ainda mais a sua utilização.

DESCRIÇÃO SUMÁRIA DO TRANSPORTADOR

A figura 1 mostra de forma esquemática o perfil de um transportador com os componentes a serem considerados no projeto.

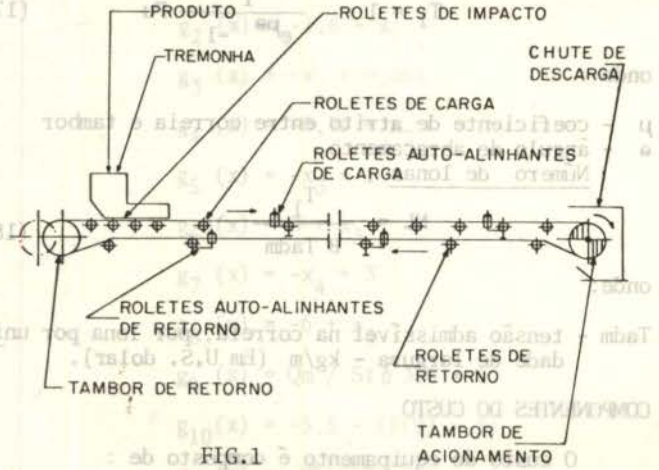


FIG.1

Correia - elemento flexível de tração que acomoda a carga e transmite a força recebida do acionamento aos elementos girantes.

Roletes - conjunto formado por um ou mais rolos colindricos girando livremente, que suportam, guiam e conformam a correia.

Tambores - elementos giratórios, cilíndricos , que acionam, direcionam, desviam e tensionam a correia.

Componentes de alimentação e descarga - (chute e tremonha)-tem a finalidade de dirigir e confinar o fluxo do produto na alimentação e descarga da correia.

Estrutura de suporte - formada por perfis metálicos que sustentam todos os componentes do transportador.

DEFINIÇÃO DO PROBLEMA PARA OTIMIZAÇÃO, SUAS VARIÁVEIS E RESTRIÇÕES.

A partir da definição da capacidade de transporte e dos pontos de alimentação e descarga, o projeto fica definido quando são estabelecidos :

x_1 - largura da correia
x_2 - inclinação dos rolos dos roletes de carga
x_3 - espaçamento dos roletes de carga
x_4 - espaçamento dos roletes de retorno

Que denominamos variáveis de projeto, e calculadas de modo a respeitar restrições de projeto impostas por especificações e padrões estabelecidos para o mesmo.

A partir do conhecimento das variáveis, é possível determinar-se, a velocidade da correia v, e o número de lonas NL, assim como o tipo dos roletes e a estrutura a serem utilizados.

O projeto ótimo será aquele que tornará mínima uma função objetivo determinada, dando lugar ao seguinte problema de Programação Matemática.

$$\text{minimizar } f(x);\ x \in R^n$$
$$\text{sujeito a } g_i(x) \leq 0;\ i = 1 \ldots, m$$

Serão considerados projeto admissíveis aqueles que satisfaçam as seguintes restrições :

$$600 \leq x_1 \leq 1800 \text{ mm}$$
$$0 \leq x_2 \leq 45^\circ$$
$$1000 \leq x_3 \leq 3000 \text{ mm}$$
$$3000 \leq x_4 \leq 6000 \text{ mm}$$
$$1{,}0 \leq v \leq 6{,}0 \text{ m/s}$$
$$2 \leq NL \leq 6$$

EQUACIONAMENTO DO PROJETO

Os cálculos a seguir foram baseados na norma ISO 5048 [5].

Velocidade e área da seção transversal da correia

$$v = \frac{Qm}{\gamma \, St \, 3{,}6} \quad (m/s) \qquad (1)$$

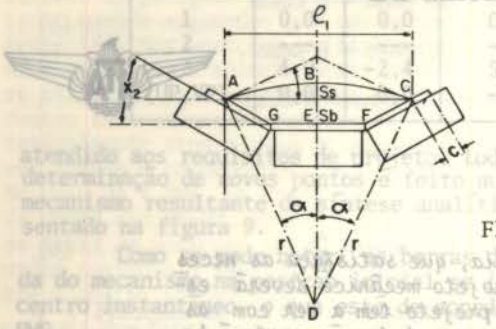


FIG.2

Sendo conhecidos o angulo de acomodação do produto α e largura padrão de borda e que em [3] é tomado como

$$C = 0{,}055\, x_1 + 6.35 \ (mm),$$

e a partir da figura 2, determina-se [3]:

$$Ss = \left[\frac{0{,}1855x_1 + 0{,}00315 + (0{,}2595x_1 - 0{,}02815)\cos x_2}{\operatorname{sen}\alpha}\right]^2 x \left[\frac{\alpha}{180} - \frac{\operatorname{sen} 2\alpha}{2}\right] \qquad (2)$$

$$Sb = \left[0{,}371x_1 + 0{,}0063 + (0{,}2595x_1 - 0{,}02815)\cos x_2\right] x \left[0{,}2595x_1 - 0{,}02815\right] \operatorname{sen} x_2 \qquad (3)$$

$$St = Ss + Sb \quad (m^2) \qquad (4)$$

onde:

γ - massa específica aparente (kg/m³)
Qm - capacidade de transporte (t/h)

Massa por metro do produto

$$q_G = St\,\gamma \quad (kg/m) \qquad (5)$$

Massa por metro da correia q_B

Baseado na tabela 6.1 de [3], tomamos

para $480 \leq \gamma \leq 1.180$
$q_B = 12{,}36x_1 - 5{,}429$ (kg/m) (6)

para $1.200 \leq \gamma \leq 2.061$
$q_B = 14{,}7x_1 - 7{,}57$ (kg/m) (7)

para $2.100 \leq \gamma \leq 3.200$
$q_B = 15{,}36x_1 - 6{,}52$ (kg/m) (8)

Massa das partes girantes dos roletes de carga (Pro) e de retorno (Pru) [4]

Tomamos,

Para Ø - 133 mm
$Pro = 6x_1 + 9{,}99$ (kg) (9)
$Pru = 6x_1 + 3{,}99$ (kg) (10)

Para Ø - 159 mm
$Pro = 12x_1 + 16{,}04$ (kg) (11)
$Pru = 12x_1 + 7{,}32$ (kg) (12)

Para Ø - 191 mm
$Pro = 12x_1 + 27{,}27$ (kg) (13)
$Pru = 12x_1 + 12{,}27$ (kg) (14)

Resistência Total

A partir das definições acima pode-se estabelecer a equação geral da resistência total do transportador [5].

$$Fu = C\,f\,Lg\left[q_{RO} + q_{RU} + (2q_B + g_G)\right] \pm qmHg \qquad (15)$$

onde:

C - fator de resistência principal [5], definido em [1] pelas equações.

$C = 0{,}85 + 13{,}31\, L^{-0{,}576}$ para $10 < L < 1500$ m
$C = 1{,}025$ para $L > 1500$

L - comprimento do transportador
f - coeficiente de atrito artificial de resistência ao giro dos roletes e do movimento da correia e carga
f = 0,016 para transportadores bem alinhados com roletes girando macios e produtos de baixo atrito interno
f = 0,020 para transportadores normais
f = 0,012 para transportadores regenerativos
g = 9,8 (aceleração da gravidade)
$g_{RO} = Pro/x_3$ (kg/cm) , $g_{RU} = Pru/x_4$ (kg/cm)
H = altura da elevação

Potência

Potência no tambor de acionamento

$$P_A = \frac{Fu\ v}{1000} \quad (kw) \qquad (16)$$

Potência no motor

$$P_M = \frac{P_A}{\eta 1} \quad \text{para transportadores normais}$$

$$P_M = P_A \eta 2 \quad \text{para transportadores regenerativos}$$

$\eta 1$ = entre 0,85 a 0,95, $\eta 2$ entre 1,0 e 0,95

Tensão máxima T_1 no tambor de acionamento

$$T_1 = 1 - \frac{1}{e^{\mu\theta} - 1} Fu \qquad (17)$$

onde:

μ - coeficiente de atrito entre correia e tambor
θ - ângulo de abraçamento

Número de lonas

$$NL = \frac{T_1}{B\ Tadm} \qquad (18)$$

onde:

Tadm - tensão admissível na correia, por lona por unidade de largura - kg/m (Em U.S. dolar).

COMPONENTES DO CUSTO

O custo do equipamento é composto de :
- Custo Operacional
  . consumo de energia
  . mão de obra de operação e manutenção
- Custo dos componentes.

Os custos de mão de obra de operação e manutenção não serão aqui considerados pois independem das variáveis de projeto. [2]

Para a composição do custo equivalente anual para os componentes foi considerado o valor do custo do item e sua vida útil. [1]

Custo de energia (C1) - baseado no número de horas de operação e custo do Kw/h.

$$C1 = 98{,}952 P_M \qquad (19)$$

Custo equivalente anual do motor (C2)

$$C2 = 0{,}2008\ (92 + 51{,}6\ Fu) \qquad (20)$$

Custo equivalente anual do redutor (C3)

$$C3 = 0{,}2008\ (2016 + 0{,}164\ Fu) \qquad (21)$$

Custo equivalente anual da correia (C4)

$$C4 = 0{,}5564L\ [0{,}0283NL^3 + 0{,}2995NL^2 + 0{,}2291NL + 4{,}14 + (6{,}8NL + 13{,}14)\ 0{,}6x_1] \qquad (22)$$

Custo equivalente anual dos roletes (C5)

$$C5 = 0{,}2008L\ [20{,}75^{-(0{,}624x_1)}L\ (1/x_3 + 1/x_4) + 0{,}01466x_1L\ (1/x_3 + 1/x_4)] \qquad (23)$$

Custo equivalente anual da estrutura (C6)

$$C6 = 0{,}2008L\ [392 + 0{,}146\ (g_{ru} + 2q_B + 2(14{,}48^{0{,}564x_1})] \qquad (24)$$

UTILIZAÇÃO DO ALGORITMO

Para resolver o problema de programação não linear definido anteriormente, é utilizado o método de direções variáveis em duas etapas [6] [7]. O método, a partir de um projeto inicial viável, vai determinar de forma iterativa o custo decrescente até convergir a um ponto Kuhn-Tucker do problema.

Em cada iteração, o algoritmo requer, além do cálculo da função custo, o das restrições e das respectivas derivadas.

Em nosso caso temos :

$$f(x) = C1 + C2 + C3 + C4 + C5 + C6. \qquad (25)$$

$$g_1(x) = -x_1 + 1$$

$$g_2(x) = -1{,}8 + x_1$$

$$g_3(x) = -x_2 + 0{,}261$$

$$g_4(x) = -0{,}79 + x_2$$

$$g_5(x) = -x_3 + 1$$

$$g_6(x) = 3 + x_3$$

$$g_7(x) = -x_4 + 3$$

$$g_8(x) = -6 + x_4$$

$$g_9(x) = Qm / St\,\delta\,3{,}6 + 1$$

$$g_{10}(x) = -5{,}5 - (F(9) - 1)$$

$$g_{11}(x) = -NL + 2$$

$$g_{12}(x) = -8 + NL$$

IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

O método foi implementado computacionalmente, e para exemplificar foi utilizado o projeto de um transportador existente. O computador utilizado foi o CYBER 170/720 da CDC consumindo 12 CPS o que é um tempo curto de processamento.

A seguir são apresentados resultados do transportador existente, e os obtidos pela otimização, a partir dos seguintes dados.

Capacidade de transporte - 1880 t/h
Comprimento do transportador - 143,5 m
Produto - minério de ferro
δ - 2900 Kg/m^3
Angulo de acomodação - 25°
f = 0,020

Além desses dados foram usados dois valores de restrição de x_1 e quatro valores para tensão admissível na correia.

1º Teste

Condições

$$600 \leq x_1 \leq 1800 \text{ mm}$$

x_1 inicial - 1100

Resul. \ Tadm (N)	10000	9000	8000	7000
x_1 (mm)	750	700	600	600
x_2 (rad)	.789	.789	.789	.607
x_3 (m)	1.0	1.0	1.0	2.03
x_4 (m)	3.0	3.0	3.0	3.22
V(m/s)	2.52	3.2	4.2	4.71
P(kw)	28.9	29.5	30.2	29.32
T_1 (N)	15481	12475	9801	8404
NL	2	2	2	2
Custo (dolar)	13.930	11.558	9.440	8.268

2º Teste

Condições

$$1000 \leq x_1 \leq 1800 \text{ mm}$$

x_1 inicial 1100

Resul. \ Tadm (N)	10000	9000	8000	7000
x_1 (mm)	1000	1000	1000	1000
x_2 (rad)	.357	.261	.261	.261
x_3 (m)	1.59	1.94	2.2	2.2
x_4 (m)	3.1	3.2	3.55	3.70
V (m/s)	1.92	2.16	2.16	2.16
P (Kw)	27.8	28.76	28.44	28.44
T_1 (N)	19940	17934	17730	17721
NL	2,0	2,0	3,0	3,0
Custo (dolar)	17391	15808	15645	15657

Transportador existente

Tadm - 10000 (N)
x_1 - 1000 (m)
x_2 - .61 (rad)
x_3 - 1.0 (m)
x_4 - 3.0 (m)
V - 1,57 m/s
P - 27.8 kw
T_1 - 23962 (N)
NL - 3.0
Custo
dolar - 23.960

CONCLUSÃO.

A comparação dos resultados dos testes com os dados do transportador existente permite a confrontação do método utilizado pelos projetistas em geral, que é a escolha das variáveis por tentativa ou baseados em projetos já executados, com a técnica da otimização. Desta comparação, conclui-se que o método da otimização é viável já que permite uma redução substancial na função objetivo. Verifica-se também os limites para as restrições de x_1 e a escolha da correia (Tadm) tem grande influência no valor da função objetivo. Portanto recomenda-se que se façam várias tentativas com correias diferentes e o menor valor dos limites de x_1 definido em função da granulometria do produto 3.

Os resultados obtidos nos incentivam a continuação do trabalho visando sua aplicação a transportadores de perfis complexos, utilizando-se procedimentos de análise mais safisticada.

REFERÊNCIAS

1 L.A.Roberts, J.W.Hayes and O.J.Scott - "Optimal Desing of Continuous Conveyors" - The International Journal of Storing and Handling Bulk Materials - Volume I, nº 2 - Maio 1981.

2 Tavares L.M.C - "O Transportador de Correia "Overland" no Brasil" - 1º TRANSCON - Maio 1983

3 CEMA - "Belt Conveyors for Bulk Materials" 2º Edição

4 Phoenix - "Conveyors Belts" - Phoenix Gummiwerke - Germany - Catálogo

5 International Standard - 5048 - "Continuous Mechanical Handling Equipment - Belt Conveyors With Carrying Idlers - Calculation of Operating Power and Tensite Forces" - ISO

6 Carvalho L.A. - "O Método de Direções Viáveis em Duas Etapas Para Programação Não Linear e Aplicações Quadráticas" - Tese de M.Sc. COPPE/UFRJ.

7 HERSKOVITS, J.N. - "A Two-Stage Feasible Directions Algorithm for Nonlinearly Constrained Optimization" - Rapp. de Rech, nº 103, 78153, Le Chesnay, France.

SUMMARY

The objective of this paper is the design of a belt conveyor, which satisfies the mechanical and performance requirements with a minimum cost, the mechanical design must be within aceptable parameters; the design variables to be determine are related with belt and idlers dimensions and their location. The cost function is based on annual equivalent cost of the equipment. Based on these data a Non Linear Programming problem with inequality constrams is defined. The problem is solved using a two stage feasible directions method, which requires in each iteration the calculation of the function, constrains and their derivatives; the results of applications are presented.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

PROJETO DE UMA MÁQUINA DE TRAÇÃO LENTA

JOÃO CARLOS MENEZES
FRANCISCO ABRANCHES PINHEIRO
DEPTO. PROJETO, IEM, ITA

SUMÁRIO

Este trabalho apresenta o projeto e a performance obtida de uma máquina de tração que permite a aplicação de 14 velocidades discretas contidas no intervalo de $1x10^{-9}$ m.s^{-1} a $1x10^{-6}$m.s^{-1}. O objetivo do projeto foi o de obter velocidades constantes mesmo com a variação de carga. Estas velocidades não são encontradas nas máquinas comerciais ordinárias e permitem obter valores ótimos de taxas de deformação na investigação da corrosão-sob-tensão pelo método da taxa de deformação baixa e constante.

FORMA GERAL DA MÁQUINA

A forma geral da máquina é mostrada na Figura 1 e consiste basicamente de uma estrutura rígida em quadro e um sistema de acionamento que permite a variação das velocidades de tracionamento. Um motor de velocidade constante aciona uma transmissão composta de redutores, caixa de variação de velocidades, correntes de rolos, correias dentadas, etc., que permite um tracionamento positivo e que pode ser facilmente variado através da mudança de engrenagens e polias.

TAXAS DE DEFORMAÇÃO

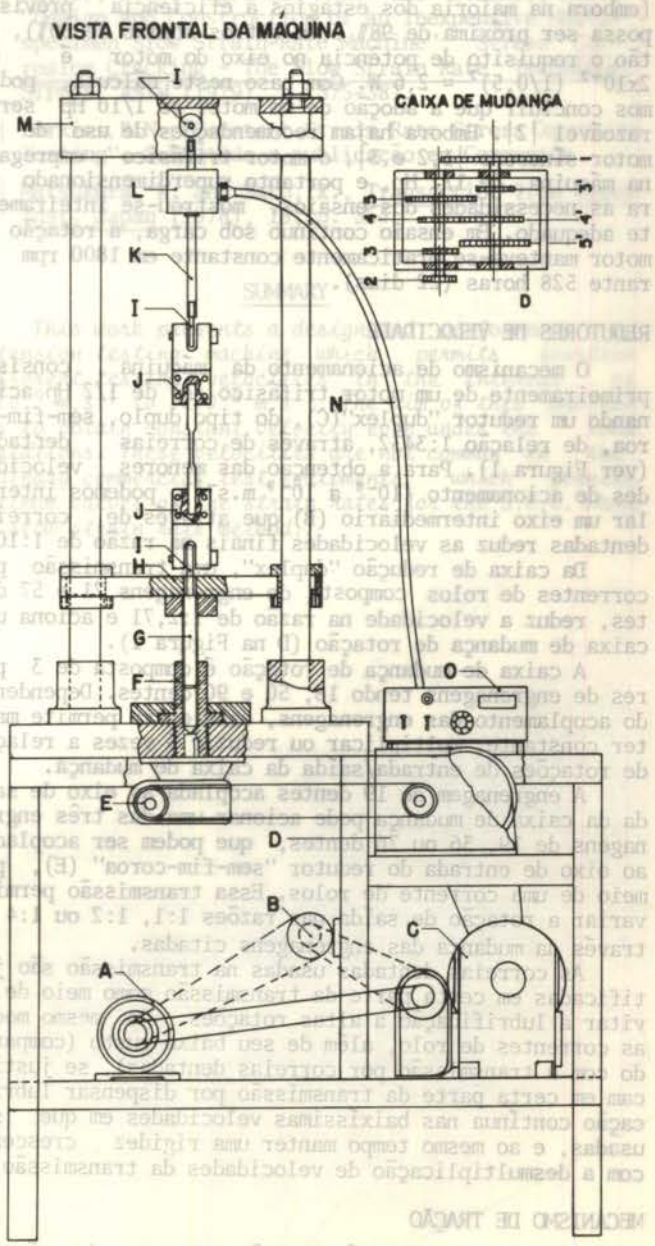
A taxa de deformação ótima para o teste da suscetibilidade da corrosão-sob-tensão pelo método da taxa de deformação lenta e constante depende em grande parte do sistema metal/meio envolvido. Se a taxa de deformação é muito grande, fratura dúctil ocorrerá antes que as reações de corrosão possam ocorrer. Em alguns sistemas, para taxas de deformação muito baixas, a reparação do filme apassivante pode ser rápida o suficiente para não permitir a exposição do metal ao meio. Para muitos sistemas, tem sido observado que taxas de deformação na região de 10^{-5} a 10^{-6} s^{-1} promoverão corrosão-sob-tensão |1|. De acordo com a experiência de Nutter, Agrawal e Staehle |2| os corpos de prova usados nesta máquina têm comprimentos úteis usualmente na faixa de 10 a 50 mm; portanto uma máquina com velocidades de tracionamento ajustáveis na faixa de 10^{-9} a 10^{-6} m.s^{-1} é adequada para a maioria dos sistemas metal/solução.

CAPACIDADE

É grande a variedade de formas e tamanhos de corpos-de-prova, incluindo os pré-fissurados, que têm sido usados nessas máquinas. A capacidade de uma máquina é determinada pela geometria do corpo-de-prova e pela resistência à ruptura do material empregado. Parkins |3| adota em seus testes uma célula de carga de 5000 ℔ (≈23000N). Nutter, Agrawal e Staehle |2| baseados numa resistência máxima de $7x10^8$ Pa e numa seção transversal de 0,13 cm^2 limitaram esta capacidade em 9000N.

A capacidade da máquina de tração deste trabalho, em termos do limite superior de carga admitida pela célula de carga (L na Figura 1) e que serviu de base de cálculo da resistência da estrutura, é de 20000N. Esta capacidade foi especificada de modo a permitir ensaios de tração com corpos de prova de até 4 mm de diâmetro, confeccionados com materiais com uma resistência máxima de até 150 kgf/mm^2 (≈$1,5x10^9$Pa). A célula de carga citada, através do cabo (N) permite a leitura da carga por um indicador digital (O), podendo-se ainda registrar o sinal de carga por meio de uma saída analógica do próprio indicador.

Figura 1 - Esquema geral da máquina



COMPONENTES PRINCIPAIS

Uma máquina de tração para a aplicação do método da taxa de deformação lenta e constante é um dispositivo relativamente simples devido ao fato que altas velocidades, vibrações, acelerações, cargas intermitentes ou choques não precisam ser considerados durante sua operação. A única função do dispositivo é impor ao corpo de prova uma taxa de deformação constante e pré-determinada. Os componentes principais de uma máquina não hidráulica são: (1) potência motriz através de um motor elétrico; (2) redutores de velocidade; (3) conversor de movimento rotacional para linear através de um parafuso de acionamento; (4) dispositivo de auto-alinhamento do corpo de prova usando junta articulada; (5) célula de carga; (6) quadro da máquina.

POTÊNCIA MOTRIZ

A potência máxima de acionamento em uma máquina pode ser obtida pela carga máxima requerida na maior velocidade de tracionamento, isto é, $10^{-6} m.s^{-1}$. Portanto, para uma capacidade de carga de 20000N a potência teórica requerida para a ruptura de um corpo de prova é de $2x10^{-2}W$. Contudo, nesta baixa velocidade, devido a condições praticamente estáticas, devem ser esperadas perdas por atrito muito altas. Para se obter baixas velocidades a partir de um motor de 1800 rpm, o número de estágios de transmissão deve ser da ordem de 7. Se a eficiência de cada estágio for tomada como sendo 50%, (embora na maioria dos estágios a eficiência prevista possa ser próxima de 98% e em outros abaixo de 50%), então o requisito de potência no eixo do motor é de $2x10^{-2} (1/0,5)^7 \approx 2,6$ W. Com base neste cálculo, podemos concluir que a adoção de um motor de 1/10 Hp seria razoável |2|. Embora hajam recomendações de uso de um motor síncrono |1,2 e 3|, o motor trifásico empregado na máquina, de 1/2 Hp, e portanto superdimensionado para as necessidades dos ensaios, mostrou-se inteiramente adequado. Em ensaio contínuo sob carga, a rotação do motor manteve-se praticamente constante em 1800 rpm durante 528 horas (22 dias).

REDUTORES DE VELOCIDADE

O mecanismo de acionamento da máquina consiste primeiramente de um motor trifásico (A) de 1/2 Hp acionando um redutor "duplex"(C), do tipo duplo, sem-fim-coroa, de relação 1:3432, através de correias dentadas (ver Figura 1). Para a obtenção das menores velocidades de acionamento (10^{-8} a 10^{-9} $m.s^{-1}$) podemos interca lar um eixo intermediário (B) que através de correias dentadas reduz as velocidades finais na razão de 1:10.

Da caixa de redução "duplex", uma transmissão por correntes de rolos composta de engrenagens 21 e 57 dentes, reduz a velocidade na razão de 1:2,71 e aciona uma caixa de mudança de rotação (D na Figura 1).

A caixa de mudança de rotação é composta de 3 pares de engrenagens tendo 18, 50 e 90 dentes. Dependendo do acoplamento das engrenagens, essa caixa permite manter constante, multiplicar ou reduzir 5 vezes a relação de rotações de entrada/saída da caixa de mudança.

A engrenagem de 19 dentes acoplada ao eixo de saída da caixa de mudança pode acionar uma das três engrenagens de 19, 36 ou 76 dentes, que podem ser acopladas ao eixo de entrada do redutor "sem-fim-coroa" (E), por meio de uma corrente de rolos. Essa transmissão permite variar a rotação de saída nas razões 1:1, 1:2 ou 1:4 através da mudança das engrenagens citadas.

As correias dentadas usadas na transmissão são justificadas em certa parte da transmissão como meio de evitar a lubrificação a altas rotações. Do mesmo modo, as correntes de rolo, além de seu baixo custo (comparado com a transmissão por correias dentadas), se justificam em certa parte da transmissão por dispensar lubrificação contínua nas baixíssimas velocidades em que são usadas, e ao mesmo tempo manter uma rigidez crescente com a desmultiplicação de velocidades da transmissão.

MECANISMO DE TRAÇÃO

O corpo-de-prova é preso à estrutura da máquina através de garras (J), uma superior e outra inferior. A garra inferior, ligada à mesa móvel (H), se desloca para promover o alongamento do corpo de prova, enquanto a garra superior permanece estacionária.

O mecanismo de tração que se responsabiliza pelo deslocamento vertical da mesa móvel é constituído por uma porca rotativa (F) que é acionada pelo eixo de saída do redutor "sem-fim-coroa", este último com uma relação de redução de 1:20. O parafuso de acionamento (F) acoplado à porca rotativa, desloca-se verticalmente para baixo, agindo simultaneamente como um redutor de velocidade.

As características desejáveis desse mecanismo, no caso de uma máquina de tração lenta são: capacidade de tração, grande redução, eficiência, compacidade e um curso vertical suficiente |2|. O parafuso de acionamento desse sistema da máquina tem 20 fios por polegada (1,27 mm de passo) e tem um comprimento que permite que o curso da mesa móvel seja aproximadamente 70mm. O curso com essa ordem de grandeza é suficiente para alongar até a ruptura, a maioria dos corpos-de-prova descritos pela literatura. Para corpos-de-prova longos, como os sugeridos por Matsukura |4|, o comprimento do parafuso, no que diz respeito ao curso, deve ser aumentado.

ESTRUTURA DA MÁQUINA E ARTICULAÇÕES

A mesa fixa (M), com um perfil da seção transversal em "C", foi calculada para manter a rigidez mesmo sob elevados valores de carga. A célula de carga (L) é ligada à mesa através de uma junta articulada (I) com dois graus de liberdade. Outras duas juntas de mesmo tipo e capacidade de carga são usadas como apoio das duas garras do corpo-de-prova. O propósito dessas juntas é assegurar o alinhamento axial do corpo de prova bem como da haste de tracionamento (K) que liga a garra superior à célula de carga. Desalinhamentos são indesejáveis tanto para efeito de teste do material (produzindo flexão e tensões maiores que as aferidas), quanto para efeito de precisão de leitura da carga pela célula de carga.

O espaço de trabalho e o arranjo da estrutura em uma máquina depende do tamanho do corpo-de-prova, assim como da célula que contém o meio de teste. Este é freqüentemente uma solução aquosa, a qual pode ou não ser pressurizada, e a temperatura da solução pode ser inferior à ambiente ou até superar o ponto de ebulição da água. Contudo, a maioria dos testes de corrosão-sob-tensão não pressurizada e a temperatura do meio raramente supera 150°C. As células de teste nesses casos são pequenas, 1 litro ou menos, e um espaço de trabalho de 30x30x30 cm é suficiente |2|.

Referindo-se à máquina usada neste trabalho, e com base nas considerações anteriores, o espaço de trabalho disponível é de 30cm na largura por 30 cm na altura. Dentro dessa disponibilidade, tanto a haste de tracionamento (K), quanto as garras (J) são intercambiáveis para se adaptarem ao tipo de corpo-de-prova em uso.

Uma vez que a capacidade de carga e o espaço de trabalho necessários em uma máquina foram fixados, o dimensionamento da estrutura é feito tomando-se como critério a rigidez dos elementos tensionados, especialmente a mesa fixa (M) e as colunas que suportam a mesa fixa. A deflexão total desses elementos sob carga não deve exceder a alguns centésimos de milímetro. Qualquer deflexão da estrutura, ou deformação na transmissão, se presentes, modificarão a taxa de deformação prevista.

OPERAÇÃO DA MÁQUINA

Pela combinação adequada de engrenagens, é possível obter-se na máquina, 14 diferentes velocidades de tracionamento, contidas no intervalo de 10^{-9} $m.s^{-1}$ a 10^{-6} $m.s^{-1}$.

A máquina apresenta 3 estágios fixos de redução, 3 estágios variáveis de redução e/ou multiplicação, além do mecanismo de tração que simultaneamente converte o movimento rotacional em linear e reduz a velocida

de final de tracionamento da máquina. O mecanismo de tração é considerado como sendo também um estágio fixo.

Os estágios fixos de redução são identificados abaixo:

I - No redutor duplex

II - Do redutor duplex para a caixa de mudança de rotação

III - No redutor sem-fim-coroa

IV - No mecanismo de tração

A intercambiabilidade das engrenagens, necessárias para efeito de variação das velocidades de tracionamento, só é possível nos três estágios variáveis de transmissão, ou seja:

V - Do eixo do motor para a entrada do redutor duplex

VI - Na caixa de mudança de rotação

VII - Da caixa de mudança para a entrada do redutor sem-fim-coroa

Tabela 1 - Fatores de Transformação da Velocidade

Identificação	Fatores de Transformação
I	1/3432 (rpm/rpm)
II	1/2,71 (rpm/rpm)
III	1/20 (rpm/rpm)
IV	$2{,}12 \times 10^{-5}$ (m/s.rpm)
V	1; 1/10 (rpm/rpm)
VI	1/5; 1; 5 (rpm/rpm)
VII	1; 1/2; 1/4 (rpm/rpm)

Tabela 2 - Velocidades de Tracionamento

α		β			γ			Velocidade de tracionamento ($m.s^{-1}$)
1	1/10	1/5	1	5	1	1/2	1/4	
	x	x					x	1×10^{-9}
	x	x				x		2×10^{-9}
	x	x			x			4×10^{-9}
	x		x				x	5×10^{-9}
	x		x			x		1×10^{-8}
x		x				x		
	x		x		x			2×10^{-8}
x		x					x	
	x			x			x	$2{,}5 \times 10^{-8}$
x		x			x			4×10^{-8}
	x			x			x	5×10^{-8}
x			x				x	
	x			x	x			1×10^{-7}
x			x			x		
x			x		x			2×10^{-7}
x				x			x	$2{,}5 \times 10^{-7}$
x				x		x		5×10^{-7}
x				x	x			1×10^{-6}

A Tabela 1 mostra as reduções possíveis dentro do sistema de acionamento, observando-se que cada estágio variável permite duas ou três reduções diferentes e independentes.

Definindo-se α, β e γ como fatores de transformação da velocidade dos estágios variáveis V, VI e VII, respectivamente, a velocidade de tracionamento da máquina pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$V = 2{,}05 \times 10^{-7} \ \alpha.\beta.\gamma \ (m.s^{-1})$$

onde $2{,}05 \times 10^{-7}$ corresponde ao produto de 1800 rpm pelos fatores de transformação das velocidades dos estágios fixos I, II, III e IV.

A Tabela 2 reune todas as combinações de α, β e γ todas velocidades de tracionamento que podem ser obtidas pela máquina. Ao todo a máquina dispõe de 14 velocidades discretas de tracionamento, sendo 4 delas podem ser obtidas por dois modos de operação diferentes.

AGRADECIMENTOS

Os autores registram a colaboração e sugestões do Prof. Marco A.G. Cecchini no desenvolvimento da máquina de tração.

REFERÊNCIAS

|1| Parkins, R.N., "Development os Strain-Rate Testing and It's Implications", Stress Corrosion Cracking - The Slow Strain Rate Techniques, STP665, ASTM (1979), p. 5-25.

|2| Nutter, W.T.; Agrawal, A.K. and Staehle, R.W., "Design and Construction of an Inexpensive Multi-specimen Slow Strain-Rate Machine", Stress Corrosion Cracking - The Slow Strain Rate Technique, STP665, ASTM (1979), p. 375-387.

|3| Parkins, R.N.; "Constant Strain Rate Stress Corrosion Testing", Submetido a publicação em Corrosion.

|4| Matsukura, K. and Sato, K., Transaction Iron Steel Inst. Japan (1978), 18, p. 554

SUMMARY

This work presents a design and performance of a tension testing machine which permits fourteen different testing velocities in the interval of $1x10^{-9}$ $m.s^{-1}$ to $1x10^{-6}$ $m.s^{-1}$. The aim of this project was to obtain constant velocity even under the load variations. These velocities are not commun in the ordinary commercial test equipments, which permits optimum valves of the strain rates for the S.C.C. study by slow strain rate method.

ANÁLISE LIMITE DE PÓRTICOS PLANOS VIA OTIMIZAÇAO

LAVINIA M.S. ALVES BORGES
NÉSTOR ZOUAIN PEREIRA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA — PUC/RJ

SUMÁRIO

Mostra-se como uma formulação da análise limite de pórticos planos, mediante um problema de otimização em variáveis estáticas permite a geração de métodos de cálculo simples e eficientes, assim como também possibilita a interpretação correta das aproximações envolvidas. A influência do esforço axial é considerada na condição de plastificação. O método numérico desenvolvido é exemplificado em aplicações.

INTRODUÇÃO

Apresenta-se o método estático de análise limite para pórticos planos, onde se considera a influência do esforço axial no critério de escoamento.

A análise limite visa determinar a carga que provocará na estrutura o colapso plástico, que é o fenômeno no qual a estrutura apresentará deformações indefinidamente crescentes a carregamento constante.

É desenvolvida a formalização geral do problema de análise limite de pórticos planos e apresentada a alternativa para o cálculo da carga crítica através do método estático. Este método se apresenta como problema de otimização não linear, que então é discretizado e linearizado, sendo avaliado o significado destas aproximações.

Em consequência da escolha do momento fletor e da força axial como variáveis estáticas determinantes do estado, elástico ou plástico da seção, utilizam-se mecanismos de colapso constituídos por rótulas plásticas angulares e de expansão. Estes mecanismos são calculados, no método numérico estático desenvolvido, mediante os conceitos de dualidade da teoria de otimização.

MODELO DA ESTRUTURA

Em um pórtico Ω com n nós e m elementos, definem-se a seguir as variáveis utilizadas:

Cinemática - Considerando-se a hipótese de pequenas deformações e que as seções planas permanecem planas e normais a linha neutra, as relações cinemáticas são assim definidas:

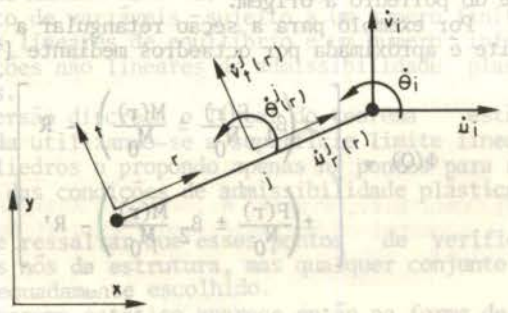


Figura 1. Definição das variáveis cinemáticas

$$\dot{\theta}^j(r) = \frac{d}{dr}\,\dot{v}_t^j(r) \qquad \dot{k}^j(r) = \frac{d^2}{dr^2}\,\dot{v}_t^j(r)$$

$$\dot{\varepsilon}^j(r) = \frac{d}{dr}\,\dot{u}_r^j(r) \tag{1}$$

$$\dot{\gamma}_i^j = \dot{\theta}^j(r_i^+) - \dot{\theta}^j(r_i^-)\,; \quad \dot{\delta}_i^j = \dot{u}_r^j(r_i^+) - \dot{u}_t^j(r_i^-)$$

onde;

$\dot{\theta}^j(r)$, $\dot{v}_t^j(r)$ e $\dot{u}_r^j(r)$ - são funções de velocidade, definidas para um elemento j.

$\dot{k}^j(r)$ e $\dot{\varepsilon}^j(r)$ - funções taxa de deformação de curvatura e longitudinal, respectivamente, no elemento j.

$\dot{\gamma}_i^j$ e $\dot{\delta}_i^j$ - taxa de deformação de rótula plástica e expansão plástica, respectivamente, numa seção r_i do elemento j.

Define-se ainda:

$$\dot{q}^j(r) = [\dot{k}(r)\ ,\ \dot{\varepsilon}(r)]^T$$

$$\dot{q}^j(r_i) = [\dot{\gamma}_i^j\ ,\ \dot{\delta}_i^j]^T$$

$$\dot{u}^j(r) = [\dot{u}_r^j(r)\ ,\ \dot{v}_t^j(r)\ ,\ \dot{\theta}^j(r)]^T$$

$$\dot{u} = [\dot{u}_i\ ,\ \dot{v}_i\ ,\ \dot{\theta}_i]^T \quad i=1,n$$

Equilíbrio. Em um elemento j, definido pelos nós I (inicial) e F (final) e os esforços descritos conforme figura 2, pode-se calcular através do princípio das potências virtuais os esforços F', V' e V em função apenas dos esforços M_I^j, M_F^j e F^j e do carregamento distribuído.

Do mesmo modo, as tensões generalizadas atuantes numa seção r qualquer (figura 2), também podem ser escritas em função dos mesmos parâmetros, através da relação:

$$\bar{Q}^j(r) = Y^j(r)\,Q^j + Q_R^j(r) \tag{2}$$

onde,

$$\bar{Q}^j(r) = [M^j(r)\ ,\ F^j(r)]^T$$

$$Q^j = [M_I^j,\ M_F^j,\ F^j]^T$$

$$Y^j(r) = \begin{bmatrix} 1 - (r/L_j) & r/L_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$Q_R^j(r)$ - vetor de dimensão [2 x 1] e que contem os termos relativos a carga distribuida.

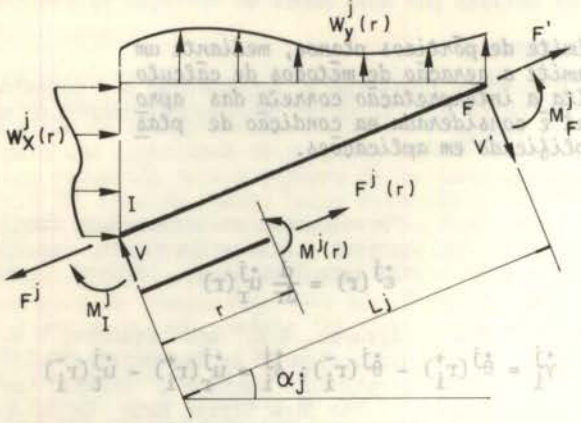


Figura 2. Elemento típico da estrutura

O equilíbrio nodal da estrutura é obtido através do somatório de forças atuantes nos nós da estrutura [1], e é dado por:

$$P_{eq} = B^T Q, \quad P_{eq} = P - \bar{w} \tag{3}$$

onde

P - vetor de cargas concentradas atuantes nos nós nas direções x, y e θ.

$\bar{w}$ - vetor de carga concentrada equivalente ao carregamento distribuído.

Q - vetor que agrupa os Q^j vetores de esforços nodais de cada elemento.

B^T - operador de equilíbrio, que referencia os esforços nodais (internos) em relação ao sistema global (x,y).

Relações constitutivas. As equações constitutivas de materiais elásticos perfeitamente plásticos são [1] [2]:

$$\dot{q} = C\dot{Q} + \dot{q}^P \qquad \dot{q}^P = \Phi_Q(Q)\,\dot{\lambda} \qquad \dot{\lambda} \geq 0$$
$$\Phi(Q) \leq 0 \qquad \Phi(Q) \cdot \dot{\lambda} = 0 \tag{4}$$
$$\dot{\Phi} = \Phi_Q^T(Q)\dot{Q} \qquad \dot{\Phi} \cdot \dot{\lambda} = 0$$
$$\dot{\Phi}_k \leq 0 \quad \text{se} \quad \Phi_k = 0$$

onde:

C - tensor de elasticidade

$\dot{Q}$ - taxa de tensão

$\dot{q}$ - taxa de deformação total

$\dot{q}^P$ - taxa de deformação plástica

$\dot{\lambda}$ - fatores de escoamento

$\Phi(Q)$ - superfície limite de escoamento

$\Phi_Q(Q)$ - tensor gradiente do vetor $\Phi(Q)$

Essa lei modela o comportamento de um material (ou elemento estrutural) elastoplástico ideal com região elástica convexa $\Phi(Q) \leq 0$ definida pela função vetorial Φ cujas n_f componentes são funções diferenciáveis que caracterizam os modos de escoamento (figura 3.a).

Por exemplo para seção retangular tem-se [1]:

$$\Phi(Q) = \pm \frac{M(r)}{M_0} + \left(\frac{F(r)}{N_0}\right)^2 - 1 \tag{5}$$

M_0 - momento limite

N_0 - esforço axial limite

A linearização dessas superfícies pode ser obtida supondo aproximações por funções seccionalmente lineares, que determinam poliedros inscritos a essa superfície e com vértices sobre ela e por poliedros circunscritos e tangentes a mesma [1].

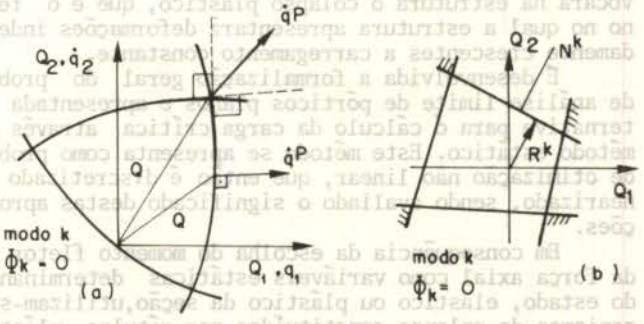


Figura 3. Superfícies limite de escoamento.

Neste caso tem-se (figura 3b):

$$\Phi(Q) = N^T Q - R \qquad \Phi_Q(Q) = N \tag{6}$$

onde:

N - matriz cujas colunas são normais as faces do poliedro.

R - vetor cujas componentes são as distâncias de cada face do poliedro a origem.

Por exemplo para a seção retangular a superfície limite é aproximada por octaedros mediante [1]:

$$\Phi(Q) = \begin{bmatrix} \pm\left(\beta_1 \dfrac{F(r)}{N_0} \pm \dfrac{M(r)}{M_0}\right) - R \\ \pm\left(\dfrac{F(r)}{N_0} \pm \beta_2 \dfrac{M(r)}{M_0}\right) - R' \end{bmatrix}$$

onde:

R = R' = 1 (poliedro inscrito).

R = 1.063 } (poliedro circunscrito)

R' = 1.042 }

$\beta_1 = 0.5 \qquad \beta_2 = 0.667$

A relação $\dot{q}^P = \Phi_Q(Q)\dot{\lambda}$ exprime a lei da normalidade (associada), enquanto a igualdade $\Phi(Q)\cdot\dot{\lambda} = 0$ garante que só existem deformações plásticas ($\dot{\lambda}_K > 0$) para modos de escoamento ativos ($\Phi_k(Q) = 0$), assim como $\dot{\Phi}\cdot\dot{\lambda} = 0$ impõe a condição de que no descarregamento local ($\dot{\Phi}_k < 0$) não ocorre deformação plástica ($\dot{\lambda}_k = 0$).

COLAPSO PLÁSTICO

Campo de tensão Q de colapso é um campo de tensões plasticamente admissível ($\Phi(Q) \leq 0\ \forall r$), para o qual existe um campo de velocidades $\dot{u}$, não rígido e puramente plástico para Q (isto é, $\dot{q}$ correspondente a $\dot{u}$ por (1) coincide com $\dot{q}^P$ associado a Q por (4)). Uma carga P é de colapso se existe um campo de tensões de colapso equilibrado com ela.

A proposição da análise limite para cargas proporcionais consiste em encontrar campos $\dot{u}$, Q e $P = \alpha P$, no qual $\dot{u}$ é puramente plástico, Q é um campo plasticamente admissível e em equilíbrio com P.

Teoremas fundamentais. A proposição anterior é equivalente a resolução dos problemas de otimização enunciados pelos teoremas estático e cinemático da análise limite [1][3].

(1) Teorema estático

$$\tilde{\alpha} = \max_{\alpha,Q} \alpha \qquad (7)$$

sujeito a: $\alpha\, P^v_{eq} + P^f_{eq} = B^T Q$ (equilíbrio)

$$\Phi(Q(r)) \leq 0\ \forall\ r \text{ (admissibilidade)}$$

onde, os índices f e v dizem respeito respectivamente a carregamentos fixos e variáveis durante o programa de carga.

(2) Teorema cinemático.

$$\tilde{\alpha} = \min_{\dot{u}(r)} [P_{int}(q(\dot{u}(r))) - P^f_{ext}(\dot{u}(r))] \qquad (8)$$

sujeito a: $P^v_{ext}(\dot{u}(r)) = 1$

onde P_{int} e P_{ext} são as potências interna e externa.

DISCRETIZAÇÃO E LINEARIZAÇÃO

A linearização e discretização dos teoremas (7) e (8) dão origem a dois métodos de resolução para o problema de colapso: o método estático e o cinemático [1].

Desenvolve-se neste trabalho apenas os procedimentos referentes ao método estático, que é proveniente da linearização e discretização do teorema estático.

O teorema estático proposto em (7) se apresenta na forma de maximização de uma função linear sob um número finito de variáveis, sujeito a um número finito de restrições lineares de equilíbrio e um número infinito de restrições não lineares de admissibilidade plástica de tensões.

A versão discreta e linear do teorema estático será obtida utilizando-se a superfície limite linearizada por poliedros e propondo apenas n_c pontos para a verificação das condições de admissibilidade plástica de tensões.

Cabe ressaltar que esses pontos de verificação não são os nós da estrutura, mas qualquer conjunto de pontos adequadamente escolhido.

O teorema estático aparece então na forma de um problema de programação linear:

$$\max \left[0 \;\vdots\; 1\right] \begin{bmatrix} Q \\ \hline \alpha \end{bmatrix}$$

com as restrições:

$$\left[\begin{array}{c:c} N^T & R^v_Q \\ \hline B^T & -P^v_{eq} \end{array}\right] \begin{bmatrix} Q \\ \hline \alpha \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} R - R^f_Q \\ \hline P^f_{eq} \end{bmatrix}$$

onde,

$$N^T = N^T Y^j(r_c) \qquad R_Q = N^T Q_R{}^j(r_c)$$

O problema dual deste primitivo representa uma versão discreta e linear do teorema cinemático cujas variáveis resultantes são os fatores de escoamento de cada uma das n_c seções críticas e as velocidades nodais [2].

Significado das aproximações. A definição da equação de equilíbrio (3) e das tensões nas seções (2) são exatas. A não coincidência do resultado numérico para o resultado real é devida somente à linearização da superfície limite e a relaxação das condições de admissibilidade plástica de tensões que se impõe ao problema quando se verifica essa condição apenas em um número finito de seções da estrutura.

Se na estrutura atuam somente cargas concentradas o fator de colapso real $\tilde{\alpha}_R$, o fator de colapso para o poliedro inscrito $\tilde{\alpha}_I$ e para o poliedro circunscrito $\tilde{\alpha}_S$, obedecem a relação:

$$\tilde{\alpha}_I \leq \tilde{\alpha}_R \leq \tilde{\alpha}_S \qquad (9)$$

pois a distribuição linear de tensões garante que a escolha dos n_c pontos de verificação coincidentes com os nós impõe a admissibilidade de tensões em qualquer outra seção.

Quando se tem cargas distribuídas a verificação da desigualdade dependerá de uma escolha conveniente dos pontos de verificação. Neste caso, não se garante que $\tilde{\alpha}_I \leq \tilde{\alpha}_R$.

O valor vetorial da variável dual $\dot{\lambda}_G$, nos permite calcular as taxas de deformação plásticas através das relações constitutivas (4), por meio de:

$$\dot{q}^P = N\ \dot{\lambda}_G$$

onde

$$\dot{q}^P = [\dot{\gamma}^j_I(r_c),\ \dot{\gamma}^j_F(r_c), \dot{\delta}^j(r_c)]^T$$

e,

$$\dot{\gamma}^j_I(r_c) + \dot{\gamma}^j_F(r_c) = \dot{\gamma}^j_c \quad \text{(deformações de rótulas plásticas angulares)}$$

$$\dot{\delta}_j(r_c) = \dot{\delta}^j_c \quad \text{(deformações de expansões plásticas).}$$

$\dot{\lambda}_G$ - vetor que agrupa os fatores de escoamento das seções críticas.

APLICAÇÕES

Como aplicação apresentam-se vários casos de arcos circulares biapoiados, com seções retangulares, tendo a geometria aproximada por elementos retos.

Arcos sujeitos a carga concentrada. Arcos como o apresentado na figura 4, foram analisados considerando a ângulo ϕ variando de 10° a 90° e os esforços limites obedecendo a relação $M_0 = 0.02\ R\ N_0$.

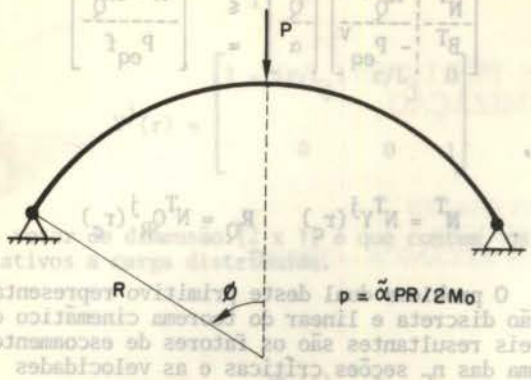


Figura 4. Configuração indeformada

Na figura 5 são apresentados os resultados obtidos numericamente comparando-os com os resultados analíticos de Hodge [1].

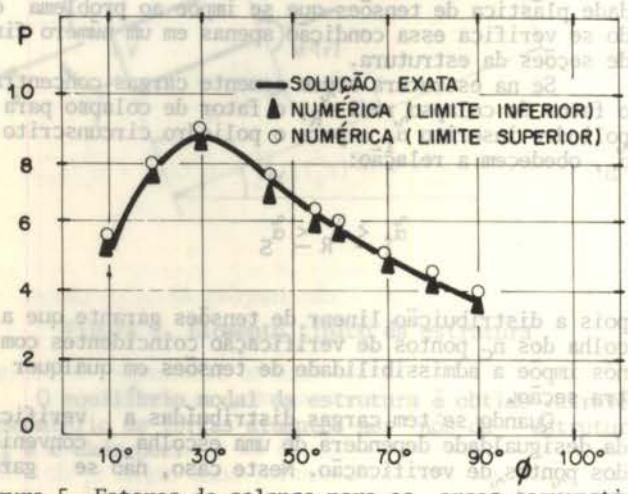


Figura 5. Fatores de colapso para os arcos esquematizados na figura 4.

Arco sujeito a carga distribuída em metade do vão.

Para o arco apresentado na figura 6, considerou-se os esforços limite obedecendo a relação $M_0 = 0{,}017\ R\ N_0$.

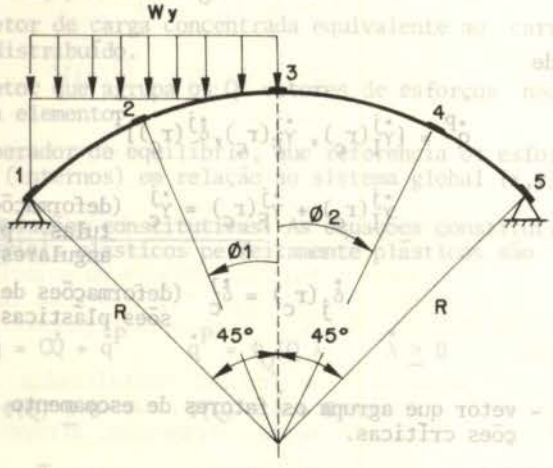


Figura 6. Configuração indeformada

A carga de colapso obtida pelo presente método é

$$\tilde{\alpha}\ \bar{w}_y = 28.42\ \frac{M_0}{R^2}$$

com rótulas plásticas, angulares e de contração, simultâneas, em:

$\phi_1 = 19.7^o$ e $\phi_2 = 22.5^o$.

Esses resultados foram obtidos aproximando a geometria por oito elementos iguais e considerando cinco seções de verificação nos elementos 3 e 7.

O mecanismo de colapso resultante está esquematizado na figura 7.

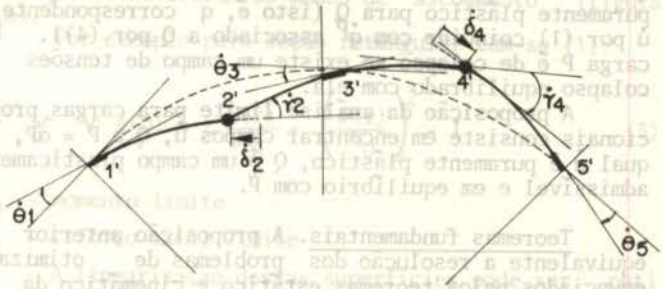


Figura 7. Mecanismo de colapso para o arco esquematizado na figura 6.

Esta mesma estrutura foi analisada por Onat e Prager [4] que analiticamente obtiveram um limite superior para a carga de colapso de:

$$\tilde{\alpha}\ w_y \leq 29.10\ \frac{M_0}{R^2}$$

CONCLUSÕES

Mostrou-se que a formulação da análise limite como um problema de otimização permite a geração de métodos de cálculo simples e eficientes, assim como também possibilita a interpretação correta das aproximações envolvidas. Em particular mostrou-se que para pórticos não é necessária uma interpolação de tensões generalizadas e que as aproximações decorrem da linearização da superfície limite de escoamento e da dicretização da restrição de admissibilidade plástica de tensões. Esta situação muda quando se utiliza uma abordagem cinemática do mesmo problema [1][2].

De acordo com a apresentação realizada na formulação e aplicações, os casos em que se faz necessária uma escolha de pontos de verificação de admissibilidade de diferente da trivial (coincidente com os nós) são resolvidos convenientemente colocando maior número de pontos nas regiões pressumivelmente mais críticas.

REFERÊNCIAS

[1] Sanabio, L.- Análise Limite de Pórticos Planos Via Otimização - Tese de Mestrado-PUC/RJ, 1984.

[2] Zouain, N.; Feijóo, R.A.; Taroco, E.; - Análise de Cascas Plásticas. Curso de Mecânica Teórica e Aplicada - Teoria das cascas e suas aplicações na Engenharia - LCC - 1983.

[3] Martin, J.B. - Plasticity-Cambridge,Massachusetes, England, Mit Press - 1977.

[4] Onat, E.T.; Prager, W.; - Limit Analysis of Arches - Journal of Mechanics and Physic of Solids, V1 - 1953.

SUMMARY

The limit analysis of planar frames is presented as an optimization problem, involving static variables, to show that this approach leads to simple and efficient computing methods and also allows the correct interpretation of the assumed approximations.

PROJETO PLÁSTICO ÓTIMO AUTOMÁTICO DE PÓRTICOS PLANOS DE AÇO

ANTONIO MACÁRIO CARTAXO DE MELO
DTE/TEE/EST-EMBRAER
PAULO RIZZI
ITA/IEAE

Formulações para projeto plástico ótimo automático de pórticos planos de aço são apresentadas e comparadas com trabalhos da literatura. Uma considera restrições de escoamento e outra, restrição no fator de carga crítico. São considerados uma função objetivo quadrática, carregamento proporcional, seção tipo I e uma variável de projeto por membro. São apresentados procedimentos para a obtenção analítica dos gradientes das restrições envolvidas e para a determinação do fator de carga crítico. Como otimizador, é utilizada uma rotina baseada num método de direções viáveis.

INTRODUÇÃO

O projeto ótimo automático limite de pórticos planos tem sido considerado em diversos trabalhos publicados nas últimas décadas |1-5|. A quase totalidade destes trabalhos é baseada nos teoremas do limite inferior e superior da carga crítica, de forma a não satisfazer totalmente as condições do teorema da unicidade da teoria plástica simples: equilíbrio, mecanismo de falha e escoamento. Por outro lado, este teorema não é válido quando considerações de estabilidade são incluídas. Desta forma, uma formulação de projeto ótimo limite mais realista deve ser baseada numa análise não-linear.

Na maioria dos trabalhos, os efeitos não-lineares são parcialmente considerados através a introdução de parâmetros adequados na análise linear do problema. Uma incorporação de efeitos não-lineares foi apresentada por Majid e Anderson |5|, através de uma análise elasto-plástica, com a obtenção da curva carga-deflexão não-linear do pórtico até o colapso. Nenhuma consideração de mérito, entretanto, foi feita na formulação de projeto ótimo.

O objetivo deste trabalho é, a partir de uma análise inelástica não-linear |6|, apresentar formulações para projeto ótimo limite automático, considerando os aspectos não-lineares até então simplificados ou evitados.

Duas formulações são apresentadas na forma de problemas de programação matemática: (i) uma com restrições baseadas num critério de escoamento e, (ii) outra com restrição no fator de carga crítico. Restrições de equilíbrio são implicitamente satisfeitas em ambos os casos.

São, também, apresentados um procedimento para a avaliação analítica dos gradientes das funções de restrição envolvidas e métodos para a determinação da carga crítica.

CONSIDERAÇÕES GERAIS

Estrutura. As presentes formulações aplicam-se a pórticos planos de aço, com membros de seção transversal em I. O plano da alma coincide com o plano da estrutura e do carregamento, e instabilidade é suposta ocorrer somente neste plano. As juntas são tidas como ideais.

O carregamento é considerado proporcional, i.e., o vetor de cargas nodais é dado por $\{Q\} = \lambda\{\bar{Q}\}$, onde λ é o fator de proporcionalidade ou fator de carga, e $\{\bar{Q}\}$ é o vetor que representa a distribuição de cargas aplicadas. O diagrama tensão-deformação é considerado igual para tração e compressão, e pode incluir encruamento.

Variáveis de projeto. Normalmente, têm sido utilizadas como variáveis de projeto em otimização de pórticos em estado limite as capacidades de momento plástico dos membros, definidas como o momento que produz plastificação total na seção transversal. O uso do momento plástico como variável de projeto, numa formulação baseada no teorema do limite superior, permite desconsiderar o tipo de seção transversal.

Numa formulação baseada em análise inelástica não-linear, entretanto, é necessária a caracterização da seção transversal. Isto introduz duas complicações: (i) para o dimensionamento da seção seriam necessárias várias variáveis de projeto, o que aumentaria muito a dimensão do problema de otimização e, (ii) um esquema deveria ser implantado para garantir a representação de perfis existentes. Brown e Ang |7|, superaram estes problemas mas restringem-se ao comportamento elástico do material.

Neste trabalho, é suposta uma seção em I (Fig. 1), com somente uma variável de projeto X_i para o i-ésimo membro. W_o, H_o, T_{wo} e T_{fo} são, respectivamente, as dimensões de uma seção padrão, selecionada de acordo com |8|, de modo a evitar problemas de instabilidade local.

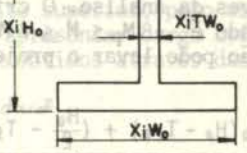


Figura 1. Seção transversal idealizada

Função objetivo. O volume da estrutura é normalmente tomado como função objetivo pois está, de certa forma, relacionado com o custo. Para um pórtico de N membros, o volume é dado por $\bar{F} = \sum \bar{L}_i A_i$, onde $\bar{L}_i$ e A_i são, respectivamente, o comprimento e a área da seção transversal do i-ésimo membro. Para o perfil mostrado na Fig. 1:

$$A_i = X_i^2 \{ 2 W_o T_{fo} + (H_o - 2 T_{fo}) T_{wo} \}, \qquad (1)$$

de modo que,

$$\bar{F} = \{ 2 W_o T_{fo} + (H_o - 2 T_{fo}) T_{wo} \} \sum_{i=1}^{N} \bar{L}_i X_i^2 . \qquad (2)$$

Usando a idéia de agrupamento de variáveis, pode-se representar membros que, devido à simetria ou imposição de projeto, têm seção igual a uma única variável de projeto. Desta forma, e como os termos fora do somatório de (2) são comuns a todos os membros, pode-se escrever:

$$F = \sum_{j=1}^{m} L_j X_j^2 , \qquad (3)$$

onde m é o número de grupos, L_j é o somatório dos comprimentos dos membros do j-ésimo grupo e X_j a sua variável de projeto associada.

Restrições de equilíbrio. Usando-se o teorema do limite superior, a distribuição de momentos não é obrigada a satisfazer as condições de equilíbrio. A satisfação das

condições de compatibilidade, entretanto, é exigida. No teorema do limite inferior, ocorre o contrário.

Distribuições de momentos de flexão são obtidas, neste trabalho, a partir de uma análise não-linear, baseada no método dos deslocamentos, e cujas equações resultam da aplicação do princípio dos trabalhos virtuais |9|. A existência de solução do sistema de equações não-lineares implica na satisfação automática do equilíbrio |1,2|.

A análise considera não-linearidade geométrica, através da relação deformação-deslocamento para grandes deslocamentos e não-linearidade do material, através uma relação tensão-deformação tri-linear, incluindo o encruamento. Os esforços generalizados nas seções são calculados a partir da integração direta das tensões, obtidas de acordo com a distribuição da deformação nestas seções |6|.

Outras restrições. Restrições podem ser introduzidas para evitar a formação de cones reversos nas colunas, i.e., uma coluna com dimensões maiores do que as suas inferiores, além de restrições na forma de limitantes superiores e inferiores nas variáveis de projeto |9|.

FORMULAÇÕES DE PROJETO

Formulação com restrições de escoamento. Esta primeira formulação, doravante designada por "A", inclui restrições relativas ao escoamento. O termo tem sido usado para traduzir o esgotamento da capacidade resistiva de uma seção transversal. Rigorosamente, deveria ser imposta a restrição de que "não todos os pontos de qualquer seção estejam plastificados". Como, na presença de cargas axiais nos membros, o último ponto da seção a plastificar é variável, com o objetivo de simplificar, em muitos trabalhos a definição baseia-se em apenas uma componente do vetor de forças na seção, e.g., o momento fletor em estruturas reticuladas. Entretanto, como a presença de forças axiais reduz a capacidade de momento plástico puro, é importante a sua consideração no critério de escoamento. A Figura 2 mostra a superfície de escoamento composta pela união de trechos lineares, formando um contorno convexo, como definida por Fenves e Gonzalez |10|.

No critério aqui utilizado, a influência da carga axial é introduzida nos limites impostos aos momentos atuantes M. Note que nestes, esta influência é automáticamente incorporada através da análise. O critério de escoamento comumente utilizado é $-\beta M_p \leq M \leq \beta M_p$, sendo β um parâmetro cuja variação pode levar o projeto a diferentes fases, $0 < \beta \leq 1$, e

$$M_p = X^2 \sigma_y \{ W_e T_{fe} (H_e - T_{fe}) + (\frac{H_e}{2} - T_{fe}) T_{we} \}. \qquad (4)$$

Alguns autores utilizam $\beta = M_y/M_p$, onde M_y é o momento para o qual as fibras extremas da seção atingem a tensão de escoamento σ_y, ficando o problema limitado ao regime elástico.

O efeito de redução devido à carga axial é pequeno para baixos valores de P/P_y, onde P representa o módulo de carga axial e P_y, o valor correspondente a uma distribuição de tensão normal uniforme e igual à tensão de escoamento. No nosso caso, então, usando-se as relações recomendadas pelo AISC |8|:

$$-\beta M_p' \leq M \leq \beta M_p' \qquad (5)$$

com

$$M_p' = M_p \quad \text{para} \quad 0 \leq P/P_y \leq 0.15,$$
$$M_p' = 1.18(1 - P/P_y) \quad \text{para} \quad 0.15 \leq P/P_y \leq 1.0. \qquad (6)$$

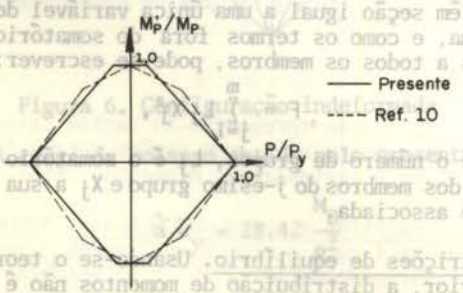


Figura 2. Curvas de interação

As restrições para a j-ésima seção seriam, então, escritas:

$$g_{1j} = M_j/(\beta M_{pj}') - 1 \leq 0$$
$$g_{2j} = -M_j/(\beta M_{pj}') - 1 \equiv -g_{2j} - 2 \leq 0 \qquad (7)$$

A Figura 2 compara os critérios usados em 10 e neste trabalho. Ambas superestimam a capacidade real da seção por não levarem em consideração a influência do raio de curvatura na capacidade de momento plástico reduzida.

As restrições só necessitam ser impostas nos pontos onde é possível a formação de rótulas plásticas (seções críticas) e não na estrutura toda.

A formulação "A" do problema de programação matemática pode, então, ser escrita como: ache o vetor de variáveis de projeto {X} que minimiza o volume do pórtico (3) e satisfaça as restrições de equilíbrio, escoamento (7), cone reverso e laterais. Restrições em deslocamentos nodais poderiam ser facilmente ser incluídas |9|.

Formulação com restrição no fator de carga crítico. Nesta formulação, designada por "B", é imposta a restrição diretamente sobre o fator de carga crítico. Quando esta restrição é satisfeita, o equilíbrio é automaticamente satisfeito.

Tomando $\{\bar{Q}\}$ como o vetor de cargas reais atuando na estrutura, um projeto somente será viável se obedecer a relação $\{Q_{cr}\} \geq \{\bar{Q}\}$. Levando em consideração a definição de λ, a restrição poderia, então, ser escrita na forma:

$$g_{\lambda cr} \equiv 1/\lambda_{cr} - 1 \leq 0. \qquad (8)$$

onde $\lambda_{cr}\{\bar{Q}\} = \{Q_{cr}\}$.

O problema de programação matemática poderia, então, ser enunciado como: ache o vetor de variáveis de projeto {X} que minimiza o volume do pórtico, satisfazendo à restrição de fator de carga crítico (8), cone reverso e laterais.

A maior dificuldade do método reside na determinação do λ_{cr}, correspondente ao colapso de determinado projeto estrutural.

Entre outros, poderiam ser utilizados procedimentos numéricos de interpolação ou extrapolação para o cálculo do ponto crítico |11|. Os critérios de estado crítico se resumem ao cálculo do primeiro zero de uma função escalar do tipo $S(\vec{X},n) = 0$, onde $\vec{X}$ é o vetor de deslocamentos e n um parâmetro de controle. O melhor critério depende do tipo de estrutura e do parâmetro de controle utilizado.

Devido à facilidade de cálculo, o critério que talvez seja mais utilizado é o do determinante da matriz de rigidez tangente nulo; uma singularidade é marcada pela mudança de sinal do determinante.

A tentativa de utilização deste método no presente trabalho confirmou os seguintes pontos citados em |11| : (i) a variação do determinante entre duas avaliações sucessivas é próxima de zero na vizinhança do ponto crítico, e extrapolação conduz a erros numéricos significativos e; (ii) esta técnica pode ser satisfatória para estabelecer se o sistema se tornou instável, mas não é apropriada para determinar a localização exata da singularidade.

A Figura 3 mostra curvas características do determinante em função de dois parâmetros de controle alternativos: (i) norma de deslocamento $\|\vec{X}\|$ e, (ii) fator de carga. Pode ser notado que em ambos os casos a técnica de extrapolação não é recomendada

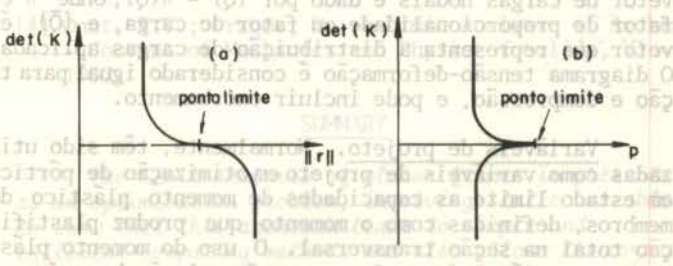


Figura 3. Comportamento do determinante

Como alternativa, sugere-se aqui a adoção do método de busca por seção áurea para a determinação da instabilidade do sistema estrutural, baseado tão somente na mudança de sinal de qualquer dos elementos da diagonal da matriz de rigidez tangente decomposta.

GRADIENTES

Função objetivo. O gradiente é obtido derivando (3) em relação às variáveis de projeto :

$$\partial F/\partial X_i = 2 L_i X_i, \quad i = 1,\ldots,m. \tag{9}$$

Esforços resultantes e deslocamentos. A determinação analítica das expressões do gradiente evita que este tenha que ser calculado por diferenças finitas, o que demanda grande esforço computacional. Para problemas não-lineares as expressões analíticas podem ser difíceis de serem determinadas e nem sempre existem. A complicação adicional em relação a problemas lineares reside no fato de que sempre é usado um processo iterativo ou incremental, para a solução do sistema de equações não-lineares. A generalização de expressões também não é possível, devendo estudar-se caso a caso.

Para o caso do presente trabalho, no ponto de equilíbrio é satisfeito o sistema de equações não-lineares resultante da aplicação do princípio dos trabalhos virtuais:

$$\psi|\vec{n}(\vec{r},\vec{X}),\ \vec{m}(\vec{r},\vec{X}),\ \vec{m}^*(\vec{r},\vec{X}),\ \vec{r},\ \vec{X}| = \vec{0}\ , \tag{10}$$

onde, respectivamente, $\vec{r}$ representa o vetor de deslocamentos e, $\vec{n}$, $\vec{m}$, e $\vec{m}^*$, os vetores cujas componentes representam os esforços generalizados na seção dos membros |6|.

É fácil mostrar que os gradientes dos esforços generalizados podem ser colocados na forma |9|:

$$\frac{\partial \vec{n}}{\partial X_i} = \vec{N}_s^T \frac{\partial \vec{r}}{\partial X_i}\ ; \quad \frac{\partial \vec{m}}{\partial X_i} = \vec{M}_s^T \frac{\partial \vec{r}}{\partial X_i}\ ; \quad \frac{\partial \vec{m}^*_s}{\partial X_i} = \vec{M}_s^{*T} \frac{\partial \vec{r}}{\partial X_i}\ . \tag{11}$$

A substituição de (11) na derivação de (10) resulta em um sistema de equações lineares em $\partial r_j/\partial X_i$ |9|,

$$\vec{\phi}(\vec{r},\vec{X})\ \frac{\partial \vec{r}}{\partial X_i} = \vec{C}_i\ , \tag{12}$$

que é facilmente resolvido para valores conhecidos de $\vec{r}$ e $\vec{X}$. A matriz $\vec{\phi}$ de (12) é montada a nível de elemento e depois expandida em uma matriz global para a estrutura.

Escoamento. Derivando (7), usando (6) e observando que a derivada de (4) é

$$\frac{\partial M_{pj}}{\partial X_i} = \begin{cases} 3 M_{pj}/X_i & \text{se } j \text{ é associado com } i \\ 0 & \text{se } j \text{ não é associado com } i \end{cases} \tag{13}$$

resulta em: se $P/P_y \leq 0.15$

(a) j-ésima seção associada com a variável X :

$$\partial g_{1j}/\partial X_i = (\partial m/\partial X_i - 3m/X_i)(1/\beta M_{pj})\ ; \tag{14}$$

(b) j-ésima seção não associada com a variável X :

$$\partial g_{1j}/\partial X_i = (1/\beta M_{pj})\,(\partial m/\partial X_i)\ . \tag{15}$$

Se $P/P \geq 0.15$:

$$\text{(a)}\quad \partial g_{1j}/\partial X_i = (1/\beta M'_{pj}) \left[\partial m/\partial X_i - (m/A)(3A/X_i - B)\right]; \tag{16}$$

$$\text{(b)}\quad \partial m_{1j}/\partial X_i = (Bm)/(A M'_{pj}\beta), \tag{17}$$

onde

$$A = 1 - P/P_y \qquad B = (1/P_y)(\partial P/\partial X_i - 2P/X_i)\ , \tag{18}$$

com

$$\partial P/\partial X_i = \begin{cases} \partial n/\partial X_i & \text{se } n \geq 0 \\ -\partial n/\partial X_i & \text{se } n < 0 \end{cases} \tag{19}$$

Fator de carga. A expressão analítica para o gradiente do fator de carga não é possivel de ser obtida. Desta maneira, não há outra alternativa senão recorrer a diferenças finitas.

Outras restrições. A obtenção das expressões dos gradientes das restrições de cone reverso e laterais é trivial |9|.

SISTEMA COMPUTACIONAL

O sistema computacional para projeto ótimo automático implementado é composto das seguintes seções: (i) análise baseada na teoria não-linear apresentada em |6|, em conexão com as formulações A e B; (ii) análise de sensibilidade; e (iii) otimização, com a utilização da rotina CONMIN baseada em um método de direções viáveis |12|.

A implementação da formulação A merece algumas considerações. Para valores de mais ou menos próximos da unidade, o algoritmo de otimização pode levar a projetos cuja carga crítica é menor do que a carga aplicada. Nestas condições, as equações de equilíbrio não podem ser satisfeitas; o processo de Newton-Raphson utilizado para a solução destas equações não converge, impedindo o cálculo dos momentos atuantes (restrições) e de seus gradientes. O procedimento adotado para contornar este problema, consiste em: (i) considerar o efeito de encruamento do material na seção de análise; (ii) parar o processo iterativo no momento em que a matriz de rigidez tangente se mostrar indefinida quanto ao sinal, armazenando os vetores correntes de deslocamentos $\{r\}_c$ e de cargas não equilibradas $\{\Delta\bar{Q}\}_c$; e (iii) calcular as restrições e gradientes utilizando uma penalização sobre o vetor dos deslocamentos, na forma: $\{r\} = (1 + \gamma \|\{\Delta Q\}_c\|/\|\{\bar{Q}\}\|)\{r\}_c$, onde γ é um parâmetro (neste trabalho $\gamma = 20$, i.e., os deslocamentos são dobrados para cada 5% de carga não equilibrada). Esta sistemática permite tanto uma diminuição nas capacidades de momento plástico reduzidas (6), através do aumento de carga axial, quanto um aumento no nível dos momentos atuantes, M_j, através do aumento das tensões devido ao efeito de encruamento. Assim, as restrições (7) tenderão a serem violadas, ajudando o otimizador a manter o projeto fora da região perigosa.

A formulação B, na realidade, nada mais representa do que uma alternativa para a solução das dificuldades referidas acima.

EXEMPLOS NUMÉRICOS

As propriedades do material utilizado nos exemplos apresentados a seguir, são representadas na Fig. 4. Os parâmetros da seção idealizada são: $W_0 = 0.10795$ m ; $T_{f0} = 0.0127$ m; $H_0 = 0.13208$ m; e $T_{w0} = 0.003048$ m. O volume da estrutura, então, será dado por (2): $\bar{F} = (0.0030671\ m^2)\,F$. Os resultados são apresentados em forma tabular retratando, respectivamente, os projetos ótimos obtidos pela aplicação do teorema do limite superior; pelo escalonamento deste último de forma a apresentar carga crítica igual à carga aplicada; e aqueles obtidos através das formulações A e B.

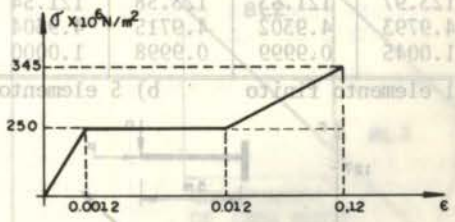


Figura 4. Propriedades constitutivas do material

Exemplo 1. A Figura 5 mostra, esquematicamente, a estrutura. Os resultados estão representados na Tabela 1. As restrições críticas são aquelas relativas aos momentos nas seções A, B, C, D e E, indicadas na Figura 5, quando utilizada a formulação A. O projeto ótimo dado pela formulação B é levemente inviável ($\lambda_{cr} < 1$); isto se deve ao otimizador, que permite pequenas violações nas restrições.

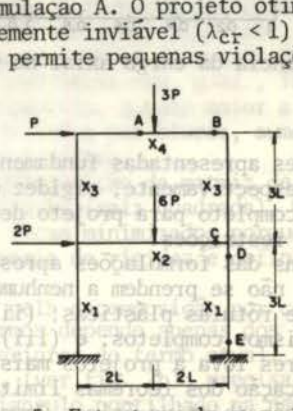


Figura 5. Estrutura do exemplo 1

Tabela 1. Exemplo 1 - Resultados

	F (m)	X_1	X_2	X_3	X_4	λ_{cr}
Ref. |2|	63.09	1.897	2.171	1.505	1.505	0.8689
|2| esc.	69.56	1.992	2.280	1.580	1.580	1.0000
Form. A	67.89	1.918	2.192	1.660	1.586	1.0370
Form. B	65.69	1.956	2.114	1.473	1.720	0.9988

Exemplo 2. Os resultados para o exemplo da Figura 6 estão apresentados na Tabela 2. Para a formulação A, as restrições críticas correspondem aos momentos nas seções A e B da Figura.

Tabela 2. Exemplo 2 - Resultados

	F (m)	X_1	X_2	X_3	λ_{cr}
Ref. |3|	16.51	1.780	1.324	1.491	0.9115
|3| esc.	17.62	1.839	1.368	1.540	1.0001
Form. A	17.83	1.794	1.366	1.598	1.0352
Form. B	17.35	1.710	1.339	1.625	1.0000

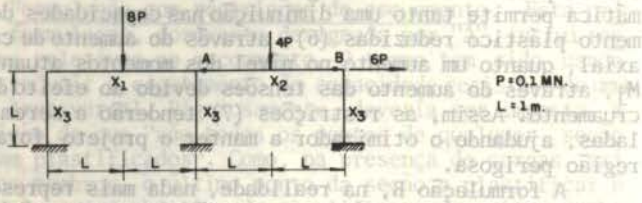


Figura 6. Estrutura do exemplo 2

Exemplo 3. A viga da Fig. 7 foi, inicialmente, otimizada com P = 0, utilizando-se 1 e 5 elementos finitos para a sua representação. No ciclo de otimização, a rotina CONMIN foi substituída por uma busca unidimensional, tendo em vista a existência de uma única variável de projeto. Os resultados estão apresentados na Tabela 3.

Posteriormente, verificou-se a influência da carga axial no projeto ótimo (ver Fig. 7).

Tabela 3. Exemplo 3 - Resultados

	T.L.S.	For. A^a	For. A^b	For. B^a	For. B^b
F (m)	123.97	121.53	123.58	121.54	123.61
X	4.9793	4.9302	4.9715	4.9304	4.9721
λ_{cr}	1.0045	0.9999	0.9998	1.0000	1.0003

a) 1 elemento finito b) 5 elementos finitos

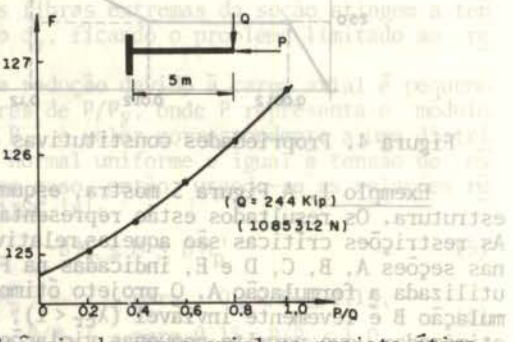


Figura 7. Influência da carga axial no projeto ótimo

CONCLUSÃO

As formulações apresentadas fundamentam-se em critérios distintos, respectivamente, rigidez e estabilidade. Um critério mais completo para projeto deveria englobar ambos os tipos de restrições.

Como vantagens das formulações apresentadas, pode-se mencionar: (i) não se prendem a nenhum padrão particular de formação de rótulas plásticas; (ii) não exigem a formação de mecanismos completos; e (iii) consideração de efeitos não-lineares leva a projetos mais realísticos, enquanto que a aplicação dos teoremas limites produz limitantes para a função objetivo ótima. Como desvantagens, não podem deixar de ser mencionadas: (i) esforço computacional consideravelmente maior e, (ii) dependência no tipo de seção transversal considerada, ao contrário do teorema do limite superior.

Entre as duas formulações, recomenda-se o uso da B por ser mais estável, apesar do cálculo de gradiente por diferenças finitas.

As simulações apresentadas aqui e em |9| mostram que, para efeito de projeto, pode ser mais recomendável o dimensionamento pelo teorema do limite superior, com posterior escalonamento visando a satisfação dos requisitos de estabilidade; perde-se algo na eficiência do projeto (mais pesado), mas ganha-se muito em esforço computacional. Somente nos casos em que ocorre distribuição de sigual de esforços axiais consideráveis é que se pode esperar resultados fracos para projeto pelo T.L.S. O exemplo 3 mostra, também, que podem ser necessários mais elementos, para uma representação adequada dos membros estruturais.

AGRADECIMENTOS

Ao CNPq, pela bolsa de estudos concedida ao primeiro autor, e à FINEP, pelo financiamento parcial da pesquisa.

REFERÊNCIAS

|1| Horne, M.R. e Morris, L.J., "Optimum design of multistory rigid frames", in: Gallagher, R.H. e Zienkievicz, O.C., Optimum structural design-theory and applications, Wiley, New York, 1973.

|2| Kirsch, U., "Optimum structural design, concepts, methods and applications", McGraw-Hill, New York, 1981.

|3| Heyman, J., "Plastic design of plane frames for minimum weight", Struc. Engnr., 31(5), p. 125-129, 1953.

|4| Vargo, L.G., "Nonlinear minimum-weight design of planar structures", J. Aeron. Sciences, 23(10), p. 956-960, 1956.

|5| Majid, K.I. e Anderson, D., "Elastic-plastic design of sway frames by computer", Proc. Inst. Civil Engrs., V. 41, 1968.

|6| El-Zanate, M.H.; Murray, D.W. e Bjorhovde, R.,"Inelastic behavior of multistory steel frames", Structural Engng. Report, N. 83, Department of Civil Engng., Univ. of Alberta, 1980.

|7| Brown, D.M. e Ang, A.H.S.," Structural optimization by nonlinear programming", J. Struc. Div.,ASCE, 92(ST6), p. 319-340, 1966.

|8| Americam Institute of Steel Construction - AISC, "Steel construction manual", 1966.

|9| Melo, A.M.C. de , "Otimização de pórticos planos de aço no regime plástico", Tese de Mestrado, ITA, 1985.

|10| Fenves, S.J. e Gonzalez-Caro, A., "Network-topological formulation of analysis and design of rigid-plastic framed structure", Int. J. Num. Meth. Engng., V. 3, p. 425-441, 1971.

|11| Waszczyszyn, Z., "Numerical problems of nonlinear atability analysis", Computers & Strctures, 17(01), p. 13-24, 1983.

|12| Vanderplaats, G.N., "CONMIN - a fortran program for constrained function minimization - user's manual", NASA TMX-62.282, 1973.

SUMMARY

Two formulations for inelastic minimum-weight design of steel plane frames are presented and compared with other works. One of the formulations considers constraints on member-section yield and the other, a constraint on the critical load factor. A quadratic cost function, I-cross section, proportional loading and only one design variable per member are considered. Analitical expressions for the gradients of nonlinear constraints are derived and numerical procedures for the determination of the critical load factor are discussed. A routine based on the method of feasible directions is used as optimizer.

UM PROGRAMA DE OTIMIZAÇÃO DE TRELIÇAS DE ALUMÍNIO EM MICROS DA FAMÍLIA APPLE

JOÃO CARLOS ESPÍNDOLA
SOLLY ANDY SEGENREICH
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA — PUC/RJ

SUMÁRIO

Um programa de análise e otimização de treliças de alumínio para micros de 8 bits tipo "Apple" é implementado à partir da utilização do subsistema Microsapo.

O programa considera restrições de deslocamento e restrições do tipo tensão admissível em tração ou compressão segundo a norma da "The Aluminium Association". Exemplos numéricos são apresentados e a capacidade prática do programa é discutida em termos do armazenamento da matriz de rigidez por blocos.

INTRODUÇÃO

A rápida disseminação de microcomputadores, que teve como causa a vertiginosa queda de preços destes equipamentos, fez com que pequenas e médias firmas, ou mesmo profissionais autônomos, se interessassem pelos recursos computacionais.

Na área do projeto estrutural, vários programas envolvendo análise matricial para vigas, treliças e pórticos estão sendo implementados e colocados no mercado para utilização em microcomputadores.

O desenvolvimento apresentado neste trabalho visa possibilitar ao usuário de micros o projeto iterativo no sentido da otimização de treliças planas de alumínio.

Para a fase de análise, foram utilizadas as técnicas matriciais clássicas considerando o comportamento linear [1]. Como restrições, foram consideradas as tensões admissíveis segundo a norma da The Aluminium Association [2], além de deslocamentos admissíveis fornecidos pelo usuário.

A etapa do redimensionamento otimizado foi executada mediante a chamada ao subsistema Microsapo, segundo técnicas baseadas no Lagrangeano [3,4]. O subsistema Microsapo é objeto de outro trabalho neste Congresso.

Para contornar o problema da pouca disponibilidade de memória principal, foi utilizada uma subdivisão da matriz em blocos, que são armazenados em disquetes e chamados segundo o progresso da fatorização. A matriz decomposta também é armazenada em blocos já organizados para a solução do sistema sob os diversos carregamentos. A técnica de subdivisão em blocos já foi utilizada em trabalhos anteriores [5,6], cabendo ressaltar que o algorítmo desenvolvido para este programa seguiu metodologia própria. A extensão do programa para treliças espaciais é simples e será nosso próximo objetivo.

Este trabalho utilizou o subsistema Microsapo cujo desenvolvimento foi parcialmente financiado pelo Banco do Brasil através do FIPEC.

ARMAZENAMENTO DA MATRIZ DE RIGIDEZ EM BLOCOS E SUA DECOMPOSIÇÃO

Para a análise estática de uma estrutura, tem-se como objetivo primário calcular os deslocamentos a partir de forças externas dadas, isto é, devemos resolver o seguinte sistema linear [1],

$$K.\underset{\sim}{u} = \underset{\sim}{F} \qquad (1)$$

onde K é a matriz de rigidez da estrutura; u é o vetor de deslocamentos e F é o vetor de forças externas.

A matriz de rigidez é função das coordenadas dos nós, da numeração dos membros e dos nós, dos vínculos e, também, do material de cada um dos membros e da área da seção transversal.

Na grande maioria dos casos práticos, tem-se estruturas com matrizes muito grandes, mesmo bem numeradas.

Para economia de memória principal, a matriz de rigidez da estrutura é armazenada em blocos (tantos quantos forem necessários), e apenas os termos que ficam no interior de uma largura de banda são guardados. Na figura abaixo, vê-se a matriz de rigidez (simétrica, positiva definida) com a indicação da largura de banda, do seu comprimento e do comprimento de cada bloco.

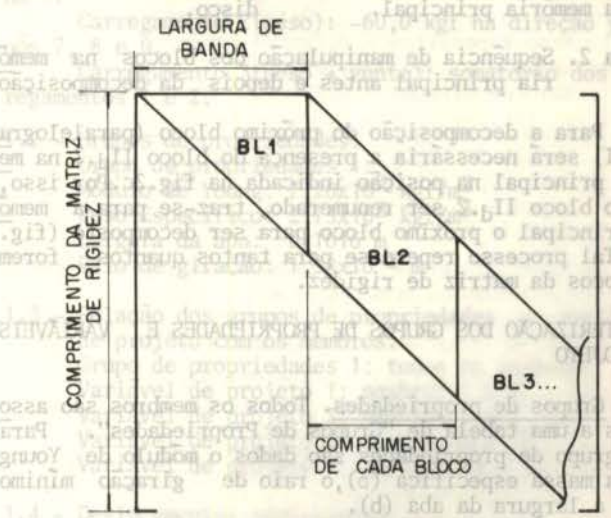


Figura 1. Disposição Típica da Matriz de Rigidez

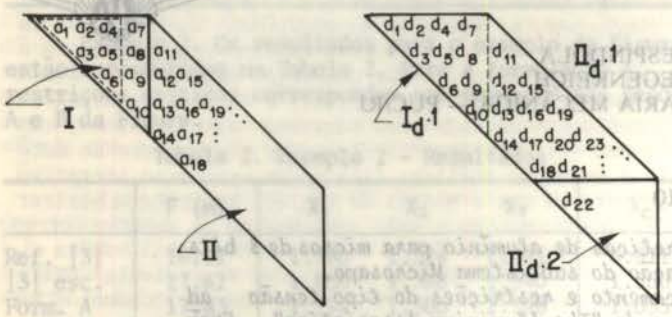
O algorítmo de divisão por blocos é utilizado com o objetivo de possibilitar, mediante sistemática comunicação com o disco, o trabalho de decomposição da matriz de rigidez. Sem o uso desse algorítmo, seria impossível o armazenamento na memória da matriz de rigidez correspondente a uma estrutura com, p.ex., 100 nós.

Em contrapartida, quanto maior a estrutura, maiores são as subdivisões por blocos, aumentando-se assim o tempo de processamento.

Para a decomposição da matriz de rigidez, usou-se o método de Cholesky (raiz quadrada). Os problemas de arredondamento ficam minimizados porque o vetor onde é armazenada a matriz de rigidez é definido em dupla precisão.

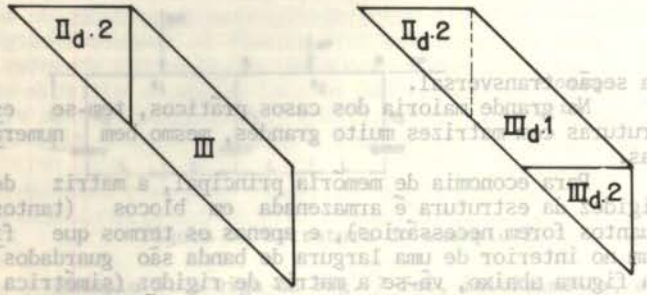
Optou-se pela decomposição por colunas, na qual cada um dos termos depende apenas dos termos referentes às colunas anteriores ao termo atual. P.ex.: para se obter o termo d_4, (ver fig. 2b), precisa-se dos termos interiores ao triângulo pontilhado na não decomposta (fig. 2a). Do mesmo modo, podemos obter o termo d_5 e o termo

d_6. Portanto, conclui-se que o primeiro bloco da matriz decomposta (triângulo $I_d.1$) é calculado usando apenas o bloco I. Para que o bloco II seja decomposto, serão necessários os termos do bloco $I_d.1$. Após essa decomposição, armazena-se o primeiro paralelogramo decomposto ($I_d = I_d.1 + II_d.1$) em disco, por linha.



(a) Decomp. dos blocos I e II

(b) Armazenamento do bloco I_d em disco.



(c) Translação de $II_d.2$ e armazenamento de III na memória principal.

(d) Armazenamento de II_d ($II_d.2 + III_d.1$) em disco.

Figura 2. Sequência de manipulação dos blocos na memória principal antes e depois da decomposição.

Para a decomposição do próximo bloco (paralelogramo III) será necessária a presença do bloco $II_d.2$ na memória principal na posição indicada na fig.2c. Por isso, após o bloco $II_d.2$ ser renumerado, traz-se para a memória principal o próximo bloco para ser decomposto (fig. 2c). Tal processo repete-se para tantos quantos forem os blocos da matriz de rigidez.

CARACTERIZAÇÃO DOS GRUPOS DE PROPRIEDADES E VARIÁVEIS DE PROJETO

Grupos de propriedades. Todos os membros são associados a uma tabela de "Grupos de Propriedades". Para cada grupo de propriedades são dados o módulo de Young (E), a massa específica (ρ), o raio de giração mínimo (r) e a largura da aba (b).

Variáveis de Projeto. Para variáveis de projeto são consideradas as áreas transversais dos membros. Cabe ressaltar que é definida uma tabela associando os membros à respectivas variáveis de projeto podendo vários membros pertencer à mesma variável de projeto.

RESTRIÇÕES DE DESLOCAMENTO E SUAS DERIVADAS

As restrições de deslocamento são do tipo

$u_j \leq u_{jadm}$ - o sinal do deslocamento admissível será igual ao do deslocamento real verificado.

Em forma adimensional

$$g_j = \frac{u_j}{u_{jadm}} - 1 \leq 0 \qquad (2)$$

Diferenciando (2) em relação à variável de projeto A_k, tem-se

$$\frac{\partial g_j}{\partial A_k} = \frac{1}{u_{jadm}} \frac{\partial u_j}{\partial A_k} \qquad (3)$$

Por outro lado, diferenciando (1), tem-se

$$K \frac{\partial \underset{\sim}{u}}{\partial A_k} = - \frac{\partial K}{\partial A_k} \underset{\sim}{u} \qquad (4)$$

Considerando que a matriz de rigidez de cada barra é proporcional à sua área, observamos que $\frac{\partial K}{\partial A_k}$ é a soma das matrizes de rigidez dos elementos associados à variável de projeto A_k divididos pela própria área A_k.

Assim, as derivadas em (3) são obtidas diretamente à partir da solução do sistema linear (4) cujo vetor independente é facilmente computado.

TENSÕES ADMISSÍVEIS E SUAS DERIVADAS

As restrições de tensão são escritas para cada barra i na forma,

$|\sigma_i| \leq |(\sigma_{adm})_i|$ - a tensão admissível terá o mesmo sinal da tensão verificada no membro.

Em forma adimensional

$$g_i = \frac{\sigma_i}{(\sigma_{adm})_i} - 1 \leq 0 \qquad (5)$$

Diferenciando (5) tem-se,

$$\frac{\partial g_i}{\partial A_k} = \frac{1}{(\sigma_{adm})_i} \frac{\partial \sigma_i}{\partial A_k} - \frac{\sigma_i}{(\sigma_{adm})_i^2} \frac{\partial (\sigma_{adm})_i}{\partial A_k} \qquad (6)$$

A tensão σ_i pode ser calculada a partir de

$$\sigma_i = \bar{K}_i \underset{\sim}{u} \qquad (7)$$

onde $\bar{K}_i$ é a matriz de rigidez do elemento i dividida por sua área A_i.

Assim,

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial A_k} = \delta_{ik} \bar{K}_i \frac{\partial \underset{\sim}{u}}{\partial A_k} \qquad (8)$$

onde

$$\delta_{ik} = \begin{cases} 1; & i = k \\ 0; & i \neq k \end{cases}$$

As tensões admissíveis $(\sigma_{adm})_i$ foram calculadas à partir da ref [2] para alumínio 6061. As tensões são dadas em ksi sendo que o próprio programa as converte para kg/m^2.

Devem ser consideradas duas condições diversas. Tração ($\sigma_i > 0$) ou compressão ($\sigma_i < 0$)

a) Tração ($\sigma_i > 0$)

$$(\sigma_{adm})_i = 19 \qquad (9)$$

b) Compressão ($\sigma_i < 0$)

$$(\sigma_{adm}) = \begin{cases} 19 & \frac{L}{r} < 9,5 \\ 20,2 - 0,126\,\frac{L}{r} & 9,5 \leq \frac{L}{r} \leq 66 \\ \frac{51000}{(\frac{L}{r})^2} & \frac{L}{r} > 66 \end{cases} \quad (10)$$

onde L é o comprimento do membro e r é o raio de giração mínimo. A tensão admissível deve atender,também, ao critério de flambagem local da aba. Assim,

$$(\sigma_{adm}) = \begin{cases} 19 & \frac{b}{t} < 5,2 \\ 23,1 - 0,79\,\frac{b}{t} & 5,2 \leq \frac{b}{t} \leq 12 \\ \frac{1970}{(\frac{b}{t})^2} & \frac{b}{t} < 12 \end{cases} \quad (11)$$

onde b é a largura da aba e t é a sua espessura.

Para derivadas da tensão admissível, tem-se

$$\frac{\partial(\sigma_{adm})_i}{\partial A_k} = \delta_{ik}\,\frac{\partial(\sigma_{adm})_i}{\partial A_k} = \frac{\partial(\sigma_{adm})_i}{\partial A_i} \quad (12)$$

a) $\sigma_i > 0$

$$\frac{\partial(\sigma_{adm})_i}{\partial A_i} = 0 \quad (13)$$

b) $\sigma_i < 0$

Neste caso devemos notar que como a aba, por hipótese, se mantém constante em relação à variável de projeto, a tensão admissível só variará segundo as expressões em (11).

Considerando perfis L com abas iguais,podemos relacionar a espessura t_i com a área da seção A_i na forma,

$$t_i = b_i - \sqrt{b_i^2 - A_i} \quad (14)$$

Logo, fazendo $S_1 = \frac{b}{t}$

$$\frac{\partial(\sigma_{adm})_i}{\partial A_i} = \begin{cases} 0 & \frac{b}{t} < 5,2 \\ \frac{0,395\,S_1}{t^2(S_1-1)} & 5,2 \leq \frac{b}{t} \leq 12 \\ \frac{1970}{b^2(S_1-1)} & \frac{b}{t} > 12 \end{cases} \quad (15)$$

DESCRIÇÃO DA INTERFACE DO PROGRAMA COM O SUBSISTEMA MICROSAPO

No presente trabalho, a função objetivo é o peso da estrutura.

Como o susbsistema Microsapo tem um modo padronizado de leitura de dados do disco, a sequência de gravação da função objetivo, restrições e derivadas foi devidamente compatibilizada.

Tal sequência é a seguinte:

I - Gravação no arquivo chamado "RESTRIC" do valor da função objetivo e das restrições (no caso, optou-se por gravar primeiramente as restrições de tensão e,após, as de deslocamento).

II - Gravação no arquivo chamado "DERIV" das derivadas da função objetivo e das derivadas das restrições, por restrição.

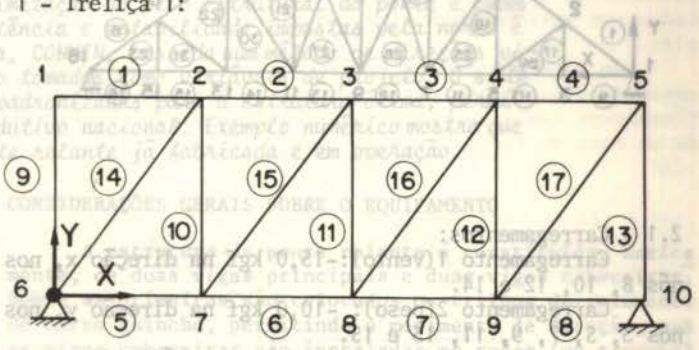
III - Com relação às variáveis de projeto, grava-se no arquivo "VARIAV" o valor das variáveis de projeto, o limite inferior e o limite superior.

De posse desses dados, o subsistema Microsapo calcula as novas variáveis de projeto.

A partir daí, retorna-se para o programa de Análise, o qual recalculará a nova matriz de rigidez, a nova matriz decomposta, os novos deslocamentos e, finalmente, novas restrições e derivadas, além do novo valor da função objetivo.

Exemplos Numéricos:

1 - Treliça 1:



1.1 - Carregamentos:

Carregamento 1(vento):-70,0 kgf na direção x, no nó 5.

Carregamento 2(peso): -60,0 kgf na direção y,nos nós 7, 8 e 9.

Carregamento 3(peso + vento): somatório dos carregamentos 1 e 2.

1.2 - Grupos de propriedades:

Grupo de propriedades 1:
Módulo de Young: $7,20 \times 10^9$ kgf/m^2
Peso Específico: $2,75 \times 10^3$ kgf/m^3
Largura da aba: 0,1016 m
Raio de giração: $1,98 \times 10^{-2}$ m

1.3 - Relação dos grupos de propriedades e variáveis de projeto com os membros:

Grupo de propriedades 1: todos os membros
Variável de projeto 1: membros 1 a 4
Variável de projeto 2: membros 5 a 8
Variável de projeto 3: membros 9 a 13
Variável de projeto 4: membros 14 a 17

1.4 - Deslocamentos Admissíveis:

Deslocamento horizontal admissível nos nós 4 e 5 = $1,0 \times 10^{-3}$ m.
Deslocamento vertical admissível nos nós 7, 8 e 9 = $1,0 \times 10^{-3}$ m.

1.5 - Variáveis de Projeto:

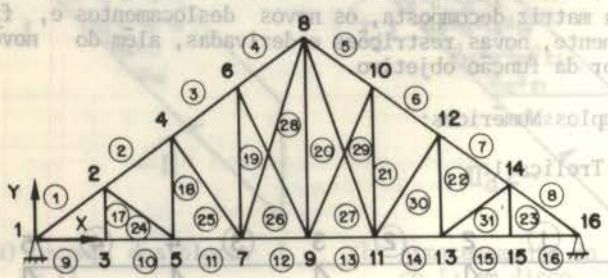
	Var.Proj. Inicial (10^{-3} m^2)	Var. Proj. Final (10^{-3} m^2)
1	1,012	0,6202
2	0,9027	0,2729
3	1,746	0,5465
4	2,446	1,091

Peso Inicial (kgf)	Peso Final (kgf)
587,5	239,1

Na estrutura final ficou ativa 1 restrição:

Tensão no membro 14 para o carregamento 3:
Tensão = $-1{,}299 \times 10^5$ kgf/m^2
Tensão Admissível = $-1{,}407 \times 10^5$ kgf/m^2
Restrição = -0,07694

2 - Treliça 2:



2.1 - Carregamentos:
Carregamento 1(vento):-15,0 kgf na direção x, nos nós 8, 10, 12 e 14.
Carregamento 2(peso): -10,0 kgf na direção y, nos nós 3, 5, 7, 9, 11, 13 e 15.
Carregamento 3(peso + vento): somatório dos carregamentos 1 e 2.

2.2 - Grupos de propriedades:

2.2.1 - Grupo de propriedades 1:
Módulo de Young = $7{,}20 \times 10^9$ kgf/m^2
Peso Específico = $2{,}75 \times 10^3$ kgf/m^3
Largura da aba = 0,1016 m
Raio de Giração = $1{,}981 \times 10^{-2}$ m

2.2.2 - Grupo de propriedades 2:
Módulo de Young = $7{,}20 \times 10^9$ kgf/m^2
Peso Específico = $2{,}75 \times 10^3$ kgf/m^3
Largura da aba = 0,0889 m
Raio de Giração = $1{,}727 \times 10^{-2}$ m

2.3 - Relação dos grupos de propriedades e variáveis de projeto com os membros:
Grupo de propriedades 1: membros 1 a 16
Grupo de propriedades 2: membros 17 a 31
Variável de projeto 1: membros 9 a 16
Variável de projeto 2: membros 1 a 4
Variável de projeto 3: membros 5 a 8
Variável de projeto 4: membros 17 a 23
Variável de projeto 5: membros 24 a 31

2.4 - Deslocamentos Admissíveis
Deslocamento horizontal admissível nos nós 6,8 e 10 = $1{,}0 \times 10^{-3}$ m.
Deslocamento vertiçal admissível nos nós 3, 5, 7, 9, 11, 13 e 15 = $1{,}0 \times 10^{-3}$ m

2.5 - Variáveis de projeto:

	Var. Proj.Inicial (10^{-3} m^2)	Var. Proj. Final (10^{-3} m^2)
1	1,044	0,2481
2	1,549	1,088
3	2,172	0,8941
4	0,900	0,2029
5	2,264	0,5317

Peso Inicial (kgf)	Peso Final (kgf)
1695	518,2

Na estrutura final ficaram ativas 2 restrições:

Deslocamento do nó 13 na vertical para o carregamento 3:
Deslocamento = $-0{,}908 \times 10^{-3}$ m
Restrição = -0,09202

Tensão no membro 30 para o carregamento 3:
Tensão = $-4{,}666 \times 10^4$ kgf/m^2
Tensão Admissível = $-5{,}141 \times 10^4$ kgf/m^2
Restrição = -0,09239

REFERÊNCIAS

[1] Gere, J.M. and Weaver, W., "Analysis of Framed Structures", D. Van Nostrand Co. 1965.

[2] The Aluminium Association, "Specifications for Aluminium Structures", New York, November 1971.

[3] Segenreich, S.A., Zouain, N. and Herkovits, J., "An Optimality Criteria Method Based on Slack Variables Concept for Large Scale Structural Optimization", Symposium on Computer Methods in Engineering, USC, los Angeles, August 1977.

[4] Segenreich, S.A. and Costa Filho, P.A., "A Computational Programa for Design Optimization" Proceedings of the 9th Canadian Congress of Applied Mechanics, Saskatoon, May 30 - June 3, 1983.

[5] Bathe, K.J., Doherty, W.P. and Wilson, E.L., "Direct Solution of Large Systems of Linear Equations", Computers & Structures, (4), 363-372, 1974.

[6] Deni, M. & Priolo, P. "An Active Areas Brandsolver for the Resolution of Moderately Large System of Equations", Computer & Structures, (11), 489-506, 1980.

SUMMARY

The present work presents the development of a microcomputer program for the analysis and optimal design of aluminium trusses.

The partition of the stiffness matrix in blocks and their storage on disk memory is carried on in order to handle large scale trusses.

The program considers stress constraints in tension and compression as given by the Aluminium Association. Displacement constraints can also be specified by the user. Two numerical examples are presented.

OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS DE PONTES ROLANTES PROTENDIDAS

MARCELO DE FIGUEIREDO PIMENTA, FEG/UNESP
PAULO RIZZI, ITA/IEAE
TADEU ROBERTO NEMIR MARINHO, MECÂNICA PESADA S.A.

A otimização de estruturas de pontes rolantes protendidas, dimensionadas conforme a norma brasileira da ABNT-PNB-283, é considerada. Apesar do protensionamento não ser condição prevista por esta norma, é tratado aqui como um caso especial de solicitação. O problema de programação matemática, da minimização do peso estrutural da ponte e cabos de protensão, sujeito às restrições de resistência e estabilidade impostas pela norma é resolvido mediante a utilização de uma rotina, CONMIN, baseada num método de direções viáveis. As dimensões lineares da estrutura são tomadas como variáveis de projeto. O sistema desenvolvido garante espessuras de chapa padronizadas para a estrutura ótima, permitindo sua direta utilização pelo sistema produtivo nacional. Exemplo numérico mostra que é possível redução de até 35% de peso de ponte rolante já fabricada e em operação.

INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de um sistema computacional para gerar automaticamente o projeto ótimo da estrutura de determinado equipamento, é de relevante importância prática. Se, ainda, forem observados todos os requisitos estabelecidos pelas normas brasileiras, e os cálculos estruturais baseados em hipóteses aprovados pelas entidades envolvidas na construção e utilização do equipamento, o sistema poderá ser utilizado de imediato.

A importância prática do sistema pode ser demonstrada pelo atendimento às necessidades industriais, tanto durante a fase de concorrência, quanto durante a fase de execução do projeto.

Na fase de concorrência, a indústria tem a sua competividade aumentada, devido a:

a) apresentação de uma oferta com preço reduzido – o projeto, além de otimizado (e.g., menor peso), tem seu custo diminuído pela redução no tempo necessário para cálculo; e

b) redução no tempo de preparação de ofertas – isto possibilita, além da apresentação de um projeto conforme solicitado pelos editais de concorrência, a apresentação de ofertas alternativas, dentro das normas de projeto, de modo a sensibilizar o cliente através de reduções no preço do equipamento.

Na fase de execução, a indústria obtém, como vantagens:

a) aumento na confiabilidade dos cálculos;
b) redução nas horas de projeto;
c) redução na necessidade de pessoal especializado;
d) adoção de uma posição de vanguarda frente a concorrentes; e
e) promoção da imagem frente aos clientes.

Com base nestes argumentos, foram desenvolvidos dois sistemas. O primeiro trata da otimização de estruturas de pontes rolantes convencionais [1,2]. Com a finalidade de estabelecer o mérito deste sistemas computacional, foram otimizados (minimizados os pesos próprios das estruturas) pontes rolantes já construídas e em operação. Os projetos ótimos destes equipamentos apresentaram, em relação aos projetos reais, reduções de peso da ordem de 20%.

O segundo sistema, objeto deste trabalho, trata da otimização de estruturas de pontes rolantes protendidas, sendo esta protensão feita através de cabos, no regime elástico. O desenvolvimento deste sistema, a partir do anterior, além de obter estruturas mais leves, teve como objetivo a fixação de diretrizes para, através da protensão, propiciar o aumento de carga útil de equipamentos em operação, a baixo custo. O primeiro objetivo foi plenamente atingido, devendo o segundo ainda ser estudado.

Com a finalidade de demonstrar a validade do sistema, foi otimizada uma ponte de 100 t de capacidade e 28 m de vão. São apresentados os projetos: (i) real; (ii) otimizado sem protensionamento; e (iii) otimizado com protensionamento.

CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE O EQUIPAMENTO

A estrutura da ponte rolante é constituída, basicamente, de duas vigas principais e duas vigas cabeceiras. Sobre as primeiras são colocados os trilhos de rolamento do carro guincho, permitindo o movimento de direção; sob as vigas cabeceiras são instaladas as rodas (ou truques), possibilitando o movimento de translação.

As vigas principais são unidas às vigas cabeceiras de modo a formar um quadro rígido. Neste trabalho, estas vigas são consideradas do tipo caixão, por ser este o tipo mais recomendável para pontes rolantes de grande capacidade e/ou vão.

As vigas cabeceiras (não protendidas) tem sua seção transversal de forma retangular e simétrica em relação a ambos os eixos, vertical e horizontal (Fig. 3e).

As vigas principais, quando submetidas aos carregamentos de serviço e ao protensionamento, apresentam tensões conforme os diagramas da Figura 1. Projetando estas vigas com seção simétrica, a parte inferior da viga fica superdimensionada. Afim de utilizar toda a capacidade de resistência do material, a seção deve ser assimétrica em relação ao eixo horizontal, apresentando o centróide deslocado em direção à aba superior. Como pode ser visto na Figura 3b, esta seção apresenta, também, assimetria em relação ao eixo vertical [3].

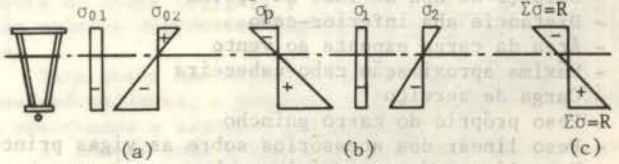


Figura 1. Tensões em uma Viga Protendida
(a) Protensionamento, (b) Carregamento, (c) Superposição

Aproveitando-se a alta rigidez torsional das vigas caixão, foi possível o posicionamento do trilho de rolamento do carro sobre a alma interna da viga. Em consequência, o número de reforços internos é diminuído. O posicionamento do trilho sobre o centro de cisalhamento da seção transversal, resultaria na ausência de torção. Entretanto, seria necessária a colocação de um reforço longitudinal na aba superior, internamente à seção, para melhorar a resistência à flexão localizada desta aba.

As rodas (ou truques) do movimento de translação foram colocadas sob a viga cabeceira, externamente ao quadro, de modo a facilitar o seu acionamento.

Os cabos de protensão podem ser instalados tanto interna quanto externamente à viga principal. No primeiro caso, o manuseio dos cabos e sua proteção contra corrosão tornam-se mais fáceis. No segundo caso, é possível uma melhor eficiência dos cabos, aumentando a sua excentricidade (distância entre cabos e o centróide). Uma excentricidade muito alta, entretanto, dificulta e encarece o ancoramento dos cabos à viga, além de diminuir o espaço livre

abaixo da ponte rolante.

As vigas principais da ponte rolante podem ser total ou parcialmente protendidas (ficando isto a cargo do otimizador).

Estabelecida a configuração básica da ponte rolante, a avaliação de determinado projeto pode ser feita através de seu custo ou, como feito neste trabalho, através o peso próprio da estrutura. Este peso próprio, calculado por uma função denominada de "objetivo", refere-se ao peso das vigas cabeceiras e principais, acrescido do peso dos cabos de protensão. Este último é multiplicado por um fator (no caso 3) que indica a relação entre os preços por quilo de cabo instalado e das chapas metálicas.

ANÁLISE ESTRUTURAL

A estrutura da ponte é idealizada como uma estrutura espacial (Fig. 2), onde as rodas motrizes são representadas por articulações e as rodas movidas, por apoios simples.

Na determinação dos esforços solicitantes provenientes do choque roda-trilho, o modelo foi modificado retirando-se todas as vinculações externas, por tratar-se de um caso de forças externas auto-equilibradas.



Figura 2. Idealização da Estrutura da Ponte Rolante.

Parâmetros e Variáveis de Projeto. Os parâmetros de projeto considerados necessários ao cálculo estrutural são apresentados na Tabela 1. Na Figura 3, estão representadas as variáveis de projeto.

Tabela 1 - Parâmetros de Projeto

LP	- Vão da ponte rolante
DP	- Distância entre eixos da ponte
BC	- Bitola do carro guincho
DC	- Distância entre eixos do carro
CM	- Comprimento do carro
CN	- Altura do carro
HT	- Altura do trilho do carro
BL	- Balanço da aba do lado do trilho
HC	- Distância aba inferior-cabo
SCG	- Área da carga exposta ao vento
C	- Máxima aproximação cabo-cabeceira
PS	- Carga de serviço
PC	- Peso próprio do carro guincho
QP	- Peso linear dos acessórios sobre as vigas princ.
QC	- Peso linear dos acessórios sobre as vigas cabec.
PM	- Peso do mecanismo de transação da ponte
VT	- Velocidade de translação
VL	- Velocidade de elevação da carga
VW	- Velocidade máxima do vento em serviço
VWM	- Velocidade máxima do vento fora de serviço
AT	- Aceleração do movimento de translação
AG	- Aceleração da gravidade
KB	- Constante elástica do batente da ponte
λ	- Coeficiente de rolamento da ponte
W	- Coeficiente de majoração devido ao grupo da ponte
β	- Coef. major. da carga nominal para ensaios
ψh	- Coeficiente de majoração devido ao balanço da carga
E	- Módulo de elasticidade do material da ponte
EC	- Módulo de elasticidade do material do cabo
CC	- Fator de majoração do peso do cabo
σ_E	- Tensão de escoamento do material da ponte
σ_R	- Tensão de ruptura do material da ponte
σ_w	- Tensão de fadiga - material são
σ_w	- Tensão de fadiga - regiões próximas à solda
σ_k	- tensão de fadiga - pontos sob o trilho
σ_{EC}	- Tensão de ruptura do cabo

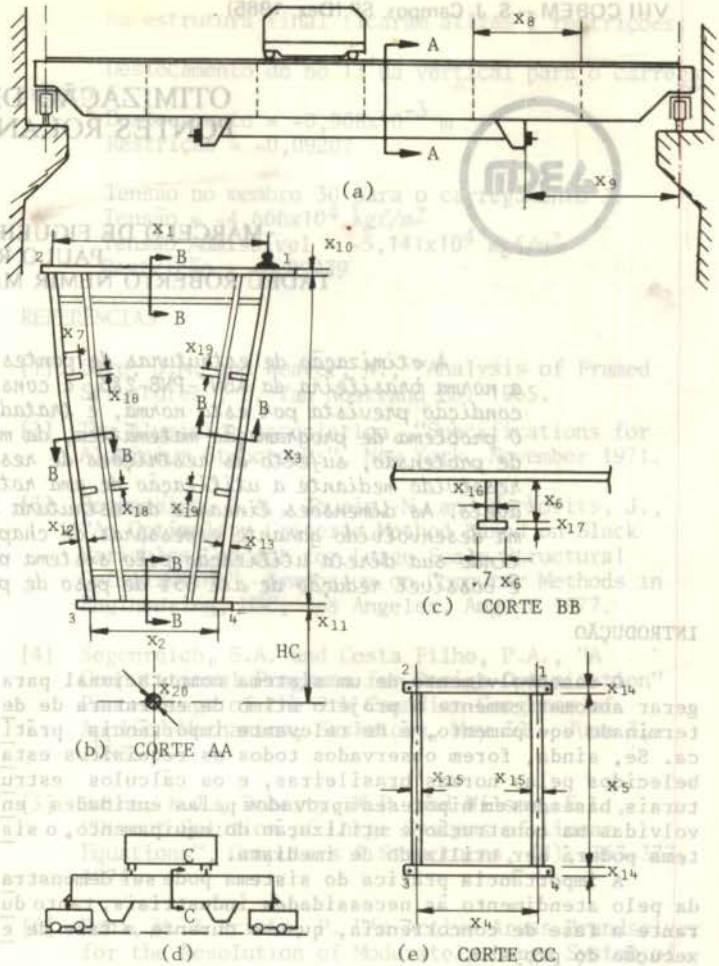


Figura 3. Variáveis de Projeto e Pontos para Cálculo de Tensão.

Carregamento sobre a Estrutura da Ponte Rolante. O cálculo da estrutura deste equipamento é feito considerando uma série de carregamentos estabelecidos pela norma brasileira ABNT-PNB-283 [4], além de outro carregamento devido ao protensionamento. Para maiores detalhes o leitor deve referir-se a [5].

São definidos como carregamentos principais, o peso próprio da estrutura da ponte com os seus acessórios fixos (SG1), acrescidos do peso próprio do carro (SG2) e do peso da carga de serviço (SL).

Os carregamentos devidos aos movimentos horizontais são aqueles provenientes das cargas de inércia associadas a acelerações ou desacelerações do movimento de translação da ponte, e das cargas transversais ao caminho de rolamento devidas ao choque do flange da roda com o trilho (SH). São, também, provenientes das cargas de inércia devidas ao choque da ponte rolante contra o batente no final do caminho de rolamento (SB).

Os carregamentos devidos aos efeitos climáticos são as cargas horizontais provenientes da pressão do vento, com velocidade VW, sobre a estrutura, carro e carga, estando a ponte em serviço (SW). São ainda, as cargas horizontais provenientes da pressão do vento, de velocidade VWM, sobre a estrutura e o carro, estacionados e sem carga (SWM).

Finalmente, o carregamento devido ao protensionamento (SP) completa o conjunto de solicitações.

A estrutura da ponte deve, então, ser verificada para seis combinações dos carregamentos mencionados:

Caso 1 - Aparelho em serviço sem vento - n=1.5

$$S1 = W (SG1 + SG2 + \psi * SL + SH + SP)$$

Caso 2 - Aparelho em serviço com vento - n=1.33

$$S2 = W (SG1 + SG2 + \psi * SL + SH + SP) + SW$$

Caso 3 - Aparelho submetido a solicitações excepcionais - n=1.1

a) Aparelho fora de serviço com vento máximo

$$S3A = SG1 + SG2 + SP + SWM$$

b) Aparelho em serviço sob efeito de um amortecimento

$$S3B = SG1 + SG2 + SL + SP + SB$$

c) Aparelho submetido aos ensaios estáticos e dinâm.

$$S3C = SG1 + SG2 + \beta * SL$$

d) Aparelho estacionário sem carro guincho

$$S3D = SG1 + SP$$

onde n é o coeficiente de segurança para cálculo das tensões admissíveis.

Análise de Tensões. Para efetuar a análise de tensões, o carro é posicionado de modo a introduzir os maiores esforços solicitantes nas seções das vigas principais e cabeceiras. As seções adotadas para estudo são: na viga principal, sob uma das rodas do carro (seção 1) e junto à viga cabeceira (seção 2); na viga cabeceira, junto à viga principal, externo ao quadro (seção 3) e junto a viga principal, interno ao quadro (seção 4).

As posições críticas do carro, mencionadas acima, são determinadas pela distância entre o trilho de rolamento da ponte rolante e a roda do carro mais próxima. A primeira posição, XCR(1), é caracterizada por introduzir momentos fletores verticais máximos nas vigas principais. A segunda posição, XCR(2), é aquela em que se obtém momentos torsores e esforços cortantes verticais máximos nas vigas cabeceiras. A terceira posição, XCR(3), provoca momentos fletores horizontais máximos nas vigas cabeceiras. A quarta posição, XCR(4), produz máximo momento fletor vertical na parte não protendida das vigas principais. As expressões destas posições críticas são dadas abaixo:

$$XCR(1) = \frac{(F2+\psi F3)\,[EXC^2(LP-DC)/DD - 2 + DC/LP] - Q1*LP/2}{(F2+\psi F3)\,[2*EXC^2/DD - 4/LP] - Q1} \quad (1)$$

onde F2 é a reação da roda do carro devida ao peso próprio; F3 é a reação da roda do carro devida à carga de serviço; Q1 é o peso próprio distribuído da viga principal e acessórios; EXC é a excentricidade do cabo de protensão, já definida; e $DD = E*JV1*[LP - 2*X(9)]\,[EXC^2(E*JV1) + 1/(EC*SC) + 1/(E*ST1)]$, sendo JV1 o momento de inércia da seção transversal da viga principal, em relação a um eixo vertical passando pelo seu centróide; ST1, a área resistente do cabo em protensão. Os demais parâmetros e variáveis estão definidos da Tabela 1 e na Figura 3.

$$XCR(2) = C \quad (2)$$

$$XCR(3) = (LP - BC)/2 \quad (3)$$

$$XCR(4) = X(9) \quad (4)$$

A análise de tensões é efetuada para as seções 1, 2, 3 e 4 e para cada uma das posições críticas do carro. São verificados os quatro pontos localizados nos extremos das seções transversais (ver Fig. 3). Afim de verificar as seções das duas vigas principais, os esforços horizontais são aplicados nos dois sentidos do movimento de translação da ponte rolante. As tensões nos quadros dos reforços transversais das vigas principais são calculadas considerando-se os esforços de cisalhamento atuantes nas vigas [6]. A análise é efetuada para cada caso de solicitação, calculando-se as tensões normais, de cisalhamento e equivalentes (ou de von Mises). A determinação das tensões mínimas, para verificação da estrutura quanto à fadiga, é efetuada considerando o carro estacionado, sem carga, na extremidade oposta à das seções 3 e 4, e os esforços horizontais aplicados no sentido oposto ao do cálculo das tensões máximas. A verificação quanto à estabilidade elástica da estrutura é efetuada considerando-se todos os painéis formados pelos reforços longitudinais e transversais, submetidos a tensões de compressão, cisalhamento e combinadas. Os reforços longitudinais são dimensionados de acordo com a norma CECM [7].

OTIMIZAÇÃO

Uma vez desenvolvidas todas as rotinas necessárias ao cálculo da estrutura da ponte rolante, o problema de otimização se reduz a minimizar o peso estrutural:

$$\begin{aligned} W = {} & \{(x_1 + 1.5\,x_{12} + BL)\,x_{10} + [x_2 + 1.5(x_{12} + x_{13})]\,x_{11} \\ & + (x_{12} + x_{13})\,x_8 + 2\,x_7\,(x_{18} + x_{19}) + (x_6/x_8)* \\ & *\{(x_{16} + .7\,x_{17})\,\{2\,x_e + x_1 + x_2 - 4(x_e/x_3)[(x_{12} \\ & + x_{13})/4 + x_{17}]\} - 4\,x_6\,x_{16}\,x_e/x_3\}\}\,2\,LP\,\gamma + \\ & [(x_4 + 3\,x_{15})x_{14} + x_5\,x_{15}]\,4\,DP\,\gamma + \\ & \alpha(LP - 2\,x_9)\,\pi\,x_{20}^2\,\gamma/2 \end{aligned} \quad (5)$$

onde, $x_e = [x_3^2 + (1/4)(x_1^2 - x_2^2)]^{1/2}$, γ é o peso específico do material, considerado o mesmo para as vigas e o cabo, e α é o coeficiente de penalização sobre o cabo, mencionado anteriormente.

As restrições de projeto relativas ao limite elástico, estabilidade e fadiga, na estrutura e nos cabos de protensão (limite elástico), são calculadas por expressões do tipo:

$$g_j = \frac{\text{Tensão atuante}}{\text{Tensão admissível}} - 1 \leq 0; \quad (6)$$

enquanto que aquelas relativas à rigidez dos reforços longitudinais são determinadas por:

$$g_j = \frac{\text{Rigidez admissível}}{\text{Rigidez existente}} - 1 \geq 0\,. \quad (7)$$

As restrições geométricas impõem limitantes sobre os valores das variáveis de projeto, ou funções explícitas das variáveis de projeto. São dadas, de uma maneira geral, por expressões do tipo:

$$g_j = \frac{f_1(X_i)}{f_2(X_j)} - 1 \leq 0\,. \quad (8)$$

No total, são 3017 (2057) restrições [5]: 768 (512) de tensão de von Mises nas vigas principais e cabeceiras; 2 de tensão de compressão da alma da viga principal sobre a roda; 96 (64) de tensão de von Mises nos reforços transversais da viga principal; 2016 (1344) de estabilidade dos painéis das vigas principais e cabeceiras; 2 de rigidez dos reforços longitudinais das vigas principais; 3 de geometria; 1 de tensão nos cabos de protensão e 129 de fadiga. Os valores entre parênteses representam o número de restrições caso não existam cargas de vento, quando os casos de solicitação 2 (S2) e 3a (S3A) não são considerados.

O processo de otimização é feito em duas etapas. Na primeira, são dados valores iniciais para as variáveis de projeto, X_i, e para seus limitantes inferiores, V_{LBi}, e superiores, V_{UBi}. O projeto ótimo da estrutura é, então, determinado de acordo com os critérios de convergência do otimizador utilizado. Esta estrutura não pode, entretanto, ser construída, pois as variáveis de projeto do tipo espessura de chapa ($X_{10}, X_{11}, \ldots, X_{19}$, ver Fig. 3) apresentarão valores diferentes daqueles padronizados pela indústria.

Para obter uma estrutura ótima com espessuras de chapa padronizadas, o programa deve ser executado novamente, observando o seguinte procedimento:

a) adotar como valores iniciais das variáveis de projeto os valores finais obtidos na 1ª etapa;

b) fixar algumas das variáveis de projeto do tipo espessura nos valores padronizados mais próximos, por exemplo, fazendo $V_{LB} = X_i = V_{UB}$;

c) executar o programa outras vezes, de acordo com a) e b), até que todas as variáveis do tipo espessura tenham valores padronizados.

No ciclo b), deve-se fixar inicialmente aquelas variáveis com valores muito próximos dos padronizados. Entre variáveis que não estão próximas destes valores, deve-se fixar inicialmente aquelas que têm menor peso na função objetivo.

O problema de programação matemática:

$$\begin{aligned} & \text{minimize } F(\vec{X})\,, \\ & \text{sujeito a } g_j(\vec{X}) \leq 0\,, \qquad j = 1, \ldots \text{NCON}, \\ & \text{e } V_{LB} \leq X_i \leq V_{UB}, \qquad i = 1, \ldots \text{NDV}, \end{aligned} \quad (9)$$

onde, NCON é o número de restrições e NDV, o número de variáveis de projeto, é resolvido com a utilização da rotina CONMIN [8], baseada em um método de direções viáveis, e utilizada com bastante sucesso em [1] e [2].

PROBLEMA DE DEMONSTRAÇÃO

Para verificação do sistema de projeto ótimo de pontes rolantes protendidas desenvolvido, apresentam-se, a seguir, os resultados obtidos para uma ponte de 100 t de capacidade e 28 m de vão.

Esta estrutura foi otimizada sem protensionamento, e teve o seu peso próprio reduzido de 41.8 t, do projeto original construído e em operação, para 33.0 t, com espessuras de chapa padronizadas.

Ao ser otimizada com protensionamento, seu peso passou de 49.2 t (peso da estrutura mais três vezes o peso do cabo), do projeto inicial, para 27.85 t, também com espessuras padronizadas. A figura 4 mostra a convergência.

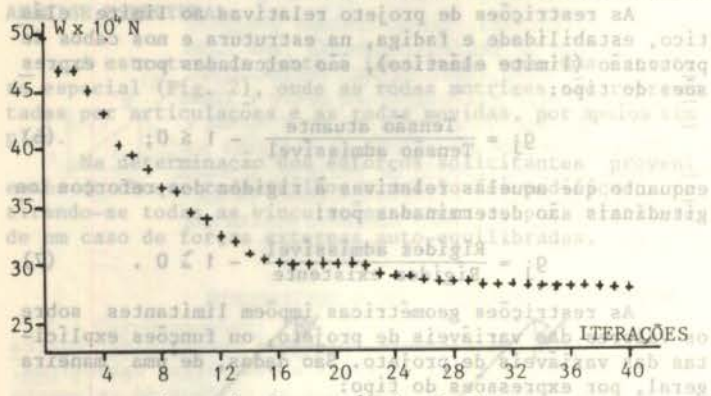


Figura 4. Convergência do Sistema

Os cabos de protensão foram posicionados externamente às principais, 50 cm abaixo da face inferior das abas. A tensão de ruptura dos cabos utilizados é de 19 Mpa e foram escolhidos conforme catálogos de fabricantes. Suas tensões admissíveis foram calculadas conforme especificado pelos fabricantes e pelas normas brasileiras PNB-116 e EB-781, da ABNT. Após a otimização, a área resistente dos cabos de protensão foi de 18.75 cm^2 (x_{20} = 4.886 cm) e seu comprimento, igual a 22.0 m (x_9 = 3.0 m).

A tabela 1 fornece, respectivamente, os dimensionamentos: (a) projeto em operação da ponte; (b) projeto ótimo, sem protensão e com variáveis de espessura padronizadas; (c) projeto inicial da ponte protendida; (d) projeto ótimo da ponte protendida com variáveis totalmente livres; e (e) projeto ótimo da ponte protendida com variáveis de espessura padronizadas.

Tabela 1. Dimensionamento da ponte rolante de 100 t

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
x_1 †	116.0	81.4	116.0	77.2	77.3
x_2	116.0	81.4	100.0	43.0	43.0
x_3	210.0	184.7	210.0	149.3	149.7
x_4	65.2	58.1	65.2	66.3	66.4
x_5	117.5	95.5	117.2	90.5	90.5
x_6	15.0	15.5	20.0	16.0	16.0
x_7	15.0	15.5	15.0	15.8	15.8
x_8	164.4	231.1	164.4	402.6	402.6
x_9	-	-	279.5	301.3	301.3
x_{10}	1.25	1.60	1.25	1.596	1.60
x_{11}	1.25	1.60	1.25	1.248	1.25
x_{12}	0.80	0.80	0.80	0.798	0.80
x_{13}	1.25	0.95	1.25	0.798	0.80
x_{14}	1.25	0.95	1.25	0.949	0.95
x_{15}	0.80	0.80	0.80	0.799	0.80
x_{16}	0.80	0.95	0.80	0.949	0.95
x_{17}	1.25	0.63	1.25	1.249	1.25
x_{18}	0.80	0.80	0.80	0.800	0.80
x_{19}	0.80	0.63	0.80	0.950	0.95
x_{20}	-	-	8.0	4.876	4.886
W (t)	41.78	33.00	49.20	27.74	27.85

† dimensões das variáveis de projeto em cm.

CONCLUSÃO

Os sistemas desenvolvidos para o projeto automático ótimo de estruturas de pontes rolantes, convencionais e protendidas, podem ser diretamente utilizados pelo sistema produtivo nacional. Os projetos satisfazem todas as normas e técnicas aceitas por fabricantes e usuários, e permitem o uso de chapas de espessura padronizada.

O protensionamento torna possível a obtenção de projetos mais leves. Pontes rolantes já construídas (projetadas da forma convencional) poderiam ser da ordem de 20% mais leves, quando otimizadas sem protensionamento. Esta redução de peso aumenta para 35%, quando protendidas. Na realidade, em termos de custo, a redução é menor (da ordem de 33%) se considerarmos que o cabo de protensão tem maior preço por quilo, e considerando o custo do ancoramento dos cabos à estrutura.

Não se deve pensar, porém, somente na redução da quantidade de material, como vantagem de obtenção de uma estrutura mais leve. Tal estrutura necessitará de mecanismos de translação menos potentes, caminhos de rolamento menos resistentes e, mesmo, estrutura de suporte menos robusta.

Finalmente, o protensionamento pode ser também utilizado com vantagem: (i) nos casos em que a altura da alma das vigas principais é limitada; e (ii) nos casos em que se deseja aumentar a carga útil de equipamentos em operação.

AGRADECIMENTOS

À CAPES-PICD, pela bolsa de estudos concedida ao primeiro autor, e à FINEP, pelo financiamento parcial da pesquisa.

REFERÊNCIAS

[1] Marinho, T.R.N., Pimenta, M.F. e Rizzi, P., "Otimização de estruturas de pontes rolantes", Anais do VII COBEM, V. D, p. 189-198, Uberlândia, 1983.

[2] Marinho, T.R.N., "Otimização de estruturas de pontes rolantes", Tese de Mestrado, ITA, 1983.

[3] Belenya, E., "Prestressed load-bearing metal structures", Mir Pub., Moscow, 1977.

[4] "PNB-283 - Aparelhos de levantamento - normas para cálculo", Associação Brasileira de Normas Técnicas, ABNT, 1979.

[5] Pimenta, M.F., "Otimização de estruturas de pontes rolantes protendidas", Tese de Mestrado, ITA, 1985.

[6] Megson, T.H.G., "Aircraft structures for engineering students", E. Arnold, London, 1978.

[7] "C.E.C.M. Notes Techniques", CRIF, Bruxelas, Bélgica.

[8] Vanderplaats, G.N., "CONMIN - a fortran program for constrained function minimization - user's manual", NASA TMX 62-282, 1973.

SUMMARY

The optimization of the structure of prestressed traveling cranes, with dimensions conforming to the Brazilian norm ABNT - PNB 283, is considered. Prestressing is considered here as an aditional loading case in adition to those specified by the norm. The mathematical program, of minimizing the structural and tendons weight subject to constraints on strength and stability imposed by the norm is solved by using a routine, CONMIN, based on a method of feasible directions. The linear dimensions of the structure are taken as design variables. The system developed assures standarized sheet thicknesses for the optimal design, enabling its direct use by industry. A numerical example shows that reduction up to 35% on the weight of the structure of a traveling crane that is in operation is possible.

MICROSAPO — UM PROGRAMA DE OTIMIZAÇÃO DE PROJETOS PARA MICROCOMPUTADORES DA FAMÍLIA APPLE

SOLLY ANDY SEGENREICH
LEDA MARIA P. FARIA BRAGA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA — PUC/RJ

SUMÁRIO

O presente trabalho descreve a implementação em microcomputador de 8 bits de um algoritmo de otimização não linear baseado no método do Lagrangeano. O programa é chamado iterativamente a partir do programa de síntese e a comunicação é feita através de disquetes.

Especial ênfase foi dada à universalidade das possíveis aplicações bem como à simplicidade de manuseio pelo usuário. Exemplos numéricos são apresentados.

INTRODUÇÃO

As técnicas de otimização aplicadas ao desenvolvimento de projetos na área de engenharia mecânica e estrutural, transformaram-se nos últimos 15 anos de esparsas e limitadas tentativas em ferramentas de uso geral. Este fato deveu-se ao desenvolvimento de algoritmos de eficiência e qualidade crescente [1,2,3], e à própria necessidade proveniente da área industrial.

Vários algoritmos e programas têm sido desenvolvidos para computadores de grande porte, ora de natureza geral [3,4], ora aplicados a problema específicos de projetos [5,6].

O presente trabalho objetivou o desenvolvimento de um programa geral de otimização de projetos, voltado para a utilização em microcomputadores, com características de universalidade para poder ser acoplado à problemas de otimização de projetos de natureza bastante variada.

O programa foi desenvolvido para microcomputador do tipo "Apple" rodando em CPM. A configuração mínima requer um "*driver*" para discos de 5 1/4".

Na seção seguinte, é descrita a formulação geral do problema de otimização na forma a ser utilizada pelo programa. As fórmulas iterativas são apresentadas na seção seguinte. Na seção 4, descrevem-se os procedimentos para recuperar eventuais infactibilidades. O fluxograma geral do programa é apresentado na seção 6 seguindo 3 exemplos numéricos na seção 7.

O presente trabalho foi parcialmente financiado pelo Banco do Brasil através do FIPEC.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

O problema de otimização de projetos a que se destina o presente programa, deve ser formulado da seguinte forma:

Seja uma função objetivo $P(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ das n variáveis de projeto $x_1,x_2,\ldots,x_n$. Deseja-se obter os valores $\bar{x}_1,\bar{x}_2,\ldots,\bar{x}_n$ das n variáveis de projeto que minimizam localmente a função objetivo P sujeita à ℓ restrições de desigualdade na forma $c_j(x_1,x_2,\ldots,x_n) \leq 0$.

Resumidamente,

x_i - $(i = 1,2,\ldots,n)$ variáveis de projeto (1)

$P(x_i)$ - $(i = 1,2,\ldots,n)$ função objetivo (2)

$c_j(x_i)$ - $(i = 1,2,\ldots,n)$ funções de restrição (3)
$(j = 1,2,\ldots,\ell)$

Tanto a função objetivo como as restrições são em geral funções não lineares das variáveis de projeto. Assume-se, entretanto, o "bom comportamento" no sentido da continuidade e diferenciabilidade de primeira ordem.

Limites inferiores e superiores sobre as próprias variáveis de projeto são estabelecidos sendo que pela sua natureza simplificada não são tratados como novas restrições.

Assim, temos que

$$(x_i)_m \leq x_i \leq (x_i)_M \qquad (4)$$

Para melhor clareza, o programa descrito neste trabalho será denominado de "subsistema microsapo". Isto para fixar a idéia de que o subsistema microsapo é chamado iterativamente à partir do "programa de análise".

Nesta terminologia, o programa de análise é quem controla o processo de otimização além de proceder à análise propriamente dita (cálculo das restrições, função objetivo, derivadas etc.).

FÓRMULAS DE RECORRÊNCIA DO ALGORÍTMO ITERATIVO

As fórmulas de recorrência utilizadas no subsistema microsapo já foram apresentadas em diversos trabalhos anteriores [4,7]. Uma modificação, entretanto, foi introduzida para que a situação em que a derivada da função objetivo em relação à qualquer variável de projeto é nula não acarretasse uma divisão por zero, e consequentemente houvesse a paralização do subsistema.

As novas fórmulas de recorrência são:

$$x_i^{\nu+1} = \left\{1 + (\alpha^{\nu} - 1)\left[P_i^{\nu} + \sum_{j=1}^{\ell} \lambda_j^{\nu}\left(\frac{\partial c_j}{\partial x_i}\right)_{\nu}\right]\right\} x_i^{\nu} \qquad (5)$$

onde:

ν - índice contador da iteração;

λ_j^{ν} - $(j = 1,2,\ldots,\ell)$ são parâmetros de Lagrange;

α^{ν} - é um coeficiente de relaxação;

P_i^{ν} - derivada da função objetivo em relação à variável de projeto x_i $(P_i = (\partial P/\partial x_i))$.

Os parâmetros de Lagrange são calculados à partir da solução do sistema linear [7] abaixo:

$$\left[\beta_{kj}^{\nu}\right]\lambda^{\nu} = \left\{\beta_j^{\nu}\right\} \qquad (6)$$

onde

$$\beta_j^{\nu} = -\sum_{i=1}^{n} P_i \left(\frac{\partial c_j}{\partial x_i}\right)_{\nu} x_i^{\nu} \qquad (7)$$

$$\beta_{kj} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial c_j}{\partial x_i}\right)_v \left(\frac{\partial c_k}{\partial x_i}\right)_v x_i^v - 2K\, c_j^v\, \delta_{kj} \qquad (8)$$

K - é um parâmetro constante;

$$\delta_{kj} = \begin{cases} 0 \ ; & k \neq j \\ 1 \ ; & k = j \end{cases}$$

O coeficiente α^v é escolhido segundo os seguintes critérios que devem ser satisfeitos:

a) $\alpha^v \leq 1$

b) $|(\alpha^v - 1)|$ é o maior possível atendendo-se à seguinte tabela de condições:

i) Tolerância máxima sobre a variação do módulo de qualquer variável de projeto.

$$|\alpha^v - 1| \leq \frac{t_x}{|v_i^v|}$$

onde:

$$v_i^v = P_i^v + \sum_{j=1}^{\ell} \lambda_j \left(\frac{\partial c_j}{\partial x_i}\right)_v$$

t_x - parâmetro fornecido pelo usuário.

ii) Tolerância máxima sobre a variação das restrições que tendem a se tornar ativas

$$|\alpha^v - 1| \leq \frac{t_c}{2K\, \lambda_j^v}$$

A comparação é feita para todas as restrições factíveis que tem o respectivo $\lambda_j > 0$. t_c é um parâmetro fornecido pelo usuário.

iii) Limites superior e inferior sobre as variáveis de projeto

$$|\alpha^v - 1| \leq \frac{x_i^v - [(x_i)_m - t_m|(x_i)_m|]}{v_i^v\, x_i^v} \quad \text{para} \quad v_i x_i > 0$$

$$|\alpha^v - 1| \leq \frac{x_i - [(x_i)_M + t_M|(x_i)_M|]}{v_i^v\, x_i^v} \quad \text{para} \quad v_i x_i < 0$$

t_m e t_M são fornecidos pelo usuário.

iv) Tolerância na variação relativa da função objetivo

$$|\alpha^v - 1| \leq \frac{t_p|P|}{\left|\sum_{i=1}^{n} P_i^v\, x_i^v\, v_i^v\right|}$$

t_p é fornecido pelo usuário.

v) Limitação direta sobre $|\alpha^v - 1|$

$$|\alpha^v - 1| < D$$

D é dado pelo usuário.

RECUPERAÇÃO DA FACTIBILIDADE

O subsistema microsapo oferece duas alternativas para a recuperação da factibilidade no caso em que uma ou mais restrições tornam-se infactíveis ($c_j > 0$).

Na primeira alternativa, a iteração é repetida utilizando-se a mesma direção de caminhada já computada (mesmo λ's) diminuindo-se o tamanho do pass através da diminuição de $|\alpha^v - 1|$. Esta alternativa deve ser utilizada quando ocorrem infactibilidades de valor apreciável.

Na segunda alternativa, a iteração é aproveitada sendo que a factibilidade será tentativamente recuperada na próxima iteração. Para tanto, para cada restrição infactível, $c_j^v > 0$ impõe-se que $c_j^{v+1} = -\beta_j^v$ ($\beta > 0$). O parâmetro β é fornecido pelo usuário e é próximo de zero.

Seguindo esta imposição, e utilizando o mesmo desenvolvimento apresentado em [7] obtém-se um sistema linear semelhante ao (6) com as seguintes alterações:

Para cada linha correspondente a uma restrição infactível, tem-se

$$\beta_j = -\frac{c_j^v(1+\beta)}{\alpha^v - 1} \qquad (9)$$

$$\beta_{jj} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial c_j}{\partial x_i}\right)_v \left(\frac{\partial c_k}{\partial x_i}\right)_v x_i^v \qquad (10)$$

Como precisamos α^v para o próprio cálculo dos λ's, utiliza-se o α^v da iteração anterior, não havendo necessidade de computar um novo valor de α para completar a iteração ($\alpha^{v+1} = \alpha^v$).

ORGANIZAÇÃO DA INTERFACE COM O PROGRAMA DE ANÁLISE

A chamada do subsistema microsapo é feita à partir do programa de análise através da instrução CHAIN "TAREFA".

Algumas variáveis são passadas pela instrução COMMON que deve **anteceder** a instrução CHAIN "TAREFA". A instrução COMMON tem o formato abaixo:

COMMON NR,ER,NOME$,NODR$,IC

NR = número de restrições

ER = número da linha para onde o subsistema microsapo transfere o comando quando finaliza a iteração

NOME$ = nome do arquivo onde está o programa de análise

NODR$ = nome do drive onde está o arquivo de derivadas ("DERIV"). NODR$ será A ou B.

Obs.: Todas as variáveis que constam do COMMON devem ter seus valores definidos antes de ser executada a instrução CHAIN "TAREFA".

Além das variáveis acima que são transferidas pelo CONNON, 3 arquivos sequenciais devem ser gerados pelo programa de análise para a transferência das variáveis de projeto, derivadas e restrições. Os arquivos tem o formato abaixo:

a) Arquivo de derivadas ("DERIV")

P_1 P_2 ... P_n	$\frac{\partial c_1}{\partial x_1}$ $\frac{\partial c_1}{\partial x_2}$ ... $\frac{\partial c_1}{\partial x_n}$ $\frac{\partial c_2}{\partial x_1}$ $\frac{\partial c_2}{\partial x_2}$ ... ... $\frac{\partial c_\ell}{\partial x_n}$

n + nℓ posições

b) Arquivo de variáveis de projeto ("VARIAV")

NV	x_1 x_2 ... x_n	$(x_1)_m$ $(x_2)_m$ ... $(x_n)_m$	$(x_1)_M$ $(x_2)_M$ ... $(x_n)_M$

1 + 3n posições

Obs.: i) Este arquivo só precisa ser gerado pelo sistema de análise na primeira iteração. O subsistema microsapo altera este arquivo nas iterações seguintes.

ii) Este arquivo deve residir no "default drive".

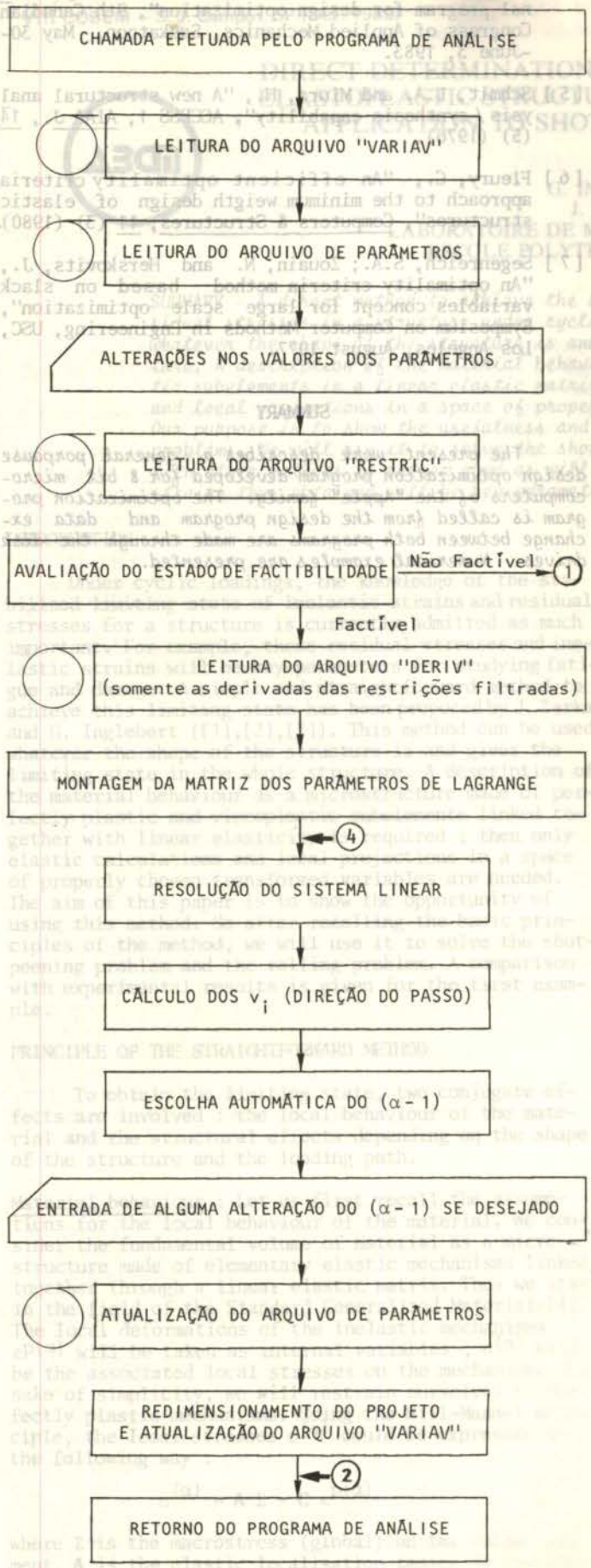
iii) NV - é o número de variáveis de projeto.

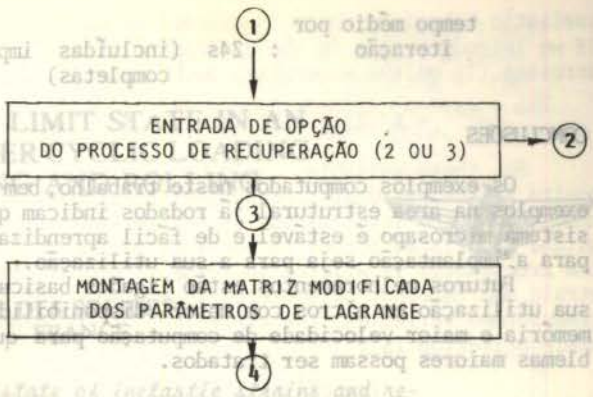
c) Arquivo de restrições ("RESTRIC")

P	c_1 c_2 c_3 ... ... c_ℓ

1 + ℓ posições

FLUXOGRAMA GERAL DO MICROSAPO





EXEMPLOS

Apresentamos abaixo 3 exemplos numéricos de natureza matemática. Exemplos aplicados a projetos de estruturas são apresentados em um outro trabalho neste congresso.

1) nº de variáveis : 2

nº de restrições: 3

função objetivo : $x_1^2 + x_2^2$

restrições : $1 - x_1x_2 \leq 0$
$4 - x_1 - 2x_2 \leq 0$
$2 + x_1 - 4x_2 \leq 0$

ponto inicial : (2 , 2) FO = 8

solução : (.86134 , 1.5709) FO = 3.20992

nº de iterações : 22

tempo médio por iteração : 24s (incluídas as impressões de relatórios)

2) nº de variáveis : 4

nº de restrições: 6

função objetivo : $x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 + x_4^2$

restrições : $2 - x_1 - x_2 - x_3 - x_4 \leq 0$
$1 - x_1 - x_4 \leq 0$
$2 - x_2 - 3x_3 \leq 0$
$1 - x_2 + x_3 - 2x_4 \leq 0$
$1 - 2x_1 - 3x_3 \leq 0$
$1 - x_1 - x_2 \leq 0$

ponto inicial : (1.4;1.4;1.4;1.4) FO = 12.6

solução : (.49021, .63875, .45381, .51333) FO = 2.2928

nº de iterações : 25

tempo médio por iteração : 40s (incluindo impressões completas)

3) nº de variáveis : 3

nº de restrições: 2

função objetivo : $-x_1$

restrições : $e^{x_1} - x_2 \leq 0$
$e^{x_2} - x_3 \leq 0$

limites : $0 \leq x_1 \leq 100$
$0 \leq x_2 \leq 100$
$0 \leq x_3 \leq 10$

ponto inicial : (.20000; 1.8000; 8.0000) FO = -2

solução : (.828595; 2.2901; 10.000) FO = -.828595

nº de iterações : 54 (Obs.: a função objetivo teve a 3ª casa decimal fixada desde a iteração 48)

tempo médio por iteração : 24s (incluídas impressões completas)

CONCLUSÕES

Os exemplos computados neste trabalho, bem como os exemplos na área estrutural já rodados indicam que o sub sistema microsapo é estável e de fácil aprendizado seja para a implantação seja para a sua utilização.

Futuros melhoramentos estão ligados basicamente a sua utilização em micros com maior disponibilidade de memória e maior velocidade de computação para que problemas maiores possam ser tratados.

REFERÊNCIAS

[1] Fiacco, A.V. and McCormick, "Nonlinear programming: sequential unconstrained minimization techniques", John Wiley, London (1968).

[2] Zoutendijk, G., "Methods of feasible directions", Elsevier, Amsterdam (1960).

[3] Vanderplaats, G.N., "CONMIN - A Fortran program for constrained function minimization", NASA TMX-62--282 (1973).

[4] Segenreich, S.A. and Costa Fº, P.A., "A computational program for design optimization", 9th Canadian Congress of Applied Mechanics, Saskatoon, May 30--June 3, 1983.

[5] Schmit, L.A. and Miura, H., "A new structural analysis / synthesis capability", ACCESS 1, AIAA J., 14 (5) (1976).

[6] Fleury, C., "An efficient optimality criteria approach to the minimum weigth design of elastic structures", Computers & Structures, 11 (3) (1980).

[7] Segenreich, S.A.; Zouain, N. and Herskovits, J., "An optimality criteria method based on slack variables concept for large scale optimization", Symposium on Computer Methods in Engineering, USC, Los Angeles, August 1977.

SUMMARY

The present work describes a general porpause design optimization program developed for 8 bit microcomputers of the "Apple" family. The optimization program is called from the design program and data exchange between both programs are made through the disk drives. Numerical examples are presented.

DIRECT DETERMINATION OF THE LIMIT STATE IN AN ELASTOPLASTIC STRUCTURE UNDER CYCLIC LOADING APPLICATION TO SHOT PEENING AND ROLLING

G. INGLEBERT
J. FRELAT
LABORATOIRE DE MECANIQUE DES SOLIDES
ESCOLE POLYTECHNIQUE — FRANCE

SUMMARY - A direct method to achieve the stabilized state of inelastic strains and residual stresses in a structure under cyclic loading is recalled. This method can be used whatever the shape of the structure is and gives the limiting state in the whole structure. A description of the material behaviour as a microstructure made of perfectly plastic subelements in a linear elastic matrix is required ; then only elastic calculations and local projections in a space of properly chosen transformed variables are needed. Our purpose is to show the usefulness and the easiness of this method for industrial problems. We will use it to solve the shot peening and rolling problems. The comparison with other methods is rather good as will be seen. The residual stresses and inelastic strains thus obtained will be key-parameters for studying fatigue and damage.

INTRODUCTION

Under cyclic loadings, the knowledge of the stabilized limiting state of inelastic strains and residual stresses for a structure is currently admitted as much important. For example, these residual stresses and inelastic strains will be key-parameters for studying fatigue and damage. A simple and straightforward method to achieve this limiting state has been proposed by J. Zarka and G. Inglebert ([1],[2],[3]). This method can be used whatever the shape of the structure is and gives the limiting state in the whole structure. A description of the material behaviour as a microstructure made of perfectly plastic and viscoplastic subelements linked together with linear elasticity is required ; then only elastic calculations and local projections in a space of properly chosen transformed variables are needed. The aim of this paper is to show the opportunity of using this method. So after recalling the basic principles of the method, we will use it to solve the shot-peening problem and the rolling problem. A comparison with experimental results is given for the first example.

PRINCIPLE OF THE STRAIGHTFORWARD METHOD

To obtain the limiting state, two conjugate effects are involved : the local behaviour of the material and the structural effects depending on the shape of the structure and the loading path.

Material behaviour : Let us first recall the assumptions for the local behaviour of the material. We consider the fundamental volume of material as a microstructure made of elementary elastic mechanisms linked together through a linear elastic matrix. Thus we stay in the field of the Standard Generalized Materials[4]. The local deformations of the inelastic mechanisms $\varepsilon^{p(\alpha)}$ will be taken as internal variables ; $\sigma^{(\alpha)}$ will be the associated local stresses on the mechanisms. For sake of simplicity, we will restrain ourselves to perfectly plastic mechanisms. Using the Hill-Mandel principle, the local stresses $\sigma^{(\alpha)}$ could be expressed in the following way :

$$\sigma^{(\alpha)} = \mathbf{A}\,\Sigma - \mathbf{C}\,\varepsilon^{p(\alpha)} \qquad (1)$$

where Σ is the macrostress (global) on the volume element, $\mathbf{A}$ is the elastic localisation tensor on the inelastic mechanisms of the element, $\varepsilon^{p(\alpha)}$ is a generalised tensor including the deformations of all the inelastic mechanisms of the element ; $\mathbf{C}$ is the kinematic hardening tensor and $\mathbf{C}\,\varepsilon^{p(\alpha)}$ is opposite to the residual stresses on the elementary mechanisms at the level of the volume element. The global total and plastic strain could be written :

$$E = M\,\Sigma + E^p \qquad E^p = \mathbf{A}^T\,\varepsilon^{p(\alpha)} \qquad (2)$$

The evolution laws for each perfectly plastic mechanism are :

$$f(\sigma^{(\alpha)}) \leq 0 \qquad \dot{\varepsilon}^{p(\alpha)} = \lambda\,\frac{\partial f}{\partial \sigma^{(\alpha)}} \qquad \lambda \geq 0 \qquad (3)$$

where $f(\sigma^{(\alpha)})$ is a convex function defining the local yield surface for an elementary mechanism.

Structure : The quasistatic evolution of the structure could then be obtained by solving at each time t a linear elastic problem with initial strains E^p for the given periodic loading, $F^d(t)$ body forces in the volume V, $T^d(t)$ surface forces on a given part S_F of the boundary of the structure, and $U^d(t)$ given displacements on the complementary part S_U of the boundary

$$\left.\begin{array}{ll} \Sigma & \text{S.A. with } F^d(t) \text{ in V, } T^d(t) \text{ on } S_F \\ E = M\,\Sigma + E^p & \text{K.A. with } U^d(t) \text{ on } S_U \end{array}\right\} \qquad (4)$$

Let us write Σ^{el}, E^{el}, the purely elastic solution of problem (4) with E^p equal zero. Then the global residual stresses R on the volume element and the global inelastic strain tensor E^{ine} defined by :

$$R = \Sigma - \Sigma^{el} \qquad E^{ine} = E - E^{el} = E - M\,\Sigma^{el} = MR + E^p \qquad (5)$$

are solutions of the homogeneous problem associated to (4) :

$$\left.\begin{array}{ll} R & \text{S.A. with 0 in V and 0 on } S_F \\ E^{ine} = MR + E^p & \text{K.A. with 0 on } S_U \end{array}\right\} \qquad (6)$$

So the global residual stresses R are linearly dependent on the global plastic strain E^p and thus on the internal variables $\varepsilon^{p(\alpha)}$ linked to E^p through the elastic localisation tensor $\mathbf{A}$, (2)

Introduction of the transformed variables for the structure : Let us define $\hat{Y}$ transformed variables for the structure as :

$$\hat{Y} = \mathbf{C}\,\varepsilon^{p(\alpha)} - \mathbf{A}\,R = F\,\varepsilon^{p(\alpha)} \qquad (7)$$

These variables will be linear functions of the inelastic deformation of all the elementary mechanisms of the structure through R ; the linear function F integrates the structural effects (shape and loading) and the local

inelastic behaviour which is characterized by **C** and **A**. If we introduce them in the expression of the local stresses (1) on the elementary mechanisms, we obtain :

$$\sigma^{(\alpha)} = \mathbf{A}\,(\Sigma(t) - R(t)) - \hat{Y} = \mathbf{A}\,\Sigma^{el}(t) - \hat{Y} \quad (8)$$

So, these variables could be interpreted as opposite to the residual stresses on the elementary mechanisms at the level of the structure and will appear as the associated forces to the internal parameters if the free energy is written in terms of global elastic strain and internal parameters. In the space of the transformed variables, the expression of the plastic yield criterion is :

$$f(\mathbf{A}\,\Sigma^{el}(t) - \hat{Y}) \leq 0 \quad (9)$$

As soon as the evolution of the purely elastic solution $\Sigma^{el}(t)$ is known over a period, the evolution of the yield surface with the loading path is completely known : at each time t the yield surface is deduced from the initial one through a translation of vector $\mathbf{A}\,\Sigma^{el}(t)$. Besides, this evolution for each local mechanism is independent of the others mechanisms in this space. Such an uncoupling of the elementary mechanisms would not be achieved in the internal parameters space : the link between local stresses $\sigma^{(\alpha)}$ and internal parameters $\varepsilon^{p(\alpha)}$ involves the whole structure (7).

Furthermore,as could be very quickly checked, the way back from the transformed variables to the classical ones, global residual stresses R, plastic strain E^p, internal parameters $\varepsilon^{p(\alpha)}$, can be achieved quite simply through elastic calculations for a regular kinematic hardening tensor **C**. It follows from the definitions (2),(5),(7) which allow to express global plastic strain in terms of global residual stresses and transformed variables.

$$E^p = \mathbf{A}^T \varepsilon^{p(\alpha)} = \mathbf{A}^T(\mathbf{C}^{-1}\,(\hat{Y} + \mathbf{A}\,R)) \quad (10)$$

Thus problem (6) can be rewritten with transformed elasticity operator M' and apparent initial strair $E^{p'}$

$$M' = M + \mathbf{A}^T\,\mathbf{C}^{-1}\,\mathbf{A} \quad , \quad E^{p'} = \mathbf{A}^T\,\mathbf{C}^{-1}\,\hat{Y} \quad (11)$$

The elastic resolution of (6) and (11) and definitions (7) and (2) will give the complete inelastic state of the structure, R, E^p, $\varepsilon^{p(\alpha)}$. By the way, this proves that regular local kinematic hardening tensors **C** will give a regular structural operator F .

Limiting state under cyclic loading : This ability of coming back from the transformed parameters space to the classical one allows us to study the existence, nature and value of the limiting state in this space where the unilateral yield condition is well known separately for each elementary mechanism.

Existence of the limiting state : The existence of a periodic limiting state for stresses and thus for the transformed variables $\hat{Y}$ is ensured by the general theorems for Standard Generalized Materials, [5]. This will induce a periodic limiting state of internal variables and plastic strain,(7),(2) as soon as the structural operator F is regular. So we always obtain elastic or plastic shakedown except for some singular local behaviour **C**. In this last case, ratchetting may occur if F is singular too and a more detailed analysis is required.

Nature of the limiting state : The discrimination between elastic and plastic shakedown will be reduced to an elementary geometrical problem (fig. 1). For each mechanism, one has to check if all the yield surfaces centered on the local purely elastic stresses $\mathbf{A}\,\Sigma^{el}(t)$ for each time t in a period, have a common part. For Misès type's criteria, the distance between two different values of $\mathbf{A}\,\Sigma^{el}(t)$ for distinct times t_1 and t_2 should always be lower than twice the Misès radius. If the answer is positive for each mechanism, elastic shakedown occurs and a constant limiting state $\hat{Y}_\ell$ has to be found. Otherwise a cyclic limiting state $\hat{Y}_\ell(t)$ has to be estimated.

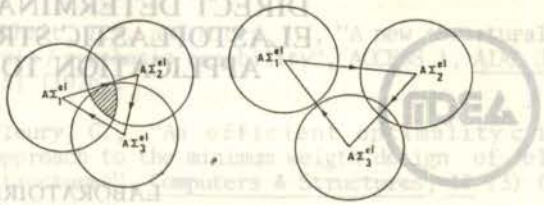


Figure 1 - Nature of the limit state.

Finding out the limiting state : If the limiting state has to be known more precisely, the way to find it out can be summarised in the followings :

i - First, $\Sigma^{el}(t)$ has to be calculated for each time t over a period.

ii - Second, $\hat{Y}_\ell$ transformed variables are locally built. The different ways to derive this local building for elastic or plastic shakedown could be found in [4]. They are based on local projection on the intersection of all the local yield surfaces over a period for elastic shakedown or on an estimate of mean value and minimum and maximum of amplitude from a local geometrical study for plastic shakedown.

iii - Third, elastic resolution of (11) from these $\hat{Y}_\ell$ will give the global residual stresses.

iv - Last, internal parameters $\varepsilon^{p(\alpha)}$ and plastic strain E^p will be derived through (7) and (2).

The method is quite convenient for numerical purposes and works rather well. It has been introduced in finite elements programs without any difficulties. Its use is much more general as will be seen in the following examples.

APPLYING SIMPLIFIED METHOD TO SHOT-PEENING

Principle : Let us consider the shot-peening problem ; this technic is currently used in the industry : the principle is to project bullets to produce surface hardening in order to introduce "favorable residual stresses" so as to ensure a better hold against fatigue and corrosion or to form thin sheets. The main parameters are the shot speed and bullet size, the angle of impact, the duration of impacts and the impact surface (surface where at least one bullet had fallen). The Almen intensity is the industrial way of control : the residual deflection of a normalised test sample is measured.

Proposed model

Basic hypothesis : Let us consider a sample of material rather big with plane boundary. This sample is made of an elastoplastic material with simple linear kinematic hardening behaviour. We expose it to a shot-peening which parameters are strictly defined :

. The impacts of the bullets are normal to the exposed plane surface.
. The bullets are spherical with a radius r constant.
. The impact speed is V_0 constant.

The main difficulties come from the dynamic aspect. The residual stresses and plastic strains when the bombing is achieved, either in the field of elastic or plastic shakedown.

Our analysis begins when many impacts have occured ; the shot exposure is over 100%. So, the elastic or plastic shakedown is reached. Then, one more bullet comes, ... and goes ... leaving residual stresses R and plastic strain E^p .

Assuming that the exposed surface is wide enough, the equilibrium equations and the boundary conditions for the residual stresses (11) allow to derive that R and

$\underline{E}^p$ are only functions of the depth z and that the non-zero components of the residual stress tensor and the plastic strain tensor can easily be proved to have the following form :

$$R_{xx} = R_{yy} = R(z) \qquad (12)$$

$$E^p_{xx} = E^p_{yy} = -\frac{1}{2} E^p_{zz} = E^p(z) \qquad (13)$$

So the "inelastic strain" $\underline{E}^{ine} = M\,\underline{R} + \underline{E}^p$ is only function of the depth z and the transformed variables in the unloaded limiting state can be defined from only one scalar function $\hat{\alpha}(z)$:

$$\hat{\alpha}(z) = C\,E^p(z) - R(z)/3 \qquad (14)$$

Then, only two scalar functions among R(z), $E^p(z)$, $\alpha(z)$ will be sufficient to describe the solution.

Two different geometries had been considered : a semi-infinite space $z \geq 0$, a finite plate with free edges $-H/2 \leq z \leq H/2$. In both cases, an analytic solution can be derived from a known initial state $E^p(z)$ or $\hat{\alpha}(z)$. The last step to obtain the residual stresses in the unloaded limiting state is to build the function $\hat{\alpha}(z)$. Following principles, we have first to obtain the purely elastic loading path.

Purely elastic loading path : To modelize the purely elastic stresses during the contact between the spheric bullet and the sheet, we use Hertz results for the elastic contact between a sphere and a semi-infinite space. Using cylindrical coordinates with the origin at the center of the contact area (fig. 2), we calcule the stress field which is a function of the depth z and radial coordinate ρ . The maximum of the stress will be obtained just in the axis of the impact for a zero radial coordinate, at the impact time, say 0^+. The stresses will return to zero when the sheet is completely unloaded,

$$\Sigma_1^{el}(\rho, z) = \sigma^{Hertz}(\rho, z) \quad \Sigma_2^{el}(\rho, z) = 0 \qquad (15)$$

with, on the axis of the impact (ρ = 0) :

$$\left.\begin{aligned} \sigma^{Hertz}_{rr} = \sigma^{Hertz}_{\theta\theta} &= (1+\nu)\,\frac{z}{a}\,\mathrm{Arctg}\,\frac{a}{z} - 1 \\ &+ \frac{1}{2}\,\frac{a^2}{a^2+z^2}\,\sigma_0 \qquad \rho = 0 \\ \sigma^{Hertz}_{zz} &= -\frac{a^2}{a^2+z^2} \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

Where σ_0 is the maximum stress on the contact area and a the radius of this area.

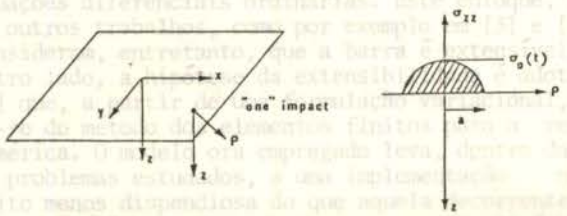


Figure 2 - Impact, coordinates.

One particular point of the sheet will overlook a most complicated loading path with an alternance of all the possible values of $\sigma^{Hertz}(\rho,z)$ depending on the distance between the studied point (x,y) to the impact one and zero values. If the scattering of the bullets is good enough, the loading path followed by the center of the yield surface will be equivalent to a symmetrical one oscillating between a zero value and the maximum value of σ^{Hertz} for a zero ρ situated on the ($\hat{\alpha}_{rr} = \hat{\alpha}_{\theta\theta} = -\hat{\alpha}_{zz}/2$) axis.

The involved constants σ_0 and a are evaluated thanks to Davies' work on dynamic elastic contact between a half-space and a ball of radius r. Denoting V the shot speed, E, ν , ρ the common elastic constants and volumic mass of the ball and the half-space, they could be written :

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{5\pi}{2}\,\rho\,\frac{1-\nu^2}{E}^{1/5}\, r\, V_0^{2/5} \\ \sigma_0 &= \frac{1}{\pi}\,\frac{5\pi}{2}\,\rho\,\frac{1-\nu^2}{E}^{4\ 1/5}\, V_0^{2/5} \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

Local building of $\hat{\alpha}(z)$ for each z : For the currently used values of the shot-speed, the plastic shake-down regime is achieved. For various depth z, the local loading path dev ($\Sigma^{el}(t)$) and yield surface could be schematically described by fig. 1. From fig. 4.a to fig. 4.c, the distance between the extreme loading values decrease as the depth z increase. When a void intersection is observed fig. 4.a, the symmetry conditions will give $\hat{\alpha}$ in the unloaded state as the point of the yield surface closest to the maximal loaded state. For a non-void intersection which does not include the initial state, any point of the overlined segment of the axis $\hat{\alpha}_{xx} = \hat{\alpha}_{yy} = -\hat{\alpha}_{zz}/2$ could be available (fig. 4 b.). We choose the closest point to the initial state. When the initial state is included in the non-void intersection (fig.4.c) we keep it.

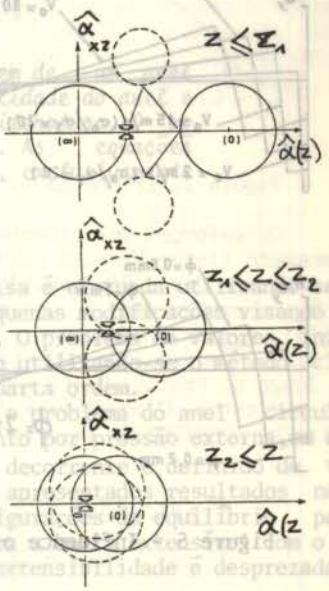


Figure 3 - Local building of $\hat{\alpha}(\infty)$ (⊠) for various depths z.

Influence of the parameters

This model allowed us to investigate the influence of various parameters at a very low cost. One can see in the next figure 4 and 5 the influence of depth, shot-speed, bullet diameter, plastic constants (yield value and hardening modulus) on the residual stresses and compare it to the experimental data on figure 6. All the experimentally observed effects are found with reasonable accuracy. Very few numerical computations are needed when a classical numerical computation would have been nearly impossible. So, it appears to be a very suitable tool for industrial purposes.

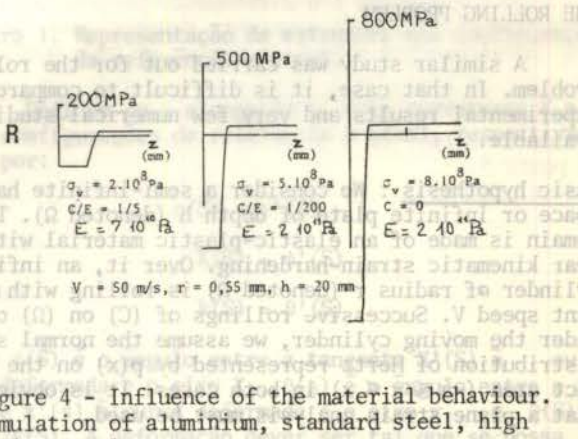


Figure 4 - Influence of the material behaviour. Simulation of aluminium, standard steel, high limits steel.

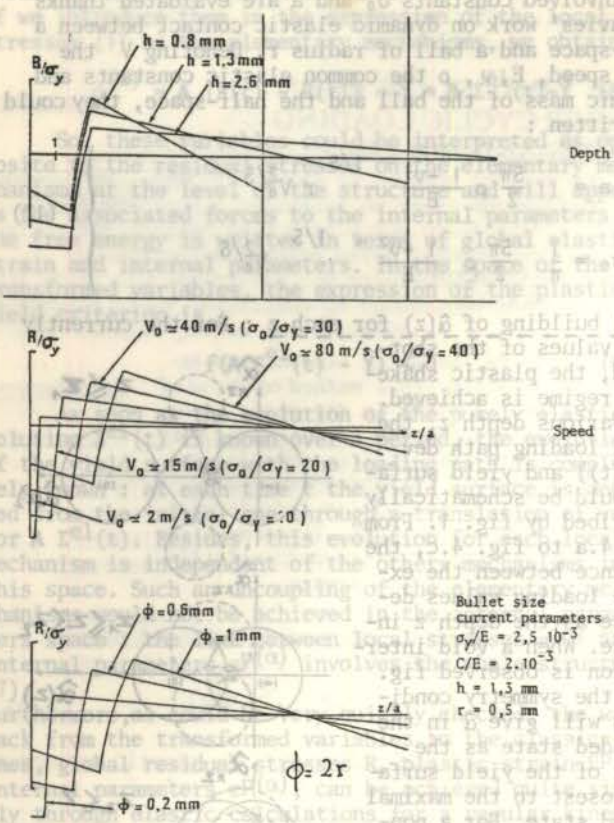


Figure 5 - Influence of various parameters.

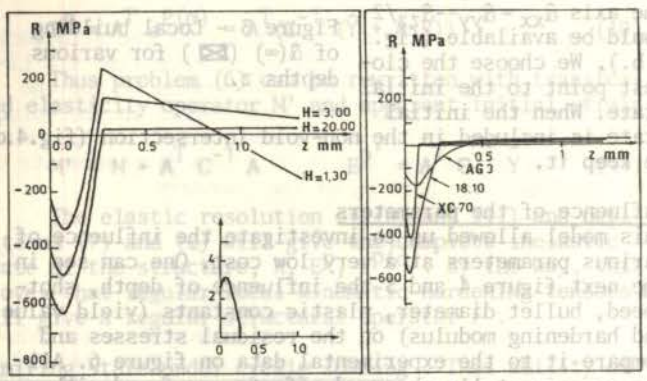


Figure 6 - Experimental results for various thickness and materials.

THE ROLLING PROBLEM

A similar study was carried out for the rolling problem. In that case, it is difficult to compare with experimental results and very few numerical studies are available.

Basic hypothesis : We consider a semi-infinite half-space or infinite plate of depth h (denoted Ω). The Ω domain is made of an elastic-plastic material with linear kinematic strain-hardening. Over it, an infinite cylinder of radius r (denoted Ω) is rolling with a constant speed V. Successive rollings of (C) on (Ω) occur. Under the moving cylinder, we assume the normal stress distribution of Hertz represented by p(x) on the contact area ($-a \leq x \leq x$) in both cases. It is obvious that a plane strain analysis must be used.

Main results : Basis hypothesis and application of this method are quite similar to the shot-peening. The choice of the transformed variables $\hat{\alpha}$, which only depends on the depth z, is a little more complicated than previously and varies whether elastic or plastic shakedown is obtained. The elastic loading is given by the Hertz' theory for the contact of an infinite cylinder on a semi infinite half space with a plane boundary.
Fig. 7 shows the resultats of the direct method compared with a numerical one [6] . Both calculus have been done with the same linear kinematic hardening behaviour and loading path. Considering the arbitrary choice of the transformed variables, and on the other hand, the use of a rather coarse finite element mesh, compared with the "exact" solution of the Hertz problem, we have a very good agreement between the results of these two methods.

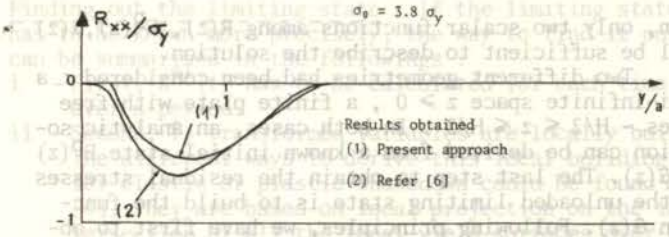


Figure 7 - Comparison between both methods for residual stresses.

REFERENCES

[1] J. ZARKA, G. INGLEBERT, "Sur une nouvelle analyse simple des structures inélastiques", Cours à l'Université de la Calabre, Cosenza, Italie, 1980.

[2] J. ZARKA, G. INGLEBERT, L/11/3, 6th SMIRT, 1981.

[3] G. INGLEBERT, Thèse, Paris VI, 17 Janvier 1984.

[4] B. HALPHEN, Q.S. NGUYEN, Journal de Mécanique 14, n° 1, pp. 39-63, 1975.

[5] J. ZARKA, J. FRELAT, C.R. Acad. Sci., Paris, t.292, n° 4, 6 Avril 1981, pp. 985-989.

[6] DANG VAN K., J.M. PROIX, Rapport interne L.M.S., to be published.

CONFIGURAÇÕES PLANAS PÓS-FLAMBAGEM DE UM ANEL CIRCULAR EXTENSÍVEL

EDGAR NOBUO MAMIYA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MATERIAIS — UFSCar
RUBENS SAMPAIO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA — PUC/RJ

SUMÁRIO

Determinam-se as configurações planas de equilíbrio pós-flambagem de um anel circular delgado submetido à pressão externa. Considera-se a extensibilidade do anel e compara-se os resultados com o caso inextensível que é encontrado na literatura. O modelo matemático utilizado descreve o anel como uma curva regular plana. As equações constitutivas adotadas são lineares, a não linearidade sendo, portanto, exclusivamente geométrica.

INTRODUÇÃO

Uma maneira de se estudar o comportamento mecânico de estruturas em que uma das dimensões predomina sobre as demais é a de se considerá-las como curvas secionalmente regulares no espaço. Neste caso, as funções que caracterizam a configuração da estrutura passam a ser descritas em termos de um único parâmetro espacial e mais um parâmetro temporal. Esta abordagem leva a modelos matemáticos mais simples do que aqueles em que a parametrização do espaço é feita através de três variáveis. Entretanto, é preciso lembrar que a simplificação obtida é relativa, uma vez que, desprezados os casos mais simples, obtém-se modelos não lineares cujas soluções quase nunca são imediatas.

O conhecimento do comportamento pós-flambagem de estruturas tornou-se importante a partir do surgimento de novos materiais que possibilitaram, pelo aumento da resistência mecânica, o projeto de estruturas mais leves e, consequentemente, esbeltas. Nestas condições, em muitos casos, o fator decisivo no projeto é a deformação da estrutura.

O modelo matemático [1, 2], utilizado no presente trabalho permite a análise do comportamento estático de estruturas elásticas que possam ser consideradas como curvas planas, regulares. As configurações e os esforços internos são descritos como funções a um único parâmetro. Considerações de geometria, equilíbrio e hipóteses constitutivas, que supõem a barra elástica à flexão e à elongação, levam a um sistema não linear de equações diferenciais ordinárias. Este enfoque, adotado em outros trabalhos, como por exemplo em [3] e [4], não consideram, entretanto, que a barra é extensível. Por outro lado, a hipótese da extensibilidade é adotada em [5] que, a partir de uma formulação variacional, utiliza-se do método dos elementos finitos para a resolução numérica. O modelo ora empregado leva, dentro da classe de problemas estudados, a uma implementação numérica muito menos dispendiosa do que aquela decorrente da técnica variacional. No presente caso, a resolução do problema descrito pelo sistema de equações diferenciais e mais as condições adicionais é reduzida, através do método do tiro simples, à pesquisa de zeros $a(\lambda)$ de um sistema de equações de bifurcação:

$$b(a, \lambda) = 0$$

$$b(a, \lambda) : D \times I \to R^n$$

onde $a \in D \subset R^n$, $1 \leq n \leq 7$, são as condições iniciais do problema de valores iniciais equivalentes ao problema original, e $\lambda \in I \subset R^m$ é o parâmetro de carregamento da estrutura. Esta pesquisa é efetuada utilizando-se o método de Newton (com pequenas modificações visando aumentar a sua eficiência). O problema de valores iniciais associado é resolvido utilizando-se o método clássico de Runge-Kutta de quarta ordem.

Este artigo aborda o problema do anel circular submetido a um carregamento por pressão externa, em que o problema de bifurcação decorrente é definido de tal modo que $a \in D \subset R^3$. São apresentados resultados numéricos comparando as configurações de equilíbrio para o caso em que se considera a barra extensível com o caso em que a hipótese de extensibilidade é desprezada.

MODELO MATEMÁTICO

O presente estudo limita-se à análise dos estados de equilíbrio em sistemas conservativos. Assim, interessam apenas as configurações de referência e atual da estrutura. Estas são parametrizadas pelos respectivos comprimentos de arco S e s.

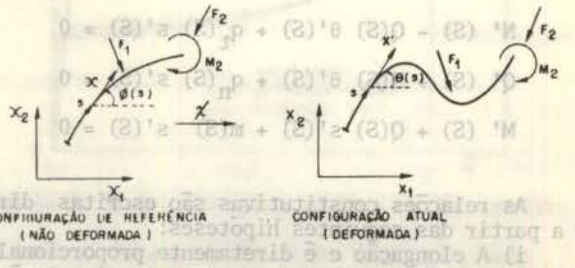


Figura 1. Representação da estrutura nas configurações de referência e atual.

Definem-se a elongação e, e as curvaturas K e k nas configurações de referência e atual, respectivamente, por:

$$e(S) = s'(S) - 1$$

$$K(S) = \phi'(S) \qquad (1)$$

$$k(S) = \theta'(S)$$

onde $\phi(S)$ é o ângulo entre a tangente X'(S) à curva não deformada e o eixo X_1, $\theta(s)$ é o ângulo entre a tangente x'(s) à curva deformada e o eixo x_1, e $\theta(S) = \theta(s) \cdot s(S)$. A deformação dever ser tal que se possa definir o difeomorfismo s(S). Tanto $\phi(S)$ como $\theta(S)$ assumem valores positivos no sentido antihorário. Para cada função f, f'( ) denota a derivada com respeito ao

argumento de f.

Sob um carregamento estático qualquer, procuram-se as configurações deformadas compatíveis com o carregamento, sem preocupação de ordem dinâmica. A figura 2 esquematiza um trecho da estrutura deformada, entre uma extremidade A e um ponto qualquer s, sob um sistema de esforços em equilíbrio.

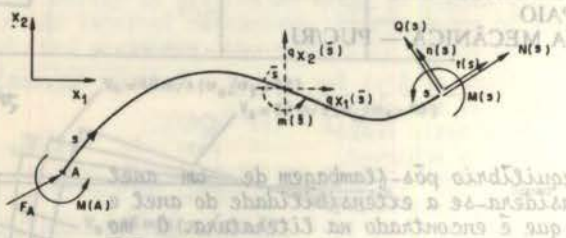


Figura 2. Trecho da estrutura em equilíbrio.

Os esforços solicitantes definidos no ponto s são o momento fletor M(s), o esforço normal N(s) e o esforço cortante Q(s). São considerados a força F_A e o momento M_A na extremidade A, assim como forças distribuídas $q_{x1}(s)$, $q_{x2}(s)$ e momento distribuído m(s) ao longo do trecho considerado. Caso atuem esforços concentrados ao longo do trecho, basta redefinir sub-trechos limitados por estes. O equilíbrio dos esforços atuantes sobre o trecho considerado fornece as expressões:

$$\begin{aligned} N'(s) - Q(s)\,\theta'(s) + q_t(s) &= 0 \\ Q'(s) + N(s)\,\theta'(s) + q_n(s) &= 0 \\ M'(s) + Q(s) + m(s) &= 0 \end{aligned} \tag{2}$$

Entretanto, como em geral só se conhece a geometria da estrutura na configuração descarregada, é conveniente se escrever todas as expressões como funções de uma única parametrização. Assim, lembrando que s(S) constitui um difeomorfismo, pode se reescrever as expressões (2), obtendo-se:

$$\begin{aligned} N'(S) - Q(S)\,\theta'(S) + q_t(S)\,s'(S) &= 0 \\ Q'(S) + N(S)\,\theta'(S) + q_n(S)\,s'(S) &= 0 \\ M'(S) + Q(S)\,s'(S) + m(S)\,s'(S) &= 0 \end{aligned} \tag{3}$$

As relações constitutivas são escritas diretamente a partir das seguintes hipóteses:

i) A elongação e é diretamente proporcional ao esforço normal N(S) e inversamente proporcional à área A(S) da seção transversal da barra, em cada ponto S.

ii) A variação da curvatura k - K é diretamente proporcional ao momento de inércia I(S) da seção transversal da barra, em relação ao vetor binormal $b = t \wedge n$, no ponto S.

Tem-se, assim:

$$\begin{aligned} s'(S) &= 1 + \frac{N(S)}{E(S)\,A(S)} \\ \theta'(S) &= \phi'(S) + \frac{M(S)}{E(S)\,I(S)} \end{aligned} \tag{4}$$

onde E(S) representa o módulo de elasticidade do material. Os parâmetros x_1, x_2, s e θ são relacionados por:

$$\begin{aligned} x_1'(S) &= s'(S)\cos\theta(S) \\ x_2'(S) &= s'(S)\,\mathrm{sen}\,\theta(S) \end{aligned} \tag{5}$$

As expressões (3), (4) e (5) formam um sistema não linear de sete equações diferenciais ordinárias a sete incógnitas.

O PROBLEMA DO ANEL CIRCULAR

Considere-se um anel circular delgado submetido à pressão externa. A configuração não carregada é caracterizada através da função curvatura:

$$K(S) = \phi'(S) = -R^{-1} \tag{6}$$

onde R é o raio do anel não deformado.

O equilíbrio é descrito pelo sistema de equações diferenciais (3), (4), (5) e mais as condições adicionais:

$$\begin{aligned} M(0) - M(2\pi R) &= 0 \\ N(0) - N(2\pi R) &= 0 \\ Q(0) - Q(2\pi R) &= 0 \\ s(0) &= 0 \\ \theta(0) - \theta(2\pi R) - 2\pi &= 0 \\ x_1(0) - x_1(2\pi R) &= 0 \\ x_2(0) - x_2(2\pi R) &= 0 \end{aligned} \tag{7}$$

Uma técnica utilizada na resolução do problema de condições adicionais genéricas consiste em transformá-lo em problemas de valores iniciais, para os quais existem procedimentos numéricos clássicos para resolvê-los. Se um dado problema é descrito por:

$$\begin{aligned} &y' = f(x,y),\ x \in [a,b], \\ &y : [a,b] \subset R \to R^n \\ &F(y(a), y(b)) = 0 \end{aligned} \tag{8}$$

a técnica do Tiro Simples [5], o transforma em problemas do tipo:

$$\begin{aligned} &y' = f(x,y),\ x \in [a,b] \\ &y : [a,b] \subset R \to R^n \\ &y(a) = t,\ t \in R^n \end{aligned} \tag{9}$$

tais que $F(t, y(b,t)) = 0$. Deste modo, o problema original é reduzido, através desta técnica, à pesquisa de zeros t de $F(t, y(b,t))$. No caso, fixando-se os valores:

$$\begin{aligned} \theta(0) &= 0 \\ x_1(0) &= 0 \\ x_2(0) &= 0 \end{aligned} \tag{10}$$

as únicas condições iniciais que devem ser pesquisadas, de modo que as condições (7) sejam satisfeitas são

M(0), N(0) e Q(0), associados, por exemplo, às condições:

$$F_1\,(M(0),\ N(0),\ Q(0)) = \theta(2\pi R) - \pi = 0$$
$$F_2\,(M(0),\ N(0),\ Q(0)) = x_1(2\pi R) = 0 \qquad (11)$$
$$F_3\,(M(0),\ N(0),\ Q(0)) = x_2(2\pi R) = 0$$

onde $F: D \subset R^3 \to R^3$ e D é a restrição do domínio de pesquisa de zeros.

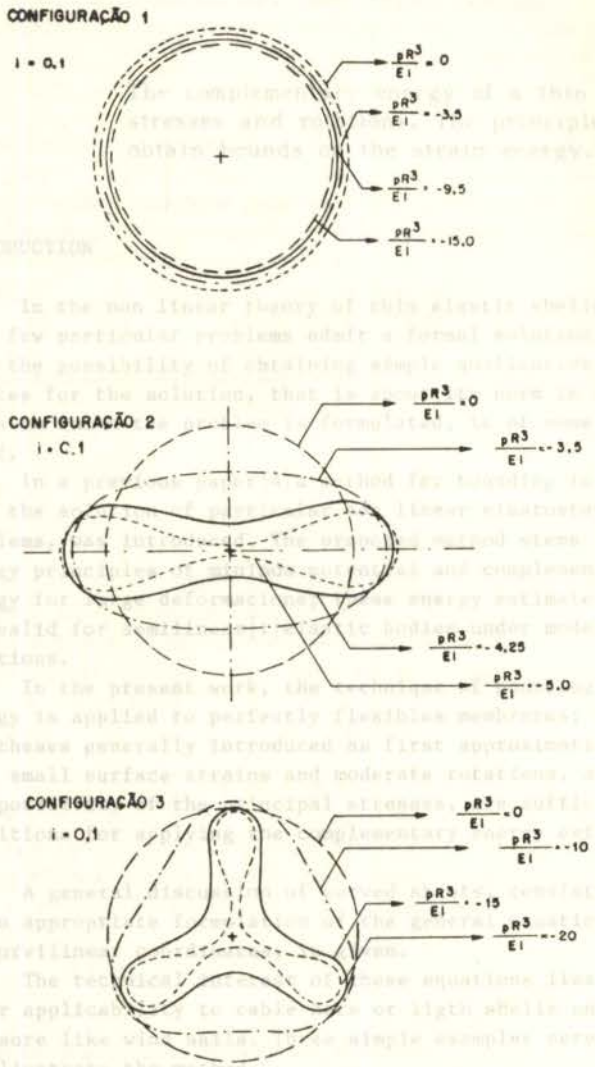


Figura 3. Configurações de equilíbrio.

RESULTADOS

A pesquisa de zeros de $F_i = 0$, i = 1,2,3, foi efetuada utilizando-se o método de Newton, enquanto os problemas de valores iniciais foram integrados pelo método de Runge-Kutta de quarta ordem, particionando-se o intervalo [0,2πR] em 300 partes iguais. O problema foi analisado fazendo-se variar a extensibilidade, caracterizada pelo raio de giração $i = \sqrt{I/A}$, e o carregamento dentro dos intervalos: $0 \le i \le 0{,}1$ e $-21{,}5 \le pR^3/(EI) \le 0$. Foram encontradas três configurações distintas, sendo os resultados ilustrados nas figuras 3 e 4.

Verificou-se que os pontos de bifurcação sofrem influência da hipótese de extensibilidade, conforme ilustra a tabela 1.

Tabela 1. Carregamentos de bifurcação

	$p R^3/(E I)$		
Bifurcação	Inext.	i = 0,05	i = 0,1
1 - 2	3,03	3,05	3,2
1 - 3	8,13	8,35	9,5

Como consequência, para cargas próximas dos pontos de bifurcação, as configurações correspondentes sofrem grande influência da hipótese de extensibilidade, conforme mostra a figura 5. A tabela 2 indica uma diferença de 25,4% na menor distância do anel ao seu centro, entre os casos em que i = 0 (inextensível) e i = 0,1, para a configuração 3 com $p R^3/(E I) = -10$.

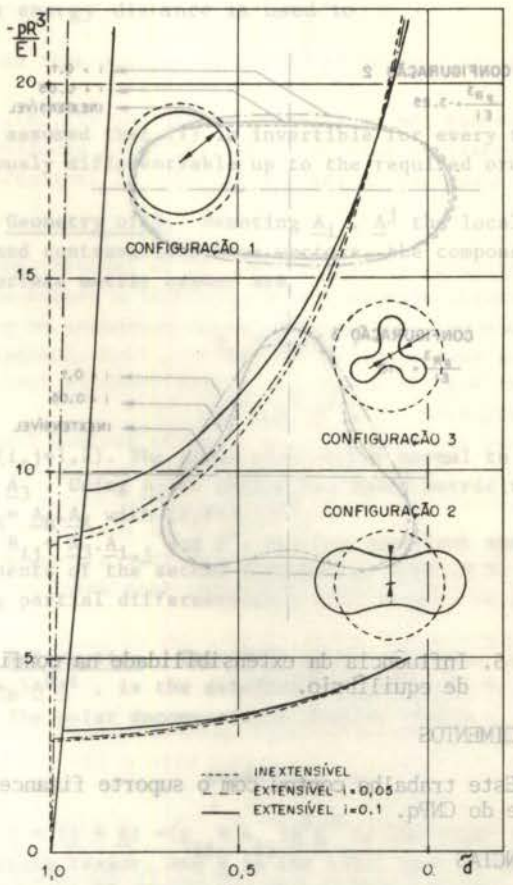


Figura 4. Menor distância do anel ao seu centro.

Tabela 2. Menor distância ao centro do anel.

Configuração 3 $p R^3/(E I) = -10$

i	$\tilde{d} = d/R$	$(\tilde{d}_{ext} - \tilde{d}_{inext})/\tilde{d}_{inext}$
0	0,5866	inextensível
0,05	0,6148	0,048
0,1	0,7356	0,254

CONCLUSÕES

Foram determinadas três configurações de equilíbrio para um anel circular delgado submetido a pressão externa, considerando-se a hipótese da extensibilidade

da barra. Os resultados obtidos mostram que para valores suficientemente grandes do raio de giração i, esta hipótese altera significativamente os resultados. Tanto os deslocamentos quanto os esforços internos são menores no caso extensível. Isto se deve ao fato de que parte da energia atribuída à flexão do anel inextensível é utilizada na elongação da barra, no outro caso.

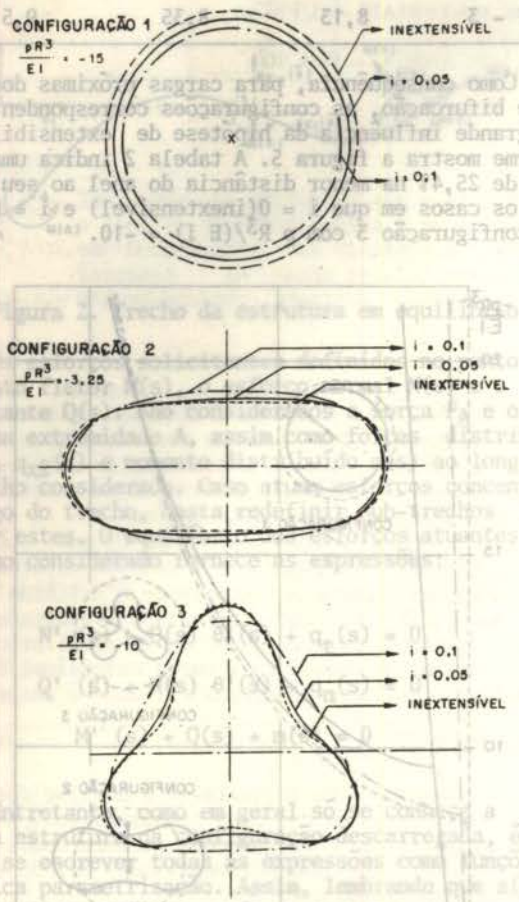


Figura 5. Influência da extensibilidade na configuração de equilíbrio.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho contou com o suporte financeiro da FINEP e do CNPq.

REFERÊNCIAS

[1] Almeida, M.P. e Sampaio Filho, R. - Flambagem de barras com compressão axial, VII COBEM, Uberlândia, Vol. B, P.201, 1983.

[2] Costa Mattos, H.S. - Método do tiro na resolução de estruturas unidimensionais elásticas. Tese de Mestrado, PUC-RJ, 1984.

[3] Tadjbakhsh, I. - Buckled states of elastic rings, em Bifurcation theory and nonlinear eigenvalue problems, p. 69-97, editado por Keller, J.B. e Antman S., W.A. Benjamin Inc., Nova Iorque, 1969.

[4] Bâtoz, J.L. - Importance de la théorie non linéaire et du type de pression sur le flambement d'arcs et d'anneaux circulaires, Journal de Mécanique Appliquée, Vol. 5 Nº 2, p.219-238, 1981.

[5] Batoz, J.L. e Jameaux, J.P. - Post-flambement et grands deplacements d'arcs plans, Universite de Technologie de Compiegne - França, 1984.

[6] Stoer, J. e Bulirsch, R. - Introduction to numerical analysis, Springer-Verlag, Nova Iorque, 1ª ed. 609 p., 1980.

SUMMARY

Plane, post-buckling equilibrium configurations of a thin, circular ring submitted to external pressure are determined. The extensibility of the ring is considered and the results are compared with the inextensible case found in the literature. The mathematical model employed describes the ring as a plane, regular curve. The configurations and internal forces are functions of a single parameter. The constitutive equations adopted are linear, and the nonlinearity is only due to geometry.

TWO SIDED ENERGY BOUNDS FOR ELASTIC MEMBRANES

MAURIZIO ANGELILLO
INSTITUTO DI CONSTRUZIONI FACOLTÁ DI ARCHITETTURA
NAPOLI, ITÁLIA

SUMMARY

The complementary energy of a thin elastic shell is defined in terms of Piola stresses and rotations. The principle of minimum energy distance is used to obtain bounds on the strain energy.

INTRODUCTION

In the non linear theory of thin elastic shells, only few particular problems admit a formal solution[2]. Then the possibility of obtaining simple qualitative estimates for the solution, that is about its norm in the space in which the problem is formulated, is of some interest.

In a previous paper[4]a method for bounding in energy the solution of particular non linear elastostatic problems, was introduced. The proposed method stems from energy principles of minimum potential and complementary energy for large deformations; these energy estimates are valid for semilinear[1]elastic bodies under moderate rotations.

In the present work, the technique of bounding in energy is applied to perfectly flexibles membranes; the hypotheses generally introduced as first approximations, i.e. small surface strains and moderate rotations, and the positivity of the principal stresses, are sufficient conditions for applying the complementary energy estimate.

A general discussion of curved sheets, consisting of an appropriate formulation of the general equations in curvilinear coordinates, is given.

The technical interest of these equations lies in their applicability to cable nets or ligth shells under pressure like wind sails. Three simple examples serve to illustrate the method.

PRELIMINARIES

A set of material particles P distributed over a surface S -middle surface- is called membrane and is denoted M; tne material points P are identified by the position $\underline{x}(P)$ they occupy at time t=0.

Motion. The motion of the material surface is

$$\underline{x}= \underline{x}(\underline{X},t) ,$$

$\underline{x}$ being the position vector of the points of S at time t. Introducing a set of mareial coordinates s^1,s^2, $\underline{x}$ can be written

$$\underline{x}= \underline{x}(s^1,s^2,t) . \qquad (1)$$

It is assumed that (1) is invertible for every t and continuously differentiable up to the required order.

Geometry of S. Denoting $\underline{A}_i$, $\underline{A}^j$ the local covariant and contravariant base vectors, the components of the surface metric tensor are

$$g_{ij}= \underline{A}_i.\underline{A}_j , \qquad g^{ij}= \underline{A}^i.\underline{A}^j , \qquad (2)$$

with (i,j=1,2). The local unit vector normal to S is denoted $\underline{A}_3$. Using $\underline{A}_3$ we define the space metric tensor as $g_{HK}= \underline{A}_H.\underline{A}_K$ with (H,K=1,2,3).

$B_{ij}= \underline{A}_3.\underline{A}_{i,j}$ and $B^i{}_j$ are the covariant and mixed components of the second fundamental form of S, ",i" denoting partial differentiation with respect to s^i.

Deformation. The (3X2) tensor $\text{grad}\,\underline{x}(s^1,s^2,t) = (\underline{x}_{,i}.\underline{A}_H)\underline{A}^H\underline{A}^i$, is the deformation gadient of S.

The polar decomposition theorem yields

$$\text{grad}\underline{x}= \underline{R}\,\underline{U} , \qquad (3)$$

where $\underline{U} = (\underline{1} + \underline{e}) =(g_{ij} + e_{ij})\underline{A}^j\underline{A}^i$ is the right extensional strain tensor, and $\underline{R}$ is the (3X2) part of the orthogonal tensor $\underline{R}^*$ expressing the rotation in space of the principal directions of $\underline{U}$.

Calling $\underline{u}$ the displacement vector at time t of the material points P , it follows

$$\text{grad}\underline{x}(t) = g_{ij}\underline{A}^i\underline{A}^j + (\underline{u}_{,i}.\underline{A}_H)\underline{A}^H\underline{A}^i . \qquad (4)$$

Stress. Considering statical problems, only the state of stress at some time t* is of interest; we measure this state of stress by the Piola stress tensor $\underline{D}$. The components of the (2X3) tensor $\underline{D}$ are related to the (2X2) components of the true stress $\underline{S}$, by the equation

$$S^{ij}(t^*) = D^{hj}(\underline{x}_{,h}.\underline{A}^i)d/d^\circ , \qquad (5)$$

where d° and d are the densities at time 0 and t*.

We also introduce the so called Jaumann stress censor $\underline{T}$ whose components are related to those of $\underline{D}$ by the equation

$$T^{ij} = \tfrac{1}{2}(D^{iH}R_H^{\ j} + D^{jH}R_H^{\ i}) \quad , \qquad (6)$$

$R_H^{\ i}$ the mixed components of the (3X2) tensor appearing in (4).

In statical conditions, the balance of linear momentum gives

$$\begin{aligned} D^{ij}{}_{/i} - B_i^{\ j}D^{i3} + b^j &= 0 \quad , \\ B_{ij}D^{ij} + D^{i3}{}_{/i} + b^3 &= 0 \quad , \end{aligned} \qquad (7)$$

"/i" denoting covariant surface differentiation with respect to s^i, $\underline{b}$ being the body force,per unit volume at time t=0.

The equilibrium conditions on the part C* where the tractions $\underline{p}$ are specified, give

$$D^{iH}n_i = p^H \quad , \qquad (8)$$

n_i being the components of the in surface unit normal to C*.

Besides the equilibrium conditions (7),(8), the moment equations must be satisfied; these equations will be specified in the special case of isotropic membranes.

Stress-strain relations. It is assumed that M is Hyperelastic, that is characterized by a stored energy function W per unit initial volume depending on $\underline{e}$ only, or on any equivalent strain measure. It is further assumed that W($\underline{e}$) is a strictly convex coercive function of its argument.

Then the stress tensor $\underline{T}$ can be derived from W($\underline{e}$)

$$\underline{T} = \operatorname{grad}_{\underline{e}} W \quad . \qquad (9)$$

The properties of W are such that a complementary energy function $W_c(\underline{T})$ does exists, from which $\underline{e}$ can be derived

$$\underline{e} = \operatorname{grad}_{\underline{T}} W_c \quad . \qquad (10)$$

In particular, if the elastic membrane is isotopic, then the tensor $\underline{T}$ is coaxial with $\underline{e}$ and (6) becomes

$$T^{ij} = D^{iH}R_H^{\ j} \quad ;$$

in this case the moment equilibrium is expressed by the simmetry of $\underline{T}$ and by the condition $T^{i3} = 0$

$$D^{iH}R_H^{\ j} = D^{jH}R_H^{\ i} \qquad D^{iH}R_H^{\ 3} = 0 \quad . \qquad (11)$$

It is assumed that M is perfectly flexible, therefore the requirement of stability

$$\underline{T} \cdot \hat{n} > 0 \quad ; \quad \hat{n} = 1 \qquad (12)$$

restricts the class of possible load conditions. A set of loads is admissible if a stress state $\underline{D}$ does exist satisfying (7),(8) and (12).

APPROXIMATIONS FOR SMALL STRAINS AND MODERATE ROTATIONS

The orthogonal tensor R* may be developed in a power series of a skew tensor $\underline{r}$ or equivalently of the cross vector $\underline{w}$ associated to $\underline{r}$; the components of $\underline{r}$ are related to those of $\underline{w}$ by the relation

$$r_{IH} = J\hat{e}_{HIK}w^K \quad ,$$

where $\hat{e}_{HIK}$ is the permutation symbol and J the Jacobian of the transformation (1).

The series form of $\underline{R}^*$ is

$$\underline{R}^* = (g_{IJ} + r_{IJ} - \tfrac{1}{2}r_I^{\ H}r_{JH} + O(r^3))\underline{A}^I\underline{A}^J \quad ;$$

then the (3X2) tensor $\underline{R}$ appearing in (4) can be written

$$\underline{R} = (g_{Ki} + r_{Ki} - \tfrac{1}{2}r_K^{\ H}r_{iH} + O(r^3))\,\underline{A}^K\underline{A}^i \quad . \qquad (13)$$

Approximations. Some restrictive hypotheses are introduced in the analysis. Denoting $\|(.)\| = \sup_S|(.)|$, It is assumed that

$$O(\|\underline{r}\|) = O(\|\underline{w}\|) \leq O(a) \quad , \qquad (14)$$

where a is some small positive parameter.

Furthermore it is assumed that the surface strain $\underline{e}$ and the component w^3 of rotation are of order a^2

$$O(\|\underline{e}\|) = O(\|w^3\|) \leq O(a^2) \quad . \qquad (15)$$

Deformation. With the hypotheses (14) and (15), introducing (13) into (3), recalling (4), it follows

$$\begin{aligned} \underline{u}_{,i} \cdot \underline{A}_j &\doteq e_{ji} + r_{ji} - \tfrac{1}{2}r_{j3}r_{i3} \quad , \\ \underline{u}_{,i} \cdot \underline{A}_3 &\doteq r_{3i} \quad , \end{aligned} \qquad (16)$$

where $\doteq$ denotes equality within higher order terms.

From (16), decomposing the expression in symmetric and skew parts and introducing the rotation parameters $k_j = \hat{e}_{ji}r_{3i}$, it follows

$$\underline{r} \doteq \tfrac{1}{2}(\underline{u}_{,j} \cdot \underline{A}_i - \underline{u}_{,i} \cdot \underline{A}_j) \quad , \qquad (17)$$

$$\underline{e} \doteq \tfrac{1}{2}(\underline{u}_{,j} \cdot \underline{A}_i + \underline{u}_{,i} \cdot \underline{A}_j + \hat{e}_{hi}\hat{e}_{kj}k_hk_j) \quad . \qquad (18)$$

We remark that, with the hypotheses (14) and (15) the Green-Saint Venant tensor $\underline{E}$ coincides with $\underline{e}$, within higher order terms

$$\underline{e} \doteq \tfrac{1}{2}(\underline{u}_{,j} \cdot \underline{A}_i + \underline{u}_{,i} \cdot \underline{A}_j + \underline{u}_{,i} \cdot \underline{u}_{,j})\,\underline{A}^i\underline{A}^j \quad . \qquad (19)$$

Stress. The moment condition (11), neglecting terms of order $D^{ij}\underline{A}_i\underline{A}_j\,a^2$, reduce to the form

$$\begin{aligned} D^{21} - D^{12} &\doteq D^{13}(-k_2g^{12} + k_1g^{22}) - D^{23}(-k_2g^{11} + k_1g^{12}) \quad , \\ D^{13} &\doteq k_1D^{12} - k_2D^{11} \quad , \\ D^{23} &\doteq k_1D^{22} - k_2D^{21} \quad . \end{aligned} \qquad (20)$$

Assuming that

$$O(\|D^{ij}\underline{A}_i\underline{A}_j\|) = O(b) \quad ,$$

b being some positive parameter, from (20) it follows

$$\begin{aligned} O(\|D^{i3}\underline{A}_i\|) &\doteq O(ab) \quad , \\ D^{21} &\doteq D^{12} \quad . \end{aligned}$$

Specific strain and stress energies. For isotropic membranes, if the hypothesis (15) holds, one can assume that W(e) and W(T) are functionals of the form

$$W(\underline{e}) = \tfrac{1}{2}(g^{ih}g^{jk} + \frac{\nu}{1-\nu} g^{ij}g^{hk})2G\, e_{ij}e_{hk} \quad , \quad (21)$$

$$W(\underline{T}) = \tfrac{1}{2}(g_{ih}g_{jk} - \frac{\nu}{1+\nu} g_{ij}g_{hk})T^{ij}T^{hk}/2G \quad , \quad (22)$$

where G, are the usual elastic constant of the linear theory, per thickness of M.

Total potential and complementary energies. The total potential energy TE of M, defined over the class of kinematically admissible displacement fields $\underline{u}'(s^i)$, be given by

$$TE = \int_S (W(\underline{e}') - \underline{b} \cdot \underline{u}')\, ds - \int_{C^*} \underline{p} \cdot \underline{u}'\, dc \quad , \quad (23)$$

where, using the approximations introduced, W takes the form (21).

In a previous paper [3] a form of total complementary energy CE was derived; in the special case of isotropic membranes of semilinear material it reads

$$CE = -\int_{C^{**}} \underline{D}^T \hat{n}\, ds + \int_S (\mathrm{tr}\, \underline{T} - \mathrm{tr}\, \underline{D} + W(\underline{T}))ds, \quad (24)$$

C** being the part of C where the displacements are specified.

Consistent with the present approximations, from (24) we deduce

$$CE = -\int_{C^{**}} \underline{D}^T \hat{n} \cdot \underline{u}\, dc + \int_S \tfrac{1}{2}(D^{11}k_2^2 + D^{22}k_1^2 - 2D^{12}k_1k_2 + \frac{1}{2G}(D^{ij}D_{ij} - \frac{\nu}{1+\nu}(D^h{}_h)^2))ds \quad . \quad (25)$$

$CE(\underline{D},k_i)$ is a functional defined over the class of statically admissible fields $\underline{D}''(s^i)$ and rotation parameters k_i, i.e. such that the equations (7),(8) and (20) are satisfied.

Energy bounds. It was shown in [4] that if $\underline{u}'$ and $\underline{D}''$ correspond to the same rotation parameters k_i^*, then the bounding technique on the strain energy valid in the linear theory, can be used and informations about the degree of approximation of given states $\underline{u}'$,$\underline{D}''$, k_i^*, obtained.

EXAMPLES

So far no assumption have benn made about the load condition. Now we restrict our attention to three simple examples of membranes subjected to a uniform pressure, and of uniform thickness.

Flat circular membrane. Let us find a two sided estimate for the strain energy of the sheet, fixed along the boundary, whose typical section is depicted in Fig. 1 .

Using cylindrical coordinates (r,t,z) a simple kinematically admissible state $\underline{u}'$ is given in the form

$$\underline{u}' = h(R^2 - r^2)\, \underline{A}^z \quad ,$$

from which, recalling(16),(18) and (19), the physical components of strain and rotation are

$$e_r = 2h^2r^2, \quad k_t = 2hr \quad , \quad e_{rt} = e_t = k_r = 0 \quad .$$

The non vanishing components of the Piola stress tensor (see Fig. 1) must satisfy the equilibrium equations

$$S_{r,r} + (S_r - S_t)/r = 0 \quad , \quad (rT)_{,r}/r + p = 0 \quad ,$$

p being the pressure and S_r, S_t, T, the physical components of $\underline{D}$.

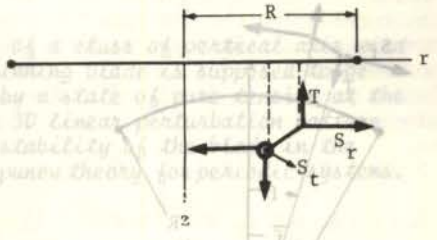


Fig. 1

Besides, in order S_r, S_t, T correspond to the same rotation parameters corresponding to $\underline{u}'$, from the moment equation (20)

$$T = -2hrS_r \quad .$$

Therefore $T = -pr/2$ and $S_r = S_t = p/4h$. In terms of these approximate states the energy distance CE+TE takes the minimum value for

$$h^3 = (1/4 + (1/16 + 4/(3(1+\nu)))^{\frac{1}{2}})p/(16ER^2/3(1-\nu^2)) \quad .$$

The bound on the strain energy for ν=0, E=1, R=1, $p=10^{-3}$ is

$$2026 \leq W(\underline{e}) \leq 2686 \quad .$$

Shallow cap. Let us consider the spherical membrane fixed alog its boundary, whose cross section is represented in Fig. 2 .

Using spherical coordinates (f,t,r) the equilibrium equations (7) in terms of the three non vanishing components of $\underline{D}$, read

$$S_{f,f} + \mathrm{ctg}\, f\, (S_f - S_t) + T = 0 \quad ,$$

$$-S_f - S_t + (T \sin f)_{,f}/\sin f + pR = 0 \quad ,$$

p being the pressure exerted in the positive direction of r.

Assuming tentatively that $S_f = S_t$, a solution of the equilibrium equations is

$$S_f = S_t = pR(1 - k\cos f)/2 \quad , \quad T = -k\, pR \sin f\, /2 \quad ,$$

where k<1 for the admissibility of the stress state.

The moment condition gives

$$k_t = k \sin f/(1 - k\cos f) \quad .$$

Assuming for the displacement $\underline{u}' = F(f)\underline{A}^r$ from (16),(17) (18)

$$e_f = F/R + F^2_{,f}/R \quad , \quad e_t = F/R \quad , \quad -k_t = F_{,f}/R \quad .$$

Equating k_t with the expression previously obtained and integrating

$$F = R(\log(1 - k \cos f)/ \log(1 - k \cos \bar{f})) \quad ;$$

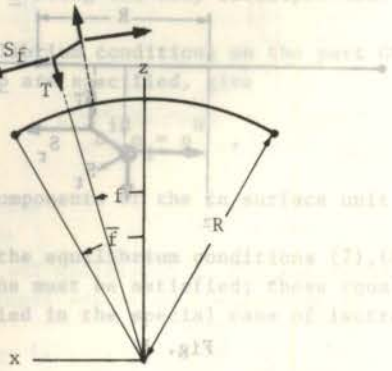


Fig. 2

CE+TE=E(k) attains its minimum value at k=k*.

For $\nu = 0$, $E = 10^4$, R=2000 , p= 10^{-3}, $\bar{f}$= 15°,

$$k^* = 0.160 \quad , \quad E(k^*) = 255.20 \quad ,$$

and

$$4262.08 \leq W(\underline{e}) \leq 4772.48 \quad .$$

Shallow hyperbolic paraboloid. As last simple example we consider the shallow membrane depicted in Fig. 3 , to which we refer for notations. We choose on S curvilinear coordinates s_1, s_2, such that

$$x = s_1 \quad , \quad y = s_2 \quad , \quad z = m(s_1^2 - s_2^2)/2 \quad .$$

We assume that this reference configuration be prestressed: subjected to a uniform two dimensional tensior T and clamped along its boundary.

Neglecting terms of order h^2/a^2 the equilibrium equations read

$$D^{11}_{,1} + D^{21}_{,2} - mD^{13} = 0 \quad ,$$

$$D^{12}_{,1} + D^{22}_{,2} + mD^{23} = 0 \quad ,$$

$$mD^{11} - mD^{22} + D^{13}_{,1} + D^{23}_{,2} + p = 0 \quad .$$

As kinematically admissible state we take

$$\underline{u} = k\, F(x)\, G(y) =$$

$$= k(\cos mx - \cos ma)(\cos my - \cos ma) \quad ,$$

with the physical components of strain given by

$$e_{11} = -mk\, F\, G + k_2^2/2 \quad , \quad e_{22} = mk\, f\, g + k_1^2/2 \quad , \quad e_{12} = -k_1 k_2/2 \quad .$$

As statically admissible state we consider

$$D^{11} = T - p/2m + kTm \cos mx\, G(y) \quad ,$$

$$D^{22} = T + p/2m - kTm \cos my\, F(x) \quad ,$$

$$D^{12} = 0 \quad ,$$

$$D^{13} = -kTm \sin mx\, G(y) \quad ,$$

$$D^{23} = -kTm \sin my\, F(x) \quad .$$

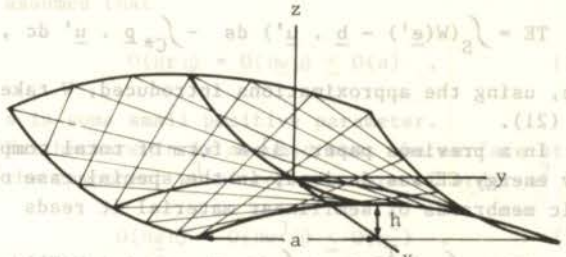


Fig. 3

Both the kinematically and the statically admissible states correspond to the same rotation parameters if T is sufficiently large

$$k_1 = -km \sin my\, F(x) \quad , \quad -k_2 = -km \sin mx\, G(y) \quad .$$

Again for $\nu = 0$, $E = 10^4$, a=1000 , h=100, T=100 , p= 10^{-3}, the minimum distance is

$$E(1.232(10)^5) = 2221.20 \quad .$$

REFERENCES

1 Jhon, F., "Plane strain problems for perfectly elastic materials of armonic type", Comm.Pure Appl. Math. V.2 (1960).

2 Green,A.E. and Adkins,J.E., Large Elastic Deformations , Oxford (1960).

3 Koiter, W.T., "On the complementary energy theorem in non linear elasticity" Rep.W.T.H.Delft, V.72, (1975).

4 Angelillo, M., "Limitazioni integrali alla energia di deformazione di particolari corpi elastici semilineari", Proc.6th AIMETA congress, Genova (1982).

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

DYNAMIC AEROELASTIC STABILITY OF VERTICAL AXIS WIND TURBINES UNDER A CONSTANT WIND VELOCITY

FRED NITZSCHE
IAE/CTA

SUMMARY

The flutter problem associated with the blades of a class of vertical axis wind turbines called Darrieus is studied in detail. The spinning blade is supposed to be initially curved in a particular shape characterized by a state of pure tension at the blade cross section. From this equilibrium position a 3D linear perturbation pattern is superimposed to determine the dynamic aeroelastic stability of the blade in the presence of free wind speed by means of the Floquet-Liapunov theory for periodic systems.

INTRODUCTION

Two fundamental kinds of modern wind turbines have been investigate around the world: the horizontal axis (HAWT) and the vertical axis (VAWT) wind turbines. The dynamics and aerodynamics of HAWT are better known, since the vast experience in propeller design of the aeronautical industry was employed to solve the important problems related to efficiency, structural dynamics and aeroelasticity. However, VAWT, with their particular characteristics, have been challenging analysts. Accidents reported with some turbines have indicated that some improvement must be done on the existing theory so that the new generation of large and more economical machines may be considered fully reliable.

The troposkien shape has been sometimes invoked in structural modeling of the blades of a special and particularly interesting VAWT: the Darrieus rotor (Fig. 1). When gravity is neglected, the troposkien is the plane curve described by a flexible rope rotating at a constant spinning rate. Its shape is known in closed analytical form [1]. Although a blade with such geometry is characterized by having no bending stress in the equilibrium position, tests have indicated that, under certain conditions, serious vibrations about the original position may occur. They involve: in-plane (flatwise), out-of-plane (chordwise) and torsion of the structure. The intention of this paper is to present an aeroelastic study of the troposkien-curved blade in the presence of the free wind observing the factors that may affect the dynamic stability of the structure. The mathematical model includes the most important parameters related to the VAWT design such as: CG and CP offsets from the elastic axis and the blade type of support. Effects like rotary inertia, shear deformation, extensibility, structural damping and Coriolis are included as well.

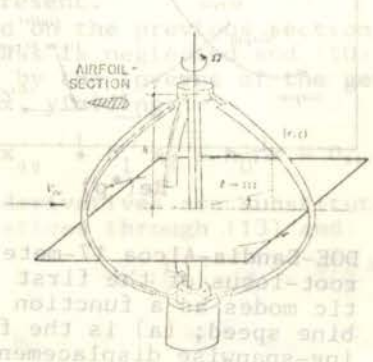


Figure 1. The Darrieus Wind Turbine

AEROELASTIC EQUATIONS OF MOTION

Experiments have indicated that Darrieus rotors' blades may undergo structural vibrations involving any combination of three deformation patterns: flatwise bending, chordwise bending and torsion. So, it was decided that the number of degrees-of-freedom of the blade cross section should be as large as six, containing the three linear displacements associated with the displacement of the reference axis from the troposkien equilibrium and the three related rotations of the cross section. The linear aeroelastic equations of motion for one slender, non-uniform blade originally curved in the troposkien shape were carefully presented in another work [2]. These equations govern the small perturbations from the equilibrium position. They are casted into the state vector form involving a coupled system of 12 first-order differential equations. In most cases the state vector form is constructed to accomodate time-dependent variables in the solution of initial-value problems. The state vector formulation adopted in this work casts spatial-dependent variables in a two-point boundary-value problem, where the conditions at both ends of the blade are previously known. The main assumptions included in the derivation of the aeroelastic equations are here summarized:

a) The blade is assumed to be a pre-stressed untwisted, non-uniform, plane troposkien-curved rod on which a linear field of deformations is applied;

b) the external dynamic load experienced by the blade is calculated by means of analytical dynamics methods and assume that the blade rotates at a constant angular velocity: CG offset, rotary inertia, Coriolis force and gyroscopic moment effects are included;

c) gravity is neglected. This approximation is applicable not only for medium-sized, but also for some large VAWT on basis of the lightness of the blade design;

d) the external aerodynamic loads are derived based on Theodorsen's theory for thin airfoils oscillating in an incompressible flow. The basic assumptions include: 2D strip unsteady theory, small angles of attack, no stall, coincident chord line and zero-lift line and aerodynamic center located at the quarter-chord point.

GENERAL FLUTTER ANALYSIS

The dynamic aeroelastic stability is studied by the classical modal superposition method [3]. Two different situations are analyzed. The first is related to the forced motion of the Darrieus rotor by an external device such as a motor. The second is concerned with the actual work of the wind turbine when generating mechanical energy assuming wind speed increasing from zero to characteristic values in the operating range of the turbine.

The first situation is well suited for the root-locus method of tracing the roots of the so-called flutter determinant in the complex plane, since the airloads are easily converted into the frequency-domain by taking their Laplace transform with respect to time. In the second case the airloads generate differential equations with periodic coefficients and the Floquet-Liapunov theorem should be employed to determine the stability boundaries of the system [4].

The modal superposition method is especially attractive when the natural free-vibration modes used to construct the aeroelastic modes are real-valued functions once the well known properties of the classical real eigenvalue problem remain valid. Although the system studied had complex eigenvalues generated by the Coriolis-related terms, it was still possible to work in the real domain by considering the Coriolis force as an additional external load acting together with the aerodynamic load on the blade.

The flutter problem is described by the following matrix equation:

$$M\ddot{y} + K y = - A_2\ddot{y} - (C + A_1)\dot{y} - A_0 y \qquad (1)$$

where M, K, A_2, C, A_1 and A_0 are respectively the mass, stiffness, apparent mass, Coriolis, aerodynamic damping and aerodynamic stiffness matrices and y is a vector of displacement-related dependent variables. The associated free-vibration eigenvalue problem is given by the left-hand side of (1) and it was solved by an integrating matrix scheme [2]. The m real eigenvectors can be organized into the modal matrix η:

$$\eta = [\ {}^{\bullet}y^1 : {}^{\bullet}y^2 : \ldots : {}^{\bullet}y^m\ ] \qquad (2)$$

where ${}^{\bullet}y^1$, ${}^{\bullet}y^2$, ... ${}^{\bullet}y^m$ are the m real eigenvectors of the Coriolis-free system. A new set of dependent variables x, called modal coordinates, are defined by a linear transformation given by:

$$y = \eta x \qquad (3)$$

where only x is time-dependent. Therefore:

$$\dot{y} = \eta \dot{x} \qquad (4)$$

$$\ddot{y} = \eta \ddot{x} \qquad (5)$$

Due to the harmonic time-dependence of the modal coordinates one also has:

$$\ddot{x} = - \grave{\omega}^2 x \qquad (6)$$

where $\grave{\omega}$ is the diagonal matrix of the eigenvalues of the system. The associated eigenvalue problem may be then written in modal coordinates as:

$$(- M \eta \grave{\omega}^2 + K \eta)\, x = 0 \qquad (7)$$

Pre-multiplying (7) by the transpose of the modal matrix, the following identity is obtained:

$$\eta^T K \eta = \grave{\mathbf{m}} \grave{\omega}^2 \qquad (8)$$

where:

$$\grave{\mathbf{m}} = \eta^T M \eta \qquad (9)$$

is a m×m diagonal matrix of generalized masses. Therefore (1) may be expressed in modal coordinates as:

$$(\grave{\mathbf{m}} + \mu \mathbf{a}_2)\ddot{x} + (\mathbf{c} + \mu \mathbf{a}_1)\dot{x} + (\grave{\mathbf{m}} \grave{\omega}^2 + \mu \mathbf{a}_0)\, x = 0 \qquad (10)$$

where $\mathbf{a}_2$, $\mathbf{c}$, $\mathbf{a}_1$, and $\mathbf{a}_0$ are all square matrices of dimension m obtained by pre- and pos-multiplying the correspondent matrices A_2, C, A_1 and A_0 by respectively η^T and η. μ is a dimensionless parameter characteristic of both the troposkien configuration and the ratio of the densities of the surrounding air and the material employed in the construction of the blade. In [2] the aerodynamic matrices $\mathbf{a}_1$ and $\mathbf{a}_0$ are shown to be the sum of two other matrices as follows:

$$\mathbf{a}_1 = \mathbf{d}_1 + \frac{\sin\theta}{X_\infty}\,\mathbf{e}_1 \qquad (11)$$

$$\mathbf{a}_0 = \mathbf{d}_0 + \frac{\sin\theta}{X_\infty}\,\mathbf{e}_0 \qquad (12)$$

where θ is the azimuth angle defined by the blade position and the wind direction:

$$\theta = \Omega t \qquad (13)$$

and X_∞ is the ratio between the tangential speed of the blade ($R\Omega$) and the wind speed "at infinite", V_∞:

$$X_\infty = \frac{R\Omega}{V_\infty} \qquad (14)$$

One important approximation was made to write (11) and (12): $1/X_\infty^2 = 0$. Such approximation matches the normal operation of typical Darrieus, which has $X_\infty \cong 5$.

ZERO WIND SPEED FLUTTER PROBLEM

It is straight-forward to Laplace transform (10) with respect to time and to obtain the flutter determinant in terms of simple matrix operations if $1/X_\infty \to 0$ (zero wind speed situation):

$$\mathrm{Det}(\mu;p) = \left|\ p^2(\grave{\mathbf{m}} + \mu\,\mathbf{a}_2) + p\,(\mathbf{c} + \mu\,\mathbf{a}_1) + \grave{\mathbf{m}}\,\grave{\omega}^2 + \mu\,\mathbf{a}_0\right| \qquad (15)$$

The characteristic values of $\mathrm{Det}(\mu;p)$ are responsible for the aeroelastic stability, where ${}^{\bullet}p$ is given by:

$$\mathrm{Det}(\mu;{}^{\bullet}p) = 0 \qquad (16)$$

Muller's iterative complex root finder [5] was used to construct the roots-loci of the first two aeroelastic modes as a function of the spinning rate. This result is presented in Fig. 2 as a plot of $\mathrm{Re}({}^{\bullet}p)$ versus $\mathrm{Im}({}^{\bullet}p) = \omega/\Omega$ (the normalized aeroelastic mode frequency).

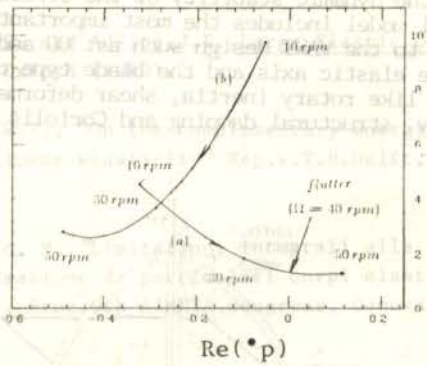


Figure 2. DOE-Sandia-Alcoa 17-meter Darrieus: root-locus of the first two aeroelastic modes as a function of the turbine speed; (a) is the flatwise bending-spanwise displacement mode and (b) the chordwise bending-torsion mode.

This analysis corresponds to case of a Darrieus working at the sea-level air density, elastic axis at the quarter-chord point, no structural damping, no CG static unbalance and pinned blades. Quasi-steady aerodynamics is employed; geometric and structural properties are those of a DOE-Sandia-Alcoa 17-meter Darrieus which may be found in [2]. It is observed that this turbine flutters at about 40 rpm, within the range of operation (between 29.8 and 52.5 rpm).

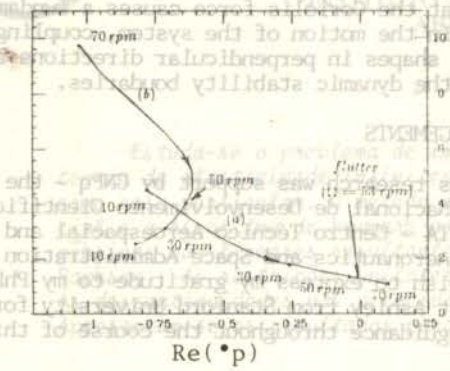


Figure 3. DOE-Sandia-Alcoa 17-meter Darrieus: root-locus of the first two aeroelastic modes as a function of the turbine speed; (a) is the flatwise bending-spanwise displacement mode and (b) the chordwise bending-torsion mode. Structural damping added.

To extend the stability boundaries of the same turbine to its entire operating range, it was necessary to introduce structural damping. The result obtained with a damping factor of 10% (ζ=0.1) is shown in Fig.3. Structural damping can be readily introduced through a single term added to the first time derivative in (10). The hypothesis involved is that the structural damping matrix may be diagonalized by the modal matrix (damping coefficients are "small enough"):

$$(\grave{\mathbf{m}} + \mu\,\mathbf{a}_2)\,\ddot{x} + (2\,\zeta\,\grave{\mathbf{m}}\,\grave{\omega} + \mathbf{c} + \mu\,\mathbf{a}_1)\,\dot{x} + (\grave{\mathbf{m}}\,\grave{\omega}^2 + \mu\,\mathbf{a}_0)\,x = 0 \qquad (17)$$

Another important conclusion is that the apparent mass has only a minor influence in the results. The stability boundaries are increased by an ammount less then 2% if the matrix $\mathbf{a}_2$ is included in the mathematical model. This observation is also relevant to the non-zero wind analysis.

NON-ZERO WIND SPEED FLUTTER PROBLEM

When non-zero wind speed configuration is considered, the periodic terms in (11) and (12) are present.

Based on the previous section results, apparent mass is neglected and (10) is premultiplied by the inverse of the generalized mass matrix, yielding:

$$x_{\theta\theta} + \mathbf{h}_1\,x_\theta + \mathbf{h}_0\,x = 0 \qquad (18)$$

Here time derivatives are substituted by azimuth derivatives through (13) and:

$$\mathbf{h}_1 = \grave{\mathbf{m}}^{-1}\left(\mathbf{c} + \mu\left(\mathbf{d}_1 + \frac{\sin\theta}{X_\infty}\,\mathbf{e}_1\right)\right) \qquad (19)$$

$$\mathbf{h}_0 = \grave{\omega}^2 + \mu\grave{\mathbf{m}}^{-1}\left(\mathbf{d}_0 + \frac{\sin\theta}{X_\infty}\,\mathbf{e}_0\right) \qquad (20)$$

The period of revolution of the blade may be normalized to one if a new time scale with period 2π is introduced by dividing the right-hand side term of (13) by 2π. Equation (18) may be written in state vector form based on the new time scale, $\bar{\theta}$, yielding:

$$q_{\bar{\theta}} = Q\,q \qquad (21)$$

where:

$$Q = \begin{bmatrix} -\bar{h}_1 & -\bar{h}_0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad (22)$$

Here, $\bar{h}_1$ and $\bar{h}_0$ are the versions of h_1 and h_0 in the new time scale, easily obtained from (19) and (20); 1 is the unit matrix and 0 is the null matrix.

The nature of the eigenvalues of the transition matrix of the system over a single period will, according to Floquet-Liapunov theorem, determine the stability of the system. The same integrating matrix numerical scheme described in [2] to solve the free-vibration eigenvalue problem is employed here to derive the transition matrix over the unitary period. Therefore:

$$q_{t=1} = \Phi\,q_{t=0} \qquad (23)$$

where Φ is the desired transition matrix.

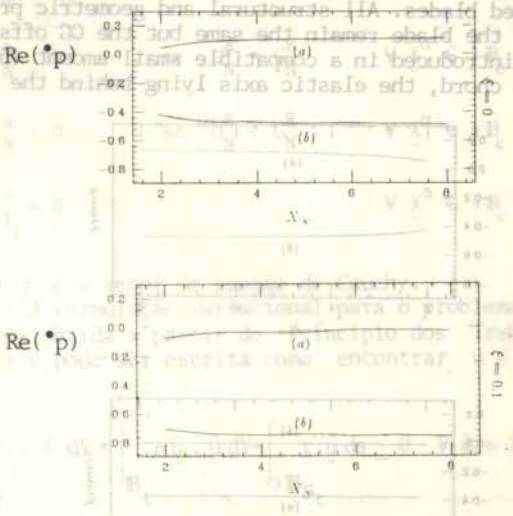


Figure 4. Modal damping coefficent of the first two aeroelastic modes as a function of the tip speed ratio. (a) is the flatwise bending-spanwise displacement mode; (b) is the chordwise bending-torsion mode.

Stability requires that for all eigenvalues of Φ, λ_i (i=1,2, ..., 2m):

$$\mathrm{Re}(\lambda_i)^2 + \mathrm{Im}(\lambda_i)^2 < 1 \qquad (24)$$

The modal damping coefficient is related to the latter result by:

$$\mathrm{Re}(\bullet p) = \tfrac{1}{2}\ln\left[\mathrm{Re}(\lambda)^2 + \mathrm{Im}(\lambda)^2\right] \qquad (25)$$

As one may expect, the free wind speed has a second-order effect on the flutter of the troposkien blade. The reason lies in the order of magnitude of the tip speed ratios encountered in the real performance of the Darrieus.

As in the previous section, two aeroelastic modes are studied. By varying X_∞ successive eigenvalues are extracted from Φ and stability checked. Figure 4 depicts the modal damping coefficient calculated with (25) for the first two aeroelastic modes of a pinned blade spinning at 50 rpm and the wind speed varying in such a way that the tip speed ratio lies within the operating range of the turbine. The two cases correspond to the ones already studied in Figs. 2 and 3. At the

top(the situation with no structural damping)an unstable (a) branch is observed. At the bottom a 10% structural damping factor is introduced and the branch (a) becomes stable. In both situations the higher the tip speed ratio, the worse the stability for branch (a), whereas the reverse occurs for branch (b).

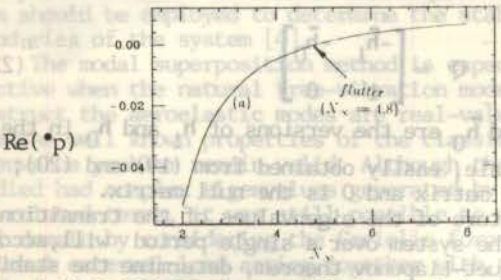


Figure 5. Modal damping coefficient of the flatwise bending-spanwise displacement mode as a function of the tip speed ratio. Structural damping factor of 8%.

Figure 5 depicts a particularly interesting situation where the same turbine is observed to flutter at about $X_\infty = 4.8$ (within the operating range) for a structural damping factor of 8%.

Figure 6 presents the comparison between pinned and clamped blades. All structural and geometric properties of the blade remain the same but the CG offset, which is introduced in a compatible small amount (5% of the blade chord, the elastic axis lying behind the CG).

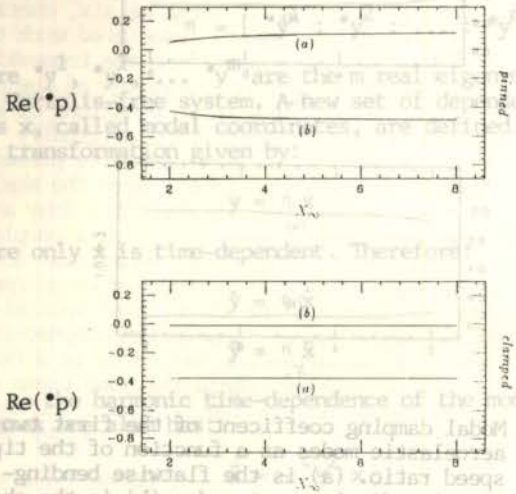


Figure 6. Modal damping coefficient of the first two aeroelastic modes as a function of the tip speed ratio. (a) is the flatwise bending-spanwise displacement mode; (b) is the chordwise bending-torsion mode. The clamped case is stable, whereas the pinned case is unstable.

The figure at the top shows that the CG offset has little effect on the stability when this case is compared to its counterpart in Fig.4. At the bottom figure one observes that the changing boundary conditions have substantially affected the behavior of the system: branches (a) and (b) have exchanged relative positions and the turbine has become stable throughout the range of variation of the tip speed ratio.

CONCLUSIONS

The complete dynamic aeroelstic analysis of the Darrieus rotor was performed. Some important conclusions may be drawn from the relatively simple mathematical model which has been introduced here. Flutter may be an important source of failure of such VAWT's. Several situations were observed in which the turbine became unstable within the operating range of the device. The free wind speed has a minor influence in the results, but in one particular situation the turbine fluttered for a finite value of tip speed ratio.

Structural damping plays an important role in the stability analysis. Flutter was prevented in the operating range of a turbine which was definitely unstable when it was null. However, the most important conclusion is that the blade boundary conditions are determinant in the magnitude of the safe operating range of the turbine. It becomes clear that the designer should choose a more restrained blade support: clamped joints as opposed to pinned joints. A more elaborate work [2] proved that the Coriolis force causes a fundamental feedback in the motion of the system, coupling together free mode shapes in perpendicular directions and greatly reducing the dynamic stability boudaries.

ACKNOWLEDGEMENTS

This research was support by CNPq - the Brazilian Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CTA - Centro Técnico Aeroespacial and NASA - National Aeronautics and Space Administration from USA.

I wish to express my gratitude to my PhD advisor Prof. Holt Ashley from Stanford University for his invaluable guidance throughout the course of this work.

REFERENCES

[1] Blackwell, B.F., and Reis, G.E., "Blade Shape for a Troposkien Type of Vertical-Axis Wind Turbine," Sandia Laboratories Report SLA 74-0154, April 1974.

[2] Nitzsche, F., "Aeroelastic Analysis of a Darrieus Type Wind Turbine Blade with Troposkien Geometry," Ph.D. dissertation, Department od Aeronautics and Astronautics, Stanford University, June 1983.

[3] Dowell, E.H., et al, A Modern Course in Aeroelasticity, Sijthoff and Noordhoff, The Netherlands, 1980.

[4] Friedmann, P., Hammond, C.E., and Woo, T.,-H., " Efficient Numerical Treatment of Periodic Systems with Application to Stability Problems," International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 11, 1977, pp. 1117-1136.

[5] Conte, S.D., and de Boor, C., Elementary Numerical Analysis, An Algorithmic Approach, 3rd. edition, 1980, pp. 120-127.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

ANÁLISE DE CONTATO E IMPACTO ENTRE CORPOS ELÁSTICOS

VERÔNICA S. BARBOSA
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA — IME/RJ
ABIMAEL F. DOURADO LOULA
LNCC/CNPq — RJ

SUMÁRIO

Estuda-se o problema de impacto em estruturas elásticas, dentro dos limites da teoria da elasticidade infinitesimal clássica. O problema estático pode ser analisado como caso particular. O método dos Elementos Finitos é usado para a descretização espacial e o Algorítmo de Newmark para a discretização temporal. O sistema de equações algébricas não-lineares resultante é resolvido iterativamente pelo Método de Newton – Raphson. As restrições unilaterais são impostas através de um Método de Penalização. As descontinuidades nas velocidades e acelerações, devidas à colisão, são consideradas. Apresentam-se os resultados para o impacto longitudinal de duas barras idênticas.

INTRODUÇÃO

Problemas em que corpos deformáveis interagem através de uma superfície de contato são inerentemente não-lineares, mesmo quando restritos a hipóteses de pequenas deformações e de comportamento elástico linear pois a superfície de contato entre os corpos adjacentes não é conhecida a priori. Neste trabalho apresenta-se uma solução numérica para uma classe restrita destes problemas: o impacto normal, ou a contato estático normal, entre dois corpos elásticos e isotrópicos que podem ser tratados através da teoria da elasticidade infinitesimal. Efeitos de atrito não são considerados, bem como a adesão entre os corpos. A superfície de contato deve ser contínua e de raio de curvatura grande em relação às dimensões dos corpos. A análise se restringe também a corpos que podem ser tratados por uma teoria uni ou bi-dimensional.

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Considere-se um corpo $\mathbb{B}$ que ocupa em sua configuração inicial, tomada como configuração de referência, a região aberta $\mathbb{B}_0$ do espaço $\mathbb{R}^3$ e cujo contorno $\partial\mathbb{B}_0$ é suave por partes. Seja $\mathbb{B}_t$ uma de suas configurações durante seu movimento, de contorno $\partial\mathbb{B}_t$. Se $\underline{x}$ é a posição de uma partícula qualquer deste corpo, na configuração de referência, seu movimento em uma descrição Lagrangiana é dado pelo vetor posição $\underline{x}$, $\underline{x} = \chi(\underline{X},t)$ $\forall t>0$, e seu campo de deslocamentos, pelo vetor $\underline{u}$, $\underline{u} = \underline{x} - \underline{X}$. Considere-se agora dois corpos $\mathbb{B}^1$ e $\mathbb{B}^2$ que estejam colidindo. A dificuldade de se ter a superfície de contato real como uma incógnita pode ser contornada definindo-se no contorno de $\mathbb{B}^\alpha$, $\alpha = 1,2$, uma provável região de contato $\partial\mathbf{B}^\alpha_c$, suficientemente ampla de forma a conter a primeira.

As grandezas vetoriais serão aqui decompostas em suas componentes normal e tangencial e indicadas, respectivamente, com os subscritos N e T. Seja $g^\alpha(\underline{X}^\alpha_T)$ uma função contínua que descreve parametricamente as superfícies $\partial\mathbf{B}^\alpha_c$ e seja $\underline{n}^\alpha$ a normal unitária externa à superfície de contato, relativa ao corpo α, $\alpha = 1,2$.

Então, fazendo-se

$$U^R_N = u^2_N + u^1_N \tag{1}$$

$$G^R_N = -\left\{ g^1 n^1_N + g^2 n^2_N \right\} \tag{2}$$

as condições cinemáticas e dinâmicas a serem compridas em $\partial\mathbf{B}^\alpha_c$ podem ser escritas como:

$$U^R_N \leq G^R_N \qquad \forall \underline{X}^\alpha \in \partial\mathbb{B}^\alpha_c \tag{3}$$

$$t^\alpha_N \leq 0 \qquad \text{se } U^R_N = G^R_N \qquad \forall \underline{X}^\alpha \in \partial\mathbb{B}_c \tag{4}$$

$$t^\alpha_N = 0 \qquad \text{se } U^R_N < G^R_N \qquad \forall \underline{X}^\alpha \in \partial\mathbb{B}_c \tag{5}$$

$$t^\alpha_{T_i} = 0 \qquad \forall \underline{X}^\alpha \in \partial\mathbb{B}_c \tag{6}$$

onde $\underline{t}$ é o vetor de tensão de Cauchy.

A formulação variacional para o problema em estudo foi obtida a partir do Princípio dos Trabalnos Virtuais e pode ser escrita como: encontrar $\underline{u} \in \text{Kin}_c$, tal que

$$\int_{\mathbb{B}_t} \underline{T} \cdot \hat{\underline{\varepsilon}}\, dV + \int_{\mathbb{B}_t} \rho\, \ddot{\underline{u}} \cdot \hat{\underline{u}}\, dV - \int_{\partial\mathbb{B}_{F_t}} \underline{t} \cdot \hat{\underline{u}}\, ds \geq 0 \quad \forall \hat{\underline{u}} \in \text{Var}_c \tag{7}$$

juntamente com a Equação Constitutiva Elástica Isotrópica e condições iniciais em deslocamentos e velocidade.

Nesta última equação, $\underline{T}$ é o tensor de tensão de Cauchy ($\underline{T} = \underline{T}^T$), $\hat{\underline{\varepsilon}}$ é o tensor de deformações correspondente à variação admissível $\hat{\underline{u}}$ e ρ é a massa específica. O conjunto cinematicamente admissível Kin_c e o espaço de variações admissíveis Var_c são definidos como:

$$\text{Kin}_c = \left\{ \underline{u}^\alpha \in H^1(\mathbb{B}^\alpha) : \underline{u}^\alpha = \bar{\underline{u}}^\alpha \quad \text{em} \quad \partial\mathbb{B}^\alpha_D \quad \text{e} \right.$$
$$\left. U^R_N \leq G^R_N \quad \text{em} \quad \partial\mathbb{B}^\alpha_c \quad , \alpha = 1, 2 \right\} \tag{8}$$

$$\text{Var}_c = \left\{ \hat{\underline{u}}^\alpha \in H^1(\mathbb{B}^\alpha) : \hat{\underline{u}} = \underline{0} \quad \text{em} \quad \partial\mathbb{B}^\alpha_D \quad \text{e} \right.$$
$$\left. \hat{U}^R_N \leq 0 \quad \text{em} \quad \partial\mathbf{B}^\alpha_c \quad , \alpha = 1, 2 \right\} \tag{9}$$

onde $\bar{\underline{u}}^\alpha$ é um deslocamento prescrito e $\partial\mathbb{B}^\alpha_D$ ($\partial\mathbb{B}^\alpha_F$) é a parte de $\partial\mathbb{B}^\alpha$ onde os deslocamentos (tensões) são prescritos. Estas regiões são tais que $\partial\mathbb{B}^\alpha = \partial\mathbb{B}^\alpha_D \cup \partial\mathbb{B}^\alpha_F \cup \partial\mathbb{B}^\alpha_c$.

SOLUÇÃO APROXIMADA

A solução do problema variacional (7) pode ser aproximada pela solução do problema penalizado:

encontrar $\underset{\sim}{u} \in Kin$, tal que

$$\int_{\mathbb{B}} \underset{\sim}{T} \cdot \hat{\underset{\sim}{\varepsilon}}_{\xi} \, dV + \int_{\mathbb{B}_t} \rho \, \ddot{\underset{\sim}{u}}_{\xi} \cdot \hat{\underset{\sim}{u}} \, dV - \int_{\partial\mathbb{B}_{F_t}} \underset{\sim}{t} \cdot \hat{\underset{\sim}{u}} \, dS + \int_{\partial\mathbb{B}_{c_t}} t_{cN_{\xi}} \hat{u}_N \, dS = 0 \qquad \forall \hat{\underset{\sim}{u}} \in Var \tag{10}$$

onde:

$$t_{cN_{\xi}} = \frac{1}{\xi}(U_N^R - G_N^R) \quad \text{se} \quad U_N^R > G_N^R \,, \quad \underset{\sim}{X} \in \partial\mathbb{B}_{c_t} \tag{11}$$

$$t_{cN_{\xi}} = 0 \quad \text{se} \quad U_N^R \leq G_N^R \,, \quad \underset{\sim}{X} \in \partial\mathbb{B}_{c_t} \tag{12}$$

e $\underset{\sim}{u}_{\xi} \xrightarrow[\xi \to 0]{} \underset{\sim}{u}$. Sendo que t_{cN} corresponde à tensão de contato entre os corpos e agora Kin e Var são dados por:

$$Kin = \left\{ \underset{\sim}{u}^{\alpha} \in H^1(\mathbb{B}^{\alpha}) \,;\; \underset{\sim}{u}^{\alpha} = \bar{\underset{\sim}{u}} \quad \text{em} \quad \partial\mathbb{B}_D^{\alpha}, \; \alpha = 1,2 \right\} \tag{13}$$

$$Var = \left\{ \hat{\underset{\sim}{u}}^{\alpha} \in H^1(\mathbb{B}^{\alpha}) \,;\; \hat{\underset{\sim}{u}} = \underset{\sim}{0} \quad \text{em} \quad \partial\mathbb{B}_D^{\alpha}, \; \alpha = 1,2 \right\} \tag{14}$$

Os termos correspondentes à integrais de volume em $\partial\mathbb{B}_t$ e à integral de superfície em $\partial\mathbb{B}_{F_t}$ foram discretizados espacialmente utilizando-se o Método dos Elementos Finitos em sua forma usual. Ao contrário, em $\partial\mathbb{B}_{c_t}$ a função delta de Dirac foi usada como interpolante para as forças de contato, o que corresponde a concentrar tais forças nos pontos nodais. Desta forma, a condição de não-interpenetração (3) só é verificada nos nós da região de contato. Devido a esta interpolação e à hipótese de pequenas deformações, pode-se supor que o contato entre os corpos se dá nó a nó e descrever um elemento de mola entre estes nós. Este elemento terá um nó pertencendo a $\mathbb{B}^1$ e outro a $\mathbb{B}^2$, com um grau de liberdade por nó, na direção normal à superfície de contato entre os corpos. A força de contato discretizada $\underset{\sim}{R}_c$, para um elemento genérico (e), pode ser escrita como:

$$\underset{\sim}{R}_c^{(e)} = \underset{\sim}{K}_c^{(e)} \begin{vmatrix} u_N^{1(e)} \\ u_N^{2(e)} + G_N^{R(e)} \end{vmatrix} = \underset{\sim}{K}_c^{(e)} \begin{vmatrix} u_N^{1(e)} - G_N^{R(e)} \\ u_N^{2(e)} \end{vmatrix} \tag{15}$$

onde $\underset{\sim}{K}_c^{(e)} = \frac{1}{\xi^{(e)}} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$ é a "matriz de rigidez" de um elemento de mola [1].

A forma discretizada do problema será então:

$$\underset{\sim}{M}\ddot{\underset{\sim}{U}} + \underset{\sim}{K}\underset{\sim}{U} + \underset{\sim}{R}_c(\underset{\sim}{U}) = \underset{\sim}{R} \tag{16}$$

onde M e K são, respectivamente, a matriz de massa global e a matriz de rigidez global usuais. $\underset{\sim}{U}$ é o vetor dos deslocamentos nodais, $\underset{\sim}{R}_c$ o vetor das forças de contato, $\underset{\sim}{R}$ o vetor das cargas externas e os pontos indicam derivação no tempo.

As equações (16) foram integradas no tempo utilizando-se o Algorítmo de Newmark e o sistema algébrico não-linear resultante foi resolvido iterativamente, dentro de cada intervalo de tempo Δt, pelo Método de Newton-Raphson [2]. Fazendo-se em um tempo t_{n+1} e para a i-ésima iteração:

$$\underset{\sim}{U}_{n+1}^{(i)} = \underset{\sim}{U}_{n+1}^{(i-1)} + \Delta\underset{\sim}{U}^{(i)} \tag{17}$$

onde $\Delta\underset{\sim}{U}^{(i)}$ são os deslocamentos incrementais, resulta da aplicação |1| destes algorítmos ao problema em estudo:

$$\underset{\sim}{K}_{n+1}^{*(i-1)} \Delta\underset{\sim}{U}^{(i)} = \underset{\sim}{R}_{n+1}^{*} - \underset{\sim}{K}_{n+1}^{*(i-1)} \underset{\sim}{U}_{n+1}^{(i-1)} - \underset{\sim}{K}_{n+1}^{(i-1)} \underset{\sim}{G} \tag{18}$$

com condições iniciais:

$$\underset{\sim}{K}_{c_{n+1}}^{(o)} = \underset{\sim}{K}_{c_n} \qquad \text{e} \qquad \underset{\sim}{U}_{n+1}^{(o)} = \underset{\sim}{U}_n \tag{19}$$

onde

$$\underset{\sim}{K}_{n+1}^{*(i-1)} = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}\underset{\sim}{M} + \underset{\sim}{K} + \underset{\sim}{K}_{c_{n+1}}^{(i-1)} \tag{20}$$

$$\underset{\sim}{R}_{n+1}^{*} = \underset{\sim}{R}_{n+1} + \underset{\sim}{M}\left| \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}\underset{\sim}{U}_n + \frac{1}{\beta(\Delta t)}\dot{\underset{\sim}{U}}_n + \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\ddot{\underset{\sim}{U}}_n \right| \tag{21}$$

As acelerações e velocidades podem então ser obtidas de:

$$\ddot{\underset{\sim}{U}}_{n+1} = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}(\underset{\sim}{U}_{n+1}^{(i)} - \underset{\sim}{U}_n) - \frac{1}{\beta(\Delta t)}\dot{\underset{\sim}{U}}_n - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\ddot{\underset{\sim}{U}}_n \tag{22}$$

$$\dot{\underset{\sim}{U}}_{n+1} = \dot{\underset{\sim}{U}}_n + \left| (1 - \gamma)\ddot{\underset{\sim}{U}}_n + \gamma\ddot{\underset{\sim}{U}}_{n+1}^{(i)} \right| (\Delta t) \tag{23}$$

Nestas expressões, γ e β são parâmetros que controlam a estabilidade e precisão do esquema de integração, $\underset{\sim}{G}$ é um vetor que lista o "gap" $G_{N_i}^R$, cujas únicas componentes não-nulas são aquelas associadas aos graus de liberdade de um dos corpos, na direção do impacto, para pontos em $\partial\mathbb{B}_c^2$ e $\underset{\sim}{K}_c$ é a "matriz de rigidez global" correspondente aos elementos de mola.

Foram adotados dois critérios de convergência distintos: no caso estático, um critério nos deslocamentos; no caso dinâmico, um critério nos deslocamentos e outro na energia [1].

CONDIÇÕES DISCRETAS DE CONTATO E SEPARAÇÃO

No momento em que os corpos $\mathbb{B}^1$ e $\mathbb{B}^2$ entram em contato ou se separam, são gerados pulsos de velocidade e tensão descontínuos na superfície de contato, que se propagam através dos mesmos. Tendo-se em vista a discretização feita na superfície de contato e com base na teoria de propagação de superfícies de descontinuidade em um meio contínuo, obtém-se como expressão para correção das velocidades de cada par de nós envolvidas no processo de colisão:

$$\dot{\underset{\sim}{U}}_{+} = \frac{M^1 \dot{\underset{\sim}{U}}^1 + M^2 \dot{\underset{\sim}{U}}^2}{M^1 + M^2} \quad \text{contato} \tag{24}$$

$$\dot{U}^{\alpha}_{+} = \dot{U}_{-} + (-1)^{\alpha} \frac{R_c \cdot \Delta t}{2M^{\alpha}} \quad \text{separação} \qquad (25)$$

onde os subscritos - e + indicam, respectivamente os valores de grandezas antes e após o contato e separação e M^{α} é a massa associada a cada ponto nodal. As equações (24) e (25) são aplicáveis [3] quando se escolhe Δt de forma que a perturbação provocada pelo contato / separação percorra um comprimento igual à menor distância entre dois nós da malha de elementos finitos.

As expressões para correção das acelerações e forças de contato são obtidas das equações de equilíbrio juntamente com a consideração de que as acelerações de pontos nodais em contato são iguais e de que as forças de contato se anulam após a separação. Indicando com o subscrito -1 grandezas envolvidas em uma iteração anterior na solução por Newton-Raphson, tem-se:

no caso de contato:

$$\ddot{U}_{+} = \frac{M^1 \ddot{U}^1_{-1} + M^2 \ddot{U}^2_{-1}}{M^1 + M^2} \qquad (26)$$

$$R_{c_+} = R_{c-1} - \frac{M^1 M^2}{M^1 + M^2} |\ddot{U}^2_{-1} - \ddot{U}^1_{-1}| \qquad (27)$$

no caso de separação:

$$\ddot{U}^{\alpha}_{+} = \ddot{U}^{\alpha}_{-1} - (-1)^{\alpha} \frac{R^{\alpha}_{c-1}}{M^{\alpha}} \quad \text{e} \quad R^{\alpha}_{c_+} = 0 \qquad (28)$$

O subscrito N foi abandonado nas equações (24) a (28) pois a única componente destas grandezas a ser afetada é aquela na direção do impacto, que aproximadamente coincide com a direção da normal à superfície de contato.

EXEMPLO 1

Analisa-se o impacto longitudinal de duas barras iguais, de comprimento L = 10. A barra 1 tem velocidade inicial igual a 0,01 e a barra 2 está em repouso, e ambas colidem no tempo t = 0. O material das barras tem massa específica ρ=0,01 e módulo de elasticidade E=100. Sendo a velocidade de propagação de uma perturbação nestas barras igual a c = 100, adotou-se Δt = 0,005 e, para cada barra uma malha com 20 elementos lineares de igual comprimento δX = 0,5. Foi previsto um elemento de mola entre as barras, com constante rigidez $1/\xi = 10^{10}$. As tolerâncias adotadas nos deslocamentos e na energia foram $TOLD_D = TOL_E = 10^{-10}$.

Nas figuras 1 a 3 são apresentados os resultados para o deslocamento, velocidade e tensão no ponto de contato, versus tempo.

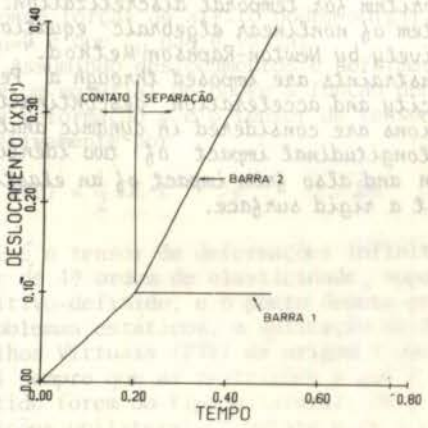


Figura 1. Deslocamento do ponto de contato

Tais resultados foram obtidos usando $\gamma = 0,502$, $\beta = 0,001001$ e matriz de massa diagonal. Para evitar efeitos de instabilidade, a partir do momento em que as barras se separam aumentou-se a dissipação numérica fazendo-se $\gamma = 0,525625$ e $\beta = 0,1297666$.

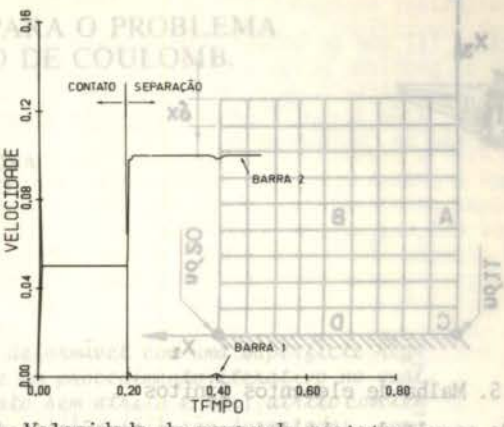


Figura 2. Velocidade do ponto de contato

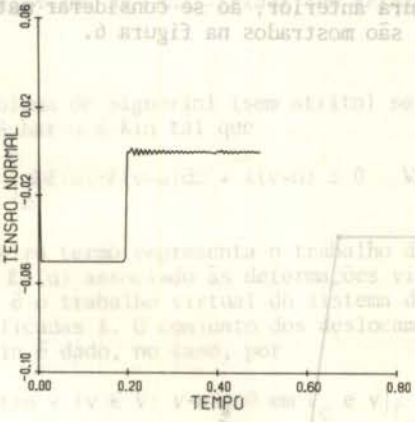


Figura 3. Tensão no elemento de contato

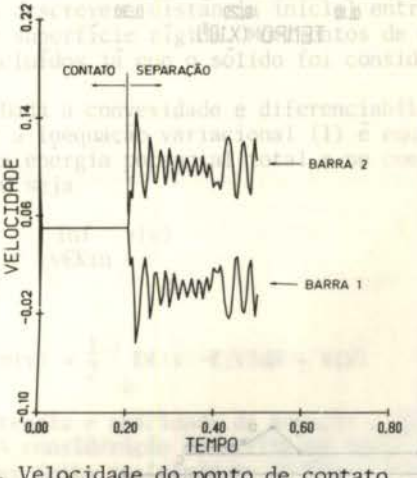


Figura 4. Velocidade do ponto de contato

Apresenta-se na figura 4 a velocidade do ponto de contato, quando se considera matriz de massa consistente e fixando-se $\gamma = 0,50$, $\beta = 0,25$. Pode-se observar que o "ruído" introduzido na solução é bem maior.

EXEMPLO 2

Considerou-se um bloco retangular de largura L=18, altura H=9 e comprimento infinito; com velocidade inicial V_0=1, dirigida para baixo, colidindo no tempo t = 0 com uma superfície rígida sem atrito. Adotou-se para o bloco massa específica $\rho = 0,01$, módulo de elasticidade E = 1000 e coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$. O problema foi analisado como estado plano de deformação e a malha de elementos finitos, com 81 elementos quadriláteros isoparamétricos de 4 nós e comprimento $\delta X = 1$ é mostrada na figura 5.

Sendo, neste caso, a velocidade da onda de dilatação igual a c = 366,9, escolheu-se o intervalo de in

tegração $\Delta t = 0{,}002725$.

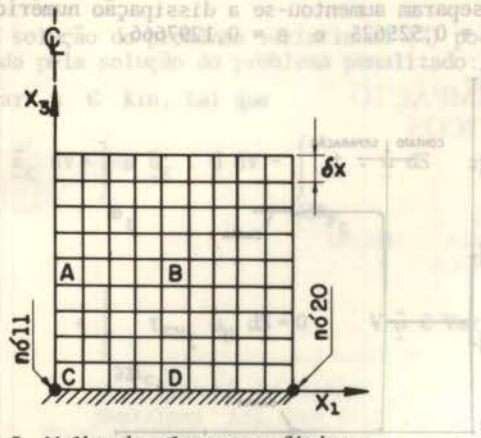


Figura 5. Malha de elementos finitos

Os resultados obtidos para as tensões (tomadas como a média daquelas nos pontos nodais) nos elementos A, B, C e D da figura anterior, ao se considerar matriz de massa diagonal são mostrados na figura 6.

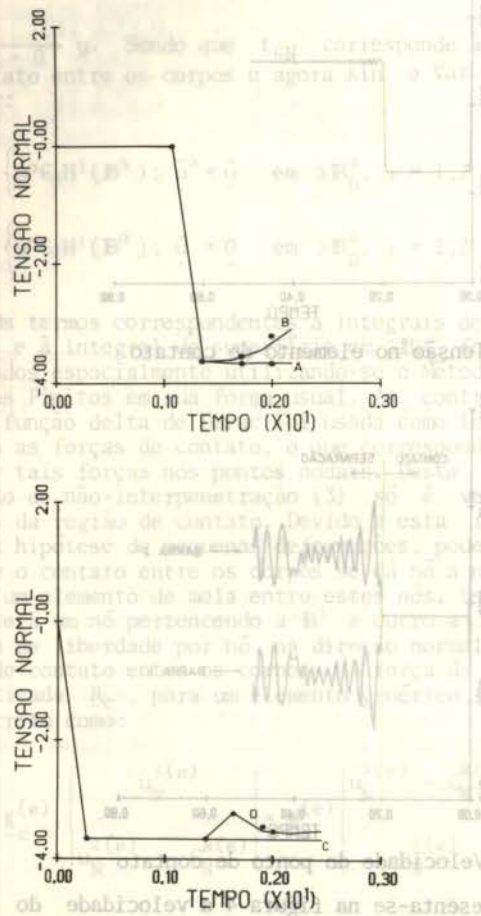


Figura 6. (a) Tensões normais nos elementos A e B
(b) Tensões normais nos elementos C e D
——— presente trabalho
. referência [3]

Neste caso, adotou-se $\gamma=0{,}502$ e, no limite de estabilidade numérica, $\beta = 0{,}001001$. Foram distribuidos 10 elementos de mola nos pontos nodais da provável superfície de contato, com constante de rigidez $1/\xi=10^{10}$. Para tolerâncias $TOL_D=TOL_E=10^{-10}$, convergência foi atingida em 2 iterações.

Ambos os exemplos são apresentados também na referência [3]. Para efeito de comparação, os mesmos dados foram adotados. Observou-se uma boa concordância entre os resultados aqui obtidos e os da referência |3| .

CONCLUSÕES

O Método de Penalização Externa demonstrou ser bastante eficiente para a modelagem da superfície de contato. Isto pode ser observado, por exemplo, da análise de um problema estático [1]. Sem a necessidade de um carregamento incremental, o algorítmo "liga" e "desliga" elementos de mola, determinando a superfície de contato final em poucas iterações. No caso de impacto, constatou-se a eficiência das condições de contato e separação, apresentados na referência [3] e aqui adotadas. Isto se reflete, principalmente, na predição correta da duração do impacto, em comparação com a solução analítica, ainda que utilizando-se um esquema implícito de integração no tempo, que é menos favorável para problemas envolvendo propagação de descontinuidades. A maior dificuldade encontrada fica por conta da simulação numérica da propagação das descontinuidades. As soluções para estes problemas são extremamente sensíveis à escolha de Δt. Nota-se a presença de "ruído" na solução ainda que adotando-se este intervalo correspondendo ao tempo para a perturbação percorrer a distância entre dois nós da malha. Um valor adequado para o parâmetro γ precisa ser pesquisado de forma que, introduzindo amortecimento numérico, este efeito seja minimizado.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi em parte financiado pela CNEN-Comissão Nacional de Engenharia Nuclear.

REFERÊNCIAS

|1| Barbosa, V.S., "Solução Numérica de Problemas de Impacto em Estruturas Elásticas", Tese de Mestrado - IME (1985)

|2| Bathe, K.J., "Finite Elements Procedures in Engineering Analysis", Prentice-Hall, New Jersey (1982).

|3| Hughes, T.J.R., Taylor, R.L., Sackman, J.L., Curnier, A. e Kanoknukulchai, W., Finite Element Method for a Class of Contact-Impact Problems, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 8, 249-276 (1976).

SUMMARY

The impact problem in elastic structures is studied here, within the limits of the classical theory of infinitesimal elasticity. The static problem can be analysed as a particular case. The Finite Element Method is used for spatial discretization and Newmark's Algorithm for temporal discretization. The resulting system of nonlinear algebraic equations is solved iteratively by Newton-Raphson Method. The unilateral constraints are imposed through a Penalty Method. Velocity and acceleration descontinuities due to collisions are considered in dynamic analysis. Results from longitudinal impact of two identical bars are shown and also from impact of an elastic block against a rigid surface.

UM ALGORITMO NUMÉRICO PARA O PROBLEMA DE SIGNORINI COM ATRITO DE COULOMB.

HÉLIO J.C. BARBOSA
RAUL A. FEIJÓO
LNCC/CNPq

SUMÁRIO

Estuda-se o problema de contato de um sólido deformável com uma superfície rígida na qual considera-se atrito de Coulomb. Adota-se um procedimento iterativo no qual cada iteração envolve dois sub-problemas: (i) contato sem atrito e (ii) atrito com tensão normal prescrita. Assume-se elasticidade linear e (i) e (ii) são formulados como problemas de minimização. Uma discretização via elementos finitos dá origem a dois problemas de programação quadrática resolvidos pelo algoritmo de Gauss-Seidel com relaxação e projeção. Um exemplo numérico é apresentado.

INTRODUÇÃO

O problema do equilíbrio de um sólido deformável em contato com uma superfície rígida (problema de Signorini) na qual forças de atrito podem ser desenvolvidas permanece como um dos mais difíceis problemas da mecânica dos sólidos [1]. As dificuldades surgem na busca de uma formulação matemática adequada, na questão da existência e unicidade de soluções e na construção de algoritmos numéricos para obtenção de soluções aproximadas. Observe-se que mesmo na *ausência* de atrito e num contexto de elasticidade *linear* os problemas de contato são *não-lineares* devido ao fato de não se conhecer "a priori" a região em que o contato se dará. Assim, de uma maneira geral, a maioria das soluções numéricas para problemas de contato provem de uma das duas linhas principais de trabalho: (i) procedimentos iterativos (incrementais ou não) que por vezes requerem a introdução de elementos especiais na região de contato [2,3] e (ii) formulações diretas baseadas em princípios variacionais que dão origem a um problema de otimização resolvido por técnicas de programação matemática [4,5].

Neste trabalho, como em anteriores [6,7,8], a segunda abordagem é a escolhida, por possibilitar uma formulação mais rigorosa tanto do ponto de vista matemático quanto mecânico.

FORMULAÇÃO

Considere-se um sólido deformável que ocupa a região aberta limitada Ω em $\mathbb{R}^3$ e cujo contorno $\Gamma=\overline{\Gamma}_u \cup \overline{\Gamma}_f \cup \overline{\Gamma}_c$ é suave. A porção $\Gamma_u(\Gamma_f)$ é aquela região do contorno com deslocamentos (forças) prescritas e Γ_c é a região que pode vir a entrar em contato com uma superfície rígida onde forças de atrito podem surgir. Assume-se que $\Gamma_c \cap \overline{\Gamma}_u=\emptyset$ e que Γ_u não é vazia.

Assumindo deslocamentos e deformações infinitesimais e um material de Hooke a função densidade de energia de deformação ϕ e o tensor de tensões σ são dados respectivamente por

$$\phi(E) = \frac{1}{2}\,\mathbb{D}E\cdot E \qquad \text{e} \qquad \sigma = \mathbb{D}E$$

onde E é o tensor de deformações infinitesimais, $\mathbb{D}$ é o tensor de 4ª ordem de elasticidade, suposto simétrico e positivo-definido, e o ponto denota produto escalar. Em problemas estáticos, a aplicação do Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV) dá origem a uma equação variacional sempre que as restrições a que o sólido estiver submetido forem do tipo bilateral. Para problemas com restrições unilaterais (contato p.ex.) o PTV se escreve como uma inequação variacional. Denotando por V o espaço de todos os deslocamentos possíveis para o sólido deformável e por $Kin \subset V$ o conjunto de todos os deslocamentos cinematicamente admissíveis, o PTV aplicado ao problema de Signorini (sem atrito) se escreve:

Achar $u \in Kin$ tal que

$$-\int_\Omega \mathbb{D}E(u)\cdot E(v-u)\,d\Omega + \ell(v-u) \le 0 \quad \forall v \in Kin \qquad (1)$$

O primeiro termo representa o trabalho das tensões internas $\mathbb{D}E(u)$ associado às deformações virtuais $E(v-u)$ e $\ell(v-u)$ é o trabalho virtual do sistema de cargas externas aplicadas ℓ. O conjunto dos deslocamentos admissíveis Kin é dado, no caso, por

$$Kin = \{v \in V:\ v\cdot n - s \le 0 \text{ em } \Gamma_c \text{ e } v|_{\Gamma_u}=0\}$$

onde n é o vetor unitário normal exterior ao contorno Γ_c e s descreve a distância inicial entre os pontos de Γ_c e a superfície rígida. Movimentos de corpo rígido foram excluídos já que o sólido foi considerado fixo em Γ_u.

Dada a convexidade e diferenciabilidade de ϕ, resolver a inequação variacional (1) é equivalente a minimizar a energia potencial total π no conjunto convexo Kin, ou seja

$$\inf_{v \in Kin} \pi(v) \qquad (2)$$

onde

$$\pi(v) = \frac{1}{2}\int_\Omega \mathbb{D}E(v)\cdot E(v)\,d\Omega - \ell(v) \qquad (3)$$

A existência e unicidade da solução u são garantidas [9].

A consideração do atrito na superfície de contato pode ser feita incluindo-se no PTV o trabalho virtual das forças de atrito que, ao se admitir a lei de Coulomb, se escreve

$$-\int_{\Gamma_c} \eta|\sigma_n(u)|\,(|v_t|-|u_t|)\,d\Gamma \qquad (4)$$

onde η é o coeficiente de atrito, $\sigma_n(u)$ a tensão normal à superfície Γ_c e u_t e v_t são as componentes tangenciais dos deslocamentos u e v em Γ_c. Introduzindo-se o funcional

$$j(u,v) = \int_{\Gamma_c} \eta|\sigma_n(u)|\,|v_t|\,d\Gamma \qquad (5)$$

O PTV para o problema de Signorini com atrito de Coulomb se escreve:

Achar $u \in Kin$ tal que

$$-\int_\Omega \mathbb{D}E(u)\cdot E(v-u)d\Omega - j(u,v) + j(u,u) + \\ + \ell(v-u) \le 0 \quad \forall v \in Kin \qquad (6)$$

Demonstra-se [4] que se houver regularidade suficiente a solução do problema acima satisfaz às equações constitutivas e de equilíbrio em Ω, às condições de contorno em Γ_u e Γ_f e, além disso, à condição de não-interpenetração e à Lei de Coulomb em Γ_c:

- se $u\cdot n - s \le 0$

$$\sigma_n = 0 \ , \ \sigma_t = 0$$

- se $u\cdot n - s = 0$

$$\sigma_n \le 0 \ , \ u_t = 0 \ \text{ se } \ |\sigma_t| < \eta|\sigma_n|$$

$$\sigma_n \le 0 \ , \ \exists\lambda \ge 0 \ \text{ tal que } \ u_t = -\lambda\sigma_t$$

$$\text{se } |\sigma_t| = \eta|\sigma_n|$$

onde σ_t é a tensão tangencial em Γ_c.

A questão da existência de soluções para (6) é ainda um problema aberto. Duvaut e Lions [4] estudaram o problema especial em que a tensão normal está prescrita em Γ_c, ($\sigma_n=\bar{F}_n$) e, neste caso, as condições de contorno em Γ_c se reduzem a

$$|\sigma_t| < g \rightarrow u_t = 0$$
$$|\sigma_t| = g \rightarrow \exists\lambda \ge 0 \ \text{ tal que } \ u_t = -\lambda\sigma_t$$

onde $g=\eta|\bar{F}_n|$ representa a máxima tensão tangencial que pode ser desenvolvida em Γ_c por atrito. Introduzindo-se os funcionais

$$j_g(v) = \int_{\Gamma_c} g|v_t|d\Gamma \qquad f_n(v) = \int_{\Gamma_c} \bar{F}_n v_n d\Gamma \qquad (7)$$

e o espaço $\mathbb{K}$

$$\mathbb{K} = \{v \in V: \ v|_{\Gamma_u}=0\}$$

o PTV para o problema de atrito com tensão normal prescrita se escreve:

Achar $u \in \mathbb{K}$ tal que

$$-\int_\Omega \mathbb{D}(u)\cdot(v-u)d\Omega - j_g(v) + j_g(u) + \ell(v-u) + \\ + \int_{\Gamma_c} \bar{F}_n(v_n-u_n)d\Gamma \le 0 \quad \forall v \in \mathbb{K} \qquad (8)$$

O problema acima tem solução única e é equivalente ao seguinte problema de minimização [4]

$$\inf_{v\in\mathbb{K}} [\pi(v)+j_g(v)-f_n(v)] \qquad (9)$$

Para o problema de Signorini com atrito de Coulomb, eq. (6), pode-se então imaginar o seguinte procedimento iterativo:

i) Resolve-se o problema de Signorini sem atrito, eq. (1) ou (2).

ii) Com as tensões normais em Γ_c calculadas em (i) resolve-se o problema de atrito com tensões normais prescritas, eq. (8) ou (9).

iii) As tensões tangenciais calculadas em (ii) são usadas como carregamento adicional no problema de Signorini sem atrito, (i), repetindo-se os passos (i), (ii) e (iii) até que haja convergência da solução.

Assim, introduzindo-se o funcional

$$f_t(v) = \int_{\Gamma_c} \bar{F}_t\cdot v_t d\Gamma$$

pode-se escrever o algoritmo descrito acima como

1) Dado $\bar{F}_t^{k-1}$ tem-se f_t e calcula-se u^k solução de

$$\inf_{v\in Kin} [\pi(v)-f_t(v)]$$

2) Calcula-se $\bar{F}_n^k=\sigma_n(u^k)$ e deste obtem-se f_n e $g=\eta|\sigma_n(u^k)|$

3. Calcula-se u^* solução de

$$\inf_{v\in\mathbb{K}} [\pi(v)+j_g(v)-f_n(v)]$$

4. Calcula-se $\bar{F}_t^k=\sigma_t(u^*)$ e repete-se os passos acima para k=2,3... até que haja convergência.

Este esquema, cuja convergência ainda não foi demonstrada, envolve a solução de dois problemas de minimização. No primeiro deles, a dificuldade surge devido ao conjunto de restrições Kin, enquanto que, no segundo, ela surge no termo não-diferenciável $j_g(v)$. Panagiotopoulos [5] adota o esquema acima resolvendo os problemas de minimização diretamente via algoritmos de programação não-linear; Campos, Oden e Kikuchi [1] adotam técnicas de penalização no primeiro problema e de regularização no segundo. No algoritmo aqui proposto a idéia básica é a de dualidade [10]. O primeiro problema é substituído pelo problema equivalente de ponto de sela

$$\inf_{v\in\mathbb{K}} \sup_{\lambda_n\ge 0} L_1(v,\lambda_n) \qquad (10)$$

onde o Lagrangeano $L_1(v,\lambda_n)$ é dado por

$$L_1(v,\lambda_n) = \pi(v) - f_t(v) + \int_{\Gamma_c} \lambda_n(v\cdot n-s)d\Gamma$$

No segundo problema o funcional não-diferenciável $j_g(v)$, eq. (7), é equivalente a

$$\sup_{\lambda_t\in\Lambda} \int_{\Gamma_c} \lambda_t\cdot v_t d\Gamma$$

onde

$$\Lambda = \{\lambda=(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3): \ \sum_{i=1}^{3} \lambda_i^2(x)\le g^2(x), \ x \in \Gamma_c\}$$

e o problema se re-escreve

$$\inf_{v\in\mathbb{K}} \sup_{\lambda_t\in\Lambda} L_2(v,\lambda_t) \qquad (11)$$

com

$$L_2(v,\lambda_t) = \pi(v) - f_n(v) + \int_{\Gamma_c} \lambda_t\cdot v_t d\Gamma$$

Os multiplicadores de Lagrange λ_n e λ_t estão associados, respectivamente, à tensão normal em Γ_c e à tensão tangencial oriunda do atrito em Γ_c.

SOLUÇÕES APROXIMADAS

Para obtenção de soluções aproximadas utiliza-se o Método dos Elementos Finitos na construção dos espaços de aproximação. Considerando-se aqui problemas bidimensionais pode-se definir os esquemas de interpolação

$$v = \Phi q \ , \ \lambda_n = \psi p \ , \ \lambda_t = \psi t$$

onde Φ é a matriz de funções de interpolação do campo de deslocamentos em função dos parâmetros nodais q, e ψ

interpola os multiplicadores de Lagrange λ_n e λ_t em função dos parâmetros p e t. Os interpolantes globais Φ serão construídos a partir de interpolantes locais bi-lineares correspondentes a elementos finitos quadrilaterais. A interpolação dos multiplicadores será feita com funções constantes ao longo do contorno dos elementos em Γ_c. Dessa maneira os problemas (10) e (11) são aproximados, respectivamente, por

$$\min_{q} \max_{p\geq 0} \frac{1}{2} q'Kq - q'F - q'F_t + q'Mp + S'p \qquad (12)$$

$$\min_{q} \max_{|\psi t|\leq g} \frac{1}{2} q'Kq - q'F - q'F_n + q'At \qquad (13)$$

onde K é a matriz de rigidez usual, F, F_t e F_n são os vetores de forças nodais equivalentes respectivamente às cargas externas atuantes, tensões tangenciais (devidas ao atrito) e tensões normais (na superfície de contato), as linhas indicam transposição e as matrizes M, A e o vetor S são dados por

$$M = \int_{\Gamma_c} \Phi' \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \end{pmatrix} \psi d\Gamma$$

$$A = \int_{\Gamma_c} \Phi' \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \end{pmatrix} \psi d\Gamma$$

$$S = \int_{\Gamma_c} \psi' s d\Gamma$$

onde (n_x, n_y) e (t_x, t_y) são as componentes dos vetores unitários normal exterior e tangente, respectivamente, ao contorno Γ_c.

Observe-se que $q \in \mathbb{R}^n$, $p \in \mathbb{R}^m$ e $t \in \mathbb{R}^m$ onde n é o número de graus de liberdade do modelo discreto definido pela malha de elementos finitos utilizada e m é o número de elementos no contorno Γ_c.

Como a minimização em q é irrestrita, esta variável pode ser eliminada a partir da condição de estacionariedade, ou seja

$$Kq - (F + F_t) + Mp = 0 \qquad (14)$$

e

$$Kq - (F + F_n) + At = 0 \qquad (15)$$

Assim combinando (12) com (14) e (13) com (15) obtem-se, respectivamente,

$$\min_{p\geq 0} \frac{1}{2} p'Pp - p'd_1 \qquad (16)$$

$$\min_{-\bar{g}\leq t\leq \bar{g}} \frac{1}{2} t'Tt - t'd_2 \qquad (17)$$

onde

$$P = M'K^{-1}M \quad , \quad d_1 = M'K^{-1}(F + F_t) - S$$

$$T = A'K^{-1}A \quad , \quad d_2 = A'K^{-1}(F + F_n)$$

Além disso, $\bar{g} \in \mathbb{R}^m$ tem sua i-ésima componente igual a η vezes o módulo da tensão normal prescrita no bordo do i-ésimo elemento em Γ_c.

Para a resolução dos problemas de programação quadrática (16) e (17) optou-se pelo algoritmo iterativo de Gauss-Seidel com relaxação e projeção [10,6,7]. Finalmente, os deslocamentos nodais q podem ser calculados através de (14).

UM EXEMPLO NUMÉRICO

A fim de exemplificar o comportamento do algoritmo, analisou-se o problema, esquematizado na Figura 1, de um bloco retangular apoiado em uma superfície rígida, em estado plano de deformações e submetido a um carregamento distribuído conforme indicado na mesma figura. O material do bloco é homogêneo isotrópico com módulo de elasticidade E=13000 e coeficiente de Poisson ν=0.2. Dada a simetria do problema apenas a metade do bloco foi discretizada utilizando-se 194 elementos finitos isoparamétricos bi-lineares (4 nós) dando origem a um modelo discreto com 439 graus de liberdade. Apresenta-se o caso de carga correspondente a F=15 e f=5 e tomando-se um coeficiente de atrito η=1.0. A Figura 2 apresenta a malha deformada (deslocamentos ampliados 100 vezes). Os deslocamentos tangenciais bem como as reações nodais equivalentes às tensões normais e tangenciais na superfície de contato estão listadas na Tabela 1 onde pode-se identificar facilmente três regiões distintas na superfície de contato: uma região de adesão (nó 1 ao nó 9), uma região de deslizamento (nó 10 ao nó 30) e uma região de levantamento (nó 31 ao nó 33) onde o bloco se separa da superfície rígida.

TABELA 1

Nó	u_n	u_t	F_n	F_t
1	0.	0.	5.36	0.33
2	0.	0.	10.47	0.64
3	0.	0.	10.47	1.28
4	0.	0.	10.46	1.96
5	0.	0.	10.44	2.68
6	0.	0.	10.41	3.52
7	0.	0.	10.38	4.48
8	0.	0.	10.31	5.75
9	0.	0.	9.80	8.57
10	0.	0.0003	8.92	8.92
11	0.	0.0009	8.28	8.28
12	0.	0.0016	7.85	7.85
13	0.	0.0025	7.52	7.52
14	0.	0.0034	7.21	7.21
15	0.	0.0043	6.94	6.94
16	0.	0.0054	6.66	6.66
17	0.	0.0065	6.40	6.40
18	0.	0.0076	6.13	6.13
19	0.	0.0088	5.86	5.86
20	0.	0.0101	5.59	5.59
21	0.	0.0113	5.30	5.30
22	0.	0.0127	5.02	5.02
23	0.	0.0140	4.67	4.67
24	0.	0.0154	4.35	4.35
25	0.	0.0169	3.94	3.94
26	0.	0.0183	3.54	3.54
27	0.	0.0198	3.02	3.02
28	0.	0.0213	2.48	2.48
29	0.	0.0229	1.70	1.70
30	0.	0.0244	0.67	0.67
31	0.0001	0.0258	0.	0.
32	0.0003	0.0272	0.	0.
33	0.0006	0.0286	0.	0.

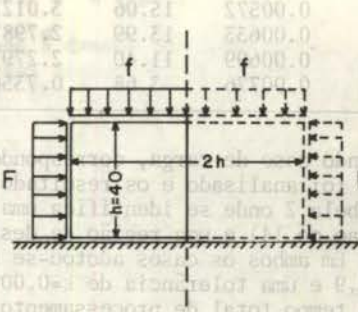


Figura 1

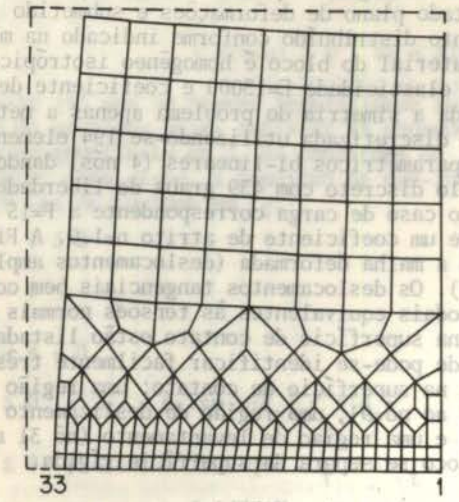


Figura 2

TABELA 2

Nó	u_t	F_n	F_t
1	0.	10.60	0.1240
2	0.	20.80	0.1728
3	0.	20.80	0.3428
4	0.	20.80	0.5208
5	0.	20.77	0.6953
6	0.	20.77	0.8877
7	0.	20.73	1.0726
8	0.	20.72	1.2861
9	0.	20.67	1.4922
10	0.	20.66	1.7381
11	0.	20.60	1.9889
12	0.	20.58	2.3006
13	0.	20.51	2.6587
14	0.	20.43	3.2318
15	0.00003	20.16	4.0327
16	0.00016	19.86	3.9718
17	0.00036	19.63	3.9268
18	0.00060	19.42	3.8832
19	0.00088	19.26	3.8514
20	0.00119	19.01	3.8021
21	0.00153	18.89	3.7773
22	0.00189	18.57	3.7148
23	0.00228	18.47	3.6946
24	0.00270	18.07	3.6134
25	0.00314	17.96	3.5915
26	0.00361	17.43	3.4865
27	0.00409	17.24	3.4485
28	0.00461	16.54	3.3090
29	0.00515	16.13	3.2268
30	0.00572	15.06	3.0121
31	0.00633	13.99	2.7987
32	0.00699	11.40	2.2797
33	0.00776	3.68	0.7356

Um segundo caso de carga, correspondente a F=10, f=15 e η=0.2, foi analisado e os resultados estão sumarizados na Tabela 2 onde se identifica uma região de adesão (nó 1 ao nó 14) e uma região de deslizamento (nó 15 ao nó 33). Em ambos os casos adotou-se um fator de relaxação ω=0.9 e uma tolerância de ε=0.0001. Com estes valores o tempo total de processamento no IBM-370/158 do LNCC/CNPq foi de 141s e 115s, respectivamente.

Outros casos de carga foram analisados e os resultados obtidos estão de acordo com os apresentados por Raous [11] utilizando outro algoritmo.

CONCLUSÕES

Dando-se prosseguimento a trabalhos anteriores [6,7,8], discutiu-se um algoritmo para o problema de contato com atrito de Coulomb. Apesar da inexistência de uma demonstração formal de convergência, o processo iterativo adotado tem apresentado um desempenho bastante satisfatório nos experimentos numéricos realizados até aqui. Extensões para o caso de contato entre dois sólidos deformáveis e entre um sólido rígido e outro deformável estão em andamento.

REFERÊNCIAS

[1] Campos, L.T.; Oden, J.T. and Kikuchi, N., "A Numerical Analysis of a Class of Contact Problems with Friction in Elastostatics", Comp.Meth.Appl. Mech. Engng. 34 (1982), p. 821-845.

[2] Francavilla, A.; Zienkiewicz, O.C., "A Note on Numerical Computation of Elastic Contact Problems", Int.J.Num.Meth.Engng. 9 (1975), p. 913-924.

[3] Stadter, J.T.; Weiss, R.D., "Analysis of Contact through Finite Element Gaps", Computer and Structures 10 (1979), p. 867-873.

[4] Duvaut, G.; Lions, J.L., Les Inequations en Mécanique et en Physique, Dunod, Paris (1972).

[5] Panagiotopoulos, P.D., "A Nonlinear Programming Approach to the Unilateral Contact and Friction Boundary Value Problem in the Theory of Elasticity", Ing.Arch. 44 (1975), p. 421-432.

[6] Feijóo, R.A.; Barbosa, H.J.C., "Static Analysis of Piping Systems with Unilateral Supports", Anais do VII COBEM, Uberlândia, MG (1983), v. D, p. 269-279.

[7] Barbosa, H.J.C.; Feijóo, R.A., "Numerical Algorithms for Contact Problems in Linear Elastostatics", Proc.Conf.Struct.Anal. and Design of Nuclear Power Plants, Porto Alegre, RS (1984), v. 1, p. 231-244.

[8] Barbosa, H.J.C.; Feijóo, R.A., "Um Algoritmo para o Problema de Indentação Rígida em Elastostática", Relatório de Pesquisa e Desenvolvimento nº 025/84, LNCC/CNPq.

[9] Cea, J., Optimization, Théorie et Algorithmes, Dunod, Paris (1971).

[10] Glowinski, R.; Lions, J.L.; Tremolieres, R., Analyse Numérique des Inéquations Variationelles, Dunod, Paris (1976).

[11] Raous, M.; Chabrand, P.; Pratt, E.; Latil, J.C., "Contact avec Frottement", Rapport 1984, Lab. de Mécanique et D'Acoustique, Marseille, France.

SUMMARY

The problem of contact between a deformable solid and a rigid surface where friction forces following Coulomb's law can arise is studied in this work. The problem is approximated by a sequence of two simpler problems: (i) contact without friction and (ii) friction with prescribed normal stress. Within the context of linear elasticity steps (i) and (ii) are formulated as minimization problems. The use of the finite element method for spatial discretization gives rise to two quadratic programming problems which are solved by Gauss-Seidel algorithm with relaxation and projection. A numerical example is presented to ilustrate the performance of the procedure adopted.

MONLINEAR SHOCK WAVES IN ELASTIC DIELECTRICS

MARCELO EPSTEIN
SADIK DOST
DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING
THE UNIVERSITY OF CALGARY, CANADA

SUMMARY

The basic equations of elastic dielectrics with polarization inertia are given. These equations are particularized for the case of one dimensional rigid dielectrics. In the case of strong shocks, an infinite system of differential equations in terms of the speed and the amplitude of the shock and of the induced weaker waves is obtained. A numerical approach is presented for an approximate solution to this system.

INTRODUCTION

The analysis of the propagation and decay of shock waves in elasticity is usually carried out under the assumption of small amplitudes ("weak" shocks), which leads to separate equations for the speed of propagation and for the amplitude decay. In the case of strong shocks, the speed and the amplitude of the shock and of the induced weaker waves are all coupled in an infinite system of differential equations. The purpose of this paper is to obtain such a system of equations in nonlinear dielectrics.

We first give the basic equations and the jump conditions for an elastic dielectric [1-2], in which, in addition to the usual balance of laws, a modified version of the electrical balance laws is used which includes the so-called polarization inertia effects [3-4]. Then particularization of these equations for a one dimensional rigid dielectric in the case of strong shocks leads to an infinite system of differential equations in terms of the speed and the amplitude of the shock and of the induced weaker waves. A numerical approach, already used in elasticity [5], for the approximate solution of such a system is presented. Ba TiO_3 is chosen as the material of the medium for which some material constants are available [6].

BASIC EQUATIONS

Let an elastic dielectric occupy a region with volume V and surface S. The basic equations of such a medium in an Eulerian description are given by [1,2]:

Balance Equations (in V):

$$\partial\rho/\partial t + \bar{\nabla}\cdot(\rho\bar{v})$$

$$\partial d/\partial t + \bar{\nabla}\cdot(d\bar{v}) = 0$$

$$\bar{\nabla}\cdot(\overline{\overline{t}} - \overline{\overline{t}}^{M}) + (\bar{f} - \dot{\bar{v}}) = \bar{0}$$

$$\dot{\overline{\overline{t}}} + \bar{\nabla}\cdot(\overline{\overline{E}}\,\bar{p} - \bar{p}\,\overline{\overline{E}}) + \overline{\overline{E}}\,\dot{\bar{p}} - \dot{\bar{p}}\,\overline{\overline{E}} - \overline{\overline{t}}^{T} = \overline{\overline{0}}$$

$$\rho\dot{\varepsilon} + \dot{U} = \overline{\overline{t}}:(\bar{\nabla}\bar{v}) - U\,\bar{\nabla}\cdot\bar{v} + \overline{\overline{E}}\cdot\dot{\bar{u}} + \overline{\overline{E}}:(\bar{\nabla}\bar{v})^{T} + C\,\dot{\phi} + \bar{d}\cdot\bar{\nabla}\dot{\phi} \qquad (1)$$

$$\bar{\nabla}\cdot\overline{\overline{E}} + \bar{E} - \bar{\nabla}\phi + \bar{E}^{o} = d\,\dot{\bar{u}}$$

$$\varepsilon_o\,\bar{\nabla}\cdot(\bar{\nabla}\phi - \bar{p}) - C = 0$$

Jump Conditions on the surface of discontinuity $\sigma(t)$

$$[\rho V] = 0$$

$$[dV] = 0$$

$$[\rho V\bar{v}] = -[\overline{\overline{t}}]\cdot\bar{n}$$

$$[\overline{\overline{E}}\bar{p}]\cdot\bar{n} - [\bar{p}\overline{\overline{E}}]\cdot\bar{n} = \bar{0} \qquad (2)$$

$$[(\rho\varepsilon + \tfrac{1}{2}v^2 + U)V] + \bar{n}\cdot[\overline{\overline{t}}\cdot\bar{v}] + [\bar{u}\cdot\overline{\overline{E}}]\cdot\bar{n} - [U\bar{v}]\cdot\bar{n} + [\bar{d}\ \phi]\cdot\bar{n} = 0$$

$$[dVu] + \bar{n}\cdot[\overline{\overline{E}}] = 0$$

$$[\varepsilon_o\,\bar{\nabla}\phi - \bar{p}]\cdot\bar{n} = w_f$$

Constitutive Equations:

$$\overline{\overline{t}} = \frac{\rho}{\rho_o}\frac{\partial W}{\partial\overline{\overline{F}}}\cdot\overline{\overline{F}}^{T}\ , \qquad \overline{\overline{E}} = \frac{\rho}{\rho_o}\frac{\partial W}{\partial\overline{\overline{P}}}\cdot\overline{\overline{F}}^{T}$$

$$\bar{E} = \frac{\rho}{\rho_o}\frac{\partial W}{\partial\bar{p}}\ , \qquad \bar{E}^{M} = -\bar{\nabla}\phi \qquad (3)$$

$$\overline{\overline{t}}^{M} = \varepsilon_o[\bar{\nabla}\phi\ \bar{\nabla}\phi - \tfrac{1}{2}(\nabla^2\phi)\overline{\overline{I}}]\ , \quad W = W(\overline{\overline{F}}, \overline{\overline{P}}, \bar{p})$$

Kinematic Relations:

$$\overline{\overline{F}} = \partial\bar{x}/\partial\bar{x}\ , \quad \bar{v} = \dot{\bar{x}}\ ,$$

$$\overline{\overline{P}} = \partial\bar{p}/\partial\bar{x}\ , \quad \bar{u} = \dot{\bar{p}}\ , \qquad (4)$$

where $\overline{\overline{t}}$, $\overline{\overline{t}}^{M}$ and $\overline{\overline{E}}$ denote the local stress tensor, Maxwell's stress tensor and the electric tensor, respectively; $\bar{E}$, $\bar{E}^{M}$, $\bar{f}$, $\bar{E}^{o}$, $\bar{p}$ and $\bar{n}$ designate the local electric vector, Maxwell's self field vector, body force, electric body force, polarization vector and the unit normal to $\sigma(t)$, respectively; $\overline{\overline{F}}$, $\overline{\overline{P}}$, ϕ and ε_o represent the deformation gradient, the polarization gradient, the Maxwell potential and the permittivity of vacuum respectively; ρ and ρ_o are the densities in the deformed and undeformed states; w_f, C and d denote surface charge density, electric source and the polarization inertia respectively. Square brackets in Eqs. (1) and (2) describe jumps in those quantities, $\bar{\nabla} = \partial/\partial x$, and V is the speed of propagation defined by

$$V = -(\bar{u} - \bar{v})\cdot\bar{n}$$

where $\bar{v}\cdot\bar{n}$ denotes the speed of displacement of $\sigma(t)$.

* The results presented here were obtained in the course of research sponsored by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada, Grant Nos. A-1628 and A-4662.

Shock Propagation and Decay

We particularize the above equations, Eqs. (1) and (2), for the case of a one dimensional rigid dielectric in the absence of surface charge and body sources. This yields the balance equations

$$-\phi' + E' + e = d\,\ddot{p},$$
$$[E] = V^2 d\,[p'], \qquad (6)$$
$$\varepsilon_o\,\phi'' = p',$$

where E, e and p stand for the relevant component of E_{ij}, E_i and p_i, respectively. For definiteness we assume quadratic constitutive equations of the form:

$$E = Ap' + Bp^2 + Cpp' + Dp'^2$$
and $$e = Mp + Npp' + Pp^2 + Qp'^2 \qquad (7)$$

with A, B, C, D, M, N, P, Q material constants.

Recall the basic jump identity:

$$[a\,b] = a^+[b] - [a][b] + [a]b^+ \qquad (8)$$

whence

$$[(a\,b)^{(n)}] = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (u^{(k)+}\,[v^{(n-k)}] - [u^{(k)}]$$
$$[v^{(n-k)}] + [u^{(k)}]\,v^{(n-k)}), \qquad (9)$$

where the parenthesized superscript (n) denotes the n-th space derivative. In addition, it follows from the theory of singular surfaces that the following compatibility condition holds:

$$[\ddot{a}^{(n)}] = [\tilde{\tilde{a}}^{(n)}] - \tilde{V}[a^{(n+1)}] - 2V[\tilde{a}^{(n+1)}]$$
$$+ V^2[a^{(n+2)}], \qquad (10)$$

where ~ denotes the Thomas derivative, i.e. the time derivative on the wave-front.

Assuming, for specificity, a constant polarization ahead of the wave, viz,

$$p^+ = \text{constant} = p_o \qquad (11)$$

and denoting

$$a_i = [p^{(i)}] \qquad (12)$$

we obtain, after a lengthy substitution of these relations into the balance and constitutive laws and their space derivatives of successive orders, the following infinite system of equations:

$$A + Cp_o - dV^2 = Da_1 \qquad (13)$$

$$p_o(2Pa_n + (2B + N)\,a_{n+1}) + a_n(M - \frac{1}{\varepsilon_o})$$
$$- \sum_{k=1}^{n+1} \Big\{ \binom{n+1}{k} (Ba_k\,a_{n-k+1} + Ca_k\,a_{n-k+2}$$
$$+ Da_{k+1}\,a_{n-k+2}) \qquad (14)$$
$$+ \binom{n}{k-1} (Na_{k-1}\,a_{n-k+2} + Pa_{k-1}\,a_{n-k+1}$$
$$+ Qa_k\,a_{n-k+2}) \Big\}$$
$$= d(\tilde{\tilde{a}}_n - \tilde{V}a_{n+1} - 2Va_{n+1}), \quad n = 0; 1, 2, \ldots$$

Note that for a shock wave $a_o = 0$.

An interesting feature of this system, which differentiates it from the analogous case of elasticity [1], is the additional coupling due to the presence of ϕ' and e in the basic balance equation. A direct consequence of this is that even in the linear case of constitutive behaviour, namely

$$E = Ap'$$
and $$e = Mp \qquad (15)$$

we obtain

$$V = \sqrt{A/d} \quad \text{(constant)}$$
$$\tilde{a}_1 = 0 \quad \therefore \quad a_1 = \text{constant} \qquad (16)$$
$$\tilde{a}_2 = -a_1 \frac{M - \frac{1}{\varepsilon_o}}{2\,d\,V} \quad \therefore \quad a_2 \neq \text{constant},$$

so that, although the shock will propagate undisturbed and at constant speed, it will be accompanied by a host of weaker waves which grow or decay. On the other hand, the same as in Elasticity, the non-vanishing of the coefficient D will automatically imply a coupling of the equations and a growth or decay of the amplitude and the velocity of the shock itself. We note that the consitutive coefficients are difficult ot obtain experimentally and very few of them are available in the literature.

REFERENCES

[1] Dost, S. and P.G. Glockner, "On Beltrami-Mitchell-Like Equations for Nonlinear Elastic Dielectrics", CSME Trans. (in print).

[2] Sahin, E. and Dost, S., "Jump Conditions in Nonlinear Elastic Dielectrics with Polarization Inertia", The University of Calgary, Dept. of Mech. Engg. Report, 1985.

[3] Maugin, G.A., "Deformable Dielectrics. I. Field Equations for a Dielectric Mode of Several Molecular Species", Arch. Mech., 28, 679-697, 1976.

[4] Dost, S. and Epstein, M, "Waves in Saturated Dielectrics", Proceedings of 21st Annual Meeting of Society of Engg. Sci., 16 PM 9, 341, 1984.

[5] Elzanowski, M. and Epstein, M., "Decay of Strong Shocks in Non-linear Elasticity", The University of Calgary, Dept. of Mech. Engg. Report #303, 1984.

[6] Maugin, G.A. and Pouget, J., "Electroacoustic Equations for One-Domain Ferroelectric Bodies", J. Acoust. Soc. Am., 68 (2), 1980.

ESTUDO DA EQUIVALÊNCIA ENTRE INDICADORES DE QUALIDADE DE IMAGEM (IQIs) ASME E DIN EM RADIOGRAFIA INDUSTRIAL

AMAURY CORRÊA DE MORAIS FILHO
EEI — S.J. CAMPOS/EMBRAER
ACHILES SEI FILHO
PETROBRÁS

No que se refere à sensibilidade radiográfica verificada pelo uso de Indicadores de Qualidade de Imagem (IQI), as normas ASME (1) e DIN (3) apresentam maneira diversa de tratarem o assunto, quanto ao tipo de IQI utilizado e requisitos de sensibilidade radiográfica. O trabalho desenvolve as bases para o estabelecimento de equivalências entre os IQI ASME e DIN e apresenta uma tabela de uso de IQI DIN com requisitos ASME, pela determinação da equivalência de sensibilidade entre estes 2 tipos.

INTRODUÇÃO

Atualmente, na indústria do petróleo, tem sido grande o emprego dos Indicadores de Qualidade de Imagem (IQI) DIN na inspeção radiográfica. Este apresenta vantagens em sua utilização quando comparado com o IQI ASME, pelo fato de não necessitar calços, amoldar-se à região a inspecionar e com apenas três IQI todas as faixas de espessuras a serem inspecionadas ficam cobertas enquanto para o ASME são necessários dezenove IQI.

Entretanto, a maioria das normas de projeto e fabricação dos equipamentos da indústria do petróleo fabricados no Brasil têm como referência a norma ASME seção V para os ensaios não destrutivos, a qual estabelece requisitos de qualidade de imagem baseados no emprego dos IQI ASME, diferentes dos IQI DIN.

Os requisitos de qualidade de imagem estabelecidos pela norma DIN 54.109 são mais rigorosos que os da norma ASME seção V. Assim, o uso do IQI DIN tem exigido em muitos casos o emprego de fontes de raios-X ao invés das de Irídio 192 que são mais usuais e mais práticas.

Tal fato não ocorreria, se tivéssemos uma tabela de equivalência de sensibilidade entre IQI ASME e DIN, pois, aos requisitos de qualidade de imagem estabelecidos pelo ASME, poderíamos associar as vantagens econômicas da possibilidade de extensão da utilização da fonte de Irídio 192 em pequenas espessuras.

Este trabalho desenvolve as bases para o estabelecimento de equivalência entre os IQI ASME e DIN e apresenta uma tabela de uso de IQI DIN com requisitos ASME para fontes radioativas de Irídio 192, pela determinação da equivalência de sensibilidade entre estes dois tipos de IQI.

MODELO EXPERIMENTAL

Descrição do modelo

Para que possa ser efetuada uma comparação entre as sensibilidades radiográficas de IQI que possuem formas geométricas distintas, é necessário a determinação de um fator que os equipare, geralmente denominado Fator de Forma. Na maioria dos trabalhos relacionados com o assunto, os autores têm determinado este fator a partir de considerações teóricas com posterior realização de experiências para comprovação da teoria. Entretanto esse procedimento tem gerado dúvidas com relação à validade da extensão dos resultados obtidos para os casos práticos, em função do grande número de variáveis envolvidas e das considerações simplificadas adotadas para o desenvolvimento das teorias.

Diante disto decidimos partir pelo caminho inverso, isto é, desenvolver um modelo prático de verificação da equivalência entre IQI e, a partir dos resultados obtidos, fazer uma análise teórica dos mesmos.

No desenvolvimento do modelo experimental efetuamos as exposições radiográficas de tal forma a permitir, através de uma comparação entre as sensibilidades radiográficas, o estabelecimento da equivalência de sensibilidade entre os IQI ASME e DIN.

Para que esta comparação fosse possível, as seguintes premissas foram consideradas:

- utilização simultânea em cada exposição radiográfica dos IQI ASME e DIN;
- uso de mais de um IQI ASME e DIN em cada exposição, de modo a permitir avaliar pequenas variações de sensibilidade;
- corpos de prova de aço carbono, uma vez que este material representa a classe de absorção de radiação mais usual;
- espessuras dos corpos de prova de forma a termos pelo menos duas espessuras para cada faixa de espessura determinada pelas normas ASME e DIN;
- execução de pelo menos três radiografias em cada espessura escolhida;
- utilização de filmes industriais classe II;
- exames das radiografias por inspetores qualificados;
- utilização de Irídio 192 como fonte radioativa.

Foram ainda efetuadas algumas exposições radiográficas com raios-X, atendendo todas as premissas excetuando-se a última, com a finalidade de verificação da possibilidade de extensão das conclusões deste trabalho para quando for empregada fonte de raios-X.

Procedimento adotado

Na execução das exposições radiográficas as seguintes variáveis fizeram parte do procedimento empregado:

- Técnica radiográfica:
  Parede simples e vista simples (PS/VS)
  Exposição simples
- Fonte:
  a) Irídio 192
     formato: cilíndrica
     dimensões: 3,0 x 3,0 mm
     atividade: 37 a 42 curies
  b) Aparelho de raios-X
     marca: SCANRAY - 200 kV / 8 mA
     dimensões: 2,8 x 2,8 mm
- Distância fonte - filme:
  A distância fonte - filme foi calculada inicialmente considerando-se o valor da penumbra de 0,25 mm, ou seja, 1/4 do requerido pela norma Petrobrás N-1595 4 para espessuras de até 50 mm.
  Esta distância foi sendo modificada até que pelo menos o nível de sensibilidade requerido por uma das normas, para uma dada espessura, fosse alcançado.
- Arranjo dos IQI nos corpos de prova:
  A localização dos IQI nos corpos de prova foi definida de forma a minimizar o efeito da penumbra geométrica na imagem radiográfica.
  Pelo mesmo motivo (penumbra geométrica), foi estabelecido um rodízio entre os IQI, isto é, para cada exposição de uma mesma espessura, as posições dos IQI foram alternadas.
- Filmes:
  Os filmes utilizados foram os atualmente disponíveis no mercado (AGFA, DUPONT e KODAK), todos do tipo 2.
- Telas intensificadoras:
  material: chumbo
  espessuras: anterior = 0,127 mm (0,005")
  posterior = 0,254 mm (0,010")
- Densidade:
  A densidade das radiografias variou dentro da faixa especificada pela norma Petrobrás N-1595, tendo sido de 2,8 H-D o valor médio.
- Processamento:
  O processamento dos filmes foi manual, não excedendo a duas horas após a exposição.

RESULTADOS OBTIDOS

As exposições radiográficas efetuadas, ao todo 72, foram avaliadas por inspetores qualificados, que indicaram a sensibilidade radiográfica atingida para cada tipo de IQI em cada uma das radiografias.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para a análise dos dados obtidos foi necessário o auxílio do processamento de dados por computador devido às inferências que poderíamos obter deste processamento, quais sejam:

- determinar a incidência dos arames de menor diâmetro dos IQI DIN visíveis para cada espessura;
- determinar a incidência dos menores furos dos IQI ASME visíveis para cada espessura;
- determinar a incidência conjunta dos arames de menor diâmetro dos IQI DIN e os menores furos dos IQI ASME visíveis para cada espessura.

A partir destas inferências foi elaborada a Tabela 3 e determonado o FATOR DE CORRELAÇÃO entre as sensibilidades obtidas pelos

IQI ASME e DIN, definido como a seguir:

$$K = \frac{S\text{-}DIN}{S\text{-}ASME} \qquad (1)$$

Sendo:

K = Fator de Correlação

S-ASME 2 = sensibilidade ASME =

$$= \frac{(T^2.h)/2}{E} .100 \quad (\%)$$

S-DIN 3 = sensibilidade DIN = $\frac{Da}{E}$ .100 (%)

T = espessura do IQI ASME (mm)

h = relação diâmetro do furo x espessura do IQI

E = espessura do material radiografado (mm)

Da = diâmetro do arame (mm)

TABELA 1 - Fator de Correlação obtido através da sensibilidade atingida pelos IQI ASME e DIN em função da espessura (raios-gama)

Espessura (mm)	Maior incidência p/ cada espessura		S-ASME (%)	S-DIN (%)	K
	Menor Furo Visível	Menor Diâmetro Visível			
4,0	10-4T	12	8,98	6,25	1,44
5,0	10-4T	12	7,18	5,00	1,44
6,0	10-4T	12	5,98	4,16	1,44
7,0	15-2T	12	5,44	3,57	1,52
8,0	15-2T	12	4,76	3,12	1,52
9,0	15-2T	12	4,23	2,77	1,53
10,0	15-2T	12	3,81	2,50	1,52
13,0	15-2T	11	2,93	2,46	1,19
16,0	15-2T	11	2,38	2,00	1,19
19,0	15-2T	11	2,00	1,68	1,19
22,0	15-2T	11	1,73	1,45	1,19
25,0	15-4T	10	2,15	1,60	1,34
28,0	30-1T	10	1,92	1,42	1,35
31,0	30-1T	10	1,73	1,29	1,34
34,0	30-1T	10	1,58	1,17	1,35
37,0	25-2T	9	1,71	1,35	1,27
40,0	25-2T	9	1,58	1,25	1,26
45,0	25-2T	9	1,41	1,11	1,27
50,0	25-2T	9	1,27	1,00	1,27
55,0	40-1T	8	1,30	1,14	1,14
60,0	40-1T	8	1,19	1,05	1,13
70,0	30-2T	7	1,08	1,14	0,95

Da expressão (1) tem-se que:

$$Da = \frac{T}{K} \frac{h}{2} \qquad (2)$$

Com o fator de correlação determinado e com os requisitos de qualidade de imagem estabelecidos pelo ASME podemos, a partir da expressão (2) elaborar a Tabela 2, onde as faixas de espessuras definidas pelo ASME foram subdivididas em função da variação do Fator do Correlação.

Tabela 2 - Diâmetro dos arames dos IQI DIN determinados a partir do Fator de Correlação

Espessura de parede (mm)	Nº Furo Essencial	K	Da=Diâmetro do arame (equival) (mm)	Arame Essencial (Bz)
— - 6,4	10 4T	1,44	0,25	12
6,4 - 9,5	12 4T	1,52	0,28	12
9,5 - 11,0	15 4T	1,52	0,35	11
11,0 - 15,9	15 4T	1,19	0,45	10
15,9 - 19,0	17 4T	1,19	0,51	9
19,0 - 23,0	20 4T	1,19	0,60	9
23,0 - 25,4	20 4T	1,35	0,53	9
25,4 - 31,8	25 4T	1,35	0,67	8
31,8 - 35,0	30 2T	1,35	0,56	9
35,0 - 38,0	30 2T	1,27	0,60	9
38,0 - 50,8	35 2T	1,27	0,70	8
50,8 - 63,5	40 2T	1,27	0,80	7

Tornando contínua a distribuição da Tabela 2 e tomando essa decisão a favor da segurança, obtemos a Tabela 3, que apresenta os IQI DIN correspondentes aos requisitos de sensibilidade ASME para fontes radioativas de Irídio 192.

Tabela 3 - Seleção de IQI DIN de acordo com requisitos ASME, fonte de Ir 192

Espessura radiografada		Arame Essencial (Bz)
mais de (mm)	até (mm)	
-	9,0	12
9,0	11,0	11
11,0	16,0	10
16,0	38,0	9
38,0	51,0	8
51,0	65,0	7

No intuito de verificar se as conclusões obtidas para raios-gama poderiam ser estendidas para raios-X, aplicou-se por amostragem a mesma metodologia anterior para raios-X, obtendo-se os resultados apresentados na Tabela 4.

Verifica-se que o Fator de Correlação empregando Irídio 192 e raios-X é diferente, o que impossibilita a utilização da Tabela 3 para raios-X.

Tabela 4 - Fator de Correlação obtido através da sensibilidade atingida pelos IQI ASME e DIN em função da espessura (raios-X)

Espessura (mm)	Maior incidência p/ cada espessura		Sensibilidade ASME (%)	Sensibilidade DIN (%)	K
	Menor Furo visivel	Menor Diâmet. visivel			
4,0	10-1T	16	4,49	2,50	1,80
5,0	10-1T	16	3,59	2,00	1,80
6,0	12-1T	15	3,59	2,16	1,66
7,0	10-2T	15	3,62	1,85	1,96
8,0	10-2T	15	3,17	1,62	1,96
9,0	10-2T	14	2,82	1,77	1,60

CONCLUSÃO

a) É possível o estabelecimento de uma equivalência de sensibilidade entre IQI DIN e ASME pelo uso da metodologia apresentada.

b) Pode-se empregar os IQI DIN com requisitos de qualidade de imagem ASME com a utilização da Tabela 3 tendo como fonte radioativa o Irídio 192.

c) O Fator de Correlação não é o mesmo para raios-gama e raios-X, portanto as conclusões estabelecidas para o Irídio 192 não podem ser estendidas para raios-X.

AGRADECIMENTOS

Associação Brasileira de Ensaios Não Destrutivos (ABENDE)

Jaraguá S.A.

Mecânica Pesada S.A.

Petrobrás S.A.

Villares S.A.

REFERÊNCIAS

(1) AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS (ASME) - Boiler and Pressure Vessel Code, Section V, 1980 edition, Article 2

(2) IDEM, SE-142, Artigo 22

(3) DEUTSCHE NORMEN (DIN) - Ensaios não destrutivos, qualidade de imagem de radiografias de materiais metálicos, DIN 54.109, Outubro, 1964

(4) PETROBRÁS - N-1595 - Exames não destrutivos - radiografia

(5) CRISCUOLO, E. L. - Radiographic Imagem Quality Standards National and International. Interamericam Conference on Materials Techonology, May, 1968

(6) KOVALCZUK, E. & BUENO, J. C. C. - Análise da sensibilidade obtida em radiografia executadas com Ir. 192 na técnica de parede dupla - vista dupla (elipse). Trabalho apresentado no II Seminário Nacional de Ensaios Não Destrutivos - São Paulo, Outubro, 1981

(7) HALLAI, Carlos Jr. & ROSSI, Oswaldo Jr. - Correlação entre IQI - critério de utilização a partir do nível de sensibilidade requerido. Trabalho apresentado no I Congresso Latino-Americano e IV Seminário Nacional de Ensaios Não Destrutivos, São Paulo, Outubro, 1983.

(8) CRISCUOLO, E. L. - Correlation of Radiographic Penetrameters. Materials Research and Standards, American Societh for Testing and Material, Philadelphia,Pa., vol. 3, no. 6, June 1963

SUMMARY

Concerning to the radiograpay sensibility verified by using the image quality indicador (IQI), the standards ASME and DIN have some differences with regard to the type of the IQI to be used and the radiography sensibility requisites.
This report specifies the relationship between the ASME and DIN IQI by determining the sensibility equivalence between them.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

PROCEDIMENTOS PARA A ESTABILIZAÇÃO PASSIVA DE UM SATÉLITE SOB CONDIÇÕES INERCIAIS CRÍTICAS

IJAR MILAGRE DA FONSECA
PAULO TADEU DE MELLO LOURENÇÃO
JOÃO RICARDO DE FREITAS OLIVEIRA
INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS — INPE/CNPq

SUMÁRIO

Este trabalho apresenta o estudo da dinâmica de atitude do 1º satélite brasileiro, via parâmetros de Euler (quatérnions), com enfoque no problema do esticamento do mastro e na captura na região de estabilidade; busca alguns procedimentos para a estabilização passiva do satélite a partir de condições iniciais críticas; e destaca vantagens do uso de quatérnions em comparação com os ângulos de Euler através de simulação digital do sistema em questão. A dinâmica do problema é modelada pelas equações de Euler e a atitude é expressa em quatérnion.

INTRODUÇÃO

A estabilização de satélites artificiais pode ser obtida através de um controle ativo ou passivo de atitude. No primeiro caso, há necessidade de fornecimento de energia pelo sistema para o controle. No segundo caso, do qual trata este trabalho, utilizam-se propriedades giroscópicas ou conjugados do meio ambiente em conexão com características de projeto do satélite para obter a estabilização. Uma forma de realizar o controle passivo consiste em utilizar o gradiente de gravidade [1]. Para isto, o projeto do satélite deve ser tal que um dos momentos principais de inércia seja muito menor do que os outros. Deve-se considerar o fato de que o conjugado gravitacional deve predominar sobre os demais conjugados do meio ambiente. Para compatibilizar a configuração desejada com as inerentes limitações de espaço e esforços durante o lançamento, utilizam-se commumente mastros extensíveis. O conjugado devido ao gradiente de gravidade faz o satélite oscilar (librar) em relação à vertical local. No entanto, para que a libração ocorra dentro de limites aceitáveis e o satélite seja capturado na região estável, o processo de esticar o mastro deve ser feito a partir de condições iniciais específicas [2], [3]. No presente trabalho, a dinâmica do problema é descrita pelas equações de Euler e a atitude é expressa em quatérnions, tendo em vista as vantagens inerentes a estes, os quais são mais compactos do que a matriz dos co-senos diretores, uma vez que o quatérnion se compõe de quatro parâmetros que se contrapõem aos nove co-senos diretores. Além disto, o emprego de quatérnions não envolve funções trigonométricas, as quais consomem muito tempo computacional. Neste contexto delineiam-se os objetivos deste trabalho: a) obter procedimentos para a estabilização passiva do satélite a partir de condições iniciais críticas; b) avaliar a sensitividade dinâmica do sistema a partir de pequenas variações de seus parâmetros geométricos; c) evidenciar as vantagens de tratar o estudo de atitude via parâmetros de Euler.

DESENVOLVIMENTO

Definem-se dois sistemas de referência para o presente estudo. O sistema orbital $0X_0Y_0Z_0$, cujo eixo X_0 é colinear ao raio vetor que liga o centro da Terra ao C.G. do satélite; Y_0 é perpendicular a X_0, pertencendo ao plano orbital, no sentido do movimento; e Z_0 completa o sistema dextrogiro. O sistema 0xyz é fixo no corpo e coincidente com os eixos principais de inércia do satélite. Ambos os sistemas se relacionam através da matriz de rotação L, obtida por meio de três rotações sucessivas de θ_3, θ_2 e θ_1 nos eixos z, y e x, respectivamente. Tal matriz é dada por:

$$L = \begin{bmatrix} c\theta_2 c\theta_3 & s\theta_3 c\theta_2 & -s\theta_2 \\ c\theta_3 s\theta_2 s\theta_1 - s\theta_3 c\theta_1 & c\theta_3 c\theta_1 + s\theta_3 s\theta_2 s\theta_1 & c\theta_2 s\theta_1 \\ s\theta_3 s\theta_1 + c\theta_3 s\theta_2 c\theta_1 & s\theta_3 s\theta_2 c\theta_1 - c\theta_3 s\theta_1 & c\theta_2 c\theta_1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

onde $c\theta_i = \cos(\theta_i)$, $s\theta_i = \operatorname{sen}(\theta_i)$, $i = 1,2,3$.

Em termos dos parâmetros de Euler esta matriz é:

$$L = 2 \begin{bmatrix} q_1^2 + q_4^2 - 1/2 & q_1q_2 + q_3q_4 & q_1q_3 - q_2q_4 \\ q_1q_2 - q_3q_4 & q_2^2 + q_4^2 - 1/2 & q_2q_3 + q_1q_4 \\ q_1q_3 + q_2q_4 & q_2q_3 - q_1q_4 & q_3^2 + q_4^2 - 1/2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

que permite obter as relações que fornecem os ângulos de Euler em função do quatérnion:

$$\theta_1 = \operatorname{tg}^{-1}\left[\frac{q_1q_4 + q_2q_3}{q_3^2 + q_4^2 - 1/2}\right],$$

$$\theta_2 = -\operatorname{sen}^{-1}\left[2(q_1q_3 - q_4q_2)\right],$$

$$\theta_3 = \operatorname{tg}^{-1}\left[\frac{q_1q_2 + q_4q_3}{q_1^2 + q_4^2 - 1/2}\right]. \quad (3)$$

As condições iniciais em quaternion, a partir de condições iniciais dadas em ângulos de Euler, são dadas por [5]:

$$q_{10} = c\frac{\theta_3}{2}\,c\frac{\theta_2}{2}\,s\frac{\theta_1}{2} - s\frac{\theta_3}{2}\,s\frac{\theta_2}{2}\,c\frac{\theta_1}{2},$$

$$q_{20} = c\frac{\theta_3}{2}\,s\frac{\theta_2}{2}\,c\frac{\theta_1}{2} + s\frac{\theta_3}{2}\,c\frac{\theta_2}{2}\,s\frac{\theta_1}{2},$$

$$q_{30} = s\frac{\theta_3}{2}\,c\frac{\theta_2}{2}\,c\frac{\theta_1}{2} - c\frac{\theta_3}{2}\,s\frac{\theta_2}{2}\,s\frac{\theta_1}{2},$$

$$q_{40} = c\frac{\theta_3}{2}\,c\frac{\theta_2}{2}\,c\frac{\theta_1}{2} + s\frac{\theta_3}{2}\,s\frac{\theta_2}{2}\,s\frac{\theta_1}{2}. \quad (4)$$

EQUAÇÕES DE EULER

Usando a formulação de Euler, tem-se a quantidade de movimento angular, {G}, dada por:

$$\{G\} = [I]\{\omega\}. \tag{5}$$

A taxa de variação de {G} no tempo, em termos absolutos, é:

$$\frac{d}{dt}\{G\} = \frac{d}{dt}[I]\{\omega\} + [\tilde{\omega}]\{G\} = \{N\},$$

onde [I] é a matriz de inércia do satélite, {ω} a velocidade angular, {N} o momento externo aplicado sobre o veículo, e $[\tilde{\omega}]$ uma matriz anti-simétrica, dados por:

$$[I] = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix} \qquad [\tilde{\omega}] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

$$\{\omega\} = \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix}. \tag{6}$$

As equações do movimento são, portanto:

$$A\dot{\omega}_x + \omega_y\omega_z(C - B) = N_x ,$$

$$B\dot{\omega}_y + \dot{B}\omega_y + \omega_x\omega_z(A - C) = N_y ,$$

$$C\dot{\omega}_z + \dot{C}\omega_z + \omega_x\omega_y(B - A) = N_z . \tag{7}$$

O primeiro satélite brasileiro apresenta uma base octogonal com momentos de inércia próximos antes do esticamento do mastro, o qual possui uma massa na ponta e é estendido em órbita.

Tal esticamento provoca variação temporal nos momentos de inércia B e C. Por este motivo, os termos em $\dot{B}$ e $\dot{C}$ estão presentes nas equações acima.

O torque gravitacional é dado por [1]

$$T_x = \frac{3\mu}{R^3}(C - B)\, l_y l_z ,$$

$$T_y = \frac{3\mu}{R^3}(A - C)\, l_z l_x ,$$

$$T_z = \frac{3\mu}{R^3}(B - A)\, l_x l_y , \tag{8}$$

onde os l_α ($\alpha = x,y,z$) são os co-senos diretores entre o eixo x_0 e o sistema 0xyz, e μ é a constante gravitacional da Terra.

Fazendo $N_\alpha = T_\alpha$ ($\alpha = x,y,z$) obtém-se a taxa de variação das componentes da velocidade angular, em função do quatérnion:

$$\dot{\omega}_x = \frac{C - B}{A}\left[\frac{12\mu}{R^3}(q_1q_2 - q_3q_4)(q_1q_3 + q_2q_4) - \omega_y\omega_z\right],$$

$$\dot{\omega}_y = \frac{A - C}{B}\left[\frac{12\mu}{R^3}(q_1^2 + q_4^2 - 1/2)(q_1q_3 + q_2q_4) - \omega_x\omega_z\right] - \frac{\dot{B}}{B}\omega_y,$$

$$\dot{\omega}_z = \frac{B - A}{C}\left[\frac{12\mu}{R^3}(q_1^2 + q_4^2 - 1/2)(q_1q_2 - q_3q_4) - \omega_x\omega_y\right] - \frac{\dot{C}}{C}\omega_z. \tag{9}$$

A derivada temporal do quatérnion $d\{q\}/dt$ em função da velocidade angular relativa $\Delta\omega_\alpha$ ($\alpha = x, y, z$) é dada por [4]:

$$\begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{Bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & \Delta\omega_z & -\Delta\omega_y & \Delta\omega_x \\ -\Delta\omega_z & 0 & \Delta\omega_x & \Delta\omega_y \\ \Delta\omega_y & -\Delta\omega_x & 0 & \Delta\omega_z \\ -\Delta\omega_x & -\Delta\omega_y & -\Delta\omega_z & 0 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{Bmatrix} \tag{10}$$

onde $\Delta\omega_\alpha = \omega_\alpha(\theta_i, \dot{\theta}_i) - \Omega l_z$ e Ω é a velocidade angular orbital, obtendo-se então o seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\dot{q}_1 = \frac{1}{2}\left\{\left[\omega_z - 2\Omega(q_3^2 + q_4^2 - 1/2)\right]q_2 - \left[\omega_y - 2\Omega(q_3q_2 + q_1q_4)\right]q_3 + \left[\omega_x - 2\Omega(q_1q_3 - q_2q_4)\right]q_4\right\}$$

$$\dot{q}_2 = \frac{1}{2}\left\{\left[\omega_x - 2\Omega(q_1q_3 - q_2q_4)\right]q_3 + \left[\omega_y - 2\Omega(q_2q_3 + q_1q_4)\right]q_4 - \left[\omega_z - 2\Omega(q_3^2 + q_4^2 - 1/2)\right]q_1\right\}$$

$$\dot{q}_3 = \frac{1}{2}\left\{\left[\omega_y - 2\Omega(q_2q_3 + q_1q_4)\right]q_1 + \left[\omega_x - 2\Omega(q_1q_3 - q_2q_4)\right]q_2 - \left[\omega_z - 2\Omega(q_3^2 + q_4^2 - 1/2)\right]q_4\right\}$$

$$\dot{q}_4 = -\frac{1}{2}\left\{\left[\omega_x - 2\Omega(q_1q_3 - q_2q_4)\right]q_1 + \left[\omega_y - 2\Omega(q_2q_3 + q_1q_4)\right]q_2 + \left[\omega_z - 2\Omega(q_3^2 + q_4^2 - 1/2)\right]q_3\right\}. \tag{11}$$

As relações para os momentos de inércia B e C, em função do tempo, por ocasião do estendimento do mastro, são obtidas a partir do comprimento $\ell(t)$. Este é especificado pelo fabricante e dado por:

$$\ell(t) = \frac{\zeta}{\xi}(1 - e^{\xi t}) , \qquad (12)$$

onde ζ e ξ são constantes obtidas a partir de testes de laboratório.

O deslocamento do C.G., $\delta(t)$, decorrente do esticamento do mastro é dado por:

$$\delta[\ell(t)] = \rho \frac{1}{2M_t} \ell^2(t) + \frac{M_p}{M_t} \ell(t), \qquad (13)$$

onde ρ é a densidade linear do mastro; M_p e M_t são a massa da ponta e a massa total do satélite, respectivamente.

Assim, os momentos de inércia são escritos na forma:

$$B(t) = B_0 + B_1(t) ,$$

$$C(t) = C_0 + C_1(t) , \qquad (14)$$

onde B_0 e C_0 são os momentos de inércia do veículo com o mastro recolhido. Para $B_1(t)$ tem-se:

$$B_1(t) = C_1(t) = M_b \delta^2 + \frac{1}{12}\rho \ell^3 + \rho\ell\left[b - \delta + \frac{1}{2}\ell\right]^2 + M_p\left[b - \delta + \ell\right]^2 . \qquad (15)$$

onde M_b é a massa da base do satélite, b é a distância do C.G. do satélite com mastro recolhido, até a extremidade da base.

As expressões para $\dot{B}$ e $\dot{C}$ nas duas últimas equações de (9) são determinadas a partir das equações (12) a (15).

RESULTADOS NUMÉRICOS OBTIDOS

A seqüência de procedimentos que objetiva levar o satélite à atitude nominal de operação se inicia após o final da queima do último estágio do veículo lançador, quando um ioiô [1] é liberado de maneira a reduzir a rotação do veículo de 180 para 5 rpm (valores estimados). Em seguida, barras ferromagnéticas interagem com o campo magnético da Terra de forma a eliminar rotações residuais. Caso todo o processo se realize de forma nominal, ao final de algum tempo deve-se esperar que o satélite esteja praticamente parado em relação a um referencial inercial ($\dot{\theta}_3 = -\Omega$).

Quando o mastro é esticado dentro de condições iniciais favoráveis, tem-se um movimento final libracional, no qual o satélite oscila dentro de certos limites, com relação à vertical local (Figura 1). Este processo como um todo é denominado captura.

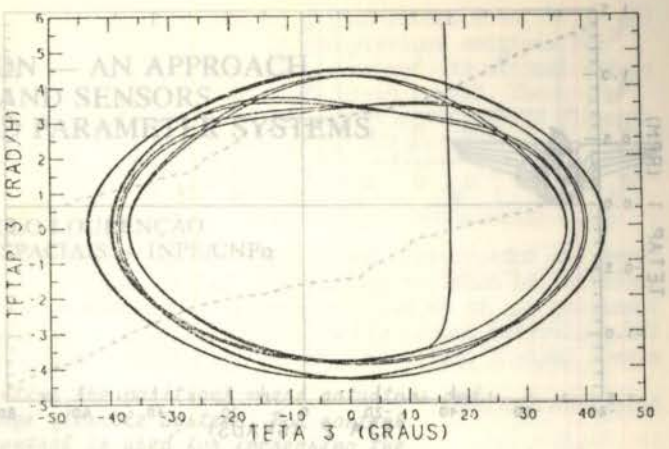


Figura 1 - Plano de fase de arfagem: libraçao.

Pode-se também esticar o mastro a partir de condições iniciais não-favoráveis, o que implica uma captura invertida ou um movimento oscilatório, no qual o satélite "capota" (Figura 2).



Figura 2 - Plano de fase de arfagem: circulação.

O trecho retilíneo destes gráficos representa o esticamento do mastro, e o tempo simulado corresponde a pouco mais de cinco órbitas (9 horas).

Neste trabalho caracterizam-se como condições iniciais críticas aquelas que implicam em um quase - capotamento após o esticamento do mastro.

No intuito de obter tais condições, verificou-se inicialmente a influência de uma rotação excessiva em arfagem (rotação do satélite no plano da órbita). Observou-se através de simulações, que o esticamento do mastro permite a captura, desde que esta rotação não exceda 0,5-0,7 rpm.

Numa segunda fase, investigou-se o efeito sobre a captura, de uma rotação residual do satélite em torno do eixo coincidente com o mastro. Para uma dada inclinação deste eixo em relação ao plano da órbita, determinou-se qual a máxima rotação possível para que o esticamento do mastro leve à captura. A figura 3 ilustra os resultados obtidos.

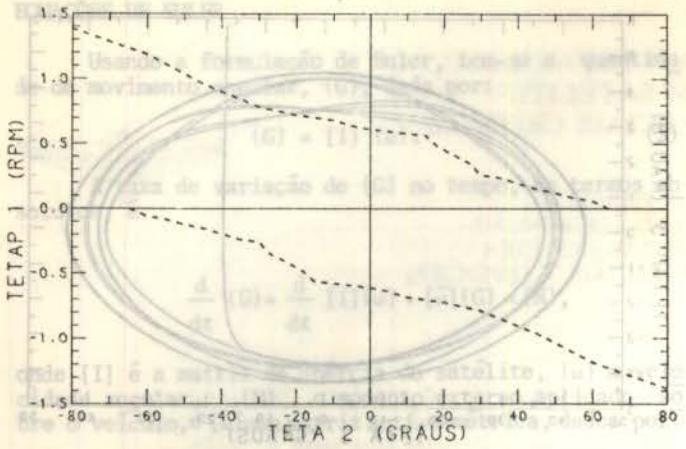


Figura 3 - Gráfico $\dot{\theta}_1$ x θ_2 para a captura.

Também investigou-se a influência do comprimento final do mastro (parametro livre), sobre o movimento resultante do veículo, observando-se que pequenas variações neste valor (~1,0 m) não levam a substanciais diferenças no comportamento dinâmico do satélite. Com o intuito de comparar os tempos computacionais foram feitas simulações, partindo das mesmas condições iniciais, utilizando quatérnion e ângulos de Euler para descrever o movimento de atitude do satélite. Observou-se que a utilização de quatérnion implica um tempo de computação 2,5 vezes menor.

CONCLUSÕES

a) Com relação ao processo de esticamento do mastro, partindo de condições iniciais não-nominais, verificou-se que é possível levar o satélite à captura desde que estas condições não ultrapassem os limites determinados neste trabalho.

b) O uso de quatérnions para representar a atitude do veículo mostrou-se bastante eficiente sob o ponto de vista de economia de tempo computacional, o que os tornam ferramentas indispensáveis quando se considera o problema de simulação em tempo real.

Como sugestão para um futuro trabalho, propõe-se que seja realizado um estudo da fase que se segue à liberação do ioiô, de maneira a caracterizar melhor quais condições iniciais podem ser consideradas como de ocorrências prováveis antes do esticamento do mastro estabilizador do satélite.

REFERÊNCIAS

[1] Kaplan, M.H. "Modern spacecraft dynamics & control. John Wiley & Sons, N.York, 1976.

[2] Oliveira, J.R.F., Ferreira, D.L. Otimização do processo de captura para um satélite rígido estabilizado por gradiente de gravidade. 5º Congr. Bras. Automática, Campina Grande, Set. 1984, pp. 426-431.

[3] Lourenção, P.T.M at al. Análise simplificada do problema de captura para um satélite artificial estabilizado por gradiente de gravidade. COBEM 83, paper nº B-8, pp. 71-80.

[4] Mayo, R.A. Relative quaternion state transition relation. J. Guidance and Control, vol. 2, nº 1, pp. 44-48.

[5] Barker, L. E at al. Development and application of a local linearization algorithm for the integration of quaternion rate equations in real-time flight simulation problems. NASA TN D-7347, 1973.

SUMMARY

This work presents the study of attitude dynamics for the first brazilian satellite, using Euler parameters (quaternion). Emphasis is put on the boom deployment and capture in the stability region. The main feature is the search for procedures for passive stabilization given critical initial conditions. Digital simulation of the system points out some advantages of using quaternions instead of Euler angles. System dynamics is modelled using Euler equations and its attitude is given by quaternion.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

SPILLOVER MINIMIZATION — AN APPROACH FOR ACTUATORS AND SENSORS PLACEMENT IN DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEMS

PAULO TADEU DE MELLO LOURENÇÃO
INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS — INPE/CNPq

SUMMARY

This paper presents a technique for selecting the positions where actuators and sensors should be placed for the control of large flexible systems. For control implementation, the independent modal space control is used for increasing the damping of the dominant modes. Two indices are defined taking into account the importance of each mode as a function of the position over the elastic domain, and are useu to reduce the effect of the controller over the nondominant modes. A two-dimensional structure is investigated to obtain numerical results.

INTRODUÇÃO

With the capability of placing Large Space Structures (LSS) in orbit, some problems related to the control of their orientation in the space and their vibration have been investigated [1]. These structures will probably be very large and, in consequence of weight limitations, they will be highly flexible and will show little damping. LSS dynamic models are usually obtained by means of modal analysis, in case of simple structures, or using the Finite Element Method for comples one. Whichever the approach, too many modes may be present leading to problems in control implementation. Theses models have also some peculiar features like modal coordinates implying decoupled dynamics and the fact that the higher modes are less accurate than the lower ones.

All these characteristics suggest that a model reduction procedure should be used in order to obtain a reduced model amenable to controller design and still representing the original dynamics with reasonable fidelity. Another distinguishing feature of the LSS control problem is the possibility of using several actuators and sensors (A/S) placed at different positions over the structure. Since the selection of critical modes to be included in the reduced model is closely related to A/S positioning, one should consider them at the same time.

The most important consequence of the utilization of a reduced order controller is the occurrence of control and observation spillover. Control spillover means that modes not explicitly controlled may be affected by the control system. Observation spillover corresponds to the contamination of the output by noncritical modes. It is obvious that spillover is again deeply affected by A/S placement.

Indices measuring the degree of controllability of a system or mode have been suggested as a convenient tool for helping one to decide where to place actuators and sensors [3], [4]. In this paper, a criterion initially proposed for the selection of critical modes [5] is modified in order to give support to a designer to make the decision above cited.

One of the most interesting approaches to the LSS control is the Independent Modal Space Control (IMSC) [2] in which each mode is independently controlled. The restriction is that the number of actuators must be equal to the number of modes to the controlled.

This paper considers the use of an IMSC reduced controller whose spillover is reduced by means of carefully positioning actuators and sensors in accordance with a criterion which measures the importance of each mode as a function of the position over the elastic domain. In order to present numerical results, a two-dimensional structure is investigated using force actuators and velocity sensors.

REDUCED MODEL USING INDEPENDENT MODAL SPACE CONTROL

The ordinary differential equations representing the LSS dynamics can be written as

$$\begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} 0 & I \\ \hline \Omega & D \end{array}\right] \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix} + \left[\begin{array}{c} 0 \\ \hline \Phi_a \end{array}\right] F, \qquad (1)$$

where $q \in R^n$ is a vector corresponding to the modal coordinates related to each mode; $\Omega = \text{diag}\,(\omega_1^2,\ldots,\omega_n^2)$ is a diagonal matrix whose elements are the square of the eigenfrequencies; $D = \text{diag}\,(2\zeta_1\omega_1\ldots 2\zeta_n\omega_n)$ is a diagonal damping matrix; $\Phi_a \in R^n \times R^p$ is the input matrix whose elements $(\Phi_a)_{ij} = \phi_i(r_j)$ correspond to the amplitude of the i-th mode at the r_j position where the j-th actuator is placed; $F \in R^p$ is a vector whose components are the amplitude of the forces applied by the actuators.

The essential idea fo the IMSC method is to require p to be equal to n and Φ_a to be regular. In this way one can transform (1) into a set of decoupled equations as follows:

$$\ddot{q}_i + 2\zeta_i\omega_i\dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = f_i(t) \quad (i = 1,2,\ldots n), \qquad (2)$$

where f_i is a modal input which is evaluated as a function of q_i and $\dot{q}_i$. The real control vector F is synthesized from the knowledge of the modal inputs f using:

$$F = \Phi_a^{-1} f\,. \qquad (3)$$

This technique may present serious problems if the number of modes in the original system is high because a large number of actuators will be required.

With the aim of deriving a reduced order model, the modes are separated into critical and noncritical and the first ones are included in the reduced model. In this paper, it is suggested to use the IMSC method in the reduced order model, thus requiring the number of actuators to be equal to the number of critical modes. Splitting the system into dominant and nondominant modes results in:

$$\begin{Bmatrix} \dot{q}_c \\ \dot{q}_u \\ \ddot{q}_c \\ \ddot{q}_u \end{Bmatrix} = \left[\begin{array}{cc:cc} & & & \\ & 0 & & I \\ & & & \\ \hline & & & \\ \Omega_i & 0 & D_c & 0 \\ \hline & & & \\ 0 & \Omega_u & 0 & D_u \end{array}\right] \begin{Bmatrix} q_c \\ q_u \\ \dot{q}_c \\ \dot{q}_u \end{Bmatrix} = \left[\begin{array}{c} 0 \\ \hline \\ \Phi_{ac} \\ \\ \Phi_{au} \end{array}\right] \left[\Phi_{ac}^{-1}\right] f, \quad (3)$$

where the subscripts c and u refer to controlled and uncontrolled modes, respectively. Observe that requiring Φ_{ac} to be regular results in no problem for the controlled modes. Since usually $\Phi_{ac}\Phi_{\bar{a}c}^{-1} \neq 0$ one may expect control spillover into the uncontrolled modes.

ACTUATORS PLACEMENT

The dominance method presented in [5] is here modified in order to obtain indices which are indirect measures of mode observability and controllability, and can be used to select the best positions for A/S. In a first step only actuators are considered and in a second one sensors are also included.

The response of the i-th mode to an excitation of the j-th actuator can be written:

$$q_i(t) = \frac{\phi_i(r_j)}{\omega_{di}} \int_0^t F_j(\tau) h_i(t-\tau) d\tau \ , \quad (4)$$

where $\omega_{di} = (1 - \zeta_i^2)^{1/2}\ \omega_i$. The convolution integrals depend on the type of excitation, whereas the constant terms multiplying these integrals do not. In this way, one can define the control spillover index as:

$$CSI(r_j) = \frac{\sum_i |\phi_i(r_j)/\omega_i|}{\sum_k |\phi_k(r_j)/\omega_k|} \ . \quad (5)$$

In (5) the sum in the numerator refers to noncritical modes and the sum in denominator refers to the critical ones. It is important to stress that CSI is a function of the actuator position only.

The essential idea of the method is to find out positions over the structure where CSI is minimum. The value $|\phi_i(x_j)/\omega_i|$ is very closely related to the definition of the degree of controllability presented in [3] and [4].

MODE PARTICIPATION IN THE OUTPUT

Using the expansion theorem [6], the elastic displacement at any position r_j of the structure can be written in terms of the modal cooordinates $q_i(t)$ as follows:

$$v(r_j,t) = \sum_{i=1}^{n} \phi_i(r_j)\ q_i(t) \ , \quad (6)$$

or in matrix form $v = \Phi_s\, q$, where $v \in R^q$ and $(\Phi_s)_{ij} = \phi_i(r_j)$ is the amplitude of the i-th mode at r_j where the j-th displacement sensor is placed.

Since controlled and uncontrolled modes do participate in the output, one can write

$$v = \left[\Phi_{sc} \vdots \Phi_{su}\right] \begin{Bmatrix} q_c \\ q_u \end{Bmatrix}, \quad (7)$$

where the subscript s refers to sensors and c and u have the same meaning as before. From (7) one can identify the "observation spillover" $\Phi_{su}\, q_u$, the contamination of the measurements by modes not explicitly controlled.

In order to derive a measure similar to the CSI given by (5), but taking into account actuators and sensors at the same time, consider the output response to an excitation at the k-th input. For the case of one sensor and one actuator located at the same position, that response can be written from (6) and (4):

$$v(r_k,t) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\phi_i^2(r_k)}{\omega_{di}} \int_0^t F_k(t) h_i(t-\tau) d\tau \ , \quad (8)$$

from which the spilover index is defined as:

$$SI(t_k) = \frac{\sum_i |\phi_i^2\ (r_k)/\omega_i|}{\sum_j |\phi_j^2\ (r_k)/\omega_j|} \ . \quad (9)$$

Note that SI is again a function of the position of the co-located A/S and takes into consideration the path input/dynamics/output. The SI index in some sense is more complete than the CSI index because SI embodies measures of the degrees of controllability and observability.

CONTROL BY POLE ALLOCATION TECHNIQUE

The problem of positioning A/S is usually considered in a separate phase, before the control implementation [3], [4]. In a different way, the influence of S/A placement on the closed-loop dynamics is investigated in this paper.

By writing the modal inputs $f_i(t)$ presented in (2) in the form

$$f_i(t) = k_{1i}\ q_i + k_{2i}\ \dot{q}_i \ , \quad (10)$$

one can place the eigenvalue of the i-th mode at any position in the complex plane if the values of k_{1i} and k_{2i} are properly determined. Using velocity sensors co-located with force actuators so as to prevent unstably interacting modes and forcing the number of A/S to be equal to the number of controlled modes, to following expression can be derived:

$$\dot{q}_c = \Phi_{sc}^{-1}\ \dot{v} = \left[I \vdots \Phi_{sc}^{-1}\ \Phi_{su}\right] \begin{Bmatrix} \dot{q}_c \\ \dot{q}_u \end{Bmatrix}, \quad (11)$$

which provides an approximation to the modal velocities $\dot{q}_c$ evaluated from the output measurements $\dot{v}$. Observe that a simple truncation of the uncontrolled modes has been made and since A/S are co-located, $\Phi_{sc} = \Phi_{ac}'$ and $\Phi_{su} = \Phi_{au}'$ (see (3)).

From (1), (3), (10) and (11) the closed loop dynamics is given by:

$$\begin{Bmatrix} \dot{q}_c \\ \dot{q}_u \\ \ddot{q}_c \\ \ddot{q}_u \end{Bmatrix} = \left[\begin{array}{cc:cc} & & & \\ & 0 & & I \\ & & & \\ \hline & & & \\ \Omega_c & 0 & D_c & 0 \\ \hline & & & \\ 0 & \Omega_u & 0 & D_u \end{array}\right] + \left[\begin{array}{c} 0 \\ \hline \\ \Phi_a \end{array}\right] \left[\Phi_{ac}^{-1}\right] \left[K_2\right] \left[\Phi_{sc}^{-1}\right] \left[0 \vdots \Phi_s\right] \begin{Bmatrix} q_c \\ q_u \\ \dot{q}_c \\ \dot{q}_u \end{Bmatrix}, \quad (12)$$

where only damping has been increased and in consequence K_2 is present, but not K_1.

The procedure above suggested has two sources of problems:

i) the uncontrolled modes will become coupled to the controlled ones since $K_2\Phi_{sc}^{-1}\Phi_{su}$ in (12) is usually different from zero.

ii) the uncontrolled modes will be measured and fed back because again $\Phi_{au}\Phi_{ac}^{-1}K_2\Phi_{sc}^{-1}\Phi_{su}$ may be different from zero.

To reduce these problems, the idea is to carefully place A/S using the CSI index for instance.

NUMERICAL RESULTS

In order to verify the feasibility of the ideas previously discussed, a rectangular plate with its edges simply supported has been selected for the following reasons:

i) the model presents repeated and clustered eigenvalues;

ii) the elastic domain is two-dimensional.

The eigenmodes $\phi_i(r)$ and the eigenfrequencies ω_i are presented in [6]. A plate having the relation width/height equal to two is investigated and the first thirteen vibration modes are considered. The first 6 modes are the controlled ones.

The pole allocation technique is utilized to increase the damping of the controlled modes, so as to have the final amplitude equal to five percent of its initial value after two periods corresponding to the lowest mode. Table 1 below presents the controlled and uncontrolled poles in open and closed-loops. In this table the closed-loop eigenvalues presented are the desired ones.

Table 1. Open and Closed-Loop Poles

CONTROLLED MODES			UNCONTROLLED MODES	
MODE	λ_{open}	λ_{closed}	MODE	$\lambda_{open = closed}$
1	-0.05 ± 1.0 i	-0.238 ± 0.971 i	7	-0.25 ± 5.0 i
2	-0.08 ± 1.6 i	-0.238 ± 1.582 i	8	-0.29 ± 5.8 i
3	-0.13 ± 2.6 i	-0.238 ± 2.589 i	9	-0.32 ± 6.4 i
4	-0.17 ± 3.4 i	-0.238 ± 3.392 i	10	-0.37 ± 7.4 i
5	-0.20 ± 4.0 i	-0.238 ± 3.993 i	11	-0.40 ± 8.0 i
6	-0.20 ± 4.0 i	-0.264 ± 3.991 i	12	-0.40 ± 8.0 i
			13	-0.41 ± 8.2 i

To test the effectiveness of the CSI index given by (5), in a first phase, perfect state feedback is assumed with the actuators being placed according to minimal values of CSI. Analysing the eigenvalues and eigenvectors of the closed-loop dynamic matrix, the following results are observed:

i) the controlled modes are independently controlled presenting a small coupling with the uncontrolled ones;

ii) the uncontrolled poles are not affected

iii) changing the positions of the A/S from the optimal ones determined from (5), an increase in the coupling between controlled and uncontrolled modes is observed.

In a second phase, output feedback is investigated as shown in the previous section. The initial positions of A/S correspond to minimal value of the spillover index (SI) given by (9). The arrangement of A/S is changed by moving these element to positions specified by the CSI criterion and the results are shown in Table 2.

Table 2. Closed-Loop Poles of Noncritical Modes

MODE	DESIRED	CSI	SI
7	-0.25 ± 5.0 i	-0.57 ± 4.95 i	-0.52 ± 4.96 i
8	-0.29 ± 5.8 i	-0.29 ± 5.79 i	-0.30 ± 5.79 i
9	-0.32 ± 6.4 i	-0.47 ± 6.38 i	-0.52 ± 6.37 i
10	-0.37 ± 7.4 i	-0.41 ± 7.38 i	-0.41 ± 7.38 i
11	-0.40 ± 8.0 i	-0.43 ± 7.99 i	-0.42 ± 7.99 i
12	-0.40 ± 8.0 i	-0.44 ± 7.99 i	-0.46 ± 7.99 i
13	-0.41 ± 8.1	-0.41 ± 8.19 i	-0.41 ± 8.19 i

Defining a convenient index which measures the "distance" between desired and actual positions of the closed-loop eigenvalues, the configuration obtained from the SI criterion shows a distance value 12% less than the CSI one.

The results obtained by output feedback can be summarized as follows:

i) the controlled poles are correctly placed but exhibit a small coupling effect;

ii) the coupling between controlled and uncontrolled modes shows the same trend as in the state feedback case.

iii) uncontrolled modes are substantially affected by the controller, having their poles horizontally shifted to the left (excess damping);

iv) comparing the results for different A/S configurations, the arrangement corresponding to minimal values of the SI index gives better results, i.e., the excess damping is reduced.

CONCLUSION

The numerical tests presented here show that indices like CSI or SI developed in this paper are convenient tools for helping the designer to decide where to place actuators and sensors, since, as observed, coupling and excess damping are reduced.

The problem of excess damping, however, is not completely solved, as it can be readily seen from Table 2. To improve the results, the contribution of the uncontrolled modes to the output should be filtered out using, for example, an observer-based controller design.

REFERENCES

[1] Nurre, G.S. et al. "Dynamics and Control of Large Space Structures". Journal of Guidance Control and Dynamics, vol. 7, nº 5(1984), p. 514-526.

[2] Meirovitch, et. al. "A Comparison of Control Techniques for Large Flexible Systems", Journal of Guidance, Control and Dynamics", vol. 6 nº 4 (1983), p. 302-310.

[3] Müller, P.C. and Weber, H.I. "Analysis and Optimization of Certain Qualities of Controllability and Observability for Linear Dynamical Systems", Automatica, vol. 8 (1972), p. 237-246.

[4] Visvanathan, C.N. et al. "A Degree of Controllability Definition: Fundamental Concepts and Application to Modal System", Journal of Guidance, Control and Dynamics, vol. 7, nº 2 (1984), p. 222-230.

[5] Litz, L. and Roth, H. "State Decomposition for Singular Perturbation Order Reduction - A Modal Approach", International Journal of Control, vol. 34 nº 5 (1981), p. 937-954.

[6] Meirovitch, L. Analytical Methods in Vibrations, Macmillan, New York (1967).

APPLICATION OF MOMENT EQUATIONS TO SENSITIVITY ANALYSIS OF THE STOCHASTIC NONLINEAR DYNAMICAL SYSTEM

LESLAW SOCHA
SILESIAN TECHNICAL UNIVERTITY, GLIWICE, POLAND
PRESENTLY UNIVERSITY OF HANNOVER

SUMMARY

The concept of stochastic sensitivity of a class of nonlinear continuous stochastic dynamical systems is considered in this paper. Detailed applications and comparisons for the nonlinear Duffing oscillator with stochastic coefficient are analyzed. The cases of white and coloured noises are considered. An numerical example is given to illustrate the obtained results.

INTRODUCTION

In analogy with the concept of deterministic sensitivity, the concept of stochastic sensitivity may roughly be stated as the answer to the basic question "what is the influence in some stochastic sense of parameters of the system on the solution of this system". The deterministic sensitivity analysis which has been developed in the last twenty years and is well established and can be found, for instance, in Frank monography [1], however, stochastic sensitivity analysis for dynamical systems has been investigated only for linear systems [2]. This paper is concerned with a study of the concept of stochastic sensitivity for continuous nonlinear systems and particularly for Duffing oscillator with stochastic coefficient.

SENSITIVITY MEASURES AND MOMENT EQUATIONS

We shall consider a class of the above mentioned systems which can be described by the stochastic nonlinear vector differential equation of Ito-type

$$dx(t)=f(t,x(t),p)dt + G(t,x(t),p)dw(t)\ ,\ x(t_o)=x_o\ , \qquad (1)$$

where $x(t)$ is n-dimensional vector state, p is q-dimensional vector of parameters, $w(t)$ is m-dimensional standard Wiener process, $t\in[t_o, t_f]$,
$f: [t_o, t_f]\times R^n\times R^q \to R^n$, $G: [t_o, t_f]\times R^n\times R^q \to R^{n\times m}$
are nonlinear deterministic functions.
With the hypothesis described in [3] the equation (1) has a unique continuous solution.

Similar to the deterministic theory there are several ways to define quantities for the characterization of the parameter sensitivity of a system. However in the next analysis we will use the following one

$$\rho^k(T) = \sup_{t\in[t_o,T]} \left| Q\,\frac{\partial y(t)}{\partial p_k} \right| \ , \ k=1,\ldots,q \qquad (2)$$

where Q is a matrix of weight coefficients,
y is the vector whose elements are the ordered moments of vector state $x(t)$, for example,

$$y^T = E\left[x_1,\ldots,x_n,(x_1)^2,\ldots,x_1x_n,x_2x_1,\ldots,x_2x_n,\ldots,(x_n)^2\right],$$

$E[\cdot]$ represents an ensemble average, $(\cdot)^T$ denotes transpose of vector or matrix.
Since the statistical moments of nonlinear systems responding to random excitations are governed by an infinite hierarchy of equations, suitable clousure schemes are needed to compute the more important lower order moments approximately. In the present paper, th truncation schemes by which the infinite hierarchy moment equations may be reduced into finite ones are applied.

Cumulant Truncation Scheme (CTS). The following relation ship between moments and cumulants was given by Stratonovich [4]

$$E[x_j] = \kappa_1[x_j]\ ,$$

$$E[x_jx_k] = \kappa_2[x_j,x_k] + \kappa_1[x_j]\kappa_1[x_k]$$

$$E[x_jx_kx_l] = \kappa_3[x_j,x_k,x_l] + 3\{\kappa_1[x_j]\kappa_2[x_k,x_l]\}_s + \kappa_1[x_j]\kappa_1[x_k]\kappa_1[x_l]\ ,$$

$$E[x_jx_kx_lx_m] = \kappa_4[x_j,x_k,x_l,x_m] + 3\{\kappa_2[x_j,x_k]\kappa_2[x_l,x_m]\} + 4\{\kappa_1[x_j]\kappa_3[x_k,x_l,x_m]\}_s + 6\{\kappa_1[x_j]\kappa_1[x_k]\kappa_2[x_l,x_m]\}_s + \kappa_1[x_j]\kappa_1[x_k]\kappa_1[x_l]\kappa_1[x_m]$$

where $\kappa[\cdot]$ is a joint cumulant of the bracket random variables, the order being denotes by the subscript,
$\{\cdot\}_s$ indicates a symmetrizing operation with res to all its arguments; namely, taking the ar metic mean of different permuted terms simi to the one tithin the braces. For details s

Central Moment Truncation Scheme (CMTS). The jo central moments of the first three orders have the sa form of the first three joint cumulants as given in (Beyond the third order, the central moments and their corresponding cumulants are different; for example th fourth-order central moment has the following form [5

$$\mu_4[x_jx_kx_lx_m] = E[x_jx_kx_lx_m] - E[x_j]E[x_kx_lx_m] - E[x_k]E[x - E[x_l]E[x_jx_kx_m] - E[x_m]E[x_jx_kx_l] + E[x_j]E[x_k]E[x_lx_m] + E[x_j]E[x_l]E[x_kx_m] + E[x_j]E[x_m]E[x_kx_l] + E[x_k]E[x_l]E[x_jx_m] + E[x_k]E[x_m]E[x_jx_l] + E[x_l]E[x_m]E[x_jx_k] - 2\,E[x_j]E[x_k]E[x_l]E[x_m]\ ,$$

where μ_K is the joint central moment

$$\mu_K = E\left[(x_1-m_1)^{k_1}(x_2-m_2)^{k_2}\ \ldots\ (x_n-m_n)^{k_n}\right],$$

$m_i = E[x_i]$, $i=1,\dots,n$, $K = \underbrace{jkl..}_{n}$.

Joint moments of order higher than two can be expressed in terms of joint moments of lower order by equating to zero the corresponding central moments. For details see [6] .

Quasi-Gaussian Truncation Scheme (QGTS). It is assumed that higher central moments are described by formula

$$\mu_{jkl\dots} = \sum \mu_{\alpha_1\alpha_2}\mu_{\alpha_3\alpha_4}\cdots\mu_{\alpha_{2s-1}\alpha_{2s}} . \qquad (6)$$

The sum in the right-hand side contains all possible partitioning of $2s$ subscripts $\alpha_1,\alpha_2,\dots,\alpha_{2s}$ (including recurring) into s pairs $\alpha_1\alpha_2,\alpha_3\alpha_4,\dots\alpha_{2s-1}\alpha_{2s}$. The total number of terms is $(2s-1)!!$.
All moments of odd order higher than a number r are assumed to be zero.
For example, for r=2

$$E[(x_i-m_i)(x_j-m_j)(x_k-m_k)] = 0 , \qquad (7)$$

$$E[(x_i-m_i)(x_j-m_j)(x_k-m_k)(x_l-m_l)] = E[(x_i-m_i)(x_j-m_j)]\cdot E[(x_k-m_k)(x_l-m_l)] + E[(x_i-m_i)(x_k-m_k)]E[(x_j-m_j)(x_l-m_l)] + E[(x_i-m_i)(x_l-m_l)]E[(x_j-m_j)(x_k-m_k)] . \qquad (8)$$

For detailes see [7].

Using these truncation schemes in the moment equations corresponding to the system (1) we obtain the moment equations in closed form. Next, differentiating the moment equations(in closed form) with respect to a parameter p_j we receive the sensitivity equations.

To show the application of this procedure and moment sensitivity definition we will analyze the nonlinear Duffing oscillator with random parameter.

NONLINEAR DUFFING OSCILLATOR

White noise case. Duffing oscillator with white noise coefficient (random damping) is described by the following vector Ito equation

$$d\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix}0 & 1\\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ \varepsilon(x_1)^3\end{bmatrix}\right)dt + \begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & h\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}d\xi \ , \quad \begin{bmatrix}x_1(t_o)\\x_2(t_o)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}x_{10}\\x_{20}\end{bmatrix} \qquad (9)$$

where $-a_{21}$, $-a_{22}$, h, $-\varepsilon$ are positive constants ,
$\xi(t)$ is standard Wiener process.

The first two moment equations have the form

$$\frac{dm}{dt} = A^w_m m + B^w_m \ , \ m(t_o) = [x_{10},x_{20}]^T , \qquad (10)$$

$$\frac{d\Gamma^w_v}{dt} = A^w_\Gamma \Gamma^w_v + B^w_\Gamma \ , \ \Gamma^w_v(t_o) = \left[(x_{10})^2, x_{10}x_{20}, (x_{20})^2\right]^T , \qquad (11)$$

where $m = E[x] = [m_1,m_2]^T$, $\Gamma^w_v = \left[\Gamma^w_{11}, \Gamma^w_{12}, \Gamma^w_{22}\right]^T$
and matrices A^w_m , B^w_m , A^w_Γ , B^w_Γ are defined by

$$A^w_m = \begin{bmatrix}0 & 1\\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix} , \quad B^w_m = \begin{bmatrix}0\\ \varepsilon E[(x_1)^3]\end{bmatrix} ,$$

$$A^w = \begin{bmatrix}0 & 2 & 0\\ a_{21} & a_{22} & 1\\ 0 & 2a_{21} & 2a_{22}+h^2\end{bmatrix} , \quad B^w = \begin{bmatrix}0\\ \varepsilon E[(x_1)^4]\\ 2\varepsilon E[(x_1)^3x_2]\end{bmatrix} . \qquad (12)$$

Since the system (12),(13) is not closed one of the truncation schemes can be applied. Then we receive the following relations.

For cumulant truncation scheme ($\kappa_n=0$ for $n \geq 3$)

$$E[(x_1)^3] = 3\,m_1\Gamma_{11} - 2\,(m_1)^3 ,$$
$$E[(x_1)^4] = 3(\Gamma_{11})^2 - 2\,(m_1)^4 , \qquad (13)$$
$$E[(x_1)^3x_2] = 3\,\Gamma_{12}\Gamma_{11} - 2\,(m_1)^3m_2 .$$

For central moment truncation scheme ($\mu_4=0$)

$$E[(x_1)^3] = 3\,m_1\,\Gamma_{11} - 2\,(m_1)^3 ,$$
$$E[(x_1)^4] = 6(m_1)^2\left[\Gamma_{11} - (m_1)^2\right] , \qquad (14)$$
$$E[(x_1)^3x_2] = 3(m_1)^2\Gamma_{12} + 3m_1m_2\Gamma_{11} - 6(m_1)^3m_2 .$$

For quasi-gaussian truncation scheme (eq.(9),(10))

$$E[(x_1)^3] = 3\,m_1\,\Gamma_{11} ,$$
$$E[(x_1)^4] = 3\,(\Gamma_{11})^2 + 6\,(m_1)^4 , \qquad (15)$$
$$E[(x_1)^3x_2] = 3\,\Gamma_{11}\Gamma_{12} + 6\,(m_1)^3m_2 .$$

Using these relations in the equations (12), (13) we receive the closed system of equations. Hence the moment sensitivity equations with respect to, for instance, a parameter a_{22} will have the form

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial m}{\partial a_{22}}\right) = A^w_m\left(\frac{\partial m}{\partial a_{22}}\right) + \frac{\partial A^w_m}{\partial a_{22}}m + \frac{\partial B^w_m}{\partial a_{22}} \ , \ \left(\frac{\partial m}{\partial a_{22}}\right)(t_o) = 0 , \qquad (16)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \Gamma^w_v}{\partial a_{22}}\right) = A^w_\Gamma\left(\frac{\partial \Gamma^w_v}{\partial a_{22}}\right) + \frac{\partial A^w}{\partial a_{22}}\Gamma^w_v + \frac{\partial B^w}{\partial a_{22}} \ , \ \left(\frac{\partial \Gamma^w_v}{\partial a_{22}}\right)(t_o) = 0 , \qquad (17)$$

where B^w_m and B^w_Γ are in these equations in closed form.

We solve these equations together with the system (10), (11) for established value of parameter $a_{22}=a_{22_o}$.

Coloured noise case. Duffing oscillator with coloured noise coefficient (random damping) is described by the following vector equation

$$d\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ \varepsilon(x_1)^3\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & h\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}\eta \ , \quad \begin{bmatrix}x_1(t_o)\\x_2(t_o)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}x_{10}\\x_{20}\end{bmatrix} \qquad (18)$$

where $-a_{21}$, $-a_{22}$, h, $-\varepsilon$ are positive constants and η is coloured noise with zero mean value $E[\eta]=0$, and spectral density

$$S_\eta(\omega) = \frac{\beta}{\alpha^2+\omega^2} . \qquad (19)$$

It can be presented in the form of filter equation

$$d\eta = -\alpha\,\eta\,dt + \beta\,d\xi \ , \quad \eta(t_o)=0 \qquad (20)$$

where ξ is standard Wiener process, α , $\beta > 0$.

Transforming the system (18),(19) into the Ito vector form we calculate the moment equations.

$$\frac{dm}{dt} = A_m^c m + B_m^c + C_m^c \quad , \; m(t_o)^T = \left[x_{10}, x_{20}\right]^T \tag{21}$$

$$\frac{d\Gamma_v^c}{dt} = A_\Gamma^c \Gamma_v^c + B_\Gamma^c + C_\Gamma^c, \Gamma_v^c(t_o)^T = \left[(x_{10})^2, x_{10}x_{20}, (x_{20})^2, 0, 0, 0\right] \tag{22}$$

where $m = \left[m_1, m_2\right]^T$, $\Gamma_v^c = \left[\Gamma_{11}, \Gamma_{12}, \Gamma_{22}, \Gamma_{13}, \Gamma_{23}, \Gamma_{33}\right]^T$

$\Gamma_{11} = E\left[(x_1)^2\right]$, $\Gamma_{12} = E\left[x_1 x_2\right]$, $\Gamma_{22} = E\left[(x_2)^2\right]$,

$\Gamma_{13} = E\left[x_1 \eta\right]$, $\Gamma_{23} = E\left[x_2 \eta\right]$, $\Gamma_{33} = E\left[(\eta)^2\right]$,

and matrices A_m^c , B_m^c , C_m^c , A_Γ^c , B_Γ^c , C_Γ^c are defined as follows

$$A_m^c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad B_m^c = \begin{bmatrix} 0 \\ h\Gamma_{23} \end{bmatrix}, \quad C_m^c = \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon E\left[(x_1)^3\right] \end{bmatrix},$$

$$A_\Gamma^c = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2a_{21} & 2a_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\alpha & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22}-\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2\alpha \end{bmatrix},$$

$$B_\Gamma^c = \begin{bmatrix} 0 \\ h(m_2\Gamma_{13} + m_1\Gamma_{23}) \\ 4hm_2\Gamma_{23} \\ 0 \\ hm_2\Gamma_{33} \\ (\beta)^2 \end{bmatrix}, \quad C_\Gamma^c = \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon E\left[(x_1)^4\right] \\ \varepsilon E\left[(x_1)^3 x_2\right] \\ 0 \\ hE\left[(x_1)^3 \eta\right] \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{23}$$

Similar to the white noise case in order to close the system of moment equations we use one of the trucation schemes. Next we differentiate the system (21),(22) (in closed form) with respect to the parameter a_{22} and we receive the sensitivity equations

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial m}{\partial a_{22}}\right) = A_m^c\left(\frac{\partial m}{\partial a_{22}}\right) + \frac{\partial A_m^c}{\partial a_{22}} m + \frac{\partial B_m^c}{\partial a_{22}} + \frac{\partial C_m^c}{\partial a_{22}} \quad , \tag{24}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \Gamma_v^c}{\partial a_{22}}\right) = A_\Gamma^c\left(\frac{\partial \Gamma_v^c}{\partial a_{22}}\right) + \frac{\partial A_\Gamma^c}{\partial a_{22}} \Gamma_v^c + \frac{\partial B_\Gamma^c}{\partial a_{22}} + \frac{\partial C_\Gamma^c}{\partial a_{22}} \quad , \tag{25}$$

the initial condition we assume to be equal zero

$$\left(\frac{\partial m}{\partial a_{22}}\right)(t_o) = 0 \quad , \quad \left(\frac{\partial \Gamma_v^c}{\partial a_{22}}\right)(t_o) = 0 \; .$$

Then we solve these sensitivity equations together with the system (21),(22) (in closed form) for established value of parameter $a_{22} = a_{22_o}$.

Comparisons between moment sensitivity measures in the case when the coefficient(damping) is white and coloured noise and when three different truncation are used for the nonlinear Duffing oscillator, are illustrated in Fig. 1 - 6.

The calculations have been received for the following set of parameters
$a_{22_o} = -2.$, $h = 1.$, $\alpha = 1.$, $\beta = 1.$,
a_{21} , ε -varied parameters.

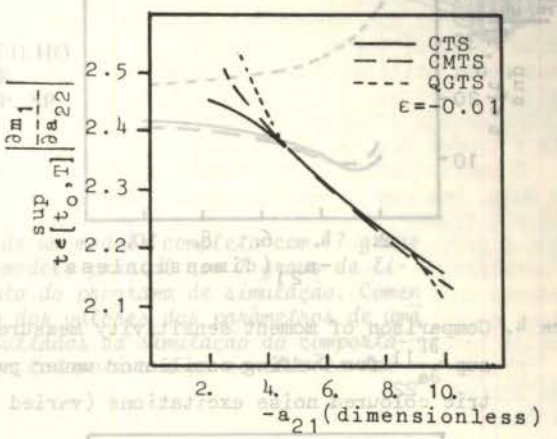


Figure 1. Comparison of moment sensitivity measures $\sup \frac{\partial m_1}{\partial a_{22}}$ for Duffing oscillator under parametric white noise excitations(varied a

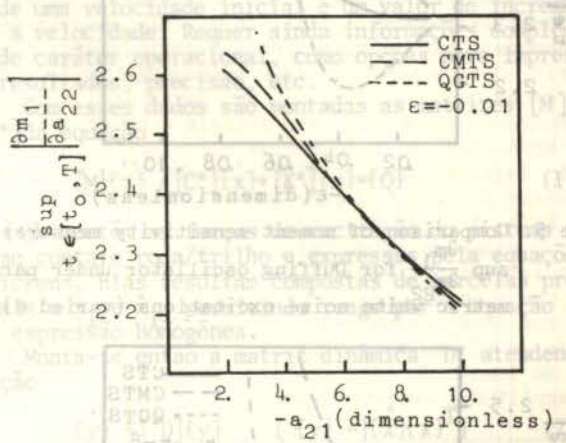


Figure 2. Comparison of moment sensitivity measures $\sup \frac{\partial m_1}{\partial a_{22}}$ for Duffing oscillator under parametric color noise excitations(varied a

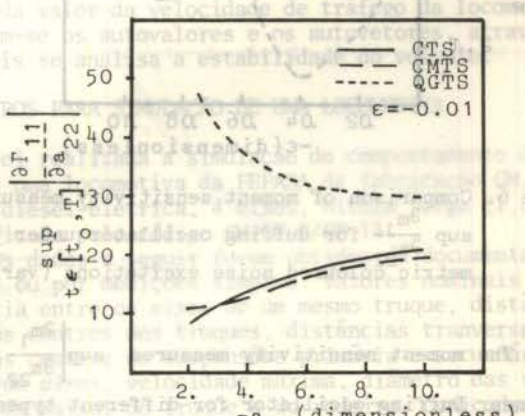


Figure 3. Comparison of moment sensitivity measures $\sup \frac{\partial \Gamma_{11}}{\partial a_{22}}$ for Duffing oscillator under parametric white noise excitations(varied a

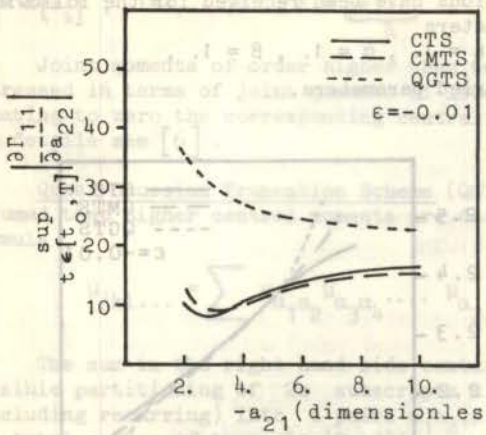


Figure 4. Comparison of moment sensitivity measures $\sup_{t\in[t_o,T]} \left|\frac{\partial \Gamma_{11}}{\partial a_{22}}\right|$ for Duffing oscillator under parametric coloured noise excitations (varied a_{21})

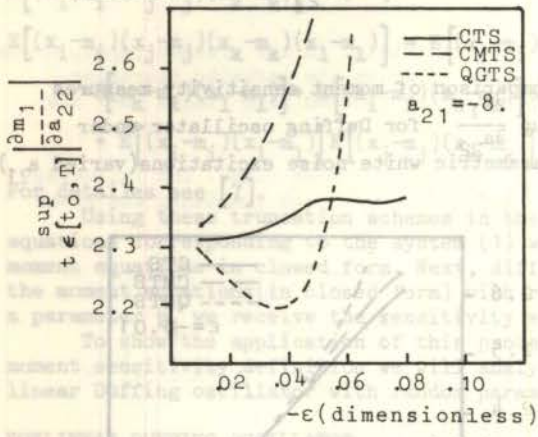


Figure 5. Comparison of moment sensitivity measures $\sup_{t\in[t_o,T]} \left|\frac{\partial m_1}{\partial a_{22}}\right|$ for Duffing oscillator under parametric white noise excitations (varied ε)

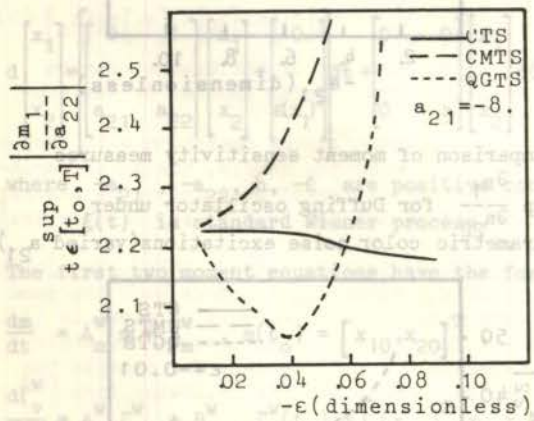


Figure 6. Comparison of moment sensitivity measures $\sup_{t\in[t_o,T]} \left|\frac{\partial m_1}{\partial a_{22}}\right|$ for duffing oscillator under parametric coloured noise excitations (varied ε)

The moment sensitivity measures $\sup_{t\in[t_o,T]} \left|\frac{\partial m_1}{\partial a_{22}}\right|$ for nonlinear Duffing oscillator for different types of truncation schemes have similar properties for a considered set of parameters in Fig.1. and Fig.2. It means all these measures are near linear decreasing functions in the case of white and coloured noise. However the same measures in the case of other set of parameters in Fig.5 and Fig.6. give different results.

For the sensitivity measures $\sup_{t\in[t_o,T]} \left|\frac{\partial \Gamma_{11}}{\partial a_{22}}\right|$ CMTS and CTS give different results than QGTS. It means for CMTS and CTS appears a minimum for the parameter $(-a_{21})$ in the interval $[2,4]$ and for QGTS the sensitivity measure is decreasing function, see Fig.3., Fig.4.

FINAL REMARKS

In this paper the cumulant, central moment and quasi-gaussian truncation schemes have been applied to study the moment sensitivity measures. However only two cumulants or central moments are retained in discussed example. It is possible to take into consideration the higher cumulants or cetral moments. It is also possible to use one of the other closure techniques (statistical linearization, quasi-moment truncation scheme, Gaussian closure technique etc.), which may be more accurate for sensitivity analysis of nonlinear stochastic dynamical systems. This problem is still open. There are also possibilities to study different measures of sensitivity for instance

$$\rho_k = \sup_{t\in[t_o,T]} E\left|\frac{\partial x(t)}{\partial p_k}\right|$$

which are more connected with simulation methods.

From the engineering point of view it is interesting to find such a set of parameters for which the derivative of state variable (mean value, variance) with respect to a parameter will be the smallest. But as it was shown in this example it is not always possible because one of the measures ($\sup_{t\in[t_o,T]} \left|\frac{\partial m_1}{\partial a_{22}}\right|$) decreases and the second measure ($\sup_{t\in[t_o,T]} \left|\frac{\partial \Gamma_{11}}{\partial a_{22}}\right|$) increases for $-a_{21}\in[-4,-10]$.

It shows that it is sometimes more convenient to introduce sensitivity measure with "good chosen matrix of weight coefficients ". In general from comparisons between moment sensitivity measures it follows that the cumulant and central moment truncation schemes are more accurate for study of stochastic sensitivity than quasi-gaussian truncation scheme.

REFERENCES

[1] Frank,P.M., Introduction to System Sensitivity Theory, Academic Press, New York (1978).

[2] Socha,L. ,"Application of Moment Equations to Sensitivity Analysis of the Stochastic Dynamical Systems", Proc. of the 3 Conference Stochastic Passage and Reliability , Jena, DDR, 1984, will be published.

[3] Gihman,I.I. and Skorohod,A.V., Stochastic Differetial Equations , Springer Verlag, Berlin (1972).

[4] Stratonovich, R.L., Topics in the Theory of Random Noise V. 1 ,Gordon and Breach, New York (1963).

[5] Ibrahim, R.A., "Stationary Response of a Randomly Parametric Excited Nonlinear Systems", Journal of Applied Mechanics, Transaction ASME , V. 45 (1978), pp. 910 -916.

[6] Bellman, R. and Richardson, J.M., "Closure and Preservation of Moment Properties ", Journal of Mathematical Analysis and Applications, V.23 (1968), pp. 639 - 644.

[7] Bolotin,V.V.,and Moskvin, V.G., "Excited Parametric Vibrations in Stochastic Systems with Two-Degrees-of-Freedom", Mechanics of Solids,(Mekh.Tverdogo Tela), V. 8 (1973) , pp. 30 - 37.

SIMULAÇÃO DA ESTABILIDADE DINÂMICA DE UMA LOCOMOTIVA

FAUSTO RODRIGUES FILHO
HAS INGO WEBER
GEPROM — UNICAMP, SP

SUMÁRIO

Simula-se uma locomotiva com 4 eixos através de um modelo completo com 17 graus de liberdade. Apresenta-se também o correspondente modelo parcial com 7 graus de liberdade. Descreve-se de forma sucinta o funcionamento do programa de simulação. Comenta-se sobre a sistemática utilizada para a obtenção dos valores dos parâmetros de uma locomotiva em tráfego no país e apresentam-se os resultados da simulação do comportamento dinâmico através do grau de estabilidade dessa locomotiva e as conclusões daí decorrentes.

INTRODUÇÃO

A estabilidade dinâmica dos veículos ferroviários, os movimentos oscilatórios do veículo e dos truques, a interação veículo-via e as consequências daí advindas tanto para o veículo como para a via permanente e para o desempenho geral do sistema de transporte ferroviário são assuntos conhecidos que continuam sendo estudados com profundidade.

A suspensão primária e a secundária, a geometria do truque, o perfil das rodas e vários outros ítens são inter-relacionados e seus efeitos se fazem sentir, em alguns casos, de forma conflitante conforme o ponto de vista abordado. Os estudos e as polêmicas daí oriundos, já registrados em 1941 por Sillcox [1] , não estão ainda completamente resolvidos, como confirmam mais recentemente Cooperrider [2] e Doyle [3].

Neste trabalho foi utilizado um programa de simulação dinâmica de uma locomotiva para modelos de truques com 2 eixos (7 GL) e 3 eixos (9 GL) e para veículos completos com 4 eixos (17 GL) e 6 eixos (21 GL) [4].

Partindo do estudo apenas do truque, do veículo completo ou de metade do veículo e incluindo ou não alguns dos movimentos correspondentes resultam modelos com número de graus de liberdade maior ou menor.

MODELOS E GRAUS DE LIBERDADE

A caixa do veículo, a estrutura dos truques e os rodeiros são considerados rígidos. Todas as flexibilidades e amortecimentos são concentrados nos elementos das suspensões primária e secundária. Os deslocamentos são considerados pequenos, as molas e amortecedores lineares e o veículo é simétrico em relação ao plano vertical médio. As relações entre as variáveis devidas ao contato roda/trilho são lineares ou linearizadas.

O rodeiro é considerado com 2 graus de liberdade: deslocamento na direção lateral e rotação sobre o eixo vertical. A rotação própria sobre o eixo transversal é desconsiderada.

Um truque é constituído pelos rodeiros, estrutura e elementos da suspensão primária. A estrutura apresenta liberdade de movimento em 3 direções: lateral, rotação sobre o eixo vertical e rotação sobre o eixo longitudinal. Resultam um modelo com 7 GL para um truque com 2 eixos e um modelo com 9 GL para um truque com 3 eixos.

A caixa da locomotiva acrescenta 3 GL aos dos truques, correspondentes aos 3 movimentos nas mesmas direções: lateral, rotação vertical e rotação longitudinal. Serão assim 2 modelos, para locomotivas com 4 eixos (17 GL) e locomotivas com 6 eixos (21 GL).

PROGRAMA DE SIMULAÇÃO

O progama de simulação requer basicamente informações sobre os parâmetros da locomotiva em termos de caixa, truques e rodeiros (massa, momentos de inércia, dimensões geométricas e centros de gravidade), suspensões primária e secundária, contato roda/trilho, número de graus de liberdade do modelo escolhido e a fixação de uma velocidade inicial e um valor de incremento para a velocidade. Requer ainda informações complementares de caráter operacional, como opções para impressão dos resultados, precisão, etc.

Com esses dados são montadas as matrizes $[M]$, $[C^*]$ e $[K^*]$ da equação

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C^*]\{\dot{x}\} + [K^*]\{x\} = \{Q\} \qquad (1)$$

onde $\{Q\}$ contém as forças de excitação do sistema devidas ao contato roda/trilho e expressas pela equações de Wickens. Elas resultam compostas de parcelas proporcionais a x_i e $\dot{x}_i$, permitindo reagrupar a equação (1) numa expressão homogênea.

Monta-se então a matriz dinâmica D atendendo à equação

$$\{\dot{y}\} = [D]\{y\} \qquad (\{y\} = |\{x\}\{\dot{x}\}^T) \qquad (2)$$

ou à equação

$$\{y\} = [D]\{\dot{y}\} \qquad (3)$$

conforme seja mais adequado inverter $[M]$ ou $[K]$. Para cada valor da velocidade de tráfego da locomotiva calculam-se os autovalores e os autovetores, através dos quais se analisa a estabilidade do veículo.

PARÂMETROS PARA SIMULAÇÃO DE UMA LOCOMOTIVA

Foi realizada a simulação do comportamento dinâmico de uma locomotiva da FEPASA de fabricação GM, com tração diesel-elétrica, 4 eixos, bitola larga (1,60 m) identificada pelo código GM-GP 9/GP 18.

Os dados a seguir foram obtidos da documentação técnica ou por medições simples: valores nominais da distância entre os eixos de um mesmo truque, distância entre os centros dos truques, distâncias tranversais entre os centros de suspensões primária e secundária, número de eixos, velocidade máxima, diâmetro das rodas, massas da caixa, do truque e do rodeiro, conicidade do perfil da roda, carga por eixo, raio do perfil da roda e o raio do boleto do trilho. Este último foi considerado em relação ao trilho TR-50, que é predominante nos trechos onde trafegam as locomotivas GM-GP 9/GP 18.

A distância entre os pontos de contato das rodas com os trilhos, as alturas dos centros de gravidade d

caixa e do truque e os momentos de inércia da caixa foram determinados por cálculos a partir de medições e considerações sobre simetria e localização dos diversos itens que participam desses cálculos.

Os momentos de inércia dos truques (vertical e longitudinal) e do rodeiro foram determinados por ensaios de frequência natural.

A rigidez das suspensões primária e secundária na direção vertical foram calculadas por composição das diversas molas utilizadas e na direção horizontal por estimativas teóricas. A rigidez na direção longitudinal foi considerada infinita e a rigidez de rotação entre caixa e truque foi adotada nula.

O amortecimento na suspensão primária foi considerado nulo, bem como o amortecimento de rotação entre a caixa e o truque. O amortecimento entre o "bolster" e o truque é provocado pelo atrito na "placa de desgaste" e foi determinado por um modelo de equivalência de amortecedores cujo resultado coincide com o apresentado por Bullock e Cooley [5], utilizando-se resultados de ensaios de laboratório com as peças da locomotiva.

Finalmente os valores dos coeficientes de "creep" foram adotados por comparação com valores de referência e os demais coeficientes geométricos foram calculados pelas equações de Joly-Wickens apresentados por Garg [4].

A descrição geral dos parâmetros e o procedimento detalhado adotado em particular para cada um deles é apresentado por Rodrigues Filho [6], bem como considerações sobre esses procedimentos e sua validade.

RESULTADOS OBTIDOS

Variando-se a velocidade no intervalo de 20 a 120 Km/h e utilizando-se o modelo com 7 GL, observa-se que que apenas 1 par de autovalores aproxima-se do eixo imaginário, determinando assim o grau de estabilidade em todo o campo de velocidades. Sua parte real decresce com o aumento da velocidade até atingir o valor mínimo -0,31 a 55 Km/h, Fig. 1, para tornar a crescer e inverter o sinal, instabilizando o sistema a 100 Km/h. A frequência desse autovalor cresce quase linearmente de 0,31 Hz a 20 Km/h até 1,82 Hz a 100 Km/h.

O exame do autovetor correspondente mostra o movimento lateral dos eixos e do truque praticamente em fase e com a mesma amplitude em todo o campo de velocidades, com leve predominância do movimento dos eixos na região de máxima estabilidade e do truque na região próxima ao limite de estabilidade. Os demais movimentos têm amplitudes desprezíveis.

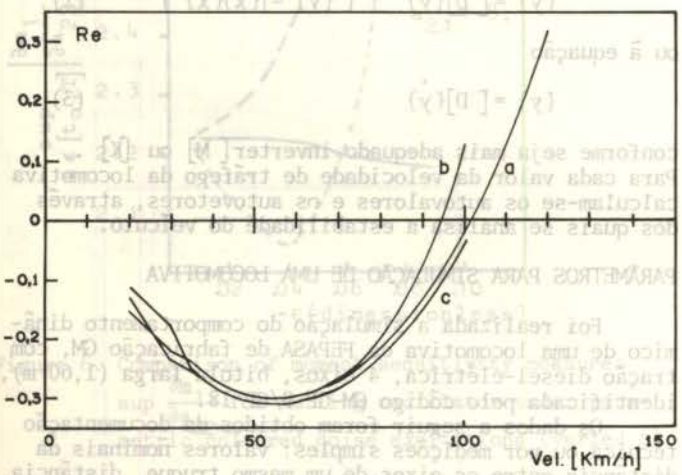


Fig. 1 Parte real dos autovalores nos modelos 7 GL (a) e 17 GL (b,c)

A simulação com o modelo de 17 GL confirma os resultados obtidos com o modelo de 7 GL, Fig. 1. Dos autovalores decorrentes da presença da caixa da locomotiva, o que mais se aproxima do eixo real apresenta-se com valor praticamente constante em torno de -0.36 ± 2,2i, da mesma forma que o segundo em torno de -0,6 ± 2,7i e o terceiro apresenta parte real levemente decrescente de -1,1 a -1,3 para velocidades entre 20 e 100 Km/h.

A estabilidade continua assim determinada pelos mesmos autovalores, sem diferença sensível na região de máxima estabilidade, diminuindo um pouco fora dessa região. O limite de estabilidade ocorre a 97 Km/h e os movimentos dominantes continuam os mesmos, com os truques em oposição de fase na região de máxima estabilidade e em fase no limite.

O autovetor correspondente ao autovalor -0,36 ± 2,2i apresenta como movimento dominante a 55 Km/h o lateral da locomotiva, e ao atingir 93 Km/h o movimento lateral dos truques é dominante .

Influência dos Parâmetros. Com exceção de alguns poucos parâmetros, como as massas, rigidez e amortecimento rotacional da suspensão secundária, amortecimento longitudinal da suspensão primária, posição dos truques e dos eixos, todos os demais parâmetros tiveram sua influência sobre a estabilidade investigada.

Verificou-se que os parâmetros com maior influência são a rigidez lateral da suspensão primária e a conicidade do perfil da roda. O aumento da rigidez provoca sensível aumento do limite de estabilidade e do grau de estabilidade para todas as velocidades, Fig. 2, de forma aproximadamente linear. O aumento da conicidade, por sua vez, reduz sensivelmente a estabilidade, Fig.3.

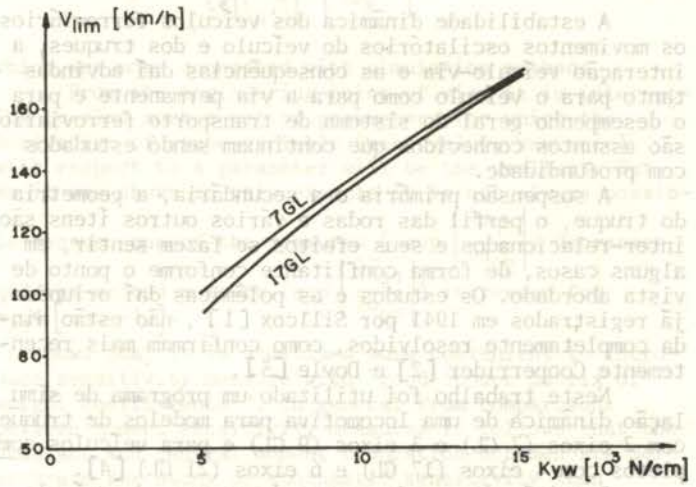


Fig. 2 Limite de estabilidade em função da rigidez KYW

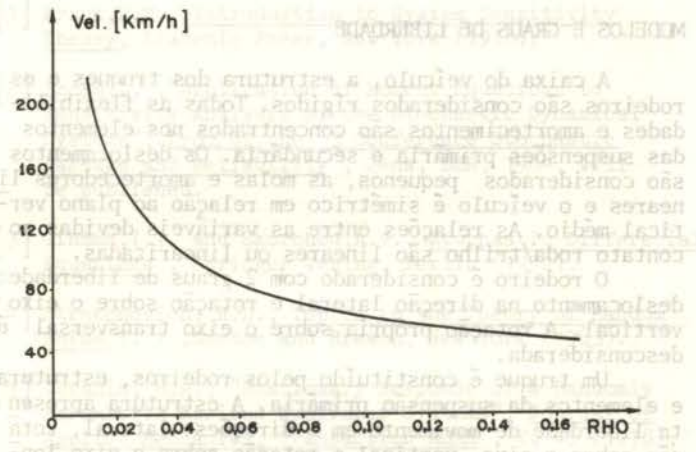


Fig. 3 Limite de estabilidade em função da conicidade do perfil da roda

Seguem-se em importância o amortecimento lateral da suspensão secundária, que afeta o grau de estabilidade sem entretanto alterar o limite de estabilidade e o raio de rolamento da roda, cuja redução, ao contrário, reduz o limite de estabilidade sem afetar os autovalores nas velocidades mais baixas. Influência menor foi verificada para os amortecimentos na direção vertical nas suspensões primária e secundária, amortecimento lateral na suspensão primária, rigidez lateral na suspen

são primária e a vertical na suspensão secundária e os coeficientes de "creep" no contato roda/trilho. Os demais parâmetros apresentaram pouca ou nenhuma influência digna de registro.

Outras simulações - Duas outras locomotivas, uma com 4 eixos e outra com 6 eixos, cujos valores dos parâmetros foram obtidos das publicações da AAR [4], foram também simulados através de um mesmo programa. Destacam-se aqui os seguintes resultados obtidos para a locomotiva LF-1, com 4 eixos: primeiro, o grau de estabilidade não é determinado por um mesmo par de autovalores em todo o campo de velocidades; segundo, os 3 autovalores correspondentes à caixa da locomotiva, no modelo com 17 GL, apresentam parte real muito próxima de zero em todo o campo de velocidades ($|Re| < 0{,}06$), determinando assim uma condição de estabilidade bastante precária. Particularmente entre 25 e 35 MPH um deles apresenta $Re > 0$, tornando o sistema instável.

Muitos outros resultados foram também obtidos nessas simulações e de grande importância para a análise da locomotiva em si, porém de caráter menos geral e por isso omitidos neste trabalho.

CONCLUSÕES

Neste trabalho analisa-se o grau de estabilidade em todo o campo de velocidades até a instabilidade visando conhecer o comportamento dinâmico de locomotivas em uso em nossas ferrovias.

O procedimento adotado na determinação dos valores básicos dos parâmetros para a locomotiva GM-GP9/GP 18, dentro do escopo de uma primeira fase de trabalho, foi suficiente para a identificação do tipo de comportamento do veículo e da influência maior ou menor de cada parâmetro. Verifica-se que um trabalho maior na determinação mais precisa do valor de muitos desses parâmetros não se justifica devido sua influência nula ou muito pequena nos resultados obtidos, devendo-se concentrar as atenções sobre aqueles parâmetros que apresentam influência mais decisiva nos resultados que se pretendem analisar.

A existência de 2 modelos para uma mesma locomotiva, um abrangendo apenas os graus de liberdade de um truque e respectivos rodeiros e outro abrangendo os 2 truques mais os movimentos da caixa mostrou-se conveniente, pois foi verificada a possibilidade de se estudar o comportamento do veículo e a influência de diversos parâmetros utilizando-se o modelo do truque, mais simples e reduzido, que é processado com maior rapidez e necessitando muito menor espaço em disco e na memória para o arquivamento dos resultados. Grande parte do trabalho pode ser desenvolvida utilizando-se este modelo e confirmando-se os resultados com o modelo completo, o que se torna também necessário devido aos 3 graus de liberdade referentes à caixa e também para se verificar o comportamento relativo de ambos os truques, através do exame dos autovalores.

Finalmente, tendo em vista a totalidade dos resultados obtidos [6] e as conclusões mais específicas que deles se podem extrair, confirma-se a conveniência do estudo da estabilidade dinâmica de locomotivas e diversas proposições de trabalhos mais específicos podem ser formuladas, como o amortecimento da suspensão secundária, desgaste do perfil das rodas, instrumentação e ensaio de uma locomotiva para comparação dos resultados com os obtidos na simulação e finalmente a elaboração de recomendações sobre manutenção, operação, inspeção e análise do desempenho global de veículos incluindo-se o seu comportamento dinâmico. Em particular essas informações devem ser consideradas na elaboração dos quadros de tração e de lotação de carga em bases atualizadas e científicas.

REFERÊNCIAS

[1] Sillcox, L.X. "Mastering Momentum", Simmons - Boardman Pub. Corp. New York, N.Y. 1941.

[2] Cooperrider, N.K., Hedrick, J.K., Law, E.H. e Malstron, C.W. "The Application of Quasi-Linearization to the Prediction of Nonlinear Railway Vehicle Response", Proceedings of IUTAN Symposium - Delft, The Netherlands, Aug. 1975.

[3] Doyle, Jr, G.R. e Prause, R.H. "Hunting Stability of Rail Vehicles With Torsionally Flexible Wheelsets", J. of Eng. for Industry (Trans. ASME) - USA, Feb. 1977.

[4] Garg, V.K., Hartmann, P.W. e Martin, G.C. "Locomotive Truck Hunting Model", 2 vol. Track Train Dynamics, AAR, FRA, RPI, TDA - USA 1977.

[5] Bullock, R.L. e Cooley, D.B. "Optimizing Railroad Freight Car Truck Suspension Systems Having Coulomb Damping", J. of Eng.for Industry (Trans.ASME) vol. 100, nº 3 - USA, Aug. 1981.

[6] Rodrigues Filho, F. "Estudo da Estabilidade Dinâmica de Veículo Ferroviário através da Simulação do Comportamento de uma Locomotiva", Tese de doutoramento, DEM/FEC/UNICAMP, Campinas/SP, Brasil (1984).

SUMMARY

A locomotive with 4 axis is modeled with 17 degrees of freedom There is also presented a reduced model of the same problem with 7 d.o.f. The programm is described briefly. There is shown how to achieve the value for the parameters of a locomotive running in Brasil and the simulation results mainly investigating the degree of stability of the lateral motion for the full range of velocities. Conclusions and suggestions for further works are presented.

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UMA MÁQUINA — FERRAMENTA ELETROEROSIVA PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

CLÁUDIO ROMERO RODRIGUES DE ALMEIDA
JOÃO TELÉSFORO NÓBREGA DE MEDEIROS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA, UFRN, RN

SUMÁRIO

Discutem-se algumas características dinâmicas de uma máquina-ferramenta eletroerosiva através da utilização do Método dos Elementos Finitos. A precisão do processo depende intrinsecamente dessas características e os modos de vibração apresentados são uma útil ferramenta ao projetista e ao usuário do processo.

INTRODUÇÃO

O conjunto mecânico de uma máquina de usinagem eletroerosiva (UEE) deve possuir uma boa rigidez e seus elementos móveis necessitam descrever movimentos precisos para que se assegure uma boa usinagem.

Devido às características diferentes do processo propriamente dito, a estrutura das máquinas ferramentas eletroerosivas tem uma construção mais leve que a das máquinas ferramentas clássicas, mas nem por isso isenta de solicitações mecânicas as mais diversas.

Não se tem evidenciado em trabalhos publicados no exterior sobre essas máquinas UEE, a importância do estudo de sua rigidez estrutural e da influência do material e dimensões do eletrodo-ferramenta sobre o seu comportamento dinâmico. Este trabalho presta-se a contribuir neste sentido.

As técnicas de projeto atuais têm lançado mão de sistemas que permitem a simulação de processos de fabricação sob condições críticas para colimarem em sistemas integrados CAD-CAM. Tais sistemas incorporam modelagem matemática baseada no cálculo variacional, geralmente vertido no Método dos Elementos Finitos, bancos de dados ou ensaios específicos em campo.

Para o estudo em tela utilizaram-se programas computacionais baseados no Método dos Elementos Finitos aplicado ao projeto estrutural [1,2], bem como dados levantados em laboratório.

Os efeitos de deflexões excessivas do porta-eletrodo, ditadas pelas forças solicitantes oriundas dos deslocamentos relativos entre as partes móveis da máquina, pelas rigidezes de cada componente e do conjunto e pelas condições de usinagem, são altamente danosos à peça usinada.

Quando muito, tem-se executado projetos dessas máquinas tendo-se em conta dimensionamentos de natureza puramente estática. Através do estudo de seu comportamento dinâmico, analisa-se a distribuição de massas ao longo da estrutura, reduzindo-a ou reforçando-a, ou introduzem-se nervuramentos em regiões de baixa rigidez, ou amortecem-se partes do sistema que apresentam deflexões críticas.

A MÁQUINA-FERRAMENTA UEE

O processo de usinagem por eletroerosão insere-se nos chamados tipos de usinagem sem contacto mecânico entre ferramenta e peça. Isto, entretanto, é verdade parcial, pois a velocidade de resposta dos servocomandos de acionamento do cabeçote em uso nem sempre satisfaz, ante condições operacionais, ocasionando curtos-circuitos indesejáveis e consequentes contactos físicos.

Exige-se, porém, reprodução fiel do eletrodo-ferramenta, não importando se suas seções transversais são delgadas, se a relação profundidade/diâmetro (ou outra propriedade geométrica que represente a forma a executar-se) é elevada, nem se há dificuldade de posicionamento da peça, da ferramenta, ou de ambos.

A máquina-ferramenta utilizada para modelagem é de procedência húngara, do tipo EROSIMAT D-01/A, apresentada na Figura 1. Geralmente, essa família de máquinas é composta de uma base fundida e/ou soldada e comporta uma coluna que, por sua vez, suporta um cabeçote porta-eletrodo. A mesa de serviço que, em condições operacionais, é plena de fluido dielétrico (via-de-regra, o querosene), é montada sobre a base e pode se deslocar horizontalmente segundo os dois eixos de coordenadas cartesianas, facilitando assim o posicionamento preciso da peça em relação ao eletrodo-ferramenta.

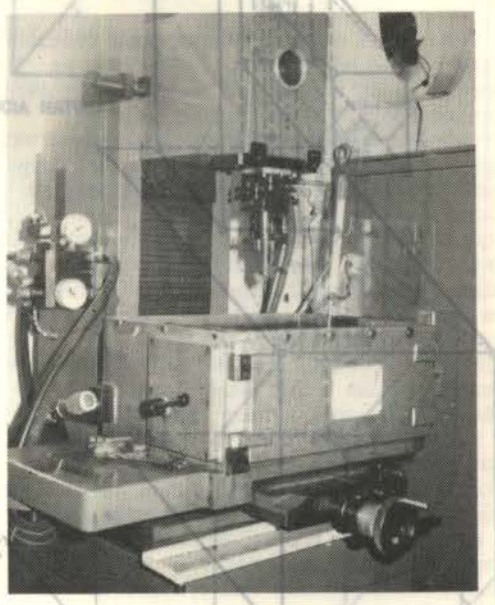


Figura 1. Máquina-ferramenta eletroerosiva tradicional.

METODOLOGIA

O comportamento dinâmico da máquina foi executado utilizando-se programas de cálculo fundamentados no método dos elementos finitos [3, 4, 5, 6].

Tais programas fornecem as frequências naturais e os modos de vibração da máquina via o cálculo das matrizes de massa e rigidez, considerando-se o caso conservativo. O potencial deles é enorme, porém, admitindo a inclusão de amortecimento da estrutura em estudo.

As propriedades físicas e geométricas empregadas como entrada no programa estão listadas na Tabela 1. A estrutura da máquina foi modelada conforme mostra a Figura 2, utilizando-se 49 nós e 116 elementos, com seis graus de liberdade por nó.

Tabela 1. Propriedades físicas e geométricas usadas para levantamento dos modos de vibração

Propriedades físicas dos materiais empregados	Propriedades geométricas da estrutura
Módulo de Young	Tipo do elemento (triângulo, quadrilátero, viga)
Coeficiente de Poisson	Espessura do elemento
Massa específica	Número do nó
	Coordenadas cartesianas do nó

O nó identificado com a letra A na Figura 2 é o que representa a ponta da ferramenta e, por isto mesmo, encerra o centro das atenções. Toda a usinagem fica comprometida face a altas deflexões desse nó. Para fins de modelagem, tomou-se um eletrodo circular de 25,0 mm de diâmetro e 300 mm de comprimento; considerando-se o dispositivo de fixação do eletrodo possuindo uma altura de 150 mm, equivale dizer que o comprimento efetivo do eletrodo terá sido de 150 mm, valor médio para várias alturas de eletrodos empregados na prática industrial.

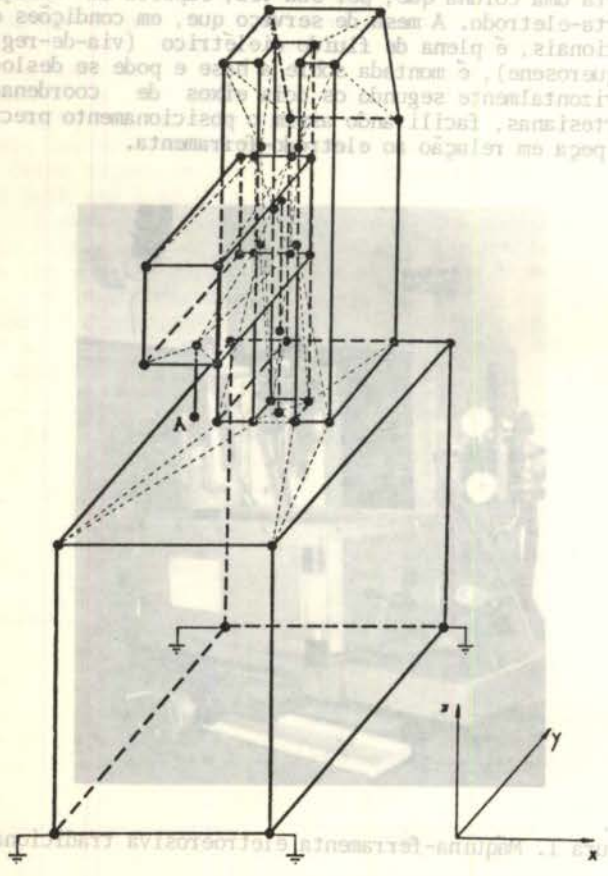


Figura 2. Modelo representativo da máquina-ferramenta eletroerosiva.

RESULTADOS OBTIDOS

A Figura 3 apresenta os modos de vibração relativos às cinco primeiras frequências naturais, a saber, 33,2 Hz; 47,5 Hz; 69,3 Hz; 105,0 Hz e 118,3 Hz, respectivamente. Estima-se que a maioria das máquinas de usinagem por eletroerosão opere em uma faixa de frequência de até 500 Hz, aproximadamente, dependendo do tipo de operação executada (desbaste ou acabamento), dos sistemas de comando e acionamento do cabeçote e do tipo de gerador elétrico empregado na geração das descargas elétricas.

O modo de vibração concernente à segunda frequência natural (47,5 Hz) constituiu-se no mais crítico dentre os cinco modos apresentados na Figura 3, como é possível inferir-se dali.

Utilizou-se, nesta pesquisa, um computador IBM/370-148 e um pacote computacional de elementos finitos desenvolvido em UMIST, Inglaterra e implantado no CPD/EESC. O levantamento dos modos apresentados ocupou 1146,11 segundos da CPU.

A Tabela 2 fornece os resultados obtidos em relação à ponta da ferramenta (nó A) para três materiais distintos de eletrodos: aço, cobre e grafite, comumente empregados em UEE. Saliente-se que a extrema anisotropia do grafite enseja a obtenção de valores caracterizados por alta dispersão.

Tabela 2. Resultados obtidos para vários materiais de eletrodos-ferramenta.

Material	Deflexão máxima(μm)	Freq.Nat. concernente	Distorção máxima(μrd)	Freq.Nat. concernente
Aço	199	2a.	236	5a.
Cobre	1970	5a.	8622	5a.
Grafite	19315	2a. e 3a.	88267	3a.

DISCUSSÃO

A base da máquina apresentou um comportamento excelente, o que não aconteceu com a coluna e com o cabeçote. As deflexões segundo o eixo dos x mostraram-se ser as mais elevadas.

O projeto pode ser melhorado com a introdução de reforços entre a coluna e a sua base, no plano xz, [7], e com redução de massa do cabeçote e com uma geometria mais rígida.

O sistema de guias do cabeçote poderia ser melhor pesquisado, bem assim o seu sistema de comando.

Os valores apresentados na Tabela 2, notadamente relativos ao grafite, surpreenderam, desde que se leve em consideração o fato de que esse material é largamente utilizado industrialmente na fabricação de matrizes.

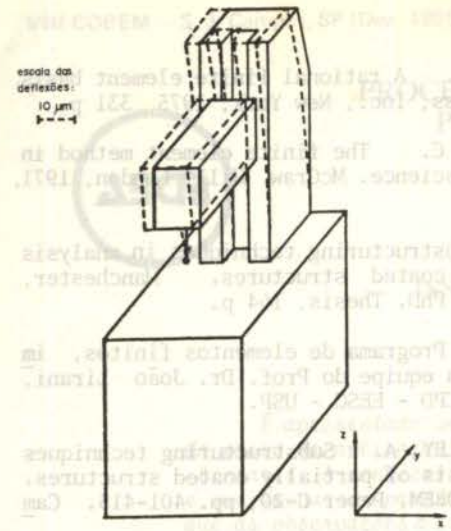
Simularam-se várias condições de usinagem para se tentar constatar experimentalmente o fato. Quando se usinava uma barra de aço inoxidável martensítico, em desenvolvimento, com eletrodo de aço mono-engastado em um dispositivo de fixação, danificou-se a peça face às altas deformações plásticas do eletrodo, (Figura 4, embaixo, à direita); melhorando-se a rigidez do engaste e do próprio eletrodo (mostrado na Figura 4, embaixo, à esquerda), a usinagem foi executada sem maiores problemas.

Caracterizando-se o processo eletroerosivo por poder usinar peças delicadas ou furos profundos e de seção transversal muito pequena, não há desprezar-se o efeito da rigidez do eletrodo na usinagem, malgrado assegurar-se que não há forças de corte devido à usinagem propriamente dita. A prática demonstrou que há forças no corte, entretanto.

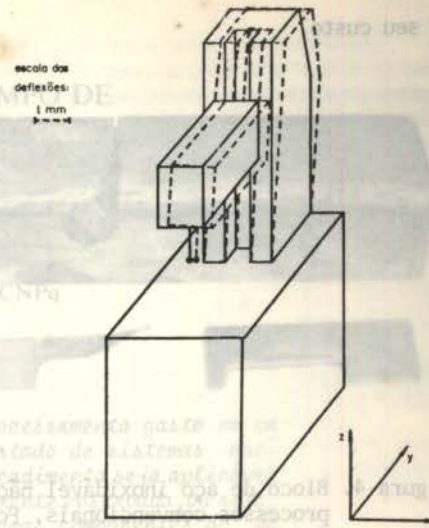
Como a análise aqui desenvolvida levou em consideração apenas a parte conservativa e em se sabendo que o grafite, por exemplo, possui boas características de amortecimento mediante a sua estrutura interna lamelar, infere-se que as deformações a ele atribuídas na Tabela 2 requerem um certo cuidado em sua manipulação.

A simulação dinâmica da estrutura pelo modelo em tela permite ao projetista ter uma visão adicional àquelas a que está habituado. Ressaltem-se os fatores tempo e custo de desenvolvimento e análise de protótipos.

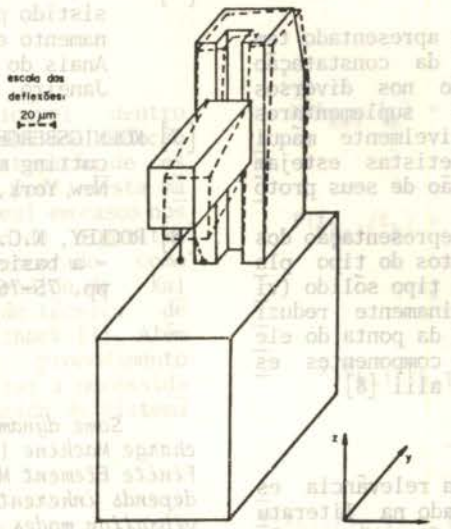
Os procedimentos de modelagem utilizados foram aqueles preconizados e bem aceitos pela literatura. Os padrões de malha selecionados objetivaram se encontrar um valor de equilíbrio entre a exatidão das respostas e



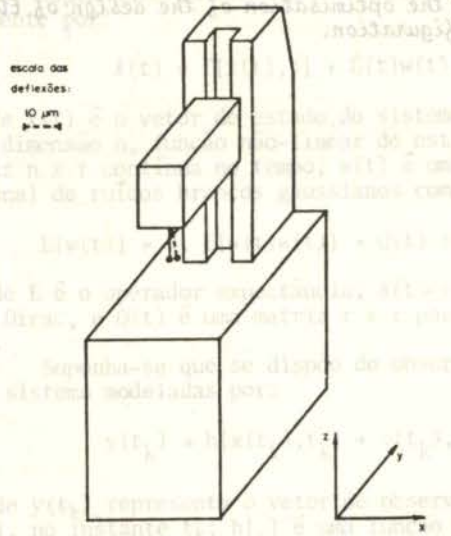
MODO DE VIBRAÇÃO À 1º FREQUÊNCIA NATURAL
(33,2 Hz)



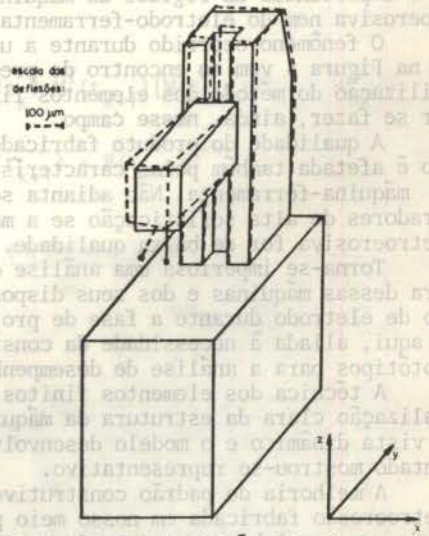
MODO DE VIBRAÇÃO À 2º FREQUÊNCIA NATUR
(47,5 Hz)



MODO DE VIBRAÇÃO À 3º FREQUÊNCIA NATURAL
(69,3 Hz)



MODO DE VIBRAÇÃO À 4º FREQUÊNCIA NATURAL
(105,0 Hz)



MODO DE VIBRAÇÃO À 5º FREQUÊNCIA NATU
(118,3 Hz)

Figura 3. Modos de vibração, relativos às cinco primeiras frequências naturais, da máquina-ferramenta de usinagem por eletroerosão (UEE).

o seu custo.

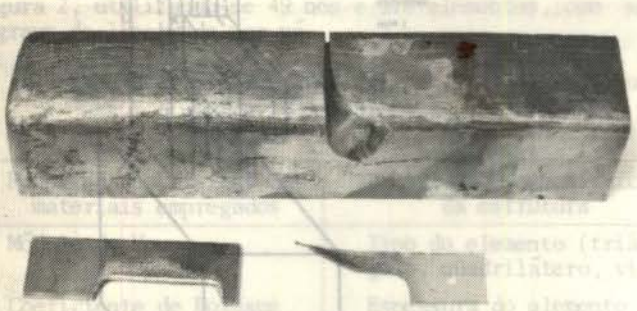


Figura 4. Bloco de aço inoxidável não usinável pelos processos convencionais. Foi usinado através de eletroerosão (inicialmente com problemas).

A consistência deste modelo aqui apresentado tem sido ratificada empiricamente, através da constatação visual e táctil da máquinas em operação nos diversos regimes de usinagem. Ensaios dinâmicos suplementares deverão ser feitos, utilizando-se possivelmente máquinas de fabricação nacional, cujos projetistas estejam eventualmente interessados na otimização de seus protótipos.

A modelagem desenvolvida, para representação dos elementos estruturais, enfeixou elementos do tipo placa (triangulares e quadriláteros) e do tipo sólido (vigas), os quais têm as dimensões paulatinamente reduzidas à medida em que se vai aproximando da ponta do eletrodo-ferramenta, na representação dos componentes estruturais, como sugerido por ROCKEY et alii [8].

CONCLUSÕES

Os resultados obtidos assumem uma relevância especial, até porque não se tem evidenciado na literatura a importância da rigidez da máquina-ferramenta eletroerosiva nem do eletrodo-ferramenta.

O fenômeno ocorrido durante a usinagem evidencia da na Figura 4 vem ao encontro do predito através da utilização do método dos elementos finitos. Há muito por se fazer, ainda, nesse campo.

A qualidade do produto fabricado por eletroerosão é afetada também pelas características dinâmicas da máquina-ferramenta. Não adianta se trabalhar com geradores de alta sofisticação se a máquina-ferramenta eletroerosiva for de baixa qualidade.

Torna-se imperiosa uma análise dinâmica da estrutura dessas máquinas e dos seus dispositivos de fixação de eletrodo durante a fase de projeto, como a feita aqui, aliada à necessidade da construção de poucos protótipos para a análise de desempenho.

A técnica dos elementos finitos permite uma visualização clara da estrutura da máquina sob o ponto de vista dinâmico e o modelo desenvolvido e aqui apresentado mostrou-se representativo.

A melhoria do padrão construtivo de máquina de eletroerosão fabricada em nosso meio passa, necessariamente, por caminhos como este desenvolvido nesta pesquisa.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio recebido da Universidade Federal do Rio Grande do Norte e da Escola de Engenharia de São Carlos. Foram muito úteis e profícuas as comunicações com os Professores Doutores Rosalvo Tiago Ruffino e João Lirani, a quem estendemos a nossa gratidão.

REFERÊNCIAS

[1] WACHSPRESS, E.L. A rational finite element basis. Academic Press, Inc., New York, 1975, 331 p.

[2] ZIENKIEWICZ, O. C. The finite element method in engineering science. McGraw Hill, London, 1971, 521 p.

[3] LIRANI, J. Substructuring techniques in analysis of partially coated structures. Manchester, UMIST, 1978. PhD. Thesis, 164 p.

[4] SEM/EESC/USP. Programa de elementos finitos, implantado pela equipe do Prof. Dr. João Lirani, São Carlos CPD - EESC - USP.

[5] LIRANI, J., COWLEY, A. Substructuring techniques in the analysis of partially coated structures. Anais do V COBEM, Paper C-20, pp. 401-413. Campinas, 1979.

[6] PORTO, A.J.V.; LIRANI, J. Sistema de projeto assistido por computador para cálculo de dimensionamento e desempenho teórico de componentes. Anais do VI COBEM, Paper D-8, pp. 74-84. Rio de Janeiro, 1981.

[7] KOENIGSBERGER, F. Design principles of metal-cutting machine tools. The Macmillan Company, New York, 1964, p. 51.

[8] ROCKEY, K.C. et alii. The finite element method - a basic introduction. Granada, London, 1981. pp. 75-76; 113-114.

SUMMARY

Some dynamics characteristics of a Electrical Discharge Machine (EDM) are discussed and analysed by the Finite Element Method. The precision of the process depends inherently on those characteristics and the vibration modes presented, obtained by computer, can be useful during the optimisation of the design of EDM machine-tool configuration.

PROCEDIMENTO PARA REDUÇÃO DO TEMPO DE PROCESSAMENTO EM ESTIMAÇÃO DE ESTADO VIA FILTRO DE KALMAN

VALCIR ORLANDO
ATAIR RIOS NETO
INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS — INPE/CNPq

SUMÁRIO

É apresentado um procedimento para redução do tempo de processamento gasto em cada passo da aplicação do filtro de Kalman para a estimação do estado de sistemas não-lineares. A condição essencial a ser satisfeita para que o procedimento seja aplicável é que apenas uma partição do vetor de estado do sistema seja diretamente observada, ou seja, que as observações a serem processadas sejam funções apenas de algumas componentes do vetor de estado. O procedimento foi testado, através de simulação numérica em computador digital, na estimação da órbita de um satélite artificial.

INTRODUÇÃO

O procedimento a ser descrito, aplicável dentro de certas condições, permite que se obtenha uma redução do tempo de computação em processos de estimação de estado via filtro de Kalman. Sua aplicação pode, desta maneira, permitir processamento em tempo real em casos nos quais isto não é possível com a aplicação do algoritmo original do citado filtro. Ele pode ser encarado como uma adaptação à utilização do filtro estendido de Kalman, aplicável a sistemas não-lineares, de técnica de compressão de dados apresenta por Bar-Itzhack [1]. Além de aplicável a sistemas não-lineares o procedimento apresenta ainda a particularidade de evitar a necessidade do emprego de um modelo de ordem reduzida do sistema dinâmico.

DESCRIÇÃO DO PROCEDIMENTO

Suponha-se um sistema dinâmico modelado matematicamente por:

$$\dot{x}(t) = f[x(t),t] + G(t)w(t), \qquad (1)$$

onde $x(t)$ é o vetor de estado do sistema; f é um vetor de dimensão n, função não-linear do estado; G é uma matriz n x r contínua no tempo; $w(t)$ é um vetor r dimensional de ruídos brancos gaussianos com:

$$E[w(t)] = 0;\ E[w(t)w(t)] = Q(t)\,\delta(t-\tau), \qquad (2)$$

onde E é o operador expectância; $\delta(t-\tau)$ é a função δ de Dirac, e $Q(t)$ é uma matriz r x r positiva semidefinida.

Suponha-se que se dispõe de observações do estado do sistema modeladas por:

$$y(t_k) = h[x(t_k),t_k] + \nu(t_k), \qquad (3)$$

onde $y(t_k)$ representa o vetor de observação, m dimensional, no instante t_k; $h[.]$ é uma função vetorial de dimensão m; $\nu(t_k)$ é um vetor de dimensão m de ruídos brancos gaussianos com:

$$E[\nu(t_k)] = 0;\ E[\nu(t_k)\nu^T(t_j)] = R(t_k)\delta(k,j), \qquad (4)$$

onde $R(t_k)$ é uma matriz m x m positiva definida e $\delta(k,j)$ é a função δ de Kronecker.

Suponha-se ainda que o vetor de estado inicial é uma variável aleatória com estatística $N[\hat{x}(t_0),P(t_0)]$.

As equações do filtro estendido de Kalman aplicadas ao sistema acima são dadas por [2]:

$$\hat{x}(t_{k+1}/t_k) = \hat{x}(t_k/t_k) + \int_{t_k}^{t_{k+1}} f[\hat{x}(t/t_k)]\,dt,$$

$$P(t_{k+1}/t_k) = \Phi(t_{k+1},t_k)P(t_k/t_k)\Phi^T(t_{k+1},t_k) + \Gamma(t_k)\,Q(t_k)\,\Gamma^T(t_k),$$

$$\hat{x}(t_{k+1}/t_{k+1}) = \hat{x}(t_{k+1}/t_k) + K(t_k)\{y(t_{k+1}) - h[\hat{x}(t_{k+1}/t_k),\ t_{k+1}]\},$$

$$P(t_{k+1}/t_{k+1}) = [I - K(t_{k+1})M(t_{k+1})]\ .\ P(t_{k+1}/t_k),$$

onde:

$$K(t_{k+1}) = P(t_{k+1}/t_k)\,M^T(t_{k+1})[M(t_{k+1})P(t_{k+1}/t_k)\,x\,M^T(t_{k+1}) + R(t_{k+1})]^{-1},$$

$$M(t_{k+1}) = \left.\frac{\partial h[x(t),t]}{\partial x}\right|_{\hat{x}(t_{k+1}/t_k),\ t_{k+1}},$$

$$\Gamma(t_k) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \Phi[t_{k+1},\tau]\,G(\tau)\,d\tau\ ,$$

e Φ é a matriz de transição de estado do sistema linearizado.

Suponha-se agora o vetor de estado participando da seguinte maneira:

$$x(t) = [{}^{u}x\ \ {}^{v}x]^T,$$

onde ${}^{u}x$ é a partição do vetor de estado com suas primeiras u componentes e ${}^{v}x$ sua partição com as últimas v componentes, v = n – u.

A hipótese básica na qual se fundamenta o procedimento a ser descrito é que, além de satisfeitas condições de observabilidade, o vetor de observações seja função apenas das primeiras u componentes do vetor de estado, ou seja:

$$h[x(t),t] = h[{}^{u}x(t),t] \ , \qquad (13)$$

o que implica em:

$$M(t_{k+1}) = [C(t_{k+1}) \ 0 \ ] \ , \qquad (14)$$

onde $C(t_{k+1})$ é a partição não-nula de $M(t_{k+1})$, de dimensão m x u e 0 é a matriz nula de dimensão m x v.

Considerando o vetor de estado particionado da maneira dada na equação (12), a matriz de covariância do erro no estado pode ser escrita na forma:

$$P = \begin{bmatrix} {}^{uu}P & {}^{uv}P \\ {}^{uv}P^{T} & {}^{vv}P \end{bmatrix} . \qquad (15)$$

Desde que seja válida a hipótese representada na equação (13), pode ser provado que [1]:

$${}^{uv}P(t_{k+1}/t_{k+1}) = - G(t_{k+1}) \ {}^{uv}P(t_{k+1}/t_k), \qquad (16)$$

$${}^{vv}P(t_{k+1}/t_{k+1}) = {}^{vv}P(t_{k+1}/t_k) {}^{uv}P^{T}(t_{k+1}/t_k) \ x$$

$$x \ D(t_{k+1}) \ {}^{uv}P(t_{k+1}/t_k), \qquad (17)$$

onde:

$$G(t_{k+1}) \triangleq {}^{uu}P(t_{k+1}/t_{k+1}) \ {}^{uu}P^{-1} \ (t_{k+1}/t_k), \qquad (18)$$

$$D(t_{k+1}) \triangleq {}^{uu}P^{-1}(t_{k+1}/t_k) \ [I - G(t_{k+1})] \ , \qquad (19)$$

o que mostra que, conhecendo apenas a partição da matriz de covariância atualizada, ${}^{uu}P(t_{k+1}/t_{k+1})$, e a matriz de covariância completa propagada $P(t_{k+1}/t_k)$, podem-se calcular as partições restantes da matriz de covariância atualizada.

Pode ainda ser provado que [1]:

$${}^{v}\hat{x}(t_{k+1}/t_{k+1}) = {}^{v}\hat{x}(t_{k+1}/t_k) + {}^{uv}P^{T}(t_{k+1}/t_k) {}^{uu}P^{-1}(t_{k+1}/t_k) \cdot$$

$$\cdot \ [{}^{u}\hat{x}(t_{k+1}/t_{k+1}) - {}^{u}\hat{x}(t_{k+1}/t_k)], \qquad (20)$$

de onde se nota que a obtenção da partição ${}^{v}x$ da estimativa atualizada do vetor de estado pode ser feita a partir de conhecimento da partição ${}^{u}x(t_{k+1}/t_{k+1})$ e da estimativa completa propagada do vetor de estado $\hat{x}(t_{k+1}/t_k)$.

A partir desses resultados Bar-Itzhack [1] desenvolveu um método de compressão de dados, aplicável apenas a sistemas lineares, cujo objetivo é a obtenção de uma redução do tempo de processamento em estimação de estado via filtro de Kalman. Este método utiliza um filtro de Kalman de ordem reduzida que opera na mesma taxa em que as observações são amostradas. Paralelamente um filtro de ordem total opera numa taxa menor.

O procedimento aqui apresentado visa a aplicação do método de Bar-Itzhack considerando o filtro estendido de Kalman, e contorna ainda a necessidade de utilização de modelo de ordem reduzida do sistema, mediante algumas aproximações, como ilustrado na Figura (1) e evidenciado pelo seguinte algoritmo:

a) Propagar a estimativa do estado $\hat{x}(k/k)$ durante N intervalos de discretização, N inteiro. A cada intervalo atualizar a partição ${}^{u}\hat{x}$. Com relação à matriz de covariância, propagar e atualizar a cada intervalo de amostragem apenas sua partição ${}^{uu}P$, durante N intervalos.

b) Propagar de uma única vez, do instante t_k ao instante t_{k+N}, todo o vetor $\hat{x}(t_k/t_k)$ e a matriz $P(t_k/t_k)$, obtendo-se $\hat{x}(t_{k+N}/t_k)$ e $P(t_{k+N}/t_k)$.

c) Já de posse dos valores obtidos no passo a, de ${}^{u}\hat{x}(t_{k+N}/t_{k+N})$, ${}^{u}P(t_{k+N}/t_{k+N})$ e dos valores obtidos no passo b de $\hat{x}(t_{k+N}/t_k)$ e $P(t_{k+N}/t_k)$, através das equações (16), (17) e (20), calcular todos os elementos restantes das estimativas atualizadas do estado e matriz de covariância para o instante t_{k+N}.

d) Repetir os passos anteriores para os próximos N intervalos de amostragem seguintes ao instante t_{k+N} e assim sucessivamente.



Figura 1 - Esquematização do procedimento de compressão.

Na figura 1 os instantes em que as estimativas globais do estado e respectiva matriz de covariância do erro são atualizadas são chamados instantes de renovação.

Para que as citadas propagações e atualizações de apenas partições do vetor de estado e da matriz de covariância do erro possam ser efetuadas, são necessárias algumas aproximações. Serão colocadas a seguir as equações envolvidas nesta tarefa, destacando-se as aproximações efetuadas. Maiores detalhes sobre a dedução das equações que serão agora apresentadas podem ser encontrados na referência [3]. A propagação do vetor de estado entre instantes de amostragem é feita diretamente pela equação (5).

Para a atualização apenas da partição ${}^{u}\hat{x}$ devem ser utilizadas as equações:

$${}^{u}\hat{x}(t_{k+1}/t_{k+1}) = {}^{u}\hat{x}(t_{k+1}/t_k) +$$

$${}^{um}K(t_{k+1})[y(t_{k+1}) - h(t_{k+1})] \ . \qquad (21)$$

$${}^{um}K(t_{k+1}) = {}^{uu}P(t_{k+1}/t_k)M^{T}(t_{k+1})[M(t_{k+1})P(t_{k+1}/t_k)$$

$$M^{T}(t_{k+1}) + R(t_{k+1})]^{-1} . \qquad (22)$$

No caso da propagação entre instantes de amostragem apenas da partição ${}^{uu}P$ da matriz de covariância do erro, seria necessario que se dispusesse da matriz atualizada completa no instante anterior ao propagado. Como se dispõe desta matriz totalmente atualizada apenas nos instantes de renovação, pois nos instantes intermediários somente se dispõe de sua partição ${}^{uu}P$ atualizada, sugere-se a propagação, via matriz de transição de estado, do instante de renovação, t_i, para o instante t_{k+1}

para as partições desconhecidas. Em função das partições, a equação deduzida a partir das equações (6) e (9), a ser utilizada para esta finalidade, englobando já as citadas aproximações, é dada por:

$$
\begin{aligned}
{}^{uu}P^{*}(t_{k+1}/t_k) = {}& {}^{uu}\phi(t_{k+1},t_k)\,{}^{uu}P(t_k/t_k)\,{}^{uu}\phi^{T}(t_{k+1},t_k) + \\
& + [{}^{uu}\phi(t_{k+1},t_i)\,{}^{uv}P(t_i/t_i)\,{}^{uv}\phi^{T}(t_{k+1},t_i)]^{T} + \\
& + {}^{uu}\phi(t_{k+1},t_i)\,{}^{uv}P(t_i/t_i)\,{}^{uv}\phi^{T}(t_{k+1},t_i) + \\
& + {}^{uv}\phi(t_{k+1},t_i)\,{}^{vv}P(t_i/t_i)\,{}^{uv}\phi^{T}(t_{k+1},t_i) + \\
& + {}^{ur}\Gamma(t_k)\,Q(t_k)\,{}^{ur}\Gamma^{T}. \qquad (23)
\end{aligned}
$$

A aproximação efetuada refere-se à propagação das partições ${}^{vv}P(t_i/t_i)$ e ${}^{uv}P(t_i/t_i)$ do instante t_i, correspondente à última renovação, ao instante t_{k+1}, através da matriz $\phi(t_{k+1},t_i)$. Esta aproximação é introduzida em virtude de não se dispor de valores atualizados nos instantes t_k para estas partições, pois estas só são atualizadas nos instantes de renovação. Na equação original do filtro de Kalman estas propagações devem ser feitas sempre de t_k a t_{k+1}.

A equação para a atualização da partição ${}^{uu}P$ deduzida a partir da equação (8) é:

$$
\begin{aligned}
{}^{uu}P^{*}(t_{k+1}/t_{k+1}) = {}& \{I - {}^{uu}P^{*}(t_{k+1}/t_k)C^{T}(t_{k+1})[C(t_{k+1}) \times \\
& \times {}^{uu}P^{*}(t_{k+1}/t_k)C^{T}(t_{k+1}) + R(t_{k+1})]^{-1}\, C(t_{k+1}) \times \\
& \times {}^{uu}P^{*}(t_{k+1}/t_k). \qquad (24)
\end{aligned}
$$

Nas equações (23) e (24) o símbolo "*" indica que se trata de um valor proveniente de um cálculo aproximado.

O algoritmo foi testado através de simulação numérica na estimação da órbita de um satélite artificial. O modelo matemático do sistema possui dimensão 6. Utilizou-se ainda técnica de compensação de erros de modelagem [4] que estima, juntamente com o estado do sistema, acelerações não-modeladas, elevando a dimensão do estado para 9. Foram consideradas observações simuladas do tipo distância entre estações de rastreamento e satélite, considerando três estações que observam simultaneamente o satélite, à taxa de amostragem de uma observação por segundo. Este tipo de observação é função apenas das três primeiras componentes do vetor de estado, sendo assim satisfeita a hipótese (13), na qual se baseia o algoritmo.

APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS

A figura 2 apresenta as curvas dos erros em posição estimado e real, obtidas com a aplicação do algoritmo do filtro de Kalman original e com a aplicação do algoritmo de compressão de dados, considerando renovações a cada seis período de amostragem, isto é, N=6. Note-se que em termos de precisão ambos os algoritmos praticamente se equivalem. Parte-se de um erro inicial de aproximadamente 1000 metros, caindo este erro rapidamente para valores da ordem de 1 metro, assim permanecendo. Os erros em velocidade caíram de valores iniciais de 100 m/s para valores da ordem de 0,05 m/s. O algoritmo original consumiu um tempo de processamento da ordem de 44,6 segundos, enquanto o algoritmo de compressão consumiu 36,4 segundos.

Testou-se ainda o procedimento considerando matriz de transição constante durante N períodos amostragem, N = 6. Obtiveram-se praticamente os mesmos resultados em termos de precisão, porém, neste caso o tempo de processamento caiu para 22,6 segundos.



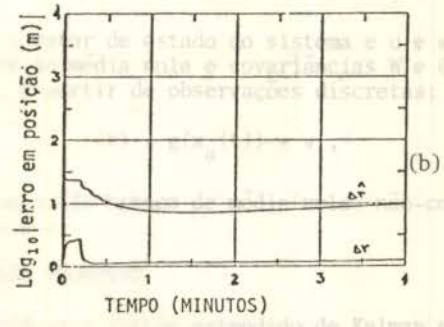


Figura 2 - Erros estimado e real resultantes: a) algoritmo original do filtro de Kalman; b) algoritmo para redução do tempo de processamento.

O algoritmo foi também testado para valores de N que variam de 2 a 15. A partir de N = 12 os resultados passaram a se deteriorar em termos de precisão. Em termos de tempo de processamento o menor valor obtido foi 34,1 segundos para N = 10. Ainda para N = 10, considerando a matriz de transição constante por 10 períodos de amostragem, o tempo de processamento caiu para 18,4 segundos.

CONCLUSÕES

O procedimento desenvolvido pode, através da redução em termos de tempo de computação, permitir que se efetue um processamento em tempo real em casos em que isto não é possível com a aplicação direta do filtro de Kalman usual. Por utilizar as aproximações enunciadas na descrição, trata-se de um procedimento não ótimo. Porém, através dos resultados obtidos nos testes efetuados, percebe-se que na aplicação em questão ele apresentou praticamente a mesma eficiência do filtro de Kalman original.

REFERÊNCIAS

[1] Bar-Itzhack, I.X. "Novel Method for Data Compression in Recursive INS Error Estimation", Journal of Guidance and Control, May-June (1980) p. 245-250.

[2] Jazwinski, A.H. "Stochastic Processes and Filtering Theory". New York, Academic Press Inc. 1970.

[3] Orlando, V. "Técnicas Estocásticas Aplicadas à Sua vização, Tratamento de Tendenciosidade e Compressão de dados, de Rastreamento ou Telemetria de Satéli tes Artificiais", INPE-209-TDL/148, São José dos Campos, SP, (1983).

[4] Kuga, H.K. "Estimação Adaptativa de Órbitas Aplica das Satélite à Baixa Altitude", INPE-2316-TDL/079, São José dos Campos, SP (1982).

SUMMARY

A procedure for reducing processing time of Kalman filter state estimation is presented. The restriction to apply the procedure is that only a state vector partition is directly observed, that is, the observations to be processed need to be functions of only some state vector components. The procedure was tested by digital computer numerical simulation in artificial satellite orbit estimation.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

UM FILTRO DE KALMAN COM TAXAS DE ATUALIZAÇÃO DIFERENCIADAS PARA A IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS DINÂMICOS

LUIZ ANTONIO WAACK BAMBACE
INSTITUTO DE PESQUISAS ESPACIAIS — INPE/CNPq

SUMÁRIO

Este trabalho introduz uma nova técnica de identificação de sistemas dinâmicos onde se procura melhorar as estimativas dos parâmetros, deixando de incorporar as informações das medidas à partição referente ao estado, e corrigindo apenas os parâmetros. Apresentam-se resultados numéricos obtidos com este procedimento em sistemas térmicos e uma discussão teórica sobre o método.

INTRODUÇÃO

O procedimento proposto visa eliminar em parte os problemas relativos à aplicação do Filtro de Kalman em problemas de identificação dinâmica. Para isto emprega-se, para o caso de sistema contínuo e medidas discretas, um processo sequencial composto de duas partes: propagação das estimativas e suas covariâncias no tempo; e a inovação, onde se processam as estimativas e suas covariâncias para incorporar as informações das medidas. A alteração proposta é que se alterne uma aplicação das equações tradicionais do filtro de Kalman para a inovação, a uma ou mais aplicações de um conjunto alternativo de equações para a inovação, onde se inovam apenas os parâmetros e deixa-se de inovar o estado, de forma análoga ao filtro de Kalman-Schmidt [3]. No tipo de problema abordado, o aumento da taxa de amostragem não implica necessariamente em melhoria na estimativa dos parâmetros, pois à medida que a taxa de amostragem sobe diminui a influência das incertezas do modelo na estimativa do estado. Além disto, com altas taxas de amostragem, a queda da covariância do erro na estimativa do estado é muito mais rápida que a queda da covariância do erro nos parâmetros. Isto exige frequentemente o uso de adição adaptativa de ruído ao estado, muito antes de qualquer redução significativa no erro da estimativa dos parâmetros ou sua covariância. A adição de ruído ao estado representa, por sua vez, a adoção de um modelo incerto, o que, se por um lado permite melhorar a estimativa da partição relativa ao estado, por outro lado, dificulta a estimativa dos parâmetros. O procedimento proposto permite reduzir a necessidade de adicionar ruído ao estado (ou reduzir o nível de ruído adicional), o que permite uma melhora no processo de identificação. Outra vantagem do procedimento proposto é a simplicidade do algoritmo empregado.

Desenvolveu-se este procedimento com o propósito de identificar modelos térmicos de satélites. Existe vasta literatura sobre este problema, como os trabalhos de Ishimoto e Pan [8], Ishimoto et alli [6], Toussaint [7], Yoneda [9].

FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Estimar um vetor de parâmetros de um modelo dinâmico xb, que obedece a:

$$\dot{x}_a = f(x_a, x_b) + w \,, \tag{1}$$

com incertezas nos parâmetros devidos a fenômenos não-modelados da forma:

$$\dot{x}b = u \,, \tag{2}$$

onde x_a é o vetor de estado do sistema e u e w são ruídos brancos de média nula e covariâncias W e Q respectivamente, a partir de observações discretas:

$$z(t) = g(x_a(t)) + v \,, \tag{3}$$

onde v é um ruído branco de média nula não-correlacionado com u e w.

PROCEDIMENTO PROPOSTO

Considere o filtro estendido de Kalman no qual adota o seguinte esquema:

Propaga-se a estimativa $\bar{x}_a$, a partir dos valores estimados mais recentes de $\hat{x}_a$ e $\hat{x}_b$, integrando à:

$$\dot{\bar{x}}(t) = f(\bar{x}_a(t), \hat{x}_b(t)) \,. \tag{4}$$

Define-se o vetor de estado estendido x por:

$$x = \begin{Bmatrix} x_a \\ x_b \end{Bmatrix} . \tag{5}$$

Lineariza-se o sistema estendido em torno da última estimativa obtida de x, $\hat{x}$, que resulta em:

$$\dot{x} = \begin{vmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_a}(\hat{x}_a(t_i), \hat{x}_b(t_i)) & \frac{\partial f}{\partial x_b}(\hat{x}_a(t_i), \hat{x}_b(t_i)) \\ 0 & 0 \end{vmatrix} x + \begin{Bmatrix} \omega \\ v \end{Bmatrix} . \tag{6}$$

Propaga-se a covariância P do erro na estimativa do vetor de estado estendido, via:

$$\bar{P}_{t_{i+1}} = \Phi^T(t_{i+1}, t_i)\, P(t_i)\, \Phi(t_{i+1}, t_i) + Q' \,, \tag{7}$$

onde Φ é a matriz de transição de estado associada ao sistema linear apresentado pela equação 6; e Q' dá contribuição do ruído de estado ao aumento da incerteza na estimativa de x_a.

Define-se H por:

$$H = \begin{vmatrix} \frac{\partial g(\bar{x}_a(t))}{\partial} & \\ 0 & \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} H_a \\ 0 \end{vmatrix} . \tag{8}$$

Chamando $\bar{P}_{aa}$, $\bar{P}_{bb}$, $\bar{P}_{ab}$ e $\bar{P}_{bb}$ as covariâncias do erro nas estimativas a priori ($\bar{x}_a$ e $\bar{x}_b$) e finais ($\hat{x}_a$ e $\hat{x}_b$), respectivamente, e definindo:

$$\bar{P}_{ab} \triangleq \bar{P}_{ba}^T \triangleq E\{(\bar{x}_a - x_a)(\bar{x}_b - x_b)^T\}, \quad (9)$$

$$P_{ab} \triangleq P_{ba}^T \triangleq E\{(\hat{x}_a - x_a)(\hat{x}_b - x_b)^T\}, \quad (10)$$

podem-se escrever as equações para a inovação da estimativa do vetor de estado estendido $\hat{x}$ e da covariância do erro na estimativa P, como:

$$\hat{x}_a = \bar{x}_a + K_a(z - H_a\bar{x}_a), \quad (11)$$

$$\hat{x}_b = \bar{x}_b + K_b(z - H_a\bar{x}_a), \quad (12)$$

$$K_a \triangleq \bar{P}_{aa} H_a^T (H_a\bar{P}_{aa} H_a^T + R)^{-1}, \quad (13)$$

$$K_b \triangleq \bar{P}_{ba} H_a^T (H_a\bar{P}_{aa} H_a^T + R)^{-1}, \quad (14)$$

$$P_{aa} = \bar{P}_{aa} - K_a H_a \bar{P}_{aa}, \quad (15)$$

$$P_{ba} = \bar{P}_{ba} - K_b H_a \bar{P}_{aa}, \quad (16)$$

$$P_{ab} = \bar{P}_{ab} - \bar{P}_{aa} H_a^T K_b^T, \quad (17)$$

$$P_{bb} = \bar{P}_{bb} - K_b H_a \bar{P}_{ab}. \quad (18)$$

A idéia básica do método proposto é melhorar a estimativa de $\hat{x}_b$ e diminuir os problemas de divergência do filtro quanto à partição do estado, inovando apenas a estimativa dos parâmetros $\hat{x}_b$, a covariância de seu erro P_{bb} e as correlações cruzadas P_{ab} e P_{ba}. Isto é feito com o seguinte esquema:

i) Processar uma única observação $z(t_i)$ inovando todas as variáveis com o filtro de Kalman normal (equações de 11 a 18).

ii) Apesar de as informações $z(t_i + i)$, $p/i < n$ permitirem melhorar a estimativa da partição x_a relativa ao estado, força-se durante n intervalos de tempo (n dado de entrada) que:

$$\hat{x}_a = \bar{x}_a,$$

$$P_{aa} = \bar{P}_{aa}, \quad (19)$$

uma vez que se deseja conhecer com precisão somente os parâmetros.

iii) Processar durante estes n intervalos de tempo todas as demais variáveis ($\hat{x}_b$, P_{ab}, P_{ba}, P_{bb}), normalmente com o uso das equações 12, 14, 16 e 18.

Utilizar as equações 19 corresponde a fazer K_a nulo, ao invés de calculá-lo por 13. Este esquema permite que se incorpore as observações apenas à estimativa dos parâmetros. Como se deseja conhecer bem apenas os parâmetros, ao contrário do caso de problemas de estimação de estado onde se deseja conhecer o estado, justifica-se o esquema proposto, justamente o inverso do filtro de Kalman-Schmidt [3] e também o oposto a vários outros procedimentos como o de Orlando e Bar-Itzhack, nos quais se inova com maior freqüência a partição x_a.

CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS SOBRE O DESEMPENHO

Adotando as hipóteses de que ν, ω e v sejam ruídos brancos de média nula e de que v seja não-correlacionado com μ e ω, inerentes ao próprio filtro de Kalman, pode-se provar que a matriz P_{ab}, calculada pelas equações 13, 15 e 16, é realmente a correlação cruzada definida na equação 10, quando se força $\hat{x}_a$ igual a $\bar{x}_a$. Substituindo $\hat{x}_a$ em 10 e substituindo $\hat{x}_b$ pelo valor fornecido em 12, pode-se reescrever P_{ab} como:

$$P_{ab} = E\{(\bar{x}_a - x_a)(\bar{x}_b + K_b(z - H\bar{x}_a) - x_b)^T\}.$$

Adotando a hipótese de sistema linear, pode-se escrever z como:

$$z = H_a x_a + \nu,$$

e, portanto, com a hipótese de não-correlação entre ω e ν e a definição de $\bar{P}_{aa}$, tem-se:

$$P_{ab} = E\{(\bar{x}_a - x_a)(\bar{x}_b - K_b H_a(\bar{x}_a - x_a) + K_b\nu)^T\} =$$

$$= \bar{P}_{ab} - \bar{P}_{aa} H_a^T K_b^T \quad \underline{\text{cqd}}.$$

Mostra-se a seguir que o filtro proposto pode ser de mínima variância, quando já se faz necessária a adição de ruído adaptativo ao sistema. Inicialmente, seguindo as demonstrações de mínima variância do filtro de Kalman propostas por Battin [1,2], Schmidt [3] e Sorenson [4], tomando K_a^* e K_b^* da forma:

$$K_a^* = \bar{P}_{aa} H_a^T (H_a\bar{P}_{aa} H_a^T + R)^{-1} + \hat{K}_a,$$

$$K_b^* = \bar{P}_{ba} H_a^T (H_a\bar{P}_{aa} H_a^T + R)^{-1} + \hat{K}_b, \quad (20)$$

pode-se escrever a matriz de covariância do erro na estimativa fornecida pelo filtro proposto na equação 20, como:

$$\begin{vmatrix} P_{aa} & P_{ab} \\ P_{ba} & P_{bb} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \bar{P}_{aa} & \bar{P}_{ab} \\ \bar{P}_{ba} & \bar{P}_{bb} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} K_a(H_a\bar{P}_{aa}H_a^T + R)K_a^T & K_a(H_a\bar{P}_{aa}H_a^T + R)K_b^T \\ K_b(H_a\bar{P}_{aa}H_a^T + R)K_a^T & K_b(H_a\bar{P}_{aa}H_a^T + R)K_b^T \end{vmatrix} -$$

$$- \begin{vmatrix} \bar{P}_{aa}H_a^T(H_a\bar{P}_{aa}H_a^T + R)^{-1}H_a\bar{P}_{aa} & \bar{P}_{aa}H_a^T(H_a\bar{P}_{aa}H_a^T + R)^{-1}H_a\bar{P}_{ab} \\ \bar{P}_{ba}H_a^T(H_a\bar{P}_{aa}H_a^T + R)^{-1}H_a\bar{P}_{aa} & \bar{P}_{ba}H_a^T(H_a\bar{P}_{aa}H_a^T + R)^{-1}H_a\bar{P}_{ab} \end{vmatrix}. \quad (21)$$

Desta equação, pode-se notar que para $\bar{P}_{aa}$, $\bar{P}_{ab}$, $\bar{P}_{ba}$ e $\bar{P}_{bb}$ dados, $\hat{K}_a$ nulo minimiza a variância do erro em $\hat{x}_a$, qualquer que seja $\hat{K}_b$, e que $\hat{K}_b$ nulo (esquema proposto) minimiza a variância do erro em $\hat{x}_b$, qualquer que seja $\hat{K}_a$. Assim, para idênticos valores iniciais, o filtro proposto e o de Kalman fornecem estimativas $\hat{x}_b$ de mesma variância, a qual é mínima.

Decompondo Φ como abaixo:

$$\Phi = \begin{vmatrix} \Phi_{aa} & \Phi_{ab} \\ 0 & I \end{vmatrix},$$

onde I é a matriz identidade de dimensão igual à do vetor de parâmetro x_b e Φ_{aa} à matriz de transição do estado ligado ao sistema não-estendido, podem-se definir:

$$L(U,V,M) = \Phi_{aa} U \Phi_{aa}^T + \Phi_{ab} V^T \Phi_{aa}^T + \Phi_{aa} V \Phi_{ab}^T + \Phi_{ab} M \Phi_{ab}^T , \quad (23)$$

$$J(V,M) = \Phi_{bb} V^T \Phi_{aa}^T + \Phi_{bb} M \Phi_{ab}^T . \quad (24)$$

Pode-se escrever, para o caso em que se força $\hat{x}_a = \bar{x}_a$ em t_i, que:

$$\bar{P}_{aai+1} = L(\bar{P}_{aai}, P_{abi}, P_{bbi}) + Q'_p , \quad (25)$$

$$\bar{P}_{bai+1} = J(P_{abi}, P_{bbi}) , \quad (26)$$

$$P_{bbi+1} = P_{bbi} + W. \quad (27)$$

Na hipótese de inovar x_a em t_i, $\bar{P}_{bai+1}$ e $\bar{P}_{bbi+1}$ serão também fornecidos por 26 e 27, enquanto a nova covariância $\bar{P}_{aai+1}$ do erro na estimativa a priori $\bar{x}^{(k)}_{ai+1}$, fica:

$$\bar{P}^{(K)}_{aai+1} = \bar{P}_{aai+1} + Q'_K - L(\bar{P}_{aai} H_a^T (H_a \bar{P}_{aai} H_a^T + R)^{-1}$$

$$H_a^T \bar{P}_{aai}, P_{abi}, P_{bbi}). \quad (28)$$

A imposição de não-divergência exige a não-negatividade de:

$$E\{z - H_a\bar{x}_a)(z - H_a\bar{x}_a)^T\} - (z - H_a\bar{x}_a)(z - H_a\bar{x}_a)^T =$$

$$= H_a \bar{P}_{aa} H_a^T + R - (z - H_a\bar{x}_a)(z - H_a\bar{x}_a)^T.$$

Desta forma, embora o segundo membro da direita de 28 seja não-negativo, os procedimentos adaptativos adicionarão ruídos Q'_p e Q'_k diferentes nos dois casos, de forma que não se pode garantir qual dos dois filtros terá na segunda iteração um valor de $\bar{P}_{aa}$ mais propício à maior redução da covariância do erro nos parâmetros. Comparando as equações 25 e 28, é fácil verificar que, devido ao fato de o segundo membro de direita de 28 ser não-negativo, o ruído adicionado ao estado é em geral de nível mais baixo para o procedimento proposto.

RESULTADOS NUMÉRICOS

Tentou-se o procedimento com dois sistemas térmicos. O primeiro correspondente a um cilindro oco, com vácuo, dividido para efeito de modelagem em cinco nós (tampas e três anéis) que podiam trocar calor entre si e com o espaço (6º nó). Os modelos resultantes tinham nove acoplamentos condutivos e radiativos, cinco capacidades térmicas e cinco termos de geração de calor. O segundo sistema correspondia à câmara de sensoriamento remoto "MEOSS", onde se trabalhou com dois modelos: o primeiro com 21 nós e 71 acoplamentos condutivos e radiativos, e o segundo com 52 nós e cerca de 300 acoplamentos.

Geraram-se dados em fita para o caso do cilindro oco, a partir de modelos de 6 nós com coeficientes nominais, integrando o sistema para diversas condições iniciais e funções de geração de calor interno. Os dados destas fitas eram lidos por um programa que acrescentava a cada temperatura um ruído aleatório com 1°C de variância (típico de termopares). O resultado deste programa era por sua vez gravado em disco e usado como dado de entrada para o programa de identificação. Desta forma, comparou-se exaustivamente o procedimento proposto e o filtro de Kalman [5]. Verificou-se que o procedimento proposto fornecia melhores estimativas dos parâmetros para altas taxas de amostragem e piores para freqüências mais baixas. As Tabelas de 1 a 4, escolhidas como exemplo, mostram que, para a freqüência de amostragem de 2 H_z, o filtro proposto é visivelmente superior. Para 0,25 H_z, no entanto, obtiveram-se melhores resultados com o filtro de Kalman. As Figuras de 1 a 4 estão ligadas às Tabelas 1 e 2 e mostram a evolução no tempo da estimativa de alguns parâmetros.

Tabela 1 - Filtro proposto aplicado ao ajuste de 12 parâmetros n = 4; Temperatura medidas = 4; Taxa de amostragem = 2 H_z.

PARÂMETRO	VALOR INICIAL	VALOR FINAL	VALOR CORRETO	% ERRO
G 15	1,6000	1,352	1,385	2,4
G 10	0,8146	0,6665	,6546	1,8
G 20	4,263 E-09	3,572 E-09	3,863 E-09	7,5
G 19	3,484 E-09	3,250 E-08	3,184 E-08	2,1
G 40	3,901 E-08	3,697 E-08	3,701 E-08	0,1
G 50	5,476 E-09	5,246 E-09	5,176 E-09	1,4
G 30	1,277 E-09	1,140 E-09	1,177 E-09	3,1
M 5	1,2000	1,0068	1,0000	0,7
M 3	1,2000	1,0170	1,0000	1,7
M 2	0,9000	0,9952	1,0000	0,5
M 4	1,1000	0,9790	1,0000	2,1
M 1	1,1000	1,0131	1,0000	1,3

Tabela 2 - Filtro de Kalman aplicado ao ajuste de 12 parâmetros taxa amostragem 2 H_z; Temperatura medidas = 4.

PARÂMETRO	VALOR INICIAL	VALOR FINAL	VALOR CORRETO	% ERRO
G 15	1,6000	1,394	1,385	0,6
G 10	0,8146	,6819	,6546	4,2
G 20	4,263 E-09	4,295 E-09	3,863 E-09	11,2
G 19	3,484 E-08	3,264 E-08	3,184 E-08	2,5
G 40	3,901 E-08	3,831 E-08	3,701 E-08	3,5
G 50	5,476 E-09	4,386 E-09	5,176 E-09	15,3
G 30	1,277 E-09	1,187 E-09	1,177 E-09	0,9
M 5	1,2000	1,0046	1,0000	0,5
M 3	1,2000	0,9483	1,0000	5,2
M 2	0,9000	1,0364	1,0000	3,6
M 4	1,1000	1,0187	1,0000	1,9
M 1	1,1000	1,0055	1,0000	0,6

Tabela 3 - Filtro proposto aplicado ao ajuste de 12 parâmetros n = 4; Temperaturas medidas = 4; Taxa de amostragem = 0,25 H_z.

PARÂMETRO	VALOR INICIAL	VALOR FINAL	VALOR CORRETO	% ERRO
G 15	1,6000	1,339	1,385	3,3
G 10	0,8146	0,672	,6546	2,7
G 20	4,263 E-09	3,917 E-09	3,863 E-09	1,4
G 19	3,484 E-08	3,093 E-08	3,184 E-08	2,9
G 40	3,901 E-08	3,589 E-08	3,701 E-08	3,0
G 50	5,476 E-09	5,130 E-09	5,176 E-09	0,9
G 30	1,277 E-09	1,454 E-09	1,177 E-09	23,5
M 5	1,2000	1,0009	1,0000	0,1
M 3	1,2000	0,9765	1,0000	2,4
M 2	0,9000	0,9622	1,0000	3,8
M 4	1,1000	1,0048	1,0000	0,5
M 1	1,1000	1,099	1,0000	9,9

Tabela 4 - Filtro de Kalman aplicado ao ajuste de 12 parâmetros n = 0; Temperatura medidas = 4; Taxa amostragem = 0,25 H_z.

PARÂMETRO	VALOR INICIAL	VALOR FINAL	VALOR CORRETO	% ERRO
G 15	1,6000	1,381	1,385	0,3
G 10	0,8146	0,6826	,6546	5,7
G 20	4,263 E-09	3,404 E-09	3,863 E-09	11,9
G 19	3,484 E-08	3,209 E-08	3,184 E-08	0,8
G 40	3,901 E-08	3,611 E-08	3,701 E-08	2,3
G 50	5,476 E-09	5,483 E-09	5,176 E-09	5,9
G 30	1,277 E-09	1,208 E-09	1,177 E-09	2,6
M 5	1,2000	0,9941	1,0000	0,6
M 3	1,2000	1,017	1,0000	1,7
M 2	0,9000	0,9686	1,0000	3,1
M 4	1,1000	1,009	1,0000	0,9
M 1	1,1000	1,016	1,0000	1,6

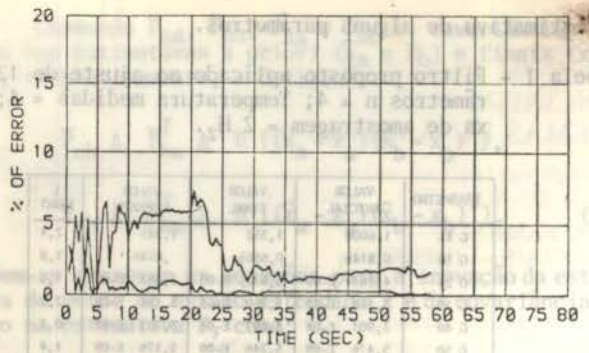


Figura 1 - Filtro modificado para condutores radiativos (G40 e G50).

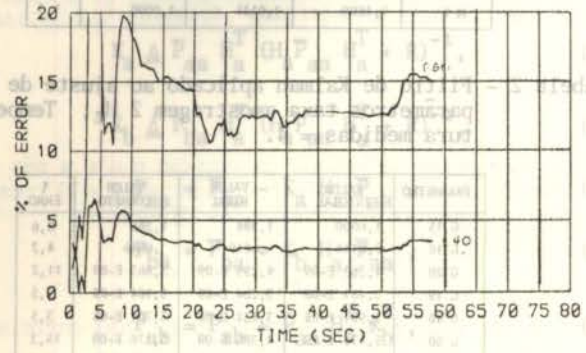


Figura 2 - Filtro de Kalman para condutores radiativos (G40 e G50).

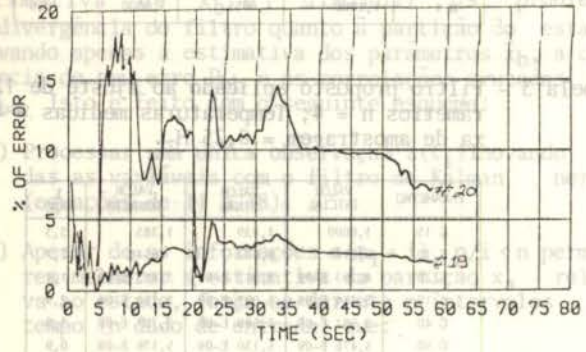


Figura 3 - Filtro modificado para condutores radiativos (G20 e G19).

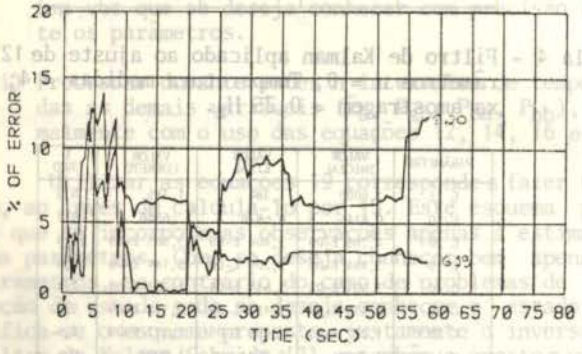


Figura 4 - Filtro de Kalman para condutores radiativos (G19 e G20).

Para o caso da câmara MEOSS, foi possível melhorar a estimativa dos parâmetros como filtro proposto, pois este permitiu trabalhar com 0,05 Hz de taxa de amostragem. Esta taxa já era demasiadamente alta para o uso do filtro de Kalman, pois levava à deterioração dos resultados obtidos com este e taxas mais baixas. Para os casos de estimar 68 parâmetros do modelo de 21 nós, com erros iniciais de 5 a 15% e de zero a quatro parâmetros não-estimados com erros até 4%, é que a diferença de desempenho entre o filtro proposto e o de Kalman ficou mais acentuada.

Para a câmara de MEOSS, testou-se também o filtro na identificação do modelo de 21 nós com a geração de trajetórias a partir do modelo de 51 nós, obtendo-se resultados satisfatórios.

CONCLUSÕES

Com base nos resultados teóricos e numéricos pode-se verificar que o procedimento proposto é uma alternativa interessante quando se deseja identificar modelos de sistemas dinâmicos. É possível obter resultados melhores com este procedimento quando se sobe a taxa de amostragem, do que com o próprio filtro de Kalman.

Para trabalhos futuros, sugere-se o estudo de quando ou a partir de que taxas de amostragem é mais interessante o uso do procedimento aqui descrito e o estudo do efeito de inovação da partição referente ao estado na observabilidade dos parâmetros.

REFERÊNCIAS

[1] Battin, R.H. "Statistical Optimizing Procedure for Space Flight ARS". J 32, 1681-1696 (1962).

[2] Battin, R.H. "Astronautical Guidance" McGraw-Hill New York, 1964.

[3] Schmidt, S.F. "Application of State Space Methods to Navigation Problems". Advances in Control Systems, 3, p.293-340 (1966).

[4] Sorenson, H.W. "Kalman Filtering Technique Advance in Control System, vol. 3 (1966).

[5] Bambace, L.A.W.; Schmidt, H.P. "A Kalman Filter Package Compatible with SINDA". DFVLR, Germany, IB-333-84/07.

[6] Ishimoto, T; Pan, H.M.; Gaoki, J.D.; Stelim E.D. "Development of Digital Computer Program for Thermal Network Correction", NASA, CR 99599, 1969.

[7] Toussaint,T.M. "Verification of Thermal Math. Models for Artificial Satellites". AIAA Progress in Astronautics and Aeronautics, vol. 20. Academic Press, N.York, 1967, pg. 611 1 629.

[8] Ishimoto, T; Pan, H.M. "Thermal Network Correction Techniques". AIAA Progress in Astronautics and Aeronautics, vol. 24. Academic Press,N.York 1970.

[9] Yoneda, K. "Análise Retrospectiva de Sistemas Térmicos para Satélites", publicação do INPE ligada à tese de Mestrado, 1980.

SUMMARY

In this work we introduce new dynamic systems identification technique where one to improve the parameters estimates by not assing the measurements information to the state estimation, doing this only to the parameters estimation. Numerical results, obtained with this procedure applied to thermal systems, and a theoretical discussion about this method, are presented.

PROJETO, CONSTRUÇÃO E TESTE DE AMORTECEDOR DE VIBRAÇÕES

NELSON DIÓGENES DO VALLE
ARCANJO LENZI
BRUNO MANOEL NEVES
DEM/UFSC, SC

SUMÁRIO

O trabalho apresenta o projeto, a construção e o teste de um amortecedor mecânico do tipo pistão com orifícios calibrados. A constante de amortecimento ótimo para o sistema mecânico foi determinada a partir da teoria tradicional de vibrações. Os orifícios do pistão foram dimensionados utilizando-se a teoria de mecânica dos fluidos. Finalmente, o amortecedor após construído foi testado no laboratório de vibrações.

INTRODUÇÃO

Foi desenvolvido no Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina um dispositivo mecânico destinado a detectar as variações dimensionais de pisos cerâmicos |1|. Tal dispositivo consta fundamentalmente de um apalpador, ligado a um sistema mecânico de ampliação.

A medição dos pisos é efetuada sobre uma correia transportadora em movimento. O choque entre pisos e apalpador pode provocar vibrações inadmissíveis deste, comprometendo o processo de medição. Tais vibrações foram reduzidas a um nível satisfatório acoplando-se um amortecedor ao dispositivo.

MODELO MATEMÁTICO

O comportamento dinâmico do dispositivo de medição pode ser comprovado pela análise de seu modelo matemático. Fazendo-se as simplificações admissíveis, o dispositivo foi reduzido a um modelo com 1 grau de liberdade, conforme mostra a figura 1.

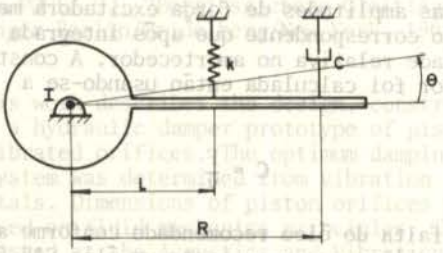


Figura 1. Modelo matemático

De acordo com o modelo matemático, da figura 1, obtém-se a equação diferencial do movimento |2|.

$$I\ddot{\theta}+CR^2\dot{\theta}+k\ell^2\theta = 0 \qquad (1)$$

Alguns dos parâmetros da equação (1) foram obtidos do dispositivo construído |1| e valem: R = 500 mm; ℓ = 260 mm; k = 38,4 kgfm^{-1};, I = 0,017 kgfms^2. O momento de inércia "I" foi determinado a partir da frequência natural do dispositivo Wn = 12,40 s^{-1} correspondente ao período medido de vibrações livres não amortecidos.

O amortecedor foi determinado a partir do amortecimento crítico |2| da equação (1) que vale Cc = 1,6 kgf s m^{-1}. Como o amortecedor recomendável está na faixa de 0,7 a 0,8 Cc tem-se para o mesmo:

$$C = 1{,}2 \text{ kgf s m}^{-1} \qquad (2)$$

CONSTANTE TEÓRICA DE AMORTECIMENTO

A energia decipada pelo escoamento de um fluido em um orifício cilíndrico por peso unitário de fluido |3| é dado pela equação (3)

$$Ed_1 = \frac{8\mu\, Cm\, S}{\gamma\, r_o^2} \qquad (3)$$

onde u = Viscosidade absoluta do fluido;
γ = Peso específico do fluido;
Cm = Velocidade média do fluido;
S = Comprimento do orifício;
r_o = Raio do orifício (ver figura 2).

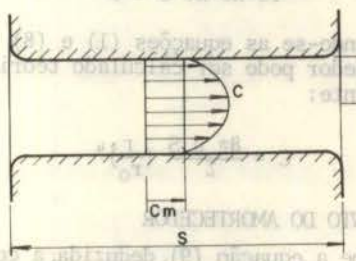


Figura 2. Orifício cilíndrico

O peso do fluido deslocado em cada orifício em um tempo Δt pode ser calculado a partir da figura 3 como sendo

$$\Delta G = \frac{\pi r^2 C_p\, \gamma\, \Delta t}{z} \qquad (4)$$

onde C_p = Velocidade do pistão;
z = Número de orifícios.

Combinando as equações (3) e (4) pode ser calculada a energia dissipada nos orifícios do pistão em um tempo t:

$$Ed = \int_0^t \frac{8\mu\ S\ Cm\ C_p\ \pi\ r^2}{r_o^2}\ dt \qquad (5)$$

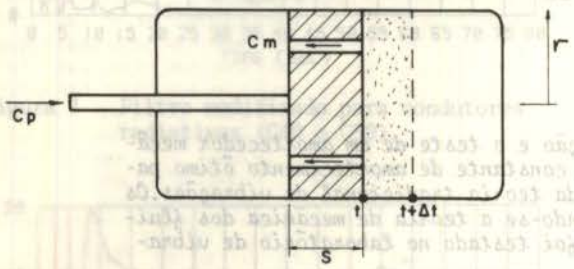


Figura 3. Fluido deslocado pelo movimento do pistão.

Considerando-se a equação da continuidade $ZCmr_o^2 = r^2 C_p$ e o posicionamento do amortecedor ($C_p = R\theta$), a equação (5) pode ser simplificada para

$$Ed = K \int_0^t \dot{\theta}^2\ dt \qquad (6)$$

onde $K = \frac{8\pi\mu\ S\ R^2}{Z} \left(\frac{r}{r_o}\right)^4$

Considerando-se as expressões das energias cinética e potencial do modelo da figura 1 e a energia dissipada calculada pela equação (6) obtém-se a equação da conservação da energia do dispositivo como sendo:

$$\frac{1}{2} I\dot{\theta}^2 + K\int_0^t \dot{\theta}^2 dt + \frac{1}{2} k\ \ell^2\theta^2 = cte \qquad (7)$$

Derivando-se a equação (7) chega-se a equação diferencial:

$$I\ddot{\theta} + K\dot{\theta} + k\ell^2\theta = 0 \qquad (8)$$

Comparando-se as equações (1) e (8) verifica-se que o amortecedor pode ser calculado teoricamente pela equação seguinte:

$$C = \frac{8\pi\ \mu\ S}{Z} \left(\frac{r}{r_o}\right)^4 \qquad (9)$$

DIMENSIONAMENTO DO AMORTECEDOR

Conforme a equação (9), deduzida, a constante de amortecimento do pistão depende de 5 parâmetros. As dimensões do amortecedor foram arbitradas em função dos materiais disponíveis no laboratório (ver figura 4). Para se ter o amortecimento recomendável (2) isto é $C = 1{,}2$ kgf s m^{-1}, o óleo deverá ter a seguinte viscosidade obtida da equação (9):

$$\mu = 7{,}5.10^{-3}\ \text{kgf s/m}^2 \qquad (10)$$

As dimensões principais do amortecedor projetado estão apresentadas na figura 4.

ENSAIO DO AMORTECEDOR

O amortecedor construído conforme a figura 4 foi testado no laboratório de vibrações e acústica da UFSC, para tal foi montado conforme a figura 5. A parte superior do amortecedor está presa a uma estrutura rígida. A parte inferior é interligada através de um

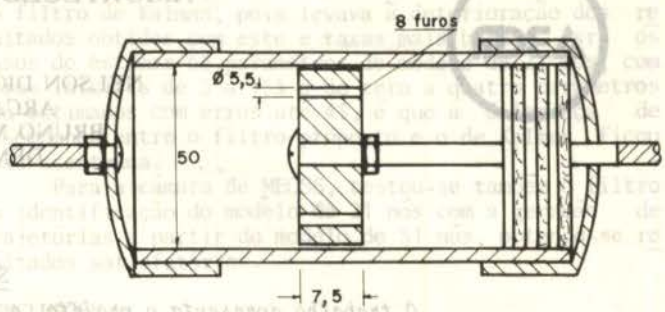


Figura 4. Amortecedor construído.

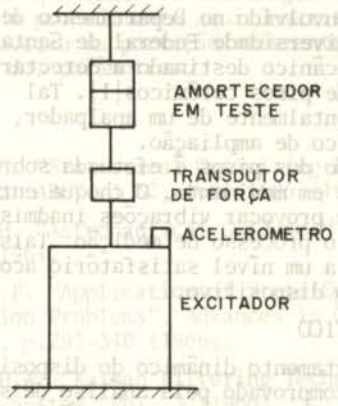


Figura 5. Montagem para teste do amortecedor.

transdutor de força a um excitador eletrodinâmico.

O amortecedor foi testado com uma força senoidal de frequência 2 Hz (12,57 S^{-1}) que é aproximadamente a frequência natural do dispotivo de medição (12,40 S^{-1}). Para várias amplitudes de força excitadora mediu-se a aceleração correspondente que após integrada fornecia a velocidade relativa no amortecedor. A constante de amortecedor foi calculada então usando-se a equação (11)

$$C = \frac{F}{v} \qquad (11)$$

Na falta do óleo recomendado conforme a expressão (10) utilizou-se para teste um óleo SAE 50 disponível. Este óleo na temperatura de trabalho de 25°C tinha uma viscosidade de 5.10^{-2} kgf s m^{-2} |5|. Para ele a constante teórica calculada pela equação (9) vale:

$$C_{teórico} = 8\ \text{kgf s/m} \qquad (12)$$

Na figura 8 estão apresentados os resultados teórico e experimental do amortecedor.

OBSERVAÇÕES FINAIS

Conforme a referência |1| a velocidade inicial no amortecedor devido ao choque da peça contra o apalpador é da ordem de 50 mm/s. Nestas condições a constante de amortecimento é praticamente igual ao valor teórico. Como o óleo utilizado tem a viscosidade aproximadamente sete vezes maior do que o necessário para

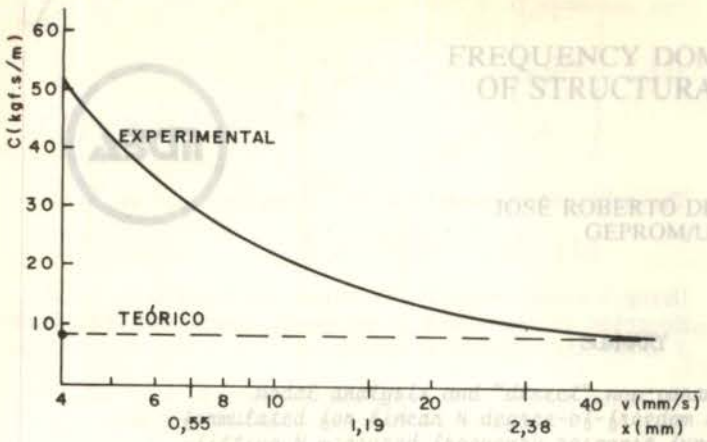


Figura 8. Constantes de amortecimento

fornecer o amortecimento ótimo, estamos em presença de um amortecedor super crítico. Tal amortecedor mostrou-se ainda assim satisfatório para a redução das vibrações e como tal foi utilizado.

A constante de amortecimento experimental (ver figura 8) cresce para velocidades baixas o que corresponderia a condição de atrito estático |4|.

O presente trabalho teve a finalidade de resolver um problema particular de redução de vibrações |1|. Para tal desenvolveu-se a equação (9) que permite o dimensionamento teórico de um amortecedor tipo pistão com orifícios. A limitação da fórmula no presente caso pode ser observada pela figura 8. Pretende-se em um trabalho futuro testar outras combinações de parâmetros μ, r, r_o, S, Z de modo a poder se levantar o campo de aplicabilidade da fórmula (9) deduzida.

REFERÊNCIAS

|1| NEVES, B.M., "Desenvolvimento de um Modelo de Selecionador de Peças Cerâmicas", Tese de Mestrado, UFSC, 1984.

|2| THOMPSON, W.T., "Vibration Theory and Aplications", Prentice Hall Inc., N.J., 1965.

|3| CRUZ DA COSTA, E., "Mecânica dos Fluidos", Escola de Engenharia Mecânica da URGS, Porto Alegre, 1963.

|4| KAUDERER, H., "Nicht Lineare Mechanik", Springer-Berlin/Göttingen/Heidelberg, 1958.

|5| VOGEL POHL, G., "Betribssichere Gleitlager", Springer-Berlin/Heidelberg/New York, 1967.

SUMMARY

This work describes the design, construction and tests of a hydraulic damper prototype of piston type with calibrated orifices. The optimum damping constant of the system was determined from vibration theory fundamentals. Dimensions of piston orifices were calculated based on fluid mechanics principles. The prototype was tested at the Acoustics and Vibration Laboratory.

FREQUENCY DOMAIN ESTIMATION OF STRUCTURAL PARAMETERS

JOSÉ ROBERTO DE FRANÇA ARRUDA
GEPROM/UNICAMP, SP

SUMMARY

Modal analysis and "direct" non parametric model identification techniques are formulated for linear N degree-of-freedom structures. Identification is made by curve-fitting N measured frequency response functions. As an example the parameters of a one DOF system are estimated from its calculated frequency response. A method for estimating a limited number of structure parameters from only one FRF is proposed. The method is used to estimated the one DOF system example. Possible applications of the proposed method are discussed.

INTRODUCTION

Theoretical analysis of the vibrational behaviour of structures using mathematical/numerical methods like finite element to predict natural frequencies, mode shapes, transmissibilites, etc. is frequently done in the design stage. When a representative model of a built-up structure is needed for vibration analysis and control, the problem arises of finding the best values for model parameters. Parameters are generally measured and consist basically in geometric sizes and material properties. Although sometimes we may not be aware of the fact even these parameters are estimated because of statistical errors involved in the measurement procedures.

Some structure elements like mechanical joints are very difficult to characterize and often some more complicated measurement procedure involving the application of a known dynamic force and measurement of structure response displacement, velocity or acceleration are necessary [1].

The increasing interest in parameter estimation techniques arises from both the need for increased mechanical system performance and the availability of modern computer hardware and software facilities [2].

This paper presents some simple methods for structure parameter identification from measured frequency response functions by least-squares curve-fitting. Classical techniques for non-parametric model (modal analysis and "direct") parameter estimation are presented and some simple examples treated.

Classical techniques need N frequency response functions to be measured for an N degree-of-freedom system. In some applications, however, not all the points of the structure are accessible for measurement or excitation. A technique allowing the estimation of a limited number of system parameter of a parametric model from only one frequency response function is proposed. As an example this technique is used to estimate parameters of a one degree-of-freedom structure.

FREQUENCY RESPONSE OF A STRUCTURE

With the assumptions of linearity and internal damping proportional to stiffness, the dynamic behaviour of a structure may be represented by the well-known matrix equation [3]:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K+iD]\{x\} = \{f\} \qquad (1)$$

where $[M]$, $[K]$ and $[D]$ are the inertia, stiffness and damping matrices respectively, $\{x\}$ is the displacement vector and $\{f\}$ the force vector.

Transforming equation (1) to the frequency domain and using the properties of linear frequency transformation [4] we can obtain:

$$-\omega^2 [M]\{X\} + [K+iD]\{X\} = \{F\} \qquad (2)$$

where ω is frequency in rad/sec and capital letters denote variable in the frequency domain.

Using the properties of orthogonality of modal vectors, with $[\phi]$ being the modal matrix conveniently normalized, we can write [3]:

$$-\omega^2 [I]\{\eta\} + [\omega_n^2]\{\eta\} = [\phi]^T \{F\} \qquad (3)$$

where

$$\{X\} = [\phi]\{\eta\} .$$

$[I]$ is the identity matrix and ω_n^2 are the complex natural frequencies.

Equations (3) may be arranged to be expressed in frequency response terms:

$$\{X\} = [\phi]\left[\frac{1}{\omega^2-\omega_n^2}\right][\phi]^T \{F\} \qquad (4)$$

It is easy to show from equation (4) that the frequency response function between excitation applied to station j and displacement measured at station i is given by:

$$H_{ij}(\omega) = \frac{X_i}{F_j} = \sum_n \frac{\phi_i^n \phi_j^n}{\omega_n^2-\omega^2} \qquad (5)$$

where ϕ_i^n is the ith element of mode n. Equation (5) may then be written as:

$$H_{ij}(\omega) = \sum_n \frac{[\{\phi^n\}\{\phi^n\}^T]_{ij}}{\omega_n^2-\omega^2} \qquad (6)$$

It is clear from equation (6) that only one row or column of matrix $H(\omega)$ is needed for obtaining the whole matrix. This means that in order to identify the whole structure an excitation must be applied in any station and the response measured at all stations or vice-versa.

MODAL ANALYSIS

The general problem of curve-fitting measured FRF by equations (6) has been comprehensivily treated in reference [5]. As the purpose of this paper is to introduce parameter estimation techniques in a simple, easy-to-understand way, the modal analysis method will be formulated for only a one DOF system. Generalysing to N DOF systems is straightforward [5].

The one DOF dynamic system has an equation of motion that may be written as:

$$mx + (K+iD)x = f \qquad (7)$$

where the only frequency response function is given by:

$$H(\omega) = \frac{1/m}{\frac{K}{m} + \frac{iD}{m} - \omega^2} \qquad (8)$$

writting equation (8) in terms of equation (6) gives:

$$H(\omega) = \frac{\phi_n}{\omega_n^2 - \omega^2} \qquad (9)$$

where $R_e\left[\omega_n^2\right] = k/m$; $Im\left[\omega_n^2\right] = D/m$; $\phi_n = 1/m$

The difference between measured FRF $M(\omega_k)$ and model value $H(\omega_k)$ at frequency $\omega = \omega_\kappa = k\omega_o$ is given by:

$$e_k = \frac{\phi_n}{\omega_n^2 - \omega_k^2} - M_k \qquad (10)$$

where the subscritpt k denotes the value at frequency ω_k. In order to linearize the error function with respect to parameters ϕ_n and ω_n^2 we can writte:

$$e_k = w_k\left[\phi_n - (\omega_n^2 - \omega_k^2)\, M_k\right] \qquad (11)$$

where $w_k = (\omega_n^2 - \omega_\kappa^2)^{-1}$ is the weighting function that can be calculated from values of the previous iteration in an iterative process. The error function for least-squares estimation is:

$$E = \sum_k e_k^2 = \sum_k e_k^* e_k$$

and from equation (11) we have:

$$E = \sum_k |w_k|^2 \left\{\phi_n^2 - \phi_n\left[Re\left[\omega_n^2\right] + iIm\left[\omega_n^2\right] - \omega_k^2\right] M_k - \phi_n\left[Re\left[\omega_n^2\right] - iIm\left[\omega_n^2\right] - \omega_k^2\right] M_k^* + |M_k|^2 \left[\left[Re\left[\omega_n^2\right] - \omega_k^2\right]^2 + \left[Im\left[\omega_n^2\right]\right]^2\right]\right\} \qquad (12)$$

where * denotes the complex conjugated. The parameters that minimize the error function are obtained by solving the linear system of algebraic equations:

$$\frac{\partial E}{\partial Re\left[\omega_n^2\right]} = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial Im\left[\omega^2\right]} = 0 \qquad (13)$$

$$\frac{\partial E}{\partial \phi_n} = 0$$

equations (13) can be put in the matrix form: $[A]\{\phi\} = \{b\}$ where:

$$A = \begin{bmatrix} \sum_k |w_k|^2 |M_k|^2 & 0 & \sum_k |w_k|^2 Re[M_k] \\ 0 & \sum_k |w_k|^2 |M_k|^2 & \sum_k |w_k|^2 Im[M_k] \\ -\sum_k |w_k|^2 Re[M_k] & \sum_k |w_k|^2 Im[M_k] & \sum_k |w_k|^2 \end{bmatrix} \qquad (14)$$

$$\{\phi\} = \begin{Bmatrix} Re\left[\omega_n^2\right] \\ Im\left[\omega_n^2\right] \\ \phi_n \end{Bmatrix} \quad ; \quad \{b\} = \begin{Bmatrix} \sum_k |w_k|^2 |M_k|^2 \omega_k^2 \\ 0 \\ -\sum_k |w_k|^2 Re[M_k] \omega_k^2 \end{Bmatrix}$$

The estimated parameters are given by equation A.7:

$$\{\hat{\phi}\} = \left[[A]^T [A]\right]^{-1} [A]^T \{b\} \qquad (15)$$

Using a microcomputer the equations above were solved. Equation (8) was used to generate "Measured" FRF. Table 1 shows the results obtained.

Table 1. Estimation by Modal Analysis with 50 points in frequency and 10 rad/sec. increment.

parameter / iteration	K	M	D
Initial values	5,000.	5.	30.
1st Iteration	10,000.000	10.0000	20.0000
Theoretical values	10,000.	10.	20.

DIRECT PARAMETER ESTIMATION

Equation (2) may be used directly to formulate the estimation problem:

$$\left[-\omega_k^2 \{X_k\}^T \;\vdots\; \{X_k\}^T \;\vdots\; i\{X_k\}^T\right] \begin{bmatrix}[M] \\ [K] \\ [D]\end{bmatrix} = \left[\{F_k\}^T\right] \qquad (16)$$

where X_k denotes $X(\omega_k)$ and F_k denotes $F(\omega_k)$. Equation (16) corresponds to N standard identification problems like the one shown in the Appendix. Formulating for an excitation at one station ℓ and response measurement at all stations:

$$\left[-\omega_k^2 \{X_k\}^T \;\vdots\; \{X_k\}^T \;\vdots\; i\{X_k\}^T\right] \begin{Bmatrix}\{M_{ij}\} \\ \{K_{ij}\} \\ \{D_{ij}\}\end{Bmatrix} = \{F_{jk}\} \qquad (17)$$

where $F_{jk}=0$ if $j \neq \ell$. For $j=\ell$ the problem can be solved by equation A.7. For $j \neq \ell$ the equation is homogenous and one collumn of the matrix containing response variables must be passed to the right hand of equation (17) so that it can be solved. [M], [k], and [D] matrices are generally symetric and so there are only $N(N+1)/2$ elements to estimate for each one.

As an example, let us apply the method to the one DOF system of equation (7):

$$\left[-\omega_k^2 X_k \;\vdots\; X_k \;\vdots\; iX_k\right] \begin{Bmatrix} m \\ k \\ D \end{Bmatrix} = \{F_k\} \qquad (18)$$

Matrices in equation (18) are complex but in order to solve the problem in BASIC language where the complex statement is not available, we can take:

$$F_k = F_o \quad ; \quad k = 1,N \qquad (19)$$

a pseudo random periodic signal with real constant spectrum. The problem can then be decoupled:

$$\begin{bmatrix} -\omega_k^2 \, Re[X_k] & Re[X_k] & -Im[X_k] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} m \\ k \\ D \end{Bmatrix} = Re[F_k] \qquad (20)$$

$$\begin{bmatrix} -\omega_k^2 \, Im[X_k] & Im[X_k] & Re[X_k] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} m \\ k \\ D \end{Bmatrix} = Im[F_k]=0 \qquad (21)$$

The estimation can be done using only equation (20). The measured response may be generated from:

$$Re[X_k] = \frac{F_o(k-m\omega^2)}{T} \qquad (22)$$

$$Im[X_k] = \frac{-F_o D}{T} \qquad (23)$$

where $T = \sqrt{(k-m\omega^2)^2 + D^2}$

Results of estimated parameters are shown in Table 2.

Table 2. Estimation by the direct method with 50 points in frequency and 10 rad/sec. increment

parameter / iteration	k	m	D
Initial values *	–	–	–
Estimated values*	10,000.0000	10.000	20.0002
Theoretical values	10,000.	10.	20.

* This method is not iterative.

THE PROPOSED METHOD

As it was shown in the previous example, working in the frequency domain with complex quantities means decoupling the identification problem in two. This redundancy is apparent in the fact that structure parameters can be estimated from the curve-fitting of only the module of the frequency response curve. For simplicity, the proposed method will be formulated using only the module of the FRF.

Any measured FRF is a function of all structure parameters and may be more or less sensitive to changes of each parameter. So it should be possible to estimated any system parameter from any measured FRF, provided it is enough sensitive to produce a good estimation.

The number of parameters that can be estimated is limited and depends on the number of natural frequencies of the structure in the observed frequency range. To each complex natural frequency correspond a complex residue, totalising four parameters per natural frequency that describe uniquely the FRF. The identifiability of a given set of structure parameters is thus dependent upon the number of parameters to be estimated and the sensitivity of the measured FRF to them.

A given FRF may be written as:

$$H(\omega, \alpha_i) \quad ; \quad i = 1,p \qquad (24)$$

where p is the number of parameters α_i to be estimated. Linearising H with respect to the parameters by Taylor's expansion gives:

$$H(\omega_k, \alpha_i) = H(\omega_k, \alpha_i^o) + \sum_i \frac{\partial H_k}{\partial \alpha_i}\bigg|_{\alpha_i=\alpha_i^o} (\alpha_i - \alpha_i^o) \qquad (25)$$

The error function to be minimized is:

$$E = \sum_k e_k^2 = \sum_k \left[M(\omega_k) - H(\omega_k, \alpha_i) \right]^2 \qquad (26)$$

where $M(\omega_k)$ is the measured FRF. Minimizing E leads to the system of linear algebraic equations:

$$\frac{\partial E}{\partial \alpha_i} = 0 \quad ; \quad i = 1,p \qquad (27)$$

Equations (27) may be arranged to give:

$$[A]\{\alpha\} = [A]\{\alpha^o\} + \{b\} \qquad (28)$$

where:

$$A_{ij} = \sum_k \frac{\partial H_k}{\partial \alpha_i} \frac{\partial H_k}{\partial \alpha_j}$$

$$b_i = \sum_k (M_k - H_k^o) \frac{\partial H_k}{\partial \alpha_i}$$

$$H_k = H(\omega_k, \alpha_i)$$

$$H_k^o = H(\omega_n, \alpha_i^o)$$

Equation (28) is used in an iterative process where the parameter vector of iteration t, $\{\alpha\}_t$ is calculated from:

$$\{\alpha\}_t = \{\alpha\}_{t-1} + [A]^{-1}\{b\} \qquad (29)$$

It is easy to show that this is equivalent to ghe Gauss-Newton method of error minimization [6]. This method does not always present convergence and the choice of the initial values must be carefull.

Derivatives in equation (28) may be calculated by numerical methods from FRF values at neighbour points. As an example, the same one DOF system was identified. Derivatives were calculated by a forward Newton-Gregory formula [7]:

$$\frac{\partial H_k}{\partial \alpha_\ell}\bigg|_{\alpha_\ell=\alpha_\ell^o} \cong \frac{1}{\Delta\alpha_\ell}\left[-\frac{3}{2} H_k(\alpha_\ell^o) + 2H_k(\alpha_\ell^o + \Delta\alpha_\ell) - \frac{1}{2} H_k(\alpha_\ell^o + 2\Delta\alpha_\ell) \right] \qquad (30)$$

Using equation (29) and equation (8) to generate "measured" FRF the results obtained are presented in Table 3.

Table 3. Estimation by the proposed method with 50 points in frequency and 10 rad/sec.increment

parameter / iteration	K	m	D
Initial values	5,000.	5.	30.
1st iteration	7,500.1859	7.5004	38.3815
2nd iteration	9,375.2412	9.3757	35.6151
3rd iteration	9,960.9081	9.9609	25.7546
4th iteration	9,999.8499	9.9999	20.6869
5th iteration	9,999.9998	10.000	20.0113
Theoretical values	10,000.	10.	20.

DISCUSSION

The proposed method is very powerfull as it permits estimating a limited set of actual parameters of complex structures. These parameters may be of any kind like sizes, dynamic coefficients, mass distribuition, etc. Finite Element or any other structure modelling method may be used to calculated the frequency response function for a given frequency and a given set of parameter values. This is possible because there is no need for an analytical formulation of the system's equations of motion.

The usual practice of adjusting mathematical models to measured responses is an exhaustive search process. The proposed method do not replace experts in this job but is instead a tool to help them to do it more quickly and efficiently. The problems of choosing the good response function to be measured, the best measurement procedures, the broad-frequency excitation type and the initial parameter values are still quite dependent upon the skill of the expert.

CONCLUSION

Two classical frequency domain structure parameter estimation techniques were presented in a comprehensible, simple way. These methods need N frequency response functions to be measured in order to identify an N degree-of-freedom structure. A third alternative method that allows estimating a limited number of structure parameter from only one FRF was presented. As an example, the parameters of a one DOF system were estimated using the three methods.

REFERENCES

[1] Ewins, D.J. "Measurement and Application of Mechanical Impedance Data". Part 1: "Introduction and Ground Rules. Journal of the Soc. of Environamental Engs. Dec. 1975. pp. 3-12.

[2] Natke, H.G. (editor) "Identification of Vibrating Structures" CISM Courses and Lectures no. 272. Springer-Verlag (1982).

[3] Meirovitch, L. "Elements of Vibration Analysis" Mc.Graw-Hill (1975)

[4] Papoulis,A. "Signal Analysis" Mc.Graw-Hill (1977)

[5] Coyder, H.G.D. "Methods and Application of Structural Modelling from Measured Structural Frequency Response Data". Journal of Sound and Vibration 68(2)(1980), pp.209-230.

[6] Eykoff, P. "System Identification - Parameter and State Estimation". John Wiley & Sons (1974).

[7] Wylie, C.R. "Advanced Engineering Mathematics" 4th edition. Mc.Graw-Hill (1975) pp. 125.

APPENDIX

The generalized inverse least-squares problem may be stated in matrix notation as follows:

$$\{b\}_t = [A]\{\Phi\} \qquad (A.1)$$

where b_t are theoretical values and Φ the parameter vector. The measured value of b can be written as:

$$\{b\} = [A]\{\Phi\} + \{z\} \qquad (A.2)$$

We take the sum of the squares of the differences between theoretical and measured values as the error function E:

$$E = \sum_i z_i^2 = \{z\}^H \{z\} \qquad (A.3)$$

where H denotes the transpose conjugate. The best estimation gives the minimum E, so that:

$$\frac{\partial E}{\partial \phi_i} = 0 \qquad (A.4)$$

Replacing (A.3) into (A.4) gives:

$$E = \{b\}^H\{b\} - \{b\}^H[A]\{\phi\} - \{\phi\}^H[A]^H\{b\} + \{\phi\}^H[A]^H[A]\{\phi\} \qquad (A.5)$$

Deriving with respect to ϕ gives:

$$\frac{\partial E}{\partial \{\phi\}} = -2[A]^H b - 2[A]^H[A]\hat{\phi} = \{0\} \qquad (A.6)$$

where $\{b\}^H[A]\{\phi\} = \{\phi\}^H[A]^H\{b\}$ because this is a real scalar. Equation (A.6) may be arranged to give the familiar generealized inverse least-squares solution:

$$\{\hat{\phi}\} = \left[[A]^H [A]\right]^{-1}[A]^H\{b\} \qquad (A.7)$$

which gives the least-squares estimators $\{\hat{\phi}\}$ of parameters $\{\phi\}$.

UM ESTUDO DE VIBRAÇÕES LIVRES DE CASCAS ESFÉRICAS USANDO UM ELEMENTO FINITO MISTO

ELISEU LUCENA NETO
WOLF ALTMAN
IEAE/IEA/ITA — SP

SUMÁRIO

Um funcional de Hellinger-Reissner modificado é apresentado para cascas esféricas finas. Uma formulação mista de elementos finitos é desenvolvida a partir deste funcional. A condição de continuidade C^0 do funcional é satisfeita assumindo polinômios bilineares para as variáveis de campo. O elemento quadrilateral curvilíneo obtido é aplicado a problemas de vibrações livres de cascas esféricas. Em todos os resultados desta análise, obteve-se uma precisão muito boa.

1. INTRODUÇÃO

Uma dificuldade básica na aplicação dos princípios variacionais [1] ao método dos elementos finitos é a de satisfazer a continuidade das variáveis de campo nas interfaces dos elementos bem como a de suas derivadas até uma ordem inferior a mais alta ordem apresentada no funcional. Assim, um funcional que apresenta apenas derivadas de baixa ordem tem como grande vantagem sobre os demais o fato de as funções de interpolação poderem ser mais simples.

Baseado nesta idéia, Herrmann [2,3] estudou problemas de flexão de placas através de uma formulação mista de elementos finitos derivada de um funcional de Hellinger-Reissner [4,5]. Uma extensão dessa formulação à análise de cascas foi feita pelo próprio Herrmann e Campbell [6] e por Prato [7].

Vários outros trabalhos sobre a formulação mista surgiram subseqüentemente. Merecendo, ainda, ser incluído entre os primeiros, o de Cook [8] aplicado ao problema de estabilidade e de vibrações livres de placas.

Prager [9] estabeleceu os fundamentos teóricos da formulação mista de elementos finitos para placas usando princípios variacionais com as condições de continuidade relaxadas nas interfaces dos elementos.

Baseado no trabalho de Prager, apresentamos um funcional de Hellinger-Reissner para cascas esféricas onde a condição de continuidade da rotação normal é relaxada. A condição de continuidade C^0 do funcional é satisfeita assumindo polinômios bilineares para as variáveis de campo. O uso de funções de interpolação simples confere à formulação desenvolvida uma vantagem sobre o método dos deslocamentos que é a simplicidade algébrica na obtenção da matriz do elemento. O elemento quadrilateral curvilíneo obtido é aplicado a problemas de vibrações livres de cascas esféricas. Dois exemplos são apresentados : (i) uma casca hemisférica engastada e (ii) um painel esférico com uma borda engastada e as demais livres.

2. FUNCIONAL

Suponha que a superfície média S_m de uma casca esférica seja dividida em N elementos $S_1, S_2, \ldots, S_N$ por uma malha de paralelos e meridianos. Considerando a casca como uma combinação desses elementos e usando a notação da Fig. 1, o funcional de Hellinger-Reissner π para a casca, com a condição de continuidade da rotação normal β_n relaxada, toma a forma :

$$\pi = -\iint_{S_m} \frac{1}{2Eh}\left[N_\theta^2+N_\phi^2+2(1+\nu)N_{\theta\phi}^2-2\nu N_\theta N_\phi\right]a^2\,\mathrm{sen}\phi\,d\theta d\phi$$

$$-\iint_{S_m} \frac{6}{Eh^3}\left[M_\theta^2+M_\phi^2+2(1+\nu)M_{\theta\phi}^2-2\nu M_\theta M_\phi\right]a^2\,\mathrm{sen}\phi\,d\theta d\phi$$

$$+\iint_{S_m}\left\{N_\theta\left[\frac{1}{\mathrm{sen}\phi}\left(\frac{\partial u}{\partial\theta}+v\cos\phi\right)-w\right]\frac{1}{a}+N_\phi\left(\frac{\partial v}{\partial\phi}-w\right)\frac{1}{a}\right.$$

$$\left.+N_{\theta\phi}\left(\frac{\partial v}{\partial\phi}+\frac{\partial u}{\partial\phi}\mathrm{sen}\phi-u\cos\phi\right)\frac{1}{a\,\mathrm{sen}\phi}\right\}a^2\,\mathrm{sen}\phi\,d\theta d\phi$$

$$-\iint_{S_m}\left\{M_\theta\left[\frac{\partial u}{\partial\theta}+\frac{1}{\mathrm{sen}\phi}\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}+\left(v+\frac{\partial w}{\partial\phi}\right)\cos\phi\right]\frac{1}{a^2\,\mathrm{sen}\phi}+M_\phi\left(\frac{\partial v}{\partial\phi}+\frac{\partial^2 w}{\partial\phi^2}\right)\frac{1}{a^2}\right.$$

$$\left.+M_{\theta\phi}\left(\frac{\partial v}{\partial\theta}+\frac{\partial^2 w}{\partial\theta\partial\phi}+\frac{\partial u}{\partial\phi}\mathrm{sen}\phi-u\cos\phi-\frac{\partial w}{\partial\theta}\mathrm{cotg}\phi\right)\frac{2}{a^2\,\mathrm{sen}\phi}\right\}a^2\,\mathrm{sen}\phi\,d\theta d\phi$$

$$-\iint_{S_m}\frac{\rho\omega^2 h}{2}(u^2+v^2+w^2)\,a^2\,\mathrm{sen}\phi\,d\theta d\phi$$

$$-\iint_{S_m}(q_\theta u+q_\phi v+q_w w)\,a^2\,\mathrm{sen}\phi\,d\theta d\phi$$

$$-\Sigma\int_{\beta_n} M_n\beta_n\,d\sigma$$

$$-\int_{C_\sigma}(\bar{N}_n\Delta_n+\bar{T}_{nt}\Delta_t-\bar{M}_n\beta_n+\bar{V}_n w)\,dC+\bar{M}_{nt}w\Big|_{C_\sigma}$$

$$-\int_{C_\Delta}\left[N_n(\Delta_n-\bar{\Delta}_n)+T_{nt}(\Delta_t-\bar{\Delta}_t)-M_n(\beta_n-\bar{\beta}_n)+V_n(w-\bar{w})\right]dC$$

$$+M_{nt}(w-\bar{w})\Big|_{C_\Delta}, \qquad (1)$$

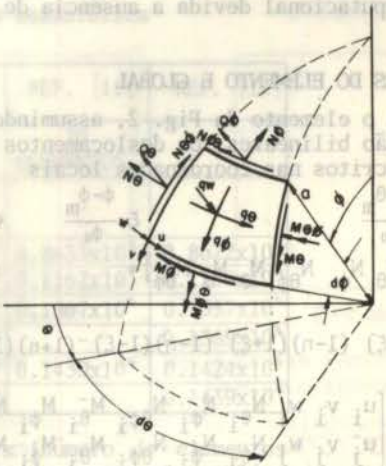


Figura 1. Esforços, deslocamentos e carregamentos

onde E é o módulo de Young: ν o coeficiente de Poisson; h a espessura da casca e ρ a massa específica. Na borda n, Δ_n e Δ_t são os deslocamentos normal e tangencial, res

pectivamente; N_n o esforço de membrana normal; M_n e M_{nt} os momentos fletor e torçor por unidade de comprimento e T_{nt} e V_n os esforços de cisalhamento efetivo. C_σ e C_Δ são, respectivamente, os contornos da casca onde os esforços e os deslocamentos e/ou rotações são prescritos, cujas quantidades estão indicadas pelos seus símbolos com uma barra. A notação $(\,)|_{C_\gamma}$ ($\gamma=\sigma,\Delta$) indica que a diferença dos valores nas extremidades de C_γ é tomada e $\Sigma\int_{\beta_n} M_{n\beta_n}$ do é a integral de M_{β_n} nas interfaces dos elementos onde a rotação β_n é descontínua.

No funcional (1), desprezou-se os efeitos de deformação de cisalhamento transversal e de inércia à rotação e assumiu-se um movimento harmônico com freqüência natural ω. Integrando por partes os termos :

$$\iint_{S_m} M_\theta \frac{\partial}{\partial\theta}(u+\frac{1}{\operatorname{sen}\phi}\frac{\partial w}{\partial\theta})\,d\theta d\phi \quad \text{e} \quad \iint_{S_m} M_\phi \frac{\partial}{\partial\phi}(v+\frac{\partial w}{\partial\phi})\operatorname{sen}\phi\, d\theta d\phi$$

e considerando as condições de contorno de bordas livres, simplesmente apoiadas e engastadas, o funcional (1) reduz a :

$$\pi=-\iint_{S_m}\frac{1}{2Eh}[N_\theta^2+N_\phi^2+2(1+\nu)N_{\theta\phi}^2-2\nu N_\theta N_\phi]\,a^2\operatorname{sen}\phi\,d\theta d\phi$$

$$-\iint_{S_m}\frac{6}{Eh}[M_\theta^2+M_\phi^2+2(1+\nu)M_{\theta\phi}^2-2\nu M_\theta M_\phi]\,a^2\operatorname{sen}\phi\,d\theta d\phi$$

$$-\iint_{S_m}\left\{N_\theta[\frac{1}{\operatorname{sen}\phi}(\frac{\partial u}{\partial\theta}+v\cos\phi)-w]\frac{1}{a}+N_\phi(\frac{\partial v}{\partial\phi}-w)\frac{1}{a}\right.$$

$$\left.+N_{\theta\phi}(\frac{\partial v}{\partial\theta}+\frac{\partial u}{\partial\phi}\operatorname{sen}\phi-u\cos\phi)\frac{1}{a\operatorname{sen}\phi}\right\}a^2\operatorname{sen}\phi\,d\theta d\phi$$

$$-\iint_{S_m}[M_\theta(v+\frac{\partial w}{\partial\phi})\frac{\cos\phi}{a^2\operatorname{sen}\phi}-\frac{\partial M_\theta}{\partial\theta}(u+\frac{1}{\operatorname{sen}\phi}\frac{\partial w}{\partial\theta})\frac{1}{a^2\operatorname{sen}\phi}$$

$$-M_\phi(v+\frac{\partial w}{\partial\phi})\frac{\cos\phi}{a^2\operatorname{sen}\phi}-\frac{\partial M_\phi}{\partial\phi}(v+\frac{\partial w}{\partial\phi})\frac{1}{a^2}$$

$$+M_{\theta\phi}(\frac{\partial v}{\partial\theta}+\frac{\partial^2 w}{\partial\theta\partial\phi}+\frac{\partial u}{\partial\phi}\operatorname{sen}\phi-u\cos\phi-\frac{\partial w}{\partial\theta}\operatorname{cotg}\phi)\frac{2}{a^2\operatorname{sen}\phi}]\,a^2\operatorname{sen}\phi\,d\theta d\phi$$

$$-\iint_{S_m}\frac{\rho\omega^2 h}{2}(u^2+v^2+w^2)\,a^2\operatorname{sen}\phi\,d\theta d\phi. \qquad (2)$$

As simplificações ocorridas são devidas as seguintes considerações :

(i) O termo $M_{nt}(w-\bar{w})|_{C_\Delta}$ e as integrais em C_Δ e C_σ desaparecem porque os campos assumidos satisfazem as condições de contorno de bordas livres, simplesmente apoiadas e engastadas.

(ii) O termo $\bar{M}_{n_t} w|_{C_\sigma}$ e a integral $\iint_{S_m}(q_\theta u+q_\phi v+q_w w)a^2\operatorname{sen}\phi\,d\theta d\phi$ são omitidos por se tratar de um problema de vibração livre.

Uma vantagem apresentada pelo funcional (2) é a simplicidade computacional devida a ausência de integrais de linha.

3. MATRIZES DO ELEMENTO E GLOBAL

Para o elemento da Fig. 2, assumindo funções de interpolação bilineares, os deslocamentos e esforços podem ser escritos nas coordenadas locais

$$\eta=\frac{\theta-\theta_m}{\theta_0} \quad \text{e} \quad \xi=\frac{\phi-\phi_m}{\phi_0} \quad \text{como}$$

$$[u\ v\ w\ N_\theta\ N_\phi\ N_{\theta\phi}\ M_\theta\ M_\phi\ M_{\theta\phi}]=$$

$$\frac{1}{4}[(1+\eta)(1+\xi)\ \ (1-\eta)(1+\xi)\ \ (1-\eta)(1-\xi)\ \ (1+\eta)(1-\xi)][C], \qquad (3)$$

onde

$$[C]=\begin{bmatrix} u_i & v_i & w_i & N_{\theta_i} & N_{\phi_i} & N_{\theta\phi_i} & M_{\theta_i} & M_{\phi_i} & M_{\theta\phi_i}\\ u_j & v_j & w_j & N_{\theta_j} & N_{\phi_j} & N_{\theta\phi_j} & M_{\theta_j} & M_{\phi_j} & M_{\theta\phi_j}\\ u_k & v_k & w_k & N_{\theta_k} & N_{\phi_k} & N_{\theta\phi_k} & M_{\theta_k} & M_{\phi_k} & M_{\theta\phi_k}\\ u_\ell & v_\ell & w_\ell & N_{\theta_\ell} & N_{\phi_\ell} & N_{\theta\phi_\ell} & M_{\theta_\ell} & M_{\phi_\ell} & M_{\theta\phi_\ell}\end{bmatrix} \qquad (4)$$

é a matriz dos valores nodais das variáveis.

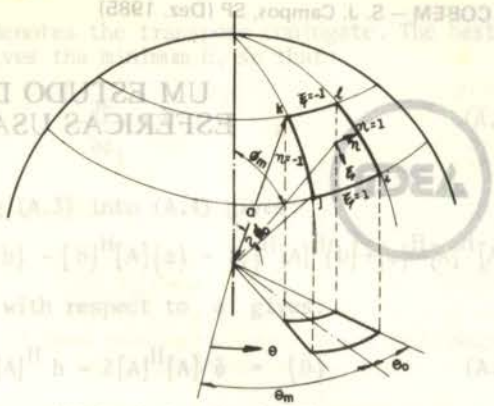


Figura 2. Geometria do elemento de casca esférica e coordenadas locais

Designando por π_i^e o funcional para um elemento i, o funcional π para a casca pode ser escrito na forma :

$$\pi=\sum_{i=1}^{N}\pi_i^e. \qquad (5)$$

As equações do problema são estabelecidas da condição :

$$\delta\pi=\sum_{i=1}^{N}\delta\pi_i^e=0. \qquad (6)$$

Substituindo a eq. (3) no funcional (2) e fazendo a variação do funcional do elemento com relação aos valores nodais dados na eq. (4), a seguinte equação matricial para o elemento i é obtida :

$$\delta\pi_i^e=[\{\delta r\}^T\{\delta f\}^T]\left(\begin{bmatrix}[0] & [g_{12}]\\ [g_{12}]^T & [g_{22}]\end{bmatrix}-\omega^2\begin{bmatrix}[m_{11}] & [0]\\ [0] & [0]\end{bmatrix}\right)\begin{Bmatrix}\{r\}\\ \{f\}\end{Bmatrix}, \qquad (7)$$

onde $\{r\}=[u_i,u_j,u_k,u_\ell,v_i,\ldots,w_i,\ldots]^T$,

$$\{f\}=[N_{\theta_i},\ldots,N_{\phi_i},\ldots,N_{\theta\phi_i},\ldots,M_{\theta_i},\ldots,M_{\phi_i},\ldots,M_{\theta\phi_i},\ldots]^T$$

e as matrizes $[g_{12}]$, $[g_{22}]$ e $[m_{11}]$, por limitação de espaço, são dadas na Ref. [10].

Das eqs. (6) e (7), utilizando o processo de acumulação e espalhamento e aplicando as condições de contorno, obtemos o seguinte problema de autovalor para a casca :

$$\left(\begin{bmatrix}[0] & [G_{12}]\\ [G_{12}]^T & [G_{22}]\end{bmatrix}-\omega^2\begin{bmatrix}[M_{11}] & [0]\\ [0] & [0]\end{bmatrix}\right)\begin{Bmatrix}\{R\}\\ \{F\}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\{0\}\\ \{0\}\end{Bmatrix}. \qquad (8)$$

Eliminando $\{F\}$ da Eq. (8), resulta :

$$([H]-\omega^2[M_{11}])\{R\}=\{0\}, \qquad (9)$$

onde

$$[H]=[G_{12}][G_{22}]^{-1}[G_{12}]^T$$

e $[G]$, $[M]$, $\{R\}$ e $\{F\}$ são as matrizes e os vetores globais.

4. APLICAÇÕES NUMÉRICAS

Dois exemplos são apresentados nesta secção e os resultados obtidos são comparados a resultados de soluções numéricas ou de outras formulações de elementos finitos.

O primeiro exemplo é uma casca hemisférica engastada, como mostrada na Fig. 3. Os resultados para as seis primeiras freqüências naturais e formas modais correspondentes são apresentados na Tabela 1 e Fig. 4, respectivamente. A Ref. [11] utiliza um elemento axi-simétrico de casca esférica onde os deslocamentos u, v e w e as rotações β_θ e β_ϕ são interpolados na direção meridional por polinômios cúbicos e na direção circunferencial por séries de Fourier; os efeitos da deformação de cisalhamento transversal e da inércia à rotação foram considerados no problema de autovalor. A Ref. [12] utiliza o método de Holzer para a análise de vibrações livres de cascas esféricas. Os resultados da presente aná-

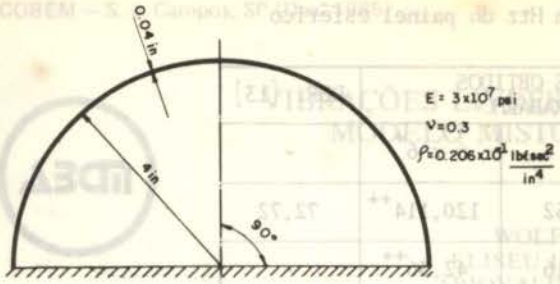


Figura 3. Casca hemisférica engastada

lise são obtidos considerando os termos de inércia tangencial. A dupla simetria permitiu que apenas um quarto da casca fosse discretizado.

O segundo exemplo é o painel esférico da Fig. 5, com uma borda engastada e as demais livres. As freqüências naturais foram calculadas (i) considerando a inércia tangencial e (ii) desprezando-a. Os resultados são apresentados na Tabela 2 para as seis primeiras freqüências naturais e na Fig. 6 para as formas modais correspondentes. Na Ref. [13], onde a inércia tangencial é considerada, as freqüências naturais são obtidas utilizando o método de Ritz combinado com o princípio da energia potencial estacionária para cascas achatadas; polinômios algébricos satisfazendo as condições de borda engastada são utilizados como funções admissíveis para os deslocamentos u, v e w. A geometria do painel da Ref. [13], cuja projeção é retangular, não permite um modelamento exato utilizando o elemento, aqui, desenvolvido. Devido à simetria, apenas metade do painel foi considerado. Pode ser observado na Tabela 2 que os modos predominantemente de flexão podem ser obtidos desprezando os termos de inércia tangencial. Isto reduz, consideravelmente, o esforço computacional. Quanto mais achatado for o painel, menores são os erros introduzidos por desprezar esta inércia [14].

Em todos os resultados apresentados, pode-se observar que o elemento desenvolvido fornece uma boa precisão.

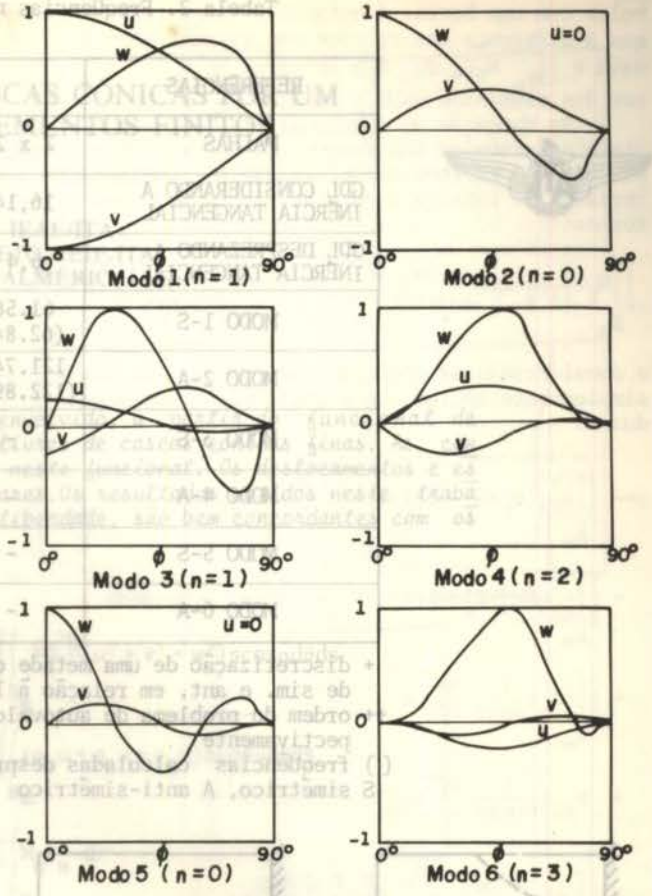


Figura 4. Casca hemisférica engastada
Formas modais

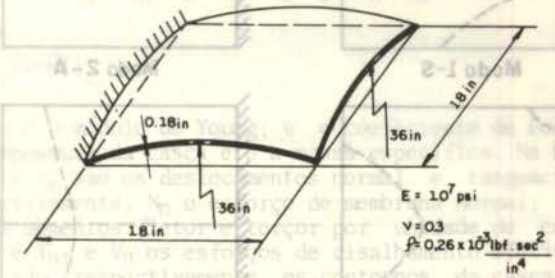


Figura 5. Painel esférico com uma borda engastada

REFERÊNCIAS

[1] WASHIZU, K., Variational Methods in Elasticity and Plasticity, Pergamon Press, Oxford (1975).

[2] HERRMANN, L.R., "A Bending Analysis for Plates", 1st Conf. Matrix Methods in Structural Mechanics, Wright-Patterson Air Force Base, Dayton, Ohio (1965), p. 577-602.

[3] HERRMANN, L.R., "Finite-Element Bending Analysis for Plates", J. Engng. Mech. Div., ASCE, V. 93 (1967), p. 13-26.

[4] HELLINGER, E., "Der Allgemeine Ausatz der Mechanik der Kontinua", Encyclopädie der Mathematischen

Tabela 1. Freqüências naturais em Htz da casca hemisférica

REFERÊNCIAS	RESULTADOS OBTIDOS NESTE TRABALHO			REF. [11]	REF. [12]
MALHAS	2 x 4	4 x 4	4 x 8 +	10 ELEMENTOS	-
GDL CONSIDERANDO A INÉRCIA TANGENCIAL	28,24	52,48	104,96 ++	-	-
MODO 1 (n=1)	0.8772×10^{3}	0.8753×10^{3}	0.8601×10^{3}	0.8633×10^{3}	0.8622×10^{3}
MODO 2 (n=0)	0.1187×10^{4}	0.1187×10^{4}	0.1154×10^{4}	0.1162×10^{4}	0.1156×10^{4}
MODO 3 (n=1)	0.1380×10^{4}	0.1380×10^{4}	0.1355×10^{4}	0.1367×10^{4}	0.1357×10^{4}
MODO 4 (n=2)	-	0.1378×10^{4}	0.1369×10^{4}	-	0.1369×10^{4}
MODO 5 (n=0)	-	0.1471×10^{4}	0.1425×10^{4}	0.1439×10^{4}	0.1424×10^{4}
MODO 6 (n=3)	-	0.1459×10^{4}	0.1439×10^{4}	-	0.1439×10^{4}

\+ (número de elementos na direção circunferencial) x (número de elementos na direção meridional). Discretização de um quarto da casca pela aplicação das condições de sim. e ant.

++ ordem do problema de autovalor final para os casos sim-sim e sim-ant, respectivamente (GDL → graus de liberdade ativos)

n número de ondas circunferenciais

Tabela 2. Freqüências naturais em Htz do painel esférico

REFERÊNCIAS	RESULTADOS OBTIDOS NESTE TRABALHO			REF. [13]
MALHAS	2 x 2	4 x 4	6 x 6 +	-
GDL CONSIDERANDO A INÉRCIA TANGENCIAL	16,14	56,52	120,114 ++	72,72
GDL DESPREZANDO A INÉRCIA TANGENCIAL	6,4	20,16	42,36 ++	-
MODO 1-S	61.58 (62.84)	48.74 (49.76)	47.89 (48.89)	47.40
MODO 2-A	121.74 (122.89)	56.52 (57.89)	51.59 (52.82)	51.32
MODO 3-S	-	166.68 (169.81)	160.50 (163.47)	159.92
MODO 4-A	-	181.17 (192.33)	176.21 (186.73)	178.40
MODO 5-S	-	275.75 (281.30)	260.77 (265.87)	258.37
MODO 6-A	-	396.17 (407.76)	382.45 (393.20)	379.15

+ discretização de uma metade do painel pela aplicação das condições de sim. e ant. em relação à linha central
++ ordem do problema de autovalor final para os casos sim. e ant., respectivamente
( ) freqüências calculadas desprezando a inércia tangencial
S simétrico, A anti-simétrico

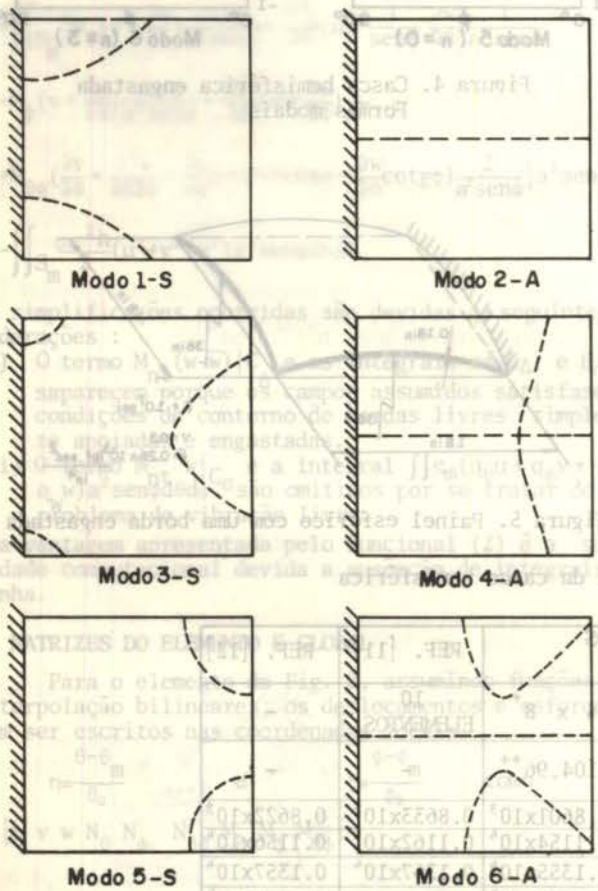


Figura 6. Painel esférico com uma borda engastada
Formas modais

Wissenschaften, V.4 (1914), p.609-694.
[5] REISSNER,E.,"On a Variational Theorem in Elasticity", J. Math. Phys., V.29 (1950), p.90-95.
[6] HERRMANN, L.R. and CAMPBELL, D.M., "A Finite-Element Analysis for Thin Shells", AIAA Journal, V.6 (1968), p.1842-1847.
[7] PRATO, C.A., "Shell Finite Element Method via Reissner's Principle", Int. J.Solids Struct.,V.5 (1969), p.1119-1132.
[8] COOK, R.D., "Eigenvalue Problems with a Mixed Plate Element", AIAA Journal, V.7 (1969), p.982-983.
[9] PRAGER, W., "Variational Principles for Elastic Plates with Relaxed Continuity Requirements", Int. J. Solids Struct., V.4 (1968), p.837-844.
[10] LUCENA NETO, E., "Análise de Vibrações Livres de Cascas Esféricas Baseada na Formulação Mista de Elementos Finitos", Tese de Mestrado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP (1984).
[11] SEN, S.K. and GOULD, P.L., "Free Vibration of Shells of Revolution Using FEM", J. Engng. Mech. Div., ASCE, V.100 (1974), p.283-303.
[12] ZARGHAMEE, M.S. and ROBINSON, A.R., "A Numerical Method for Analysis of Free Vibration of Spherical Shells", AIAA Journal, V.5 (1967), p.1256-1261.
[13] LEISSA, A.W., LEE, J.K. and WANG, A.J.,"Vibrations of Cantilevered Doubly-Curved Shallow Shells", Int. J. Solids Struct., V.19 (1983), p.411-424.
[14] LEISSA, A.W., LEE, J.K. and WANG, A.J.,"Vibrations of Cantilevered Shallow Cylindrical Shells of Rectangular Planform", J. Sound Vib., V.78(1981), p.311-328.

SUMMARY

A modified Hellinger-Reissner functional for thin spherical shells is presented. A mixed finite element formulation is developed from this functional. The C^0 continuity requirements of the functional is satisfied by assuming bilinear trial polynomials for all field variables. The quadrilateral curved element here obtained is applied to problems of free vibration of spherical shells. In all the results of this analysis the accuracy is quite good.

VIBRAÇÕES LIVRES DE CASCAS CÔNICAS POR UM MODELO MISTO DE ELEMENTOS FINITOS

WOLF ALTMAN, IEAE/ITA
ELISEU LUCENA NETO, IEIE/ITA
ARIOVALDO FELIX PALMÉRIO, IAE

SUMÁRIO

Um elemento finito misto compatível é desenvolvido, a partir do funcional de Hellinger - Reissner, para análise de vibrações livres de cascas cônicas finas. As condições de continuidade relaxadas estão contidas neste funcional. Os deslocamentos e esforços são interpolados por polinômios bilineares. Os resultados obtidos neste trabalho, mesmo para um número reduzido de graus de liberdade, são bem concordantes com os de outras formulações de elementos finitos.

1. INTRODUÇÃO

O estudo da formulação mista de elementos finitos, baseado no princípio variacional de Hellinger - Reissner [1-3], começou com os trabalhos de Herrmann [4,5] aplicado à análise estática de placas. Uma extensão dessa formulação à análise de vibrações livres e de estabilidade de placas foi feita por Cook [6]. Prager [7] estabeleceu os fundamentos teóricos da formulação mista de elementos finitos para placas utilizando princípios variacionais com as condições de continuidade relaxadas nas interfaces dos elementos.

Neste artigo, utilizando as idéias de Prager, apresentamos um funcional de Hellinger-Reissner para cascas cônicas onde a condição de continuidade da rotação normal é relaxada. Um elemento trapezoidal curvilíneo compatível [8] é obtido, assumindo polinômios bilineares para os deslocamentos e esforços, e aplicado a problemas de vibrações livres de cascas cônicas. Uma vantagem da formulação desenvolvida sobre o método dos deslocamentos é a simplicidade algébrica na obtenção da matriz do elemento, podendo todas as integrações numéricas serem evitadas. É apresentado um exemplo de painel cônico com uma borda engastada e as demais livres.

2. FUNCIONAL

Seja π o funcional de Hellinger-Reissner para uma casca cônica. Vamos dividir a superfície média S_m da casca em um número finito de elementos formados por uma malha de paralelos e geratrizes. Considerando a notação da Fig.1, o funcional π, com a condição de continuidade da rotação normal β_n relaxada, tem a forma:

$$
\begin{aligned}
\pi = &-\iint_{S_m}\frac{1}{2Eh}\left[N_\theta^2+N_s^2+2(1+\nu)N_{\theta s}^2-2\nu N_\theta N_s\right]\operatorname{sen}\alpha\,d\theta\,ds \\
&-\iint_{S_m}\frac{6}{Eh^3}\left[M_\theta^2+M_s^2+2(1+\nu)M_{\theta s}^2-2\nu M_\theta M_s\right]\operatorname{sen}\alpha\,d\theta\,ds \\
&+\iint_{S_m}\left[N_\theta\left(\frac{1}{\cos\alpha}\frac{\partial u}{\partial\theta}+v-\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}w\right)\frac{1}{s}+N_s\frac{\partial v}{\partial s}\right. \\
&\left.+N_{\theta s}\left(\frac{1}{\cos\alpha}\frac{\partial v}{\partial\theta}+\frac{\partial u}{\partial s}-\frac{u}{s}\right)\right]\operatorname{sen}\alpha\,d\theta\,ds \\
&-\iint_{S_m}\left\{M_\theta\left[\frac{1}{\cos^2\alpha}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(u\operatorname{sen}\alpha+\frac{\partial w}{\partial\theta}\right)+\frac{\partial w}{\partial s}\right]\frac{1}{s}+M_s\frac{\partial^2 w}{\partial s^2}\right. \\
&\left.+M_{\theta s}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial\theta\,\partial s}+\operatorname{sen}\alpha\frac{\partial u}{\partial s}-\frac{\operatorname{sen}\alpha}{s}u-\frac{1}{s}\frac{\partial w}{\partial\theta}\right)\frac{2}{\cos\alpha}\right\}\operatorname{sen}\alpha\,d\theta\,ds \\
&-\iint_{S_m}\frac{\rho\omega^2 h}{2}(u^2+v^2+w^2)\operatorname{sen}\alpha\,d\theta\,ds \\
&-\iint_{S_m}(q_\theta u+q_s v+q_w w)\operatorname{sen}\alpha\,d\theta\,ds \\
&+\sum\int_{\beta_n}M_n\beta_n\,d\sigma \\
&-\int_{C_\sigma}(\bar N_n\Delta_n+\bar T_{nt}\Delta_t-\bar M_n\beta_n+\bar V_n w)\,dC+\bar M_{nt}w\Big|_{C_\sigma} \\
&-\int_{C_\Delta}\left[N_n(\Delta_n-\bar\Delta_n)+T_{nt}(\Delta_t-\bar\Delta_t)-M_n(\beta_n-\bar\beta_n)+V_n(w-\bar w)\right]dC \\
&+M_{nt}(w-\bar w)\Big|_{C_\Delta}\,, \qquad (1)
\end{aligned}
$$

onde E é o módulo de Young; ν o coeficiente de Poisson; h a espessura da casca e ρ a massa específica. Na borda n, Δ_n e Δ_t são os deslocamentos normal e tangencial, respectivamente; N_n o esforço de membrana normal; M_n e M_{nt} os momentos fletor e torçor por unidade de comprimento e T_{nt} e V_n os esforços de cisalhamento efetivo. C_σ e C_Δ são, respectivamente, os contornos da casca onde os esforços e os deslocamentos e/ou rotações são prescritos, cujas quantidades estão indicadas pelos seus sím-

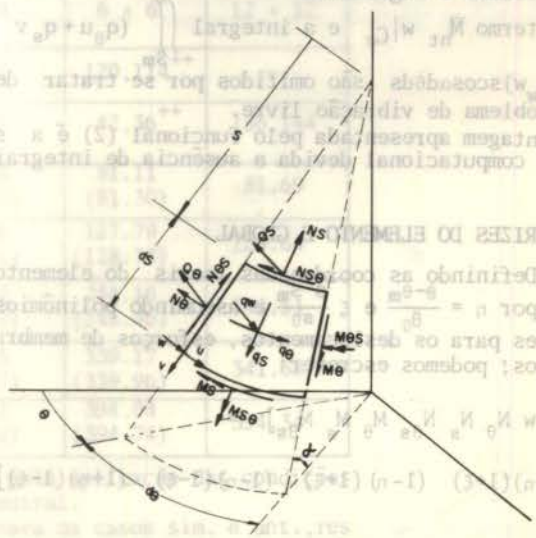


Figura 1. Esforços, deslocamentos e carregamentos

bolos com uma barra. A notação $(\ )|_{C_\gamma}$ $(\gamma = \sigma, \Delta)$ indica que a diferença dos valores nas extremidades de C_γ é tomada e $\int_{\beta_n} M_n\beta_n \, d\sigma$ é a integral de $M_n\beta_n$ nas interfaces dos elementos onde a rotação β_n é descontínua.

Na obtenção do funcional (1), foi assumido um movimento harmônico com freqüência natural ω e foram desprezados os efeitos de deformação de cisalhamento transversal e de inércia à rotação. Integrando por partes os termos:

$$\iint_{S_m} M_\theta \frac{\partial}{\partial\theta}(u\,\mathrm{sen}\alpha + \frac{\partial w}{\partial\theta})\frac{1}{\mathrm{scos}\alpha}\, d\theta ds \quad \text{e} \quad \iint_{S_m} M_s \frac{\partial^2 w}{\partial s^2}\, \mathrm{scos}\alpha d\theta ds$$

e considerando as condições de contorno de bordas livres, simplesmente apoiadas e engastadas, o funcional (1) reduz a:

$$\begin{aligned}
\pi = &- \iint_{S_m} \frac{1}{2Eh}[N_\theta^2 + N_s^2 + 2(1+\nu)N_{\theta s}^2 - 2\nu N_\theta N_s]\,\mathrm{scos}\alpha d\theta ds \\
&- \iint_{S_m} \frac{1}{Eh^3}[M_\theta^2 + M_s^2 + 2(1+\nu)M_{\theta s}^2 - 2\nu M_\theta M_s]\,\mathrm{scos}\alpha d\theta ds \\
&+ \iint_{S_m} [N_\theta(\frac{1}{\cos\alpha}\frac{\partial u}{\partial\theta} + v - \frac{\mathrm{sen}\alpha}{\cos\alpha} w)\frac{1}{s} + N_s \frac{\partial v}{\partial s} \\
&+ N_{\theta s}(\frac{1}{\mathrm{scos}\alpha}\frac{\partial v}{\partial\theta} + \frac{\partial u}{\partial s} - \frac{u}{s})]\,\mathrm{scos}\alpha d\theta ds \\
&- \iint_{S_m} [M_\theta \frac{1}{s}\frac{\partial w}{\partial s} - \frac{\partial M_\theta}{\partial\theta}(u\,\mathrm{sen}\,\alpha + \frac{\partial w}{\partial\theta})\frac{1}{s^2\cos^2\alpha} \\
&- M_s \frac{1}{s}\frac{\partial w}{\partial s} - \frac{\partial M_s}{\partial s}\frac{\partial w}{\partial s} \\
&+ M_{\theta s}(\frac{\partial^2 w}{\partial\theta\partial s} + \mathrm{sen}\alpha\frac{\partial u}{\partial s} - \frac{\mathrm{sen}\alpha}{s}u - \frac{1}{s}\frac{\partial w}{\partial\theta})\frac{2}{\mathrm{scos}\alpha}]\,\mathrm{scos}\alpha d\theta ds \\
&- \iint_{S_m} \frac{\rho\omega^2 h}{2}(u^2 + v^2 + w^2)\,\mathrm{scos}\alpha d\theta ds \ . \qquad (2)
\end{aligned}$$

As simplificações ocorridas são devidas as seguintes considerações:

(i) O termo $M_{nt}(w-\bar{w})|_{C_\Delta}$ e as integrais em C_Δ e C_σ desaparecem porque os campos assumidos satisfazem as condições de contorno de bordas livres, simplesmente apoiadas e engastadas.

(ii) O termo $\bar{M}_{nt}\, w|_{C_\sigma}$ e a integral $\iint_{S_m} (q_\theta u + q_s v + q_w w)\,\mathrm{scos}\alpha d\theta ds$ são omitidos por se tratar de um problema de vibração livre.

Uma vantagem apresentada pelo funcional (2) é a simplicidade computacional devida a ausência de integrais de linha.

3. MATRIZES DO ELEMENTO E GLOBAL

Definindo as coordenadas locais do elemento da Fig.2 por $\eta = \frac{\theta-\theta_m}{\theta_0}$ e $\xi = \frac{s-s_m}{s_0}$ e assumindo polinômios bilineares para os deslocamentos, esforços de membrana e momentos, podemos escrever:

$$[u\ v\ w\ N_\theta\ N_s\ N_{\theta s}\ M_\theta\ M_s\ M_{\theta s}] =$$

$$\frac{1}{4}[(1+\eta)(1+\xi)\quad (1-\eta)(1+\xi)\quad (1-\eta)(1-\xi)\quad (1+\eta)(1-\xi)]\,[C], \qquad (3)$$

onde

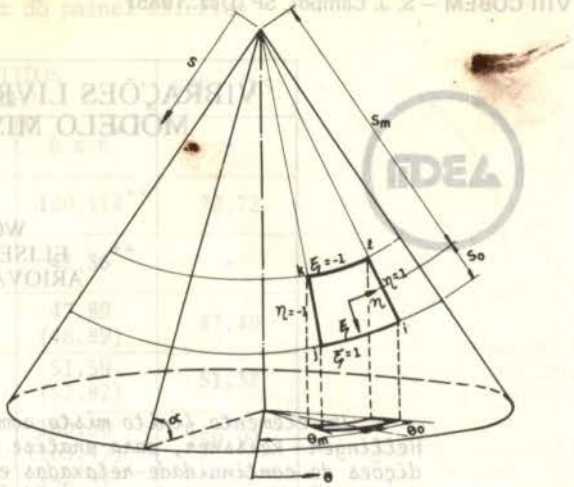


Figura 2. Geometria do elemento de casca cônica e coordenadas locais

$$[C] = \begin{bmatrix} u_i & v_i & w_i & N_{\theta_i} & N_{s_i} & N_{\theta s_i} & M_{\theta_i} & M_{s_i} & M_{\theta s_i} \\ u_j & v_j & w_j & N_{\theta_j} & N_{s_j} & N_{\theta s_j} & M_{\theta_j} & M_{s_j} & M_{\theta s_j} \\ u_k & v_k & w_k & N_{\theta_k} & N_{s_k} & N_{\theta s_k} & M_{\theta_k} & M_{s_k} & M_{\theta s_k} \\ u_\ell & v_\ell & w_\ell & N_{\theta_\ell} & N_{s_\ell} & N_{\theta s_\ell} & M_{\theta_\ell} & M_{s_\ell} & M_{\theta s_\ell} \end{bmatrix} \qquad (4)$$

é a matriz dos valores nodais das variáveis.

Designando por π_i^e o funcional para um elemento i, o funcional π para a casca discretizada em N elementos é dado por:

$$\pi = \sum_{i=1}^{N} \pi_i^e \ . \qquad (5)$$

O princípio variacional envolvido estabelece

$$\delta\pi = 0 \ . \qquad (6)$$

Substituindo a eq.(5) na eq.(6), temos:

$$\sum_{i=1}^{N} \delta\pi_i^e = 0 \ . \qquad (7)$$

Introduzindo a eq.(3) no funcional (2) e fazendo a variação do funcional do elemento com relação aos valores nodais dados na eq. (4), a seguinte equação matricial para o elemento i é obtida:

$$\delta\pi_i^e = [\{\delta r\}^T\{\delta f\}^T]\left(\begin{bmatrix} [0] & [g_{12}] \\ [g_{12}]^T & -[g_{22}] \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} [m_{11}] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix}\right)\begin{Bmatrix} \{r\} \\ \{f\} \end{Bmatrix}, \qquad (8)$$

onde

$$\{r\} = [u_i,\ u_j,\ u_k,\ u_\ell,\ v_i, \ldots, w_i, \ldots]^T$$

$$\{f\} = [N_{\theta_i}, \ldots, N_{s_i}, \ldots, N_{\theta s_i}, \ldots, M_{\theta_i}, \ldots, M_{s_i}, \ldots, M_{\theta s_i}, \ldots]^T$$

e as matrizes $[g_{12}]$, $[g_{22}]$ e $[m_{11}]$ são dadas na Ref. [9].

Das eqs. (7) e (8), utilizando o processo de acumulação e espalhamento e aplicando as condições de contorno, obtemos o seguinte problema de autovalor para a casca:

$$\begin{bmatrix} [0] & [G_{12}] \\ [G_{12}]^T & -[G_{22}] \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} [M_{11}] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{R\} \\ \{F\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}. \qquad (9)$$

Eliminando $\{F\}$ da eq. (9), resulta:

$$([H] - \omega^2[M_{11}])\,\{R\} = \{0\} \ , \qquad (10)$$

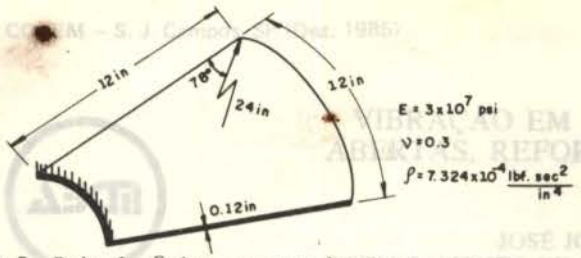


Figura 3. Painel cônico com uma borda engastada

onde

$$[H] = [G_{12}]\ [G_{22}]^{-1}[G_{12}]^{T} \qquad (11)$$

e $[G]$, $[M]$, $\{R\}$ e $\{F\}$ são as matrizes e os vetores globais.

4. APLICAÇÃO NUMÉRICA

O exemplo apresentado nesta secção é o painel cônico da Fig.3, com uma borda engastada e as demais livres. As cinco primeiras freqüências naturais e as formas modais correspondentes são apresentadas na Tabela 1 e na Fig.4, respectivamente. Os resultados são obtidos (i) considerando a inércia tangencial e (ii) desprezando-a. Os autores não encontraram na literatura qualquer exemplo de vibração livre de painéis cônicos. Assim, para comparar os resultados, discretizou-se o painel com o elemento STIF63 do sistema ANSYS [10]. Devido à simetria, apenas metade do painel foi considerado.

Os modos com predominância de deslocamento transversal w podem ser determinados desprezando os termos de inércia tangencial, como pode ser observado na Tabela 1. Isto reduz o problema de autovalor a, aproximadamente, um terço do original. Quanto mais achatado for o painel, menores são os erros introduzidos por desprezar estes termos [11].

Os resultados obtidos neste trabalho, mesmo para um número reduzido de graus de liberdade, são bem concordantes com os de outras formulações de elementos finitos.

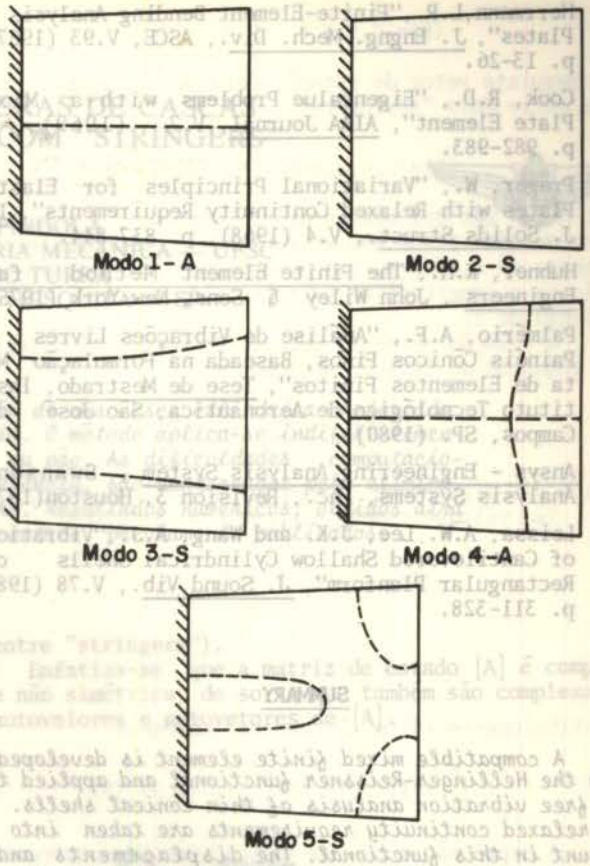


Figura 4. Painel cônico com uma borda engastada
Formas modais

REFERÊNCIAS

[1] Hellinger, E., "Der Allgemeine Ausatz der Mechanik der Kontinua", Encyclopädie der Mathematischen Wissenschaften, V.4 (1914), p.609-694.

[2] Reissner, E., "On a Variational Theorem in Elasticity", J. Math. Phys., V.29 (1950), p.90-95.

[3] Washizu, K., Variational Methods in Elasticity and Plasticity, Pergamon Press, Oxford (1975).

[4] Herrmann, L.R., "A Bending Analysis for Plates", 1st Conf. Matrix Methods in Structural Mechanics, Wright-Patterson Air Force Base, Dayton, Ohio (1965), p.577-602.

Tabela 1. Freqüências naturais em Htz do painel cônico

REFERÊNCIAS	RESULTADOS OBTIDOS NESTE TRABALHO			REF. [10]
MALHAS	2 × 2	4 × 4	6 × 6^{+}	12 × 12
GDL CONSIDERANDO A INÉRCIA TANGENCIAL	16,14	56,52	120,114^{++}	-
GDL DESPREZANDO A INÉRCIA TANGENCIAL	6,4	20,16	42,36^{++}	156,144
MODO 1-A	92.54 (92.74)	81.88 (82.07)	81.11 (81.30)	81.69
MODO 2-S	143.29 (144.33)	128.86 (129.82)	127.79 (128.74)	128.64
MODO 3-S	252.97 (254.33)	245.12 (246.41)	244.16 (245.46)	244.51
MODO 4-A	361.98 (362.80)	346.45 (347.27)	339.17 (339.96)	341.68
MODO 5-S	422.92 (423.52)	402.31 (403.02)	394.04 (394.74)	394.34

\+ Discretização de uma metade do painel pela aplicação das condições de sim. e ant. em relação à linha central.
++ Ordem do problema de autovalor final para os casos sim. e ant., respectivamente.
( ) Freqüências calculadas desprezando a inércia tangencial.
S Simétrico, A anti-simétrico.

[5] Herrmann,L.R.,"Finite-Element Bending Analysis for Plates", J. Engng. Mech. Div., ASCE, V.93 (1967), p. 13-26.

[6] Cook, R.D., "Eigenvalue Problems with a Mixed Plate Element", AIAA Journal, V.7 (1969), p. 982-983.

[7] Prager, W., "Variational Principles for Elastic Plates with Relaxed Continuity Requirements", Int. J. Solids Struct., V.4 (1968), p. 837-844.

[8] Hubner, K.H., The Finite Element Method for Engineers , John Wiley & Sons, New York (1975).

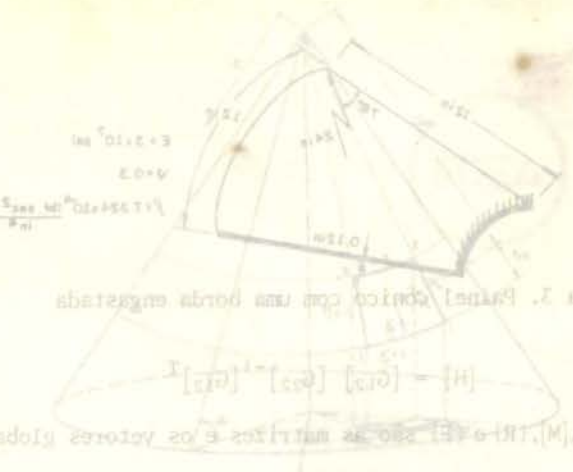
[9] Palmério, A.F., "Análise de Vibrações Livres de Painéis Cônicos Finos, Baseada na Formulação Mista de Elementos Finitos", Tese de Mestrado, Instituto Tecnológico de Aeronautica, São José dos Campos, SP. (1980).

[10] Ansys - Engineering Analysis System , Swanson Analysis Systems, Inc., Revision 3, Houston(1979).

[11] Leissa, A.W., Lee, J.K. and Wang, A.J.,"Vibrations of Cantilevered Shallow Cylindrical Shells of Rectangular Planform", J. Sound Vib., V.78 (1981), p. 311-328.

SUMMARY

A compatible mixed finite element is developed from the Hellinger-Reissner functional and applied to the free vibration analysis of thin conical shells. The relaxed continuity requirements are taken into account in this functional. The displacements and stress resultants are interpolated by bilinear polynomials. The results obtained in this work are in excellent agreement with other finite element formulation results even using a lower number of dynamic degrees of freedom.



VIBRAÇÃO EM ESTRUTURAS DE CASCAS ABERTAS, REFORÇADAS COM "STRINGERS"

JOSÉ JOÃO DE ESPÍNDOLA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA — UFSC
ANTÔNIO EDUARDO TURRA
UNIVERSIDADE JÚLIO DE MESQUITA — SP

SUMÁRIO

Revê-se a formulação do problema de vibração de uma casca cilíndrica reforçada por stringers, usando-se matrizes de transferência. O método aplica-se indiferentemente de os "stringers" serem igualmente afastados, ou não. As dificuldades computacionais, inerentes ao método das matrizes de transferência, são contornadas pela eliminação do grau transversal de liberdade nos stringers. Resultados numéricos, obtidos através de um computador digital, são comparados com outros, previamente publicados.

INTRODUÇÃO

Cascas cilíndricas, reforçadas por stringers, formam parte de uma fuselagem de avião. Cascas desse tipo são geralmente excitadas por campos acústicos e camadas limite turbulentas ou por perturbações de fluxo localizadas (por exemplo, passagem das pás de hélice perto da fuselagem). Essas excitações induzem respostas localizadas na fuselagem (chamadas vibrações em altas frequências) que podem redundar em fadiga estrutural e injeção de ruído para dentro da aeronave.

Grandes esforços tem sido empreendidos para se entender o comportamento dinâmico de tais estruturas, bem como as consequências desse comportamento |1|, |2|, |3|, |4|, |5|, |6|. Clarkson |2|, por exemplo, demonstrou a importante propriedade de que as vibrações de cascas cilíndricas, separadas por um montante ("frame") são fracamente correlacionadas.

Em contrapartida, os paneis da casca, separados por "stringers" têm suas vibrações altamente correlacionadas. Este fato permite a modelagem de uma secção de fuselagem, compreendida entre dois montantes, como sendo simplesmente apoiada nestes.

O instrumento matemático a ser usado neste trabalho serão as matrizes de transferência. Para um elemento de casca, compreendido entre dois stringers, a matriz de transferência será computada numericamente, utilizando-se subrotinas desenvolvidas pelo primeiro autor. O cálculo das matrizes de transferência se inicia com a solução de um problema de autovalores da matriz de estado, esta sendo complexa e não simétrica. O algorítmo usado é aquele de Leverrier, com modificações de Faddeev |8|.

Os autovalores e autovetores, à direita e à esquerda da matriz de estado, são usados então para o cálculo da matriz de transferência de campo |6|. A matriz de ponto, isto é, aquela que relaciona os vetores de estado à direita e à esquerda de um "stringer" é aquela desenvolvida por |4|.

A figura 1 mostra um trecho de casca cilíndrica, simplesmente apoiada nos contornos, conforme o modelo já explanado.

A matriz de estado |6|, [A], para tal casca pode ser determinada a partir das equações de Flügge |9|.

A matriz de transferência de campo, para o elemento de casca, compreendido entre dois stringers, será então dado por

$$[T(\ell,o)]=[U]\,[e^{\lambda_j \ell}]\,[V]^T \qquad (1)$$

onde [U] e [V] são as matrizes dos autovetores à direita e à esquerda da matriz de estado [A], respectivamente, λ_j, j = 1,8, são os distintos autovalores de [A] e ℓ é o comprimento do campo (distância circunferencial entre "stringers").

Enfatiza-se que a matriz de estado [A] é complexa e não simétrica, de sorte que também são complexos os autovalores e autovetores de [A].

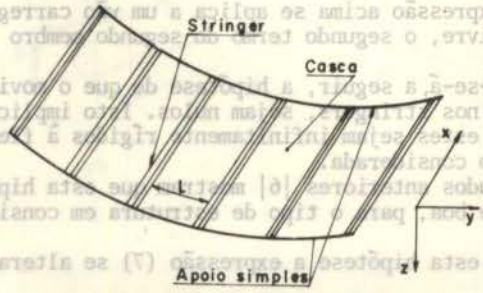


Figura 1. Casca cilíndrica reforçada com "stringers".

DESENVOLVIMENTO DO MÉTODO

A figura 2 mostra a secção da casca cilíndrica carregada por uma força harmônica $f(t) = Fe^{i\Omega t}$, onde F é a amplitude complexa e Ω, a frequência circular.

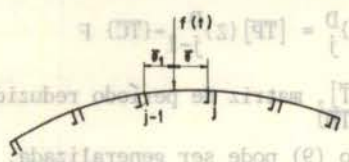


Figura 2. Carregamento da casca cilíndrica.

Pode-se construir o seguinte vetor de carregamento

$$\{F\}=[0,0,0,0,0,F,0,0]^T \quad (2)$$

e o seguinte vetor de estado, para uma posição qualquer entre dois "stringers":

$$\{Z\}=[u,v,w,\beta,M,V,N_S,N_{SX}]^T \quad (3)$$

onde u,v,w são deslocamentos al longo de x,y e z, respectivamente, β e M são as rotações e momento fletos em torno de x, V e N_S são os esforços transversal (direção z) e longitudinal (direção y) e N_{SX} é o esforço ao longo de x.

A relação entre os vetores de estado, à direita e à esquerda de f(t) é, obviamente,

$$\{Z\}_F^D = \{Z\}_F^E - \{F\} \quad (4)$$

onde D e E significam direita e esquerda de f(t).

São válidas também as seguintes relações:

$$\{Z\}_F^E = [T(c_1,0)]\ \{Z\}_{j-1}^D \quad (5)$$

$$\{Z\}_j^E = [T(q,0)]\{Z\}_F^D \quad (6)$$

Substituíndo-se (4) e (5) em (6), obtém-se

$$\{Z\}_j^E = [T(\ell,0)]\ \{Z\}_{j-1}^D - [T(q,0)]\{F\} \quad (7)$$

A expressão acima se aplica a um vão carregado. Num vão livre, o segundo termo do segundo membro não aparece.

Far-se-á, a seguir, a hipótese de que o movimento vertical, nos stringers, sejam nulos. Isto implica em supor que estes sejam infinitamente rígidos à flexão, na direção considerada.

Estudos anteriores |6| mostram que esta hipótese é bastante boa, para o tipo de estrutura em consideração.

Com esta hipótese a expressão (7) se altera para

$$\{\overline{Z}\}_j^E = [\overline{T}]\{\overline{Z}\}_{j-1}^D - \{\overline{TD}\}\ F \quad (8)$$

onde o sinal (-) significa vetor ou matriz reduzidos, tais como:

$\{\overline{Z}\} = [u,v\ w\beta,M,N_S,N_{SX}]^T$

$\{\overline{T}\}$ = Matriz de transferência de campo reduzida (6x6) e

$\{\overline{TD}\}$ = Vetor, cujos elementos são obtidos da matriz $[T(q,0)]$.

As expressões para os elementos de $[\overline{T}]$ e $\{\overline{TD}\}$ são omitidas, neste texto, por brevidade.

Tomando-se a matriz de ponto para um "stringer", derivada em 4, pode-se escrever a sua reduzida. Como $\{\overline{Z}\}_j^D = [\overline{P}]\{Z\}_j^E$, a expressão (8) fica

$$\{\overline{Z}\}_j^D = [\overline{TP}]\{Z\}_{j-1}^D - \{\overline{TC}\}\ F \quad (9)$$

onde $[\overline{TP}] = [\overline{P}][\overline{T}]$, matriz de período reduzida e
$[\overline{TC}] = [\overline{P}]\{\overline{TD}\}$

A expressão (9) pode ser generalizada, considerando-se que existam n períodos estruturais antes e m depois do vão carregado:

$$\{\overline{Z}\}_{j+m}^D = [\overline{TP}]^{(n+m+1)}\{\overline{Z}\}_{j-(n+1)}^D - [\overline{TP}]^m\{\overline{TC}\}\ F \quad (10)$$

Como antes de começar o primeiro vão tem-se um stringer, pode-se modificar a expressão (10) para

$$\{\overline{Z}\}_{j+m}^D = [TP]^{(n+m+1)}[\overline{P}]\{\overline{Z}\}_{j-(n+1)}^E - [\overline{TP}]^m\{\overline{TC}\}\ F \quad (11)$$

ou ainda

$$\{\overline{Z}\}_{j+m}^D = [\overline{R}]\{\overline{Z}\}_{j-(n+1)}^E - \{\overline{Q}\}\ F \quad (12)$$

onde $[\overline{R}] = [\overline{TP}]^{(n+m+1)}[\overline{P}]$ e

$\{\overline{Q}\} = [\overline{TP}]^m\{\overline{TC}\}$

À direita do último "stringer", bem como à esquerda do primeiro, os esforços M, N_S e N_{SX} são nulos, logo a expressão (12) pode ser reescrita assim:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ \beta \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_{j+m}^D = \left[\begin{array}{c|c} R_{11} & R_{12} \\ \hline R_{21} & R_{22} \end{array}\right] \begin{Bmatrix} u \\ v \\ \beta \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_{j-(n+1)}^E - \begin{Bmatrix} \overline{Q}_1 \\ \overline{Q}_2 \\ \overline{Q}_3 \\ \overline{Q}_4 \\ \overline{Q}_5 \\ \overline{Q}_6 \end{Bmatrix} F$$

Dessa expressão se tira:

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = [\overline{R}_{21}] \begin{Bmatrix} u \\ v \\ \beta \end{Bmatrix}_{j-(n+1)} - \begin{Bmatrix} \overline{Q}_4 \\ \overline{Q}_5 \\ \overline{Q}_6 \end{Bmatrix} F \quad , \text{ ou}$$

$$[R_{21}]\begin{Bmatrix} u \\ v \\ \beta \end{Bmatrix}_{j-(n+1)} = \begin{Bmatrix} \overline{Q}_4 \\ \overline{Q}_5 \\ \overline{Q}_6 \end{Bmatrix} F \quad (13)$$

A expressão (13) representa um sistema de três equações que, resolvido, fornece o vetor $[u,v,\beta,0,0,0]^T$, à esquerda do primeiro stringer.

A partir deste, qualquer outro vetor de estado, ao longo da estrutura pode ser determinado.

A pesquisa das frequências naturais pode ser feita de duas maneiras:

a - Fazendo-se Ω variar enquanto as quantidades u, v e β são observadas. Para se evitar "overflow" recomenda-se que uma pequena quantidade de amortecimento seja considerada na estrutura.

b - Nas ressonâncias, o $\det[R_{21}]=0$.

Esta é uma equação altamente transcendental que pode ser resolvida satisfatoriamente pelo método de Müller |10|.

RESULTADOS NUMÉRICOS

Com o objetivo de testar o método acima apresentado, tomou-se uma estrutura com cinco vãos, com o carregamento atuante no primeiro. Neste caso, j = 1, n = 0 e m+1 = 5. Os dados numéricos da estrutura são aqueles apresentados em |4|.

A tabela 1, abaixo, compara os resultados numéricos:

Freq. Naturais	Henderson & McDaniel |4|	Este Trabalho
1ª	113,4	112,6
2ª	121,2	117,2
3ª	143,9	137,6
4ª	187,7	178,5

Os resultados obtidos pelo presente método são levemente inferiores àqueles de Henderson & McDaniel, mas a diferença não é significativa (um máximo de 5% para a quarta frequência).

Considerando-se, entretanto, a hipótese de rigidez transversal infinita nos "stringers", feita neste trabalho, era de se esperar frequências levemente maiores do que aquelas tomadas por comparação.

Acredita-se que o método aqui apresentado, por sua simplicidade conceitual, seja mais preciso do que aquele apresentado por Henderson & McDaniel.

CONCLUSÃO

Apresentou-se um método, baseado na eliminação

de um grau terminal de liberdade, para o estudo das vibrações de uma casca cilíndrica reforçada por "stringers".

O método foi testado em computador digital e os resultados comparados com aqueles apresentados em |4|.

Ambos os resultados são bastantes próximos, sendo os do presente método levemente inferiores. Considerando-se, entretanto, a considerável simplificação computacional do presente método, acredita-se que os resultados aqui obtidos sejam mais precisos, embora apenas marginalmente.

REFERÊNCIAS

|01| LIN, Y.K., Free Vibration of Continuous Skin-Stringers Panels. 5. Apl. Mech., Vol. 27, No 4 (1960).

|02| CLARKSON, B.L. and FORD, R., The Response of Typical Aircraft Structure to Jet Noise, . Roy. Aero. Soc., Vol. 66, No 31 (1962).

|03| LIN, Y.K., McDANIEL, T., DONALDSON, B.K., VAIL,C. F. and DWYER, W.J., Free Vibration of Continuous Skin-Stringers Panels with Non-Uniform Stringer Spacing and Panel Thickness. Port I. Air Force Materials Laboratory, TR-67-37 (1965).

|04| HENDERSON, J.P. and McDANIEL, T.J., The Analysis of Curved Multi-span Structure. Proc. Symp. Struct. Dyn. Vol. I Loughborough University of Technology (1970).

|05| LIN, Y.K. and McDANIEL, T.J., Response of Mult-Spanned Beam and Panel Systems Under Noise Excitation. Air Force Systems Command Report No. AFML-TR-64-348, Port II, Wright Patterson Air Force Base, Ohio (1967).

|06| ESPÍNDOLA, J.J., Numerical Methods in Wave Propagation in Periodie Structures, Ph.D. Thesis, Un. of Southampton, U.K., (1974).

|07| PESTEL, E., LECKIE, F.A., Matrix Methods in Elastomechanics, McGraw-Hill Book Company, (1963).

|08| FADDEEV, D.K. and FADDEEVA, V.H., Computational Methods of Linear Algebra, W.H. Freeman nad Co.

|09| FLUGGE, W., Stresses in Shells. Springer-Verlag (1967).

|10| MULLER, D.E., A Method of Solving Algebraic Equations Using an Automatic Computer, MTAC 10:208-215 (1956).

ABSTRACT

The formulation for the vibration problem of a stringer steffened shells is reviewed

This formulation uses transfer matrices coupled with the elimination of the transverse degree of freedom of the stringers.

The major computational dificulty, due to the intermediate condition imposed by the stringer is then eliminated.

The method saves a great deal of computer time and storage, as compared with previous published techniques.

Computer results are presented and compared to other ones, found in the literature.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

ANÁLISE NÃO-LINEAR DAS OSCILAÇÕES INDUZIDAS POR VÓRTICES EM ESTRUTURAS CILÍNDRICAS CIRCULARES

AGAMENON R.E. OLIVEIRA
CEPEL
CLARISSA BELLETTI
AVIBRÁS

SUMÁRIO

Uma análise não-linear usando o método das múltiplas escalas de tempo é adotada para investigar as oscilações induzidas por vórtices em estruturas cilíndricas circulares. O modelo matemático é uma versão modificada da equação de Van der Pol a qual governa a força de sustentação induzida no cilindro pelo escoamento. Esta equação é acoplada à equação do movimento oscilatório do cilindro montado numa suspensão elástica. O método proposto detecta e calcula os ciclos-limite do movimento próximo da frequência natural do cilindro. Resultados típicos são apresentados e comparados com os obtidos experimentalmente por outras investigações.

INTRODUÇÃO

Estruturas cilíndricas sob a ação de um escoamento transversal (Fig. 1), frequentemente apresentam oscilações induzidas por vórtices. Alguns exemplos de onde estas oscilações ocorrem, são os mastros, torres, feixe de tubos de trocadores de calor, cabos submersos, linhas de transmissão, etc.

Na tentativa de melhor conhecer a natureza deste tipo de oscilação, vários pesquisadores [1-6] estudaram-na, utilizando cilindros montados numa suspensão elástica. Esses estudos revelaram, uma complexa interação fluido-estrutura, caracterizada por uma faixa de velocidade do fluido, onde a frequência de desprendimento dos vórtices e a frequência de oscilação do cilindro se sincronizam em um valor próximo da frequência natural do cilindro. Para esta faixa de velocidade, as amplitudes tanto do cilindro como da força de excitação, apresentam um caráter ressonante, com acréscimos significativos de suas amplitudes.

Recentemente, alguns modelos matemáticos foram propostos [7-9], tentando reproduzir os resultados experimentais encontrados. Dentre eles, o mais conhecido é o de Hartlen e Currie [9], onde admite-se que a força de excitação sobre o cilindro, satisfaz a equação de Van der Pol.

Skop e Griffin [10,11], verificaram que o modelo proposto por Hartlen e Currie era inadequado por dois motivos. Primeiro porque os resultados experimentais obtidos, somente concordaram qualitativamente com os valores previstos pelo modelo. Em segundo lugar porque nenhuma relação foi desenvolvida entre as constantes empíricas do modelo, que variavam de experimento para experimento, e as constantes físicas do sistema em estudo. Esses mesmos autores, propuseram então um novo modelo, visando a superação das dificuldades encontradas pelo modelo de Hartlen e Currie.

O modelo proposto por Skop e Griffin [10,11] para a força de excitação sobre o cilindro, é uma versão modificada da equação de Van der Pol. Além disso, também postularam relações matemáticas envolvendo as constantes empíricas e as constantes físicas do sistema. Uma boa correlação quantitativa entre este modelo e os resultados experimentais foi encontrada.

O presente trabalho, se propõe a fazer um estudo analítico do modelo de Skop e Griffin, ressaltando o seu caráter não-linear e tentando visualizar o movimento do cilindro como um ciclo-limite. Para tanto, um método analítico adequado aos sistemas fracamente não-lineares será empregado. Além disso, algumas simulações com o modelo serão conduzidas, para mostrar que o sistema possui ciclos-limite independentes das condições iniciais.

O MODELO MATEMÁTICO

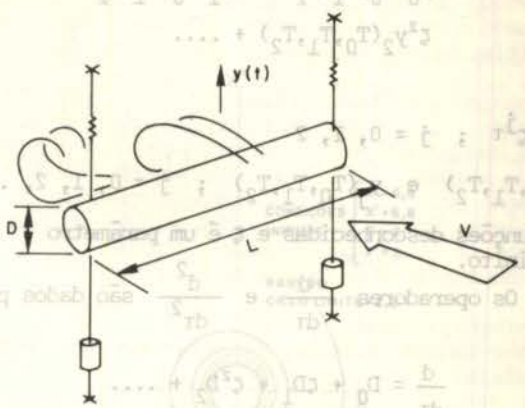


Figura 1. Cilindro rígido montado numa suspensão elástica sob a ação de um escoamento uniforme.

O modelo matemático proposto por Skop e Griffin para representar a dinâmica de um sistema cuja configuração é mostrada na Fig. 1, pode ser escrito na forma adimensional, desde que as seguintes variáveis sejam introduzidas:

$$X = C_L \quad ; \quad Y = y/D \quad ; \quad \tau = \omega_n t$$

onde C_L é o coeficiente de sustentação induzido no cilindro pelo processo de desprendimento de vórtices, y é o deslocamento vertical do cilindro, D o seu diâmetro e t o tempo.

O modelo adimensional se escreve:

$$X'' + \Omega_o^2 X = \zeta\{\alpha_1 X' + \alpha_2 Y' - \alpha_3 X^2 X' + \alpha_4 X X'^2 + \alpha_5 X^3 - \alpha_6 X'^3\} \qquad (1)$$

$$Y'' + Y = \zeta\{\beta_1 X - 2Y'\}$$

onde:

$$\Omega_o^2 = \omega_o^2 (1 + HC_{Lo}^2) \quad ; \quad \omega_o = \omega_s/\omega_n$$

$$\alpha_1 = \omega_o g C_{Lo}^2 \quad ; \quad \alpha_2 = 4G\omega_o/\mu h \qquad (1.a)$$

$$\alpha_3 = \alpha_1/C_{Lo}^2 \quad ; \quad \alpha_4 = h$$

$$\alpha_5 = \omega_o^2 \alpha_4 \quad ; \quad \alpha_6 = g/\omega_o$$

$$\beta_1 = \omega_o/S_G \quad ; \quad \mu = \zeta/S_G$$

$$\zeta << 1$$

C_{L_0}, G e H são as constantes empíricas do modelo, cujas relações com as constantes físicas estão definidas em [11] (ver Tabela 1); ζ é o amortecimento estrutural do sistema e S_G o seu amortecimento reduzido, definido por

$$S_G = (2\pi S)^2 \zeta \frac{2m}{\rho L D^2} \qquad (1.b)$$

onde S é o número de Strouhal, ρ a massa específica do fluido, m e L a massa virtual e o comprimento do cilindro, ω_s é a frequência de formação dos vórtices e ω_n a frequência natural da estrutura. A linha representa diferenciação em relação ao tempo adimensional τ.

MÉTODO DAS MÚLTIPLAS ESCALAS DE TEMPO

Skop e Griffin, testaram vários sistemas, onde os valores numéricos atribuídos ao parâmetro ζ são sempre quantidades muito pequenas. Isto sugere uma expansão assintótica tendo como parâmetro pequeno o próprio ζ.

Admitiremos para (1) uma solução da seguinte forma:

$$X = x_0(T_0,T_1,T_2) + \zeta x_1(T_0,T_1,T_2) + \zeta^2 x_2(T_0,T_1,T_2) + \ldots.$$
$$Y = y_0(T_0,T_1,T_2) + \zeta y_1(T_0,T_1,T_2) + \zeta^2 y_2(T_0,T_1,T_2) + \ldots. \qquad (2)$$

onde:

$$T_j = \zeta^j \tau \quad ; \quad j = 0, 1, 2 \qquad (2.a)$$

$x_j(T_0,T_1,T_2)$ e $y_j(T_0,T_1,T_2)$; $j = 0, 1, 2, \ldots$ são funções desconhecidas e ζ é um parâmetro pequeno mas finito.

Os operadores $\frac{d}{d\tau}$ e $\frac{d^2}{d\tau^2}$ são dados por:

$$\frac{d}{d\tau} = D_0 + \zeta D_1 + \zeta^2 D_2 + \ldots.$$
$$\frac{d^2}{d\tau^2} = D_0^2 + \zeta(2D_0D_1) + \zeta^2(D_1^2 + 2D_0D_2) + \ldots$$
$$D_j = \frac{\partial}{\partial T_j} \quad ; \quad j = 0, 1, 2, \ldots \qquad (2.b)$$

Substituindo (2) em (1) e igualando em ambos os membros das equações os termos de mesma ordem em ζ, obtemos:

$$D_0^2 x_0 + \Omega_0^2 x_0 = 0$$
$$D_0^2 y_0 + y_0 = 0 \qquad (3)$$

$$D_0^2 x_1 + \Omega_0^2 x_1 = (\alpha_1 D_0 - 2D_0D_1)\, x_0 + \alpha_2 D_0 y_0 + (\alpha_5 - \alpha_3 D_0 + \alpha_4 D_0^2 - \alpha_6 D_0^3)\, x_0^3 \qquad (4)$$

$$D_0^2 y_1 + y_1 = -2(D_0 + D_0D_1)y_0 + \beta_1 x_0$$

$$D_0^2 x_2 + \Omega_0^2 x_2 = [\alpha_1 D_1 - (D_1^2 + 2D_0D_2)]x_0 + \alpha_2 D_1 y_0 + (\alpha_1 D_0 - 2D_0D_1)x_1 + \alpha_2 D_0 y_1 + (-\alpha_3 D_1 + 2\alpha_4 D_0D_1 - 3\alpha_6 D_0^2 D_1)x_0^3 + 3(\alpha_5 - \alpha_3 D_0 + \alpha_4 D_0^2 - \alpha_6 D_0^3)x_0^2 x_1 \qquad (5)$$

$$D_0^2 y_2 + y_2 = -[2(D_1 + D_0D_2) + D_1^2]y_0 - 2(D_0 + D_0D_1)y_1 + \beta_1 x_1$$

As soluções de (3) podem ser escritas na forma

$$x_0 = A_0(T_1,T_2)e^{j\Omega_0 T_0} + cc$$
$$y_0 = B_0(T_1,T_2)e^{jT_0} + cc \qquad (6)$$

onde cc é o complexo conjugado da quantidade anterior. Substituindo (6) em (4), obtemos:

$$D_0^2 x_1 + \Omega_0^2 x_1 = [j\Omega_0(-2\tilde{A}_0 + \alpha_1 A_0) + 3(\alpha_5 - j\alpha_3\Omega_0 - \alpha_4\Omega_0^2 + j\alpha_6\Omega_0^3)A_0^2 \bar{A}_0]e^{j\Omega_0 T_0} + j\alpha_2 B_0 e^{jT_0} + (\alpha_5 - 3j\alpha_3\Omega_0 - 9\alpha_4\Omega_0^2 + 27j\alpha_6\Omega_0^3)A_0^3 e^{3j\Omega_0 T_0} + cc$$
$$D_0^2 y_1 + y_1 = -2j(\tilde{B}_0 + B_0)e^{jT_0} + \beta_1 A_0 e^{j\Omega_0 T_0} + cc \qquad (7)$$

onde o til representa diferenciação em relação ao tempo T_1 e a barra o complexo conjugado da quantidade.

Ao analisar (7), devemos separar duas situações distintas. O caso não ressonante, onde Ω_0 assume valores não próximos de 1. O caso ressonante, onde $\Omega_0 \to 1$. Por considerações de natureza física, o caso ressonante é o que maior interesse apresenta e somente este caso será estudado neste trabalho.

Caso Ressonante

Quando $\Omega_0 \to 1$, podemos definir um parâmetro de dessincronia σ, para a frequência da seguinte forma: $\Omega_0 = 1 + \sigma\zeta$. Isto implica em que $\Omega_0 T_0 = T_0 + \sigma\zeta T_0 = T_0 + \sigma T_1$. Substituindo este resultado em (7) e eliminando os termos seculares em ambas as equações resultantes, obtemos:

$$j\Omega_0(-2\tilde{A}_0 + \alpha_1 A_0)e^{j\sigma T_1} = 3(-\alpha_5 + j\alpha_3\Omega_0 + \alpha_4\Omega_0^2 - j\alpha_6\Omega_0^3)\cdot A_0^2\bar{A}_0 e^{j\sigma T_1} - j\alpha_2 B_0$$
$$2j(\tilde{B}_0 + B_0) = \beta_1 A_0 e^{j\sigma T_1} \qquad (8)$$

Fazendo $A_0 = \frac{1}{2}a_0 e^{j\Theta_0}$; $B_0 = \frac{1}{2}b_0 e^{j\phi_0}$ podemos separar a parte real da imaginária em (8). Diferenciando A_0 e B_0 em relação ao tempo T_1 e usando estes resultados juntamente com as relações anteriores, obtemos:

$$\tilde{a}_0 = (\alpha_1/2)a_0 + (\alpha_2/2\Omega_0)b_0\cos\Gamma + \frac{3}{8}(\alpha_6\Omega_0^2 - \alpha_3)a_0^3$$
$$\tilde{a}_0\tilde{\Theta}_0 = (-\alpha_2/2\Omega_0)b_0\,\mathrm{sen}\Gamma + \frac{3}{8}(\alpha_4\Omega_0 - \alpha_5/\Omega_0)a_0^3 \qquad (9)$$
$$\tilde{b}_0 = -b_0 + (\beta_1/2)a_0\,\mathrm{sen}\Gamma$$
$$\tilde{b}_0\tilde{\phi}_0 = (-\beta_1/2)a_0\cos\Gamma$$

onde $\Gamma = \Theta_0 - \phi_0 + \sigma T_1$

Eliminando Θ_0 e ϕ_0 através da definição de Γ, obtemos:

$$\tilde{a}_0 = (\alpha_1/2)a_0 + (\alpha_2/2\Omega_0)b_0 \cos\Gamma + \frac{3}{8}(\alpha_6\Omega_0^2 - \alpha_3)a_0^3$$

$$\tilde{b}_0 = -b_0 + (\beta_1/2)a_0 \operatorname{sen}\Gamma \qquad (10)$$

$$\tilde{\Gamma} = (-\alpha_2/2\Omega_0)\left(\frac{b_0}{a_0}\right)\operatorname{sen}\Gamma + \left(\frac{\beta_1}{2}\right)\left(\frac{a_0}{b_0}\right)\cos\Gamma + \frac{3}{8}(\alpha_4\Omega_0 - \alpha_5/\Omega_0)a_0^2 + \sigma$$

Caso existam os ciclos-limites, as seguintes condições devem ser satisfeitas:

$$\tilde{a}_0 = \tilde{b}_0 = \tilde{\Gamma} = 0 \qquad (11)$$

Aplicando (11) em (10), obtemos o seguinte procedimento para o cálculo numérico das amplitudes dos ciclos-limites: Γ deve satisfazer a seguinte equação cúbica

$$\Gamma^3 + \gamma_2\Gamma^2 + \gamma_1\Gamma - \gamma_0 = 0 \qquad (11.a)$$

onde:

$$\gamma_0 = 4\Omega_0/\alpha_2\beta_1$$

$$\gamma_1 = [2\alpha_1\Omega_0(\alpha_4\Omega_0 - \alpha_5/\Omega_0)]/[\alpha_2\beta_1(\alpha_6\Omega_0^2 - \alpha_3)] - 4\Omega_0\sigma/\alpha_2\beta_1$$

$$\gamma_2 = (\alpha_4\Omega_0 - \alpha_5/\Omega_0)/(\alpha_6\Omega_0^2 - \alpha_3) + 4\Omega_0/3\alpha_2\beta_1$$

Calculado Γ, podemos obter $\rho_0 = \frac{b_0}{a_0} = (\beta_{1/2})\operatorname{sen}\Gamma$.

Finalmente, a_0 e b_0 podem ser determinados através das seguintes relações:

$$a_0 = \pm 2\sqrt{-(\alpha_1 + \alpha_2\rho_0\cos\Gamma/\Omega_0)/3(\alpha_6\Omega_0^2 - \alpha_3)}$$

$$b_0 = \rho_0 a_0 \qquad (11.b)$$

RESULTADOS E COMPARAÇÕES

Os valores numéricos para as constantes físicas e empíricas usadas neste trabalho, com a finalidade de testar o método analítico proposto, encontram-se em [10] e são aqui reproduzidas na Tabela 1.

Tabela 1(a). Constantes físicas

Sistema	f_n [Hz]	ζ	μ	V_{res} [m/s]	R_{res}
I	52,2	0,00435	0,00862	1,91	730
II	30,2	0,00251	0,00243	1,15	440
III	9,1	0,00144	0,00148	4,20	20.000
IV	9,1	0,00356	0,00148	3,60	17.000

Tabela 1(b). Constantes empíricas

Sistema	S=0,21 ; C_{Lo}=0,20 ; $g=G\zeta^{-1}$; $h=H\zeta^{-1}$	
	G	H
I	1,42	0,02
II	1,10	0,006
III	0,97	0,003
IV	0,62	0,01

As figuras 2(a), 2(b) e 2(c), mostram algumas simulações efetuadas com o modelo matemático (1), usando o algorítmo de Runge-Kutta, com os valores numéricos do Sistema I.

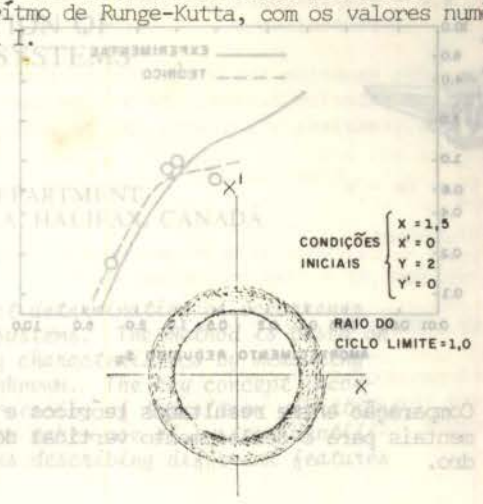


Figura 2(a)



Figura 2(b)



Figura 2(c)

A Figura 3, mostra a comparação entre os resultados experimentais que estão reportados em [12] e o método das múltiplas escalas de tempo.

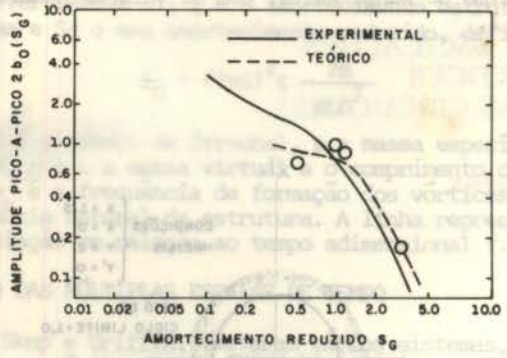


Figura 3. Comparação entre resultados teóricos e experimentais para o deslocamento vertical do cilindro.

COMENTÁRIOS E CONCLUSÃO

Os resultados apresentados no item anterior, permitem fazer os seguintes comentários:

a) O método das múltiplas escalas de tempo provou ser adequado à solução do modelo proposto por Skop e Griffin, pois este modelo é fracamente não-linear.

b) A solução analítica do modelo, como a que foi apresentada, ou qualquer outra equivalente, é o caminho mais apropriado para a determinação dos ciclos-limite do sistema. Isto ficou demonstrado quando a investigação foi feita pela integração numérica do modelo completo. Embora os resultados sejam praticamente os mesmos, a integração do modelo consome muito tempo de computação além de ser um método de tentativas.

c) A integração numérica mostrou que o sistema possui ciclos-limite estáveis, independentes das condições iniciais.

d) As comparações apresentadas na Figura 3, dizem respeito a uma série muito grande de experimentos realizados por vários pesquisadores, com estruturas cilíndricas com configurações semelhantes a da Figura 1. Os resultados foram sistematizados por Skop e Griffin e apresentados na referência [12]. A linha sólida representa a tendência dos pontos experimentais para este conjunto de experimentos. A linha pontilhada representa os resultados obtidos pelo método das múltiplas escalas de tempo para os quatro sistemas da Tabela 1.

e) As discrepâncias entre os resultados teóricos e experimentais, residem tanto no modelo como nas simplificações introduzidas na sua solução. No modelo heurístico, existe um certo grau de incerteza sobre as constantes empíricas. No presente trabalho, o valor de C_{Lo} que melhor se ajusta aos resultados experimentais, é 0,20 ao invés de 0,30, como propõem com alguma cautela Skop e Griffin.

BIBLIOGRAFIA

[1] Scruton, C., "On the wind excited oscillations of stacks, towers and masts", Proc. of the Symposium on Wind Effects on Buildings and Structures, pp. 798-832, Inglaterra, 1965.

[2] Ferguson, N. and Parkinson, G., "Surface and wake phenomena of the vortex-excited oscillation of a circular cylinder", Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Engineering for Industry 89, pp. 831-838, 1967.

[3] Parkinson, G., Feng, C. and Ferguson, N., "Mechanisms of vortex excited vibrations of bluff cylinders", paper 27, Proceedings of Symposium on Wind Effects on Buildings and Structures, Longhborough, Inglaterra, 1968.

[4] Mei, V. and Currie, I., "Flow separation on a vibrating cylinder", Physics of Fluids 12, pp. 2248-2254, 1969.

[5] Parkinson, G., "Wind induced instability of structures", Philosofical Transactions of the Royal Society, Series A, 269, pp. 395-409, Londres, 1971.

[6] Griffin, O.M., "Flow near self-excited and forced vibrating circular cylinders", Transactions of the American Society of Mechanical Engineering, Journal of Engineering for Industry 94, pp. 539--547, 1972.

[7] Halle, H., "Proposed analytical model for the cross flow-induced vibrations of a circular cylinder" , Proc. of Conference on Flow Induced Vibrations in Reactor System Components, Argonne Nat. Lab. Report ANL-7685, pp. 248-269, 1970.

[8] Di Silvio, G., "Self controlled vibration of cylinder in fluid stream", Proc. of the American Society of Civil Engineering, Journal of Eng. Mechanics 95, pp. 347-361, 1969.

[9] Hartlen, R. and Currie, I., "Lift-oscillator model for vortex-induced vibration", Proceedings of the American Society of Civil Engineering 96, pp. 577--591, 1970.

[10] Skop, R.A. and Griffin, O.M., "A model for the Vortex-Excited Resonant Response of Bluff Cylinders", Journal of Sound and Vibration 27(2), pp. 225-233, 1973.

[11] Skop, R.A. and Griffin, O.M., "On a theory for the Vortex-Excited Oscillations of Flexible Cylindrical Structures", Journal of Sound and Vibration 41(3), pp. 263-274, 1975.

[12] Skop, R.A. and Griffin, O.M., "The Vortex-Induced Oscilations of Structures", Journal of Sound and Vibration 44(2), pp. 303-305, 1976.

SUMMARY

Nonlinear analysis using the multiple time scales approach is adopted to investigate vortex-induced oscillations of culindrical structures. The nonlinear mathematical model is a modified Van der Pol equation which governs the equation for the fluctuating lift on the cylinder and is coupled to the equation for the oscillatory motion of a cylinder on elastic suspension. This analysis detects and evaluates the response of the system in steady state motion (limit-cycles) close to the natural frequency of the body. Typical results are reported and compared with the experimental findings of other researches.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

DETERMINING FORMATION OF CRACKS IN VIBRATING SYSTEMS

MAREK R. KUJATH
JIASEN LI
MECHANICAL ENGINEERING DEPARTMENT
TECHNICAL UNIVERSITY OF NOVA SCOTIA, HALIFAX, CANADA

The paper presents a method which allows indirect determination of occurrence and extent of sudden cracks in vibrating mechanical systems. The method is based on determining changes in inertia, stiffness and damping characteristics by measuring the vibrations alone, while exciting forces remain unknown. The key concept incorporated in the method consists in observation and processing of transition vibrations, which follow sudden cracking. The developed procedure makes use of system identification techniques which have been applied to equations describing different features of the processed vibration signals.

INTRODUCTION

The paper deals with dynamic mechanical systems whose operation is being monitored by measuring vibration signals. The topic of the paper is focused on determining the presence and extent of sudden cracks in the vibrating mechanical system. The importance of the problem cannot be underestimated as the occurrence of a crack can be fatal to the operation of the system.

The key concept in determining origin of cracks consists in detecting abrupt changes in vibrating mass, and stiffness and damping characteristics which accompany the cracking. A sudden crack in a vibrating mechanical structure will result mostly in changes of stiffness and damping characteristics. It may result also in redistribution of vibrating masses and in severe cases even in reduction of vibrating masses.

The method has been designed to utilize the displacement measurements alone, while the exciting forces remain unknown. The reason for this specification lies in the fact that in real life situations it is a very difficult and costly task to incorporate a force transducer in the system structure. Further, even if such a transducer is installed, it is still difficult to have satisfactory measurement results. Thus, eliminating exciting forces from entities which have to be measured is very advantageous. This feature of the presented method distinguishes it from other methods used in the field of engineering described as fault detection. In fact, in most cases, the determination of the extent of the fault, requires either full knowledge of the inputs or excitations of the system [1] or application of special test signals [2].

The system considered here are assumed to be linear. It is assumed that the observed transition vibrations die out within one observation record. It is assumed also that the exciting forces are stationary and deterministic in nature.

USE OF TRANSIENTS

A sudden crack appears to a vibrating mechanical system as a shock or impact which in turn produces transient vibrations being superposed on normal motion of the system. The main idea behind the developed method is to detect, extract and analyse these additional vibrations which may be hardly noticeable in fact. The key problem faced at that point is to find an answer to the following question: How are the changed parameters reflected in the transient vibrations? From the computational and conceptual point of view, it would be convenient to be able to model the transients by the solution of an initial value problem or in other words, by free vibration. It has been shown analytically [3], that this can be done as follows.

The mathematical model of the transient vibrations has a form of homogeneous equation describing the new (after the occurrence of crack) system. The initial values, to be considered together with these equations, have to be equal to differences in displacements and differences in velocities of the steady state vibrations characterizing motion of the system before the sudden cracking and after it. The differences are taken at the very instant of the cracking.

EXTRACTION OF TRANSIENTS

The recorded vibrations can quite naturally be partitioned into 3 sections (Fig. 1a, 2a): the 'old' steady state, x^{old}, the 'new' steady state, x^{new}, and the transition vibrations between the previous two. To produce data which will be used with the free vibration model, the transient vibrations have to be exposed explicitly. It can be done as follows. First the presence of the transients has to be detected by visual inspection or in case of computer assisted analysis by executing a program which first learns the 'old' steady state and then indicates deviations from the learned pattern. Then, a series of mutual algebraic subtractions will follow. First the 'old' steady state vibrations are subtracted from the whole vibration record (Fig. 1b, 2b), then the 'new' steady state vibrations are subtracted from the same record (Fig. 1c, 2c). Now the steady state regions are shown nicely up as the 'zero' line. The moment of the cracking has been exposed too (Fig. 1b, 2b). The transient vibration (Fig. 1d, 2d), $x^{transient}$, can now be easily 'cut' out from the processed signal of Fig. 1c, 2c.

EXTENT OF CRACK

The changes due to the sudden cracking can be determined by applying system identification techniques. Such techniques are based, generally, on solving mathematical equations describing the problem for parameters in question, while the 'independent' variables (here displacements) are measured and its values inserted into the equations. The equations involve usually so called 'error functions'. Then, the solution of the problem consists in minimizing the 'error functions'.

Assume that a mechanical system can be described by the matrix equation:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F} \qquad (1)$$

* Visitor from Design Institute of Cement Industry, Tianjin, People's Republic of China.

where: $\mathbf{M},\mathbf{C},\mathbf{K}$ - mass, damping and stiffness matrices, respectively
$\mathbf{x},\mathbf{F}$ - displacement and force vectors, respectively.

Using the above equation the first 'error function' describing the relation between the system parameters $\mathbf{M},\mathbf{K},\mathbf{C}$ and the transient vibrations can be defined as follows:

$$\varepsilon_1' = (\mathbf{x} - \mathbf{x}^{\text{transient}}) \qquad (2a)$$

where, $\mathbf{x}^{\text{transient}}$, comes from measurements (Fig. 1d, 2d) and $\mathbf{x}$ is defined by a free vibration model:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = 0 \ , \ \mathbf{x}(0) = \mathbf{d} \ , \ \dot{\mathbf{x}}(0) = \mathbf{v} \ . \qquad (2b)$$

Above, the vectors which define the initial values, $\mathbf{d}$, and, $\mathbf{v}$, are the measured differences of the steady state displacements and velocities at the instant of cracking, τ:

$$\mathbf{d} = (\mathbf{x}^{\text{new}} - \mathbf{x}^{\text{old}})\Big|_{t=\tau} \ , \ \mathbf{v} = (\dot{\mathbf{x}}^{\text{new}} - \dot{\mathbf{x}}^{\text{old}})\Big|_{t=\tau} \ . \qquad (2c)$$

It should be noted here that any minimization of ε_1' from Eq. (2a) will involve solving the initial value problem defined by (2b). Further, it can be seen that the accuracy of that solution depends very much on the accuracy of the initial values. These, in turn, depend very much on the accuracy of the determination of the instant of cracking, τ (Equation (2c)). That instant, however, not always can be determined with the required accuracy. In that case another 'error function' can be defined:

$$\varepsilon_1'' = (\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x})\Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^{\text{transient}}} \ . \qquad (3)$$

Minimization of this 'error function' requires pre-calculation of the first and second derivatives of the

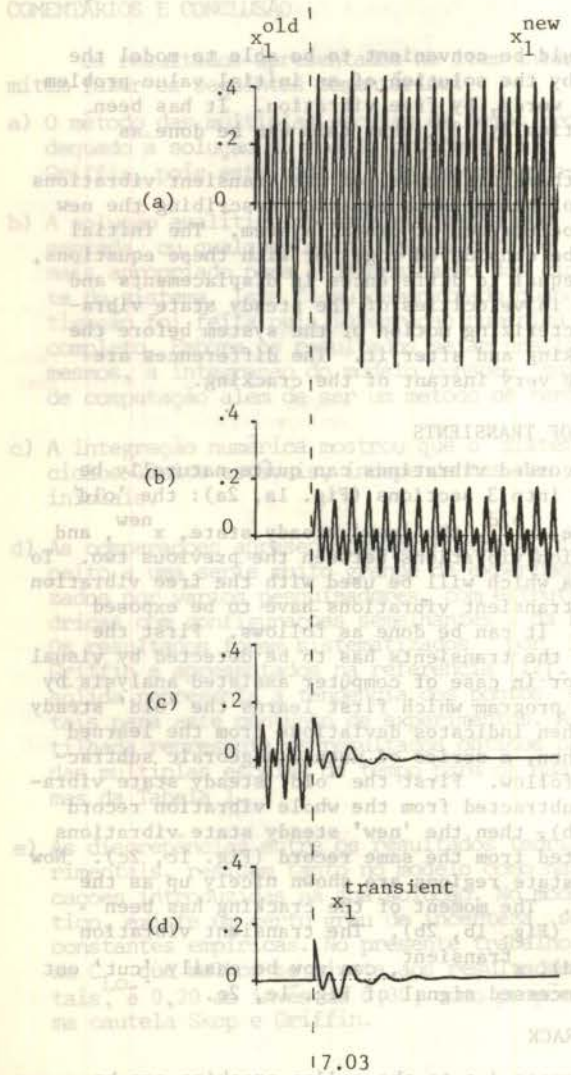


Fig. 1. Vibration data of the first mass (see Example)
(a) the original signal: x_1,
(b) the difference: $x_1 - x_1^{old}$,
(c) the difference: $x_1 - x_1^{new}$,
(d) the transient: $x_1^{transient}$.

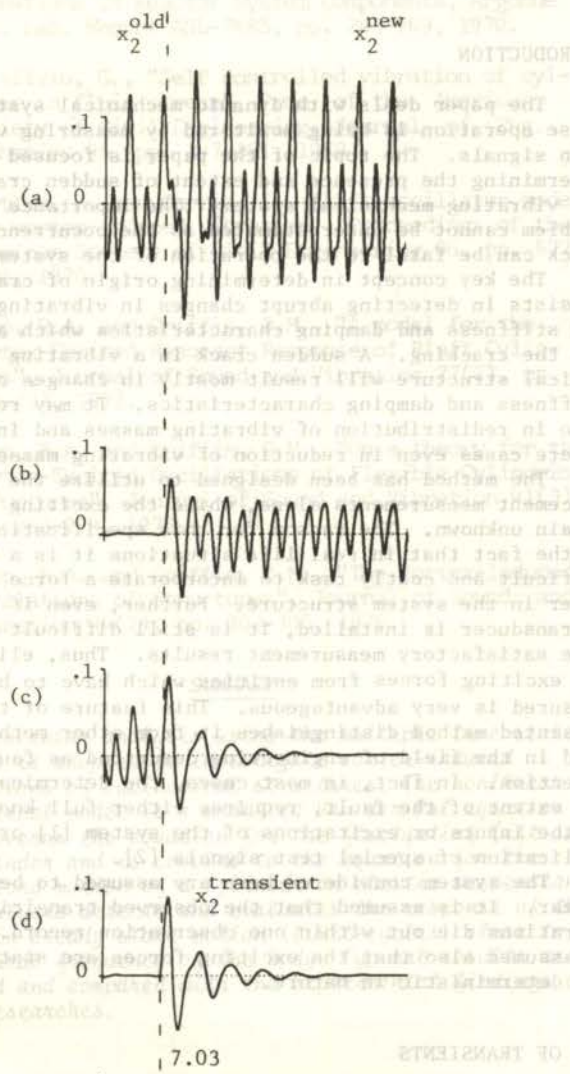


Fig. 2. Vibration data of the second mass (see Example).
(a) the original signal: x_2,
(b) the difference: $x_2 - x_2^{old}$,
(c) the difference: $x_2 - x_2^{new}$,
(d) the transient: $x_2^{transient}$.

transient signal (Fig. 1d, 2d).

The parameters in Eqs. (2) and (3) are the 'new' parameters. To indicate the 'old' parameters the star symbol, *, will be used.

Assuming, for a while, that the signal is periodic with the period, T, another 'error function' can be formed by using the steady state vibrations:

$$\varepsilon_2 = \mathbf{M}^*\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}^*\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}^*\mathbf{x}\Big|_{\substack{t=\tau \\ \mathbf{x}=\mathbf{x}^{old}}} - \mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x}\Big|_{\substack{t=t+mT \\ \mathbf{x}=\mathbf{x}^{new}}} \qquad (4)$$

where m is an integer.

In the above equation, the advantage has been taken from the fact that the forcing function is stationary and periodic, so in moments separated by an interval equal to the period, T, its value is the same. Thus, the left hand sides of Eq. (1) have to be equal too. In case the vibrations are not periodic, Eq. (4) has to be written for individual harmonic components.

The extent of the crack will be known if the following ratios of matrix elements are found:

$$\frac{M_{ij}}{M^*_{ij}}, \quad \frac{K_{ij}}{K^*_{ij}}, \quad \frac{C_{ij}}{C^*_{ij}} \qquad (5)$$

This can be done by taking the vibration data $\mathbf{x}^{old}$, $\mathbf{x}^{transient}$, and $\mathbf{x}^{new}$ from measurements and minimizing squares of the 'error functions', ε_1, ε_2 with respect to the above ratios.

EXAMPLE

To illustrate and test the method a simple two degree of freedom system has been chosen which can be modelled by the following matrix equation:

$$\begin{bmatrix} M_{11} & 0 \\ 0 & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (6)$$

The vibrations of the above system have been simulated on a digital computer with .001s sampling interval. It has been assumed that at time t = 7.03s a chunk of one of the vibrating masses (M_{11}) cracked off. The values of the parameters were set as follows:

	M_{11}	M_{22}	C_{11}	C_{12}	C_{21}	C_{22}	K_{11}	K_{12}	K_{21}	K_{22}
old	3	4	1.8	-.5	-.5	1.2	7	-9	-9	18
new	2.4	4	1.8	-.5	-.5	1.2	7	-9	-9	18

$$F_1 = 0.2 \sin \omega_o t + 1.4 \sin 2\omega_o t + 27 \sin 4\omega_o t$$

$$\omega_o = 1.534 \ .$$

The produced vibrations have been presented in Fig. 1a and Fig. 2a.

Vibration signal processing. The 'old' and 'new' steady state vibrations have been recovered in terms of sums of sinewaves using a Fast Fourier Transform. The results were as follows:

$$x_1^{old} = .053 \sin(1.534t + 2.602) + .118 \sin(3.068t - 1.802) + .278 \sin(6.13t - 0.861)$$

$$x_2^{old} = .053 \sin(1.534t - 2.806) + .053 \sin(3.068t - 0.905) + .019 \sin(6.13t - 3.601)$$

$$x_1^{new} = .048 \sin(1.534t - 2.273) + .166 \sin(3.068t - 4.020) + .361 \sin(6.136t - 0.827)$$

$$x_2^{new} = .049 \sin(1.534t - 2.482) + .074 \sin(3.068t - 0.450) + .025 \sin(6.136t - 3.562)$$

The phase-shift reference in the above formulae was the first data point in the vibration record. The next step in the procedure involves the subtractions of recorded signals. To do this the 'old' and 'new' steady states have been reproduced for the time interval equal to the record length. Then, the subtraction followed. First the 'old' steady states were subtracted from the original record (Fig. 1b, 2b) and then the 'new' steady states were subtracted from the same original record (Fig. 1c, 2c). After the start of the transition period has been determined, Fig. 1b, 2b, the transient vibrations of Fig. 1d, 2d were extracted from Fig. 1c, 2c.

Estimation. In order to determine changes in parameters, the following 'error functions' have been defined using the system model equation (6):

$$\varepsilon_1 = \frac{\ddot{x}_1}{1} + \frac{C_{11}\dot{x}_1}{M_{11}} + \frac{C_{12}\dot{x}_2}{M_{11}} + \frac{K_{11}x_1}{M_{11}} + \frac{K_{12}x_2}{M_{11}}$$

where, $x_1 = x_1^{transient}$

$x_2 = x_2^{transient}$

$$\varepsilon_2 = \frac{\ddot{x}_2}{1} + \frac{C_{21}\dot{x}_1}{M_{22}} + \frac{C_{22}\dot{x}_2}{M_{22}} + \frac{K_{22}x_1}{M_{22}} + \frac{K_{22}x_2}{M_{22}}$$

where, $x_1 = x_1^{transient}$

$x_2 = x_2^{transient}$

$$\varepsilon_3 = \left(\frac{M^*_{11}\ddot{x}_1}{M_{11}} + \frac{C^*_{11}\dot{x}_1}{M_{11}} + \frac{C^*_{12}\dot{x}_2}{M_{11}} + \frac{K^*_{11}x_1}{M_{11}} + \frac{K^*_{12}x_2}{M_{11}}\right)\Bigg|_{\substack{t=t \\ x=x^{old}}} - \left(\frac{\ddot{x}_1}{1} + \frac{C_{11}\dot{x}_1}{M_{11}} + \frac{C_{12}\dot{x}_2}{M_{11}} + \frac{K_{11}x_1}{M_{11}} + \frac{K_{12}x_2}{M_{11}}\right)\Bigg|_{\substack{t=t+9T \\ x=x^{new}}}$$

$$\varepsilon_4 = \left(\frac{M^*_{22}\ddot{x}_2}{K^*_{21}} + \frac{C^*_{21}\dot{x}_1}{K^*_{21}} + \frac{C^*_{22}\dot{x}_2}{K^*_{21}} + \frac{x_1}{1} + \frac{K^*_{22}x_2}{K^*_{21}}\right)\Bigg|_{\substack{t=t \\ x=x^{old}}} - \left(\frac{M_{22}\ddot{x}_2}{K^*_{21}} + \frac{C_{21}\dot{x}_1}{K^*_{21}} + \frac{C_{22}\dot{x}_2}{K^*_{21}} + \frac{K_{21}x_1}{K^*_{21}} + \frac{K_{22}x_2}{K^*_{21}}\right)\Bigg|_{\substack{t=t+9T \\ x=x^{new}}}$$

The star, *, in the equations above denotes the 'old' parameters, and the period $T = 2\pi/1.534$.

To find the ratios of the 'new' parameter over the 'old' parameters (5) a Least Square Optimization technique has been used. The technique is based on minimization of the square of the 'errors' defined above with respect to the respective parameter ratios. The 'error functions' above have been defined in the way shown not only to solve the problem but also to reduce the number of ratios being searched at a time. The 'error functions' have been minimized successively starting from ε_1 through ε_4. Results of an application of this procedure are shown in Table 1.

The results reveal that it is quite feasible to determine abrupt changes in parameters of a multi-degree of freedom system from output data alone. It

can be seen that the accuracy of the results is very high (1% error for M and K, 4% error for C). But it is due to the sterile condition of the test based on simulated data. In practice, the measured signals will be contaminated with noise and it may be even difficult to have any results unless the number of parameters which are considered to be subject to changes is limited to a small figure or unless some of the parameters are known in advance. These requirements are in most cases easy to fulfill.

CONCLUSIONS

The paper has shown how relying on measured vibration signals alone with the existing forces remaining unknown, sudden cracks in mechanical structure of an observed system can be determined. The method is designed to sense changes of quite general characteristics of a dynamic system: vibrating mass, stiffness and damping. However, the presence of cracking can be deduced from the abrupt nature of the change.

As the vibration data considered are digital, not analog, the subtraction of signals, which is essential to the method, must be preceeded by recovery of the steady state signals into any analytical form such as a sum of sinewaves or a Linear Prediction Filter [6]. The reason for that lies in the fact that the sampling of data is, generally, not synchronized with the signal components.

Though the purpose of the paper is not to detect just any sudden changes related to the operating system but changes related to cracking, few comments can be made on other possible changes which can be revealed in vibrations. For example, an impulse or a step input added to a normal excitation force will result in transient signals too, but the steady state followed will have the same features as the 'old' steady state (the phase shift will be all the time the same for instance). Thus, a misinterpretation can be avoided.

TABLE 1. Results of the Test

Parameter Ratio:	$\frac{M_{11}}{M_{11}^*}$	$\frac{M_{22}}{M_{22}^*}$	$\frac{C_{11}}{C_{11}^*}$	$\frac{C_{12}}{C_{12}^*}$	$\frac{C_{21}}{C_{21}^*}$	$\frac{C_{22}}{C_{22}^*}$	$\frac{K_{11}}{K_{11}^*}$	$\frac{K_{12}}{K_{12}^*}$	$\frac{K_{21}}{K_{21}^*}$	$\frac{K_{22}}{K_{22}^*}$
True Value:	0.8000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
Calculated Value:	0.8003	0.9982	0.9964	1.0321	1.0131	0.9775	1.0008	0.9993	1.0008	0.9932

REFERENCES

[1] Isermann, R., "Process Fault Detection Based on Modeling and Estimation Methods", IFAC Symposium on Identification, Washington, 1982.

[2] Rault, A.,Jaume, D., Verge, M., "On-Line Identification and Fault Detection on Industrial Processes", IFAC Symposium on Identification, Washington, 1982.

[3] Kujath, M.R., Li, Jiansen and Sarwal, S.N., "Processing Signals for Estimating Abrupt Changes in System Parameters", IASTED Symposium on Applied Signal Processing, Paris, June 19-21, 1985.

[4] Pilkey, W.D. and Cohen, R., "System Identification of Vibrating Structures", 1972 Winter Annual Meeting of ASME, United Engineering Center, 1972.

[5] Eykhoff, P., Trends and Progress in System Identification, Pergamon Press, 1981.

[6] Makhoul, J., "Linear Prediction: A Tutorial Review", Proc. of IEEE, Vol. 63, No. 4, April 1975.

FREQUENCY RESPONSE MEASUREMENTS ON A TURBOCHARGED AUTOMOTIVE DIESEL WITH VARIABLE-GEOMETRY TURBINE

R.J. BACKHOUSE
UMIST, MANCHESTER, ENGLAND

Frequency responses have been measured for boost pressure and engine speed responses to fuel rack position and turbine inlet area, on an automotive diesel with variable geometry turbine. The shape of these responses is discussed.
A dynamic mean effective pressure is defined and its response, based on measurements of shaft torque and speed, is presented in frequency response and step input response forms. This indicates the transient reduction in m.e.p., and allows engine response to be isolated, to some extent, from the load dynamics.
Turbine inlet temperature and exhaust opacity responses to rack motion are compared with a calculated dynamic fuel/air ratio; the effect of rack motion amplitude on speed response is shown.

INTRODUCTION

The requirements of the turbocharged automotive diesel are best met by varying the turbine inlet area – maximum area being needed at rated output to reduce back pressure and moderate turbocharger speed, and minimum area at peak torque speeds to maximise the boost.

This paper covers part of the frequency response testing carried out on an 11 litre direct-injection turbocharged automotive diesel engine with variable geometry turbine. The results give insights into the dynamic behaviour of the engine, and are part of a wider investigation being carried out at UMIST into the feedback control of multi-input multi-output IC engine systems.

EXPERIMENTAL

Engine and test cell are fully instrumented (figure 1). Engine details are in table I.

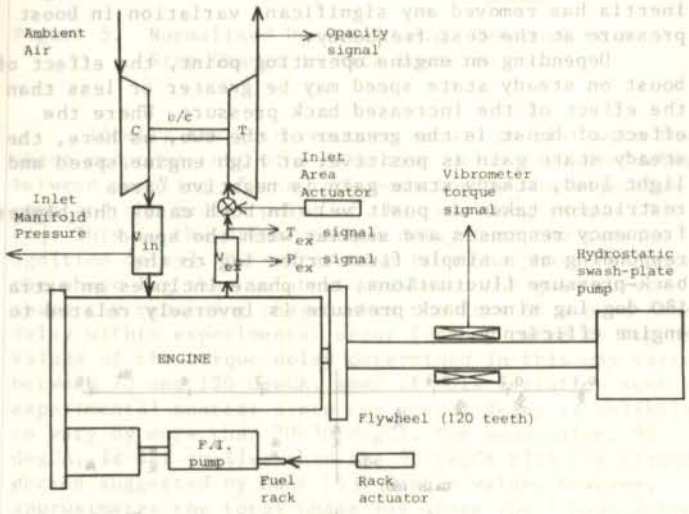


Figure 1. Diagram of the Engine/Dynamometer Rig.

Dynamometer. This is a hydrostatic swash-plate pump with good dynamic response; system pressure is controlled by spool valve with electro-hydraulic servo. Electronic control of the supply pressure, via speed feedback, is used to give a steady-state torque proportional to the 1.6 power of speed. Inertia of the pump with propellor shaft and one coupling is ~0.1 kg.

Table I. Engine Data

Type:	Leyland TL11, direct injection
Configuration:	6 cylinders in-line, 4-stroke
Swept volume:	11.1 litre
Injection pump:	CAV type NN, governor removed
Max. fuel:	138mm³/stroke
Max. power:	210kW at 2200 rev/min
Turbocharger:	Holset H2C, 2:1 area turndown
Inertia:	2.95kgm incl. flywheel

Actuators. Fuel rack position and turbine inlet area are actuated by small hydraulic pistons with position feedback control via electro-mechanical servo valves. The rack actuator acts directly onto the fuel rack; the turbine area actuator acts through a pin-jointed linkage. Both have bandwidths above 10 Hz.

Instrumentation. Engine flywheel speed is by magnetic pick-up on a 120-tooth wheel, and shaft torque by Vibrometer TG200 torquemeter. Boost pressure is by Druck strain gauge transducer, water cooled, and exhaust opacity by infra-red absorption, 3.3m down-stream from turbine. A mineral insulated 1.6mm chromel-alumel thermocouple measures turbine inlet temperature.

Frequency response work. The frequency response method of identification was chosen since two widely used methods of multivariable system analysis and controller design, the Inverse Nyquist Array and the Characteristic Locus techniques, use the frequency domain. In addition, although frequency response analysis is time consuming, it enables all harmonics of the driving frequency in the outputs to be rejected. This is important where non-linearities may be significant [1]. In systems where sampling occurs – in this case the injection pump samples the position of the fuel rack each time injection takes place – interference occurs if the test frequency coincides with the half sampling frequency or any integer multiple of it [2]. In these tests the minimum sampling frequency was 50 Hz, 5 times the maximum test frequency. Where the test frequency coincides with the engine cycle frequency (e.g. 10 Hz at 1200 rev/min) variations in fuelling from cylinder to cylinder may significantly affect the measured response.

Frequency response tests were carried out with a 'Feedback' signal generator and transfer function analyser. The sine-wave signal with suitable DC offset was used as the actuator position demand signal. Responses were obtained in the frequency range likely to be significant in automotive diesel transients (0.1 to 10Hz). 10-cycle averageing was used to increase accuracy and rejection of harmonics but, in some cases above 4 Hz, output signal amplitudes were too small to be measured with this equipment. More accurate measurements of small signals were possible later using a Solartron 1250 Frequency Response Analyser.

RESULTS AND DISCUSSION

After obtaining actuator responses, the responses of the engine speed and boost pressure to rack and turbine area perturbation were measured over a wide range of engine operating conditions. At some conditions shaft torque, exhaust opacity and turbine inlet temperature responses were obtained. The results presented here relate to engine speeds near peak torque speed (1200 rev/min) where combustion is most likely to be marginal. High load at these speeds involves combustion at air-fuel ratios below 25:1 and, since optimum for b.s.f.c. is 30:1, boost pressure can have a significant effect on combustion. Actuator and known instrumentation responses have been removed from the results which are presented in the form of Bode diagrams (log gain and phase plotted against log-scale frequency). Gains shown are relative to the steady state gain. Lines at -3db and -45deg are included to aid the measurement of time constants. Dashed lines of slope -20db/dec are sometimes drawn for comparison with the gain plots.

Speed Response. Fig.2 shows the speed response to rack movement at 1200 rev/min, medium and high load. Asymptotic gain slope is -25db/decade; a first order lag due to the response of the inertia of engine plus dynamometer accounts for a slope of -20db/dec. The discrepancy is due to several factors:

1. Dynamometer response
2. Variation of fuelling with engine speed (at constant rack position)
3. Bmep amplitude affected by variations in a/f ratio amplitude.
4. Bmep amplitude affected by pumping losses.

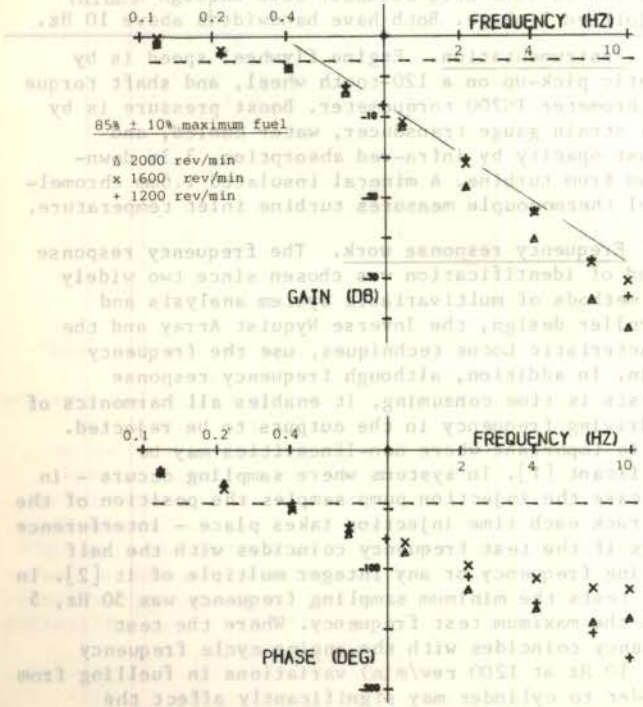


Figure 2. Speed Response to Fuel Rack Perturbation.

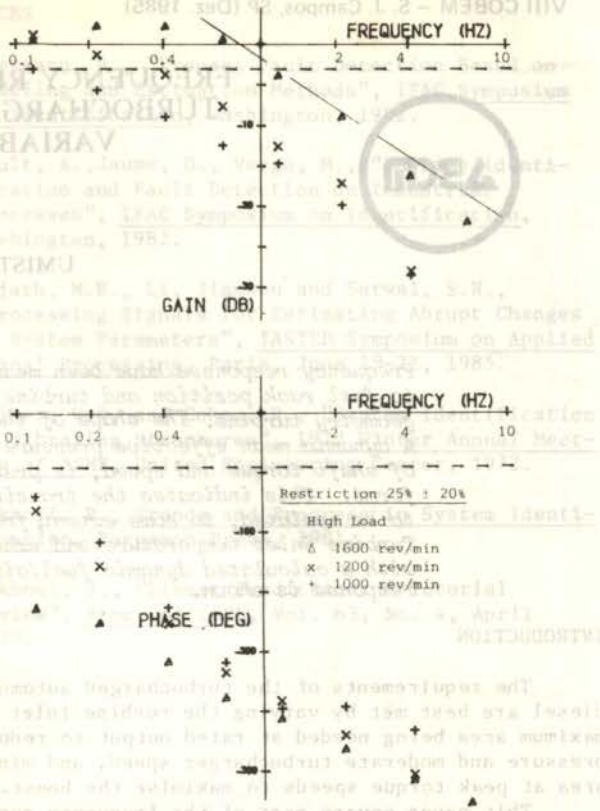


Figure 3. Speed Response to Turbine Area Perturbation

Fig 3 shows speed response to turbine area perturbation at 1000, 1200 and 1600 rev/min near full load. High frequency gain slope is much nearer to -20db/dec and represents the response of the engine plus load inertia to variations in back-pressure due to changes in turbine inlet area. The time constant of the filling of the exhaust manifold is too short to significantly affect the back pressure response below 10Hz. At low frequencies boost amplitude affects the response, through its effect on a/f ratio and pumping losses, but at frequencies above 2 Hz the turbocharger inertia has removed any significant variation in boost pressure at the test frequency.

Depending on engine operating point, the effect of boost on steady state speed may be greater or less than the effect of the increased back pressure. Where the effect of boost is the greater of the two, as here, the steady state gain is positive; at high engine speed and light load, steady state gain is negative (area restriction taken as positive). In both cases the higher frequency responses are similar with the speed responding as a simple first order lag to the back-pressure fluctuations; the phase includes an extra 180 deg lag since back pressure is inversely related to engine efficiency.

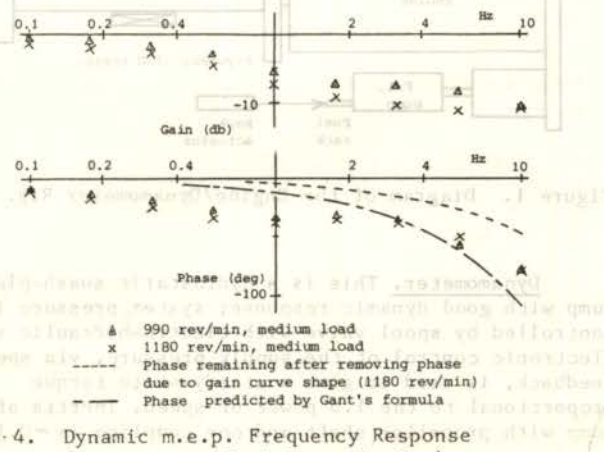


Figure 4. Dynamic m.e.p. Frequency Response (Response to Rack Perturbation)

Torque Response. In order to remove the effects of dynamometer response from fig.2 the acceleration torque of the engine and flywheel was added vectorally to the measured shaft torque response. Fig 4 shows the resulting responses which may be called dynamic torque or dynamic m.e.p. These dynamic values are friction-corrected but not equal to the brake values; the difference is accounted for by the acceleration of the flywheel and engine. With infinite load inertia the 'dynamic' and brake values are identical.

Fig 4 indicates a significant fall-off in dynamic m.e.p. with increasing frequency. Below 0.4 Hz the slope is -2.5 db/dec with a break point close to that of the boost response indicating that this attenuation is a result of boost related effects - pumping losses and combustion efficiency (through air-fuel ratio); a small effect may also be due to the thermal inertia of the cylinder walls. Above 0.4 Hz the slope is greater with a break point similar to that of the speed response (0.4 Hz); this extra attenuation appears, then, to be speed related - i.e. due to the change in fuelling with speed and possibly also to dynamic effects in the f.m.e.p. The gain becomes flat above 2Hz, 8-10 db below the steady state gain. The corresponding step input response, obtained by inverse transformation, is shown in fig 5.

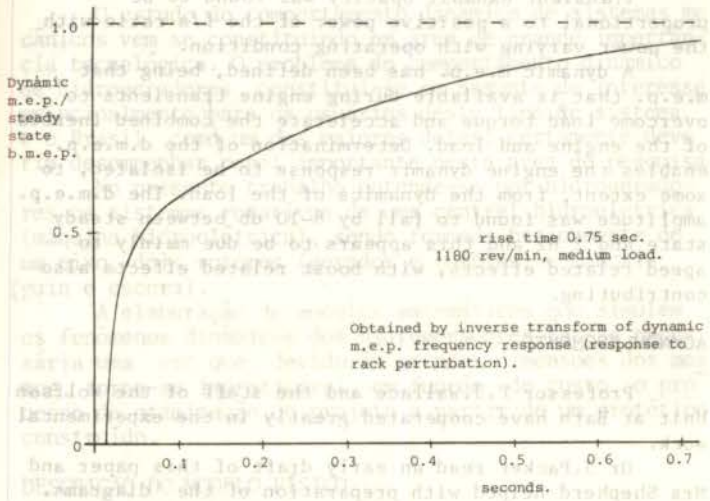


Figure 5. Normalised Dynamic M.e.p. Response to a Step Change in Rack Position

Ideally the gain response should be flat with the phase response that of a pure time delay i.e. the delay between sampling of the rack position by the injection pump and the median point of the resulting torque [3], [4]. This is the diesel torque delay (not the same as ignition delay). By subtracting from the phase response the phase lag that is attributable to the gain curve shape the remaining phase takes the form of a pure time delay within experimental error (dashed curve in fig 6). Values of the torque delay determined in this way varied between 70 and 120 degCA; some of this variation must be experimental scatter since the actual delay is unlikely to vary by more than 20-30 degCA. The mean value, 95 degCA, is far smaller than the 90 degCA plus one firing period suggested by Gant [5]. Gant's value, however, approximates the total phase lag above 2Hz (chain dotted line in fig 5).

With the hydraulic actuator no lock-up of the rack motion was observed so that rack position sampling occurred at the end of injection. In engines with mechanical governors, lock-up of the movement is conceivable, in which case sampling occurs near start of injection and the delay is longer [3].

Boost Pressure Response. Fig 6 shows the response of boost pressure to rack perturbation. The high frequency slope is -28 to -32 db/dec of which -20 db/dec is due to the inertia of the turbocharger in the

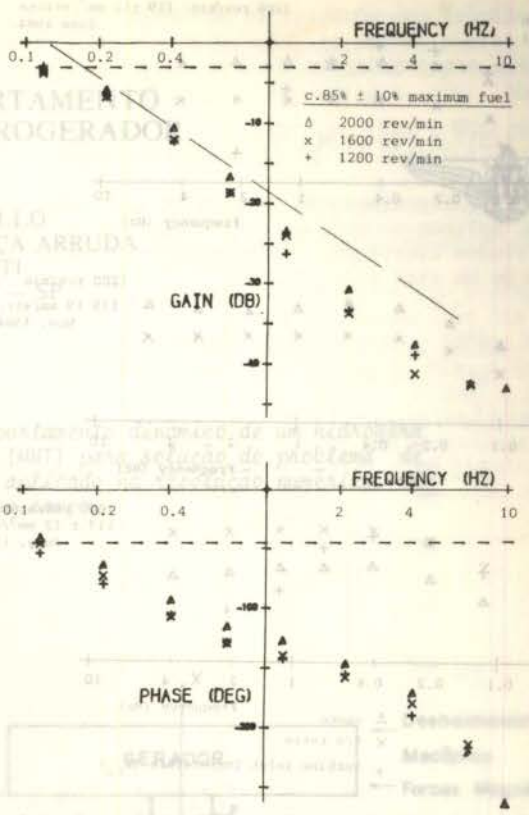


Figure 6. Boost Pressure Response to Fuel Rack Perturbation

presence of turbine torque fluctuations (assuming constant torque amplitude). Due to the effect of engine speed on exhaust mass flow, turbine torque amplitude falls as frequency increases; this accounts for at least 2/3 of the extra slope. A first order lag due to the filling of the inlet manifold also begins to affect the gain above 2Hz. The inlet manifold time constant varies inversely with engine speed (5Hz at 1200 rev/min).

Fig 7 shows that the boost pressure response to turbine area perturbation has a slope much nearer -20db/dec, reflecting the much smaller fluctuations in engine speed.

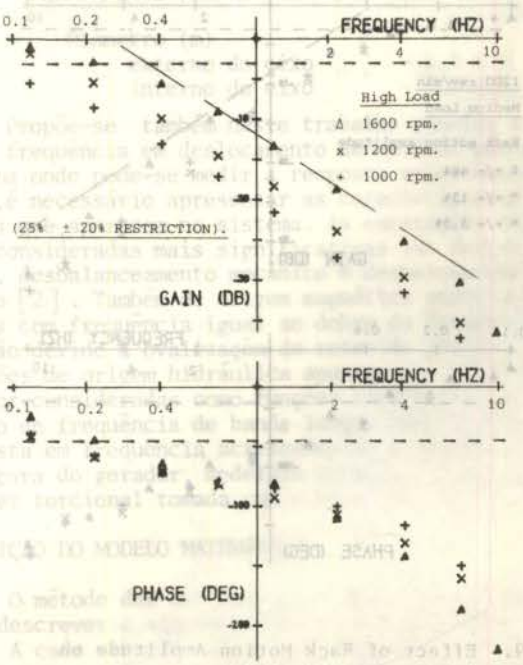


Figure 7. Boost Pressure Response to Turbine Inlet Area Perturbation

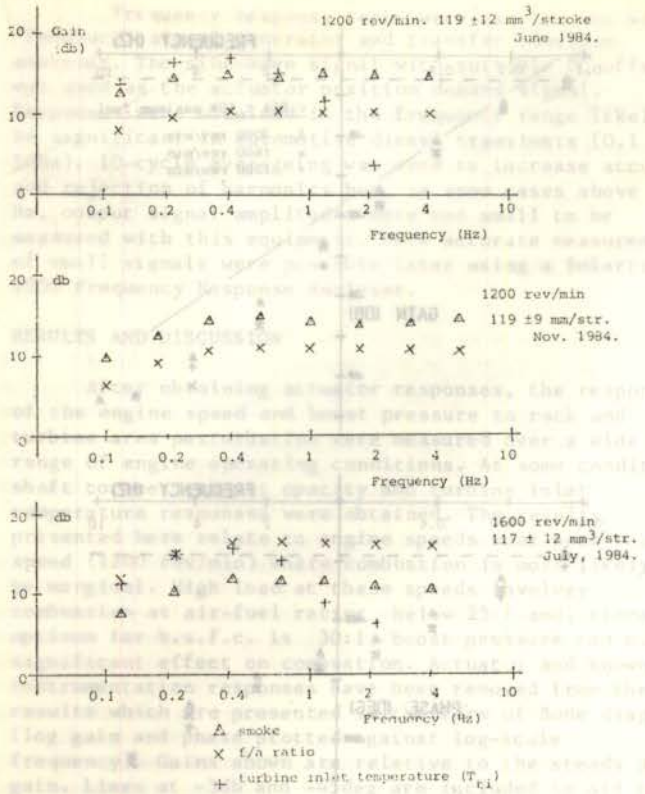


Figure 8. Gain Response of Opacity Compared with Dynamic Fuel-Air Ratio

Exhaust Opacity Response. Both exhaust opacity and turbine inlet temperature are functions primarily of a/f ratio. In fig 8, log gain plots of both are compared with the dynamic f/a ratio gain, obtained by vector subtraction of the boost pressure response from the rack motion. Apart from an unidentified first order lag in the temperature response (break freq. at 1 Hz), all three plots are nearly parallel indicating that opacity and probably turbine inlet temperature are proportional to a power of the dynamic f/a ratio. For opacity the index varies between 2 and 4, but may reach 10 at high f/a ratios. O'Neill observed a value of 3.25 for steady state opacity from a turbocharged engine [6].

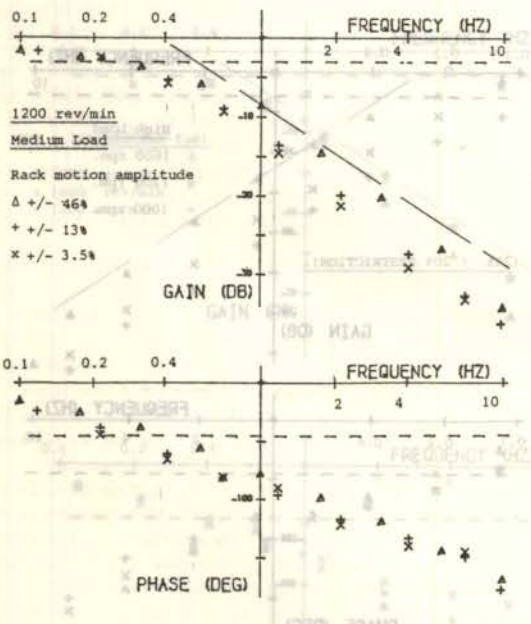


Figure 9. Effect of Rack Motion Amplitude on Engine Speed Response

Degree of Non-linearity. Fig 9 shows the effect of rack motion amplitude on speed response at 1200 rev/min medium load. Increasing the amplitude from +/-3 to +/-10 per cent has no effect on the responses relative to the steady state gain; increasing the amplitude up to +/-43 per cent does affect the response shapes a little. The steady state gains are 9 and 30 per cent lower respectively at middle and large amplitudes. The effect of rack amplitude on boost response is less.

CONCLUSIONS

The speed and boost transfer functions of the turbocharged automotive diesel engine are dominated by the first order lags due to the inertias of the engine + load and turbocharger rotor respectively.

While filling of the inlet manifold does affect engine response below 10Hz, exhaust manifold dynamics appear not to (apart from a small contribution to the exhaust transport delay) and can probably be ignored in control models, provided that allowance is made for the effect of the pulsed nature of the exhaust flow on turbine efficiency.

Transient exhaust opacity was found to be proportional to a positive power of the f/a ratio with the power varying with operating condition.

A dynamic m.e.p. has been defined, being that m.e.p. that is available during engine transients to overcome load torque and accelerate the combined inertia of the engine and load. Determination of the d.m.e.p. enables the engine dynamic response to be isolated, to some extent, from the dynamics of the load. The d.m.e.p. amplitude was found to fall by 8-10 db between steady state and 2 Hz and this appears to be due mainly to speed related effects, with boost related effects also contributing.

ACKNOWLEDGMENTS

Professor F.J.Wallace and the staff of the Wolfson Unit at Bath have cooperated greatly in the experimental work.

Dr J.Packer read an early draft of this paper and Mrs Shepherd helped with preparation of the diagrams.

I am grateful for the encouragement of my supervisor, Professor D.E.Winterbone.

The Science and Engineering Research Council in the U.K. provided financial support.

REFERENCES

[1] Wellstead, P.E., "Frequency Response Analysis", Solartron Instruments Technical Report No.010/83, Solartron Instruments, Farnborough, England (1983).

[2] Flower, J.O., Windett, G.P. and Forge, S.C., "Aspects of the Frequency Response Testing of Simple Sampled Systems", Int. J. Control, V. 14 (1971), No.5, pp.881-896.

[3] Bowns, D.E., "The Dynamic Characteristics of Reciprocating Engines", Proc. Instn Mech. Engrs, V. 185 (1971), No. 16/71, pp.185-201.

[4] Windett, G.P. and Flower, J.O., "Sampled-data Frequency Response Measurements of a large Diesel Engine", Int. J. Control, V. 19 (1974), No. 6, pp.1069-1086.

[5] Gant, G.C., "The Governing of Diesel Engines", Ch 4 Principle and Performance in Diesel Engineering, (Haddad, S.D. and Watson, N. Eds.), Ellis Horwood, Chichester, England (1984).

[6] O'Neill, G., "Measurement and Prediction of Exhaust Smoke of a Turbocharged Diesel Engine", MSc Dissertation, UMIST, England (1974).

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM HIDROGERADOR

RENATO PAVANELLO
JOSÉ ROBERTO DE FRANÇA ARRUDA
FERNANDO IGUTI
GEPROM/UNICAMP — SP

SUMÁRIO

Desenvolve-se neste trabalho o estudo do comportamento dinâmico de um hidrogerador usando o método das matrizes de transferência (MMT) para solução do problema de vibrações livres e forçadas. Um MMT-Modificado é aplicado na resolução numérica. Comparam-se os resultados com os obtidos em medições no campo.

INTRODUÇÃO

O estudo do comportamento dinâmico de sistemas mecânicos vem se constituindo em área de grande importância tecnológica. O problema do comportamento dinâmico de hidrogeradores constitui-se em assunto de interesse principalmente para os usuários deste tipo de sistema, e o Brasil, como um dos maiores deles, certamente deveria desempenhar papel importante nesta área de pesquisa.

No presente trabalho entende-se por hidrogeradores os sistemas rotativos de uma central hidroelétrica (máquina hidroelétrica), sendo formado basicamente de um eixo, dois rotores (gerador e turbina) e mancais (guia e escora).

A elaboração de modelos matemáticos que simulem os fenômenos dinâmicos dos hidrogeradores faz-se necessária uma vez que, devido às grandes dimensões dos mesmos, torna-se impraticável, em função do custo, o processo de otimização do projeto a partir de um protótipo construído.

DESCRIÇÃO DO MODELO FÍSICO

As máquinas que servem de base neste estudo [1] são de eixo vertical tipo "umbrella", turbina tipo francis com 12 pás, rotor de gerador com 13,2 m de diâmetro, potência de cada máquina de 160 MW, velocidade controlada de operação 85,7 rpm e com peso total das partes girantes de aproximadamente 715t.

Os mancais de guia são do tipo hidrodinâmico segmentado sendo que o efeito de amortecimento e rigidez do filme de óleo, bem como a rigidez da estrutura de sustentação podem ser modelados de forma simplificada.

Modelou-se o sistema para o estudo das vibrações livres em flexão sem amortecimento e considerando os mancais como molas de rigidez constante. As máquinas modeladas possuem eixos de secção circular vazada conforme indicado na Figura 1.

Os valores dos parâmetros utilizados foram:

Momento de inércia diametral ($Kg.m^2$)
- gerador - 4,8 E 6
- turbina - 5,0 E 4
- mancal de guia do gerador - 1,37 E 4
- mancal de guia da turbina - 0,5 E 3

Massa (Kg)
- rotor do gerador - 4,95 E 5
- rotor da turbina - 1,45 E 5
- mancal de guia da turbina - 2,87 E 3
- mancal de guia do gerador - 2,1 E 4

Rigidez (N/m)
- mancal de guia do gerador - 1,5 E 11
- mancal de guia da turbina - 1,5 E 11

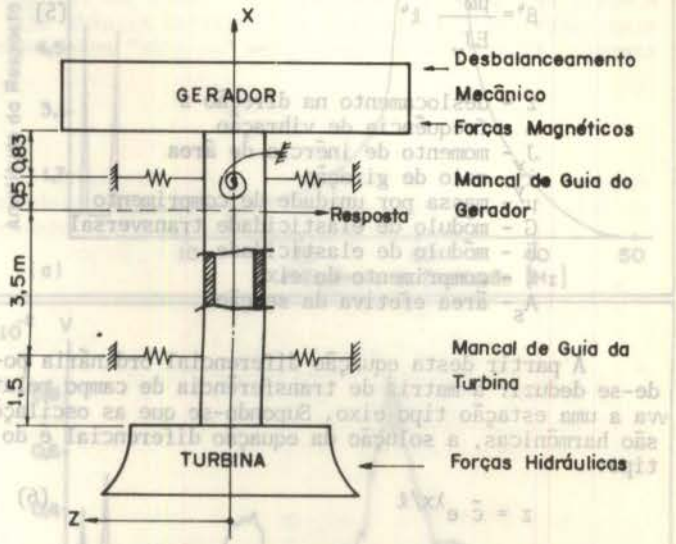


Fig. 1 Modelo Físico de um Hidrogerador

Diâmetro (m)
- externo do eixo - 1,3 E 0
- interno do eixo - 0,4 E 0

Propõe-se também neste trabalho simular a resposta em frequência em deslocamento de um dado ponto do sistema onde pode-se medir a resposta experimentalmente. Assim, é necessário apresentar as características das forças que aparecem no sistema. As excitações transversais consideradas mais significativas são forças hidráulicas, desbalanceamento mecânico e desbalanceamento magnético [2]. Também de origem magnética podem surgir forças com frequência igual ao dobro da frequência de rotação devido à ovalização do rotor do gerador. As excitações de origem hidráulica aparecem na turbina e podem ser consideradas como funções aleatórias com um espectro de frequência de banda larga. Para a análise da resposta em frequência acrescenta-se o efeito do mancal de escora do gerador, modelada através de uma mola com rigidez torcional tomada com o valor de 4E11 N.m.

DESCRIÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO

O método das matrizes de transferência (MMT) permite descrever o sistema estrutural subdividido em estações. A cada estação associa-se uma matriz de transferência que contém as informações referentes àquela parte da estrutura e que relacionam as variáveis de esta-

do em estações consecutivas de uma estrutura. As variáveis de estado contêm as informações do sistema mecânico e estão armazenadas em vetores denominados vetores de estado.

$$\{S\}^T = \{z,\ \psi,\ M_y,\ V_z\} \tag{1}$$

Para a representação matemática das estações tipo eixo, aplicam-se modelos contínuos, com solução exata, derivados diretamente da equação diferencial do movimento de um eixo [2]:

$$\frac{d^4z}{dx^4} + \frac{\sigma+\tau}{\ell^2}\frac{d^2z}{dx^2} - \frac{\beta^4-\sigma.\tau}{\ell^4}.z = 0 \tag{2}$$

onde

$$\sigma = \frac{\mu\omega^2}{GA_s}\ell^2 \tag{3}$$

$$\tau = \frac{\mu i_y^2\omega^2}{EJ_y}\ell^2 \tag{4}$$

$$\beta^4 = \frac{\mu\omega^2}{EJ_y}\ell^4 \tag{5}$$

z - deslocamento na direção z
ω - frequência de vibração
J_y - momento de inércia de área
i_y - raio de giração
μ - massa por unidade de comprimento
G - módulo de elasticidade transversal
E - módulo de elasticidade
ℓ - comprimento do eixo
A_s - área efetiva da secção

A partir desta equação diferencial ordinária pode-se deduzir a matriz de transferência de campo relativa a uma estação tipo eixo. Supondo-se que as oscilações são harmônicas, a solução da equação diferencial é do tipo:

$$z = \bar{c}\, e^{\lambda x/\ell} \tag{6}$$

Mostra-se que a matriz de transferência desta estação incluindo-se os efeitos de deformação devido ao cisalhamento e inércia de inclinação é dada por [2, 3]

$$F = \left[\begin{array}{cc|cc} c_o-\sigma c_2 & \ell\, c_1-(\sigma+\tau)\,c_3 \\ \frac{\beta^4}{\ell}c_3 & c_o-\tau c_2 \\ \frac{\beta^4 EJ_y}{\ell^2}c_2 & \frac{EJ_y}{\ell}-\tau c_1+(\beta^4+\tau^2)c_3 \\ \frac{\beta^4 EJ_y}{\ell^3}(c_1-\sigma c_3) & \frac{EJ_y}{\ell^2}\beta^4 c_2 \\ \hline \frac{\ell^2 c_2}{EJ_y} & \frac{\ell^3}{\beta^4 EJ_y}-\sigma c_1+(\beta^4+\sigma^2)c_3 \\ \ell(c_1-\tau c_3) & \frac{\ell^2}{EJ_y}c_2 \\ c_o-\tau c_2 & \ell\, c_1-(\sigma+\tau)c_3 \\ \frac{\beta^4}{\ell}c_3 & c_o-\sigma c_2 \end{array}\right] \tag{7}$$

onde

$$c_o = (\lambda_2^2\cosh\lambda_1+\lambda_2^2\cos\lambda_2)\ /\ (\lambda_1^2+\lambda_2^2) \tag{8}$$

$$c_1 = \left(\frac{\lambda_2^2}{\lambda_1}\operatorname{senh}\lambda_1 + \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2}\operatorname{sen}\lambda_2\right)\ /\ (\lambda_1^2+\lambda_2^2) \tag{9}$$

$$c_2 = (\cosh\lambda_1-\cos\lambda_2)\ /\ (\lambda_1^2+\lambda_2^2) \tag{10}$$

$$c_3 = \left(\frac{\operatorname{senh}\lambda_1}{\lambda_1} - \frac{\operatorname{sen}\lambda_2}{\lambda_2}\right)/\ (\lambda_1^2+\lambda_2^2) \tag{11}$$

$$\lambda_{1,2} = \sqrt{-\frac{\sigma+\tau}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma+\tau)^2+(\beta^4-\sigma\tau)}} \tag{12}$$

A transferência das variáveis de estado de uma massa concentrada é feita usando-se uma matriz de ponto. Usa-se este tipo de estação para a representação de turbinas, rotores, etc.

Usando-se o Princípio de D'Alembert da mecânica clássica e supondo-se a massa concentrada como um corpo rígido com dois graus de liberdade (deflexão e rotação) pode-se obter a matriz de transferência deste tipo de estação [2]:

$$[P] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -I_y\omega^2 & 1 & 0 \\ m\omega^2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{13}$$

onde

m - massa concentrada
I_y - momento de inércia de massa

Para obter um modelamento matemático do mancal segmentado considerou-se as seguintes hipóteses: massa do sistema eixo-turbina-gerador muito maior que a massa do segmento do mancal, rigidez do filme de óleo próxima da rigidez da estrutura de suporte e constante com a rotação.

Usando-se as técnicas de impedância mecânica, pode-se obter os valores de rigidez e amortecimentos equivalentes, para um segmento do mancal:

$$K_{eq} = \frac{(K_2K_1)(K_2+K_1)+K_2\omega^2C_1^2}{(K_2+K_1)^2+\omega^2C_1^2} \tag{14}$$

$$C_{eq} = k_2^2\omega C_1\ /\ (K_2+K_1)^2+\omega^2C_1^2 \tag{15}$$

onde K_1 e C_1 são os coeficientes de rigidez e amortecimento do filme de óleo e K_2 é a rigidez da estrutura de suporte.

Considerando ainda que os segmentos em número de 12, são pivotados, pode-se desprezar a existência de forças tangenciais e modelar o sistema sem acoplamento. Considerando isotropia radial tem-se:

$$K_z = 2K_{eq}+4K_{eq}\cos^2 30^o+4K_{eq}\cos^2 60^o = 6K_{eq} \tag{16}$$

$$C_z = 2C_{eq}+4C_{eq}\cos^2 30^o+4C_{eq}\cos^2 60^o = 6C_{eq} \tag{17}$$

Com esses valores de K_z e C_z pode-se montar a matriz de ponto do mancal:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -K_z - jC_z & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Com estas matrizes e as excitações já definidas na descrição do modelo físico, pode se representar matematicamente os sistemas estudados.

MÉTODO DE RESOLUÇÃO

Aplicando-se o método convencional de resolução do MMT observa-se que para algumas aplicações, caso de mancal intermediário com rigidez elevada, surgem erros numéricos de "round-off". O MMT-modificado propõe-se a eliminar esses problemas.

O MMT-modificado é um método que estima os valores do vetor de estado na estação inicial e aplica uma condição de dependência linear entre as linhas da matriz do sistema [3].

No cálculo da resposta em frequência inclui-se no modelo termos complexos nas matrizes de transferência, como é o caso dos termos proporcionais à velocidade. Usa-se também a forma estendida, que é usual, onde incluem-se as excitações no modelo [2,3]:

$$\left[\begin{array}{c|c} [U] & \{q\} \\ \hline [0] & 1 \end{array}\right] \cdot \begin{Bmatrix} S \\ 1 \end{Bmatrix}_o = \begin{Bmatrix} S \\ 1 \end{Bmatrix}_n \quad (19)$$

onde: $\{q\}$ - vetor das forças de excitação

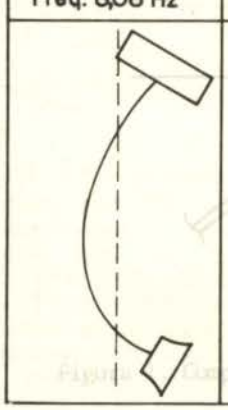
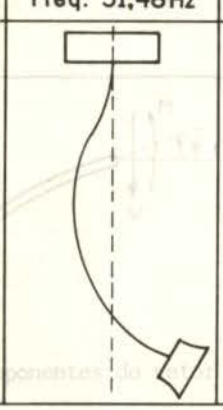
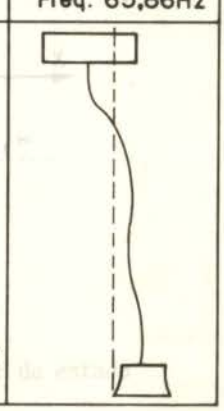
Levando em conta a equação (19) conjuntamente com as condições de contorno, pode-se obter os valores de $\{S\}_o$, e posteriormente transferi-los para qualquer ponto do sistema.

Variando-se a frequência de excitação obtém-se o espectro da resposta.

RESULTADOS OBTIDOS

Para a resolução do problema de vibrações livres do modelo físico mostrado na figura 1 usando o MMT-modificado, desenvolveu-se uma rotina com o modelo dos eixos contínuos de secção circular vazada. Na representação do gerador e da turbina considerou-se massas concentradas com efeito de inércia de inclinação. Calculou-se as frequências naturais e os modos próprios e os resultados são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1. Frequências naturais e modos próprios de vibração

Modo Nº 1	Modo Nº 2	Modo Nº 3
Freq. 8,08 Hz	Freq. 31,48 Hz	Freq. 65,86 Hz
		

Para o cálculo do espectro da resposta incluiu-se o efeito do mancal de escora através da mola de rigidez torcional, e os mancais de guia foram representados, como mancais hidrodinâmicos segmentados, com:

Rigidez do filme de óleo (K_1) 1,5E11 N/m
Amortecimento do filme de óleo (C_1) 0,75E11 N.s/m
Rigidez do suporte do segmento (K_2) 1,5E11 N/m

No hidrogerador real as forças de excitação são de magnitude desconhecida.

Para uma comparação qualitativa com o resultado do modelo teórico foi tomada a superposição das respostas às excitações de desbalanceamento e forças hidráulicas, conforme o esquema da Figura 1. Para o desbalanceamento na frequência de rotação (85.7 cpm) e efeito de ovalização no dobro desta foi tomada amplitude unitária. Para as forças hidráulicas foi tomado um espectro de amplitude constante e unitária. A Figura 2 mostra o espectro de resposta resultante bem como o espectro medido no hidrogerador real.

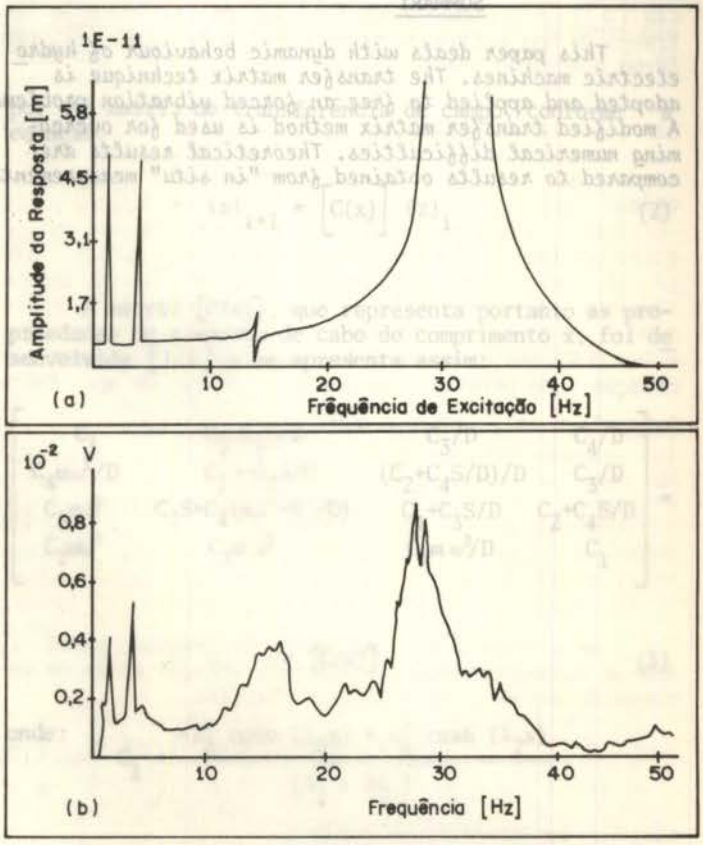


Fig.2 Espectro da Resposta (a) teórico (b) medido

CONCLUSÕES

Observa-se que, fundamentalmente, o espectro teórico obtido, Fig. 2 (a), é coerente com o espectro medido 2(b) sendo que o ajuste dos valores das frequências naturais pode ser feito por métodos de identificação que não são tratados neste trabalho.

Os métodos de resolução utilizados no trabalho (MMT - modificado e MMT estendido) são eficientes para ultrapassar as dificuldades numéricas inerentes ao MMT. Os modelos contínuos do MMT mostram um bom desempenho na representação estrutural.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho pôde ser realizado graças ao convênio UNICAMP/CESP - Companhia Energética de São Paulo "Critério para avaliação pela análise de vibrações da condição de operação de máquinas rotativas".

REFERÊNCIAS

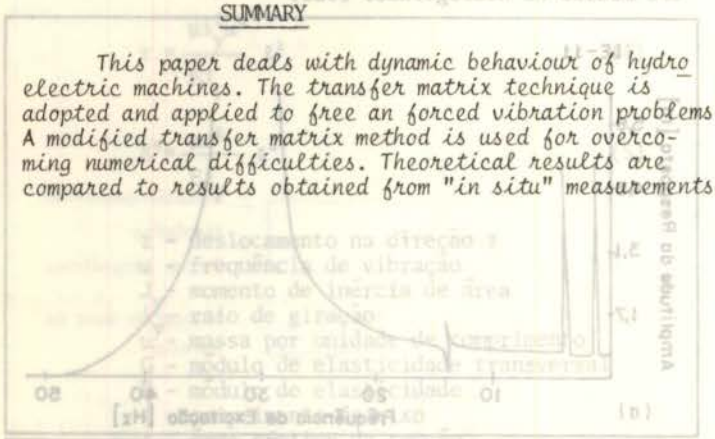
[1] Relatórios I a VI Projeto CESP/FUNCAMP "Critério para avaliação pela análise de vibrações da condição de operação de máquinas rotativas"- Campinas SP 1984.

[2] Pavanello, R. "Estudo do Comportamento Dinâmico de Hidrogeradores" - Tese de Mestrado UNICAMP-Campinas/SP. 1985.

[3] Pestel, E. Leckie, F. Matrix Methods in Elastomechanics - McGraw-Hill, 1963 USA.

SUMMARY

This paper deals with dynamic behaviour of hydroelectric machines. The transfer matrix technique is adopted and applied to free an forced vibration problems. A modified transfer matrix method is used for overcoming numerical difficulties. Theoretical results are compared to results obtained from "in situ" measurements.





VIBRAÇÕES EM LINHAS DE TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

ROBERTO JORDAN
DEPTO. DE ENGENHARIA MECÂNICA — UFSC

SUMÁRIO

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de teoria para cálculo da resposta oscilatória de um vão de linha de transmissão, com ou sem neutralizador, através de matrizes de transferência. São também apresentados resultados obtidos numericamente.

INTRODUÇÃO

Neste trabalho é apresentado o comportamento dinâmico de um vão de linha de transmissão, com extremos apoiados ou engastados, obtido através de análise realizada com o auxílio de matrizes de transferência.

ELEMENTOS BÁSICOS:

Para um elemento retilíneo sob flexão, as propriedades necessárias para descrever o estado de um ponto ao longo de seu comprimento são o deslocamento lateral ($w.e^{i\omega t}$), o deslocamento angular ($\psi.e^{i\omega t}$), o momento fletor ($M.e^{i\omega t}$) e o esforço constante ($V.e^{i\omega t}$), conforme a figura 1. Tais elementos, desconsiderada a sua variação temporal harmônica, são agrupados em forma de vetor, o "vetor de estado", que para um determinado ponto i assim se apresenta:

$$\{z_i\} = \{z\}_i = \begin{Bmatrix} -w_i \\ \psi_i \\ M_i \\ V_i \end{Bmatrix} \qquad (1)$$

onde foi tomado o deslocamento lateral com sentido negativo para que as matrizes subseqüentemente obtidas resultem simétricas.

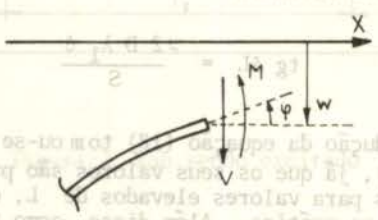


Figura 1. Componentes do vetor de estado

Os vetores de estado de dois pontos distintos do cabo, afastados de uma distância x, são relacionados por uma matriz de transferência de campo, conforme a equação:

$$\{z\}_{i+1} = \left[C(x)\right] \{z\}_i \qquad (2)$$

A matriz $[C(x)]$, que representa portanto as propriedades do elemento de cabo de comprimento x, foi desenvolvida [1,2] e se apresenta assim:

$$\begin{bmatrix} C_1 & C_2+C_4S/D & C_3/D & C_4/D \\ C_4m\omega^2/D & C_1+C_3S/D & (C_2+C_4S/D)/D & C_3/D \\ C_3m\omega^2 & C_2S+C_4(m\omega^2+S^2/D) & C_1+C_3S/D & C_2+C_4S/D \\ C_2m\omega^2 & C_3m\omega^2 & C_4m\omega^2/D & C_1 \end{bmatrix} = \left[C(x)\right] \qquad (3)$$

onde:

$$C_1 = \frac{-\lambda_2^2 \cosh(\lambda_1 x) + \lambda_1^2 \cosh(\lambda_2 x)}{(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)},$$

$$C_2 = \frac{-\lambda_2^3 \operatorname{senh}(\lambda_1 x) + \lambda_1^3 \operatorname{senh}(\lambda_2 x)}{\lambda_1\lambda_2(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)},$$

$$C_3 = \frac{\cosh(\lambda_1 x) - \cosh(\lambda_2 x)}{(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)},$$

$$C_4 = \frac{\lambda_2 \operatorname{senh}(\lambda_1 x) - \lambda_1 \operatorname{senh}(\lambda_2 x)}{\lambda_1\lambda_2(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)},$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{S + \sqrt{S^2 + 4Dm\omega^2}}{2D}}$$

$$\lambda_2 = \sqrt{\frac{S - \sqrt{S^2 + 4Dm\omega^2}}{2D}}$$

m = massa do cabo por unidade de comprimento,
S = força axial (tensão) no cabo,
ω = freqüência angular do movimento harmônico,
D = EI $(1+i\eta)$ = rigidez complexa do cabo,
η = fator de perda.

Pode-se verificar que para $x = 0$ a matriz $[C(x)]$ é igual à matriz identidade.

Será analisada posteriormente a influência da adição de um neutralizador dinâmico do tipo Stockbridge ao cabo. Este neutralizador, cujo efeito pode ser considerado puntual, provoca uma variação entre os vetores de estado à esquerda e à direita do ponto de aplicação. Dada a sua massa equivalente m_{eq} (uma função da freqüência [3]), o neutralizador é levado em consideração através de uma matriz de transferência de ponto $[P]$, conforme a equação abaixo:

$$\{z\}_i^D = [P] \{z\}_i^E \quad (4)$$

onde:

$$[P] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \omega^2 m_{eq} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

O último elemento a ser apresentado é o vetor excitação, que permite considerar a atuação de uma força lateral $f \cdot e^{i\omega t}$ sobre o cabo:

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -f \end{Bmatrix} \quad (6)$$

Se a força é aplicada em um determinado ponto i, tem-se conseqüentemente a seguinte relação entre os vetores de estado à esquerda e à direita:

$$\{z\}_i^D = \{z\}_i^E + \{F\} \quad (7)$$

CÁLCULO DAS FREQÜÊNCIAS NATURAIS:

Com o auxílio das matrizes de transferência pode ser escrita a seguinte relação:

$$\{z\}_L = [T] \{z\}_o \quad (8)$$

onde os índices L e O indicam as extremidades direita e esquerda respectivamente. A matriz $[T]$ é igual a:

$$[T] = [C(L)] \quad \text{vão sem neutralizador} \quad (9)$$

$$[T] = [C(\ell_1)][P][C(L-\ell_1)] \quad \text{vão com neutralizador} \quad (10)$$

onde L é o comprimento total do vão e ℓ_1 é a distância do neutralizador à extremidade direita do mesmo, sendo ℓ_1 normalmente bem inferior a L.

Para extremos apoiados (condições de contorno $w = 0$ e $M = 0$) a equação (8) resulta:

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ \psi_L \\ 0 \\ V_L \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \psi_o \\ 0 \\ V_o \end{Bmatrix} \quad (11)$$

Da equação (11) acima se obtém o sistema de equações:

$$\begin{cases} T_{12}\,\psi_o + T_{14}\,V_o = 0 \\ T_{32}\,\psi_o + T_{34}\,V_o = 0 \end{cases}, \quad (12)$$

que fornece a seguinte equação característica, ao não se admitir a solução trivial:

$$T_{12}\,T_{34} - T_{14}\,T_{32} = 0 \quad (13)$$

Seguindo o mesmo procedimento, para extremos engastados (condições de contorno $w = 0$ e $\psi = 0$) chega-se a:

$$T_{13}\,T_{24} - T_{14}\,T_{23} = 0 \quad (14)$$

Através das equações (13) e (14) foram obtidas as seguintes equações para cálculo das freqüências naturais, sendo que apenas a primeira pode ser explicitada.

Para um vão sem neutralizador e extremos apoiados tem-se

$$\frac{\operatorname{senh}(\lambda_1 L)\ \operatorname{senh}(\lambda_2 L)}{\lambda_1\ \lambda_2} = 0 \quad (15)$$

Conclui-se que a equação (15) é verdadeira quando

$$\operatorname{senh}(\lambda_2 L) = i \operatorname{sen}(\delta L) = 0 \quad , \quad (16)$$

onde $\delta = \lambda_2 / i$ e $i = \sqrt{-1}$

A partir da equação (16) chega-se a:

$$\omega_n = \frac{n\pi}{L}\sqrt{\frac{1}{m}\left(\frac{n^2\pi^2 D}{L^2} + S\right)} \quad (17)$$

Para um vão sem neutralizador e com extremos engastados obtém-se:

$$\operatorname{tg} \delta L = \frac{2\,D\,\lambda_1\,\delta}{S} \quad (18)$$

Na dedução da equação (18) tomou-se $\operatorname{senh}(\lambda_1 L) = \cosh(\lambda_1 L)$, já que os seus valores são praticamente coincidentes para valores elevados de L, como aqueles encontrados na prática. Além disso, como tais valores são extremamente elevados, as equações características (13) e (14) foram divididas por $\operatorname{senh}(\lambda_1 L) = \cosh(\lambda_1 L)$, eliminando-se assim os termos onde eles não aparecem.

As freqüências naturais para vãos com extremos engastados (equação (18)) são levemente superiores às obtidas para vão correspondentes com extremos apoiados (equação (17)). Isto se justifica pelo aumento da rigidez do sistema que, no entanto, não é significativo,

pois é percebido apenas em regiões adjacentes às extremidades, em função do baixo valor de EI (o cabo se comporta quase como um fio flexível).

Para um vão com neutralizador e extremos apoiados a seguinte equação permite o cálculo das freqüências naturais:

$$\operatorname{sen}(\delta L) - \frac{m_{eq}\cdot\omega^2}{D\lambda_1\delta\,(\lambda_1^2+\delta^2)}\left\{\lambda_1 \operatorname{sen}(\delta\ell_1)\operatorname{sen}[\delta(L-\ell_1)] - \delta \operatorname{sen}(\delta L)\operatorname{senh}(\lambda_1\ell_1)\, e^{-\lambda_1\ell_1}\right\} = 0 \qquad (19)$$

Para um vão com neutralizador e extremos engastados, de forma semelhante, se obtém:

$$(\lambda_1^2-\delta^2)\operatorname{sen}(\delta L) - 2\lambda_1\delta\cos(\delta L) - \frac{m_{eq}\cdot\omega^2}{D\lambda_1\delta(\lambda_1^2+\delta^2)}\cdot$$

$$\cdot\left[(A_1+A_2)\operatorname{sen}(\delta L) + (A_3+A_4)\cos(\delta L)\right] = 0 \qquad (20)$$

onde: $A_1 = 2\lambda_1\delta\left\{e^{-\lambda_1\ell_1}\left[-\delta\operatorname{sen}(\delta\ell_1) + \lambda_1\cos(\delta\ell_1)\right] - \lambda_1\right\}$,

$$A_2 = (\lambda_1^2+\delta^2)\left[\delta\operatorname{senh}(\lambda_1\ell_1)e^{-\lambda_1\ell_1} + \lambda_1\operatorname{sen}(\delta\ell_1)\cos(\delta\ell_1)\right],$$

$$A_3 = 2\lambda_1\delta\left\{e^{-\lambda_1\ell_1}\left[\lambda_1\operatorname{sen}(\delta\ell_1) + \delta\cos(\delta\ell_1)\right] - \delta\right\},$$

e $A_4 = \lambda_1\,(\lambda_1^2+\delta^2)\operatorname{sen}^2(\delta\ell_1)$.

Comparando os resultados das equações (19) e (20) com os das (17) e (18) verifica-se que:

a) o neutralizador tipo Stockbridge (com 2 graus de liberdade) acrescenta 2 freqüências naturais ao vão;

b) a maior influência do neutralizador é verificada nas freqüências que se aproximam das suas freqüências anti-ressonantes, isto é, quando m_{eq} é elevada;

c) o neutralizador quase não tem efeito quando é introduzido em um ponto que correspondia a um nó.

RESPOSTA DO VÃO

Seja um vão excitado, conforme a figura 2.

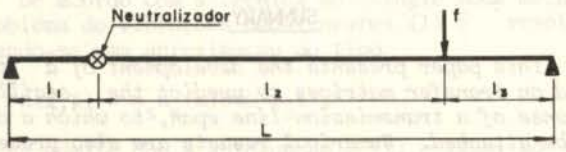


Figura 2. Vão sendo excitado

Os vetores de estado dos pontos 0 e 1 são assim relacionados:

$$\{z\}_1 = [C(\ell_3)][C(\ell_2)][P][C(\ell_1)]\{z\}_o + [C(\ell_3)]\{F\} \qquad (21)$$

Desdobrando $[P]$ na soma da matriz identidade mais a matriz $[P_c]$, usando ainda a propriedade de que $[C(r)]\cdot[C(s)] = [C(r+s)]$, obtém-se:

$$\{z\}_1 = [C(L)]\{z\}_o + [C(L-\ell_1)][P_c][C(\ell_1)]\{z\}_o + [C(\ell_3)]\{F\} \qquad (22)$$

A partir da equação (22), pela aplicação das condições de contorno, chega-se a um sistema de equações em ψ_o e V_o (extremos apoiados) ou em M_o e V_o (extremos engastados). Tais valores podem então ser determinados, visto que o sistema é não-homogêneo.

Uma vez determinado o vetor $\{z\}_o$, obteve-se analiticamente o vetor $\{z\}_1$ através da equação (22). Também analiticamente foi obtido o vetor à esquerda do ponto 2, $\{z\}_2^E$, pela pré-multiplicação de $\{z\}_o$ por $[C(\ell_1)]$. O vetor $\{z\}_2^D$ pode então ser facilmente obtido, pois ele é igual ao vetor $\{z\}_2^E$ pré-multiplicado por $[P_n]$. As expressões que definem os valores dos elementos não nulos dos vetores $\{z\}_o$ e $\{z\}_1$ e dos elementos do vetor $\{z\}_2^E$ podem ser encontradas na referência [2].

Foram desenvolvidos $\{z\}_1$ e $\{z\}_2^D$ por motivo de precisão de cálculo. Se a determinação de um vetor de estado em um ponto qualquer do cabo, especialmente junto ao ponto 1, fosse feita apenas a partir do vetor $\{z\}_o$, através de uma série de multiplicações de matrizes de transferência, o resultado não seria satisfatório. Portanto agora se tem um vetor de estado na extremidade de cada segmento do cabo (de comprimentos ℓ_1, ℓ_2 e ℓ_3). Por conseqüência o vetor de estado de qualquer ponto do vão pode então ser obtido simplesmente pela multiplicação de um destes vetores de extremidade pela matriz $[C(\ell)]$, onde ℓ (ou $-\ell$) é a distância do ponto à extremidade identificada do segmento.

Foi desenvolvido um programa de computador que, com base nos procedimentos indicados anteriormente, calcula os vetores de estado em vários pontos ao longo do vão. A figura 3 mostra o comportamento dos parâmetros ao longo de um vão sem neutralizador e com extremos apoiados, excitado na 14ª freqüência natural. Os dados indicados na legenda da figura 3 foram obtidos da referência [3] e aproveitados através das equações (23) e (24).

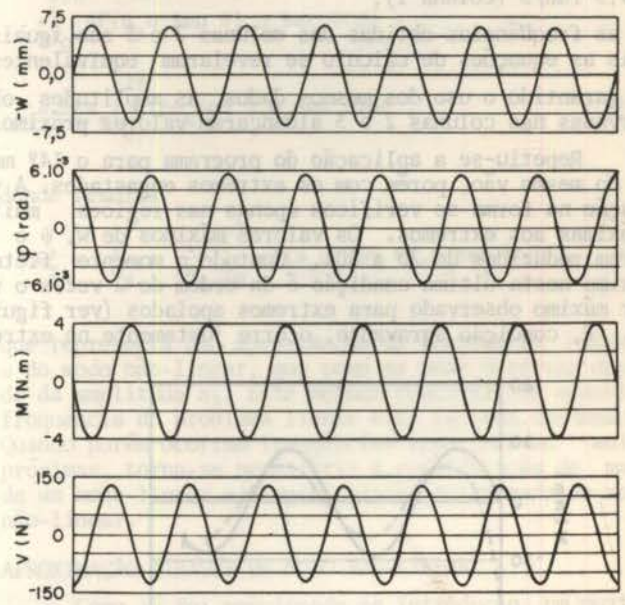


Figura 3. Cabo com extremos apoiados vibrando no 14º modo de vibração (ω = 118,2rad/s).

Dados: $S = 2{,}21\ 10^4$N, $\alpha = 0{,}15\ 10^{-3}$, m = 1,46 kg/m, L = 46,43 m, $H = 9{,}81\ 10^3$Nm, f=5 N e ℓ_1=4,64m.

$$EI = \frac{\alpha S L^2}{\pi^2} \qquad (23)$$

e

$$\eta = \frac{H \lambda}{16 \pi^4 EI} , \qquad (24)$$

onde λ é o comprimento de onda.

No exemplo correspondente à figura 3 o vão foi dividido em cem partes iguais.

Na tabela 1 é feita uma comparação entre os valores obtidos através do método modal desenvolvido por CLAREN e DIANA [3] e os valores obtidos através do método aqui proposto, para a 14ª e a 15ª freqüências naturais e uma freqüência intermediária. Na geração destes valores foi utilizado um vão com as mesmas características daquele correspondente à figura 3.

Tabela 1. Comparação entre as freqüências e entre as amplitudes de deslocamento

	Freqüência (rad/s)		Amplitude Máxima (mm)		
Número de Modo	1	2 e 3	1	2	3
14	116	118,2	5,0	6,09	6,09
—	120,8	122,9	0,21	0,225	0,216
15	124,9	126,9	4,0	5,21	5,21

1 - Valores apresentados por Claren e Diana [3] (as amplitudes são aproximadas, retiradas de gráficos);
2 - Valores obtidos com dados e equações fornecidos em [3];
3 - Valores obtidos através do método aqui proposto, dados de [3].

Acerca da tabela 1, observa-se que:

a) as diferenças entre os valores das colunas 1 e 2 só podem ser explicadas por algum equívoco no repasse dos dados;

b) a freqüência de 122,9 rad/s (colunas 2 e 3) foi escolhida de forma a manter uma relação com as freqüências de 118,2 e 126,9 rad/s igual à relação que existe entre a freqüência de 120,8 rad/s e as freqüências de 116 e 124,9 rad/s (coluna 1);

c) as freqüências obtidas das colunas 2 e 3 são iguais, pois as equações de cálculo se revelaram equivalentes;

d) garantido o uso dos mesmos dados, as amplitudes observadas nas colunas 2 e 3 alcançaram valores próximos.

Repetiu-se a aplicação do programa para o 14º modo do mesmo vão, porém com os extremos engastados. A variação na forma se verificou apenas nas regiões muito próximas aos extremos. Os valores máximos de w, ψ e V foram reduzidos de 20 a 30%. Contudo o momento fletor máximo nesta última condição é da ordem de 2 vezes o valor máximo observado para extremos apoiados (ver figura 4). E, condição agravante, ocorre justamente no extremo do vão, ponto em que na prática o cabo já se encontra mais solicitado em função de sua fixação.



Figura 4. Comparação entre os momentos fletores; —— extremos apoiados e – – – – extremos engastados.

Para confirmar o comportamento do programa quando no vão há um neutralizador, tomou-se um vão com extremos apoiados e foram computadas as suas respostas sob a 9ª e a 15ª freqüências naturais. Comparando os valores máximos de deslocamento lateral com os obtidos por Claren e Diana naquele seu mesmo trabalho, foram obtidas variações, respectivamente, de 11,3 e 19,4% [2]. Contudo não foi considerada neste programa a massa do grampo de fixação do neutralizador, em adição a m_{eq}, pois o seu valor não foi fornecido. Tivesse ela sido considerada provavelmente os valores de amplitude teriam diminuído, e assim também os erros percentuais acima.

Utilizando o vão do exemplo anterior, sem o neutralizador, foi computada a sua resposta sob a 14ª freqüência natural. O modo de vibração assim obtido se assemelha ao modo correspondente à 15ª freqüência natural do vão mais o neutralizador (lembrar do aumento do número de freqüências naturais pelo neutralizador). Verificou-se que os valores máximos dos parâmetros aproximadamente quadruplicaram com a retirada do neutralizador [2].

CONCLUSÕES

A resposta do vão com ou sem neutralizador, computada a partir das equações aqui desenvolvidas, mostrou uma boa aproximação com a obtida na bibliografia.

O método seguido possui a vantagem de permitir também o estudo de vãos com extremos engastados, ao passo que no método modal simples (inclusive na referência [3]) só podem ser analisados vãos com extremos apoiados. A condição de extremo engastado pode ser observada, na prática, quando uma linha de transmissão de vários vãos estiver vibrando sob algumas de suas freqüências naturais. Neste caso fica evidente o perigo que representa o elevado momento fletor que acontece junto ao extremo.

Com o uso do neutralizador foi percebida, em um exemplo, uma redução de 75% no nível de vibração de um vão. Portanto este elemento mostra-se viável, podendo ser otimizado teoricamente com o auxílio do programa desenvolvido a partir deste trabalho.

REFERÊNCIAS

[1] Pestel, E.C. e Leckie, F.A. "Matrix methods in elastomechanics", Mc Graw-Hill Book Company, 1963.

[2] Jordan, R. "Vibrações em linhas de transmissao de energia elétrica". Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, 1982.

[3] Claren, R. e Diana, G. "Mathematical analysis of transmission line vibration". IEEE Trans. Power App. and Systems, v.88 (1969), p. 1741-1771.

SUMMARY

This paper presents the development of a theory based on transfer matrices to predict the oscillatory response of a transmission line span, to which a damper can be attached. Numerical resusts are also presented.

ANÁLISE DE VIBRAÇÕES NÃO-LINEARES

PEDRO DE A. DE ARAÚJO VELOSO
ABIMAEL F. DOURADO LOULA
LNCC/CNPq

SUMÁRIO

Vibrações livres de sistemas elásticos não lineares são estudados usando-se o conceito de modo não linear com dependência harmônica fixada no tempo. A partir do Princípio de Hamilton obtém-se um problema de autovalor não linear variacional que é resolvido utilizando-se o método dos elementos finitos juntamente com um procedimento iterativo. Com este estudo procura-se mostrar a dependência da forma do modo e da frequência natural com a amplitude de vibração ou energia. Esta dependência é ilustrada através de um exemplo simples de uma viga sujeita a uma restrição não-linear.

INTRODUÇÃO

Na determinação de frequências naturais e modos normais de vibração de estruturas não-lineares, é comum a representação da solução aproximada por meio de uma série truncada dos modos lineares correspondentes. Se o número de termos na série é reduzido a apenas um, este procedimento é conhecido como "single mode method". Sua principal característica é admitir que a forma do modo não é afetada pela não-linearidade. Em muitos problemas entretanto o modo e a frequência associada são fortemente afetados pela não-linearidade, o que torna a hipótese de modo linear inadequada. Análises teóricas e computacionais destes problemas levaram ao conceito de modos normais não-lineares e "single non-linear mode method".

APROXIMAÇÃO COM MODO LINEAR

Considere um sistema elástico não-linear conservativo descrito pela equação do movimento em sua forma geral

$$\rho\ddot{u} + Au + F(u) = 0 \ , \qquad (1)$$

com condições de contorno homogêneas apropriadas onde $u(x,t)$ é o campo de deslocamento, A é um operador linear simétrico, positivo definido, limitado inferiormente e contínuo e $F(u)$ é um operador não-linear. A forma variacional da equação (1) é

$$(\rho\ddot{u},v)+a(u,v)+\langle F(u),v\rangle = 0 \ , \qquad (2)$$

válida para todo deslocamento virtual v.

De acordo com a técnica do "single mode method", o problema de vibrações não-lineares (1) é resolvido adotando-se uma aproximação do tipo

$$u(x,t) = a_s u_s(x)\,\mathrm{sen}\,\omega_s t \ , \qquad (3)$$

onde se admite que a autofunção $u_s(x)$ é igual ao modo normal do sistema linear associado (i.é., com a parte não-linear ignorada). Portanto, fixada a amplitude a_s em (3), apenas o parâmetro ω_s é incógnito, e é referido como frequência natural do sistema não-linear (ou "frequência natural não-linear").

O ponto de partida para a determinação da frequência ω_s com a amplitude é o princípio de Hamilton, que consiste em se obter uma formulação fraca no tempo da forma variacional (2), integrando esta equação entre dois instantes apropriados t_1 e t_2. Procedendo desta maneira, obtém-se:

$$-\int_{t_1}^{t_2}(\rho\dot{u},\dot{v})dt+\int_{t_1}^{t_2}a(u,v)dt+\int_{t_1}^{t_2}\langle F(u),v\rangle dt = 0 \ , \qquad (4)$$

onde v é uma variação admissível, tal que $v(x,t_1)=v(x,t_2)=0$.

Substituindo (3) em (4) e admitindo que o intervalo que vai de t_1 a t_2 corresponde a um período T, obtém-se:

$$\int_0^T a(a_s u_s \mathrm{sen}\,\omega_s t, u_s\,\mathrm{sen}\,\omega_s t)dt + \int_0^T \langle F(a_s u_s \mathrm{sen}\,\omega_s t), u_s \mathrm{sen}\,\omega_s t\rangle dt = \omega_s^2 \int_0^T (\rho a_s u_s \mathrm{sen}\,\omega_s t, u_s \mathrm{sen}\,\omega_s t)dt \ , \qquad (5)$$

onde $T=2\pi/\omega_s$. Através da mudança de variáveis $\theta=\omega t$, pode-se escrever

$$a_s\int_0^{2\pi} a(u_s\,\mathrm{sen}\,\theta, u_s\,\mathrm{sen}\,\theta)d\theta + \int_0^{2\pi}\langle F(a_s u_s\,\mathrm{sen}\,\theta), u_s\,\mathrm{sen}\,\theta\rangle d\theta = \omega_s^2 a_s \int_0^{2\pi}(\rho u_s\,\mathrm{sen}\,\theta, u_s\,\mathrm{sen}\,\theta)d\theta \ , \qquad (6)$$

donde resulta

$$\omega_s^2 = \omega_{o_s}^2 + \frac{1}{\pi a_s}\int_0^{2\pi}\langle F(a_s u_s\,\mathrm{sen}\,\theta), u_s\,\mathrm{sen}\,\theta\rangle d\theta \ , \qquad (7)$$

que representa uma aproximação da frequência natural ω do modo não-linear, que como se pode observar depende da amplitude a_s. Este método funciona bem quando a frequência do problema linear está isolada das demais. Quando porém ocorrem frequências repetidas ou muito próximas, torna-se necessária a consideração de mais de um modo linear na representação aproximada do modo não-linear.

APROXIMAÇÃO ATRAVÉS DE MODO NÃO-LINEAR

Como já foi mencionado na introdução, em muitos problemas não-lineares a própria forma do modo é altamente dependente da sua amplitude, o que torna o procedimento anterior inadequado. Neste caso pode-se adotar uma aproximação para $u(x,t)$ da forma

$$u(x,t) = U(x)\,\mathrm{sen}\,\omega t \ , \qquad (8)$$

onde U(x), chamado modo não-linear, é uma função incógnita e ω, que também depende da amplitude, é referida como frequência natural não-linear em primeira aproximação. Substituindo a aproximação (8) na expressão do princípio de Hamilton, chega-se ao problema de autovalor não-linear variacional,

$$a(U,v) + \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \langle F(U \operatorname{sen}\theta), v \operatorname{sen}\theta\rangle d\theta = \omega^2(\rho U, v) \quad , \tag{9}$$

que pode ser resolvido através de métodos variacionais combinados com algoritmos iterativos, por exemplo.

Visando a obtenção de soluções aproximadas deste problema para um determinado intervalo de energia $[0,E_T]$, apresenta-se a seguir um procedimento incremental iterativo. Para tanto, torna-se necessário considerar além da equação (9) uma equação de energia, envolvendo U e ω, que no presente trabalho admite-se que é a expressão da amplitude da energia cinética do sistema,

$$\frac{1}{2}\omega^2(\rho U, U) = E^* \quad , \tag{10}$$

onde a energia E^* é um valor pré-fixado.

O intervalo $[0,E_T]$ é dividido em N sub-intervalos $\Delta E = E_T/N$. Supondo conhecida a resposta (U_E, ω_E) para o nível de energia E, procura-se determinar $(U_{E+\Delta E}, \omega_{E+\Delta E})$, correspondente à energia $E+\Delta E$. Portanto, define-se:

$$U_{E+\Delta E} = U_E + \Delta U \quad , \tag{11}$$

$$\omega_{E+\Delta E} = \omega_E + \Delta\omega \quad , \tag{12}$$

onde ΔU e Δω são os incrementos do modo não-linear e da frequência, respectivamente. Além disso, tomando a aproximação linear para $F(U \operatorname{sen}\theta)$, no nível de energia $E+\Delta E$, tem-se:

$$F(U_{E+\Delta E}\operatorname{sen}\theta) = F((U_E+\Delta U)\operatorname{sen}\theta) = F(U_E \operatorname{sen}\theta) + G(U_E \operatorname{sen}\theta)\Delta U \quad , \tag{13}$$

onde $G(U,\theta) = \dfrac{\partial F(U,\theta)}{\partial U}$.

Substituindo as equações (11), (12) e (13) nas equações (9) e (10), particularizadas para o nível de energia $E+\Delta E$, chega-se a forma incremental linearizada

$$a(\Delta U,v) - \omega_E^2(\rho\Delta U,v) - 2\omega_E(\rho U_E,v)\Delta\omega + \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\langle G(U_E\operatorname{sen}\theta)\Delta U, v\operatorname{sen}\theta\rangle d\theta = \omega_E^2(\rho U_E,v) - \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\langle F(U_E\operatorname{sen}\theta), v\operatorname{sen}\theta\rangle d\theta - a(U_E,v) \tag{14}$$

$$\omega_E^2(\rho U_E,\Delta U) + \omega_E(\rho U_E, U_E)\Delta\omega = E^* - \frac{1}{2}\omega_E^2(\rho U_E, U_E) \tag{15}$$

A solução de (14) e (15) fornece uma primeira aproximação dos incrementos do modo e da frequência $(\Delta U, \Delta\omega)$. Aproximações superiores podem ser obtidas realizando-se iterações dentro de cada incremento. Para tanto, define-se:

$$U_{E+\Delta E}^{(k)} = U_{E+\Delta E}^{(k-1)} + \Delta U^{(k)} \quad , \tag{16}$$

$$\omega_{E+\Delta E}^{(k)} = \omega_{E+\Delta E}^{(k-1)} + \Delta\omega^{(k)} \quad , \quad k=1,2,3... \tag{17}$$

onde

$$U_{E+\Delta E}^{(0)} = U_E \quad , \quad \omega_{E+\Delta E}^{(0)} = \omega_E \ .$$

Pode-se, então, construir a forma incremental iterativa das equações (14) e (15)

$$a(\Delta U^{(k)},v) - (\omega_{E+\Delta E}^{(k-1)})^2(\rho\Delta U^{(k)},v) - 2\omega_{E+\Delta E}^{(k-1)}(\rho U_{E+\Delta E}^{(k-1)},v)\Delta\omega^{(k)} + \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\langle G(U_{E+\Delta E}^{(k-1)}\operatorname{sen}\theta)\Delta U^{(k)}, v\operatorname{sen}\theta\rangle d\theta = (\omega_{E+\Delta E}^{(k-1)})^2(U_{E+\Delta E}^{(k-1)},v) - \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\langle F(U_{E+\Delta E}^{(k-1)}\operatorname{sen}\theta), v\operatorname{sen}\theta\rangle d\theta - a(U_{E+\Delta E}^{(k-1)},v), \tag{18}$$

$$(\omega_{E+\Delta E}^{(k-1)})^2(\rho U_{E+\Delta E}^{(k-1)},\Delta U^{(k)}) + \omega_{E+\Delta E}^{(k-1)}(\rho U_{E+\Delta E}^{(k-1)}, U_{E+\Delta E}^{(k-1)})\Delta\omega^{(k)} = E^* - \frac{1}{2}(\omega_{E+\Delta E}^{(k-1)})^2(\rho U_{E+\Delta E}^{(k-1)}, U_{E+\Delta E}^{(k-1)}) \quad , \tag{19}$$

onde k é a ordem da iteração que está sendo realizada. A convergência é atingida quando $\|\Delta U^{(k)}\|$ e $\|\Delta\omega^{(k)}\|$ estiver dentro de uma tolerância pré-fixada.

VIBRAÇÕES DE VIGAS COM MOLAS NÃO-LINEARES

Considere um sistema conservativo consistindo de uma viga uniforme sujeita a várias molas não-lineares, tal como a mostrada na figura abaixo

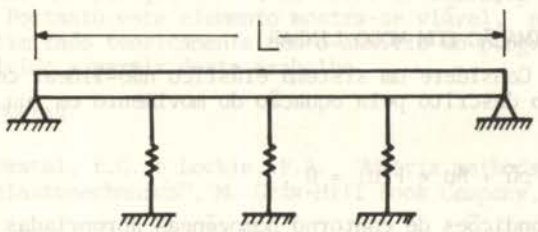


Figura 1. Modelo mecânico de uma viga bi-apoiada com molas não-lineares

Para um sistema como este, a forma incremental iterativa, representada pela expressão (18), toma a forma,

$$\int_0^L EI\frac{d^2\Delta U^{(k)}}{dx^2}\frac{d^2v}{dx^2}dx - 2\omega_{E+\Delta E}^{(k-1)}\Delta\omega^{(k)}\int_0^L mU_{E+\Delta E}^{(k-1)}v\,dx - (\omega_{E+\Delta E}^{(k-1)})^2\int_0^L m\Delta U^{(k)}v\,dx + \sum_{i=1}^{N}[K_i + \frac{9}{4}K_i'(U_{E+\Delta E,i}^{(k-1)})^2]\Delta U_i^{(k)}v_i = (\omega_{E+\Delta E}^{(k-1)})^2\int_0^L mU_{E+\Delta E}^{(k-1)}v\,dx - \int_0^L EI\frac{d^2U_{E+\Delta E}^{(k-1)}}{dx^2}\frac{d^2v}{dx^2}dx - \sum_{i=1}^{N}[K_i + \frac{3}{4}K_i'(U_{E+\Delta E,i}^{(k-1)})^2]U_{E+\Delta E,i}^{(k-1)}v_i \quad , \tag{20}$$

e para a equação da energia, tem-se:

$$(\omega_{E+\Delta E}^{(k-1)})^2 \int_0^L m U_{E+\Delta E}^{(k-1)} \Delta U^{(k)} dx + \omega_{E+\Delta E}^{(k-1)} \int_0^L m (U_{E+\Delta E}^{(k-1)})^2 dx \cdot \Delta\omega^{(k)} =$$

$$= E^* - \frac{1}{2} (\omega_{E+\Delta E}^{(k-1)})^2 \int_0^L m (U_{E+\Delta E}^{(k-1)})^2 dx \quad , \qquad (21)$$

onde se admite que a força na i-ésima mola é dada por

$$F_i(y_i) = K_i y_i + K_i' y_i^3 \quad , \qquad (22)$$

com

$$y_i = U(x_i) \operatorname{sen} \omega t \quad , \qquad (23)$$

sendo K_i e K_i' a rigidez da parte linear e da parte não-linear.

Aproximação de elementos finitos. A estrutura é discretizada em N_e elementos finitos de comprimento h. Dentro de um elemento genérico (e), a função U(x) é aproximada por

$$U_e(x) = \sum_{j=1}^{4} U_j^{(e)} \phi_j^{(e)}(x) \quad , \qquad (24)$$

onde $U_j^{(e)}$ são os parâmetros nodais do elemento (e) e as funções $\phi_j^{(e)}(x)$ são os polinômios cúbicos de Hermite. Levando (24) em (20) e (21), chega-se a aproximação global de elementos finitos,

$$\underset{\sim}{K}\Delta U^{(k)} - 2\omega_{E+\Delta E}^{(k-1)} \Delta\omega^{(k)} \underset{\sim}{M} U_{E+\Delta E}^{(k-1)} - (\omega_{E+\Delta E}^{(k-1)})^2 \underset{\sim}{M}\Delta U^{(k)} +$$

$$+ \underset{\sim}{K}'\Delta U^{(k)} = (\omega_{E+\Delta E}^{(k-1)})^2 \underset{\sim}{M} U_{E+\Delta E}^{(k-1)} - \underset{\sim}{K} U_{E+\Delta E}^{(k-1)} -$$

$$- \underset{\sim}{K}'' U_{E+\Delta E}^{(k-1)} \quad , \qquad (25)$$

$$(\omega_{E+\Delta E}^{(k-1)})^2 U_{E+\Delta E}^{(k-1)T} \underset{\sim}{M}\Delta U^{(k)} + \omega_{E+\Delta E}^{(k-1)} U_{E+\Delta E}^{(k-1)T} \underset{\sim}{M} U_{E+\Delta E}^{(k-1)} \cdot \Delta\omega^{(k)} =$$

$$= E^* - \frac{1}{2} (\omega_{E+\Delta E}^{(k-1)})^2 U_{E+\Delta E}^{(k-1)T} \underset{\sim}{M} U_{E+\Delta E}^{(k-1)} \quad , \qquad (26)$$

onde M e K são respectivamente as matrizes de massa e rigidez da viga, enquanto que as matrizes $\underset{\sim}{K}'$ e $\underset{\sim}{K}''$ são provenientes das molas.

Exemplo. Apresentam-se os resultados obtidos para uma viga de seção tubular como a mostrada na figura 2. O material da viga tem peso específico $\gamma = 7{,}85 \times 10^{-9}$ N/mm³ e módulo de Young $E = 2 \times 10^5$ N/mm². Neste estudo foram utilizados uma discretização de elementos finitos composta de 16 elementos iguais, cada um com comprimento de 62,5mm. Para a mola, adotou-se K=6,15N/mm e K'=6,15N/mm³.

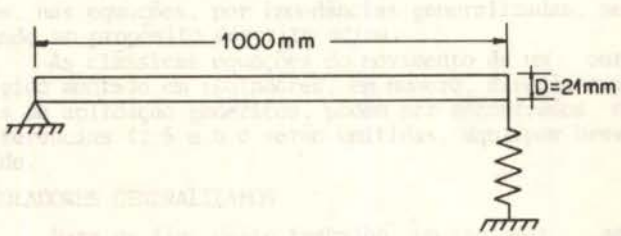


Figura 2. Modelo de uma viga com mola não-linear numa extremidade

A variação da frequência com a amplitude do modo é mostrada na figura 3. O gráfico em linha cheia corresponde a hipótese de modo não-linear e o gráfico em linha tracejada, a hipótese de modo linear.

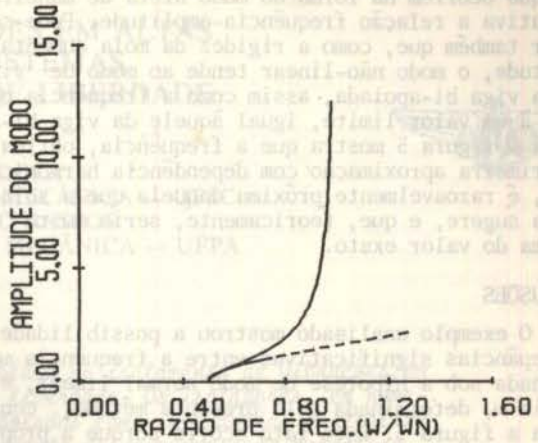


Figura 3. Relações amplitude-frequência

Na figura 4 está mostrada a forma do modo não-linear para três valores diferentes da amplitude. As histórias no tempo do deslocamento do ponto onde se localiza a mola, obtidas pela solução harmônica e por integração numérica via algoritmo de Newmark para um determinado valor de energia, estão mostradas na figura 5. A condição inicial adotada na integração numérica é a mesma da solução harmônica, e foi obtida através desta solução, calculando-se os deslocamentos e velocidades iniciais para o instante t=0.

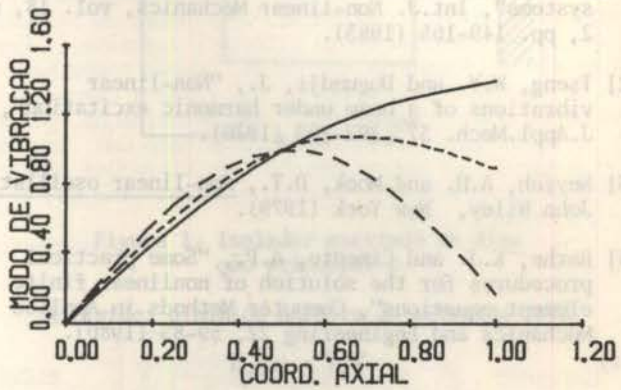


Figura 4. Modo normal não-linear: a=0 ——— ; a=1,25mm ---- ; a=6,25mm — — —

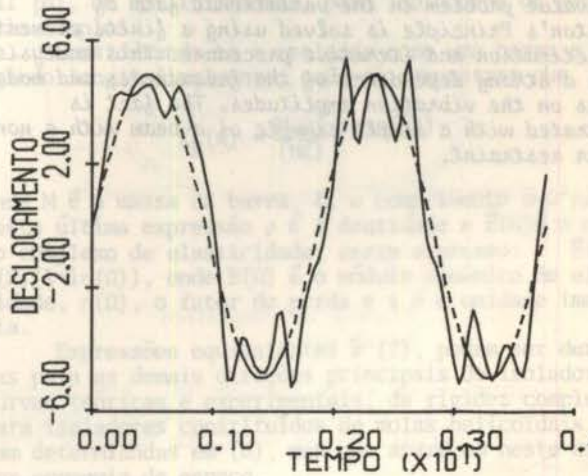


Figura 5. História no tempo de deslocamento: solução harmônica ---- ; integração numérica ———

Pode-se observar através dos gráficos das figuras 3 e 4, que sob a hipótese de modo não-linear, as variações que ocorrem na forma do modo afeta de maneira significativa a relação frequência-amplitude. Pode-se observar também que, como a rigidez da mola aumenta com a amplitude, o modo não-linear tende ao modo de vibração de uma viga bi-apoiada, assim como a frequência natural tende à um valor limite, igual àquele da viga bi-apoiada. Já a figura 5 mostra que a frequência, obtida de uma primeira aproximação com dependência harmônica no tempo, é razoavelmente próxima daquela que a solução numérica sugere, e que, teoricamente, seria muito mais próxima do valor exato.

CONCLUSÕES

O exemplo analisado mostrou a possibilidade de discrepâncias significativas entre a frequência ω_S, determinada sob a hipótese de modo normal linear, e a frequência ω, determinada pelo presente método, conforme mostra a figura 3. Este fato ocorre porque a própria forma do modo varia com a amplitude como mostra a figura 4.

Por outro lado, a figura 5 evidencia que a forma do modo no tempo, obtida pela solução harmônica é em média razoavelmente aproximada daquela obtida por uma solução numérica, quando se considera a mesma condição inicial. Melhores resultados podem ser obtidos se for adotada uma aproximação com dependência no tempo fixada por uma série harmônica. Este será o procedimento utilizado em futuros trabalhos.

REFERÊNCIAS

[1] Szemplinska-Stupnicka, W., "Non-linear normal modes and the generalized Ritz method in the problems of vibrations of non-linear elastic continuous systems", Int.J. Non-linear Mechanics, vol. 18, nº 2, pp. 149-165 (1983).

[2] Tseng, W.Y. and Dugundji, J., "Non-linear vibrations of a beam under harmonic excitation", J.Appl.Mech. 37, 292-297 (1970).

[3] Neyfeh, A.H. and Mook, D.T., Non-linear oscillation John Wiley, New York (1979).

[4] Bathe, K.J. and Cimento, A.P., "Some practical procedures for the solution of nonlinear finite element equations", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 22, 59-85 (1980).

SUMMARY

Non-linear free vibrations of elastic systems are studied using the concept of non-linear modes with fixed harmonic dependence on time. The non-linear eigenvalue problem in the variational form of Hamilton's Principle is solved using a finite element discretization and iterative procedure. This analysis shows a strong dependence of the frequencies and mode shapes on the vibration amplitudes. The fact is ilustrated with a simple example of a beam with a non-linear restraint.

ISOLAMENTO DE VIBRAÇÕES EM ALTAS FREQUÊNCIAS EM SISTEMAS COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE

JOSÉ JOÃO DE ESPÍNDOLA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA — UFSC
ANTONIO MARIA FIDALGO BASTOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA — UFPA

SUMÁRIO

Apresenta-se um modelo matemático para o problema de isolamento de vibrações, em altas frequências, de um sistema com seis graus de liberdade. Os isoladores, em número, direção e ponto de aplicação genéricos, são modelados como impedâncias generalizadas. O modelo é aplicado a um caso prático de isolamento de um compressor hermético. As transmissibilidades são obtidas via computador digital. A correlação entre a transmissibilidade calculada e o espectro de pressão sonora, medido em câmara reverberante, é feita com o propósito de verificação prática do modelo.

INTRODUÇÃO

Por isolamento em altas frequências entender-se-á, neste trabalho, de medidas visando reduzir a transmissão de forças através de elementos resilientes (isoladores), em frequências de tal ordem elevadas que estes (os isoladores) apresentem efeitos ondulatórios.

Nessas frequências os isoladores comportam-se como estruturas dinâmicas eles próprios, sua resposta em frequência sendo função do fator de perda, da distribuição de rigidez e de massa.

Essas frequências caem geralmente na faixa de áudio, tornando-se a estrutura (em geral de grandes superfícies) na qual se apoia o equipamento isolado, em irradiador de som, (ruido).

O isolamento de vibrações em altas frequências insere-se, pois, no conjunto de técnicas que, em sua totalidade, se denomina controle de ruidos.

O seu estudo é de importância como uma técnica em si mesma, bem como por fornecer subsídios para a identificação de fontes de ruidos e vibrações em protótipos e sistemas existentes.

EQUAÇÕES DO MOVIMENTO DE CORPOS RÍGIDOS MONTADOS RESILIENTEMENTE

As equações do movimento de um corpo montado em isoladores foram desenvolvidas por vários autores, em diferentes graus de generalidade |1|, |2|, |3|, |4|, |5| |6|.

Nas cinco primeiras referências, feitas acima, os isoladores eram constituídos de molas simples, ou molas em paralelo com amortecedores viscosos.

Estes modelos são inadequados para descrever o comportamento de isoladores fabricados com materiais viscoelásticos e totalmente inúteis quando se tratam de altas frequências.

Podem, entretanto, ser adequadamente substituídos, nas equações, por impedâncias generalizadas, servindo ao propósito descrito acima.

As clássicas equações do movimento de um corpo rígido montado em isoladores, em número, direção e pontos de aplicação genéricos, podem ser encontrados nas referências 4, 5 e 6 e serão omitidas, aqui, por brevidade.

ISOLADORES GENERALIZADOS

Para os fins deste trabalho, um isolador será considerado uma estrutura tridimensional, com três eixos principais elásticos, cruzando-se no centro elástico.

Três rigidez, $\overline{K}_p(\Omega)$, $\overline{K}_q(\Omega)$ e $\overline{K}_r(\Omega)$, ao longo dos eixos principais elásticos, devem ser definidas. Com essas, os coeficientes de influência de rigidez em qualquer direção podem ser definidos.

A dependência da frequência da rigidez dos isoladores se deve a possível dependência do módulo dinâmico de elasticidade, do fator de perda, bem como do efeito de massa.

A figura 1 mostra um isolador sendo excitado numa das direções principais (p) por uma força harmônica.

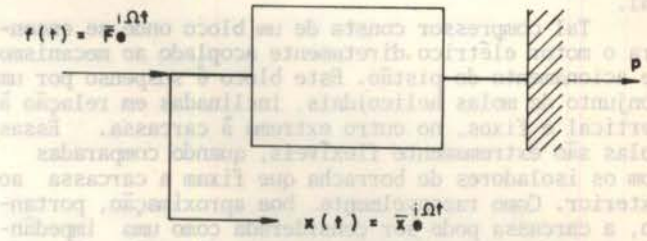


Figura 1. Isolador excitado na direção principal p.

A rigidez dinâmica na direção referida será:

$$\overline{K}_p(\Omega) = \overline{F}/\overline{X} \qquad (1)$$

onde $\overline{F}$ e $\overline{X}$ são, respectivamente, as amplitudes complexas da força e do deslocamento.

A rigidez $\overline{K}_p(\Omega)$ é pois complexa e pode ser determinada experimentalmente, pela via analógica e/ou digital |6|, ou analiticamente, para isoladores de geometria simples.

Considerando-se o isolador como uma barra e f(t) agindo longitudinalmente, pode-se demonstrar que

$$K_p(\Omega) = \frac{M\,\Omega^2}{(\overline{n}\ell)}\,\mathrm{cotg}(\overline{n}\ell) \qquad (2)$$

onde M é a massa da barra, ℓ, o comprimento $\overline{n}=\Omega^2\rho/\overline{E}(\Omega)$. Nesta última expressão ρ é a densidade e $\overline{E}(\Omega)$ é o módulo complexo de elasticidade, assim expresso: $\overline{E}(\Omega) = E(\Omega)(1+i\eta(\Omega))$, onde $E(\Omega)$ é o módulo dinâmico de elasticidade, $\eta(\Omega)$, o fator de perda e i é a unidade imaginária.

Expressões equivalentes à (2), podem ser derivadas para as demais direções principais do isolador. Curvas teóricas e experimentais, da rigidez complexa, para isoladores constituídos de molas helicoidais, foram determiandas em (6), mas não aparecem neste artigo, por economia de espaço.

TRANSMISSIBILIDADE

As equações diferenciais que regem o movimento

do equipamento, suspenso em isoladores, podem ser colocadas na seguinte forma

$$[\,[\overline{K}(\Omega)]-\Omega^2[M]\,].\{X\}=\{F\} \qquad (3)$$

onde $[\overline{K}(\Omega)]$ é uma matriz 6 x 6, complexa, determinada a partir dos dados dos isoladores: número, coordenadas dos centros elásticos, cossenos diretores dos eixos principais elásticos e as rigidez principais elásticas; $[M]$ é uma matriz 6 x 6 que depende das propriedades inerciais do equipamento suspenso e $\{F\}$ é um vetor dos amplitudes complexas das forças e momentos, referidos ao centro de massa; $\{X\}$ representa um vetor complexo dos deslocamentos do centro de massa, bem como das rotações do corpo em torno de um sistema de eixos ortogonais, cruzando-se no centro de massa.

Determiando $\{X\}$, pode-se calcular as componentes das forças transmitidas por cada isolador à base, nas direções dos eixos principais elásticos e, evidentemente, as resultantes |5|.

A transmissibilidade de cada isolador é definida aqui como o módulo da razão entre a resultante da força transmitida e aquela resultante, também transmitida, supondo os efeitos dinâmicos do sistema nulos (isto é o equipamento de massa nula e a rigidez dos isoladores sendo a estática).

A transmissibilidade mede pois, em cada frequência, a efetividade de cada isolador.

RESULTADOS

A análise teórica acima descrita, foi aplicada ao caso de um compressor hermético de fabricação nacional.

Tal compressor consta de um bloco onde se encontra o motor elétrico diretamente acoplado ao mecanismo de acionamento do pistão. Este bloco é suspenso por um conjunto de molas helicoidais, inclinadas em relação à vertical e fixos, no outro extremo à carcassa. Essas molas são extremamente flexíveis, quando comparadas com os isoladores de borracha que fixam a carcassa ao exterior. Como razoavelmente boa aproximação, portanto, a carcassa pode ser considerada como uma impedância infinita (as amplitudes de suas vibrações são da ordem de 2μm , enquanto que as do bloco são da ordem de 100 vezes maiores).

A figura 2 mostra um esquema de tal compressor.

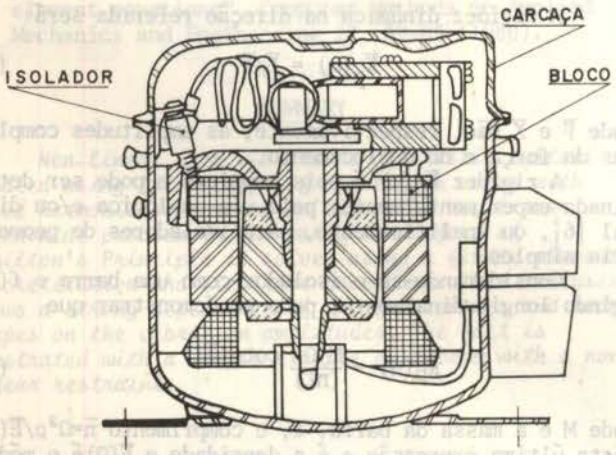


Figura 2. Esquema de compressor hermético.

As vibrações em altas frequências, transmitidas pelos isoladores (molas) à carcassa induzem resposta elástica desta última, que se torna uma fonte de irradiação de som.

A densidade modal da carcassa, em alta frequência, é considerável, de sorte que uma ressonância sua, com a forças transmitidas pelos isoladores, não é uma possibilidade remota.

As transmissibilidade em baixa e alta frequencia para tal compressor foram computadas, mediante um programa para computador digital especialmente elaborado para tal fim.

Os dados fornecidos ao programa foram determinados experimentalmente no laboratório de Vibrações e Acústica da UFSC, em experimentos que estão relatados em |6|.

A figura 3 mostra um exemplo de curvas obtidas (note-se que estas curvas representam o valor absoluto da força transmitida à carcassa, referida a 1 Newton).

O valor do fator de perda de mola, medido, é de 0,0008 mas, para verificar a importância do amortecimento valores maiores também foram fornecidos ao computador.

As curvas mostram que um aumento do fator de perda para 0,008 implica numa atenuação de cerca de 10 dB. Aumentos dessa ordem (e maiores!) podem ser obtidos por técnicas relativamente simples.

A figura 4 mostra uma curva experimental, obtida pela via digital, do nível de aceleração da carcassa do compressor.

Alguns dos picos aí encontrados foram claramente identificados como devidos à transmissibilidade das molas (644Hz, 1231, e 1817Kz).

A figura 5 mostra o nível de pressão sonora irradiado, pelo compressor em câmara reverberante. Os picos devidos à transmissibilidade das molas estão claramente presentes e são da maior importância.

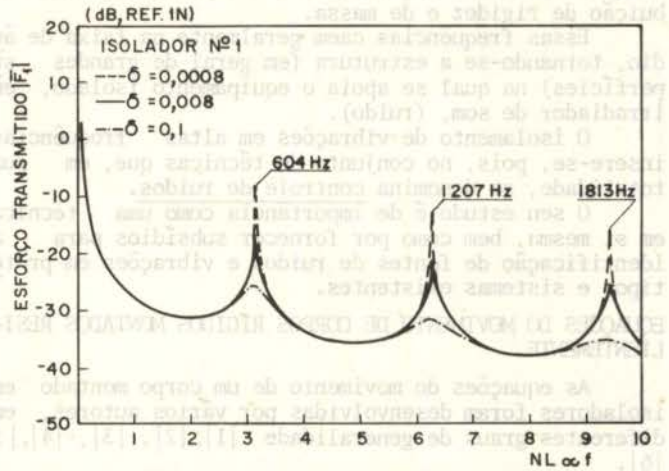


Figura 3. Esforço transmitido por isolador.

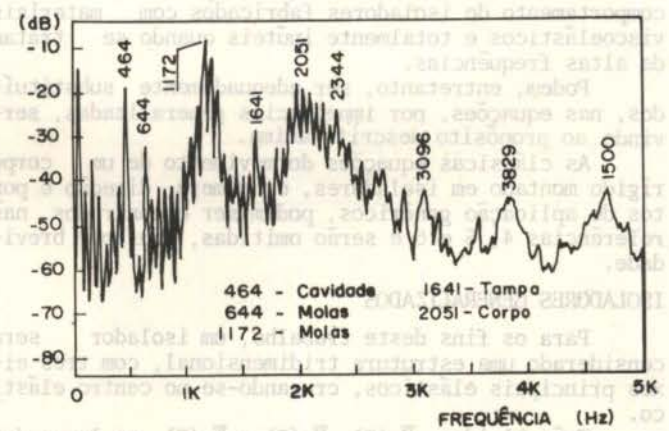


Figura 4. Nível de aceleração da carcassa.

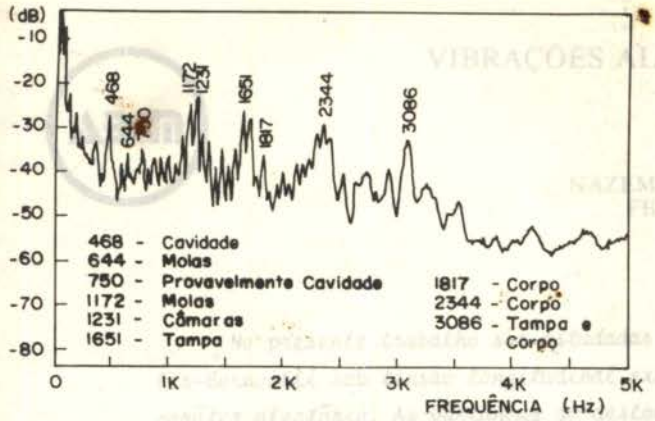


Figura 5. Espectro do ruído captado a 10 cm do compressor.

CONCLUSÕES

Discutiu-se um modelo matemático capaz de receber impedâncias generalizadas para a análise de transmissibilidades em altas frequências.

Um programa para computador digital foi desenvolvido, tendo em vista o cálculo das transmissibilidades.

Os resultados numéricos, referentes a um compressor hermético de fabricação nacional, foram cotejados com medições da aceleração na carcassa e com o nível de pressão sonora irradiada do compressor.

Verificou-se uma excelente correlação entre os picos de transmissibilidade computados e os picos de aceleração e pressão sonora medidos.

Esses últimos detacam-se no espectro e são indicativos da importância do isolamento em alta frequência na redução do nível de potência sonora irradiada pelo compressor.

REFERÊNCIAS

|1| TAYLOR, E.S. e BROWNE, K.A., Vibration Isolation of Aircraft Power Plants. Journal of the Aeronautical Sciences, Vol. 6, No. 2, p. 43-49 Dez. 1938.

|2| MACDUFF, J.N., Isolation of Vibration in Spring Mounted Apparatur-I,Product Engineering, p.106-109, No. 17, Julho, 1946.

|3| CREDE, C.E., e WALSH, J.P., The Design of Vibration-Isolating Base for Machinery, Journal of Applied Mechanics, March, 1947.

|4| HIMELBLAU, H.Jr., and RUBIN, S., Vibration of a Resiliently Suported Rigid Body, Shock and Vibration Handbook, C. Crede an c. Harris, eda. McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, 1961, Vol. 1, Chap. 3, pp. 10-15.

|5| SMOLLEN, L.E., Generalized Matrix Method for the Design and Analysis of Vibration-Isolation Systems. The Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 10, No. 1., p. 195-204, July, 1964.

|6| BASTOS, A.M.F., Isolamento de Vibrações em Alta Frequência em Sistemas com Múltiplos Graus de Liberdade, Dissertação de Mestrado, EMC, UFSC, 1984.

ABSTRACT

A mathematical model for the problem of high frequency vibration isolation is system with six degree of freedom is presented.

The isolators are considered as generalized impedances and can be of any number and arranged in any way.

The mathematical model is applied to a practical case of high frequency vibration isolation of a hermetic compressor of brasilian make.

Transmissibilities are obtained via a digital computer. Correlation between computed and measured transmissibilities, as well as the sound pressure radiated are established with the purpose of assessing of the validity of the model.

VIBRAÇÕES ALEATÓRIAS DE VIGAS

NAZEM NASCIMENTO
FEG/UNESP

No presente trabalho são estudadas as vibrações transversais de uma viga de Euler-Bernoulli sob tensão longitudinal excitada por uma força transversal concentrada de caráter aleatório. As variançaş do deslocamento, velocidade e aceleração são representadas em séries trigonométricas cujas propriedades são discutidas. É discutida também a influência da função densidade espectral de potência da excitação sobre as variançaş. São apresentados resultados analíticos e experimentais.

Em geral, uma estrutura unidimensional sujeita a uma força estática, assimétrica em relação ao centro da estrutura , experimenta solicitações (deflexão , momento fletor, velocidade transversal, etc.) assimétricas. Já no caso de excitação por uma força de caráter aleatório, é possível a ocorrência de simetrias e de máximos localizados.

Este fenômeno foi estudado experimentalmente por Crandall & Wittig |1| e analiticamente por Wedig & Riemer |2| e pelo autor |3|.

No presente trabalho será examinada a influência dos harmônicos da ordem superior sobre a variança da deflexão, velocidade e aceleração transversais de vigas excitadas aleatoriamente por uma força concentrada , sendo apresentados resultados analíticos e experimentais.

Considera-se a viga de Euler-Bernoulli da Fig.1. A viga é tracionada, sujeita a um amortecimento viscoso externo e excitada por uma força aleatória p(t). Admite-se constante: rigidez à flexão EI, comprimento L, densidade linear de massa μ, coeficiente de amortecimento d e força normal N.

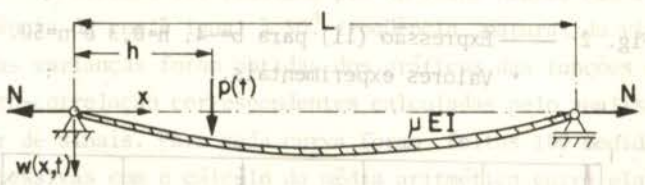


Figura 1. O modelo mecânico.

As vibrações transversais da viga são governadas pela equação diferencial

$$EIw^{IV}(x,t)-Nw^{II}(x,t)+d\dot{w}(x,t)+\mu\ddot{w}(x,t)=p(t)\delta(x-h), \quad (1)$$

onde $\delta(\cdot)$ é a Função Delta de Dirac. Ponto significa derivada em relação a t e linha derivada em relação a x. Assumindo-se que a solução de (1) seja dada por

$$w(x,t)=\sum_{r=1}^{n} q_r(t)\,\mathrm{sen}(r\pi x/L), \quad (2)$$

o que corresponde a um desenvolvimento nos modos próprios da viga não amortecida, obtém-se o sistema de equações diferenciais desacopladas

$$\ddot{q}_r(t)+2\xi_r\omega_r\dot{q}_r(t)+\omega_r^2 q_r(t)=f_r(t), r=1,\ldots n . \quad (3)$$

Aqui, ω_r são as freqüências naturais da viga, ξ_r os coeficientes modais de amortecimento e $f_r(t)$ as forças modais de excitação.

Admite-se que o processo de excitação seja estacionário e ergódico, normal distribuído com média nula e um ruído branco de banda limitada com freqüência de corte ω_c . Admite-se também que o sistema seja subamortecido.

A função de autocorrelação para w(x,t) é dada por

$$R_w(x,\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} w(x,t)w(x,t+\tau)dt . \quad (4)$$

Empregando-se o método da densidade espectral e o teorema dos resíduos, obtém-se de (4) a variança da deflexão transversal:

$$\sigma_w^2(x)=R_w(x,0)=4S_p\pi\sum_{r=1}^{n}\sum_{s=1}^{n} W_r(x)W_s(x)\cdot \cdot W_r(h)W_s(h)B/(\omega_s\sqrt{1-\xi^2}(A^2+B^2)) . \quad (5)$$

onde S_p é a função de densidade espectral de p(t) . Tem-se também

$$A=-\omega_r^2+\omega_s^2(1-2\xi_s^2)-2\xi_r\xi_s\omega_r\omega_s , \quad (6)$$

$$B=2\sqrt{1-\xi_s^2}(\omega_s^2\xi_s+\omega_s\omega_r\xi_r) , \quad (7)$$

$$W_r(x)=\mathrm{sen}(r\pi x/L) . \quad (8)$$

As variâncias da velocidade e da aceleração transversais, obtidas analogamente, são dadas por

$$\sigma^2_{\dot{w}}(w)=R_{\dot{w}}(x,0)=4S_{pr}\sum_{r=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}W_r(x)W_s(x)\cdot$$
$$\cdot W_r(h)W_s(h)B\omega_s/(\sqrt{1-\xi^2}(A^2+B^2)) \qquad (9)$$

e

$$\sigma^2_{\ddot{w}}(x)=R_{\ddot{w}}(x,0)=4S_{pr}\sum_{r=1}^{n}\sum_{s=1}^{n}W_r(x)W_s(x)\cdot$$
$$\cdot W_r(h)W_s(h)B\omega_s^3/(\sqrt{1-\xi^2}(A^2+B^2)) \ . \qquad (10)$$

No estudo de vibrações aleatórias de sistemas com vários graus de liberdade, a influência entre as formas próprias de vibrar depende do amortecimento e da posição relativa das freqüências naturais do sistema, assim como da função de densidade espectral da excitação. No caso desta não apresentar nenhum máximo acentuado, a influência entre as formas próprias pode ser desprezada tendo-se amortecimento modal pequeno e freqüências não muito próximas das outras. Como este é o caso estudado aqui, as variâncias podem ser simplificadas para séries simples |4|.

As variâncias da deflexão, velocidade e aceleração podem, então, ser resumidas na função f(x) definida por

$$f(x)=\frac{\sigma^2(x)}{\Delta}=\sum_{r=1}^{n}K(r)W_r^2(x)W_r^2(h) \ , \qquad (11)$$

sendo os parâmetros Δ e K(r) apresentados na Tabela 1 para o deslocamento, velocidade e aceleração, assim como para rigidez a flexão grande e pequena. Rigidez pequena aqui significa um valor tal, que o sistema se comporta como uma corda (P.ex. $\bar{EI}=0.001$, correspondente a uma viga de aço de seção reta circular com grau de esbeltez $\lambda = 2240$).

	Rigidez à flexão grande		Rigidez à flexão pequena	
	Δ	K(r)	Δ	K(r)
Deslocamento	$\frac{2S}{d\pi^4 EI}$	r^{-4}	$\frac{2S}{d\pi^2}$	r^{-2}
Velocidade	$\frac{2S}{d}$	1	$\frac{2S}{d}$	1
Aceleração	$\frac{2S\pi^4 EI}{d}$	r^4	$\frac{2S\pi^2}{d}$	r^2

Tabela 1. Parâmetros Δ e K(r) de (11) para as variâncias do deslocamento, velocidade e aceleração.

As grandezas de (1) são adimensionalizadas como se segue:

$$\bar{EI}=EI/L^2N \ , \qquad \bar{d}_1=d_1L/\sqrt{\{\mu N\}} \ ,$$
$$\bar{p}=pL/N \ , \qquad \bar{t}=t\sqrt{\{N/\mu L^2\}} \ , \qquad (12)$$
$$\bar{x}=x/L \ , \quad \bar{w}=w/L \ , \quad \bar{h}=h/I \ .$$

As variâncias mostram uma característica de simetria

$$f(x) = f(L-x) \ , \qquad (13)$$

que segue diretamente de (11), com o que a análise das séries trigonométricas podem se restringir ao intervalo $0\leq x,h\leq L/2$ $(0\leq\bar{x},\bar{h}\leq 1/2)$. A análise do comportamento de convergência das séries mostra para $n\to\infty$ convergência uniforme de f(x) em x para $b\leq -2$ e divergência para $b>-2$ |5|, com

$$K(r) = r^b \ , \ r\in N \ , \ b\in Z \ . \qquad (14)$$

No caso de séries convergentes pode-se mostrar que f(x) converge para polinômios de Bernoulli e no caso de séries divergentes a variança apresenta oscilação de amplitude ao longo da viga, com a predominância do último termo considerado |3|. Neste caso a variança apresenta um "comprimento de onda" L/n, onde n representa o último termo considerado na série (11). No caso de série convergente a freqüência de corte ω_c da excitação não tem influência sobre a variança e no caso de série divergente a variança cresce com o aumento de ω_c.

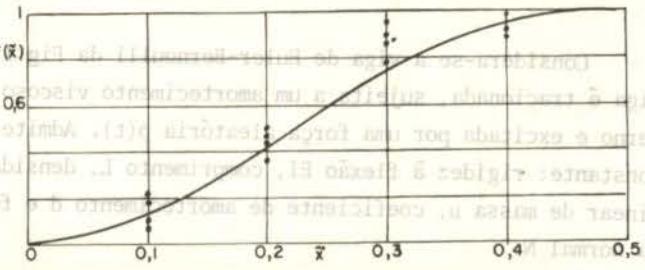


Fig. 2 —— Expressão (11) para b=-4, $\bar{h}$=0,3 e n=50.
· Valores experimentais.

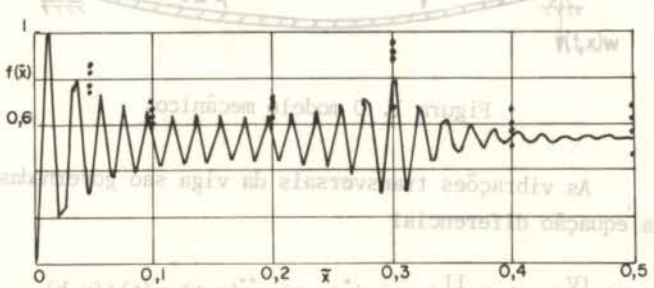


Fig. 3 —— Expressão (11) para b=4, $\bar{h}$=0,3 e n=50.
· · Valores experimentais.

A Fig. 2 mostra a expressão (11) para a variança do deslocamento no caso de rigidez à flexão grande (b=4) e a Fig. 3 mostra a expressão (11) para a variança da aceleração também no caso de rigidez à flexão grande (b=4). Ambas as curvas foram normalizadas em relação aos valores máximos respectivos.

Os resultados analíticos aqui obtidos foram comprovados em experiências realizadas na Faculdade de Mecânica da Universidade Técnica de Darmstadt.

Foi empregada nos ensaios uma viga de aço de 2 m de comprimento e secção reta retangular de 35 x 4 mm. A viga foi articulada em ambas as extremidades sendo adicionalmente tracionada por uma mola. A excitação foi feita através de um excitador eletrodinâmico, a medida de deslocamento através de transdutor de deslocamento indutivo e a medida de aceleração através de acelerômetro piezo-elétrico (Fig. 4).

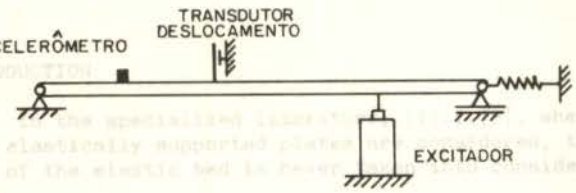


Figura 4. Esquema do banco de ensaios.

O conjunto de excitação compôs-se de um gerador de ruídos tipo 1027, um amplificador tipo 2707 e um excitador eletrodinâmico com corpo tipo 4801 e cabeça tipo 4812, todos da Brüel & Kjaer.

O conjunto de medida compôs-se, na medida de aceleração, de um acelerômetro tipo 4344, um pré-amplificador tipo 2616 e um amplificador tipo 2603, todos da Brüel & Kjaer e um analisador digital de sinais tipo 5420 A da Hewlett-Packard. Na medida de deslocamento foi empregado um transdutor indutivo tipo W10 e um amplificador KWS 20-A2, ambos da Hottinger Baldwin Messtechnik e o mesmo analisador de sinais da HP.

O sistema foi excitado por um ruído branco com freqüência de corte igual à 50ª freqüência natural da viga e as variâncias foram obtidas dos gráficos das funções de auto-correlação correspondentes calculadas pelo analisador de sinais. Para cada curva foram feitas 100 medidas sucessivas com o cálculo da média aritmética entre elas. Não foi feita a calibração do conjunto de medida, de forma que os resultados obtidos só podem ser comparados qualitativamente.

Nas Figs. 2 e 3 os valores experimentais são mostrados através dos pontos, o que comprova os resultados analíticos. No caso do deslocamento a variança assume valores máximos no centro da viga. No caso da aceleração, tem-se valores máximos nas proximidades dos extremos da viga e do ponto de excitação, sendo que na região central da viga a variança apresenta valores aproximadamente constantes. Com o aumento da freqüência de corte do ruído de excitação os máximos nos extremos da viga são atenuados e a variança da aceleração passa a ser máxima no ponto de excitação e no ponto simétrico em relação ao centro da viga, fenômeno este detectado por Crandall & Wittig |1| em vibrações de placas.

REFERÊNCIAS

|1| Crandall, S. H. & Wittig, L. E. Chlandni's Patterns for Random Vibrations of a Platte, Proc. Symp. Dynamic Response of Structures, Stanford. Ed.: G. Hermann e N. Perrone, Pergamon Press, New York, 1972.

|2| Wedig, W. & Riemer, M. Bauwerke unter Wellenlast-Fokussierungseffekte bei Poissonerregung, VDI-Bericht 419 (1981)201-7.

|3| Nascimento, N. Stochastische Schwingungen eindimensionaler kontinuierlischer mechanischer Systeme. T H Darmstadt, 1984 /Tese/.

|4| Bolotin, V. V. Statistical Methods in Structural Mechanics. Übersetzer: S.Aroni. Holden-Day, San Francisco, 1969.

|5| Dreszer, J. Mathematik Handbuch für Technik und Naturwissenschaft. Harri Deutsch, Zürich, 1975.

NATURAL FREQUENCIES OF A PLATE ON AN ELASTC BED

WALTER ZAMBRANO
MECHANICAL ENGINEERING DEPARTMENT, UNIVERSITY OF CHILE

SUMMARY

The influence of the bed mass of the elastic bed on the natural frequencies of a simply supported rectangular plate on an elastic bed is analyzed. It is found that when the bed mass is taken into consideration, a strong diminution of the first natural frequencies and a weaker diminution for the higher ones are produced.

INTRODUCTION

In the specialized literature, |1|...|8|, whenever elastically supported plates are considered, the mass of the elastic bed is never taken into consideration.

The purpose of this work is to analyze the influence of the bed mass on the natural frequencies of an elastically supported rectangular plate simply supported at the boundaries. It is found that when the bed mass is taken into account, a strong diminution of the first natural frequencies and a weaker diminution for the higher ones are produced.

MATHEMATICAL MODEL

The potential energy of the whole system (plate and elastic bed as shown in Fig.1) may be expressed as:

$$V = (D/2)\int_0^a\int_0^b (v_{xx}^2 + v_{yy}^2 + 2g v_{xx} v_{yy} + 2(1-g)v_{xy}^2)\,dx\,dy + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} (kh/2)\int_0^h u'^2_{ij}\,dz_{ij} \qquad (1)$$

where:

- D = flexural rigidity of the plate
- g = Poisson's coefficient
- v = deflexion of the middle plane of the plate
- v_{xx} = second partial derivative of v with respect to x
- v_{yy} = second partial derivative of v with respect to y
- x,y = axes of coordinates in the middle plane of the plate
- $v_{xy} = \partial^2 v/\partial x \partial y$
- k = rigidity of one spring
- h = natural length of one spring
- u_{ij} = displacement function of spring located at x_i, y_j
- z_{ij} = axial coordinate along spring located at x_i, y_j
- u'_{ij} = partial derivative of u_{ij} with respect to z_{ij}
- a,b = edges of the rectangular plate
- mn = number of springs (see Fig.1)
- $x_i = ia/(m+1)$
- $y_j = jb/(n+1)$

Assuming a linear distribution of the displacement function u_{ij} it is found that:

$$v(x_i,y_j,t) = hu_{ij}/z_{ij} \qquad (2)$$

so that:

$$\int_0^h u'^2_{ij}\,dz_{ij} = (1/h)\,v^2(x_i,y_j,t) \qquad (3)$$

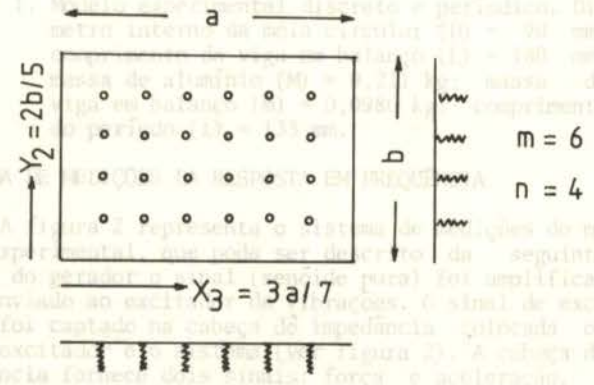


FIG. 1 SIMPLY SUPPORTED PLATE ON AN ELASTIC BED

mn = TOTAL NUMBER OF SPRINGS

and equation (1) becomes:

$$V = (D/2)\int_0^a\int_0^b (v_{xx}^2 + v_{yy}^2 + 2g v_{xx} v_{yy} + 2(1-g)v_{xy}^2)\, dx\, dy + \frac{k}{2}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} v^2(x_i,y_j,t) \qquad (4)$$

A similar reasoning leads to the expression for the total kinetic energy (T) of the entire system (plate and elastic bed).

$$T = (M_p/2ab)\int_0^a\int_0^b (\partial v/\partial t)^2\, dx\, dy + \frac{M_s}{6}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} (\partial v/\partial t)^2(x_i,y_j,t) \qquad (5)$$

with t = time

M_p = mass of the plate

M_s = mass of one spring

Taking into account that there is no deflexion at the edges of the plate, it may be assumed that in a particular mode of vibration, v(x,y,t) is given by:

$$v(x,y,t) = A \sin(r\pi x/a) \sin(s\pi y/b) \cos(p_{rs}\, t) \qquad (6)$$

with p_{rs} = natural frequency of the plate

A = maximum deflexion

Finally, substituting equation (6) into equations (4) and (5) and applying Raileigh's method, it is found that:

$$p_{rs} = (B/C)^{1/2} \qquad (7)$$

with B and C given by:

$$B = 3\pi^4 abD(r^2/a^2 + s^2/b^2)^2 + 3k(n+1)(m+1) \qquad (8)$$

$$C = 3M_p + (n+1)(m+1)M_s \qquad (9)$$

CONCLUSION

If there was no elastic bed, equation (7) furnishes the well known relation |1|,|2|,|3|

$$p_{rs} = \pi^2(r^2/a^2 + s^2/b^2)(abD/M_p)^{1/2} \qquad (10)$$

For low frequencies (small values of r and s) all terms appearing in equations (8) and (9) may be of the same order of magnitude and particularly, the effect of the bed mass is to decrease the natural frequencies as compared with their values when no elastic bed is present at all.

For high frequencies (great values of r and s) equation (7) furnishes:

$$p_{rs}^2 = 3\pi^4 abD(r^2/a^2 + s^2/b^2)^2/(3M_p + (n+1)(m+1)M_s) \qquad (11)$$

where it is easily perceived that the bed mass reduces the natural frequencies.

Finally, it is interesting to note in equation (7) that when the quantity of springs is very important, the expressions k(n+1)(m+1) and (n+1)(m+1)M represent respectively the rigidity and mass of the entire elastic bed taken into consideration.

REFERENCES

|1| William T. Thomson. Theory of vibration with applications. Prentice Hall Inc. 1972.

|2| Leonard Meirovitch. Analytical Methods in Vibrations. The Macmillan Company, New York 1967.

|3| S. Timoshenko. Théorie des vibrations à l'usage des ingénieurs. Librairie Polytechnique C.H. Béranger. Paris, 1947.

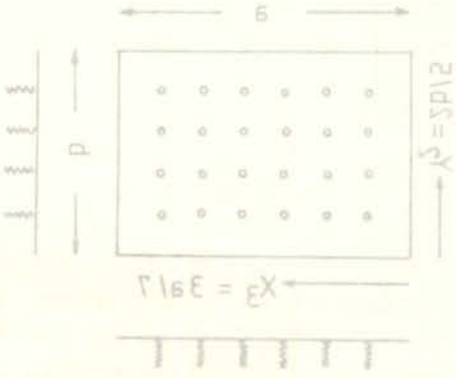
|4| Harris and Crede. Shock and Vibration Handbook. Vol. Nº1. Mac Graw Hill. 1961.

|5| Daniel Gorman. Free Vibration Analysis of Beams and Shafts. John Wiley and Sons, 1975.

|6| W. Seto. Mechanical Vibrations. Mac Graw Hill, 1970.

|7| J.C. Snowdon. Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems. John Wiley and Sons, 1968.

|8| G.M. Kurajian. Single-Loaded Elastic Beams on Nonlinear Continuous Foundations. Journal of Vibration, Acoustic, Stress and Reliability in Design. Transactions of the ASME. April 1983, Vol.105. Pages 192 - 199.



RESULTADOS EXPERIMENTAIS DE PROPAGAÇÃO LIVRE DE ONDAS EM ESTRUTURAS PERIÓDICAS DISCRETAS

JOÃO BOSCO DA SILVA
DEPTO DE ENGENHARIA MECÂNICA — CT-UFRN

SUMÁRIO

Constrói-se e ensaia-se um modelo experimental de uma estrutura discreta. Os sistemas de medição, excitação, calibração e análise da resposta da estrutura são descritos e discutidos. Os resultados experimentais são comparados com resultados numéricos (obtidos via computador digital).

INTRODUÇÃO

Este trabalho descreve um experimento visando comparar seus resultados com aqueles obtidos numericamente via computador digital.

O MODELO EXPERIMENTAL

A figura 1 representa o modelo experimental discreto e periódico. Fixaram-se massas nas extremidades livres de vigas em balanço com comprimento L e rigidez q', ligadas entre si por molas circulares com diâmetro D e rigidez q. Para garantir a periodicidade do sistema, ajustou-se as vigas em balanço de modo a terem a mesma freqüência natural. Construiu-se o modelo com molas de aço e massas de alumínio (1).

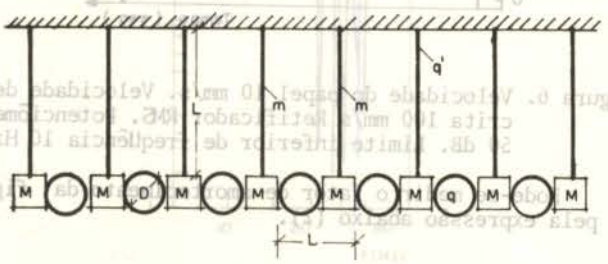


Figura 1. Modelo experimental discreto e periódico. Diâmetro interno da mola circular (D) = 90 mm; comprimento da viga em balanço (L) = 180 mm; massa de alumínio (M) = 0,211 kg; massa de viga em balanço (m) = 0,0986 kg; comprimento do período (ℓ) = 133 mm.

SISTEMA DE MEDIÇÕES DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

A figura 2 representa o sistema de medições do modelo experimental, que pode ser descrito da seguinte forma: do gerador o sinal (senóide pura) foi amplificado e enviado ao excitador de vibrações. O sinal de excitação foi captado na cabeça de impedância colocada entre o excitador e o sistema (ver figura 2). A cabeça de impedância fornece dois sinais: força e aceleração. O sinal da força é amplificado e em seguida comprimido no gerador tornando-se constante com a freqüência. A variação do sinal com a freqüência é feita pela sicronização mecânica do registrador de nível com o gerador. O sinal da aceleração foi gravado no registrador de nível via pré-amplificador e analisador de freqüência (1).

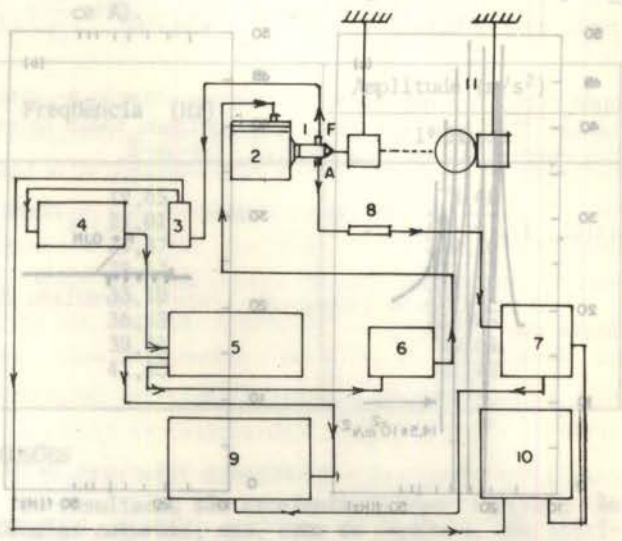


Figura 2. Sistema de medição do modelo experimental. 1- Cabeça de Impedância tipo 8001 B & K. 2- Excitador de vibrações Tipo 4809 B & K. 3- Amplificador de carga Tipo 2626 B & K. 4- Amplificador de medições Tipo 2807 B & K. 5- Gerador Tipo 1027 B & K. 6- Amplificador de Potência Tipo 2706 B & K. 7- Analisador de Freqüência Tipo 2120 B & K. 8- Pré-Amplificador de Microfones Tipo 2619 B & K. 9- Registrador de nível Tipo B & K. 10- Osciloscópio Tipo H2V13A HBM. 11- Modelo Experimental.

CALIBRAÇÃO

A calibração correspondente à aceleração foi feita pelo método comparativo. Excita-se o modelo experimental e faz-se a leitura da amplitude no analisador de freqüência; o valor lido (em mV) é tomado como referência no registrador de nível. Para converter o sinal de referência de mV para m/s^2 usa-se o calibrador de acelerômetros 4291 (ver figura 3).

Ajustando-se o calibrador à massa do acelerômetro, este vibra com uma aceleração senoidal de amplitude igual a 10 m/s^2. Esta aceleração corresponde a uma amplitude (em mV), lida no amplificador de medições.

a) Acelerômetro tipo 4366 nº 811717 que seria fixado na primeira massa. Para este acelerômetro usou-se o pré-amplificador de microfones nº 840568. CALIBRAÇÃO: 41,8 mV = 10 m/s^2.

b) Acelerômetro tipo 4366 nº 811720 que seria fixado na segunda massa. Para este acelerômetro usou-se o

amplificador de microfones nº 840567. CALIBRAÇÃO 38,8 mV = 10 m/s².

A calibração correspondente ao fluxo de força, foi feita pelo método direto. Usou-se a cabeça de impedância tipo 8001 nº 831307 com sensibilidade de carga igual a 325 pC/N. Após o sistema ter sido ajustado a esta sensibilidade, escolheu-se uma força de amplitude igual a 0,1 N, que deveria ser mantida constante ao longo da faixa de freqüências de interesse, pelo circuito de compressão (1).

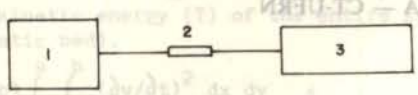


Figura 3. 1- Calibrador de Acelerômetros 4291 B & K. 2- Pré-Amplificador de Microfones 2619 B & K. 3- Amplificador de Medições 2807 B & K.

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Excitando-se o modelo experimental obteve-se curvas de resposta e freqüência como as das figuras 4 e 7.

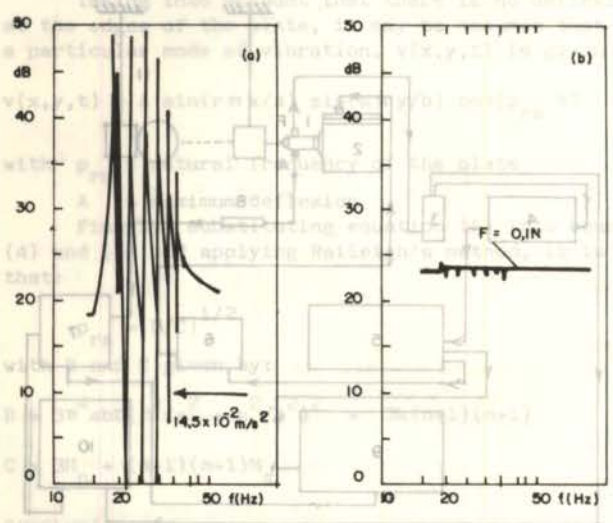


Figura 4. A curva (a) representa a resposta na primeira massa. A curva (b) a força aplicada na primeira massa. Usou-se potenciômetro de 50 dB, Retificador RMS, limite inferior de freqüência 2 Hz, Velocidade de escrita 4 mm/s e velocidade do papel 0,003 mm/s.

A curva (a) da fig. 4 representada a resposta em freqüência, ou seja, o quociente da aceleração pela força. Nas estruturas com baixo fator de amortecimento este quociente tende a infinito nas ressonâncias, isto implica que a força aplicada tende a zero, tornando impossível ao circuito compressor mantê-la constante. Por esta razão, nota-se uma certa variação na força aplicada, nas freqüências de ressonância da curva (b) da figura 4.

Na verdade, o que interessa na prática são as freqüências naturais, tendo em vista serem estas os pontos perigosos; mas com a finalidade de tornar mais adequada a comparação das amplitudes numéricas com as experimentais, introduz-se amortecimento no modelo experimental. Para isto colou-se fita adesiva de alumínio encruado ao longo do comprimento de cada viga (1).

Mediu-se o amortecimento pelo método do decaimento exponencial, representado pela figura 5.

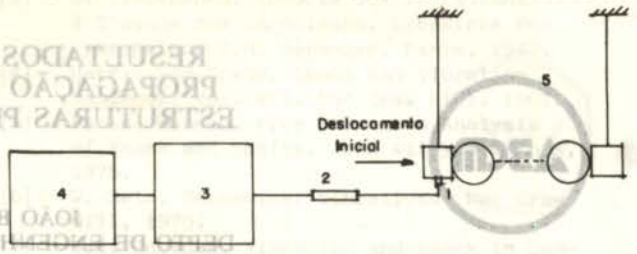


Figura 5. Medição do amortecimento pelo método do decaimento exponencial. 1- Acelerômetro tipo 4366 B & K. 2- Amplificador de Microfones tipo 2619 B & K. 3- Analisador de Freqüência tipo 2120 B & K. 4- Registrador de Nível tipo 2305 B & K. 5- Sistema.

Aplicando-se um certo deslocamento inicial ao sistema (figura 5), este vibra em seus vários modos. As vibrações são captadas por intermédio de um acelerômetro, localizado numa das massas; o sinal captado pelo acelerômetro é amplificado e analisado no analisador de freqüência. Na análise escolheu-se f_o = 23,3 Hz como freqüência central e o filtro com banda de 1%. O sinal é registrado no registrador de nível que fornece a curva de decaimento exponencial (ver figura 6).

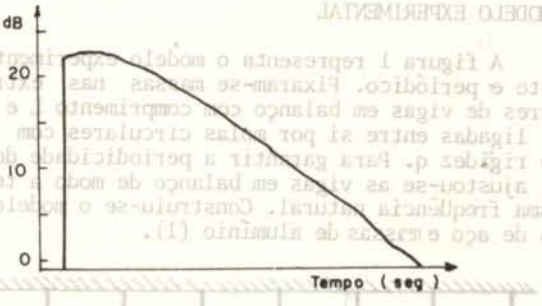


Figura 6. Velocidade do papel 10 mm/s. Velocidade de escrita 100 mm/s Retificador RMS. Potenciômetro 50 dB. Limite inferior de freqüência 10 Hz.

Pode-se medir o fator de amortecimento da figura 6, pela expressão abaixo (2).

$$\xi = \frac{1,1}{f_o T_{60}} \qquad (1)$$

onde f_o é a freqüência central e T_{60} é o tempo necessário para a curva cair de 60 dB.

Aplicando-se os resultados da figura 6 na expressão (1), tem-se:

$$\xi = 0,0035$$

As curvas das figuras 7 e 8 representam a resposta experimental e numérica, respectivamente, referentes ao fator de amortecimento introduzido.

Pode-se ver claramente a importância do fator de amortecimento, comparando-se as figuras 4 e 7. Nota-se uma atenuação bastante acentuada nos picos, e a força aplicada (figura 7 b) tende a um valor mais constante.

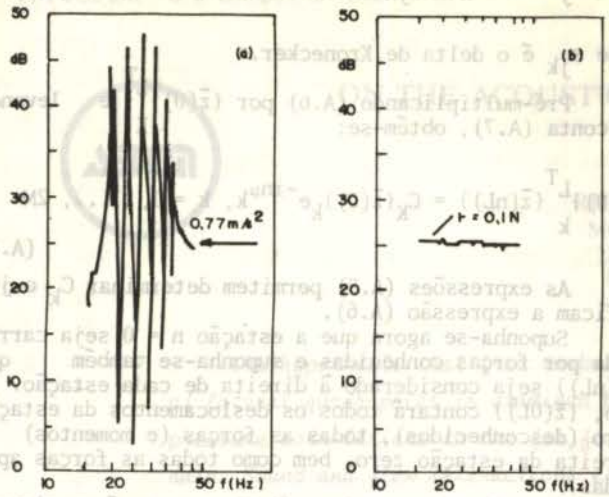


Figura 7. A curva (a) representa a resposta em freqüência na primeira massa. A curva (b) a força aplicada na primeira massa. Usa-se Potenciometro de 50 dB, Retificador RMS, limite inferior de freqüência 2 Hz, velocidade de escrita 4 mm/s e velocidade do papel 0,003 mm/s.

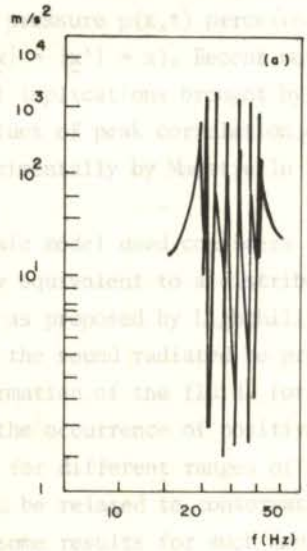


Figura 8. A curva (a) representa a resposta em freqüência na primeira massa, computada com base nos resultados teóricos.

Para comparar os resultados experimentais (figura 7) com os resultados numéricos (figura 8) registrou-se estes resultados nas tabelas 1 e 2. Os resultados numéricos da tabela 2, foram obtidos pela teoria do Apêndice A.

Nota-se, portanto, que as freqüências naturais são aproximadamente iguais, garantindo assim o êxito dos resultados. No entanto, as amplitudes (correspondentes às ressonâncias) diversificam para a maioria dos picos. Pode-se, no entanto, melhorar estes resultados, desde que se aumente o fator de amortecimento.

Outra razão desta discrepância provém do sistema de medições.

Para que o circuito compressor do gerador tipo 1027 B & K funcione dentro da faixa de compressão, é necessário diminuir o máximo possível a velocidade do papel do Registrador de Nível tipo 2305 B & K. Esta velocidade está diretamente relacionada com a velocidade de escrita, isto é, quanto mais baixa a velocidade do papel, mais baixa será a velocidade de escrita da pena do registrador 2305 B & K. Desta forma, para velocidade de escrita muito baixa, aumenta-se o amortecimento na pena. Como neste caso o amortecimento da pena é bem maior do que o amortecimento do sistema, os valores dos picos (ressonâncias) medidos serão bastante defasados dos calculados. Estes problemas não afetam, entretanto, os valores das freqüências naturais, que são realmente os parâmetros importantes.

Tabela 1. Resultados Experimentais (figura 7).

Freqüência (Hz)	Amplitude (m/s²)
	1º Massa
19,50	72,69
21,40	54,51
24,40	91,52
28,40	102,68
33,80	91,52
36,80	49,71
39,30	22,21
42,10	9,69

Tabela 2. Resultados Numéricos (figura 8). (ver Apêndice A).

Freqüência (Hz)	Amplitude (m/s²)
	1º Massa
19,65	78,68
21,01	201,37
24,37	229,16
28,62	72,51
33,10	190,97
36,93	152,05
39,91	90,64
41,83	21,42

CONCLUSÕES

Os resultados são excelentes no que concerne às freqüências naturais, mas, como se esperava, são sofríveis quanto às amplitudes dos picos de ressonância. Atribui-se as discrepâncias aos erros computacionais das amplitudes perto das ressonâncias, bem como a não linearidade no sistema experimental.

REFERÊNCIAS

(1) Silva, J. Bosco. "Propagação de ondas em sistemas Mecânicos Periódicos". Mestrado. Dissertação, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, outubro, 1981.

(2) Smith, P. W. an Lyon, R. N. "Sound and Structure Vibration". NASA - 1964.

(3) Espíndola, J. J. "Response of Spatially Periodic Structures to Concetrated Forces. Paper No. A-17 - Proceedings COBEM, Florianópolis, 1977.

(4) Pestel, E. C. and Leck, F. A. "Matrix Methods in Elastomechanics". McGraw-Hill, New York. N. Y. (1963).

(5) Espíndola, J. J."Numerical Methods in Wave Propagation in Periodic Structures". PH.D. Thesis, University of Southampton. 1974.

(6) Espíndola, J. J. "A general Theory of Free Wave Propagation in Periodic Structures". Paper NO. A-11 - Proceedings COBEM, Rio de Janeiro, 1975.

(7) Porter, B. "Synthesis of Dynamical Systems". William Clowes and sons LTD., London, 1969.

SUMMARY

An experimental model of a describe structure was bult and tested. Measurement systems, vibration, calibration and analysis of the results of the structure were discussed and described. The experimental results were compared with the numerical results. (Obtained throught a digital computer).

APÊNDICE A

RESPOSTA DE SISTEMAS PERIÓDICOS

INTRODUÇÃO

As derivações aqui apresentadas são bastante gerais, e representam uma variante daquela apresentada por ESPÍNDOLA (3).

FORMULAÇÃO DA RESPOSTA

Suponha-se que uma onda propaga-se ao longo de uma estrutura periódica. Uma quantidade (por exemplo, um deslocamento) na enésima estação será representada por (3), (4).

$$z(nL, t) = z(nL)e^{i2\pi(ft - knL)} = \bar{z}(nL)e^{i2\pi ft} \qquad (A.1)$$

onde $z(nL)$ é a amplitude na enésima estação e $z(nL) = z(nL)e^{-in\mu}$, onde $\mu = 2\pi KL$. Considerando todas as grandezas envolvidas em cada estação, ter-se-á:

$$\{z(nL, t)\} = \{z(nL)\}e^{i2\pi f(t - KnL)} = \{\bar{z}(nL)\}e^{i2\pi ft} \qquad (A.2)$$

O problema de propagação livre é formulado de tal sorte que

$$\{\bar{z}(nL)\} = \{\bar{z}(0)\}e^{-in\mu} \qquad (A.3)$$

onde $\{\bar{z}(0)\}$ é um vetor considerado numa estação de referência.

Como a fase é uma grandeza relativa, pode-se, sem perda de generalidade, e observando (A.1) e (A.3), fazer

$$\{\bar{z}(0)\} = \{z(nL)\},\ n = 0, \pm1, \pm2, \ldots \qquad (A.4)$$

Suponha-se que $|T|$ seja a matriz de transferência de período. Então, (A.4) é de fato autovetores do problema de autovalores (1):

$$|T|\{\bar{z}(0)\} = e^{-i\mu}\{\bar{z}(0)\} \qquad (A.5)$$

Suponha-se agora que o sistema em tela tenha M graus terminais de liberdade (5). Isto implica em que a matriz $|T|$ será de ordem 2M, bem como os autovetores.

A ortogonalidade dos autovetores (6) permite garantir que qualquer vetor $\{\bar{z}(nL)\}$ de ordem 2M pode ser escrito como uma combinação linear dos mesmos:

$$\{\bar{z}(nL)\} = \sum_{j=1}^{2M} C_j\{\bar{z}(0)\}_j e^{-in\mu j} \qquad (A.6)$$

Note-se que $\{\bar{z}(0)\}_j$, $j = 1, 2M$ são os autovetores à direita de $|T|$. Sejam $\{\bar{z}(0)\}^L_j$ os autovetores à esquerda $|T|$ e suponha-se que $\{\bar{z}(0)\}_j$ e $\{\bar{z}(0)\}^L_j$ sejam normalizados de tal sorte que

$$\{\bar{z}(0)\}^T_j \{\bar{z}(0)\}^L_k = \delta_{jk},\quad j, K = 1, 2, \ldots, 2M \qquad (A.7)$$

onde δ_{jk} é o delta de Kronecker.

Pré-multiplicando (A.6) por $\{\bar{z}(0)\}^{L^T}_K$ e levando em conta (A.7), obtém-se:

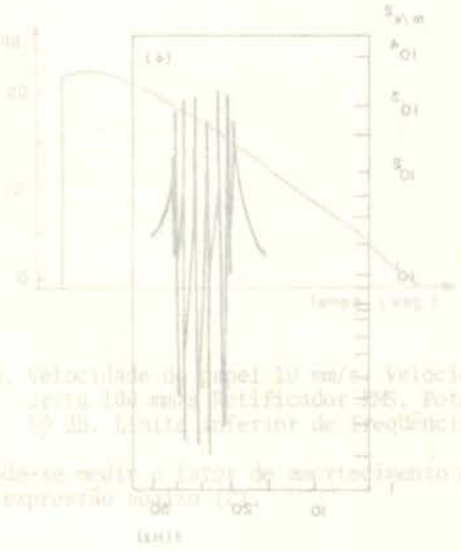
$$\{\bar{z}(0)\}^{L^T}_k \{\bar{z}(nL)\} = C_K\{\bar{z}(0)\}_k e^{-in\mu}k,\ k = 1, 2, \ldots, 2M \qquad (A.8)$$

As expressões (A.8) permitem determinar C_k e justificam a expressão (A.6).

Suponha-se agora que a estação n = 0 seja carregada por forças conhecidas e suponha-se também que $\{\bar{z}(nL)\}$ seja considerado à direita de cada estação. Então, $\{\bar{z}(0L)\}$ contará todos os deslocamentos da estação zero (desconhecidos), todas as forças (e momentos) à direita da estação zero, bem como todas as forças aplicadas.

Fazendo pois n = 0 em (A.6), ter-se-á um sistema de 2M equações lineares com 2M incógnitas, C_j, mais M deslocamentos e M forças elásticas. Um total de 2 x (2M) incógnitas.

As condições de contorno (duas) introduzem (cada uma) M incógnitas e 2M equações. Ter-se-á um total de 6M equações com 6M incógnitas.



ON THE ACOUSTIC RADIATON OF TURBULENCE

RICARDO E. MUSAFIR
MOYSES ZINDELUK
JULES G. SLAMA
PEM-COPPE/UFRJ

The hypothesis that free turbulence is acoustically equivalent to a distribution of lateral quadrupoles is examined by comparing theorectical predictions of sound pressure correlations in the far field of a turbulent jet with existing experimental data. Sound and flow interactions effects are sought which could explain the discrepancies found.

INTRODUCTION

In the effort of identifying jet noise source structure use has been made of correlations of the far field sound pressure $p(\underset{\sim}{x},t)$ perceived by two observers $\underset{\sim}{x}$ and $\underset{\sim}{x}'$ ($|\underset{\sim}{x}| = |\underset{\sim}{x}'| = x$). Recent works [1, 2] discussed model implications brought by the existence of negative values of peak correlation coefficient obtained experimentally by Maestrello [3] for a subsonic round jet.

The basic model used considers turbulence as acoustically equivalent to a distribution of lateral quadrupoles as proposed by Lighthill [4] and Powell [5], should the sound radiated be produced by isovolumetric deformation of the fluid. For this model it was shown that the occurrence of positive and negative correlation for different ranges of the angular separation ψ would be related to conservation principles. In this work, some results for such model are compared with experiments. Directions for model sophistication are pointed in the analysis of discrepancies.

BACKGROUND

The basic ideas concerning the modelling of far field sound pressure correlations were discussed in [6] and recently rediscussed in [2, 7], where it was pointed that, for a point quadrupolar source $\underset{\approx}{T}$, at $\underset{\sim}{y} = 0$ with stationary random principal axes, the sound pressure being proportional to $\ddot{T}_{xx}(t-|\underset{\sim}{x}-\underset{\sim}{y}|/c_0)$ where $T_{xx} = \underset{\sim}{n}.\underset{\approx}{T}.\underset{\sim}{n}$, $\underset{\sim}{n} = \underset{\sim}{x}/x$ and c_0 is the sound speed, the correlation $R(\underset{\sim}{x},\underset{\sim}{x}',\tau) = \overline{p(\underset{\sim}{x},t)p(\underset{\sim}{x}',t+\tau)}$ can be written, in an orthogonal cartesian system α,β,γ with unit vectors $\underset{\sim}{e}_\alpha // \underset{\sim}{n}$, $\underset{\sim}{e}_\beta . (\underset{\sim}{n}\times\underset{\sim}{n}') = 0$ and $\underset{\sim}{e}_\gamma$, as:

$$(4\pi c_0^2 x)^2 R(\underset{\sim}{x},\underset{\sim}{x}',\tau) = \frac{\partial^4}{\partial\tau^4}\{\overline{T_{xx}T_{x'x'}}\}(\tau) =$$

$$= \frac{\partial^4}{\partial\tau^4}\{\overline{T^2_{\alpha\alpha}}\cos^2\psi + \overline{T_{\alpha\alpha}T_{\beta\beta}}\sin^2\psi + \overline{T_{\alpha\alpha}T_{\alpha\beta}}\sin 2\psi\}(\tau) \qquad (1)$$

where $\cos\psi = \underset{\sim}{n}.\underset{\sim}{n}'$.

Neglecting the third term in (1) (which is associated with nonsphericity of the source directivity $D(\Theta)$ - Θ is the polar angle with the jet axis), R can be modelled from the knowledge of $D(\Theta)$ and the central term, which is associated with compressibility, involving the diagonal components of $\underset{\approx}{T}$. Since for a compact (low Mach number) jet $\underset{\approx}{T}$ can be aproximated by the integral over the flow region of the momentum flux tensor $\rho v_i v_j$, it follows that $\mathrm{tr}(\ddot{\underset{\approx}{T}}) = 0$, from where one gets easily the relation:

$$\left.\frac{\partial^4}{\partial\tau^4}\right|_{\tau=0}\overline{T_{\alpha\alpha}T_{\beta\beta}}(\tau) = \frac{1}{2}\left.\frac{\partial^4}{\partial\tau^4}\right|_{\tau=0}\{\overline{T^2_{\gamma\gamma}} - (\overline{T^2_{\alpha\alpha}}+\overline{T^2_{\beta\beta}})\}(\tau) \qquad (2$$

which is valid independently of the propagation Green's function. This source relation has a far field acoustic pressure counterpart, straightforward if the source and its immediate environment are at rest with respect to the observers, when it is given by equation (6) in [2].

COMPLETE BASIC MODEL

The approach adopted in [2, 7] is very convenient since it separates the correlation in two parts, one positive and the other, in most situations, negative, both weighted by functions of ψ. In order to facilitate subsequent inclusion of flow interaction effects and not to be bound to the neglect of the third term in (1), it is preferable to work with a fixed axes system, x_1, coincident with the jet axis, x_2, x_3.

The product $T_{xx}T_{x'x'} = n_i n_j n_k n_\ell T_{ij}T_{k\ell}$ can be much simplified having in mind that, for a round jet, it must be even in the azimuthal separation $\Delta\phi = \phi'-\phi$.

Hence many of the $\overline{T_{ij}T_{k\ell}}$ terms (or their combinations) will be null (a result independent of τ). Terms differing by permutations of the 2 and 3 indexes are identical and ϕ can be taken equal to zero, so that one can write

$$\frac{\partial^4}{\partial\tau^4}\overline{T_{xx}T_{x'x'}}(\tau) = \frac{\partial^4}{\partial\tau^4}\{\overline{T_{11}^2}\cos^2\theta\cos^2\theta' + \overline{T_{11}T_{22}}(\cos^2\theta\sin^2\theta' + \cos^2\theta'\sin^2\theta) + \overline{T_{12}^2}\sin 2\theta\sin 2\theta'\cos\Delta\phi + (\overline{T_{22}^2}\cos^2\Delta\phi + \overline{T_{22}T_{33}}\sin^2\Delta\phi)\sin^2\theta\sin^2\theta'\}(\tau) \qquad (3)$$

The adimensional directivity $D(\theta)$ can be written as $(\ddot{T}_{xx})^2/(\ddot{T}_{22})^2$ and since $(\ddot{T}_{xx})^2$ is given by

$$\left.\frac{\partial^4}{\partial\tau^4}\right|_{\tau=0}\overline{T_{xx}^2}(\tau) = \left.\frac{\partial^4}{\partial\tau^4}\right|_{\tau=0}\{\overline{T_{22}^2} + (\overline{T_{11}^2}-\overline{T_{22}^2})\cos^4\theta + (\overline{T_{12}^2} + \frac{\overline{T_{11}T_{22}} - \overline{T_{22}^2}}{2})\sin^2 2\theta\}(\tau) \qquad (4)$$

the general formula for $D(\theta)$ follows

$$D(\theta) = 1 + B\cos^4\theta + A\sin^2 2\theta \qquad (5)$$

If the net longitudinal quadrupole strength $(\mathrm{tr}(\ddot{\tilde{T}}))$ is zero, either the complete or the simplified model allow the modelling of the correlation coefficient $r(\theta,\theta',\Delta\phi,\tau) \equiv R(\underset{\sim}{x},\underset{\sim}{x}',\tau)/\sqrt{R(\underset{\sim}{x},\underset{\sim}{x},0)R(\underset{\sim}{x}',\underset{\sim}{x}',0)}$ for $\tau = 0$ from the knowledge of $D(\theta)$, the intercorrelation terms being obtained with the aid of equation (2) as $\ddot{T}_{11}\ddot{T}_{22} = -(\ddot{T}_{11})^2/2$ and $\ddot{T}_{22}\ddot{T}_{33} = \overline{(\ddot{T}_{11})^2}/2 - (\ddot{T}_{22})^2$.

THE NON-COMPACT JET - MACH NUMBER CORRECTION

As the Mach number M increases, two new effects come into play: compressibility and non-compactness of the source region. Since the ratio $(\ddot{T}_{ii})^2/(\ddot{T}_{xx})^2$ is proportional to M^4 [5] it can be shown that, for the isotropic case ($D(\theta) = 1$), an $0(M^4)$ correction will apply to the correlation coefficient for $\psi = 90^o$, $\tau = 0$. This correction can be assumed to suit also the anisotropic case. As the Mach number of the principal sources is aproximately their convection Mach number M_c ($M_c/M \cong 0.5$ to 0.7), the correction due to compressibility may be taken as $0(M_c^4)$, negligible for subsonic jets. Though the whole source region becomes non-compact when M is not $\ll 1$, one can still think of compact independent emitters, equation (2) applying to each correlation region, which, in turn, is no more equidistant from the two observers. The effect will be a loss of correlation which can be approximated for a point source in $\underset{\sim}{y}$ by modelling its correlation function as $R(\underset{\sim}{x},\underset{\sim}{x}',\tau) = R(\underset{\sim}{x},\underset{\sim}{x}',0)h(\tau+\sigma)$, where σ, the difference in sound travel times from the source to the microfones, is given (in the quiescent medium approximation) by $(|\underset{\sim}{x}-\underset{\sim}{y}| - |\underset{\sim}{x}'-\underset{\sim}{y}|)/c_0 \cong \underset{\sim}{y}_0\cdot(\underset{\sim}{n}-\underset{\sim}{n}')/c_0$.

COMPARISON WITH EXPERIMENT

The experimental data published in [3] were obtained mostly for M = 0.75 and for the frequency bandwith 125 Hz $\leq$ f $\leq$ 40 KHz. In Figure 1 are shown the plots of peak correlation coefficient for this Mach number and $\theta = \theta'$.

Due to the difficulty of properly accounting for the effects of sound propagation inside the flow in the actual value of σ and the variation of the source distribution h, only a qualitative analysis will be made, the agreement of the positive and negative regions of experimental peak correlation values being compared with the predicted for a single point source for τ=0. The procedure is justified since, for the data in Figure 1, evidences point out to the fact that all negative correlations are due to source structure, and not to non-compactness. These evidences are: 1) The only set of data for reduced bandwith (f $\leq$ 5 KHz, $\theta = \theta' = 60^o$) shows an increase in $|r|$ with the filtering of higher frequencies, while the zero crossing point remains unaltered. 2) For $\theta = 90^o$, $\Delta\phi = \psi = 180^o$, where (for $\theta = \theta'$ and neglecting effects of convected sound speed) the values of σ are maxima, 10% of positive correlation is obtained 3) For $\theta > 90^o$, where flow interaction effects can lead to larger values of σ, the most unfavorable case shown ($\theta = 120^o$) is very similar to the $\theta = 60^o$ data.

Shown in Figure 2 are the theoretical curves obtained from equations (2) and (3), with $D(\theta)$ taken as $1 + \cos^4\theta + (\mathrm{sen}^2 2\theta)/8$, a form which agrees well with one microphone measurements [8].

For $\theta \geq 60^o$, the agreement between theory and experiment is excellent, while, for $\theta = 30^o$ and 45° the experimental data show an "excess" of positive correlation presumably caused by a dominant T_{11} component. The data for other values of M (shown in [3] only for $\theta=\theta'=30^o$) suggest that the relative importance of the T_{11} component increases with M, even more than does the non-compactness effect. Another striking feature is that not all the differences between the data for an angle θ and for $180^o - \theta$ (which, for sources in a medium at rest, should be identical) can be explained in terms of flow effects on the actual value of retarded time differences. A comparison of the data for $\theta = 45^o$ and 135° shows clearly that convection effects in signal amplitude are not totally eliminated by normaliza-

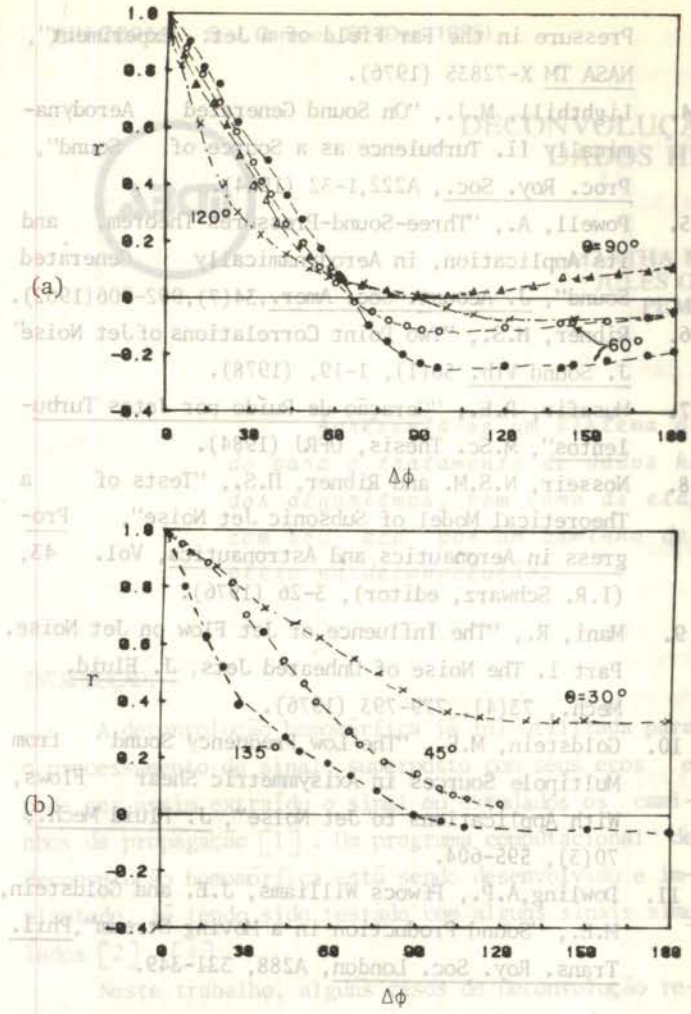


Figure 1 - Peak correlation coefficient for $\theta = \theta'$. Experiment, M = 0.75, f < 40 KHz for all data, except(a), •($\theta = 60^o$), where f < 5 KHz.

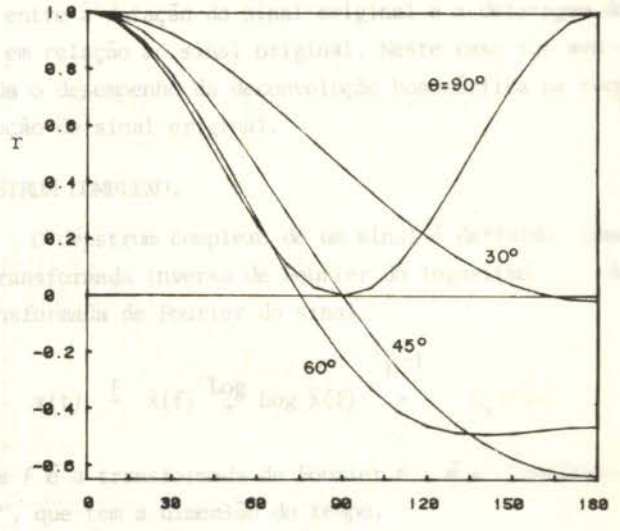


Figure 2 - Correlation coefficient for zero time delay, lateral quadrupole model.

tion, the relative contribution of T_{11} being more important downstream than upstream. This could be explained by different frequency bands having different convection amplification factors, $(1 - M_c\cos\theta)^{-n}$ (a fact justified by theory) and also different directivities, so that the contribution of lower frequencies (higher n) would dominate downstream, and that of the higher frequencies, upstream. But as no distribution of lateral quadrupoles could match the relatively high positive and negative correlations measured for $\Delta\phi = 180^o$, $\theta = 30^o$ and 60° respectively (the required value of B would be around 5, while the maximum B satisfying (2) is 3), and as the compressibility correction applying to (2) must be negligible, the discrepancy pointed for $\theta \leq 45^o$ must be due to flow interactions effects in the generation process.

Mani [9], Goldstein [10] and Dowling et al. [11] have shown that a quadrupolar source emitting near a velocity gradient has its low frequency sound affected by it. The effect can be expressed as a transmission coefficient, which accounts for shear layer impedance and is more influent for the longitudinal component aligned with the mean flow direction for which it is given, in the low frequency limit, by an extra convection factor with n = 2 (n decreases as the frequency increases). This emphasis on the downstream emission of the low frequency sound due to the T_{11} component would explain all commented discrepancies and also the apparently odd increase of $r(30,30,\Delta\phi,0)$ with M (from 0.35 (M = 0.59) to 0.56 (M = 1.0) for $\Delta\phi = 150^o$).

DIRECTIONS FOR MODEL EXTENSION

To incorporate these ideas in the modelling of acoustic pressure correlations, one must face a new problem. For a source $\underline{\underline{T}}$ placed in a jet, equation (2) applying, the relation between sound pressures can be obtained by inclusion in (2) of the transmission coefficients. In the jet noise problem, adopting a new reference situation (that is, another Green's function, if the operator is linear), implies also the adoption of a new source, say $\underline{\underline{Q}}$, since part of the original T_{ij} would be now in the propagation operator. Furthermore, an eventual reformulation of (2) is dependent upon the choice of $\underline{\underline{Q}}$, which is not unique (compare, for instance [10] and [11]).

A first step towards model modification is given by calculating source correlations as before but, when using equation (3), multiply $(\ddot{T}_{11})^2$ by $(1-M_c\cos\theta)^{-4}$ and $\ddot{T}_{11}\ddot{T}_{22}$ by $(1-M_c\cos\theta)^{-2}$. The results, shown in Figure 3, are satisfactory. Although the use of the same $\ddot{T}_{ij}\ddot{T}_{k\ell}$ is not justified, for low θ, due to the extra correlation factor, $\ddot{T}_{11}$ dominantes, independently of the other terms, while, for $60^o \leq \theta \leq 120^o$, on the other hand, as both the sources and the operator approach Lighthill's, independently of the choice of $\underline{\underline{Q}}$ equations (2) and (3) can be used. Only the low frequencies will be subject to such a high extra convective amplification (or reduction, for $\theta > 90^o$), so

that very large values of $r(\theta,\theta',180^o,0)$ (as for θ = 30° and 135°), will be much reduced.

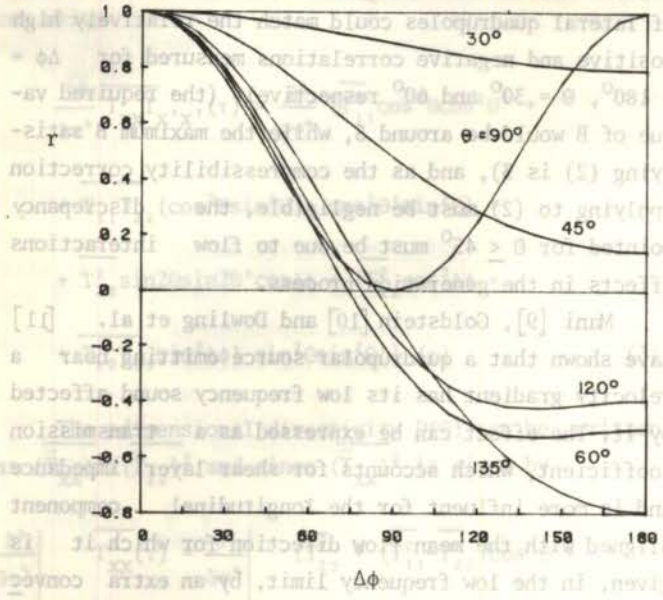


Figure 3 - Modified lateral quadrupole model, low frequency limit. M = 0.75, M_c = 0.6 M.

CONCLUSIONS

The lateral quadrupole model is consistent with the experimental data of [3] for $\theta \geq 60^o$. Near the jet axis the sound field seems to be dominated by mean flow - sound interaction effects. The inclusion of these effects in the model is not a simple task, and a first step is suggested which provides good qualitative comparison with experiment. The analysis show that correlation measurements are a powerful tool in identifying jet noise generation mechanisms. They may prove specially useful in the study of flow interaction effects, sound generation by flow inhomogeneities and by vortex pairing in low Mach number jets. A more detailed analysis should include narrow band correlation measurements together with the correspondently filtered directivities for different jet Mach numbers and diameters. This could clarify many aspects of sound and flow interaction effects.

REFERENCES

1. Musafir, R. E., Slama, J.G., Zindeluk, M.e Ferreira, C.R.C., "Direcionalidade e Propriedades Estatísticas do Ruído de Jatos Turbulentos Subsônicos, Anais, COBEM 83 (Uberlândia, dezembro 1983), 587-596 (1983).
2. Musafir, R.E., Slama, J G. and Zindeluk, M., "Quadrupole Correlations and Jet Noise", Internoise 84 Proceedings (Honolulu, Dec. 1984), 257-260 (1984).
3. Maestrello, L, "Two-Point Correlations of Sound Pressure in the Far Field of a Jet: Experiment", NASA TM X-72835 (1976).
4. Lighthill, M.J., "On Sound Generated Aerodynamically II. Turbulence as a Source of Sound", Proc. Roy. Soc., A222,1-32 (1954).
5. Powell, A., "Three-Sound-Pressures Theorem, and its Application, in Aerodynamically Generated Sound", J. Acoust. Soc. Amer.,34(7),902-906(1962).
6. Ribner, H.S., "Two Point Correlations of Jet Noise" J. Sound Vib. 56(1), 1-19, (1978).
7. Musafir, R.E., "Geração de Ruído por Jatos Turbulentos", M.Sc. Thesis, UFRJ (1984).
8. Nosseir, N.S.M. and Ribner, H.S., "Tests of a Theoretical Model of Subsonic Jet Noise", Progress in Aeronautics and Astronautics, Vol. 43, (I.R. Schwarz, editor), 3-26 (1976).
9. Mani, R., "The Influence of Jet Flow on Jet Noise. Part 1. The Noise of Unheated Jets, J. Fluid. Mech., 73(4), 779-793 (1976).
10. Goldstein, M.E., "The Low Frequency Sound from Multipole Sources in Axisymmetric Shear Flows, With Applications to Jet Noise", J. Fluid Mech., 70(3), 595-604.
11. Dowling,A.P., Ffwocs Williams, J.E. and Goldstein, M.E., "Sound Production in a Moving Stream",Phil. Trans. Roy. Soc. London, A288, 321-349.

DECONVOLUÇÃO HOMOMÓRFICA DE DADOS HIDROACÚSTICOS

MARTHA MARIA DIAS VEIGA
JULES GHISLAIN SLAMA
PEM-COPPE/UFRJ

Apresenta-se um sistema de deconvolução homomórfica desenvolvido para o tratamento de dados hidroacústicos. São descritos os passos dos algoritmos, bem como as etapas de extração de um sinal misturado com seu eco por um caminho de propagação utilizando o cepstrum complexo na deconvolução.

INTRODUÇÃO.

A deconvolução homomórfica já foi utilizada para o processamento de sinal superposto com seus ecos e pode ser assim extraído o sinal ou estudados os caminhos de propagação [1]. Um programa computacional de deconvolução homomórfica está sendo desenvolvido e implantado, já tendo sido testado com alguns sinais simulados [2], [4].

Neste trabalho, alguns casos de deconvolução relacionados com a propagação de sinais hidroacústicos foram estudados como o efeito de mudança de fase de PI correspondente a reflexão na superfície livre, o efeito da duração finita do sinal, e o efeito de coincidência entre a duração do sinal original e a defasagem do eco em relação ao sinal original. Neste caso foi avaliada o desempenho da deconvolução homomórfica na recuperação do sinal original.

CEPSTRUM COMPLEXO.

O cepstrum complexo de um sinal é definido como a transformada inversa de Fourier do logaritmo da transformada de Fourier do sinal.

$$x(t) \xrightarrow{F} \tilde{x}(f) \xrightarrow{Log} Log\ \tilde{x}(f) \xrightarrow{F^{-1}} C_x(\tau)$$

onde F é a transformada de Fourier e é a "quefrencia", que tem a dimensão do tempo.

CEPSTRUM E DECONVOLUÇÃO HOMOMÓRFICA.

O cepstrum é o primeiro passo no sistema de deconvolução homomórfica desenvolvido.

Considerando o sinal z(t), a deconvolução homomórfica consiste em calcular o cepstrum de z(t), pondera-lo e depois aplicar a transformação inversa.

$$Z(t) \xrightarrow{C} C_z(\tau) \xrightarrow{P} P(\tau)\ C_z(\tau)$$

$$\xrightarrow{C^{-1}} C^{-1}\ (P(\tau)\ C_z(\tau))$$

onde C é o operador que transforma o sinal em seu Cepstrum complexo, e P um operador de ponderações tal que

$$P(C_z(\tau)) = P(\tau)\ C_z(\tau)$$

no caso em que z = x * y (z é expresso como o produto de convolução de x com y) teremos:

Fase 1: Cálculo do Cepstrum de z.

$$x * y \xrightarrow{F} \tilde{x}(f)\ .\ \tilde{y}(f) \xrightarrow{Log} Log\ \tilde{x}(f) + Log\ \tilde{y}(f)$$

$$\xrightarrow{F^{-1}} F^{-1}\ (Log\ \tilde{x}(f)) + F^{-1}\ (Log\ \tilde{y}(f)$$

ou

$$C_z(\tau) = C_x(\tau) + C_y(\tau)$$

Fase 2: Ponderação

$$P(C_z(\tau)) = P(\tau)\ C_x(\tau) + P(\tau)\ C_y(\tau)$$

Fase 3: "Anti Cepstrum"

$$P(\tau)\ C_z(\tau) + P(\tau)\ C_y(\tau) \xrightarrow{F} F\ (P(\tau)(C_x(\tau)) +$$

$$F(P\ (\tau)\ C_x(\tau))$$

$$\xrightarrow{exp} \exp F\ (P(\tau)\ C_x(\tau))\ \exp F\ (P(\tau)\ C_y(\tau))$$

$$F^{-1} \rightarrow F^{-1}\,(\exp F(P(\tau))\, C_x(\tau)\ \exp F(P(\tau)\, C_y(\tau)))$$

No caso que

$$P(\tau)\, C_y(\tau) = 0 \text{ e } P(\tau)\, C_x(\tau) = C_x(\tau)$$

Teremos

$$F^{-1}\,(\exp\ (P(\tau)\, C_x(\tau))) = x(\tau)$$

Neste caso pode-se constatar a possibilidade de recuperação do sinal x(t) por um processo de deconvolução homomórfica.

CONSIDERAÇÕES PRÁTICAS SOBRE O CEPSTRUM COMPLEXO.

A principal dificuldade no cálculo do cepstrum complexo é o uso do logaritmo complexo dentro do algoritmo de cálculo. O algorítmo é sensível aos erros na fase do sinal aparecendo como uma componente linear de fase indesejável no espectro e à introdução de descontinuidade se a fase for calculada à partir do arco tangente. A existência de zeros no espectro do sinal impossibilita o cálculo do cepstrum.

Todos estes aspectos foram discutidos por vários autores e neste trabalho foram escolhidos algumas das soluções mais eficiente. O algorítmo de Tribolet que calcula a fase através de sua derivada foi escolhido e implantado [3].

DECONVOLUÇÃO HOMOMÓRFICA E SISTEMAS COM ECOS.

No caso de ecos perfeitos caracterizados por uma mudança de amplitude e uma defasagem em relação ao sinal original, verifica-se que ao Cepstrum do sinal são superpostos picos característicos dos ecos. A deconvolução neste caso consistirá em localizar os picos devidos aos ecos e elimina-los com uma ponderação adequada.

Neste trabalho foi considerado o caso de um sinal superposto com um eco e a sua recuperação através da deconvolução homomórfica. A ponderação mais adequada consistiu em eliminação dos picos ("Liftragem"Comb) seguida de uma interpolação da curva onde estavam os picos.

RECUPERAÇÃO DE SINAL.

Foi testado o programa de deconvolução homomórfica em vários casos, A seguir o caso de um sinal da forma $t\,e^{-at}$ é exposto.

A figura 1 mostra um sinal composto de sinal original e do seu eco:

$$x(t) = t\,e^{-at} + a_o\,(t - t_o)\,U\,(t - t_o)\,e^{-at}(t - t_o)$$

onde a_o é a atenuação na reflexão, e U(t) é a função degrau unitário.

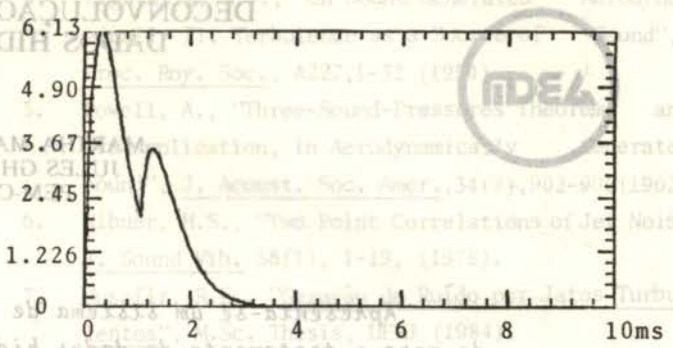


Figura 1.

Na figura 2 a fase do sinal composto, obtida através da função arco tangente é representada. Notam-se as descontinuidades introduzidas pelo cálculo.

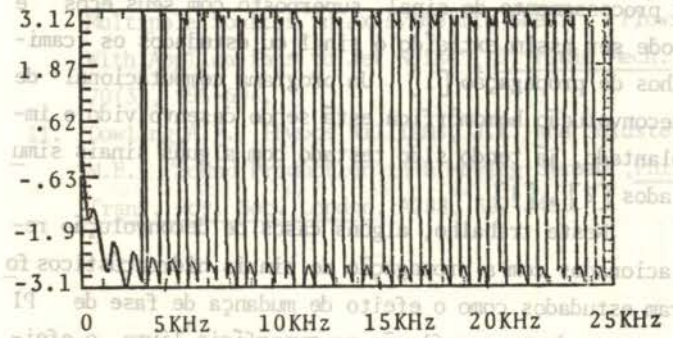


Figura 2.

Na figura 3 é apresentada a fase do sinal, reconstituida como uso do algorítmo de Tribolet 3 e a remoção do componente linear da fase.

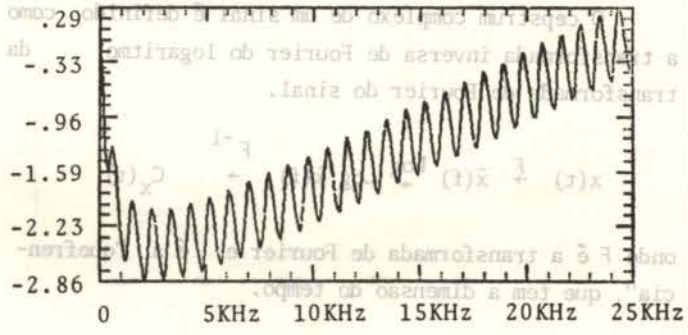


Figura 3.

Na figura 4, o cepstrum complexo do sinal é apresentado, terminando assim a primeira etapa da deconvolução homomórfica.



Figura 4. Cepstrum complexo.

A próxima etapa consiste na ponderação do cepstrum, que pode ser do tipo passa curta, passa longa ou "Liftragem" em pente (Comb.). Como se trata de eliminar o eco escolhe-se a ponderação tipo pente, consiste-se a ponderação dos picos regularmente espaçados que aparecem no Cepstrum devido ao eco.

Na figura 5 é apresentado o Cepstrum complexo após a Liftragem do tipo pente.

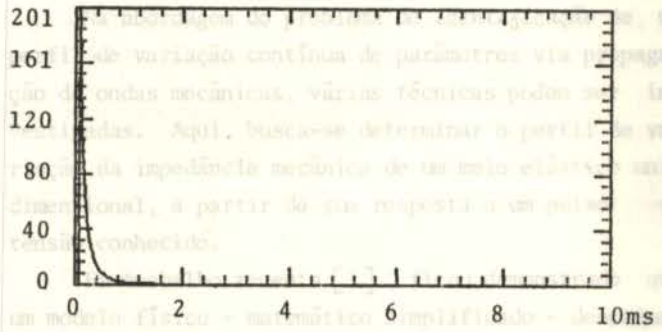


Figura 5. Cepstrum ponderado.

A figura 6, mostra o sinal recuperado após a aplicação do procedimento inverso (Anti cepstrum) ao sinal liftrado.

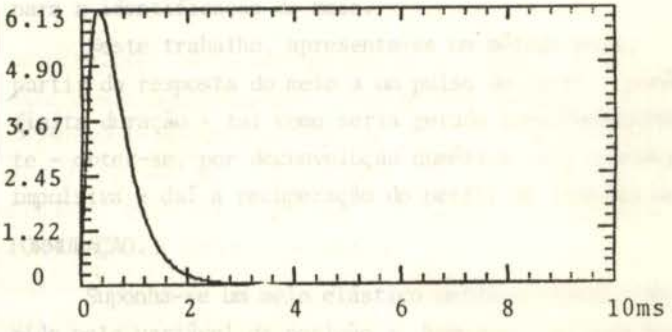


Figura 6. Sinal recuperado.

Constata-se a semelhança com o sinal original $t\,e^{-at}$. Outros exemplos se encontram na referência [2] onde foi constatado que a reflexão com inversão de sinal (superfície livre), corresponde no cepstrum a um conjunto de picos com amplitude negativa. Também foi constatado que o processo de recuperação dos sinais pode ser dificultado quando a duração do sinal é próxima ao atraso do eco.

CONCLUSÃO.

O programa apresentado já foi testado para várias situações simuladas avaliando assim a eficiência da deconvolução homomórfica, salvo para caso de coincidência, foi possível recuperar o sinal original com o uso de uma ponderação adequada ao caso estudado.

Agradecemos ao Instituto de Pesquisa da Marinha especialmente seu Diretor CARLOS E. PARENTE RIBEIRO , e à FINEP, que tornaram possíveis a realização deste trabalho.

REFERÊNCIAS.

[1] OPPENHEIM, A.V.; SCHAFFER, R.W.,"Digital Signal Processing", Prentice hall inc, New Jersey, 1975.

[2] VEIGA, M.M.D.; "Deconvolução Homomórfica na análise de Sinais Hidroacústicos", Tese de Mestrado Programa de Engenharia Mecânica - COPPE/UFRJ , 1985.

[3] TRIBOLET, J.M., "A New Phase Unwrapping Algorithm", IEE Trans. Acous. Speech, Signal Process, vol. ASSP - 25 nº 2 pp.170-177 apr - 1977.

[4] SERRÃO, J.B.E. e SLAMA, J.G., "Estudo por Cepstrum ponderado de um sistema a Eco", III COBEM, COPPE/UFRJ-CAPES, pp.113-122, 1975.

SUMMARY.

In this work, a homomorphic deconvolution system to be used in hydroacoustics signal processing is described.

The algorithm for deconvolution using complex cepstrum, and an exemple of echo elimination in multipath propagation is presented.

Constata-se a semelhança com o sinal original t^{-at}. Outros exemplos se encontram na referência [2] onde foi constatado que a reflexão com inversão de sinal (superfície livre), corresponde no cepstrum a um conjunto de picos com amplitude negativa. Também foi constatado que o processo de recuperação dos sinais pode ser dificultado quando a duração do sinal é próxima ao atraso do eco.

CONCLUSÃO.

O programa apresentado já foi testado para várias situações simuladas avaliando assim a eficiência da deconvolução homomórfica, salvo para caso de coincidência, foi possível recuperar o sinal original com o uso de uma ponderação adequada ao caso estudado.

Agradecemos ao Instituto de Pesquisa da Marinha especialmente seu Diretor CARLOS E. PARENTE RIBEIRO, e a FINEP, que tornaram possíveis a realização deste trabalho.

REFERÊNCIAS.

[1] OPPENHEIM, A.V.; SCHAFFER, R.W., "Digital Signal Processing", Prentice Hall Inc. New Jersey 1975.

[2] VEIGA, M.M.D.; "Deconvolução Homomórfica na análise de Sinais Hidroacústicos", Tese de Mestrado Programa de Engenharia Mecânica - COPPE/UFRJ, 1985.

[3] TRIBOLET, J.M., "A New Phase Unwrapping Algorithm", IEE Trans. Acous. Speech, Signal Process, vol. ASSP - 25 n.º 2 pp. 170-177, apr. 1977.

[4] SERRAO, J.B.E. e SLAMA, J.G., "Estudo por Cepstrum ponderado de um sistema a Eco", III COBEM COPPE/UFRJ-CAPES, pp. 115-122, 1975.

SUMMARY

In this work, a homomorphic deconvolution is used to eliminate the effect of the sinal reflection in the cepstrum. The cepstrum is a sinal (superfície livre), corresponde no cepstrum a um conjunto de picos com amplitude negativa. Também foi constatado que o processo de recuperação dos sinais pode ser dificultado quando a duração do sinal é próxima ao atraso do eco.

RECUPERAÇÃO DE SINAL.

Foi testado o programa de deconvolução homomórfica em vários casos. A seguir o caso de um sinal da forma $t\,e^{-at}$ é exposto.

A figura 1 mostra um sinal composto de sinal original e do seu eco:

$$x(t) = t\,e^{-at} + a_0\,(t - t_0)\,U\,(t - t_0)\,e^{-at}\,(t - t_0)$$

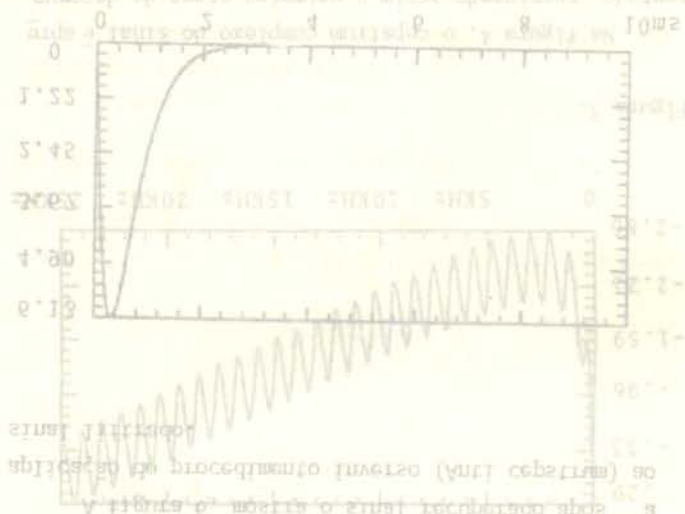


Figura 1. Sinal recuperado.

A figura 2 mostra o sinal recuperado após a aplicação do procedimento inverso (Anti cepstrum) ao sinal filtrado.

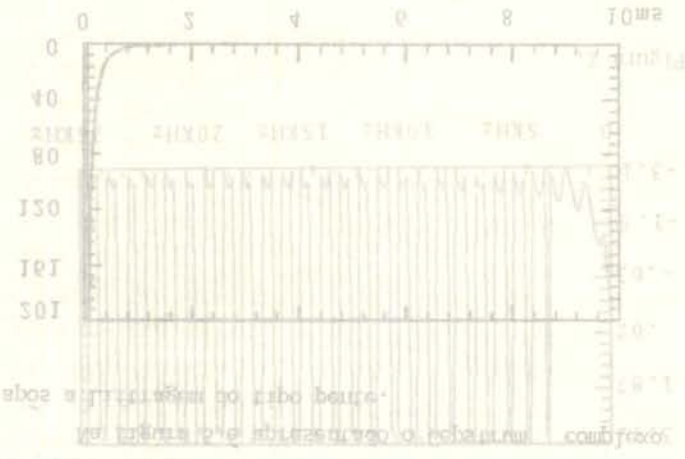


Figura 3. Cepstrum ponderado.

Na figura 3 é apresentado o cepstrum complexo que aparecem no Cepstrum devido ao eco.

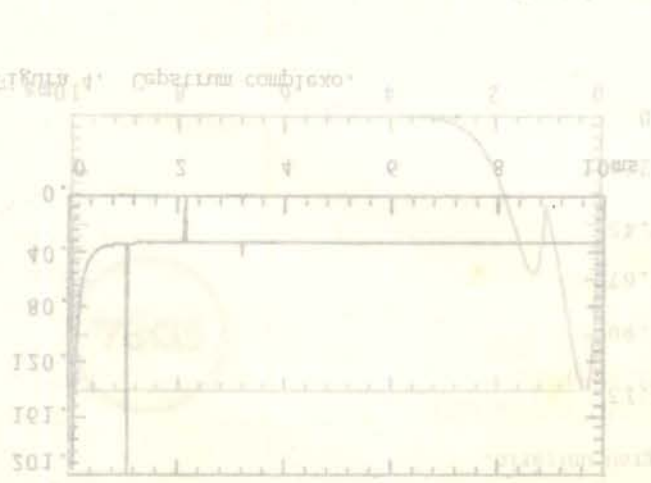


Figura 4. Cepstrum complexo.

A próxima etapa consiste na ponderação do cepstrum, que pode ser do tipo passa curta, passa longa ou "Littragem" em pente (Comb.). Como se trata de eliminar o eco escolhe-se a ponderação tipo pente, consiste-se a ponderação dos picos regularmente espaçados que aparecem no Cepstrum devido ao eco.

Figura 5. Cepstrum ponderado.

Figura 6. Sinal recuperado.

DECONVOLUÇÃO APLICADA A ENSAIOS DE IMPACTO

ROBERTO A. TENENBAUM
MOYSÉS ZINDELUK
PEM-COPPE/UFRJ

Apresenta-se uma análise da questão da recuperação - via deconvolução - do conteúdo espectral de um pulso refletido em um ensaio experimental por impacto. Estuda-se a aplicabilidade da técnica na identificação de inomogeneidades a partir de ensaios dinâmicos. São apresentados alguns resultados obtidos no tratamento de sinais resultantes de uma simulação numérica do processo de propagação.

INTRODUÇÃO.

A crescente disponibilidade de recursos de computação digital vem favorecendo o desenvolvimento e a aplicação de técnicas de tratamento numérico do sinal, abrindo-se novas alternativas para a solução de problemas clássicos.

Na abordagem do problema de *identificação* de um perfil de variação contínua de parâmetros via propagação de ondas mecânicas, várias técnicas podem ser investigadas. Aqui, busca-se determinar o perfil de variação da impedância mecânica de um meio elástico unidimensional, a partir de sua resposta a um pulso de tensão conhecido.

Em trabalho recente [1], ficou demonstrado que um modelo físico - matemático simplificado - denominado *reflexão de primeira ordem* (RPO) - fornece uma solução analítica para a resposta (eco) a uma excitação genérica de um meio não-homogêneo contínuo e limitado, com resultados bastante próximos dos obtidos pela integração, por diferenças finitas, do sistema completo de equações diferenciais, exceto para drásticos gradientes de impedância. Em particular, a solução para a resposta impulsiva tem a vantagem de ser facilmente invisível, adequada portanto como primeira aproximação para a identificação do meio.

Neste trabalho, apresenta-se um método para, a partir da resposta do meio a um pulso de curta porém finita duração - tal como seria gerado experimentalmente - obter-se, por deconvolução numérica, sua resposta impulsiva e daí a recuperação do perfil de impedância.

FORMULAÇÃO.

Suponha-se um meio elástico unidimensional, varrido pela variável de posição x, homogêneo em suas propriedades mecânicas exceto na região $0 < x < L$, denominado *obstáculo*. A impedância mecânica será $z(x)=\rho(x)\ c(x)\ A(x)$, sendo ρ, c e A, respectivamente, a massa específica, a velocidade de propagação e a seção transversal do meio.

Tomando como variáveis dependentes as componentes progressiva e regressiva - normalizadas por $\sqrt{A/\rho c}$ - da tensão propagante, respectivamente $\Phi(x,t)$ e $\Psi(x,t)$, o sistema de equações diferenciais parciais que regem o problema, no plano das variáveis características ξ, η é [1]:

$$\Phi_\xi + \frac{c}{4}\frac{z'}{z}\Psi = 0 \qquad (1)$$

$$\Psi_\eta + \frac{c}{4}\frac{z'}{z}\Psi = 0$$

A suposição de serem pequenas as contribuições das múltiplas reflexões da onda regressiva sobre a onda progressiva permite a supressão do termo em Ψ da primeira equação e o sistema (1) passa a ter integral exata. Dessa solução pode-se obter o eco $R(t) = \Psi(\xi,\xi)$, ou seja, a onda regressiva que passa pela estação $x = 0$. Para uma condição inicial do tipo $\Phi(x,0) = \Phi_o(x)$, $\Psi(x,0) = 0$, a resposta fica:

$$R(t) = \frac{1}{4}\int_{X(-t)}^{X(t)} \frac{cz'}{z}\left[X\left(\frac{\tau(s)+t}{2}\right)\right]\frac{\Phi_o}{c}(s)\,ds \qquad (2)$$

onde $X(t) = \tau^{-1}(t)$, sendo $\tau(t) = \int_o^x ds/c(s)$ (3)

IDENTIFICAÇÃO.

A *resposta impulsiva* h(t) pode ser obtida de (2) e é da forma:

$$h(t) = \frac{1}{4}\frac{cz'}{z}\left[X(t/2)\right] \qquad (4)$$

Pode-se demonstrar [2] que, para ρ e c variáveis, a identificação do perfil de impedância se limita à determinação da função $Z(\tau)$ onde τ, definido em (3), representa o tempo de percurso da frente de onda. Assim, para $Z(\tau(x)) = z(x)$:

$$h(t) = \frac{1}{4} \frac{\dot{Z}}{Z} (t/2) \qquad (5)$$

onde o ponto denota diferenciação com respeito a τ. Esta solução pode ser invertida, obtendo-se o perfil de variação da impedância em termos da resposta impulsiva:

$$Z(\tau) = Z_o \exp \{ 4 \cdot \int_o^\tau h(2r)\, dr \} \qquad (6)$$

Em particular, para o caso ρc constante, $\tau = x/c$ e o perfil A(x) pode ser identificado por:

$$A(x) = A_o \exp \{ \frac{4}{c} \cdot \int_o^x h(\frac{2s}{c}) ds \} \qquad (7)$$

DECONVOLUÇÃO.

Do ponto de vista experimental, pretende-se identificar um obstáculo a partir da análise dos sinais de tensão - pulso incidente e seu eco - oriundos de um ensaio de impacto gerado em barra Hopkinson.

Como se trata de um pulso experimental, de conteúdo espectral limitado, o eco obtido será uma convolução do pulso com a resposta impulsiva do meio.

De fato, submetendo-se o meio à excitação $f(t) = \Phi(-X(t))$, cruzando a estação $x = 0$ a partir do instante $t = 0$, a solução (2) para o eco se expressa por:

$$g(t) = \int_{-t}^{t} \frac{1}{4} \frac{cz'}{z} [X(\frac{t-r}{2})] \Phi_o(-X(r))\, dr =$$

$$= \int_o^t f(r)\, h(t-r)\, dr =$$

$$= f * h \qquad (8)$$

A determinação de h(t) exige pois um procedimento de deconvolução. Passando ao domínio em frequência e retornando ao domínio tempo via transformação de Fourier ($f(t) \rightleftharpoons F(\nu)$), teremos:

$$h(t) = F^{-1} \{ G(\nu) \cdot F^*(\nu) / |F(\nu)|^2 \} \qquad (9)$$

O procedimento numérico é trivial, utilizando-se um algoritmo FFT. Surge entretanto a questão de indefinição da resposta em frequência $H(\nu)$ para as frequências em que $F(\nu)$ é muito pequeno e nulo.

Adotou-se então uma técnica de *deconvolução seletiva* que consiste em submeter-se o meio a dois pulsos de tensão de suportes não múltiplos de modo que as frequências de indefinição de H não coincidam. A operação numérica correspondente a (9) é então efetuada seletivamente, obtendo-se assim a função de transferência do meio para todas as frequências inferiores à metade da frequência de amostragem.

SIMULAÇÃO.

Apresenta-se a seguir um exemplo de aplicação do método acima descrito na identificação da um obstáculo de comprimento L com variação cosenoidal de seção. A figura 1 indica o perfil de variação do parâmetro $A(x)$, $0 < x < L$. Num primeiro teste do método, foram gerados numericamente dois pulsos retangulares $\Phi_{01}(x)$ $\Phi_{02}(x)$ de amplitude unitária e suportes 9/32 L e 11/32 L. Procedeu-se, para cada um dos pulsos, o cálculo do eco R(t), a partir de (2). Calculadas a transformada rápida de Fourier para a excitação e para o eco, em cada caso, determinou-se a função de recuperação, ou seja, o inverso da transformada da excitação $\frac{1}{F(\nu)} = \frac{F(\nu)^*}{F(\nu)^2}$, desconsideradas as frequências em que $\frac{|F(\nu)|}{|F(o)|} < 3\%$.

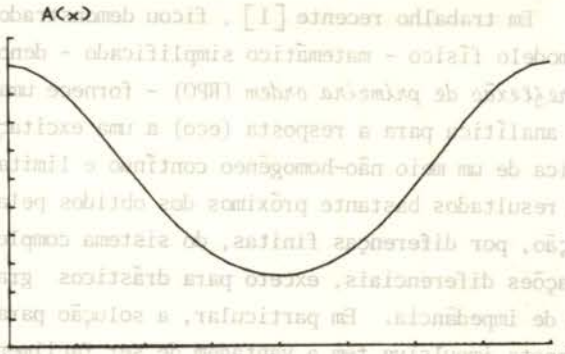


Figura 1 Perfil simulado e reconstituido

A figura 2 indica o módulo da função de recuperação obtida para os dois pulsos. Cabe observar que o algoritmo impõe valor nulo nas frequências de indefinição. A recuperação de $H(\nu)$ será possível devido à não coincidência das frequências com amplitude nula. O cálculo da deconvolução (9) seguida da inversão da resposta impulsiva (7), identifica A(x). O resultado está traçado na figura 1 e a superposição dos perfis traduz o pequeno erro numérico do processo, mesmo para transformadas realizadas com poucos pontos (2^7).

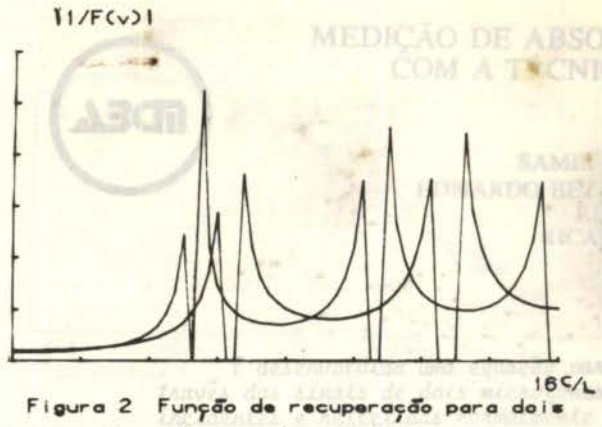


Figura 2 Função de recuperação para dois pulsos de suportes distintos

Num segundo teste do método, passa-se a aplicá-lo à identificação propriamente dita do perfil A(x). A rigor, para tal dever-se-ia proceder a um ensaio de impacto com dois ou mais projeteis de comprimentos distintos e aplicar a deconvolução seletiva aos ecos obtidos experimentalmente. No presente trabalho, realiza-se uma simulação numérica do experimento via integração, por diferenças finitas do sistema completo de equações de propagação (1) cujo resultado, como já verificado anteriormente [3], reproduz com nitidez os experimentos. Utilizam-se, neste ensaio, os mesmos pulsos incidentes do teste anterior e, portanto, as funções de recuperação são as mesmas indicadas na figura 2. A figura 3 apresenta o eco simulado para os dois pulsos incidentes. O período total de observação do eco corresponde ao dobro do tempo de ida e volta da onda no interior do obstáculo (To). A persistência de sinal após o instante $t = To + \lambda/c$ indica a presença de reflexões múltiplas no seu interior. A figura 4 mostra o resultado obtido com a deconvolução seletiva daqueles ecos, comparado à resposta impulsiva teórica do modelo RPO.

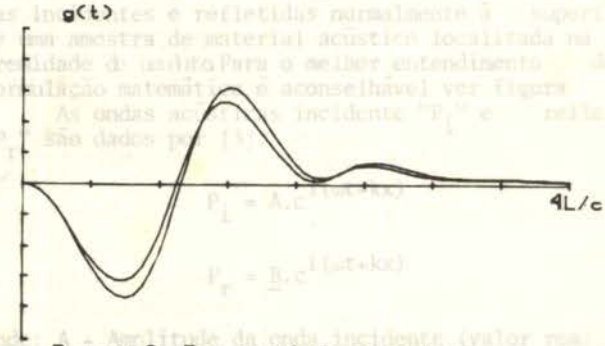


Figura 3 Eco simulado para dois pulsos de suportes distintos

Observa-se que o processo de deconvolução "encolhe" no tempo o sinal, reduzindo o seu conteúdo principal ao intervalo (0, To), já que $\lambda(\delta) = 0$.

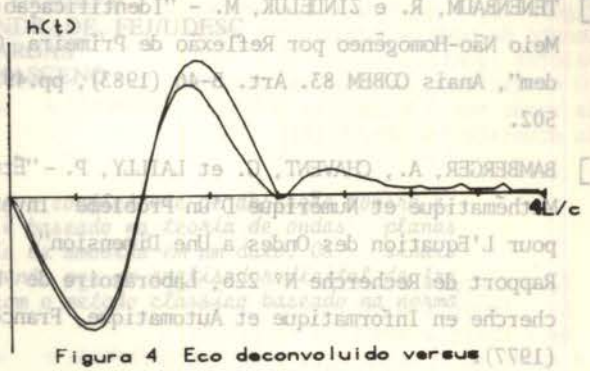


Figura 4 Eco deconvoluido versus resposta impulsiva RPO

Finalmente, a figura 5 apresenta o perfil A(x) identificado, comparado ao perfil simulado. Incluiu-se aqui o trecho homogêneo, de comprimento igual ao do obstáculo, após o mesmo. O perfil identificado sugere um obstáculo mais longo. Isto se deve à diferença das respostas obtidas pela integração completa e a solução RPO. A persistência do eco deconvoluido após o tempo To, tal como observado na figura 4, leva o algoritmo de identificação a intepretar a presença de variação de impedância além de x = L.

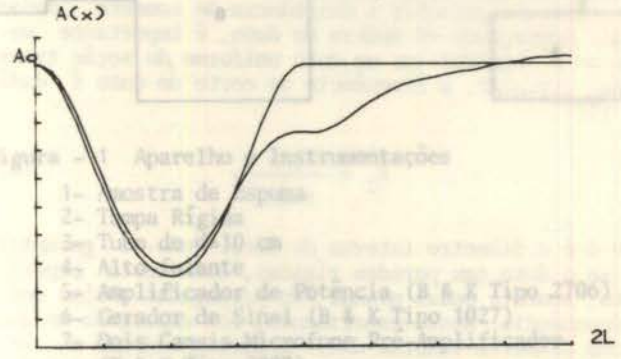


Figura 5 Perfil identificado versus perfil simulado

CONCLUSÃO.

A identificação de um meio não homogêneo unidimensional via propagação de ondas requer um procedimento iterativo de aproximações sucessivas. Arbitrado um perfil de variação de parâmetros, a integração numérica do sistema de equações parciais fornece um eco simulado, cuja distância ao eco obtido em ensaio de impacto deve ser minimizada. O perfil identificado a partir da técnica aqui apresentada fornece uma boa

aproximação - particularmente na região de efetiva variação de parâmetros - para o perfil verdadeiro. Um algoritmo de otimização partindo destes resultados convergirá sem dúvida, muito mais rapidamente.

REFERÊNCIAS.

[1] TENENBAUM, R. e ZINDELUK, M. - "Identificação de Meio Não-Homogêneo por Reflexão de Primeira Ordem", Anais COBEM 83. Art. B-46 (1983), pp.493-502.

[2] BAMBERGER, A., CHAVENT, G. et LAILLY, P. - "Étude Mathématique et Numérique D'un Problème Inverse pour L'Equation des Ondes a Une Dimension", Rapport de Recherche Nº 226, Laboratoire de Recherche en Informatique et Automatique, France (1977).

[3] AQUINO, E.M.F. e ZINDELUK, M. - "Filtragem de Pulsos em Barras por Variação de Seção Transversal", Anais COBEM 81, Art. C-12 (1981), pp. 121-129.

ABSTRACT.

An analysis of the recovery, by deconvolution, of the spectral contents of an impact echo is presented. The applicability of the numerical technique in the identification of non-homogeneous unidimensional media by dynamic test is also discussed. Finaly, some examples of application over numerical simulated echoes are presented.

MEDIÇÃO DE ABSORÇÃO ACÚSTICA DE MATERIAIS COM A TÉCNICA DOS DOIS MICROFONES

SAMIR Y. GERGES, DEM/UFSC
EDNARDO BEZERRA DE ANDRADE, FEJ/UDESC
RENATO T. VARGAS
RICARDO K. DAMASCENO

SUMÁRIO

É desenvolvida uma equação para determinar o coeficiente de absorção sonora através dos sinais de dois microfones. O modelo é baseado na teoria de ondas planas incidentes e refletidas normalmente à superfície da amostra em um duto. Os sinais dos dois microfones são processados simultâneamente por um analisador digital de frequência. Os resultados obtidos são comparados com o método clássico baseado na norma ASTM - 384.

INTRODUÇÃO

O método clássico para medição do coeficiente de absorção sonora de materiais em tubo de impedância, amplamente utilizada nas últimas três décadas, é baseado na norma ASTM-384 (American Society of Testing Materials -Standard Method of Test for Impedance and Absorption of Acoustical Materials by the Tube Method) [1]. As medições utilizando este método consomem muito tempo e são efetuadas em frequências discretas com tons puros. Além de fornecerem resultados somente nestas determinadas frequências, nem sempre mostram os comportamentos espectrais dos materiais, uma vez que podem ocorrer, em frequências intermediárias, fenômenos como: ressonância, coincidências, etc....

Com o advento da técnica digital de análises de sinais, é possível medir o coeficiente de absorção acústica de materiais em um tubo utilizando dois microfones. O tubo é excitado com ruído branco e os sinais dos dois microfones são analisados simultâneamente em um analisador digital de frequência com dois canais. Além de reduzir o tempo de medição por um fator maior de dez, o coeficiente de absorção sonora é determinado em uma curva contínua com boa resolução. Neste trabalho, é apresentada a técnica dos dois microfones e são vistos resultados de medições do coeficiente de absorção sonora com a técnica proposta, utilizando o analisador de frequência HP 5451C, que são comparados com resultados obtidos através do método clássico do tubo de ondas estacionárias fabricado por B & K tipo 4002 [2], usando norma ASTM-384 [1].

FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Este trabalho é baseado na teoria de ondas planas incidentes e refletidas normalmente à superfície de uma amostra de material acústico localizada na extremidade de um duto. Para o melhor entendimento desta formulação matemática é aconselhável ver figura 1.

As ondas acústicas incidente "P_i" e refletida "P_r" são dados por [3].

$$P_i = A.c^{i(\omega t - kx)} \quad (1)$$

$$P_r = \underline{B}.c^{i(\omega t + kx)} \quad (2)$$

onde: A - Amplitude da onda incidente (valor real).
$\underline{B}$ - Amplitude da onda refletida (valor complexo).
ω - Frequência circular ($\omega = 2\pi f$).
f - Frequência (Hz).
k - Número de onda acústica ($k = \omega/c$).
c - Velocidade do som no meio.
t - Tempo
x - Distância (ver figura 1).

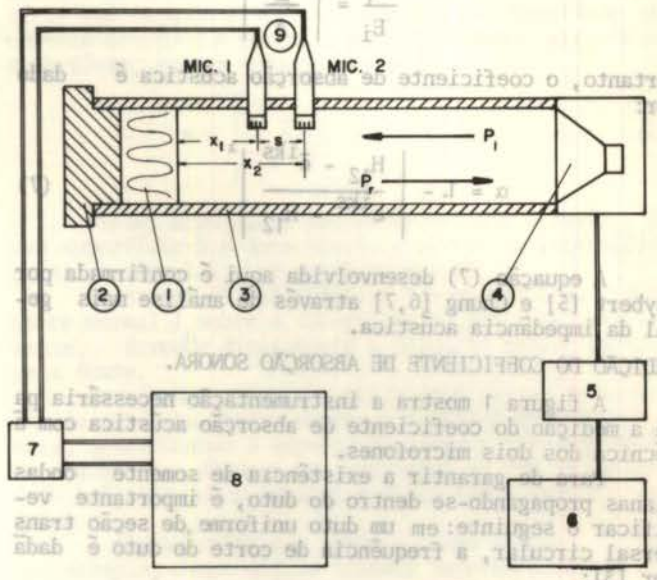


Figura - 1 Aparelho e Instrumentações

1- Amostra de Espuma
2- Tampa Rígida
3- Tubo de d=10 cm
4- Alto-falante
5- Amplificador de Potência (B & K Tipo 2706)
6- Gerador de Sinal (B & K Tipo 1027)
7- Dois Canais Microfone Pré-Amplificador (B & K Tipo 2807)
8- Analisador de Fourier Digital (HP 5451 C)
9- Dois Microfones (B & K Tipo 2619)

As pressões acústicas captadas pelos microfones 1 e 2 são dados, respectivamente, por:

$$P_1 = A\left\{ e^{-ikx_1} + (\underline{B}/A)\, e^{ikx_1} \right\} e^{i\omega t} \quad (3)$$

$$P_2 = A\left\{ e^{-ikx_2} + (\underline{B}/A)\, e^{ikx_2} \right\} e^{i\omega t} \quad (4)$$

A função de transferência em frequência entre os sinais de microfones 1 e 2 é dada por [4]:

$$H_{12} = P_2/P_1 = \left(e^{-ikx_2} + (\underline{B}/A) e^{ikx_2} \right) / \left(e^{-ikx_1} + (\underline{B}/A) e^{ikx_1} \right) \quad (5)$$

Portanto, o módulo da razão das amplitudes é dado por:

$$|\underline{B}/A| = \left| \frac{H_{12} - e^{-iks}}{e^{iks} - H_{12}} \right| \quad (6)$$

Onde s é a distância entre os dois microfones (ver figura 1), a qual deve ser menor que a metade do comprimento da onda acústica para evitar a medição de dois valores iguais.

O coeficiente de absorção acústica "α" é definido pela razão entre a energia acústica absorvida e a energia acústica incidente [3]:

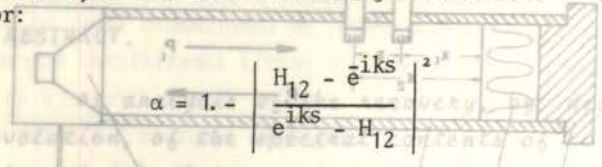
$$\alpha = \frac{E_a}{E_i} = 1. - \frac{E_r}{E_i}$$

onde: E_a - Energia acústica absorvida
E_i - Energia acústica incidente
E_r - Energia acústica refletida

A razão entre a energia acústica refletida e a energia acústica incidente é dada por [3]:

$$\frac{E_r}{E_i} = \left| \frac{\underline{B}}{A} \right|^2$$

Portanto, o coeficiente de absorção acústica é dado por:



$$\alpha = 1. - \left| \frac{H_{12} - e^{-iks}}{e^{iks} - H_{12}} \right|^2 \quad (7)$$

A equação (7) desenvolvida aqui é confirmada por Seybert [5] e Chung [6,7] através de análise mais geral da impedância acústica.

MEDIÇÃO DO COEFICIENTE DE ABSORÇÃO SONORA.

A figura 1 mostra a instrumentação necessária para a medição do coeficiente de absorção acústica com a técnica dos dois microfones.

Para de garantir a existência de somente ondas planas propagando-se dentro do duto, é importante verificar o seguinte: em um duto uniforme ,de seção transversal circular, a frequência de corte do duto é dada por [3]:

$$f_c = \frac{1{,}84\ c}{\pi . d} \quad (8)$$

onde d é o diâmetro interno do duto. Pode-se garantir que se o duto tem paredes rígidas, como neste experimento, somente ondas planas são propagadas abaixo desta frequência. Neste experimento, foi empregado um duto com diâmetro interno d=0,1 m correspondendo a uma frequência de corte de ondas planas de aproximadamente 2 KHz.

Foram medidos os coeficientes de absorção sonora de duas amostras de espuma com densidades 34,2 e 30,3 Kg/m³, respectivamente.

O procedimento experimental consiste em excitar o duto com ruído branco na faixa de 20 Hz a 2 KHz. A função de transferência H_{12} é computada e o coeficiente de absorção α é determinado pelo analisador através da programação da equação (7).

Os resultados obtidos são mostrados nas figuras 2 e 3 juntamente com valores obtidos usando a técnica clássica do tubo de impedância, baseada na norma ASTM-384 [1]. Nota-se que o caimento na frequencia de 800 Hz é causado pela resposta do auto-falante usado. Fora desta frequência, uma boa concordância é obtida entre os dois resultados.

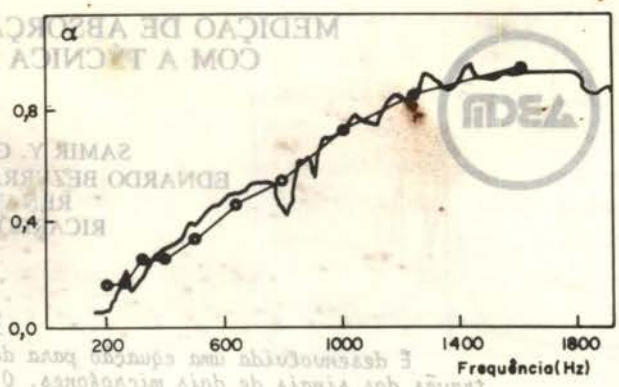


Figura-2. Comparações dos Coeficentes de Absorção de Espuma 34,2 Kg/m³. Técnica de dois Microfones ——— ,Método de Onda Estacionária o———o

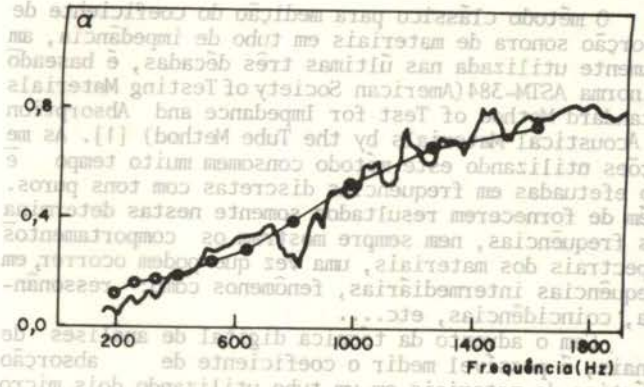


Figura-3 Comparação dos Coeficientes de Absorção de Espuma de 30,3 Kg/m³. Técnica de dois Microfones ——— , Método de Onda Estacionária o———o .

CONCLUSÕES

A comparação entre os resultados obtidos pela técnica dos dois microfones e método clássico de tubo de impedância (ou aparelho da onda estacionária) baseada na norma ASTM-384 revela as seguintes conclusões:
1 - A técnica dos dois microfones tem mesma precisão do método clássico de tubo de impedância;
2 - As medições com a técnica dos dois microfones é aproximadamente 10 vezes mais rápida;
3 - Os resultados obtidos através da técnica dos dois microfones são, em forma de curvas contínuas com alta resolução, que mostram todos os comportamentos acústicos espectrais dos materiais, uma vez que podem ocorrer, em algumas frequência, fenômenos como: ressonância, coincidencia , etc...

Existe um grupo de trabalho formado por especialistas da ASTM (American Society of Testing Materials) o qual está elaborando norma da técnica dos dois microfones apresentada aqui [8].

REFERÊNCIAS

[1] ASTM-384, American Society of Testing Materials - Standasrd Method of Test for Impedance and Absorption of Acoustical Material by Tube Method.
[2] Standing Wave Apparatus Type 4002 - Brüel and Kjaer - Instruction Manual.
[3] Samir N. Y. Gerges - Apostila do Curso Intensivo sobre "Acústica Aplicada", Brüel e Kjaer do Brasil, São Paulo 1983.

[4] Samir N. Y. Gerges - Apostila do Curso Intensivo sobre "Processamento e Análise de Sinais Digitais", Brüel e Kjaer do Brasil, São Paulo 1983.

[5] A. F. Seybert, Experimental Determination of Acoutic Properties Using a Two-Microphones Random-Excitation Technique, The Journal of The Acoustical Society of America, Vol. 61, No.5, 1977, pp. 1362 - 1370.

[6] J. Y. Chung and D. A. Blaser, "Transfer Function Method of Measuring In-Duct Acoustical Properties. I. Theory-The Journal of The Acoustical Society of America, Vol. 68, No.3, 1980, pp 907-913.

[7] J. Y. Chung and D. A. Blaser, "Transfer Function Method of Measuring In-Duct Acoustical Properties. II. Experiment-The Journal of The Acoustical Society of America, Vol.68, No.3, 1980, pp.914-921.

[8] ASTM COMMITTEE E-33, SUBCOMMITTEE E-33.01 A, Impedance Tube Method for Measuring Sound Absorting Materials - "Preparing revisions to Test Method C-384 for Impedance and Absorption of Acoustical Materials by the Impedance Tube Method to include the Two Microphe in-duct method.

SUMMARY

An equation for the determination of the acoustic absorption coeficient using the signal of two microphones is developed. The model is based on plan waves normally incidente and reflected on the superficial of the sample material in impedance tub. The two microphon signal are processed simultaneously through the HP 5451-C Fourier analyser. The results obtrained are compared with that obtrained using the classical method of standing wave based on ASTM-384 Standard.

O IMPACTO DA TÉCNICA DE MEDIÇÃO DE INTENSIDADE ACÚSTICA NA CONSTRUÇÃO DE NOVAS CÂMARAS ACÚSTICAS

EDNARDO B. DE ANDRADE
DEPTO. DE ENGENHARIA MECÂNICA, FEJ/UDESC
SAMIR N.Y. GERGES
DEPTO. DE ENGENHARIA MECÂNICA, UFSC

SUMÁRIO

Este trabalho apresenta as potencialidades da técnica de medição de intensidade acústica, onde são ilustrados resultados de aplicações na determinação de potência sonora em salas normais e na avaliação da perda na transmissão utilizando somente uma câmara reverberante. São mostrados argumentos que justificam que, não é necessária a construção de novas câmaras acústicas para a maioria das medições em acústica.

INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta as múltiplas aplicações da técnica de medição de intensidade acústica. A principal vantagem do emprego desta técnica é vista a seguir. A simples medição da pressão sonora indica o nível de pressão sonora total no ponto de medição. Por outro lado, a medição da intensidade acústica revela a propagação da energia sonora, portanto ela indica a contribuição de cada fonte sonora individualmente.

A medição da intensidade acústica foi feita pela primeira vez por Lord Rayleigh, conforme citou UPTON[1]

Este fato foi realizado ainda no século passado quando era utilizado o disco de Rayleigh. Recentemente, a medição de intensidade acústica começou a suplantar a medição de pressão sonora em diversas aplicações.

Isto se deve ao progresso na tecnologia eletrônica digital e analógica que em muito tem contribuído para medições mais práticas (rotineiras e rápidas).

Os autores desenvolveram um medidor de intensidade acústica no Laboratório de Vibrações Acústica da UFSC. Para este instrumento, a intensidade acústica I é determinada a partir da densidade espectral cruzada entre os sinais de dois microfones separados. Nesse caso:

$$I_r(f) = -\frac{I_m(G_{12})}{\rho\omega\Delta r} \qquad (1)$$

onde G_{12} - densidade espectral cruzada dos sinais dos microfones 1 e 2;
ρ - densidade do meio acústico;
ω - frequência circular ($\omega=2\pi f$);
Δr - espaçamento entre os microfones.

O procedimento empregado é visto, em seus detalhes, em [2;3;4]. Nessas publicações são encontradas informações sobre: desenvolvimento matemático; análise de erros; medição da diferença de fase entre os dois canais da cadeia de instrumentação; comparação dos resultados com a teoria; calibração e aplicações.

APLICAÇÕES DA MEDIÇÃO DE INTENSIDADE ACÚSTICA

Considerações Iniciais. O medidor de intensidade acústica fornece informações sobre o fluxo de energia sonora de uma fonte de ruído. Não é difícil notar que, a partir deste dado, diversos parâmetros acústicos podem ser determinados. Isto é bastante útil num programa de controle de ruído pois, conhecendo-se aqueles parâmetros, é possível adequar um programa visando o controle de ruído, ou seja, reduzir os níveis de ruído a valores aceitáveis.

Potência Sonora. Uma das principais aplicações do medidor de intensidade acústica é a determinação da potência sonora irradiada por uma fonte de ruído. A potência irradiada por uma fonte é determinada a partir da medição da intensidade acústica. É escolhida uma superfície que englobe a fonte. Desde que a intensidade acústica descreva a potência sonora passando através da superfície, vale a relação abaixo:

$$W = \int\int_S \vec{I}.\vec{dS} = \int\int_S I_n.dS \qquad (2)$$

Assim, a potência sonora W passando através de uma superfície S é determinada a partir da intensidade acústica normal I_n, perpendicular a dS.

A integração (na prática, o somatório) da componente normal I_n sobre a superfície S, descrita anteriormente, fornece diretamente a potência sonora emitida pela fonte.

Os métodos clássicos utilizados para a determinação da potência sonora empregam medições de pressão sonora, necessitando o emprego de câmaras reverberantes ou anecóicas. Algumas das vantagens do uso da intensidade acústica sobre aquelas medição são vistas a seguir:

- não há restrição sobre o campo sonoro, como por exemplo, campo difuso (câmara reverberante) ou campo livre (câmara anecóica), o que implica no fato de que as medições podem ser feitas em quaisquer salas;
- as medições podem ser realizadas tanto no campo próximo como no campo distante;
- não há restrição sobre a superfície que engloba a fonte, ou seja, qualquer forma pode ser utilizada;
- as medições não são suficientemente prejudicadas pela presença de ruído de fundo [5].

Para mostrar a grande vantagem econômica do uso da técnica de intensidade acústica, será mostrada uma análise aproximada de custos.

O custo de uma câmara reverberante típica de 200 m³ é, incluindo o custo adicional de qualificação e instrumentação necessária para as medições de potência sonora, de aproximadamente US$ 80,000.00. O custo de uma câmara anecóica típica, incluindo o custo de qualificação e instrumentação, é de aproximadamente US$ 130,000.00. Em comparação, um medidor de intensidade acústica (por exemplo Brüel & Kjaer tipo 3630) custa US$ 34,000.

Foi concluido nas reuniões de mesa redonda sobre intensidade acústica no INTER NOISE 83 (na Inglaterra) e 84 (nos EUA), que a técnica de intensidade acústica já está sendo utilizada para várias aplicações, especialmente no desenvolvimento de produtos como aparelhos eletrodomésticos e seus componentes (geladeiras, aparelhos condicionadores de ar, compressores herméticos, etc.) e também para máquinas como redutores de velocidades, motores elétricos, etc.. Uma outra aplicação da intensidade acústica é a análise de ruído em máqui-

nas muito grandes, como tratores, grupo motor-gerador, etc..

Perda na Transmissão. A perda na transmissão TL está diretamente ligada com a razão entre as intensidades acústicas incidente e transmitida. Desta forma, é o parâmetro indicado para descrever a transmissão de energia sonora através de uma estrutura.

O método clássico empregado para a determinação de TL utiliza duas câmaras reverberantes. A técnica da intensidade acústica sugere um método que utiliza somente uma câmara reverberante. A perda na transmissão é definida como [6]:

$$TL = 10 \log_{10} \{\frac{W_i}{W_t}\} \quad (3)$$

onde W_i é a potência sonora incidente;

$$W_i = \langle I_i \rangle . S \quad (4)$$

e W_t, a potência sonora transmitida;

$$W_t = \int\int_A I_n . dA \quad (5)$$

O termo $\langle I_i \rangle$ é a intensidade acústica incidente que é determinada dentro da câmara reverberante, através da seguinte equação:

$$\langle I_i \rangle = \frac{P^2_{RMS}}{4\rho c} \quad (6)$$

onde P_{RMS} é o valor RMS da pressão sonora e ρc é a impedância do meio, que é o produto entre a densidade do meio ρ e a velocidade do som c. S é a área do painel a ser medido.

I_n é a componente da intensidade acústica transmitida normal à superfície de controle de medição A, medida no lado de fora da câmara.

Como, usualmente S = A, obtém-se uma simplificação da Equação (3);

$$TL = 10 \log_{10} \{\frac{\langle I_i \rangle}{\langle I_t \rangle_S}\} \quad (7)$$

onde $\langle I_t \rangle_S$ é a intensidade acústica transmitida média em tempo e espaço sobre a área S.

Desta forma, a intensidade incidente é determinada a partir da medição da pressão sonora em campo difuso e a transmitida, através da medição de intensidade acústica. Consequentemente, somente uma câmara acústica é utilizada.

Absorção Sonora. A medição do coeficiente de absorção sonora pode ser mencionada como uma terceira aplicação. Este coeficiente é definido como a razão entre a energia sonora absorvida e a energia sonora incidente [6]. A energia sonora absorvida pode ser determinada a partir do valor médio da distribuição da intensidade sobre a superfície a ser medida. A energia incidente pode ser determinada a partir da medição da pressão sonora na sala de medição. Como um exemplo, em uma câmara reverberante, ver Equação (6).

Watkinson [7] e Sato [9] formularam o problema de medição de absorção sonora utilizando intensidade acústica. Gerges et ali [8] mediram o coeficiente de absorção sonora utilizando a técnica de intensidade acústica em uma câmara reverberante. Nessa publicação, o coeficiente de absorção sonora α de uma amostra de material acústico, com uma superfície de absorção igual a A_a, localizada dentro de uma câmara reverberante, é determinado pela razão entre as intensidades absorvida e incidente — I_a e I_i, respectivamente — conforme é visto a seguir:

$$\alpha = \frac{I_a}{I_i} = 1 - \frac{I_r}{I_i} \quad (8)$$

onde I_r é a intensidade refletida.

Através de manipulações matemáticas simples, α também pode ser escrito da forma:

$$\alpha = 2 - \frac{I_{i+r}}{I_i} \quad (9)$$

sendo I_{i+r}, a intensidade acústica incidente mais a refletida.

A intensidade acústica incidente é obtida pela medição da pressão sonora média em tempo e espaço $\langle P^2 \rangle$, em um campo reverberante;

$$I_i = \frac{\langle \overline{P^2} \rangle}{4\rho c} \quad (10)$$

onde os termos desta Equação já foram definidos anteriormente.

A intensidade acústica medida acima da amostra (utilizando-se a técnica dos dois microfones) fornece a intensidade incidente mais a refletida:

$$I_{i+r} = \frac{-Im(G_{12})}{\rho \omega \Delta r} \quad (1)$$

Identificação de Fontes de Ruído. Uma aplicação importante do medidor de intensidade acústica é a localização de fontes de ruído, ou a detecção de partes de uma estrutura com predominante emissão de ruído [1,10].

Considerações Finais. Conforme foi observado, a técnica dos dois microfones possibilita muitas aplicações da medição de intensidade acústica. Quase todos os parâmetros acústicos podem ser facilmente determinados.

Neste trabalho, serão apresentados resultados das aplicações: potência sonora e perda na transmissão.

DETERMINAÇÃO DA POTÊNCIA SONORA A PARTIR DA MEDIÇÃO DE INTENSIDADE ACÚSTICA.

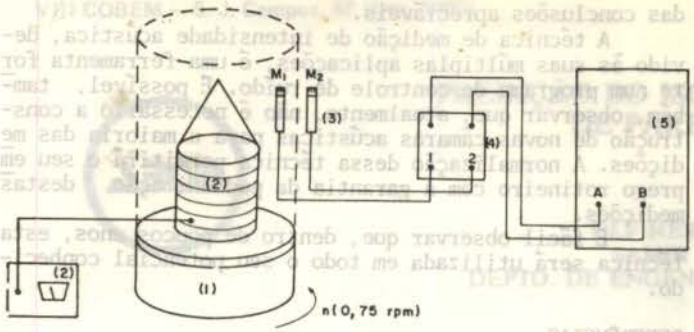
A intensidade acústica originada de uma fonte sonora está diretamente ligada com a sua potência acústica emitida, conforme equação (2).

A técnica de experimentação escolhida para a determinação da potência sonora foi a da integração em tempo e espaço. Isto é justificado pela rapidez na execução do experimento bem pela sua facilidade.

Nas medições práticas, o procedimento consiste em escolher uma superfície imaginária S em torno da fonte de ruído de tal forma que a contenha. A forma da superfície escolhida é completamente arbitrária, desde que se conheça sua área. Devem ser escolhidas superfícies com geometria simplificada, o que facilita a determinação de suas áreas.

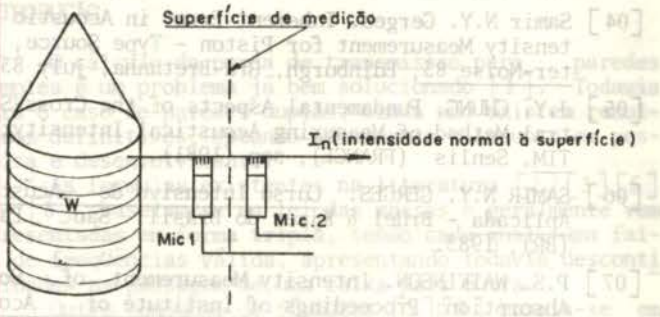
A intensidade acústica passando por S é determinada através da passagem do conjunto de microfones, de forma contínua, ao longo de toda a superfície. Durante esta passagem, os sinais dos dois microfones são processados em tempo real, possibilitando a integração em tempo e espaço. Para se conseguir este tipo de integração pode-se colocar a fonte de ruído sobre um "baffle" rotativo. As medições são feitas ao longo de uma linha que, com a rotação da fonte, forma uma superfície que a engloba.

O experimento montado para a determinação da potência sonora de uma fonte de ruído é mostrado na Figura 1, onde a mesa rotativa B & K 3922 simula o "baffle" rotativo.



(1) Mesa giratória B&K 3922;
(2) Fonte de potência sonora B&K 4205;
(3) Conjunto: 2 microfones 1/2 pol. B&K 4165, 2 pré-amplificadores B&K 2619;
(4) Fonte de polarização de 2 canais B&K 2807;
(5) Computador HP 5451C - Analisador de Fourier.

"Cadeia de Instrumentação"



"Detalhe da orientação dos microfones"

Figura 1 - Arranjo experimental para medição de potência sonora à partir de Intensidade Acústica.

Os resultados obtidos para a fonte de potência sonora B & K 4205, após a sua calibração, são vistos nas Figuras 2 e 3.

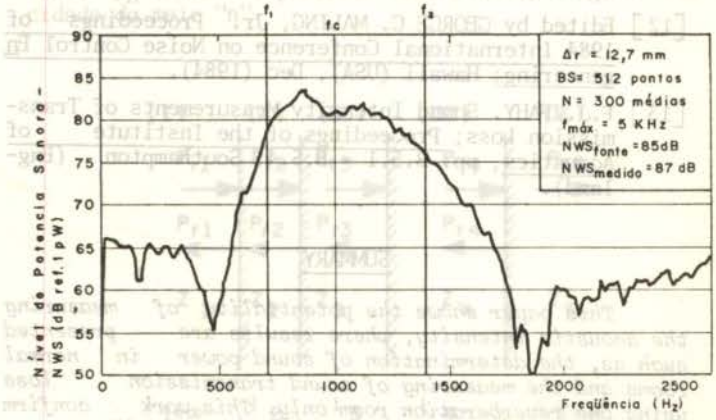


Figura 2 - Espectro de potência sonora da fonte B&K 4205 - Freqüência central de 1 KHz em 1/1 oitava.

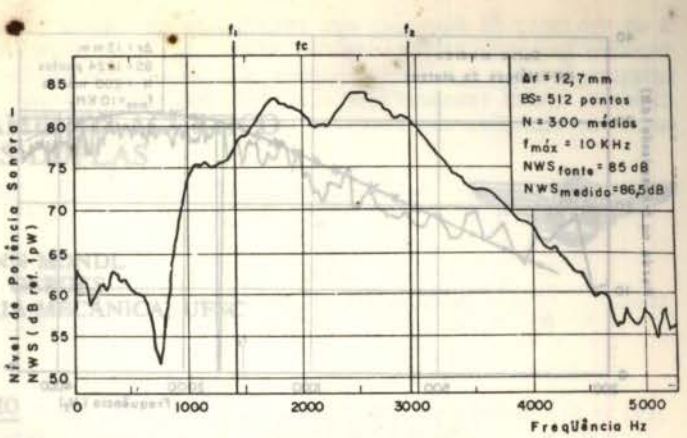
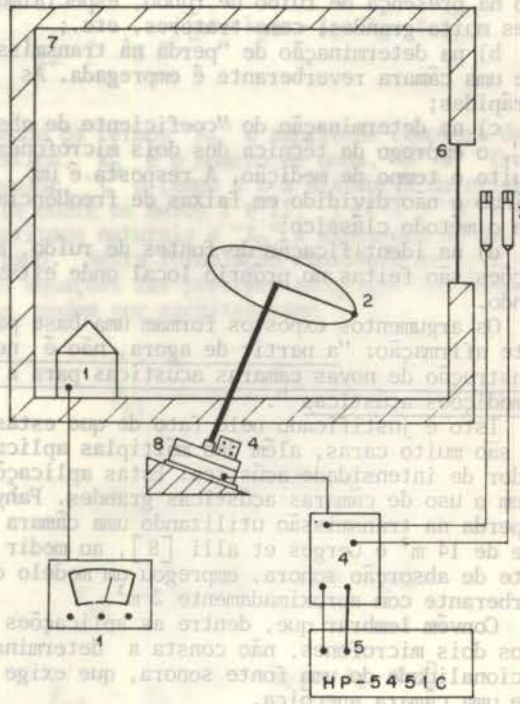


Figura 3 - Espectro de potência sonora da B&K 4205 - Freqüência central de 2 KHz em 1/1 oitava.

DETERMINAÇÃO DA PERDA NA TRANSMISSÃO A PARTIR DA MEDIÇÃO DA INTENSIDADE ACÚSTICA.

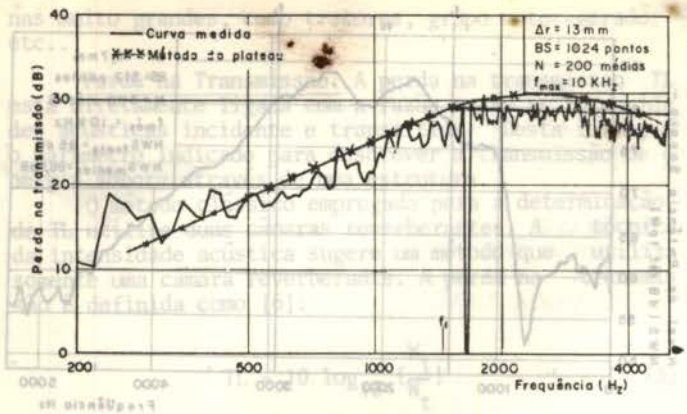
A Equação (7) sugere um método para a determinação da perda na transmissão utilizando somente uma câmara reverberante. A intensidade transmitida através do painel pode ser determinada diretamente pela Equação (1). A intensidade acústica incidente é determinada pela medição da pressão sonora na sala reverberante utilizada, conforme Equação (6).

O experimento mostrado na Figura 4 foi utilizado para a determinação da perda na transmissão de uma placa de alumínio, cujo resultado é ilustrado na Figura 5. Nela, pode-se fazer uma comparação com a curva teórica determinada pela lei da massa e pelo método do "plateau" [11].



(1) Fonte de potência sonora B&K 4205; (2) Microfone B&K 1/2 pol. 4165; (3) Conjunto: 2 microfones B & K 4165 + 2 pré-amplificadores B&K 2619; (4) Fonte de polarização de dois canais B&K 2807; (5) HP 5451C - Analisador de Fourier; (6) Placa de alumínio, t = 1/16 pol.; (7) Câmara reverberante; (8) Mesa giratória B&K 3922.

Figura 4 - Esquema de experimentação para medição de perda na transmissão (TL).



f_1 = 1.250 Hz; f_2 = 13.750 Hz; H = 29 dB; B = 11 vezes.

Referentes ao método do "plateau".

Figura 5 - Perda na transmissão de uma placa de alumínio com espessura 1/16 pol.

O EFEITO DA TÉCNICA DE MEDIÇÃO DE INTENSIDADE ACÚSTICA NA CONSTRUÇÃO DE NOVAS CÂMARAS ACÚSTICAS.

A técnica de medição de intensidade acústica causou grande impacto na área de acústica aplicada. Um grande número de pessoas está envolvido em pesquisas no sentido de aprimorar esta técnica. Somente no INTER NOISE-84, realizado no Hawaii (USA), em dezembro/84, cerca de 30 (trinta) publicações abordaram o assunto [12].

Neste trabalho, são ilustradas as principais aplicações do medidor digital de intensidade acústica. De uma forma simplificada, podem ser enumeradas as vantagens do uso deste medidor:

a) na medição de "potência sonora", não é necessário o emprego de câmaras acústicas (anecóica ou reverberante). As medições podem ser feitas em qualquer sala, mesmo na presença de ruído de fundo, especialmente em fontes muito grandes, como tratores, etc.;

b) na determinação de "perda na transmissão", somente uma câmara reverberante é empregada. As medições são rápidas;

c) na determinação do "coeficiente de absorção sonora", o emprego da técnica dos dois microfones reduz em muito o tempo de medição. A resposta é um espectro contínuo e não dividido em faixas de freqüências, conforme o método clássico;

d) na identificação de fontes de ruído, as investigações são feitas no próprio local onde estas estão operando.

Os argumentos expostos formam uma base para a seguinte afirmação: "a partir de agora, não é necessária a construção de novas camaras acusticas para a maioria das medições acústicas ".

Isto é justificado pelo fato de que estas construções são muito caras, além das múltiplas aplicações do medidor de intensidade acústica. Estas aplicações não exigem o uso de câmaras acústicas grandes. Fahy [13] mediu perda na transmissão utilizando uma câmara reverberante de 14 m^3 e Gerges et alli [8], ao medir o coeficiente de absorção sonora, empregou um modelo de câmara reverberante com aproximadamente 2 m^3.

Convém lembrar que, dentre as aplicações da técnica dos dois microfones, não consta a determinação da direcionalidade de uma fonte sonora, que exige o emprego de uma câmara anecóica.

Existem no Brasil câmaras acústicas qualificadas. Estas salas são de grande importância para o estudo de acústica, sobretudo para serem feitas medições através dos métodos clássicos, possibilitando uma base para comparação com as medições utilizando a intensidade acústica.

CONCLUSÕES.

das conclusões apreciáveis.

A técnica de medição de intensidade acústica, devido às suas múltiplas aplicações, é uma ferramenta forte num programa de controle de ruído. É possível, também, observar que, atualmente, não é necessário a construção de novas câmaras acústicas para a maioria das medições. A normalização dessa técnica permitirá o seu emprego rotineiro com a garantia da padronização destas medições.

É fácil observar que, dentro de poucos anos, esta técnica será utilizada em todo o seu potencial conhecido.

REFERÊNCIAS

[01] ROGER UPTON. Sound Intensity - A Powerfull New Measurement Tool; Sound and Vibration, pp.10-18, Oct (1982).

[02] Ednardo B. Andrade e Samir N.Y. Gerges. Desenvolvimento de um Medidor de Intensidade Acústica. COBEM-83, Uberlândia, MG.

[03] Ednardo B. de Andrade. Desenvolvimento de um Medidor de Intensidade Acústica com Aplicações. Dissertação de Mestrado. Abril (85), Departamento de Engª Mecanica - UFSC, Florianópolis (SC).

[04] Samir N.Y. Gerges. Inherent Error in Acoustic Intensity Measurement for Piston - Type Source, Inter-Noise 83, Edinburgh, Grã-Bretanha, july 83.

[05] J.Y. CHUNG. Fundamental Aspects of the Cross-Spectral Method of Measuring Acoustical Intensity; CETIM, Senlis (FRANCE), sep (1981).

[06] SAMIR N.Y. GERGES. Curso Intensivo de Acústica Aplicada - Brüel & Kjaer do Brasil; Sao Paulo (BR), 1983.

[07] P.S. WATKINSON. Intensity Measurement of Sound Absorption; Proceedings of Institute of Acoustics, pp. B.4.4, Southampton (ENGLAND).

[08] SAMIR N.Y. GERGES, MARCO A.N. DE ARAÚJO AND EDNAR DO B. DE ANDRADE. Absorption Measurements Using the Two Microphone Intensity Technique; INTER NOISE - 84, pp. 1217-1220, Hawaii(USA), Dec(1984).

[09] T. SATO et ali. Measurement of Sound Absorption Coefficiente in a Office Using Sound Intensity; INTER NOISE - 84, pp.1221-1224, Hawaii (USA), Dec (1984).

[10] P.V. BRUEL. Practical Sound Intensity Measurements; Brüel & Kjaer Publication, Denmark.

[11] D.D. REYNOLDS. Engineering Principles of Acoustics/Noise and Vibration Control; Allyn and Bacon Inc., (USA), 1981.

[12] Edited by GEORGE C. MALING, Jr. Proceedings of 1984 International Conference on Noise Control Engeneering; Hawaii (USA), Dec (1984).

[13] F.J. FAHY. Sound Intensity Measurements of Transmission Loss; Proceedings of the Institute of Acoustics, pp. B.5.1 - B.5.4, Southampton (England).

SUMMARY

This paper shows the potentiality of measuring the acoustic intensity, where results are presented such as, the determination of sound power in normal rooms and the measuring of sound transmission loss using one reverberation room only. This work confirm that it is not necessary to build new acoustic rooms for the majority of sound measurements.

PREDIÇÃO DO ISOLAMENTO ACÚSTICO DE PAREDES DUPLAS

ULF HERMANN MONDL
SAMIR N.Y. GERGES
DEPTO. DE ENGENHARIA MECÂNICA, UFSC

SUMÁRIO

Desenvolve-se um formulário para cálculo da perda de transmissão acústica através de 5 meios, para ondas planas normalmente incidentes, simplificando-se posteriormente a fórmula para o caso de isolamentos acústicos formados de paredes duplas com espessuras e materiais variados, com massa específica muito maior que o ar.

INTRODUÇÃO

O cálculo da perda de transmissão para paredes simples é um problema já bem solucionado [1]. Todavia para o caso de paredes duplas, ainda não existem resultados definitivos, estando atualmente o assunto em pesquisa e desenvolvimento.

As fórmulas existentes na literatura [2][3][5][6][8], baseiam-se na lei das massas e geralmente vem apresentadas em forma tripla, tendo cada qual, uma faixa de freqüências válida, apresentando todavia descontinuidades na passagem de uma faixa para outra.

Outro conjunto de fórmulas [1][9] baseia-se em métodos que usam análise estatística de energia (SEA), sendo sua utilização na prática todavia um pouco complexa.

Neste trabalho desenvolve-se uma fórmula simplificada que baseia-se na lei das massas, mais a influência do acoplamento do ar existente entre um isolamento composto de paredes duplas.

FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Considere-se 5 meios acústicos adjacentes, conforme mostrado na figura 1, cujos materiais tenham impedâncias características $Z_n = \rho_n c_n$, e que sejam atravessados por uma onda plana normalmente incidente, a qual é parcialmente refletida na fronteira entre dois meios. Sendo ρ_n a massa específica do meio "n" e c_n a velocidade do meio "n".

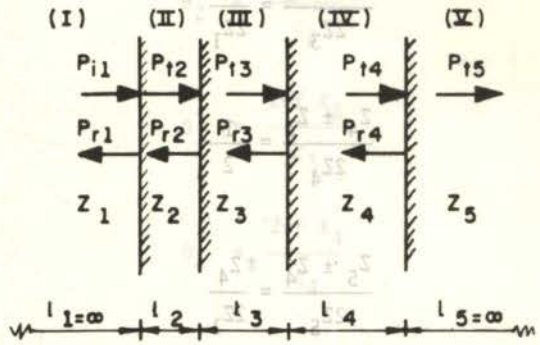


Figura 1. Configuração Física do Modelo Matemático

As equações das pressões acústicas da onda incidente e das transmitidas, podem ser escritas como [1]:

$$P_{t1} = A_1 e^{j(\omega t - k_1 x)} \quad (1)$$

$$P_{t2} = A_2 e^{j(\omega t - k_2 x)} \quad (2)$$

$$P_{t3} = A_3 e^{j[\omega t - k_3 (x - \ell_2)]} \quad (3)$$

$$P_{t4} = A_4 e^{j[\omega t - k_4 (x - \ell_2 - \ell_3)]} \quad (4)$$

$$P_{t5} = A_5 e^{j[\omega t - k_5 (x - \ell_2 - \ell_3 - \ell_4)]} \quad (5)$$

Sendo os termos "A_n" a amplitude complexa da pressão acústica, k_n é o numero de onda, "ω" a freqüência circular, "t" o tempo e x a distância da origem da fronteira entre os meios I e II, $j = \sqrt{-1}$, "e" é a base dos logarítmos naturais e "ℓ_n" a espessura do meio "n" considerado. Nesta formulação considera-se ℓ_1 e $\ell_2 = \infty$.

As equações das pressões acústicas das ondas refletidas, podem ser escritas como [1]:

$$P_{r1} = B_1 e^{j(\omega t + k_1 x)} \quad (6)$$

$$P_{r2} = B_2 e^{j(\omega t + k_2 x)} \quad (7)$$

$$P_{r3} = B_3 e^{j[\omega t + k_3 (x - \ell_2)]} \quad (8)$$

$$P_{r4} = B_4 e^{j[\omega t + k_4 (x - \ell_2 - \ell_3)]} \quad (9)$$

Sendo "B_n" a amplitude complexa da pressão acústica das ondas refletidas.

As condições de contorno na fronteira entre dois meios adjacentes, é fisicamente definido como a igualdade da pressão e a continuidade da velocidade da partícula.

Usando-se as equações (1) a (9), fazendo-se as eliminações do tempo e diversas simplificações chega-se

a um conjunto de equações que relacionam em função das impedâncias características dos meios (z_n) e o fator de propagação $\theta_n = \ell_n k_n$, as pressões acústicas da onda incidente, ondas transmitidas e refletidas. Matematicamente as equações são escritas como:

$$A_1 = \frac{A_2(Z_2 + Z_1) + B_2(Z_2 - Z_1)}{2\,Z_2} \tag{10}$$

$$A_2 = \frac{A_3(Z_3 + Z_2) + B_3(Z_3 - Z_2)}{2\,Z_3}\, e^{j\theta_2} \tag{11}$$

$$B_2 = \frac{A_3(Z_3 - Z_2) + B_3(Z_3 + Z_2)}{2\,Z_3}\, e^{-j\theta_2} \tag{12}$$

$$A_3 = \frac{A_4(Z_4 + Z_3) + B_4(Z_4 - Z_3)}{2\,Z_4}\, e^{j\theta_3} \tag{13}$$

$$B_3 = \frac{A_4(Z_4 - Z_3) + B_4(Z_4 + Z_3)}{2\,Z_4}\, e^{-j\theta_3} \tag{14}$$

$$A_4 = A_5\,\frac{(Z_5 + Z_4)}{2\,Z_5}\, e^{j\theta_4} \tag{15}$$

$$B_4 = A_5\,\frac{(Z_5 - Z_4)}{2\,Z_5}\, e^{-j\theta_4} \tag{16}$$

Substituindo-se (16) e (15) em (13) e (14), estes sucessivamente em (11) e (12) e por fim estes em (10), obtém-se uma relação explícita entre as pressões acústicas A_1 e A_5, usando-se adicionalmente a seguinte relação de impedâncias para simplificação da notação:

$$\zeta^{+}_{(n+1)} = \frac{Z_{(n+1)} + Z_n}{2Z_{(n+1)}} \tag{17}$$

$$\zeta^{-}_{(n+1)} = \frac{Z_{(n+1)} - Z_n}{2Z_{(n+1)}} \tag{18}$$

Em termos matemáticos obtém-se:

$$\begin{aligned}\frac{A_1}{A_5} = {} & \zeta_5^{+}\zeta_4^{+}\zeta_3^{+}\zeta_2^{+}\, e^{j(\theta_4+\theta_3+\theta_2)} + \zeta_5^{-}\zeta_4^{-}\zeta_3^{+}\zeta_2^{+}\, e^{-j(\theta_4-\theta_3-\theta_2)} + \\ & + \zeta_5^{+}\zeta_4^{-}\zeta_3^{-}\zeta_2^{+}\, e^{j(\theta_4-\theta_3+\theta_2)} + \zeta_5^{-}\zeta_4^{+}\zeta_3^{-}\zeta_2^{+}\, e^{-j(\theta_4+\theta_3-\theta_2)} + \\ & + \zeta_5^{+}\zeta_4^{+}\zeta_3^{-}\zeta_2^{-}\, e^{j(\theta_4+\theta_3-\theta_2)} + \zeta_5^{-}\zeta_4^{-}\zeta_3^{-}\zeta_2^{-}\, e^{-j(\theta_4-\theta_3+\theta_2)} + \\ & + \zeta_5^{+}\zeta_4^{-}\zeta_3^{+}\zeta_2^{-}\, e^{j(\theta_4-\theta_3-\theta_2)} + \zeta_5^{-}\zeta_4^{+}\zeta_3^{+}\zeta_2^{-}\, e^{-j(\theta_4+\theta_3+\theta_2)}\end{aligned} \tag{19}$$

Como a relação de pressões acústicas é complexa, para simplificação da notação, resume-se (19) em

$$\frac{A_1}{A_5} = \zeta_R + j\zeta_C \tag{20}$$

onde ζ_R e ζ_C são as partes reais e imaginárias de (19).

A fórmula final da perda de transmissão entre os meios (I) e (V) ficará então como:

$$PT = 10\ \text{log}\left[\frac{Z_5}{Z_1}\,(\zeta_R^2 + \zeta_C^2)\right] \tag{21}$$

FÓRMULA SIMPLIFICADA

As fórmulas (19) e (21) são bastante complexas e extensas, havendo apenas justificativa no seu uso, quando as impedâncias características dos cinco meios não forem muito diferentes uma da outra. No caso de isolamentos acústicos formados de paredes duplas de materiais como alvenaria, gesso, metais, vidro, etc., separados por intervalo de ar, é possível fazer-se significativas simplificações com poucas perdas na exatidão dos resultados finais [4], que no entanto redundam em equações simples de fácil uso.

Na simplificação da equação (21) e (19), considera-se os meios II e IV formados de materiais com impedância característica muito maior do que o ar que compõe os meios I, III e V.

Deste modo tem-se os seguintes pressupostos simplificadores:

$$Z_3 = Z_1 \quad \text{e} \quad Z_5 = Z_1$$

$$Z_2 \gg Z_1 \quad \text{e} \quad Z_4 \gg Z_1$$

Voltando-se às equações (10) a (16) pode-se simplificar as relações de impedâncias que afetam os valores das pressões acústicas. Sem grande erro pode-se escrever:

$$\frac{Z_2 \pm Z_1}{2Z_2} \simeq \frac{1}{2} \tag{22}$$

$$\frac{Z_3 \pm Z_2}{2Z_3} \simeq \frac{\pm Z_2}{2Z_1} \tag{23}$$

$$\frac{Z_4 \pm Z_3}{2Z_4} \simeq \frac{1}{2} \tag{24}$$

$$\frac{Z_5 \pm Z_4}{2Z_5} \simeq \frac{\pm Z_4}{2Z_1} \tag{25}$$

Simplificando-se a notação das relações de impedância característica para:

$$\frac{Z_2}{Z_1} = \zeta_2 \qquad (26)$$

$$\frac{Z_4}{Z_1} = \zeta_4 \qquad (27)$$

Substituindo-se (26) e (27) em (22) a (20) e estes nas equações (10) a (16) e fazendo-se todas as substituições de modo idêntico ao feito na dedução da equação (19), chega-se a uma relação entre as pressões acústicas da onda incidente no meio (I) e a transmitida ao meio V, sob a seguinte forma:

$$\left|\frac{A_1}{A_5}\right| = \left|\frac{1}{2}\zeta_2\zeta_4 \operatorname{ser}\theta_2 \operatorname{sen}\theta_3 \operatorname{sen}\theta_4\right| \qquad (28)$$

Para isolamentos acústicos compostos de paredes duplas de materiais como alvenaria, concreto, gesso, vidro e chapas metálicas, para freqüências até 5000 Hz, raramente os valores de θ_2 e θ_4 ultrapassam 0,25. Tendo-se em vista que neste caso tem-se a condição que o valor do ângulo θ é muito próximo de seu seno, pode-se simplificar (28) para:

$$\left|\frac{A_1}{A_5}\right| = \left|\frac{1}{2}\zeta_2\zeta_4\,\theta_2\,\theta_4 \operatorname{sen}\theta_3\right| \qquad (29)$$

O termo "θ_3" refere-se ao intervalo de ar entre as duas paredes e na maioria dos casos ultrapassa-se 0,25, não sendo deste modo possível substituir-se o ângulo pelo seu seno.

Explicitando-se todos os termos da equação (29) tem-se:

$$\zeta_2 = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} \qquad (30)$$

$$\zeta_4 = \frac{Z_4}{Z_1} = \frac{\rho_4 c_4}{\rho_1 c_1} \qquad (31)$$

$$\theta_2 = \frac{2\pi f\,\ell_2}{c_2} \qquad (32)$$

$$\theta_3 = \frac{2\pi f\,\ell_3}{c_3} \qquad (33)$$

$$\theta_4 = \frac{2\pi f\,\ell_4}{c_4} \qquad (34)$$

Onde "f" é a freqüência da onda acústica em Hz.

Substituindo-se (30) a (34) em (29) e considerando-se para o ar condições normais de pressão e temperatura chega-se a:

$$\left|\frac{A_T}{A_5}\right| = \left|\frac{1}{2}\rho_2\ell_2\rho_4\ell_4 f^2\left(\frac{2\pi}{1{,}21\text{x}343}\right)^2 \operatorname{sen}\frac{2\pi f\ell_3}{343}\right| \qquad (35)$$

com $\rho_2\ell_2 = m_2$ e $\rho_4\ell_4 = m_4$

$$\left|\frac{A_1}{A_5}\right| = \left|\frac{1}{2} m_2 m_4 f^2 \operatorname{sen}\frac{2\pi f\ell_3}{343}(1{,}51391\text{x}10^{-2})\right| \qquad (36)$$

A perda de transmissão entre os meios (I) e (V), pela fórmula simplificada ficaria como:

$$PT = 20\ \text{log}\left|\frac{1}{2} m_2 m_4 f^2 \operatorname{sen}\frac{2\pi f\ell_3}{343}\right| - 72{,}80 \qquad (37)$$

Interpretando-se a equação (37) chega-se à conclusão que (37) pode ser reescrita como:

$$PT = PT_2 + PT_4 + 20\ \text{log}\left|\operatorname{sen}\frac{2\pi f\ell_3}{343}\right| + 6{,}0 \qquad (38)$$

onde PT_2 e PT_4 são as perdas de transmissão de paredes simples dos meios II e IV; $\operatorname{sen}(2\pi f\ell_3/343)$ é a parcela referente ao intervalo de ar e 6,0 um coeficiente para adequar a soma dos coeficientes fixos de PT_2 e PT_4.

O termo com seno, como é uma função cíclica, tem valores nulos, sendo seu significado físico a ocorrência de ressonância na cavidade de ar entre as paredes duplas, o que redundará em baixas perdas de transmissão (ver figura 2).

COMPARAÇÃO COM OUTRAS FÓRMULAS

Como a fórmula (38) é típica de leis de massa comparou-se seus valores com os calculados por fórmulas triplas [2] e [3] obtendo-se melhor aproximação com [3].

Segue-se uma tabela com valores de perda de transmissão calculados para uma parede dupla de gesso com 2,5 cm e 5,0 cm de espessura e intervalo de ar com 10 cm e seu gráfico (figura 2).

Tabela 1. Perda de Transmissão dB

FREQ.	EQ. (38)	[2]	[3]
125	46,6	35,3	46,7
250	64,5	53,3	64,8
500	81,6	71,4	82,9
1000	95,3	84,5	89,7
2000	101,6	96,5	101,7
4000	118,5	108,5	113,7

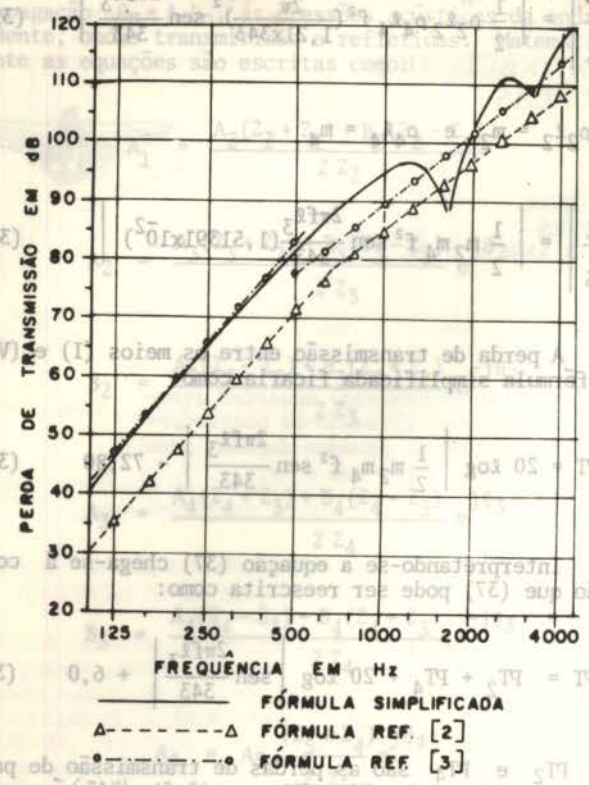


Figura 2. Comparação entre as perdas de transmissão calculadas com (38), [2] e [3]

CONCLUSÃO

A fórmula simplificada tem boa aproximação em relação às calculadas por [2] e [3], tendo a vantagem de ser contínua, o que não ocorre com as fórmulas triplas de [2] e [3] que apresentam saltos nas freqüências limites entre faixas de validade.

REFERÊNCIAS

[1] L. KINSLER & A FREY, "Fundamentals of Acoustics", John Wileg & Sons (1982).

[2] BEN SHARP, "Prediction Methods for the Sound Transmission of Building Elements", Noise Control engineering, sep.-oct. (1978).

[3] E.B. MAGRAB, "Enviromental Noise Control", John Wiley & Sons, New York.

[4] LEO L. BERANEK, "Noise and Vibration Control, Mc Graw-Hill Book Company (1971).

[5] A. BREKET, "Calculation Methods for the Transmission Loss of Single, Double and Triple Partitions" Applied Acoustics, V.14(1981), p.225-240.

[6] W.A. UTLEY & K.A. MULLHOLLAND, "The Transmission Loss of Double and Triple Wals", Applied Acoustics V.1 (1968), p.15-20.

[7] A.J. PRICE & M.T. CROCKER, "Sound Transmission Through Double Panels Using Statistical Energy Analysis", J. Acoust. Soc. Am., V.47, nº3 (1970).

[8] R.J. DONATO, "Sound Transmission Through a double Leaf Wall", J. Acoust. Soc. Am., V.57, nº3 (1972).

[9] M.J. CROCKER ; M.C. BHATTACHARYA & A.J. PRICE, "Sound and Vibration Transmission Through Panels and Tie Beams Using Statistical Energy Analysis", ASME J. Eng. Ing., (August 1971), pp 775-782.

SUMMARY

An equation for the prediction of transmission loss of double wall is derived. The mathematical model is based on plane waves incident, reflected and transmitted through five medium. A simplified equation is also obtained for the practical case of two walls formed by different material and thickness, seperated by an air gap.

REDUÇÃO DE RUÍDO DE CONDICIONADORES DE AR

E.B. TEODORO
DEPTO. DE ENGENHARIA MECÂNICA, UFU
SAMIR N.Y. GERGES
DEPTO. DE ENGENHARIA MECÂNICA, UFSC

SUMÁRIO

As fontes internas de ruído em um aparelho condicionador de ar foram investigadas. Os resultados do nível de potência sonora em bandas de um terço de oitava foram obtidas a partir de medições em uma câmara reverberante; também foram realizadas medidas do nível de pressão sonora em bandas de oitava em uma sala normal. As componentes do ruído interno de tom puro e banda larga foram atenuadas pelo uso de ventiladores de fluxo laminar e pelo uso de barreira absorvente.

INTRODUÇÃO

A demanda do mercado de aparelhos condicionadores de ar com alta eficiência térmica, porém pequenos, compactos e simples de montar e instalar em janelas e paredes, é grande, entretanto, o nível de ruído aumenta, consequentemente diminuindo o conforto humano.

Os aparelhos são um conjunto de vários elementos elétricos e mecânicos que são as fontes de irradiação de ruído.

Vários trabalhos tem sido desenvolvidos no intuito de identificar [1] e atenuar o ruído irradiado [2] por um aparelho condicionador de ar.

O controle do ruído é um aspecto importante no desenvolvimento de equipamentos condicionadores de ar. Em aparelhos condicionadores de ar compactos existe uma real possibilidade de diminuir o nível de ruído irradiado.

Foram estudadas as possibilidades de atenuação do ruído emitido utilizando: a) rotor de fluxo laminar [3, 4] e b) silenciador externo [5].

EQUIPAMENTOS E TÉCNICAS DE MEDIDAS

1-Câmara Reverberante - As medições da potência sonora irradiada foram realizadas na câmara do Laboratório de Vibrações e Acústica (LVA), da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), para identificação das fontes de ruído. Foram observadas as recomendações da norma ISO-3742-1975, para medição do nível de potência sonora nas bandas de um terço de oitava.

A câmara possui um volume de 405.22 metros cúbicos e paredes rígidas dando uma superfície de 328.56 metros quadrados.

Sistema de medição - Foram utilizados 7 microfones B&K 4165, um pre-amplificador B&K 2619 e um computador digital HP-5451 C, onde era processada a filtragem digital em filtros de um terço de oitava desenvolvidos pelos autores segundo recomendações da norma ASA - S1.11 - 1966.

2-Sala de Testes - Para medição dos níveis de pressão sonora foi utilizada uma sala normal de escritório com as seguintes dimensões 4.00 x 3.50 metros, localizada no LVA.

Sistema de Medição - Foi utilizado um microfone B&K 4165, um medidor de nível sonoro B&K 2209 e um conjunto de filtros de oitava B&K 1613 para obtenção dos níveis de pressão sonora.

EXPERIMENTOS

Com Rotor de Fluxo Laminar - O aparelho condicionador de ar foi testado para as condições originais, com as subtistuições dos rotores originais pelos rotores laminares mostrados na figura 1, e também com cada fonte (compressor, ventiladores) em funcionamento, sendo que, quando testada uma fonte eram retiradas as outras, para identificação de sua contribuição no nível total.

Em todos os casos os níveis de pressão sonora nas bandas de um terço de oitava foram medidos para 7 (sete) diferentes posições de microfones dentro da câmara. O cálculo do nível de potência sonora para cada banda foi efetuado segundo a equação abaixo [6]:

$$NWS = NPS - 10\log_{10}(T/To) + 10\log_{10}(V/Vo) + 10\log_{10}(1+S\lambda/8V) - 10\log_{10}(B/1000) - 14.0\ dB \quad (1)$$

onde:
NWS - Nível de potência sonora. Ref. 10^{-12} watts.
NPS - Nível de pressão sonora. Ref. 20μPa.
T - Tempo de reverberação.
To - É igual a 1.0 segundo.
V - Volume da câmara, em metros cúbicos.
Vo - É igual a 1.0 metro cúbico.
S - Superfície da câmara em metros quadrados.
λ - Comprimento de onda, em metros.
B - Pressão barométrica, em millibars.

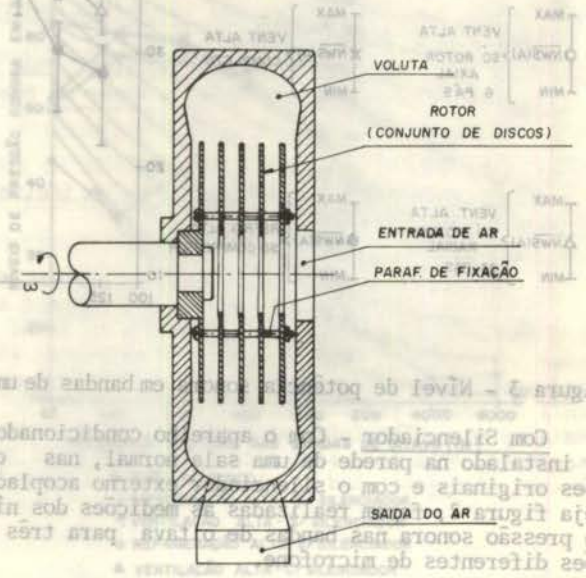


Figura 1 - Esboço do rotor de discos paralelos.

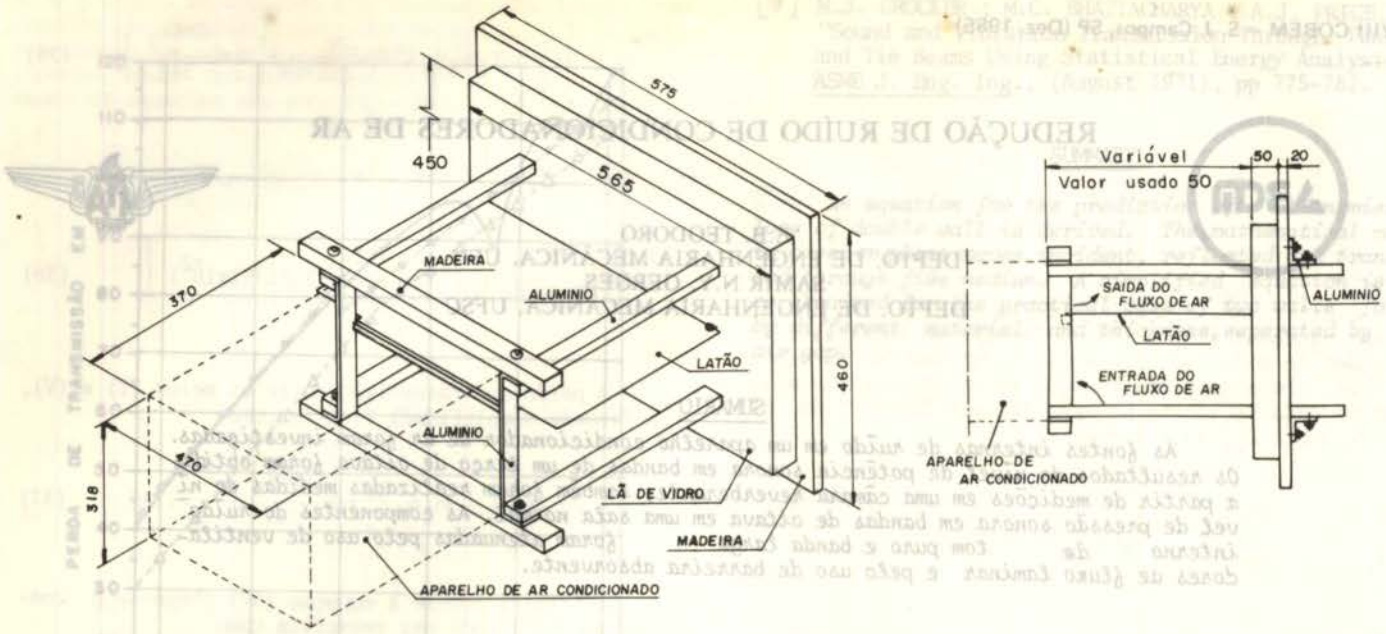


Figura 2 - Esboço do silenciador externo.

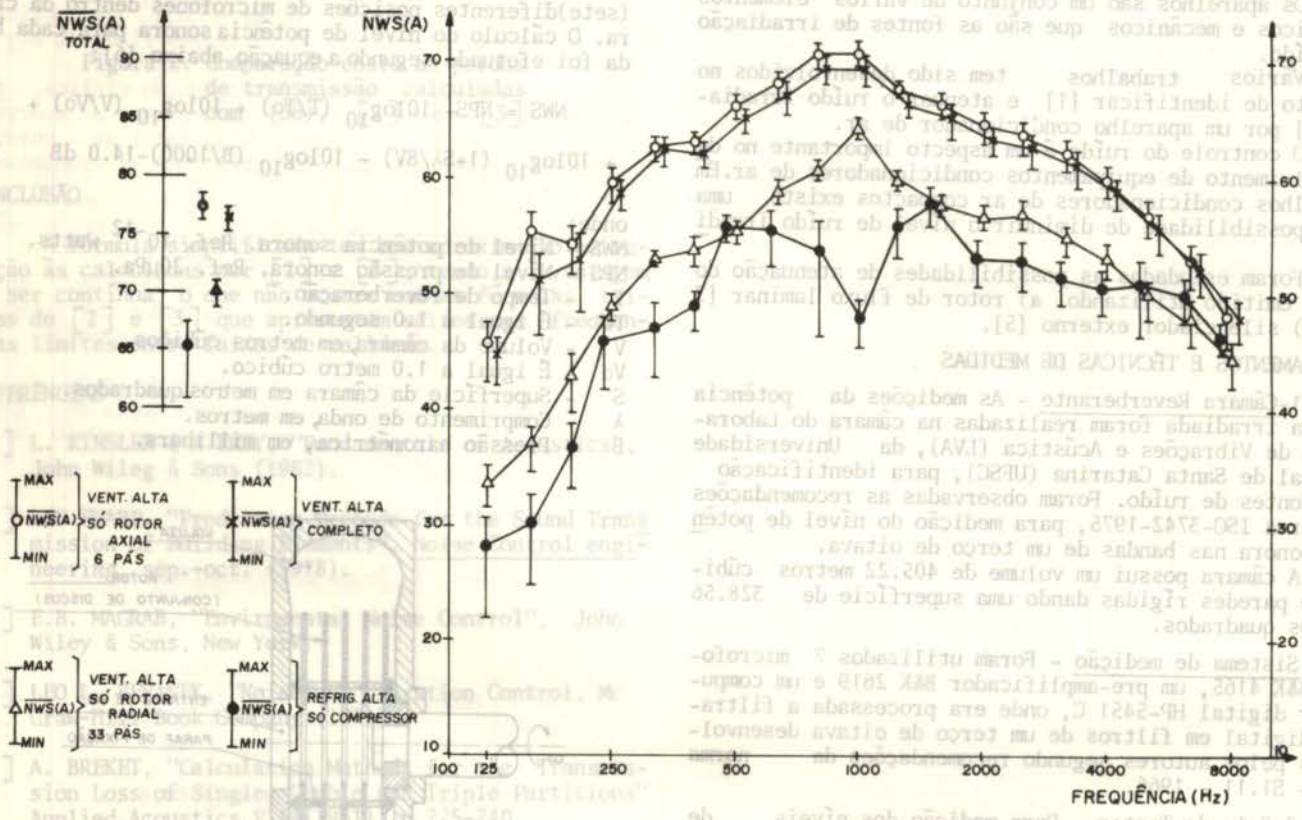


Figura 3 - Nível de potência sonora em bandas de um terço de oitava.

Com Silenciador - Com o aparelho condicionador de ar instalado na parede de uma sala normal, nas condições originais e com o silenciador externo acoplado, veja figura 2, foram realizadas as medições dos níveis de pressão sonora nas bandas de oitava para três posições diferentes de microfone.

RESULTADOS E COMENTÁRIOS

Foi observado que não há praticamente diferença alguma entre os níveis de potência sonora quando da mudança da condição de funcionamento do aparelho, assim sendo, na figura 3 são apresentadosos níveis com ponderação A (dB(A)) para as condições: a) Ventilação alta máxima-completo, b) Ventilação alta máxima - só rotor radial, c) Ventilação alta máxima - só rotor axial e d) Refrigeração alta máxima - só compressor.

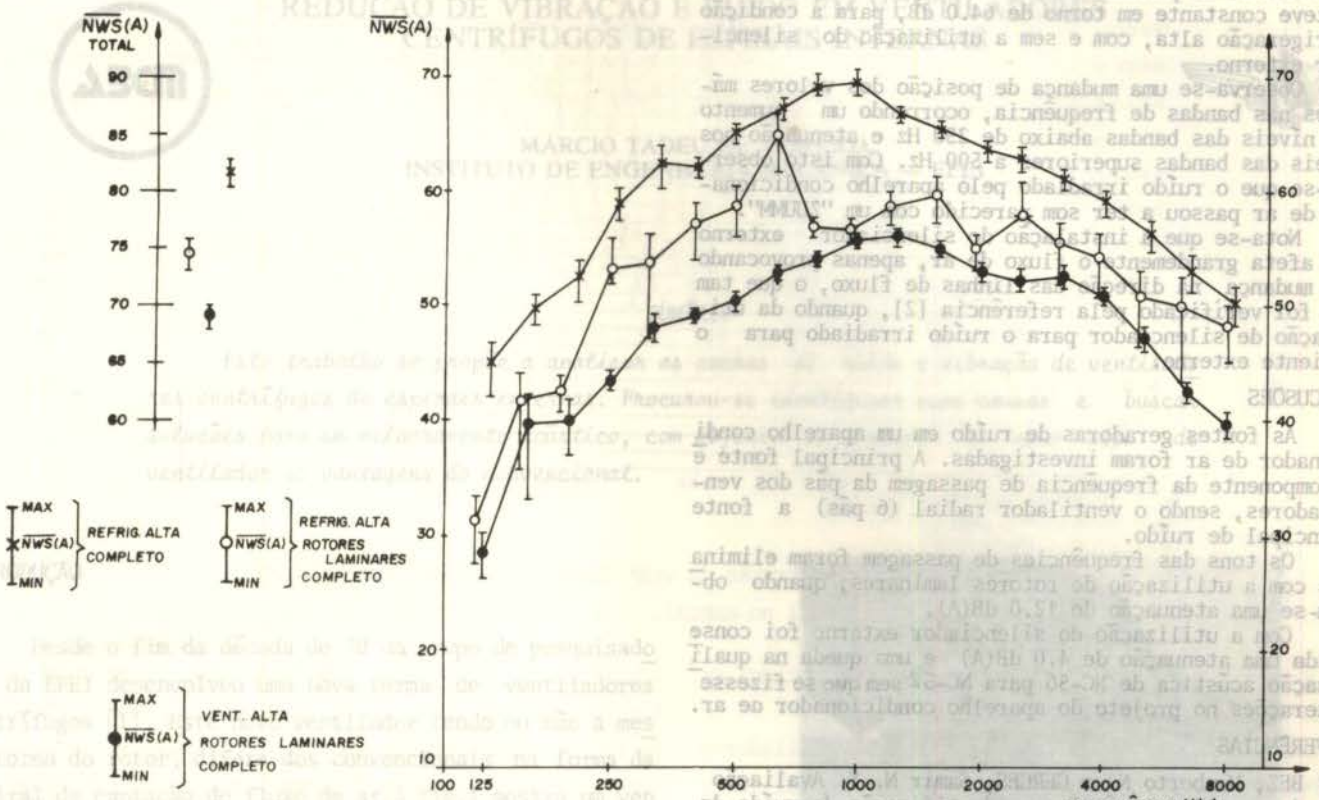


Figura 4 - Nível de potência sonora em bandas de um terço de oitava.

Não são apresentados os níveis de potência sonora do motor elétrico que aciona os dois ventiladores devido ao fato de seus níveis serem praticamente os mesmos do nível do ruído de fundo medido durante a madrugada .

Como o ruído gerado pelo fluxo de ar através do aparelho é também uma das principais fontes de ruído , o nível do mesmo não foi medido em separado, uma vez que o nível para os ventiladores já leva em consideração a contribuição do ruído irradiado pelo fluxo através do dutos.

Observa-se um nível máximo de 70.0 dB(A) nas bandas de 800 e 1.000 Hz, além de se verificar que o rotor axial é a principal fonte de ruído, possuindo praticamente os mesmos níveis de potência sonora quando do funcionamento do aparelho completo.

Com a utilização de rotores laminares tem-se uma atenuação total de aproximadamente 12.0 dB(A) para a condição de ventilação alta máxima, veja figura 4, onde é observada uma atenuação média de 10.0 dB(A) em cada banda de frequência de terço de oitava.

Comparando-se os níveis totais, há um aumento de 5.0 dB(A) para a condição de refrigeração alta em relação a ventilação alta, tornando-se portanto, o compressor como a principal fonte de ruído. Observa-se ainda uma atenuação em torno de 12.0 dB(A) nas bandas de 800, 1.000 e 1.250 Hz, mas com uma atenuação mínima nas frequências abaixo de 800 Hz e acima de 1.250 Hz.

Segundo as referências [3,4] o espectro do ruído do ventilador laminar é do tipo banda larga e seu nível não depende da taxa de fluxo, sendo o espectro dominado pela frequência de passagem dos parafusos de fixação dos discos e por seus harmônicos.

Foi observado que a vazão do ar diminui com o uso dos rotores laminares. A vazão pode ser aumentada usando-se um motor com velocidade maior, ou aumentando o número de discos.

Com a utilização do silenciador externo, veja figura 5, onde foram plotados os valores dos níveis me-

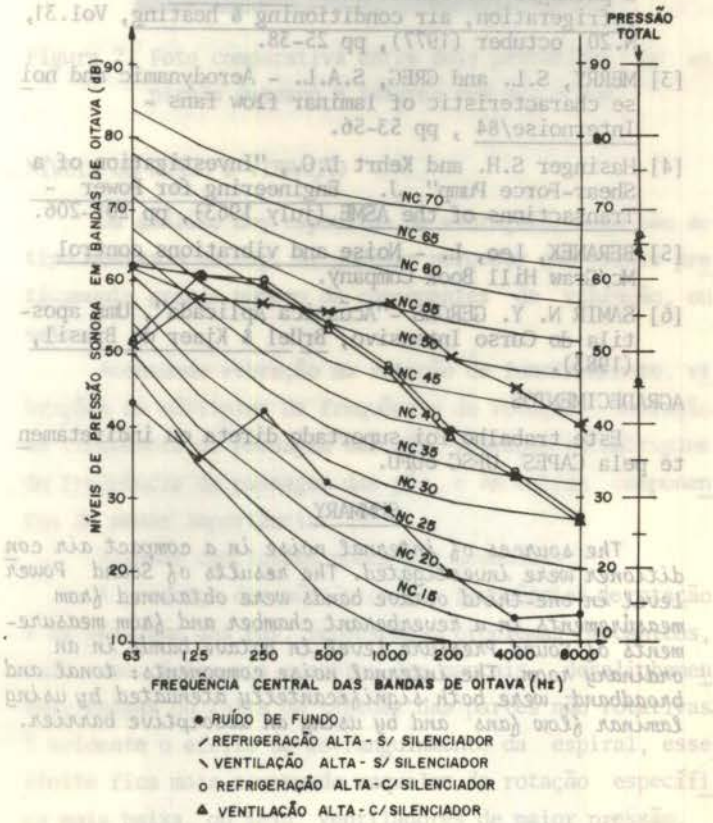


Figura 5 - Valores médios para o nível de pressão sonora, sem e com o silenciador acoplado. Curvas Noise Criterion (NC).

dios de pressão sonora obtidos para as três posições de microfone, observa-se uma queda da qualificação NC-56 para NC-52. Observando-se os níveis totais, verifica-se uma redução de aproximadamente 4.0 dB(A) enquanto que o nível de pressão sonora total praticamente se manteve constante em torno de 64.0 dB, para a condição refrigeração alta, com e sem a utilização do silenciador externo.

Observa-se uma mudança de posição dos valores máximos nas bandas de frequência, ocorrendo um aumento nos níveis das bandas abaixo de 250 Hz e atenuação nos níveis das bandas superiores a 500 Hz. Com isto observou-se que o ruído irradiado pelo aparelho condicionador de ar passou a ter som parecido com um "ZUUMM".

Nota-se que a instalação do silenciador externo não afeta grandemente o fluxo de ar, apenas provocando uma mudança na direção das linhas de fluxo, o que tam bém foi verificado pela referência [2], quando da utilização de silenciador para o ruído irradiado para o ambiente externo.

CONCUSÕES

As fontes geradoras de ruído em um aparelho condicionador de ar foram investigadas. A principal fonte é a componente da frequência de passagem da pás dos ventiladores, sendo o ventilador radial (6 pás) a fonte principal de ruído.

Os tons das frequências de passagem foram elimina dos com a utilização de rotores laminares, quando obtém-se uma atenuação de 12.0 dB(A).

Com a utilização do silenciador externo foi conseguida uma atenuação de 4.0 dB(A) e uma queda na qualificação acústica de NC-56 para NC-52 sem que se fizesse alterações no projeto do aparelho condicionador de ar.

REFERÊNCIAS

[1] BEZ, Humberto N. e GERGES, Samir N. Y. Avaliação da qualidade acústica e identificação de ruído de um condicionador de ar de fabricação nacional, COBEM 83, pp 119-28.

[2] SHEPHERD, I.C. - Reduction of external noise from a packaged air conditioner. Australian refrigeration, air conditioning & heating, Vol.31, N.20, octuber (1977), pp 25-38.

[3] MERRY, S.L. and GREG, S.A.L. - Aerodynamic and noise characteristic of laminar flow fans - Internoise/84 , pp 53-56.

[4] Hasinger S.H. and Kehrt L.G., "Investigation of a Shear-Force Pump", J. Engineering for Power - Transactions of the ASME, (July 1963), pp 201-206.

[5] BERANEK, Leo, L. - Noise and vibrations control Mc/Graw Hill Book Company.

[6] SAMIR N. Y. GERGES -"Acústica Aplicada", Uma apostila do Curso Intensivo, Brüel & Kjaer do Brasil, (1983).

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi suportado direta ou indiretamente pela CAPES, UFSC eUFU.

SUMMARY

The sources of internal noise in a compact air conditioner were investigated. The results of Sound Power Level in one-third octave bands were obtainned from measurements in a reverberant chamber and from measurements of Sound Pressure Level in octave bands in an ordinary room. The internal noise components: tonal and broadband, were both significantelly atenuated by using laminar flow fans and by using an absorptive barrier.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

REDUÇÃO DE VIBRAÇÃO E RUÍDO EM VENTILADORES CENTRÍFUGOS DE ESPIRAIS INTERNAS

MÁRCIO TADEU DE ALMEIDA
INSTITUTO DE ENGENHARIA MECÂNICA — EFEI

SUMÁRIO

Este trabalho se propõe a analisar as causas de ruído e vibração de ventiladores centrífugos de espirais internas. Procurou-se identificar suas causas e buscar soluções para um melhoramento acústico, com objetivo de acrescer ao novo tipo de ventilador as vantagens do convencional.

INTRODUÇÃO

Desde o fim da década de 70 um grupo de pesquisadores da EFEI desenvolveu uma nova forma de ventiladores centrífugos [1]. Este novo ventilador tendo ou não a mesma forma do rotor, difere dos convencionais na forma da espiral de captação do fluxo de ar. A Fig.1 mostra um ventilador centrífugo convencional onde a espiral se desenvolve na periferia do rotor e para comparação o novo ventilador com a espiral se desenvolvendo na lateral do rotor.

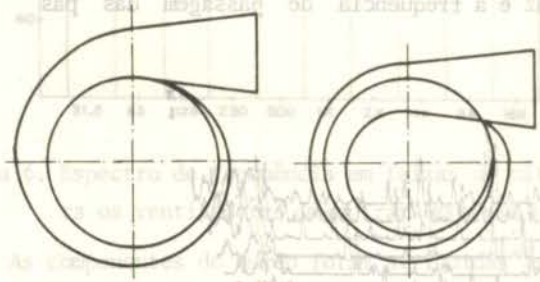


Figura 1. A esquerda ventilador centrífugo convencional com espiral externa. A direita o novo tipo com espiral interna.

A vantagem principal é o menor tamanho do ventilador de espiral interna para as mesmas característica aerodinâmicas [2]. Tal diferença de tamanho resulta em economia de material (Cerca de 30%) e maior facilidade de instalação.

Os projetos e testes confirmaram as espectativas. Os ventiladores de espiral interna são equivalentes em desempenho aos de espiral interna [3]. Porém, apresentaram-se com maior vibração e mais ruidosos [3]. A Fig.2 mostra uma foto para comparação de dois protótipos com rotação especifica (n_{q_A} = 200).

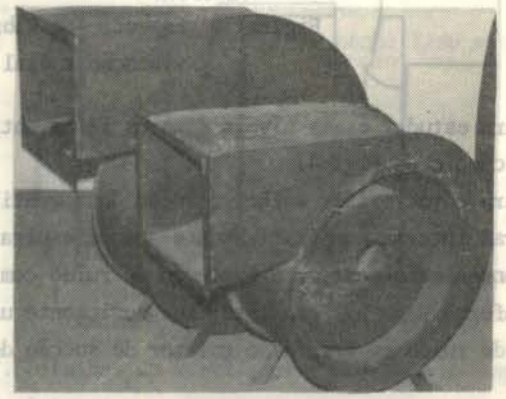


Figura 2. Foto comparativa entre dois protótipos de espirais externa e interna com n_{q_A} = 200.

NÍVEIS DE RUÍDO E VIBRAÇÃO

Da análise dos espectros de vibrações, que são do tipo mostrado na Fig. 3; pode-se perceber que existe praticamente grande número de componentes de vibração, ou seja:

Acentuada vibração na rotação de funcionamento, vibrações em múltiplos da frequência de rotação, vibração na frequência de passagem das pás, vibração em múltiplos da frequência de passagem das pás, e em outras componentes de menor importância.

Algumas conclusões podem ser deduzidas:

A presença dos múltiplos das frequências de rotação e de passagem das pás, representam problemas mecânicos, tais como: Folga nos assentos dos mancais, desalinhamentos, folgas ou falta de rigidez das partes não rotativas. É evidente o efeito do estrangulamento da espiral, esse efeito fica mais acentuado naqueles de rotação específica mais baixa, ou seja, ventiladores de maior pressão.

Como o ventilador sob teste possui grandes painéis em sua estrutura é óbvio que existirão componentes de ruído correspondentes em intensidade e frequência às componentes de vibração.

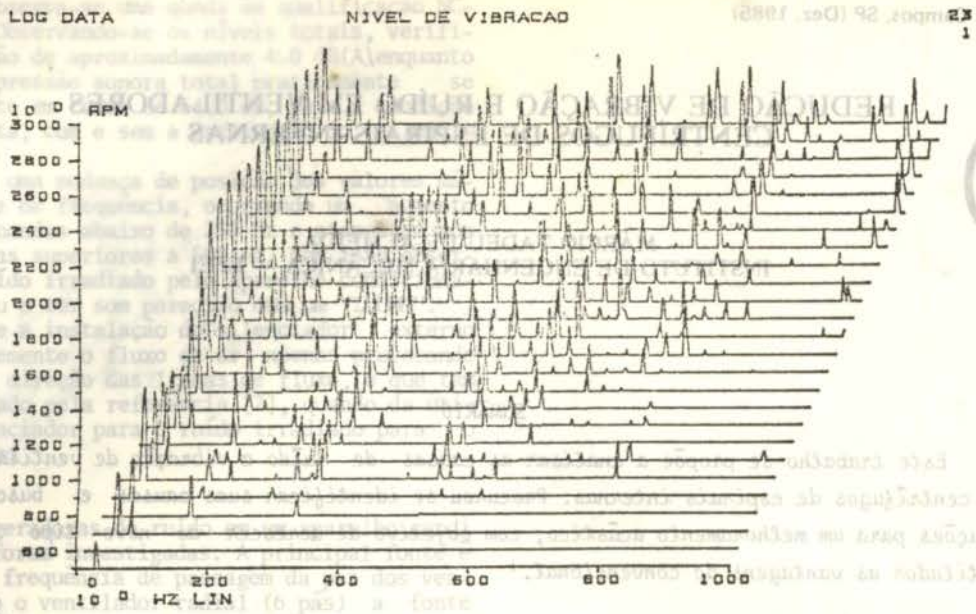


Figura 3. Espectro de vibração do ventilador de espiral interna – vibração radial no mancal.

Para estudar esses níveis sonoros foram obtidos espectros como o da Fig. 4.

Para caracterizar melhor o ruído dos ventiladores de espiral interna comparativamente aos de espiral externa, é conveniente mostrar a evolução do ruído com a rotação, conforme Fig. 5. Para isto, foi suficiente usar as medidas de ruído em frente ao coletor de sucção do ventilador.

Representados graficamente, os níveis de ruído dos dois tipos de ventiladores apresentam grandes diferenças. O ventilador de espiral interna mostrou-se mais barulhento, mas com uma evolução do ruído com a rotação semelhante aos de espiral externa. Isto pode representar que as fontes de ruído possuem algumas características comuns e também que deve existir um ou mais fatores agravantes.

Por exemplo, para os ventiladores de rotação específica 150, o espectro de ruído em 2800 rpm, mostra diferenças acentuadas a partir da 5ª oitava, ou seja, depois de 353 Hz, conforme Fig. 6. Nesta condição, a rotação é de 46,6 Hz e a frequência de passagem das pás de

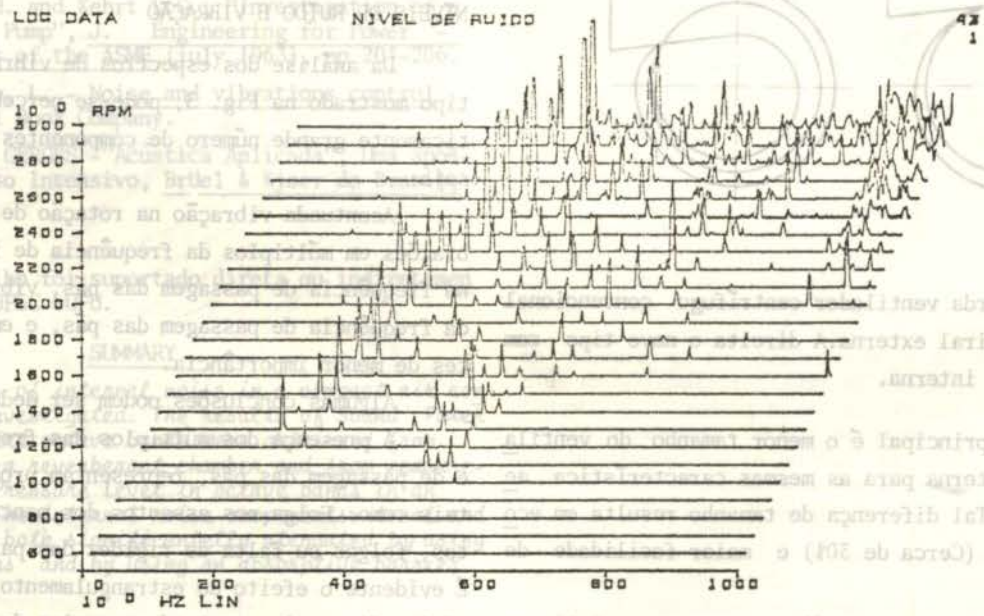


Figura 4. Espectro de nível de ruído do ventilador de espiral interna – Medidas em campo livre.

46,6 x 9 pás = 420 Hz e seus múltiplos 840 Hz, 1260 Hz, 1680 Hz. A diferença de ruído na região da frequência de passagem das pás chega a 17 dB e depois fica em torno de 10 dB nas oitavas superiores. Cumpre notar que os segundo e terceiro múltiplos estão contidos em uma mesma oitava, a de frequência central 1000 Hz, e o acréscimo de ruído é bem menor do que aquele provocado pela componente fundamental.

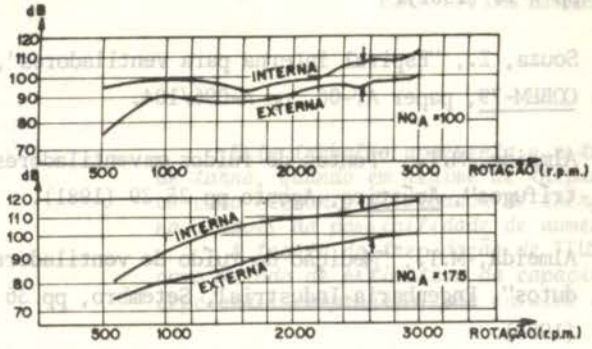


Figura 5. Evolução do nível do ruído com a rotação. As setas indicam os pontos experimentais de máximo rendimento.

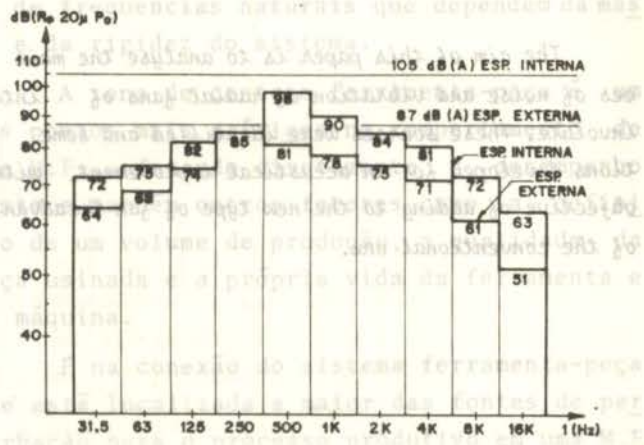


Figura 6. Espectro de frequência em faixas de oitavas para os ventiladores de espirais externa e interna.

As componentes de ruído foram atribuidas as:

a) Características acústicas do ambiente: Reverberação da sala de medidas, reverberação na câmara de pressão, ruído de fundo do freio eletrodinâmico e ruído de fundo do ventilador exaustor.

b) Ruído devido as fontes mecânicas: Desalinhamento, imperfeições no assento dos mancais e falta de rigidez da base.

c) Ruído aerodinâmico: No fluxo em torno das pás, nas superfícies internas e externas do rotor, nas superfícies internas da espiral e no interior da espiral.

Na Fig. 7 nota-se que a superfície externa do rotor do lado de sucção está confinada pela carcaça do ventilador com pequena folga. A turbulência nesta região atinge para cada rotação um estado estável e provoca um ruído, semelhante aos ventiladores de espiral externa. Nos ventiladores de espiral interna, uma parte da face posterior do rotor fica fora do labirinto durante a maior parte do giro. Quando o rotor passa pelo duto de saída, as condições de turbulência são alteradas bruscamente pois a face do rotor mergulha totalmente no labirinto. Como as faces do rotor são praticamente lisas o ruído gerado é contínuo e aparece em banda larga.

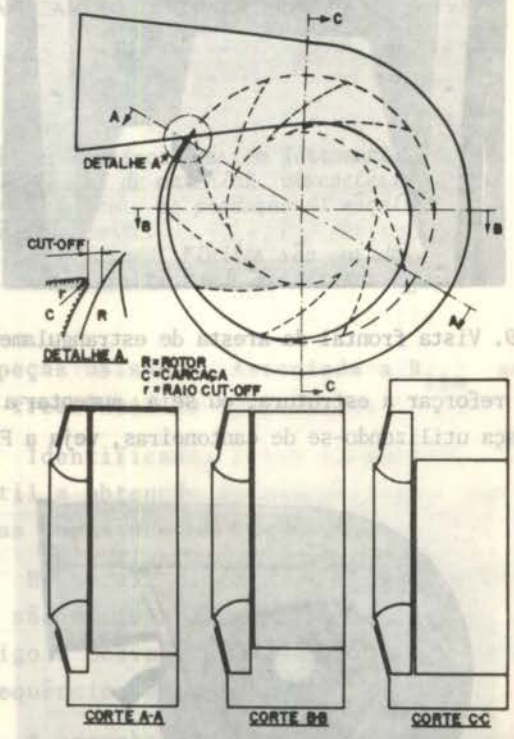


Figura 7. Detalhes do ventilador centrífugo de espiral interna.

Pode-se notar durante os ensaios que nas proximidades do estrangulamento (cut-off), veja Fig. 7, a espiral tem seção muito alongada e o fluxo de ar sendo forçado a passar por este estreitamento gera um ruído semelhante a um apito de grande intensidade. Este é o maior agravante em termos de potência sonora.

CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS

Para abaixar os níveis de vibração a ruído desses ventiladores resolveu-se:

- mudar a folga no estrangulamento mostrado na Fig. 8.

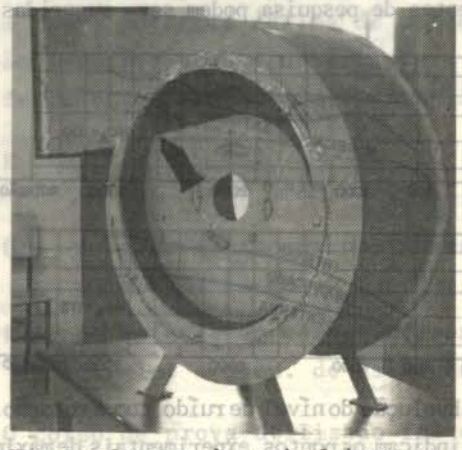


Figura 8. Estrangulamento da espiral interna.

- inclinar a aresta do estrangulamento, bem como aplicar um raio de concordância na aresta - mostrada na Fig. 9.

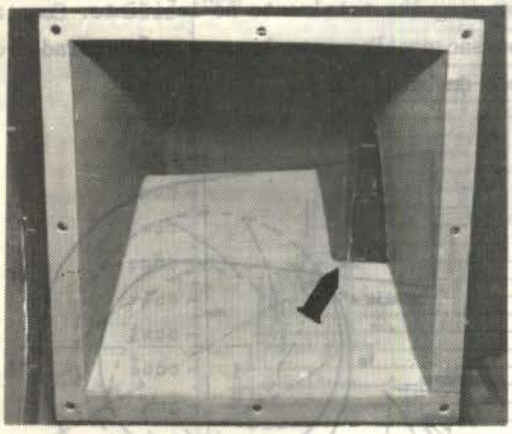


Figura 9. Vista frontal da aresta de estrangulamento

- reforçar a estrutura, ou seja, aumentar a rigidez da carcaça utilizando-se de cantoneiras, veja a Fig. 10.

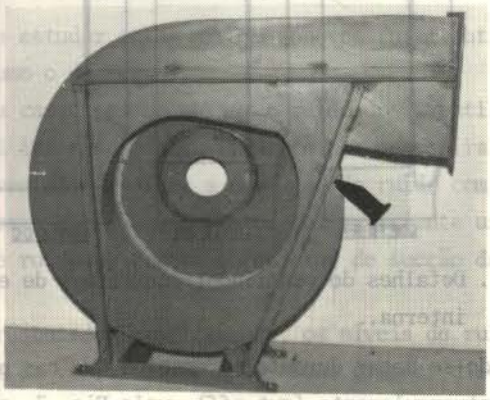


Figura 10. Reforços na carcaça do ventilador.

Após essas modificações foram repetidos todos os testes [5]. Os resultados foram excelentes, ou seja, os níveis de vibração e ruído cairam bastante. Esses resultados comparativos podem ser vistos na Fig. 11. Em termos gerais conclui-se que a espiral interna substitui com vantagens as espirais externas. A concepção da espiral interna é revolucionária no campo de ventiladores e como tal, várias frentes de pesquisa podem ser sugeridas [6].

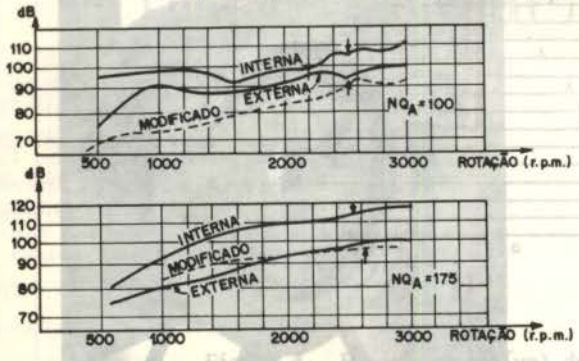


Figura 11. Evolução do nível de ruído com a rotação. As setas indicam os pontos experimentais de máximo rendimento.

REFERÊNCIAS

[1] Almeida, M.T., "Relatório de pesquisa sobre ventiladores centrífugos de espirais internas", financiamento FINEP - 1984 - Itajuba - MG.

[2] Souza, Z., Almeida, M.T., "Reduction in size of centrifugal Fans", The heating vent. Engineer, Sept pp 7-10 (1981).

[3] Souza, Z., "Espiral interna para ventiladores", - COBEM-79, paper AT-06, pp A-096/104.

[4] Almeida, M.T., "Fontes de ruídos em ventiladores centrífugos", Acústica, Agosto pp 25-29 (1981).

[5] Almeida, M.T., "Medição do ruído de ventiladores em dutos", Engenharia Industrial, Setembro, pp 36 - 42 (1980).

[6] Hawes, S.P. "Modern Fan Technology", Automot. Engs, pp. 15-17 (1976).

SUMMARY

The aim of this paper is to analyse the main sources of noise and vibration of radial fans of internal involute. These sources were identified and some solutions developed for an accustical improvement, with the objective of adding to the new type of fan the advantages of the conventional one.

AMORTECIMENTO DE VIBRAÇÕES EM FERRAMENTAS DE TORNO COM AUXÍLIO DE POLÍMETROS VISCOELÁSTICOS

A.J.V. PORTO
J. LIRANI
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS – USP

SUMÁRIO

Este trabalho apresenta o estudo da aplicação de amortecedores em ferramentas de torno, quando em regime de trepidação, com a utilização de material viscoelástico como elemento dissipador de energia. É demonstrado o ganho de produção da máquina através da possibilidade de aumento nas condições de corte.

A teoria da trepidação de TLUSTY e o Método dos Elementos Finitos são usados como método de estimativa da capacidade máxima de corte, apresentando resultados excepcionais comprovados por ensaios experimentais.

INTRODUÇÃO

O sistema elástico de uma máquina ferramenta (M.F.) quando solicitado dinamicamente apresenta no espectro da resposta um conjunto de frequências naturais que dependem da massa e da rigidez do sistema.

A zona de contato ferramenta-peça é um dos pontos mais críticos no comportamento de uma M.F., afetando diretamente o desempenho desta e também outros fatores como a definição de um volume de produção, a qualidade da peça usinada e a própria vida da ferramenta e da máquina.

É na conexão do sistema ferramenta-peça que está localizada a maior das fontes de perturbação para o processo produtivo em uma M.F. ou seja, as vibrações geradas pela mecânica do processo de corte.

Um outro fator que torna crítica a zona de contato ferramenta-peça, é o fato de ser nessa região onde parte da energia utilizada pelo processo de corte é realimentada para a estrutura da M.F.

A profundidade (ou largura) de corte(B) em uma operação de usinagem está entre os principais fatores influentes na instabilidade dinâmica ou trepidação. A identificação de valores limites (B_{lim}) de tal fator determina o limiar da trepidação, e conduz à definição da máxima produtividade da M.F.. Quando ocorre a trepidação o processo de corte excita grandemente o sistema elástico alterando completamente o comportamento da M.F., elevando os níveis de tensões nos elementos estruturais e diminuindo o volume de produção e a qualidade das peças usinadas. Associada a B_{lim} acha-se ω_{lim} frequência de trepidação.

Identificados estes parâmetros, torna-se útil a obtenção de dispositivos que reduzam as amplitudes das vibrações.

Em geral, dispositivos de absorção dinâmica são muito aplicados, no entanto, trazem consigo a desvantagem de exigirem a sintonia à frequências específicas.

A engenharia de materiais, no entanto, fornece materiais que possuem a vantagem de executarem absorção de energia de um sistema vibratório em largas faixas de frequências. Tais materiais são classificados como polímeros viscoelásticos e a sua aplicação tem sido bastante promissora em todas as áreas de controle de vibrações e ruídos.

ESCOLHA DOS PARÂMETROS

O parâmetro de controle utilizado foi o B_{lim} ou seja a profundidade máxima de corte em regime estável pois ela é diretamente relacionada com a potência máxima de corte e com a função transferência Φ da estrutura da máquina ferramenta, segundo J. Tlusty [2].

$$R \cdot B_{lim} = -\frac{1}{2 \cdot G_{min}} \qquad (1)$$

onde: G_{min} = Valor mínimo da parte real de Φ (m/Kgf)

R = coeficiente de corte referente ao material e cond. de usinagem(Kgf/m^2)

O corpo de prova utilizado foi um eixo com L/D = 2,5 (L = comprimento, D = diâmetro).

preparado com conicidade de 4° e acabamento de retífica mole, o material utilizado foi o aço 1045, e é apresentado na Figura 1.

As condições de usinagem utilizadas foram escolhidas de maneira a propiciar o surgimento da trepidação, com um mínimo de gasto de material |4|.

- Avanço = 0,06 mm/volta
- Rotação = 460 rpm
- Prof. corte = iniciando nula e aumentando até a trepidação, por usinagem paralela ao eixo do corpo de prova.
- Ferramenta:
  . suporte - $T_{máx}$ - 1919 - Sandivik
  . pastilha - T_{pun} 160 308 - Sandivik. 135 P35 022
- Refrigerante - sem refrigerante
- Usinagem com uso de contraponto.

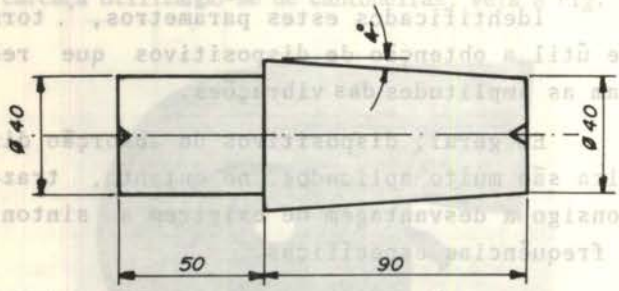


Figura 1 - Corpo de Prova

DESENVOLVIMENTO DOS AMORTECEDORES

O desenvolvimento do amortecedor pretendeu definir um dispositivo que fosse o mais simples possível e que não acaretasse para o seu uso a necessidade de se modificar a máquina-ferramenta.

A alternativa encontrada foi um elemento do tipo compressão, ver figura 2, fixado entre a ponta da ferramenta e a parte superior a torre porta-ferramentas.

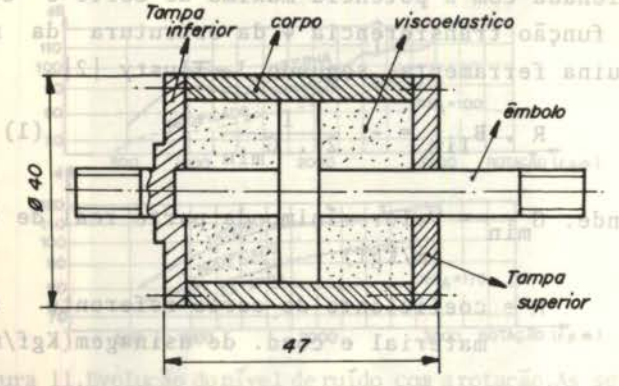


Figura 2 - Amortecedor do Tipo Compressão

Os materiais viscoelásticos utilizados foram: o silicone e o poliuretano, cujas características são descritas na Tabela 1.

MATERIAL	FATOR DE PERDA MÁXIMO	FAIXA DE ATUAÇÃO (Hz)	TEMPERATURA IDEAL DE TRABALHO
Silicone	0,35	100 - 1000	20°
Poliuretano 40 SHORE A	1,8	10 - 10000	25°
Poliuretano 60 SHORE A	1,0	10 - 10000	20°

Tabela 1 - Características dos viscoelásticos utilizados

RESULTADOS DOS ENSAIOS

Os ensaios foram realizados em 50 corpos de prova, em um torno NARDINI TIPO MASCOTE - 350 no Laboratório de Máquinas Ferramentas (LAMAFE), e a frequência de trepidação foi calculada para cada ensaio pelo método de análise dos picos de ondulação |6|.

$$f = \frac{16,7 \cdot V}{\ell} \quad |c/seg|$$

onde:

V = velocidade de corte (m/min)

ℓ = distância entre marcas de trepidação (mm)

O resultado dos ensaios é apresentado na tabela 2, onde; L é o comprimento de corte usinado até o início da trepidação, B_{lim} é a profundidade de corte no comprimento L e ω é a frequência de trepidação calculada no corpo de prova. A primeira frequência natural do torno, foi determinada por um ensaio de excitação harmônica como sendo de 115 Hz.

MATERIAL VISCOELÁSTICO	COMPRIMENTO DE CORTE L (mm)	B_{lim} (mm)	FREQUÊNCIA TREPIDAÇÃO ω (Hz)	PORCENTAGEM DE VARIAÇÃO DE B_{lim}
Sem amortecedor	40	2,096	107	100%
Silicone	42,3	2,217	115	+105,7%
Poliuretano 60 SHORE A	50	2,620	115	+125%
Poliuretano 40 SHORE A	52,5	2,751	92	+131,2%

Tabela 2 - Resultados dos Ensaios de Corte

MATERIAL	AVANÇO mm/V	ROTAÇÃO rpm	VELOCIDADE DE CORTE m/min	COMPRIMENTO DE CORTE L (mm)	B_{lim} (mm)	PERCENTUAL DE VARIAÇÃO %
Poliuretano 40 SHORE A	0,06	60	7,54	90,0	4,717	Comprimento total do corpo de prova
Sem amortecimento				90,0	4,717	
Poliuretano 40 SHORE A	0,06	170	21,36	49,9	2,615	29%
Sem amortecimento				38,6	2,023	
Poliuretano 40 SHORE A	0,06	460	57,80	52,5	2,751	31%
Sem amortecimento				30,8	2,096	
Poliuretano 40 SHORE A	0,06	1310	164,62	30,8	1,577	51%
Sem amortecimento				19,9	1,043	

Tabela 3 - Ensaio com variação da velocidade de corte

Após comprovada a validade de adição de amortecimento na ferramenta, como demonstra o ganho de 31,2% na capacidade de corte do torno, novos ensaios de corte foram realizados, desta vez variando-se a velocidade de corte, com a finalidade de se determinar o comportamento do amortecedor nas várias condições de trabalho que normalmente são utilizadas. O resultado destes ensaios são apresentados na Tabela 3.

Ao se analisar os resultados da Tabela 3, em termos de produtividade, verifica-se que na faixa de velocidade de 150 m/min, condição normal em operações de torneamento de desbaste e portanto uma condição de corte muito utilizada, obteve-se um ganho de 50% na capacidade de corte da máquina. Isto, com a utilização de um equipamento extremamente simples e de fácil manuseio, pois não precisa ser sintonizado, e de custo muito baixo.

MÉTODO DE ESTIMATIVA DA CAPACIDADE MÁXIMA DE CORTE

A estimativa da capacidade máxima de corte de uma máquina pode ser obtida com a definição do valor B_{lim} como condição máxima de corte no limiar da trepidação |2|.

A equação 1 mostra a relação de B_{lim} com dois outros parâmetros; R e G_{min}. O Parâmetro R é uma constante experimental cujos valores foram obtidos por Tlusty |2| e o parâmetro G_{min} é o maior valor negativo da parte real da função transferência da estrutura da máquina.

Para a determinação do valor teórico de G_{min} é utilizado o método dos Elementos Finitos.

Inicialmente é feita uma modelagem completa da máquina e são determinados os modos e as frequências naturais. Posteriormente é considerado o amortecimento, determinando-se então a resposta em frequência da estrutura, cuja parte real levará ao valor G_{min} desejado. Estes procedimentos utilizam-se do pacote de programas disponível no LAMAFE |8|.

Com este método, pode-se simular a atuação de amortecedores e verificar a sua influência na capacidade de corte da máquina, analisando as características abaixo descritas;

- tipo de amortecedor
- valores de amortecimento
- pontos de aplicação e posição do amortecedor .

Pode-se também determinar as características de trabalho (B_{lim}) de qualquer máquina ferramenta, ainda na fase de projeto.

Realizaram-se os testes do método proposto com a modelagem do torno com 112 elementos e 81 nós, e os resultados foram comparados com os ensaios de corte, como pode ser visto na Tabela 4.

		B_{lim} (mm)	VARIAÇÃO PERCENTUAL B_{lim}	FREQUÊNCIA NATURAL (Hz)
Sem Amortecedor	valores teóricos calculados	1,920	9%	95
	valores reais medidos	2,096		105
Com Amortecedor	valores teóricos calculados	2,350	11%	95
	valores reais medidos	2,620		105

Tabela 4 - Comparação dos valores teórico e reais.

Os valores da Tabela 4 mostram que a diferença máxima de 10% do valor estimado de B_{lim} para com o valor real, indicam que o método utilizado é uma potentíssima ferramenta de projeto de máquinas-ferramentas.

BIBLIOGRAFIA

|1| TOBIAS, S.A. - Vibraciones em Máquinas herramientas. Bilbao, Ediciones Urmo, 1972.

|2| TLUSTY, J. - Some Applications of Shock Excitation Technique in Machine Tool Structure Analysis. North American Metal work Research Conf. Proc. Hamilton, Ont., Mac Master Univ., May 14-15, 1973.

|3| LEWIS, F.M. - The Extended Theory of the Viscous Vibration Damper. Journal of Applied Mechanics, Sept., 1955.

|4| RAHMAN, M. & ITO, Y. - A Method to Determine the Chatter Threshold. MTIRA.

|5| Contributions to Machine - Tool Chatter Research. Nºs 1, 2, 3 e 4. Transactions of the ASME, 1965.

|6| KOENIGSBERGER & TLUSTY - Machine Tool Structures. Pergamon Press, 1970. Vol. 1.

|7| LAZAN, B.J. - Damping of Materials and Members in Structural Mechanics. Pergamon Press, 1968.

|8| PORTO, A.J.V. - Amortecimento da Vibrações em Ferramentas de Torno com o Auxílio de Polímeros Viscoelásticos, EESC-USP, 1984.

SUMMARY

This paper presents an application of dampers in lathe tools, submitted to chatter conditions, by using viscoelastic material as damping element. The gain in terms of production of the machine tool through better cutting conditions is also shown.

TLUSTY's chatter theory and the Finite Element Method are used for the calculation of the maximum cutting capacity, which is compared with experimental data.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

MANUTENÇÃO PREVENTIVA: UM ESTUDO SOBRE O MÉTODO DA CURTOSE

LUIZ GONZAGA MARTINS
FACULDADE DE ENGENHARIA DE JOINVILLE — FEJ
SAMIR N.Y. GERGES
DEM/UFSC

Sumário

Neste trabalho se faz um estudo sobre o Método da Curtose para detecção de defeitos em rolamentos. Apresenta-se um modelo matemático simplificado para o sinal de vibrações medido sobre um rolamento, a partir do qual a curtose do sinal é relacionada com parâmetros da montagem e características do defeito porventura existente. Em seguida é feita uma simulação do sinal em um computador com o objetivo de checar a correção das expressões obtidas. Finalmente, resultados exprimentais são comparados com os teóricos e é proposto um método alternativo para detecção de defeitos em rolamentos.

INTRODUÇÃO

Na manutenção convencional, o intervalo de vistorias deve ser escolhido bem menor do que o tempo médio entre as falhas [1]. No caso de rolamentos, eles são simplesmente substituídos periodicamente em uma destas vistorias, para evitar paradas não programadas. Devido à grande dispersão na expectativa de vida e o grande número destes elementos existentes nas máquinas, um número significativo de peças ainda em bom estado é substituído, o que implica um desperdício considerável. Além disso, há sempre a chance de uma falha inesperada entre as paradas para manutenção, acarretando risco para o maquinário e até mesmo para o pessoal de operação, em alguns casos.

A aplicação do monitoramento das condições de operação do maquinário além de permitir o aproveitamento de toda a vida útil dos rolamentos, apresenta as seguintes vantagens:

- Elimina a possibilidade da introdução de falha humana nas paradas para manutenção em máquinas que vêm funcionando bem e estão em perfeitas condições;
- A possibilidade de previsão de falhas permite que o pessoal de manutenção seja preparado antecipadamente;
- Redução de capital empatado em peças de reposição, já que a previsão de falhas possibilita saber-se da necessidade de determinada peça com antecedência suficiente.

Ha informações de que se apenas 2000 empresas Britânicas implantassem tais sistemas, haveria uma economia anual de 180.000.000 de libras esterlinas contra um investimento e custo operacional de 30.000.000[2]. No caso de rolamentos, o retorno de capital é sobremodo significativo, motivando estudos específicos. Dyer e Stewart [3] estudaram a técnica da curtose, estudo este que serviu de base para a construção de um aparelho para detecção de falhas em rolamentos [4].

Neste trabalho procura-se estudar o comportamento da curtose ou quarto momento estatístico central normalizado pela quarta potência do desvio padrão do sinal de vibrações (aceleração), medido sobre um rolamento.

A partir de um modelo matemático simplificado, propoe-se uma modificação no coeficiente de curtose, capaz de detectar defeitos em rolamentos utilizando-se apenas equipamentos comuns em laboratório de vibrações [5]. Os testes foram conduzidos em uma montagem simples. Um passo seguinte será aplicação do método em situações em que o ruído de fundo no sinal seja significativo.

MODELAMENTO MATEMÁTICO

Curtose em função de Parâmetros do Sistema. Um modêlo simplificado do sinal medido sobre um rolamento com um defeito localizado (não distribuido) nas pistas ou elementos rolantes de um rolamento, $y(t)$, pode ser descrito por uma sequência de pulsos gerados pelo defeito é descrito pela Equação (1) [6], somados a um ruído aleatório, $r(t)$, gerado pelo contato das superfícies em boas condições.

$$x(t) = \sum_{j=1}^{\infty} A e^{-\alpha(t-jT_k)} \operatorname{sen}\omega(t-jT_k) U(t-jT_k) \qquad (1)$$

onde A é a amplitude dos pulsos, α é o amortecimento modal da estrutura, ω é a freqüência dominante da estrutura, T_k é a taxa de repetição dos pulsos e U é a função degrau unitário.

A curtose de $y(t)$, ou seja, o quarto momento estatístico central de $y(t)$, normalizado pela quarta potência do seu desvio padrão é definido como [3]

$$K_y = \lim_{T\to\infty} \left(\frac{1}{T\sigma^4} \int_0^T (y(t)-\bar{y})^4 dt \right) \qquad (2)$$

onde T é o comprimento da amostra de $y(t)$ (duração), $\bar{y}$ é a média de $y(t)$ e σ é o desvio padrão de $y(t)$.

Demonstra-se [5] que a curtose da soma de duas variáveis $x(t)$ e $r(t)$ é dada por

$$K_{y=K_{x+r}} = \frac{\mu_x^4 + \mu_y^4 + 6V_x V_r}{(V_x + V_r)^2} \qquad (3)$$

onde μ^4 é o quarto momento central e V é a variância σ^2.

Demonstra-se [5] que, para $x(t)$ e $r(t)$ conforme definidos anteriormente, com boa aproximação

$$K_y = 3 + \frac{K_x - 3}{(1+V_r/V_x)^2} \qquad (4)$$

$$K_x = 1.5\alpha T_k \qquad (5)$$

e

$$V_x = A^2\omega^2 / 4\alpha T_k(\alpha^2+\omega^2) \qquad (6)$$

A figura (1) mostra a variação teórica de K_y em função da rotação para alguns valôres de A e α, com ω = 7800 rad/seg., que é a freqüência dominante.

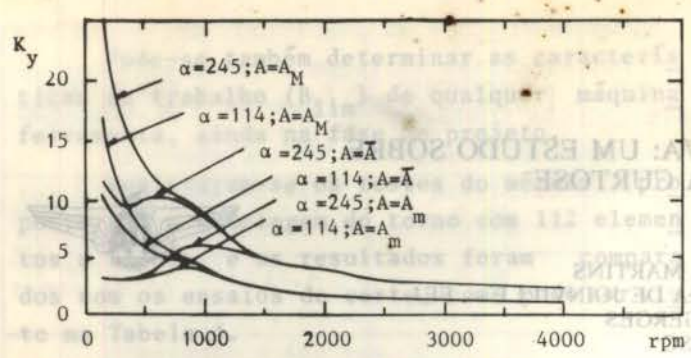


Fig.1- Variação de K_y em função da Rotação; A_M, A e A_m as amplitudes máximas, média e mínima medidas.

Teste do Modêlo . Para se verificar a validade das simplificações que foram necessárias para a obtenção das expressões (5) e (6), foi feita uma simulação do sinal y(t) no processador de sinais HP-5451C, calculando-se a curtose do sinal através de um programa que usa a definição da equação (2). A Figura (2) mostra os resultados obtidos para ω= 22000 rad/seg. para diferentes valôres de α e T_k. Os pontos sobre as curvas são os resultados obtidos através da equação (4).

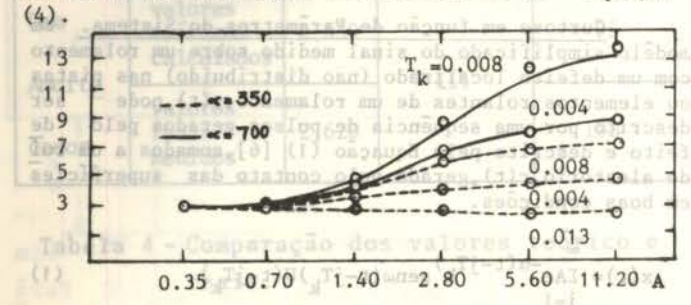


Fig.2 - Variação de K_y em função da Amplitude.

Discussão do Modêlo. Dyer e Stewart [3] fizeram pesquisas que culminaram na confecção de um aparelho para detecção de defeitos em rolamentos [4] baseado no comportamento da curtose do sinal medido sobre o rolamento .Demonstra-se que a curtose do sinal do rolamento sem defeito esta em torno de 3.0 [5].Com o aparecimento do defeito, K_y tende a crescer, constituindo assim um parâmetro para se detectar o defeito. Outros parâmetros como o nível rms e pico das vibrações também crescem.Entretanto, o primeiro parâmetro que varia é exatamente a curtose [3,7], daí sua vantagem.Entretanto, a Figura (1) mostra que K_y depende de T_k, a taxa de repetição dos pulsos, que é diretamente proporcional à rotação, ou o número de defeitos adjacentes, já que dois defeitos produzirão dois pulsos no mesmo tempo em que um defeito produz um pulso. Assim, para dois defeitos, T_k fica reduzido a metade, diminuindo o valôr de K_y Estas conclusões puderam ser verificadas em medições preparadas com este objetivo e que serão relatadas adiante, onde o valor de K_y chega a valôres próximos de 3.0 (três), que é o valor esperado para o caso de rolamento em bom estado.

A diminuição do valor da curtose do sinal medido em uma faixa ampla de freqüências, para um defeito extenso, pode ser notada nas referências [3-4], ainda que não explicadas.

Método Alternativo. O método de avaliação das condições do rolamento proposto por Dyer e Stewart [3] baseia-se na medição da curtose do sinal filtrado em várias faixas de freqüências .A forma da curva de K_y versus faixa de freqüência é que indicará a condição do rolamento [4].Neste trabalho será mostrado que uma maneira alternativa mais simples consiste na medição de um outro parâmetro K_1 dado por

$$K_1 = K_y . rms \qquad (7)$$

onde rms e o valor raiz média quadrática do sinal y(t), concomitantemente com a medição de K_y.A proposição acima se justifica pelo seguinte fato: a afirmação de que, para um rolamento em bom estado, K_y esta em torno de 3.0 é correta mas a recíproca não é verdadeira, conforme se afirmou acima. Sob certas condições, um rolamento defeituoso pode apresentar valôres de curtose também em torno de 3.0 . Em contrapartida, o parâmetro K_1 conforme definido acima, será sempre maior em um rolamento com defeito que em um rolamento em bom estado (ver Figura (7)). Surge a seguinte pergunta: porque não usar somente K_1? A resposta esta no fato de que K_1 tem uma variância muito maior que K_y, o que o torna inadequado para a detecção de um defeito incipiente. Em outras palavras, um defeito bastante pequeno é capaz de provocar uma mudança sensível em K_y, mas a mudança verificada em K_1 estará dentro da faixa esperada de um rolamento em bom estado.

MEDIÇÕES E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Para a confirmação das conclusões teóricas foram feitos dois tipos de experimentos conduzidos em um banco de teste simples mostrado na Figura (3) com a cadeia experimental completa mostrada na Figura (5). Na Figura (4) esta mostrado num diagrama de bloco os detalhes principais da Figura (5).

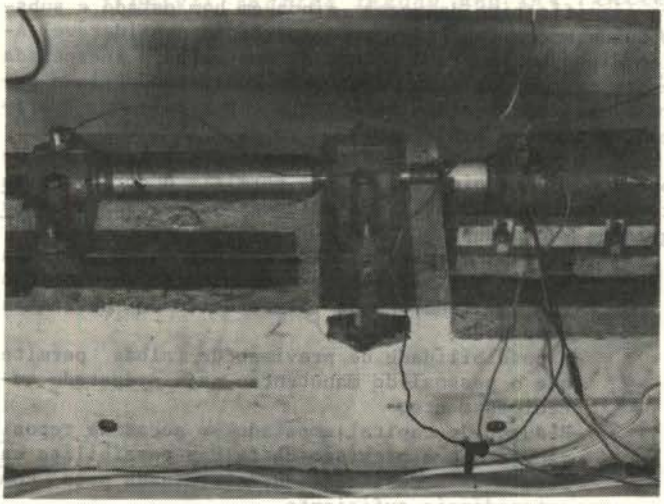


Fig.3- Banco de Testes

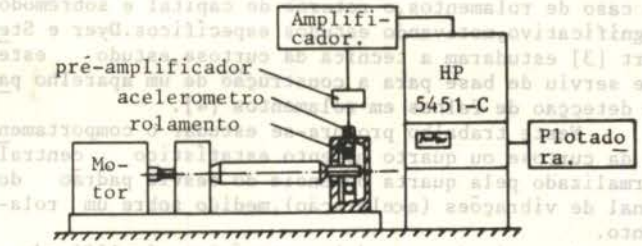


Fig.4- Cadeia Principal de Instrumentação



Fig.5- Vista Geral do Sistema de Medição

O primeiro experimento consistiu na medição dos parâmetros K_y e K_1 para uma rotação fixa de 1000 rpm nas cinco seguintes situações: rolamento novo, rolamento com 1,2,4 e 8 defeitos, colocados na pista externa do rolamento. Os resultados deste experimento estão mostrados na Figura (6). O segundo experimento foi feito medindo-se os mesmos parâmetros para um defeito na pista externa, variando-se a rotação. Os resultados são mostrados na Figura (7).

A título de comparação, a Figura (8) mostra a faixa teórica que compreende os resultados experimentais, limitada por duas curvas obtidas com a equação (4). Os parâmetros A, α, ω, V_r e T_k foram medidos para as condições de teste. A necessidade de se representar uma faixa em vez de uma curva teórica decorre do fato de que parâmetros como α, A e T_k para um sinal real (não simulado) são de determinação bastante incerta. Com cerca de 90% de probabilidade, a curva teórica do sistema de medição usado esta dentro da faixa mostrada [5]. Conforme se pode ver nas Figura (5) e (6), o parâmetro K_1 é crescente com o número de defeitos e com a rotação.

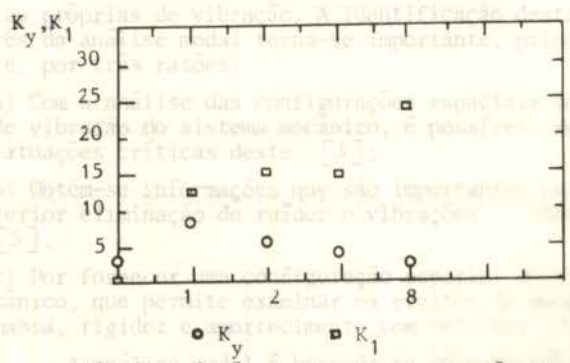


Fig.6-Variação de K_y e K_1 em função do número de defeitos.

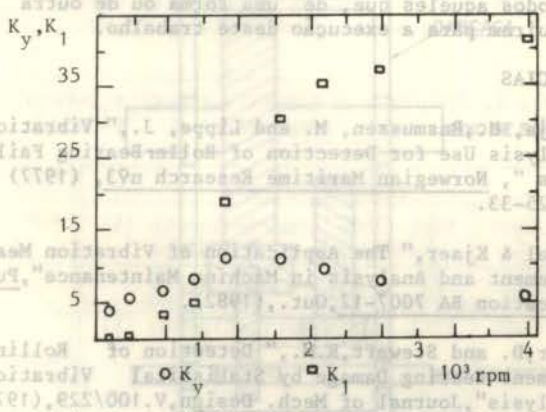


Fig.7- Variação de K_y e K_1 em função da rotação.

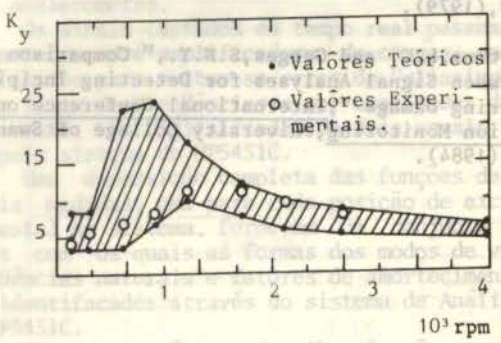


Fig.8- Faixa Teórica e Resultados Experimentais.

CONCLUSÕES

1. Como parâmetro absoluto, a curtose K_y do sinal medido sobre um rolamento não é segura para informar acerca de suas condições;
2. O parâmetro K_1, se usado concomitantemente com K_y, prove um método para se obterem informações sobre o estado de rolamentos em montagens relativamente simples;
3. O modêlo matemático desenvolvido, a despeito de sua simplicidade serve para descrever o comportamento da curtose do sinal medido sobre um rolamento, tanto que foi a partir dele que se propôs uma modificação na curtose para mais seguramente usá-la na detecção de defeitos em rolamentos;
4. Sem se recorrer a importação de aparelhos específicos para este fim, de posse de um processador de sinais e de outros aparelhos comuns em um laboratório de vibrações, pode-se projetar um sistema de monitoramento de rolamentos eficiente para sistemas relativamente simples baseado na medição periódica de K_y e K_1 do sinal de vibraçoes medido sobre os rolamentos.

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de manifestar seus mais efusivos agradecimentos ao CNPq pelo suporte financeiro e à SKF do Brasil pelo fornecimento de rolamentos para os testes. Ainda, são merecedores de reconhecimento todos aqueles que, de uma forma ou de outra, contribuiram para a execução deste trabalho.

REFERÊNCIAS

[1] Engja, H., Rasmussen, M. and Lippe, J., " Vibration Analysis Use for Detection of Roller Bearing Failures ", Norwegian Maritime Research nº3, (1977), p. 25-33.

[2] Brüel & Kjaer," The Application of Vibration Measurement and Analysis in Machine Maintenance", Publication BA 7007-12, Out., (1982).

[3] Dyer, D. and Stewart, R.M.," Detection of Rolling Element Bearing Damage by Statistical Vibration Analysis", Journal of Mech. Design, V.100/229, (1978)

[4] The Kurtosis Method for Detection of Bearing Damage, Technical Bulletin.

[5] Martins, L.G., "Detecção de Defeitos em Rolamentos Através do Processamento e Análise de Sinais de Vibrações ", Dissertação de Mestrado, UFSC, (1985).

[6] Braun, S. and Datner, B., "Analysis of Roller / Ball Bearing Vibration", Journal of Mech. Design, V.101/119, (1979).

[7] Martins, L.G. and Gerges, S.N.Y.," Comparison Between Signal Analyses for Detecting Incipient Bearing Damage ", International Conference on Condition Monitoring, University College of Swansee, UK, (1984).

SUMMARY

This work presents a study on the Kurtosis Method for detection of bearing damage. A simplified model for the vibration signal generated by a damaged bearing is presented; a relationship between the Kurtosis coefficiente and the parameters of the system is established. A simulation on the HP 5451 C computer has been performed in order to check the validity of the mathematical assumptions. Measurements have been carried out and the experimental results have been compared with the theoretical ones. Finally an alternative parameter based on the Kurtosis coefficiente has been proposed for the detection of bearing damage.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

MANUTENÇÃO PREDITIVA DE ENGRENAGENS: ANÁLISE MODAL E SIMULAÇÃO DO SINAL DE VIBRAÇÕES — PARTE I.

NICODEMUS N. DA COSTA LIMA
SAMIR N.Y. GERGES
RENAN R. BRAZZALLE
DEPTO. DE ENGENHARIA MECÂNICA, UFSC

SUMÁRIO

Este trabalho é o primeiro de uma série de publicações sobre análise de vibração com o objetivo de diagnosticar falhas em engrenagens. São apresentadas as freqüências naturais, modos de vibração e amortecimento de um redutor de velocidades, medidos no HP5451C. Também, é desenvolvido um modelo matemático do sinal de vibração gerado em um engrenamento e é apresentada a sua simulação. Este modelo permite análise no domínio de tempo, freqüência e cepstral.

INTRODUÇÃO

Em virtude da impossibilidade de se fabricar componentes mecânicos isentos de imperfeições e de se executar montagens absolutamente perfeitas, as máquinas ficam sujeitas a vibrações.

No processo de transformação de energia em trabalho útil, além das forças que participam do processo, surgem outras devidas às imperfeições mecânicas. Estas, por sua vez, irão provocar vibrações e/ou ruído que fornecem indicação da condição de funcionamento da máquina. Portanto a medição e análise de sinal de vibração é uma ferramenta poderosa para detectar e diagnosticar falhas antecipadamente.

Em indústrias que possuem equipamentos caros e de grande porte, a manutenção corretiva é mais dispendiosa do que a manutenção preventiva. Nesta, o intervalo de tempo entre reparos baseia-se em dados estatísticos, o que tem sido questionado nos últimos anos [1,2]. Se for desejada uma boa comfiança para o período de tempo entre reparos, este deverá ser menor do que o intervalo de tempo entre falhas [2]. Assim, um grande número de reparos desnecessários serão executados em máquinas que poderiam ser mantidas em operação por longo tempo. O método ideal será fazer a manutenção preditiva em intervalos irregulares dependendo das condições reais da máquina. A medição e análise do sinal de vibração e/ou ruído são considerados a chave de tal sistema de manutenção [2]. Entre os componentes de máquinas a serem monitorados, encontram-se as engrenagens.

ANÁLISE MODAL

Todos os sistemas mecânicos possuem características próprias de vibração. A identificação destas através da análise modal torna-se importante, principalmente, por três razões:

a) Com a análise das configurações espaciais dos modos de vibração do sistema mecanico, é possível determinar situações críticas deste [3];

b) Obtém-se informações que são importantes para a posterior eliminação de ruídos e vibrações indesejáveis [3];

c) Por fornecer uma configuração espacial do sistema mecânico, que permite examinar os efeitos da mudança de massa, rigidez e amortecimento com detalhes [3].

A análise modal é baseada na determinação e processamento das funções de transferências obtidas através de medições das excitações e das respostas [4].

Isto é conseguido discretizando o sistema em um número de elementos, de tal maneira que estes representem da melhor forma o sistema no espaço.

A figura 1 mostra o redutor de velocidades de engrenagens sobre o qual foram feitas as medições. As medições são executadas colocando-se um acelerômetro em um ponto fixo ou variando a sua posição no sistema em estudo. Este por sua vez é excitado com um martelo de impulso.

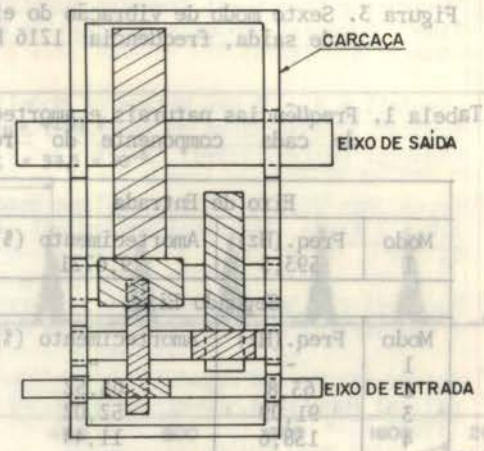


Figura 1. Redutor de engrenagens FALK 2050Y3 - B - 194

Ele produz uma excitação de banda larga a cada impacto. O sinal de excitação é captado por um transdutor de força colocado no martelo e a resposta do componente pelo acelerômetro.

Os sinais captados em tempo real passam simultaneamente por pré-amplificadores de cargas, em seguida por filtros para evitar-se erros de "aliasing" e definir a faixa de freqüências a ser analisada; daí, simultaneamente, são digitalizados em dois canais e processados pelo sistema do HP5451C.

Uma disposição completa das funções de transferência medidas, uma para cada posição de excitação (ou resposta) no sistema, fornecem um conjunto básico de dados com os quais as formas dos modos de vibração, freqüências naturais e fatores de amortecimentos podem ser identifacados através do sistema de Análise Modal do HP5451C.

Dois modos típicos de vibração são mostrados nas figuras 2 e 3. As freqüências naturais e fatores de amortecimento para cada componente estão apresentados na tabela 1.

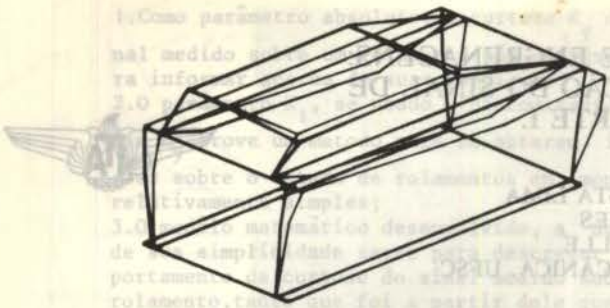


Figura 2. Primeiro modo de vibração da carcaça, vista (1,1,1), freqüência 25Hz

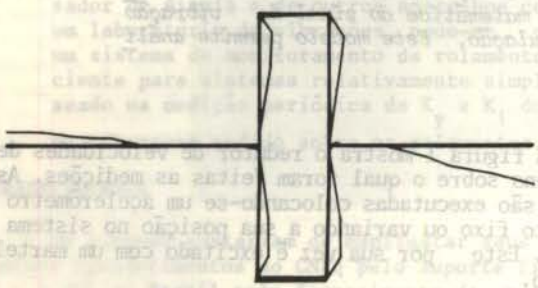


Figura 3. Sexto modo de vibração do eixo de saída, freqüência 1216 Hz.

Tabela 1. Freqüências naturais e amortecimento de cada componente do redutor.

Eixo de Entrada		
Modo	Freq. (Hz)	Amortecimento (%)
1	593,5	9,6721
Segundo Eixo		
Modo	Freq. (Hz)	Amortecimento (%)
1	-	-
2	63,8	65,52
3	91,09	52,02
4	138,6	11,44
5	686	61,16
6	785	13,04
Terceiro Eixo		
Modo	Freq. (Hz)	Amortecimento (%)
1	-	-
2	103	11,39
3	434	11,26
4	734	2,10
Eixo de Saída		
Modo	Freq. (Hz)	Amortecimento (%)
1	25	18,50
2	37,9	9,12
3	79,8	16,85
4	661	9,66
5	760	4,19
6	965	2,01
Carcaça		
Modo	Freq. (Hz)	Amortecimento (%)
1	25	18,50
2	37,9	9,12
3	79,8	16,85
4	661	9,66
5	760	4,19
6	965	2,01

MODELO MATEMÁTICO

Considera-se um engrenamento onde:

ω_o é a freqüência de engrenamento e
ω_1 é a freqüência de rotação da engrenagem em estudo [5].

O sinal de vibração gerado em um engrenamento pode ser representado em forma matemática por [6]:

$$f_x(t) = A_o \cos[\omega_o t + \beta \operatorname{sen}(\omega_1 t)] \qquad (1)$$

onde: A_o é a amplitude do sinal modulado no tempo e
β_o é o índice de modulação.

A equação (1) pode ser expandida na seguinte forma [7,8]:

$$f_x(t) = A_o\{J_o(\beta)\cos(\omega_o t) + J_2(\beta)\cos(\omega_o t + \omega_1 t) - J_1(\beta)\cos(\omega_o t - \omega_1 t) + J_2(\beta)\cos(\omega_o t + 2\omega_1 t) + J_2(\beta)\cos(\omega_o t - 2\omega_1 t)\} \qquad (2)$$

A equação (2) mostra um pico na freqüência de engrenamento (ω_o) e lóbulos laterais nas freqüências ($\omega_o \pm \omega_1$) e ($\omega_o \pm 2\omega_1$). A variação da amplitude dos lóbulos laterais podem ser utilizadas como um indicador da condição de funcionamento da engrenagem (ω_1) em estudo.

Para $\beta < 1$ a maioria das informações estão contidas nos dois primeiros pares de lóbulos laterais [5,10]. A transformada de Fourier da equação (2) (ver figura 4) é dada por:

$$F_x(\omega) = A_o J_o(\beta)\pi\delta(\omega-\omega_o) + A_o J_1(\beta)\pi\delta[\omega-(\omega_o+\omega_1)] - A_o J_1(\beta)\pi\delta[\omega-(\omega_o-\omega_1)] + A_o J_2(\beta)\pi\delta[\omega-(\omega_o+2\omega_1)] + A_o J_2(\beta)\pi\delta[\omega-(\omega_o-2\omega_1)] \qquad (3)$$

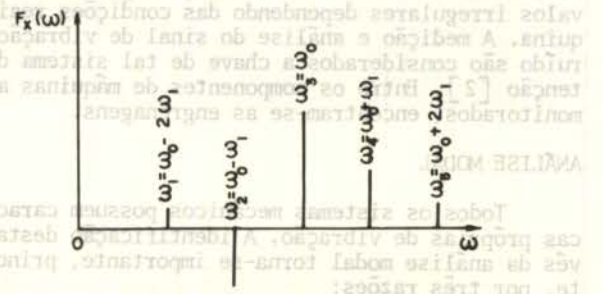


Figura 4. Representação gráfica da equação (3).

Uma das definições do cepstrum é dada por [10,12]:

$$C(\tau) = [\text{T.F.}\{\log F_{xx}(f)\}]^2$$

onde T.F. é a transformada de Fourier, e
$F_{xx}(f)$ é o espectro de potência do sinal no tempo $f_x(t)$,

isto é: $F_{xx}(f) = [\text{T.F.}\{f_x(t)\}]^2$

A variável independente, τ, do cepstrum, possui a mesma dimensão do tempo mas, é conhecida como quefrência (quefrency). Alta e baixa quefrências significam respectivamente pequeno e grande espaçamento entre os lóbulos laterais. A quefrência, τ, do pico no cepstrum de uma família de lóbulos laterais, é igual ao período do sinal modulado, e o seu inverso, $1/\tau$, será igual à freqüência da engrenagem em estudo [5,9]. A principal vantagem do uso do cepstrum, é que uma família de lóbulos laterais e harmônicos destes pode ser observada como um só pico (o primeiro) o que simplifica sensivelmente o monitoramento de tal sinal.

O cepstrum do sinal representado na equação (3) é dado por [11]:

$$C(\tau) = \{\Delta\{\cos(\omega_o - 2\omega_1)\tau + \cos(\omega_o - \omega_1)\tau + \cos\omega_o\tau + \cos(\omega_o + \omega_1)\tau + \cos(\omega_o + 2\omega_1)\tau\}\}^2 + \{\operatorname{sen}(\omega_o\tau) + \operatorname{sen}(\omega_o + \omega_1)\tau + \operatorname{sen}(\omega_o - \omega_1)\tau + \operatorname{sen}(\omega_o + 2\omega_1)\tau + \operatorname{sen}(\omega_o - 2\omega_1)\tau\}^2 \quad (4)$$

A figura 5 representa a equação (4) para $\beta = 0,8$.

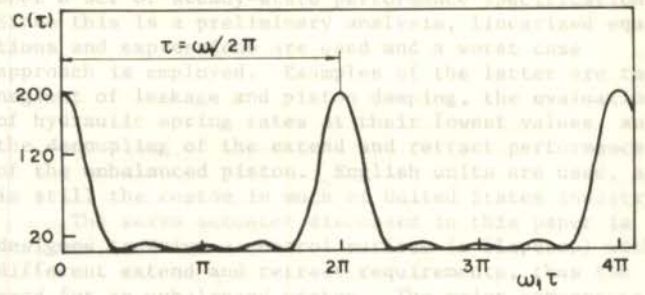


Figura 5. Representação gráfica do cepstrum, equação (4).

SIMULAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO

A equação (3) foi simulada no computador HP5451C com $\omega_o = 2\pi x359,3$ rad/seg e $\omega_1 = 2\pi x29,8$ rad/seg (ver figura 6.

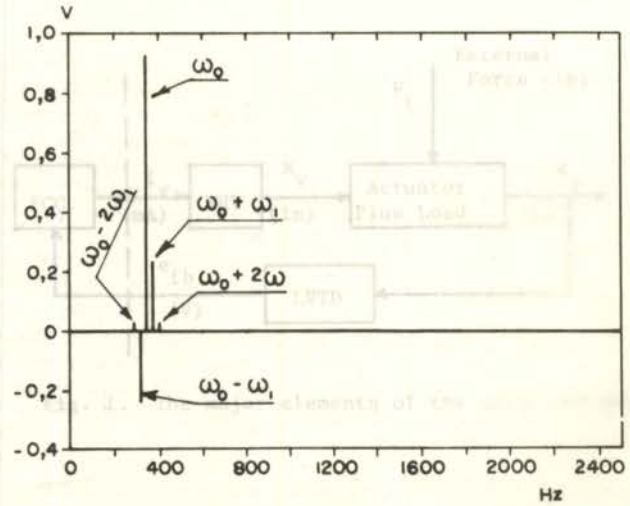


Figura 6. Espectro usado como dado de entrada

O sinal no tempo mostrado na figura 7 é obtido através da T.F.I. (transformada de Fourier inversa) do espectro mostrado na figura 6.

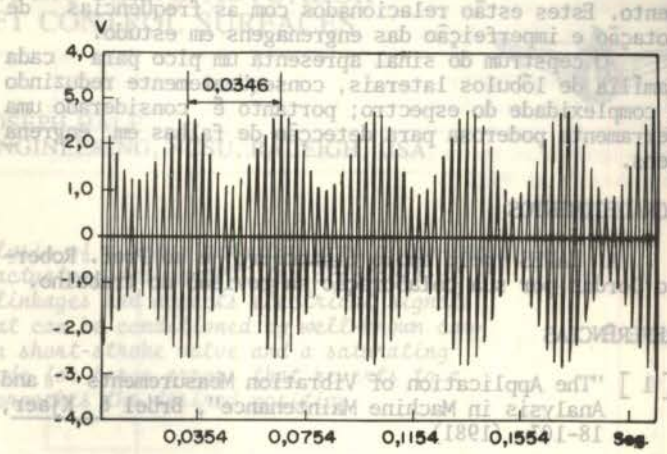


Figura 7. Sinal modulado no tempo

O cepstrum do sinal mostrado na figura 8 apresenta picos repetitivos de duração "τ" com amplitudes aproximadamente iguais. O primeiro pico pode ser usado para indicar a condição da engrenagem em estudo.

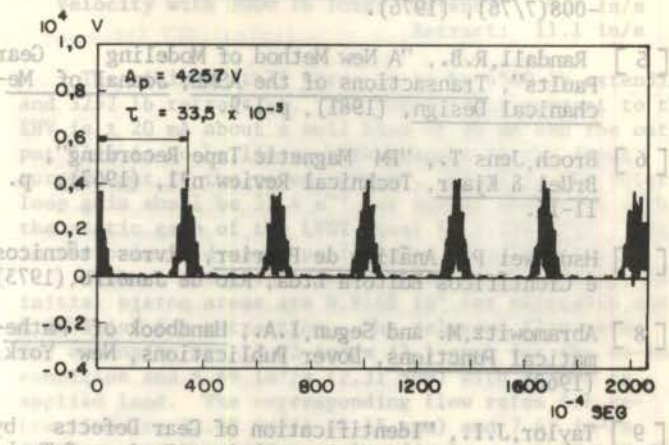


Figura 8. Cepstrum do espectro da figura 6.

CONCLUSÕES

Foram medidas as características de vibração de todos os componentes do redutor de engrenagens, isolada mente e em conjunto. Tornaram-se conhecidas as freqüências naturais, os modos de vibração e os fatores de amortecimento para cada componente do redutor.

Recomenda-se que sejam evitadas aproximações entre as freqüências de excitação (freqüências de engrenamento, freqüências de rotação de entrada e saída do redutor, etc...) e as freqüências naturais do sistema. Pois, surgindo uma falha em um elemento envolvido na geração de freqüências de excitação, será produzido um pulso que poderá excitar as freqüências naturais do componente em contato, provocando ressonâncias. Estas provocarão aumento de níveis de vibração, favorecendo a fadiga e chegando até a provocar quebra do componente.

O modelo matemático apresenta o sinal de vibração no tempo, espectro em freqüência e cepstrum. O espectro apresenta picos, os quais possuem amplitudes diferentes. O pico de maior amplitude representa a freqüência de engrenamento e, os outros restantes são os lóbulos laterais.

O cepstrum do sinal é caracterizado pela presença de espaçamentos iguais entre os picos. Conclui-se que o valor da amplitude do primeiro pico e quefrência, τ, poderão ser utilizados para indicar a condição de operação de engrenagens. Em geral o espectro possui famílias de lóbulos laterais em torno da freqüência de engrenamento. Estes estão relacionados com as freqüências de rotação e imperfeição das engrenagens em estudo.

O cepstrum do sinal apresenta um pico para cada família de lóbulos laterais, conseqüentemente reduzindo a complexidade do espectro; portanto é considerado uma ferramenta poderosa para detecção de falhas em engrenagens.

AGRADECIMENTOS

A CAPES pelo apoio financeiro, e ao Prof. Roberto Jordan por sua colaboração na revisão do trabalho.

REFERÊNCIAS

[1] "The Application of Vibration Measurements and Analysis in Machine Maintenance", Brüel & Kjaer, 18-103, (1981).

[2] Claessens, C., "Vibration measurements in predictive maintenance", Brüel & Kjaer Application Notes. (B00094-11), (1984).

[3] Ransey, K.A., "Effective Measurements for Structural Dynamics Testing", Sound and Vibration, (1975), p. 24-35.

[4] "Measuring Structural Transfer Functions in Real Time", Spectral Dynamics Application Manual, DSP-008(7/76), (1976).

[5] Randall, R.B., "A New Method of Modeling Gear Faults", Transactions of the ASME, Jounal of Mechanical Design, (1981), p.1-9.

[6] Broch, Jens T., "FM Magnetic Tape Recording", Brüel & Kjaer, Technical Review nº1, (1967), p. 11-15.

[7] Hsu, Hwei P., Análise de Fourier, Livros técnicos e Científicos Editora Ltda, Rio de Janeiro, (1973)

[8] Abramowitz, M. and Segun, I.A., Handbook of Mathematical Functions, Dover Publications, New York, (1968).

[9] Taylor, J.I., "Identification of Gear Defects by Vibration Analysis", Seventh in a Series of Technology Interchange on Machinery Vibration Monitoring and Analysis published by Vibration Institute.

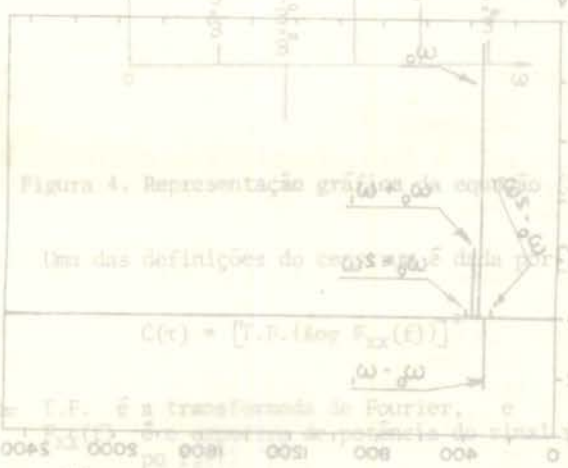
[10] Randall, R.B. and Hee, J., "Cepstrum Analysis", Brüel & Kjaer Technical Review, nº 3, (1981).

[11] Lima, N.N.C., "Detecção de Falhas em Engrenagens a través de Monitoramento do Sinal de Vibração", Tese de Mestrado, UFSC (1985).

[12] Gerges, S.N.Y., "Processamento e Análise de Sinais", Curso Intensivo. Brüel e Kjaer do Brasil, São Paulo, novembro (1983).

SUMMARY

This is the first article in a series of publications dealing with the vibration of gears for fault diagnostics. The natural frequencies, mod shap and damping have been measured, for a gear box, using the modal analise system of HP5451C. Also, a mathematical model for the vibration signal of gears is presented, together with a computer simulation. This model permits investigation of the vibration signal in the time domain, frequency domain and cepstrum analise.



A PRELIMINARY DESIGN AND DYNAMIC ANALYSIS OF AN ELECTROHYDRAULIC SERVO ACTUADOR FOR MOVING AIRCRAFT CONTROL SURFACES

FRANCIS JOSEPH HALE
MECHANICAL AND AEROSPACE ENGINEERING, NCSU, RALEIGH, USA

A preliminary design and dynamic analysis of a servo actuator with a two-stage electrohydraulic valve (EHV), a hydraulic actuator, and an LVDT for displacement feedback. The EHV eliminates mechanical linkages and accepts electrical signals from the flight control system, signals that can be conditioned by well-known compensation techniques. The combination of a short-stroke valve and a saturating amplifier provides a slewing (open-loop) mode for large errors that reverts to a proportional control mode as the piston approaches the desired position.

INTRODUCTION

Design is an iterative process and this paper presents a first look at the dynamic behavior of an electrohydraulic servo actuator that has been sized to meet a set of steady-state performance specifications. Since this is a preliminary analysis, linearized equations and expressions are used and a worst case approach is employed. Examples of the latter are the neglect of leakage and piston damping, the evaluation of hydraulic spring rates at their lowest values, and the decoupling of the extend and retract performance of the unbalanced piston. English units are used, as is still the custom in much of United States industry.

The servo actuator discussed in this paper is designed to drive a control surface (a flaperon) with different extend and retract requirements, thus the need for an unbalanced piston. The major components are a two-stage electrohydraulic servovalve (EHV) and the unbalanced hydraulic piston (the actuator) with outer-loop feedback of the piston position by means of a linear variable differential transformer (LVDT). The schematic of the servo actuator in Fig. 1 shows the servo loop being closed within the flight control computer (FCC), which implies that the servo actuator designer and supplier would be responsible for everything to the right of the vertical dotted line. However, in examining the dynamic response of his portion of the loop, the servo actuator designer must consider certain internal aspects of the FCC, as will be subsequently seen.

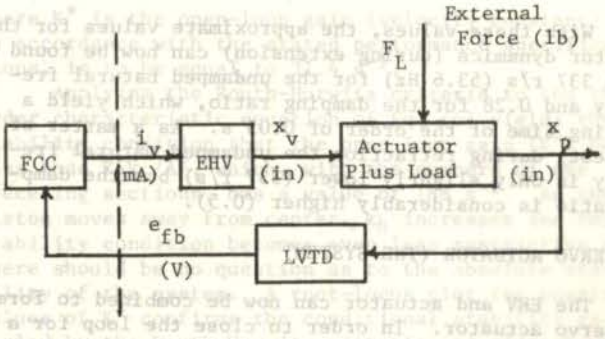


Fig. 1. The major elements of the servo actuator.

In the interests of brevity, only the performance in the extend mode will be discussed in this paper.

PERFORMANCE SPECIFICATIONS AND INITIAL SIZING

The specifications for this servo actuator call for a nominal hydraulic supply pressure of 5000 psig and 125 psig return. The full stroke of the piston is to be ± 8.725 in with the following velocities:

Velocity with no load:	Extend:	13.0 in/s
	Retract:	18.0 in/s
Velocity with 2000 lb load:	Extend:	9.7 in/s
	Retract:	11.1 in/s

The minimum stall force is to be 4500 lb extending and 3252 lb retracting. The rated input current to the EHV is ± 20 mA about a null bias of 20 mA and the output flow is to be linear with respect to the input current out to the rated current. Finally, the outer-loop gain shall be 31.4 s^{-1} for normal operation with the static gain of the LVDT equal to 1.146 V/in. This is the primary dynamic performance specification.

Without going into the details of the sizing, the initial piston areas are 0.9168 in^2 for extension and 0.6733 in^2 for retraction. The relevant flow rates for extension are 11.92 in^3/s (3.1 gpm) for the no-load condition and 8.89 in^3/s (2.31 gpm) with a 2000 lb applied load. The corresponding flow rates for retraction are 12.12 in^3/s (3.15 gpm) and 7.47 in^3/s (1.94 gpm). The maximum valve displacement is ± 0.015 in, a short stroke indeed.

THE ELECTROHYDRAULIC SERVOVALVE (EHV)

The schematic of a typical two-stage electrohydraulic servovalve is shown in Fig. 2, with the input current coming from the FCC (see Fig. 1).

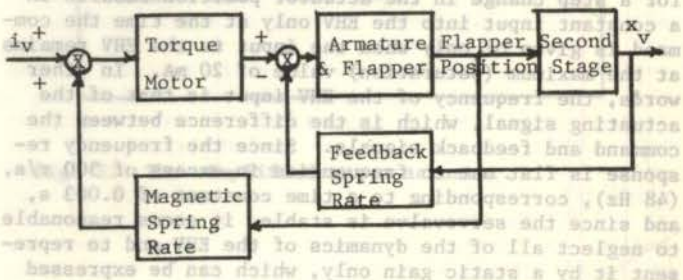


Fig. 2. A typical two-stage electrohydraulic servo valve.

In Fig. 2, the positive feedback of a magnetic spring rate current (which is inherent in the motor) indicates the possibility of instability in the valve. An examination of the characteristic equation of the servovalve and the application of the Routh-Hurwitz criteria confirm this possibility and establish the relationships and conditions necessary for stable operation of the EHV. Using typical values, the Routh-Hurwitz criteria indicate that the servovalve will be stable for input frequencies of the order of 2000 Hz or less. This dependence of the absolute and relative stability of the servovalve upon the frequency of the input signal can be observed qualitatively in the root-locus-sketch of Fig. 3.

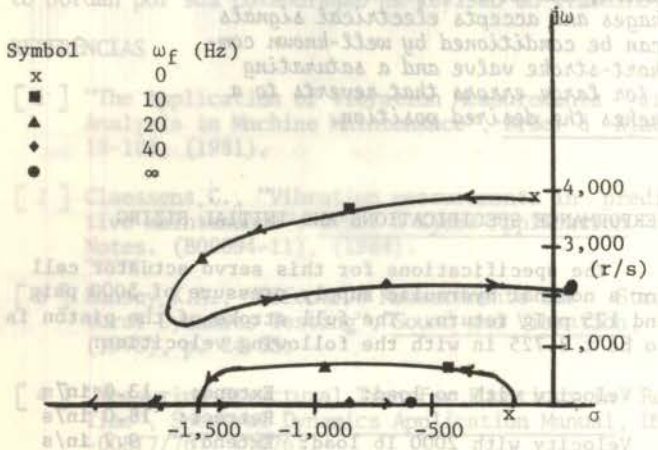


Fig. 3. Root-locus sketch of a typical EHV for varying input frequency, ω_f.

The transfer function for the EHV is fourth-order but has a frequency response that (because of the dependency of the transfer function upon the input frequency) resembles that of a first-order system, as can be seen in Table 1.

Table 1. Frequency Response of Typical EHV

Input Hz	Frequency r/s	Normalized AR (db)	Phase Angle (deg)
0.24	1.5	0	-1
10	62.8	-0.06	-7.4
20	125.6	-0.22	-21
40	251.3	-0.53	-25
80	502.6	-2.13	-51
200	1256.6	-3.5	-76.4

It should be noted that a command within the FCC for a step change in the actuator position results in a constant input into the EHV only at the time the command is given or only when the input to the EHV remains at the maximum (saturation) value of 20 mA. In other words, the frequency of the EHV input is that of the actuating signal, which is the difference between the command and feedback signals. Since the frequency response is flat out to frequencies in excess of 300 r/s, (48 Hz), corresponding to a time constant of 0.003 s, and since the servovalve is stable, it seems reasonable to neglect all of the dynamics of the EHV and to represent it by a static gain only, which can be expressed in terms of system variables as:

$$K_{EHV} = \frac{x_{v_{max}}}{i_{v_{max}}} \tag{1}$$

With $x_{v_{max}}$ established as 0.015 in and $i_{v_{max}}$ as 20 mA, K_{EHV} has a value of 7.5×10^{-4} in/mA, which can be obtained by the proper combination of EHV variables.

THE ACTUATOR

Using the linearized flow equation, neglecting the leakage and piston damping, and considering only an inertia load, the Laplace transformed expression for the piston displacement can be written as:

$$x_p(s) = \frac{(K_v/A)x_v(s) - (K_c/A^2)(\tau_1 s+1)\ F_L(s)}{s\left(\frac{m}{k_h}s^2 + \frac{K_c m}{A^2}s+1\right)} \tag{2}$$

where K_v is the flow (valve) gain and K_c is the flow-pressure coefficient in the linearized flow equation:

$$Q_L = K_v x_v - K_c P_L \tag{3}$$

In Eq. (2) k_h is the hydraulic spring constant, which at the center position can be expressed as:

$$k_h = \frac{4\beta A}{L} \tag{4}$$

where β is the bulk modulus (270,000 psig) and L is the stroke length in inches.

If the quadratic term in the denominator of Eq. (2) is expressed in conventional parametric form, expressions for the hydraulic undamped natural frequency and the hydraulic damping ratio can be written in terms of the actuator characteristics and order of magnitude values obtained. If flow-pressure curves are not yet available, approximate values for the extension flow coefficients can be obtained as follows:

$$K_v \cong \frac{Q_{NL}}{x_{v_{max}}} = \frac{11.92}{0.015} = 794.6 \text{ in}^2/\text{s} \tag{5a}$$

In the vicinity of the critical flow, K_c can be approximated by:

$$K_c \cong \frac{11.92 - 8.89}{2000/0.9168} = 1.39 \times 10^{-3} \text{ in}^5/\text{lb-s} \tag{5b}$$

and at stall by:

$$K_c \cong \frac{11.92}{4.900} = 2.43 \times 10^{-3} \text{ in}^5/\text{lb-s} \tag{5c}$$

With these values, the approximate values for the actuator dynamics (during extension) can now be found to be 337 r/s (53.6 Hz) for the undamped natural frequency and 0.28 for the damping ratio, which yield a settling time of the order of 0.03 s. As a matter of interest, during retraction the undamped natural frequency is only slightly lower (337 r/s) but the damping ratio is considerably higher (0.5).

THE SERVO ACTUATOR (THE SYSTEM)

The EHV and actuator can now be combined to form the servo actuator. In order to close the loop for a system analysis, it is necessary to introduce some detail into the large block representing the FCC, as is done in Fig. 4a.

In the FCC block, x_{cmd} represents the desired position with respect to a reference position and K_{in} represents a device (physical or abstract) for correlating the "command" voltage, e_{cmd}, to a desired

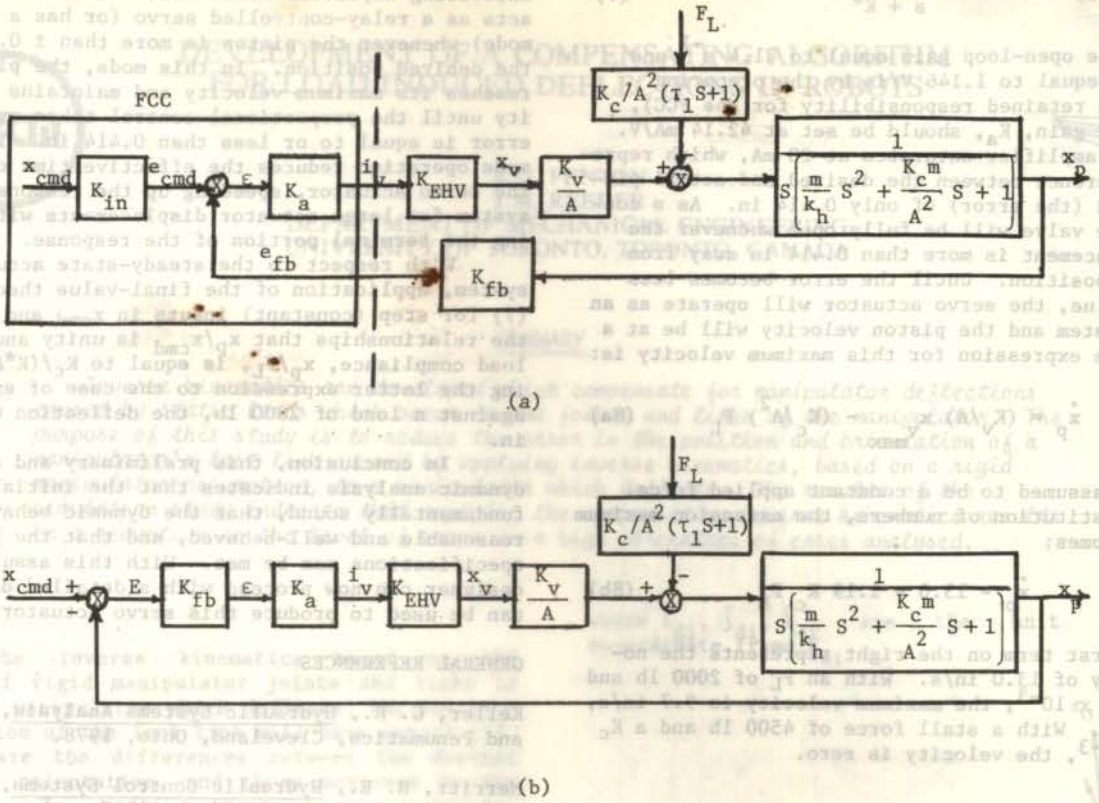


Fig. 4. The servo actuator: (a) physical schematic; (b) reduced block diagram.

piston displacement. The summation symbol provides for the comparison of the command voltage with the feedback voltage from the piston LVDT. K_a represents the gain of a servo amplifies whose output is a current and that saturates at ± 20 mA, the rated current, to avoid damage to the torque motor of the EHV. Note that the actuator dynamics have been retained but that all other component dynamics have been neglected.

Figure 4b is the block diagram of the equivalent unity feedback system which requires that K_{in} be equal to K_{fb}. Remember the limits on i_v and x_v and note that the servo loop is a Type 1 system. Reducing this block diagram yields a Laplace-transformed expression for x_p; namely,

$$x_p(s) = \frac{K^* x_{cmd}(s) - (K_c/A^2)(\tau_1 s+1) F_L(s)}{\frac{m}{k_h} s^3 \frac{K_c m}{A^2} s^2 + s + K^*} \qquad (6)$$

where K^* is the open-loop gain (velocity constant) and, in accordance with the stated performance specifications, is to be equal to 31.4 s^{-1}.

Applying the Routh-Hurwitz criteria to the third-order characteristic equation of Eq. (6) yields the stability condition that the open-loop gain (K^*) be less than $K_c k_h/A^2$, which, with the numbers of the preceding sections, has a value of 188 s^{-1}. As the piston moves away from center, k_h increases and this stability condition becomes even less restrictive and there should be no question as to the absolute stability of the system. A root-locus plot for positive values of K^* confirms the conditional stability revealed by the Routh-Hurwitz criteria and also shows that there will always be a single real root (a first-order time lag) and an underdamped second-order transient mode.

With K^* set equal to 31.4, the characteristic equation for extension can easily be factored into a real root with a time constant of 0.03 s and a second-order root with an undamped natural frequency of 329 r/s (52.4 Hz), a damping ratio of 0.24, and a 5% settling time of 0.04 s. Consequently, it is not unreasonable to assume that the servo actuator responds as a simple first-order system, an assumption that is confirmed by Bode plots.

SYSTEM PERFORMANCE

Neglecting the dynamics of the actuator and of the load (the time constant associated with the load is of the order of 0.003 s), the block diagram of Fig. 4b can be further simplified, as in Fig. 5

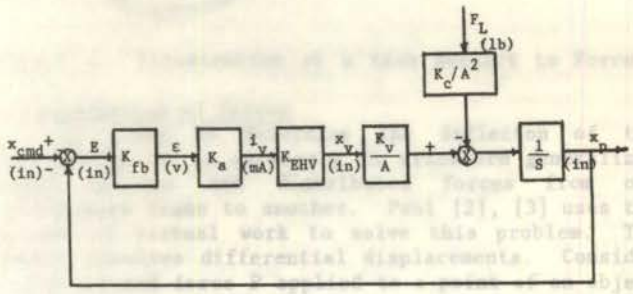


Fig. 5. The simplified servo actuator.

Reducing this block diagram results in the following transformed expression for x_p:

$$x_p(s) = \frac{K^* x_{cmd}(s) - (K_c/A^2) F_L(s)}{s + K^*} \qquad (7)$$

With the open-loop gain equal to 31.4 s^{-1} and with K_{fb} set equal to 1.146 V/in by the procuring agency (which retained responsibility for the FCC), the amplifier gain, K_a, should be set at 42.14 mA/V. However, the amplifier saturates at 20 mA, which represents a difference between the desired and actual piston positions (the error) of only 0.414 in. As a consequence, the valve will be fully open whenever the piston displacement is more than 0.414 in away from the desired position. Until the error becomes less than this value, the servo actuator will operate as an open-loop system and the piston velocity will be at a maximum. The expression for this maximum velocity is:

$$\dot{x}_p = (K_v/A)\, x_{v_{max}} - (K_c/A^2)\, F_L \qquad (8a)$$

where F_L is assumed to be a constant applied force. With the substitution of numbers, the extension maximum velocity becomes:

$$\dot{x}_p = 13.0 - 1.19\, K_c\, F_L \qquad (8b)$$

where the first term on the right represents the no-load velocity of 13.0 in/s. With an F_L of 2000 lb and a K_c of 1.39×10^{-3}, the maximum velocity is 9.7 in/s, as specified. With a stall force of 4500 lb and a K_c of 2.43×10^{-3}, the velocity is zero.

The combination of the short-stroke valve and a saturating amplifier means that the servo actuator acts as a relay-controlled servo (or has a slewing mode) whenever the piston is more than ± 0.414 in from the desired position. In this mode, the piston quickly reaches its maximum velocity and maintains this velocity until the proportional control takes over when the error is equal to or less than 0.414 in. This two-mode operation reduces the effective time constant of the servo actuator, speeding up the response of the system for large actuator displacements without affecting the terminal portion of the response.

With respect to the steady-state accuracy of the system, application of the final-value theorem to Eq. (7) for step (constant) inputs in x_{cmd} and F_L yields the relationships that x_p/x_{cmd} is unity and that the load compliance, x_p/F_L, is equal to $K_c/(K^*A^2)$. Applying the latter expression to the case of extension against a load of 2000 lb, the deflection will be 0.1 in.

In conclusion, this preliminary and approximate dynamic analysis indicates that the initial sizing is fundamentally sound, that the dynamic behavior is reasonable and well-behaved, and that the performance specifications can be met. With this assurance, the designer can now proceed with a detailed design that can be used to produce this servo actuator.

GENERAL REFERENCES

Keller, G. R., Hydraulic Systems Analysis, Hydraulics and Penumatics, Cleveland, Ohio, 1978.

Merritt, H. E., Hydraulic Control Systems, John Wiley and Sons, New York, New York, 1967.

DEVELOPMENT OF A COMPENSATING ALGORITHM FOR LOAD INDUCED DEFLECTIONS IN ROBOTS

R.G. FENTON
J.M. REEDER
DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING
UNIVERSITY OF TORONTO, TORONTO, CANADA

SUMMARY

Inverse kinematics are developed which compensate for manipulator deflections caused by static loads which occur in the joints and links of the manipulator. The purpose of this study is to reduce the error in the position and orientation of a manipulator's last link caused by applying inverse kinematics, based on a rigid manipulator assumption, to a manipulator which deflects. The results of the simulation study indicate that applying the compensating inverse kinematics results in a reduction in the level of error in a high percentage of cases analysed.

INTRODUCTION

When the inverse kinematics based on the assumption of rigid manipulator joints and links is applied to a manipulator which deflects, the position and orientation of the last link will have errors [1]. The errors are the differences between the desired position and orientation, and those achieved by the manipulator. To reduce these errors, inverse kinematics which compensate for the effects of manipulator joint and link deflections have been developed. The deflections considered in this work are those due to static loads and can be calculated using the theory developed.

FORCES IN MANIPULATORS

Each link of a manipulator may be acted upon by moments m_{ik}, concentrated forces f_{ik}, and distributed forces $f_{di}(x, y, z)$ see Figure 1 where "i" is the number of the link, "k" is the number of the force and moment acting on the link and x,y,x is the position along the link.

Forces and moments must be described with respect to co-ordinate frame F_{ik}. Therefore

$$m_{ik} = m_{xik}\bar{i}_{ik} + m_{yik}\bar{j}_{ik} + m_{zik}\bar{k}_{ik} \qquad (1)$$

$$f_{ik} = f_{xik}\bar{i}_{ik} + f_{yik}\bar{j}_{ik} + f_{zik}\bar{k}_{ik}$$

where $\bar{i}_{ik}$, $\bar{j}_{ik}$, $\bar{k}_{ik}$ are the unit vectors of co-ordinate frame F_{ik} measured with respect to the base co-ordinate frame. m_{ik} and f_{ik} may be combined into a generalized force vector;

$$p_{ik} = [f_{xik}\ f_{yik}\ f_{zik}\ m_{xik}\ m_{yik}\ m_{zik}]^t \qquad (2)$$

acting at the origin and described with respect to co-ordinate frame F_{ik}.

The distributed force $f_{di}(x,y,z)$ is described with respect to coordinate frame F_{di}, so that

$$f_{di}(x,y,z) = f_{xdi}(y,z)\bar{i}_{di} + f_{ydi}(x,z)\bar{j}_{di} + f_{zdi}(x,y)\bar{k}_{di} \qquad (3)$$

where $\bar{i}_{di}$, $\bar{j}_{di}$, $\bar{k}_{di}$ are the unit vectors of co-ordinate frame F_{di}.

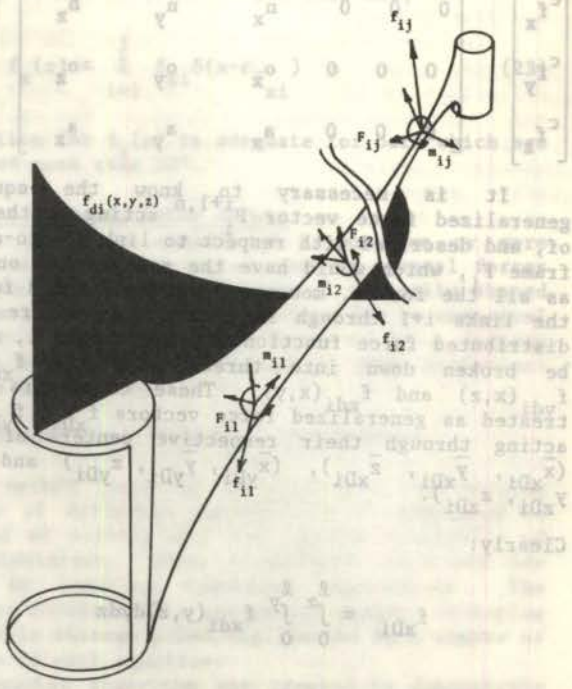


Figure 1. Illustration of a Link Subject to Forces.

Transformation of forces

In order to determine the deflecton of the manipulator it is necessary to transform generalized force vectors and distributed forces from one co-ordinate frame to another. Paul [2], [3] uses the method of virtual work to solve this problem. The method involves differential displacements. Consider a generalized force P applied to a point of an object causing a virtual displacement D, performing virtual work δW. Since the body is in static equilibrium, the sum of the virtual work performed by all forces acting on the object is zero. The virtual work resulting from the application of a force P is: $\delta W = P^t D$. If the same virtual displacement was caused by another generalized force acting at some different point on the object, described by a co-ordinate frame C, then the same virtual work would result.

$$\delta W = F^t D = {}^c F^{tc} D. \qquad (4)$$

Considering that,

$$ {}^{c}D = JD \tag{5} $$

where C is the transformation from reference co-ordinates, and J is the Jacobian matrix of the manipulator. It follows that:

$$ \begin{aligned} {}^{t}F\,{}^{t}D &= {}^{c}F\,{}^{t}JD \\ {}^{t}F &= {}^{c}F\,{}^{t}J \\ F &= J^{t}C_{F} \end{aligned} \tag{6} $$

and

$$ \begin{bmatrix} {}^{c}m_x \\ {}^{c}m_y \\ {}^{c}m_z \\ {}^{c}f_x \\ {}^{c}f_y \\ {}^{c}f_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z & (\bar{pxn})_x & (\bar{pxn})_y & (\bar{pxn})_z \\ o_x & o_y & o_z & (\bar{pxo})_x & (\bar{pxo})_y & (\bar{pxo})_x \\ a_x & a_y & a_z & (\bar{pxa})_x & (\bar{pxa})_y & (\bar{pxa})_z \\ 0 & 0 & 0 & n_x & n_y & n_z \\ 0 & 0 & 0 & o_x & o_y & o_z \\ 0 & 0 & 0 & a_x & a_y & a_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \\ f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} \tag{7} $$

It is necessary to know the equivalent generalized force vector $P_i^{i+1,n}$ acting at the origin of, and described with respect to link i's co-ordinate frame F_i, which would have the same effect on link i as all the forces, moments, and distributed forces on the links i+1 through to link n, see Figure 2. The distributed force function acting on link i, f_{di}, can be broken down into three components $f_{xdi}(y,z)$; $f_{ydi}(x,z)$ and $f_{zdi}(x,y)$. These components can be treated as generalized force vectors f_{xDi}, f_{yDi}, f_{zDi} acting through their respective centers of force $(\bar{x}_{xDi}, \bar{y}_{xDi}, \bar{z}_{xDi})$, $(\bar{x}_{yDi}, \bar{y}_{yDi}, \bar{z}_{yDi})$ and $(\bar{x}_{zDi}, \bar{y}_{zDi}, \bar{z}_{zDi})$.

Clearly:

$$ f_{xDi} = \int_0^{\ell_z}\int_0^{\ell_y} f_{xdi}(y,z)\,dy\,dz \tag{8} $$

$$ f_{yDi} = \int_0^{\ell_z}\int_0^{\ell_x} f_{ydi}(x,z)\,dx\,dz \tag{9} $$

$$ f_{zDi} = \int_0^{\ell_y}\int_0^{\ell_x} f_{zdi}(x,y)\,dx\,dy \tag{10} $$

$$ m_{xDi} = m_{yDi} = m_{zDi} = 0 \tag{11} $$

$$ \bar{y}_{xDi} = \frac{\int_0^{\ell_y} y\left[\int_0^{\ell_z} f_{xdi}(y,z)\,dz\right]dy}{\int_0^{\ell_y}\int_0^{\ell_z} f_{xdi}(y,z)\,dz\,dy} \tag{12} $$

$$ \bar{z}_{xDi} = \frac{\int_0^{\ell_z} z\left[\int_0^{\ell_y} f_{xdi}(y,z)\,dy\right]dz}{\int_0^{\ell_y}\int_0^{\ell_z} f_{xdi}(y,z)\,dz\,dy} \tag{13} $$

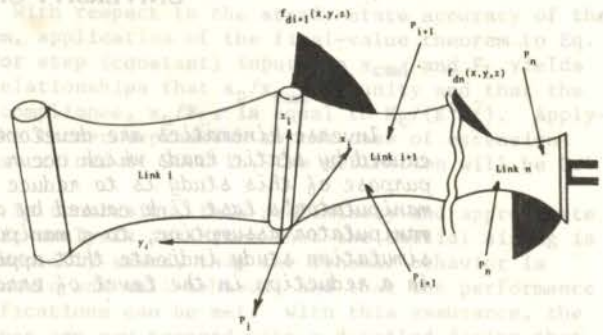


Figure 2. Illustration of Forces Acting on a Manipulator.

To find the equivalent generalized force $P_i^{i+n,n}$ one could find the transformation from each generalized force's frame to F_i and proceed to transform each force to frame F_i as described. This can be done in a less direct way. Let link k be a link between link i and the end link n. The generalized force vectors acting on link k, were first transformed to co-ordinate frame F_k. The distributed force acting on link k, after being converted into generalized force vectors acting through their centers of force, were first transformed to co-ordinate frame F_{k-1}.

The tth generalized force P_{kt} acting on link k passes through the origin of, and is described with respect to F_{kt}. x,k+1 refers to the orientation and position vectors with respect to F_{xDk+1} of F_k. The force f_{xDi+1} is described with respect to F_{xDk+1}. Similarly y,k+1 and z,k+1 refer to frames F_{yDk+1} and F_{xDk+1}.

Once the generalized force vectors P_k are established, then the generalized force vector $P_i^{i+1,n}$ acting at the origin of, and described with respect to co-ordinate frame F_i, can be found. Clearly:

$$ P_i^{i+1,n} = \sum_{r=i}^{n} J_r P_r - \sum_{t=1}^{j} J_{it} P_{it} \tag{14} $$

where J_r is the matrix which will transform forces P_r in frame F_r to frame F_i and J_{it} is the matrix which will transform generalizedforces on link i, P_{it} to co-ordinate frame F_i.

Deflections in Links

If a link is considered to be a generally shaped body acted upon by a number of forces, moments and distributed forces, then the resulting deflections may be solved for by numerical techniques such as Finite Element Analysis.

If the link is considered to be a beam then there are some cases where non-numerical techniques can be applied in solving for link deflections. Patwardhan [4] used a variational method to relate the link deflections to link loads. The principle of superposition is very useful since it states that deflections due to different loads may be computed separately and added algebraically, provided that the proportional limit of the material is not exceeded and the structure remains stable.

Figure 3 shows some beam-like link acted upon by moments m_{xi}, m_{yi}, m_{zi} concentrated forces f_{xi}, f_{yi}, f_{zi} and distributed forces $f_{dzi}(x,y)$, $f_{dyi}(x,z)$ where $i = 1,j$. Using the principle of superposition, this general problem can be broken down as follows.

(i) Considering only the effect of the moments m_{xi}, then we have a case of pure torsion. For the general straight beam of uniform cross-section, the angle of twist θ_τ is related to torque τ by the expression:

$$\theta_\tau = \frac{\tau \ell}{KG_\tau} \tag{15}$$

where K is a factor dependent on the form and dimensions of the cross-section. G_τ is the modulus of rigidity. If the torque varies discontinuously along the beam as is the case with more than one m_{xi}, then sections of constant τ can be treated separately and the total deflection will be the algebraic sum of these deflections. Discontinous changes in K of R_τ can be treated similarily.

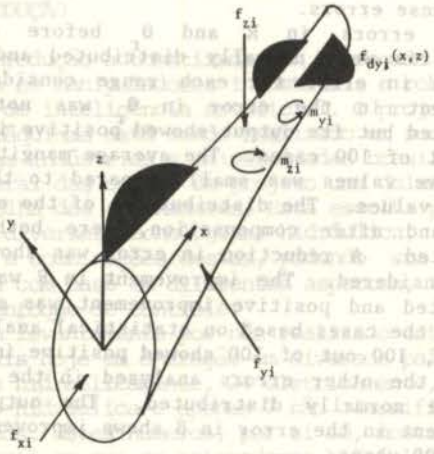


Figure 3. Illustration of Forces Acting Upon a Beam-like Link.

(ii) Beam bending occurs in the x-z plane and the x-y plane. x-z plane bending is affected by concentrated forces f_{zi}, moments m_{yi} and distributed forces $f_{dzi}(x,y)$. To apply beam theory, $f_{dzi}(x,y)$ must be reduced to $f_{dzi}(x)$ acting only in the x-z plane. The two functions are related to each other by the expression

$$F_{dzi}(x) = \int_{-\ell_y}^{+\ell_y} f_{dzi}(x,y) \tag{16}$$

where $2\ell_y$ is the y-direction dimension of link i. If $L(x)$ is the function of the distributed and concentrated loads then

$$M_y(x) = \int_0^x \int_0^x L(x)dxdx + \sum_{i=1}^{J} \delta(x-\varepsilon_{m_{yi}})m_{yi} \tag{17}$$

$L(x)$ is expressed as

$$L(x) = f_{dzi}(x,y) + \sum_{i=1}^{J} \delta(x-\varepsilon_{f_{zi}})f_{zi} \tag{18}$$

where $\varepsilon_{m_{yi}}$ and $\varepsilon_{f_{zi}}$ are the points of applications of m_{yi} and f_{zi} and the z-direction deflection of the beam is

$$dz = \int_0^x (\frac{dz}{dx})dx = \int_0^x \int_0^x \frac{M_y(x)}{I_y(x)E(x)}dxdx \tag{19}$$

when calculating angular and translational deflections due to beam bending in the x-y plane, moments m_{zi}, concentrated forces f_{yi}, and distributed forces $f_{dyi}(x,z)$ must be considered. Following the same procedure as in the case for x-z bending, then:

$$\delta_z = \int_0^x \frac{M_z(x)}{I_z(x)E(x)}dx \tag{20}$$

$$d_y = \int_0^x \int_0^x \frac{M_z(x)}{I_z(x)E(x)}dx \tag{21}$$

The remaining force to consider is $f_x = \sum_{i=1}^{j} f_{xi}$ which will cause on axial deflection dx. The deflections of an axially loaded bar will be

$$d_x(x) = \int_0^x \frac{f_x(x)dx}{A(x)E(x)} \tag{22}$$

where A(x) is the cross-sectional area and;

$$f_x(x) = \sum_{i=1}^{j} f_{xi}\delta(x-\varepsilon_{f_{xi}}) \tag{23}$$

This equation for $d_x(x)$ is adequate for bars which are not tapered more than 20°.

Deflections in Manipulator Joints

If a joint is considered to be two or more generally shaped bodies acted upon by several forces and moments then as in the case of generally shaped links, the deflections may be solved for by numerical techniques. If the joint is known to be a certain type such as revolute or prismatic, then analytical approaches may be used.

INVERSE KINEMATICS OF DEFLECTED MANIPULATORS

The method used in solving for the inverse kinematics of deflected manipulators is analogous to the method of solving for the inverse kinematics of rigid manipulators. Joint co-ordinate solutions are obtained by equating transform expressions. The solution is obtained in a sequential manner, isolating each variable through premultiplication by a number of transforms in each equation.

A computer algorithm was created to demonstrate and evaluate the effectiveness of the inverse kinematics which compensate for manipulator deflections. The manipulator used as an example is the Elbow Manipulator [5]. The algorithm first randomly generates a T_6^d. It then calculates the T_6 achieved when inverse kinematics based on a rigid manipulator assumpion is used on a manipulator which deflects, T_6^a. This is the T_6 before compensation. The errors in the position before compensation with respect to the desired position are evaluated by comparing polar co-ordinate R, α, β. The error in the orientation before compensation with respect to the desired orientation is evaluated by comparing the angular rotation, θ_r, about a vector K_r. The relationsip between θ_r and the vectors n, o, and a of the T_6 orientation submatrix is

$$\theta_r = \arctan\left[\frac{(o_z-a_y)^2 + (a_x-n_z)^2 + (n_y-o_x)^2}{(n_x + o_y + a_z - 1)}\right] \tag{24}$$

This is less complex since it requires comparing one scalar rather than 3 vectors.

Next, the algorithm calculates the T_6 achieved using inverse kinematics which compensate for manipulator deflections, T_6^c. The error in T_6^c with respect to the T_6^d is evaluated in a manner similar to that of the error in the T_6^a. The algorithm repeats this process for a number of randomly generated T_6^d's.

RESULTS

Different approaches were used in evaluating the effectiveness of the algorithm to compensate for deflection in a manipulator. In each approach, the errors in the three variables for position and errors in the one variable for orientation were analyzed independently. The errors before and after compensation can be important sice they can be used to calculate the percentage of errors which will fall into a given range. However they do not give any further information, such as whether or not there is a reduction in the magnitude of error in each individual case. Therefore, the improvement in error, which is the magnitude of the error after compensation subtacted from the magnitude of the error before compensation, is used to represent the improvement achieved. The statistical properties, mean, and standard deviation, are necessary in calculating the probabilities of error being within a certain range. It is also necessary to know how the different errors are distributed.

In the test run there were 100 desired T_6 matrices generated. In each case the error due to deflection in the angular rotation θ_r about vector K_r was calculated before compensation was applied. The computed mean error in the angle is -0.0055775 and the standard deviation is 0.0596937. The error in θ_r after compensation has a mean of -0.0019048 and a standard deviation of 0.0220807. Both distributions are normal. Using standard methods of statistics, the probabilities of error occurring within different ranges before and after compensation, were calculated. This result shows that at each different set of error limits, there is a reduction in error after compensation has been applied. The improvement in the error in θ_r has a mean of 0.02844 and its standard deviation is 0.02728. Alternatively, the output of te improvement in each of the 100 cases indicate that there are 96 positive and 4 negative values. In the 4 cases of negative improvement, the average is -0.009086.

Before compensation, the mean error in R is -0.45939 and its standard deviation is 0.20349. After compensation, the mean error in R is 0.04708 and its standard deviation is 0.0224. Considering both distributions before and after compensation to be normal, the probabilities and error limits can be calculated. For each set of error limits, there is a reduction in error after compensation has been applied. The improvement in the error in R has a mean of 0.41231 and standard deviation of 0.18133. Considering this distribution to be normal, the percentage of positive improvements is expected to be 98.8%. The computed values of the imrpovement in the error in R shows that all 100 of the values are positive.

The error in the angle, α_p before compensation has a mean of 0.0000002 and a standard deviation of 0.0000007. The error in the angle α_p after compensaton has a mean of 0.0000002 and a standard deviation of 0.0000006. Neither distribution can be treated as normal. The improvement in the error in α_p has a mean of 0.0000 and a standard deviation of 0.0000. From the output of the improvement in the error in α_p there are 79 zeros, 12 positive and 9 negative values. The magnitudes of the non-zero values are very small.

The error in β before compensation has a mean of 0.03144 and a standard deviation of 0.01662. The error in β after compensation has a mean = 0.00620 and its standard deviation is 0.00422. The error before compensation has a normal distribution while the error after compensaton does not, so that statistical comparisons cannot be made. The improvement in the error in β has a mean of 0.03144 and a standard deviation of 0.01662. The distribution does not appear to be normal. The output of the improvement in the error in β shows that all 100 of the values are positive.

CONCLUSIONS

Inverse kinematics which compensate for manipulator joint and link deflections have been used in an algorithm developed in the paper. The deflections compensated for, are due to static loads. The algorithm is useful, since when the inverse kinematics based on the assumption of a rigid manipulator is applied to a manipulator which deflects, the position and orientation of the sixth link of the manipulator, T_6, will have errors. The errors are the differences between the desired position and orientation, T_6^d, and the T_6 achieved by the manipulator. The purpose of the algorithm is to reduce these errors.

The errors in R and θ_r before and after compensation were normally distributed and showed a reduction in error for each range considered. The improvement in the error in θ_r was not normally distributed but its output showed positive improvement in 96 out of 100 cases. The average mangitude of the 4 negative values was small compared to that of the positive values. The distributions of the error in R, before and after compensation, were both normally distributed. A reduction in error was shown in each range considered. The improvement in R was normally distributed and positive improvement was expected in 98.8% of the cases based on statistical analysis. For this run, 100 out of 100 showed positive improvement. None of the other errors analysed in the 100 sample run were normally distributed. The output of the improvement in the error in β shows improvement in 100 out of 100 cases.

The errors, other than those associated with α_p, had a substantial overall improvement after compensation was applied. However, the errors were not reduced to zero and in some cases there was an actual increase in error. This is due to the ignoring of second order terms in the inverse kinematics solution and it is due to computer inaccuracy.

REFERENCES

[1] Derby, S., "The Deflection and Compensation of General Purpose Robot Arms", Mechanism and Machine Theory, Vol. 18, No. 6, pp. 445-450, 1983.

[2] Paul, R.P., Shimano, B. and Mayer, G.E. "Differential Kinematic Control Equations for Simple Manipulators", IEEE Trans. on System, Man and Cybernetics, Vol. SMC-11, No. 6, pp. 449-455, 1981.

[3] Paul, R.P., Shimano, B. and Mayer, G.E., "Kinematic Control Equations for Simple Manipulators", IEEE Trans. on System, Man and Cybernetics Vol SMC-11, No. 6, pp. 456-461, 1981.

[4] Patwardhan, A.G., "Motion Simulation of an Articulated Robotic Arm Subjected to Static Forces", ASME, DET-102, 10 pages, 1980.

[5] Paul, R.P., "Robot Manpulators, Mathematics, Programming and Control", MIT Press, pp. 1-229, 1982.

ESTUDO COMPARATIVO DOS DIVERSOS ACIONADORES HIDRÁULICOS E ELÉTRICOS PARA ROBOTIZAÇÃO INDUSTRIAL

H. CUNHA JR.
L.A. MARTIN GONÇALVES
EESC-USP

SUMÁRIO

São apresentados neste artigo, de início, um panorama geral dos acionadores elétricos e hidráulicos. Em seguida são mostrados os modelos matemáticos dos acionadores e são feitas considerações sobre o controle de robôs e a complexidade dos modelos. Finalizando temos um quadro comparativo dos acionadores e as conclusões sobre o seu desempenho.

PALAVRAS CHAVES: Acionadores elétricos e hidráulicos, acionadores para robôs, estudo comparativo de acionadores para robôs.

1 - INTRODUÇÃO

A produção automatizada tem empregado em crescente escala os manipuladores industriais e robôs com graus variados de inteligência artificial. O projeto e estudo de tais máquinas está sendo realizado em suas primeiras etapas nas indústrias e universidades brasileiras. No quadro geral das opções de projeto uma delas é referente à escolha dos acionadores. Esta escolha pode recair sobre as diversas tecnologias: hidráulica, pneumática, elétrica e combinações destas, podendo sua avaliação ser feita com base em diferentes aspectos, dentre os quais o enfoque de controle.

Num levantamento por nós realizado entre 97 robôs industriais hoje em operação em diversos países, 51 são acionados hidraulicamente, 24 eletricamente, 15 de forma eletro-hidráulica e apenas 7 são classificados como pneumáticos. Estes números, por si só, mostram uma situação atual em que os acionadores hidráulicos se constituem na maioria absoluta devido à suas vantagens relativas mas, ao tempo em que isto ocorre, nas áreas de pesquisa e desenvolvimento muitos trabalhos têm sido realizados empregando atuadores elétricos, o que nos permite prever um incremento considerável na sua utilização. Os acionadores pneumáticos, por sua vez, tem sua utilização restringida devido às limitações na pressão de trabalho que impedem a transmissão de grandes potências, além de não permitir boa precisão no controle de força e velocidade.

Dentre as diversas possibilidades de utilização de acionadores, na maioria das aplicações temos mais de uma tecnologia viável, sendo a escolha geralmente feita em função direta e específica da formação de base do projetista (Engenheiro Elétrico ou Engenheiro Mecânico) ou então levando em consideração a alternativa mais consagrada pelo uso.

Com base no quadro acima descrito, e considerando as aplicações de acionadores para robôs industriais sob o ponto de vista de controle, parece-nos de grande utilidade a apresentação de um estudo comparativo entre os elementos do tipo hidráulico e os elétricos.

Nesse artigo apresentamos inicialmente, a título de revisão bibliográfica, um panorama geral dos acionadores elétricos e hidráulicos utilizados em robôs. Em seguida são expostos os modelos matemáticos dos acionadores na forma de variáveis de estado e são feitas considerações sobre o controle dos robôs e a complexidade do modelo dos acionadores. Na terceira parte é mostrado um quadro comparativo dos acionadores elétricos e hidráulicos tendo em vista suas características dinâmicas, maleabilidade, rendimento, relação peso/potência, condições de trabalho, controle de velocidade, conjugado, etc. Por fim são apresentadas as conclusões gerais e referências bibliográficas.

2 - ACIONADORES ELÉTRICOS E HIDRÁULICOS

2.1 - Acionadores Elétricos

Diversos motores elétricos têm sido considerados para aplicações industriais, tais como motores de passo lineares (ref.1), motores à relutância variável (ref.2) máquinas assíncronas autopilotadas (ref.3) e motores de indução lineares (ref.4). Dentre as diversas possibilidades, somente as máquinas à corrente contínua, os motores de passo e as máquinas síncronas autopilotadas encontram aplicações industriais em número apreciável.

Motores CC. Os motores à corrente contínua são os atuadores mais conhecidos dentre os elétricos. Nas aplicações de robôs são utilizados motores à ímã permanente na maioria dos casos. Estes ímãs são comumente do tipo ferrite, em alguns casos materiais terras raras produzindo elevados campos com menos volume, mas a altos preços. Nos motores à corrente contínua duas soluções foram encontradas para redução das inércias, uma pela redução do diâmetro do rotor e alongamento no sentido axial, outra pela produção de campo axial e realização do rotor a disco. Os motores à corrente contínua são produzidos em todas as gamas de conjugado e potência necessários nas aplicações de robôs. Sua principal qualidade é a facilidade de comando eletrônico. O principal problema é a existência de comutação mecânica por escovas que produzem maior dispêndio com manutenção. A figura 10 apresenta um esquema da estrutura de um motor à corrente contínua e ímã permanente com rotor cilíndrico clássico.

Motor de Passo. Os motores de passo funcionam a partir de uma fonte de corrente contínua associada e um comutador eletrônico que produz pulsos de corrente nas fases do motor. A cada pulso de corrente o rotor evolui de um passo de ângulo fixo, pré-determinado pela construção do motor (ref. 5). Os rotores são geralmente com ímã permanente do tipo ferrite.

A operação dos motores de passo pode ocorrer em malha aberta ou fechada, sendo que, no segundo caso tem-se um maior aproveitamento do conjugado disponível e maior segurança de posicionamento. Os motores de passo são aplicados com o eixo diretamente solidário à carga, sem redutores ou embreagens. Em baixa velocidade estes motores produzem conjugados elevados. As construções comerciais de motores de passo têm conjugado limitada a 15 Nm e velocidades da ordem de 3000 rpm. Uma das dificuldades do emprego de motores de passo é o caráter oscilatório amortecido da evolução de cada passo, podendo, entretanto, esta característica ser corrigida por frenagem do tipo "Bang Bang" (ref.6). Os motores de

passo apresentam inércia relativamente elevada, embora construções do tipo rotor a disco devam brevemente ser comercializados (ref.7). Estes motores apresentam a vantagem de preço relativo mais baixo que os outros atuadores elétricos.

Motores Síncronos. As máquinas do tipo síncronas têm sido utilizadas para controle de posição devido à vantagens relativas aos motores de corrente contínua. Estas vantagens são a eliminação da comutação mecânica, a utilização de rotor sólido, menor volume, facilidades de ventilação, alto conjugado em baixas velocidades, eliminação dos redutores e embreagens, e possibilidade de faixas de velocidade até 14.000 rpm. Alguma das vantagens construtivas podem ser deduzidas da observação comparativa das figuras 1a e 1b.

Os motores síncronos em diversas aplicações são operadas de forma autopilotada (ref.8) sendo denominado como "Brushless Motor". Nesta operação a comutação eletrônica das fases é executada a partir de um sensor de posição aplicado ao eixo do motor.

As dificuldades de controle dos motores síncronos são comparativamente maiores que as dos demais acionadores elétricos. As variáveis de controle são pelo menos duas, nível de corrente de estator e ângulo de comutação das fases. Este sistema exige maior número de informações realimentadas para obtenção do controle da posição.

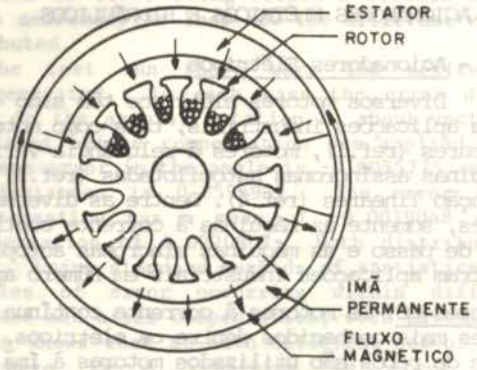


Figura 1a
Motor C.C. com ímã permanente no estator.

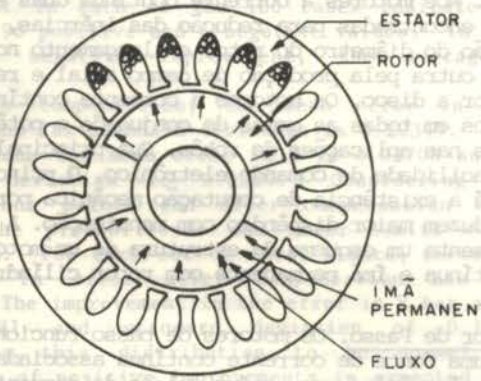


Figura 1b
Motor síncrono com ímã permanente no rotor

2.2 - Acionadores Hidráulicos

O emprego da força fluida tem sua origem a alguns milênios atrás, com as primeiras rodas d'água. O fluido sob pressão, para a transmissão de potência, teve porém um desenvolvimento bem mais recente, com um grande impulso após a Primeira Grande Guerra. O seu emprego em acionadores vem desde fins do século XVIII com a primeira prensa hidráulica construída pelo inglês Joseph Bramah. O uso de eletricidade para o acionamento das válvulas de controle direcional e o desenvolvimento de elementos para bombeamento de fluido, já neste século, é que fizeram com que os acionadores hidráulicos tivessem então sua utilização bastante ampliada e melhorada, contribuindo também decisivamente para isto o emprego de técnicas advindas da teoria de controle automático. Pode-se mesmo dizer que nas últimas décadas a história do desenvolvimento no emprego de acionadores hidráulicos se confunde com a própria história da evolução das servoválvulas (ref.9).

Os atuadores hidráulicos têm como função específica realizar a conversão de força, energia ou potência hidráulica em força, energia ou potência mecânica, mais adequadas às aplicações. O movimento de saída de um atuador pode ser linear, rotativo, ou combinações desses dois movimentos podendo, desta forma, levar à uma classificação desses atuadores em dois grupos principais: lineares, onde estão os cilindros hidráulicos, e rotativos, que podem ser motores ou osciladores hidráulicos.

Os cilindros, apesar de produzirem movimento linear, podem ser associados a diversos mecanismos para produzir saídas lineares, rotativas, ou ainda combinações dessas duas. Eles podem ser projetados especialmente para aplicações específicas ou podem ser unidades padronizadas. Estas são quase sempre uma opção mais econômica por oferecer uma gama muito grande de opções e tipos para larga variedade de aplicações. Para a seleção de cilindros deve-se levar em conta, além dos cuidados a serem observados com cargas laterais, a mecânica do movimento, força, trabalho, potência e montagem, além de fatores de menor importância relativa como tipos de fluido, cargas de choque, materiais, etc. Os tipos de cilindro mais comumente encontrados são de efeito simples ou de efeito duplo e, quanto às características construtivas, os mais utilizados são os de haste simples, haste dupla, telescópicos, posicionais e macacos hidráulicos (ref.10). Quanto à faixa de trabalho pode-se encontrar facilmente cilindros operando à pressões de até 350 bar ou mais, comprimentos de curso da haste de até 15 metros, e dispondo de forças em torno de 700 KN. As aplicações mais comuns são no acionamento de prensas, guilhotinas, sopradoras, injetoras, extrusoras, calandras, guindastes, scrapers, escavadeiras e máquinas operatrizes em geral. Além destas funções diretas de acionamento, os cilindros podem também ser elementos constituintes de robôs e outros tipos de manipuladores industriais, onde desempenham um papel fundamental. Neste tipo de aplicação é importante ressaltar a facilidade de controle que estes atuadores oferecem no que diz respeito à velocidade, além de oferecer forças bastante elevadas em vista de suas pequenas dimensões relativas.

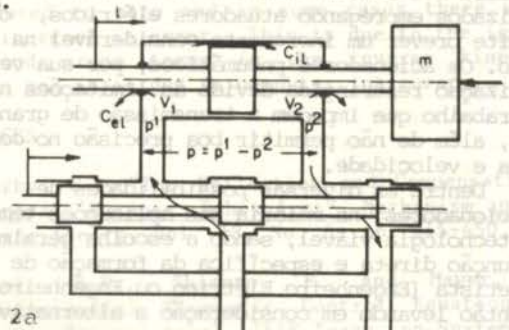


Figura 2a
Cilindro hidráulico controlado por válvula

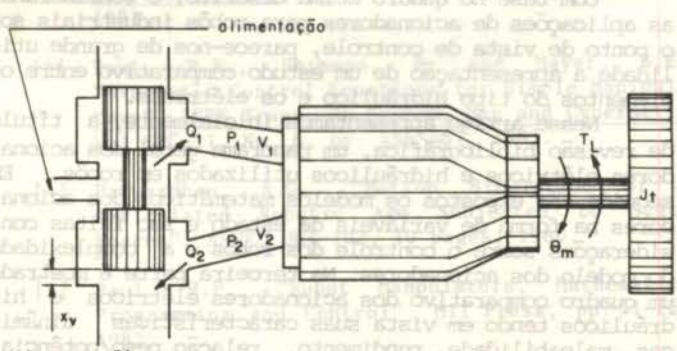


Figura 2b
Motor hidráulico controlado por válvula

Os motores hidráulicos convertem a energia hidráulica em mecânica sob a forma de torque e rotação contínua. Esses motores podem ser unidirecionais ou bidirecionais e também podem ser de vazão fixa ou variável. Dentre os motores de vazão fixa encontram-se os de engrenagens, palhetas, e de pistões radiais e axiais. Os de vazão variável podem ser de palhetas ou de pistões. Todos esses motores hidráulicos atuam devido à pressão hidráulica produzindo então um torque e girando de acordo com a variação do fluxo de entrada para produzir uma rotação de saída.

O processo de aplicação dos motores como acionadores rotativos requer um atendimento dos elementos de potência do acionador, da sua forma de obtenção, uso e controle. Os parâmetros principais de um acionador rotativo são a potência, o torque e a velocidade. O controle de pressão e do fluxo permite então o controle desses parâmetros fundamentais.

Para alguns tipos e tamanhos de motores hidráulicos encontrados comercialmente, pode-se obter momentos torçores da ordem de 1200 Kgm, rotações de até 5000rpm, e pressões de trabalho em torno de 400 bar (ref.11).

Os motores hidráulicos têm já inúmeras aplicações consagradas, como por exemplo, em guindastes, perfuradoras, serras, esteiras rolantes, dragas, laminadores, bobinadeiras, misturadores, máquinas agrícolas, máquinas operatrizes e, mais recentemente, começaram a ser empregados como acionadores para uso em robôs industriais, principalmente nas aplicações que requerem paradas e partidas constantes com carga, reversão rápida no sentido de rotação, conversão do torque, controle de velocidade, e outras, onde seu desempenho é bem melhor que o de outros motores.

Os osciladores hidráulicos, também atuadores rotativos, transformam a energia hidráulica em mecânica produzindo um alto torque e um giro do eixo de saída ao longo de um arco limitado, requerendo pequenos espaços e montagens bastante simples para sua utilização (ref. 12). Devido a sua forma de trabalho, os osciladores são reversíveis e devem ser controlados por válvulas de quatro vias. Eles consistem de câmara ou câmaras, contendo o fluido e uma superfície móvel da qual o fluido atua. A superfície móvel é conectada a um eixo de saída para produzir o movimento de saída. Estes atuadores podem ser de ação direta, através de palhetas rotativas, ou ainda com pistões cujo movimento de translação retilínea é internamente transformado em rotação por meio de roscas sem-fim ou por meio de cremalheiras. Embora alguns tipos com pistão possam produzir mais do que uma volta do eixo de saída, os atuadores rotativos com palhetas estão limitados a menos de 360°, geralmente 270° a 300°. A capacidade de atuadores rotativos com palhetas varia desde 3 lb.in até 1.000.000 lb.in. Os osciladores, além de aplicações gerais, têm também uma variada gama de aplicações na automação industrial servindo, por exemplo, como elemento acionador de válvulas, posicionador, conversor de direção, alimentador de prensa, alimentador intermitente, misturador, esticador, produtor de rotação constante, entre outras.

3 - MODELOS MATEMÁTICOS DOS ACIONADORES

O projeto do sistema de controle dos acionadores necessitam a obtenção de um modelo matemático da planta a ser controlada. Este modelo necessita ser simples, sem no entanto perder as principais características estáticas e dinâmicas do sistema.

3.1 - Modelo de Acionador Hidráulico

Considerando-se um cilindro alimentado por uma servo válvula, temos para seu deslocamento linear x(t), com velocidade $\dot{x}(t)$ e aceleração $\ddot{x}(t)$. Para servo válvula consideramos y(t) e $\dot{y}(t)$ os deslocamentos e velocidades respectivamente. Das equações de continuidade nas câmaras do pistão, da aplicação da 2a. Lei de Newton para as forças atuando no pistão, da Equação de Bermoullí entre fluxo e carga, e das relações entre a variável de controle u(t) da servo válvula e do seu deslocamento podemos escrever as seguintes equações (ref. 13).

$$
\begin{aligned}
x_1(t) &= x(t)\\
x_2(t) &= \dot{x}_1(t)\\
x_3(t) &= \dot{x}_2(t)\\
x_4(t) &= y(t)\\
x_5(t) &= \dot{x}_4(t)\\
\dot{x}_3(t) &= -w_{oz}^2 x_2(t) - 2D_z w_{oz} x_3(t) + V_z w_{oz}^2 x_4(t)\\
\dot{x}_5(t) &= -w_{os}^2 x_4(t) - 2D_s w_{os} x_5(t) + V_s w_{oz}^2 u(t)
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

D_z, D_s e w_{oz}, w_{os} são coeficientes de amortecimento, frequências naturais dos sistemas cilindro e válvula respectivamente.

Nas equações acima foram realizadas linearizações para simplificação dos motores (ref.13 e 14). Este sistema serve tanto para deslocamento linear como angular.

O modelo matemático em equações de estado é da seguinte forma:

$$
\begin{bmatrix} \dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \dot{x}_3\\ \dot{x}_4\\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} =
\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & -w_{oz}^2 & -2D_z w_{oz} & V_z w_{oz}^2 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 & -w_{os}^2 & -2D_s w_{os} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\\ x_5 \end{bmatrix} +
\begin{bmatrix} 0\\ 0\\ 0\\ 0\\ V_s w_{os}^2 \end{bmatrix} U(t) \qquad \text{(Eq.2)}
$$

O modelo em questão pode ser reduzido à terceira ordem nos casos em que a dinâmica da servo válvula seja desprezível em relação a do cilindro.

3.2 - Modelo Matemático do Motor de Corrente Contínua

Para um motor de corrente contínua a ímã permanente, as equações elétricas e mecânicas podem ser escritas da seguinte forma clássica (ref. 15).

$$V(t) = Ri(t) + L\, di(t)/dt + E \qquad (3)$$

onde $E = \alpha w$, com w = velocidade angular

$C_{Elétrica} = K.i(t)$ para equação do conj. elétrica.

$$J\, dw/dt + Dw = C_E - C_L \qquad (4)$$

$$\Theta = dw/dt$$

das equações acima obtemos:

$$
\begin{aligned}
di(t)/dt &= R/L\, i(t) - \alpha/L\, w(t) + V/L\\
dw(t)/dt &= K/J\, i(t) - D/J\, w(t) + 1/J\, C_L\\
d\,\Theta(t)/d(t) &= w(t)
\end{aligned}
\qquad (5)
$$

utilizando a representação de estado temos:

$$
\begin{bmatrix} \dot{I}\\ \dot{w}\\ \dot{\theta} \end{bmatrix} =
\begin{bmatrix} -R/L & -\alpha/L & 0\\ K/J & D/J & 0\\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} I\\ w\\ \theta \end{bmatrix} +
\begin{bmatrix} 1/L\\ 0\\ 0 \end{bmatrix} V +
\begin{bmatrix} 0\\ 1/J\\ 0 \end{bmatrix} C_L \qquad (6)
$$

Entretanto, este modelo pode ser simplificado para um de segunda ordem.

3.3 - Motores de Passo

Os motores de passo podem ser representados por um modelo simples envolvendo somente as características mecânicas sobre um passo para a aplicação em malha aber-

ta (ref.6).

$$n.K.i = J\, d^2\theta(t)/dt^2 + D\, d\theta(t)/dt \qquad (7)$$

onde n representa o número de fases alimentados a cada instante.

Nas operações em malha fechada os valores da corrente média $i_m(t)$ são função do ângulo de comutação de fase $\theta_f(t)$.

$$i_m(t) = \alpha.\theta_f(t) \qquad (8)$$

Sendo portanto,

$$\alpha.\theta_f(t) = J\, d^2\theta(t)/dt^2 + D\, d\theta(t)/dt$$

3.4 - Modelo Matemático de Máquina Síncrona a Rotor Ímã Permanente

Para uma máquina de corrente alternada, não saturada e alimentada por uma fonte trifásica simétrica e quase senoidal, podemos escrever as seguintes equações, onde os termos com índice 'S' referem-se ao estado n, e 'R' ao rotor (ref.16).

$$R_S\bar{I}_S + L_s.d\bar{I}_S/dt + L_o.d/dt(\bar{I}_R e^{j\xi}) = V_S(t) \qquad (9)$$

$$R_R\bar{I}_R + L_R.d\bar{I}_R/dt + M.d/dt(\bar{I}_S e^{-j\xi}) = V_R(t) \qquad (10)$$

$$J.dw/dt + Dw = C_E - C_L = 2/3.M.I_M\left[\bar{I}_S.(\bar{I}_R e^{j\xi})^*\right] - C_L \qquad (11)$$

dando $d\xi/dt = w$ = velocidade angular no eixo e

$$\bar{I}_S(t) = \bar{I}_{S1}(t) + \bar{I}_{S2}(t)e^{j2\pi/3} + \bar{I}_{S3}(t)e^{j4\pi/3}$$
$$\bar{I}_R(t) = \bar{I}_{R1}(t) + \bar{I}_{R2}(t)e^{j2\pi/3} + \bar{I}_{R3}(t)e^{j4\pi/3} \qquad (12)$$

com $i_{S1} + i_{S2} + i_{S3} = 0$ e $i_{R1} + i_{R2} + i_{R3} = 0$

sendo em (9):

$$V_S(t) = v_{S1}(t) + v_{S2}(t)e^{j2\pi/3} + v_{S3}(t)e^{4\pi/3}$$

Na equação (11) $(i_R e^{j\xi})^*$ é o conjugado complexo.

Simplificações no modelo anterior podem ser introduzidas. Primeiro desprezando as equações de corrente do estator pela suposição que o inversor é capaz de impo-las. Muitos sistemas possuem malha de corrente facilitando a imposição desta.

As correntes do rotor podem ser representadas por um modelo simplificado de duas fontes de correntes (ref 17) e as equações (10) podem ser simplificadas para:

$$\bar{I}_R(t) = I_F - I_F/2\ (e^{j2\pi/3} + e^{-j2\pi/3}) = 3/2\ I_F \qquad (14)$$

onde I_F representa os equivalentes às fontes de correntes.

As equações correntes de estator e rotor podem ser representadas nos eixos da eq. (ref.18).

Utilizando a expressão da corrente em função do ângulo de torque α temos para i_{sq}:

$$i_{sq} = I_m\left[\bar{I}_S e^{-j}\right] = i_S\, \text{sen}\alpha \qquad (15)$$

substituindo (14) e (15) em (11),

$$J\, dw/dt - Dw = M\, I_F.i_{sq} - C_L = K.i_{sq} - C_L$$

3.5 - Comentários Sobre a Complexidade dos Modelos

O controle dos diversos atuadores de um robô pode ser realizado de forma descentralizada, tendo um microprocessador para controle de cada atuador.

Os modelos dinâmicos de atuador não devem possuir complexidade para facilitar os cálculos a serem realizados durante a operação.

Dentre os modelos apresentados, o mais simples é do motor de passo, onde nenhuma realimentação é necessária para controle do motor em malha aberta e apenas a realimentação de posição é necessária em malha fechada. Nas operações em malha aberta o motor é operado a 50% do conjugado máximo disponível, como medida de segurança.

Em segundo lugar, quanto à complexidade de modelos, aparecem os motores de correntes contínuas, no caso simplificado sendo um segunda ordem. Para operação destes motores são habitualmente necessárias informações realimentadas sobre três variáveis. No caso de utilização encoder de posição a velocidade pode ser obtida sem o dispêndio de outro transdutor.

Os atuadores hidráulicos são representados por um modelo simplificado de terceira ordem, sem muita complexidade de controle, sendo necessárias realimentações de posição e velocidade para operação do sistema.

No caso de motores síncronos de ímã permanente temos o modelo mais complexo, onde pelo menos duas variáveis têm que ser controladas. Ademais os motores síncronos introduzem complexidades de controle devido à necessidade da transformação de coordenadas a ser realizada pelo processador. Além das realimentações de corrente, posição e velocidade, a operação dos motores síncronos implica no cálculo do ângulo entre as tensões ou correntes de estator e a força eletromotriz induzida. A despeito da complexidade de controle dos acionadores síncronos, eles são atraentes devido à possibilidade de altas velocidades.

4 - QUADRO COMPARATIVO ENTRE ACIONADORES ELÉTRICOS (E) E ACIONADORES HIDRÁULICOS (H)

(1) Acúmulo de Energia, (E) Difícil, (H) Limitado; (2) Transporte de Energia, (E) Fácil, rápido, barato, grandes distâncias, (H) Fácil, lento, caro, distâncias até 100m, (3) Custo de Produção, (E) Baixo, (H) Inicial elevado; (4) Obtenção de Movimento Retilíneo, (E) Difícil, necessita transmissão mecânica, (H) Fácil (cilindros hidráulicos - pequenas dimensões para forças elevadas), fácil controle de velocidades; (5) Obtenção de Movimento Rotativo, (E) Fácil (motores elétricos) - largas faixas de velocidade, (H) Fácil (motores hifráulicos) rotações não muito altas, facilidade de regulagem e variação de velocidade - torques altos; (6) Constante de Tempo, (E) DC/síncrono - baixa, step-média, (H) Média; (7) Conjugado de Partida, (E) Elevado, até 2 vezes o nominal, (H) Até 80% do nominal; (8) Rendimento, (E) Alto - 90 a 95%, (H) Regular - 65 a 90%; (9) Relação Peso/Potência, (E) Grande-13,6 Kg/Hp, (H) Pequena - 5,4 Kg/Hp.

5 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. CARBON, C.; Applications des Moteur Pas a Pas a la Robotique, INPL - Nancy, 1979 / 2. ACARNEY, P. et. all.; Torque and Speed Capabilities of Multi-Stack Variable Reluctance Motors; Proc. Conf. an Stepping Motors and Systems; Leeds, 1979, pp. 37-42 / 3. SCHWARZ, B.; IPAC - Lausanne; Suíça, 1983, pp. 375-382 / 4. AGARWALL, P & Wang, T.; Proc. IEEE; Vol. 61, nº 5, May 1973 / 5. Application of Stepping Motors; Philip. Tech. Rev. 35, pp. 104-105, 1975, nº 4 / 6. CUNHA Jr., H.; Rev. Cont. Inst. Dez, 1983 / 7. CUNHA Jr., H & M. El Mouedin: Anais 1º Comefi, S. Paulo, 1984, pp. 203-210 / 8. RADZIWILL, W.; Philips. Tech. Rev. 35, pp-106-115, 1985, nº 4 / 9. MASKREY, R.H. & THAYER, W.J.; A Brief History of Electrohydraulic Servomechanisms Transactions of the Asme; Vol. 100, June 1978, pp. 110-116 / 10. Publ. Rexnord - Racine Hidráulica Ltda.; Manual de Hidráulica Básica, 1981, 3a. Ed. / 11. Publ. Rexroth Hidráulica Ltda., Catálogos nºs RP00200, RP17240 a RP17298 e RP91000 / 12. KAUFFMAN J.; Basic Course in Hidraulic Systems; Machine Design; February 29, 1968 a September 26, 1968 / 13. MERRIT, H.; Hydraulic Control Systems: John Willey, 1967 / 14. WANG, P.; IEEE Trans. AC., Vol. 8, 1963, p. 15-27 / 15. NASAR & UNNEWEHR; Electromechanics and Electric Mechines; John Wiley, 1979 / 16. LEONARD, W.; Regelung in der Elektrischen Antriebtechnik; B.G. Teubner, 1974 / 17. CLAUSSEN, U.; Adaptative Zeitoptimole Lageregelung Lines Linearen Itellontriebs Mit Synchromen Linearmotor; TU - Braunschweig, 1979 / 18. MACDONAID, M. & SEN, P.; IEEE Trans. IECI - Vol. IECI-26, Nº 4, Nov. 1979, pp. 237 à 243.

DYNAMIC POSITIONING SYSTEMS

NABEEL R. ELIAS
MECH. ENG. DEPT., UNIV. OF KHARTOUM

Dynamic positioning is the technique of maintaining the position of a vessel, barge or floating platform by means of thrust. Dynamic positioning systems provide a highly versatile anchoring system for vessels, etc., that must remain on a given location in the deep ocean. One very specific requirement for all offshore drilling equipment is that the equipment, ship or platform, barge or semi-submersible should be capable of retaining a stationary position at sea. Conventionally, ships are steered automatically using gyroscopic feedback of heading to compare with demanded course, and the resultant error signal is processed by standard three term controller before activating the steering gear to produce rudder deflection and correct course

INTRODUCTION

The technique of dynamic positioning can best be understood by considering the problem of control in general . In the most general terms, a control system can be described as a device which regulates the flow of energy in such a manner as to achieve some desired goal. Usually the system to be controlled is fixed and the designer has the capability of chossing the energy producers(actuators) and the manner in which to regulate this energy(controller). These elements are tied together to form the closed loop control system. The control problem becomes dynamic because of the presence of disturbing forces which are constantly changing.

The dynamic positioning system main components are :-

1. Position measurement system, including all d devices for generating the information to be processed by the controller.
2. Controller; the output of which is sent to the actuators.
3. Actuators(Propulsors); which povide the necessary counteracting forces and activity of stearing gear.

The ship is controlled in the horizontal plane; in the longitudinal x (surge) and Lateraly y (sway) directions, and about the z-axis (yaw), Fig.1. The system input are the ships position,surge and sway, and heading,yaw. The error is a positional deviation determined by coparing a measured value of position and heading with the desired value. This error is processed by the controller, which calculates the required thrust and inputs control signals to the propulsion system. The propulsion system produces the commanded thrust to counter the disturbing forces.

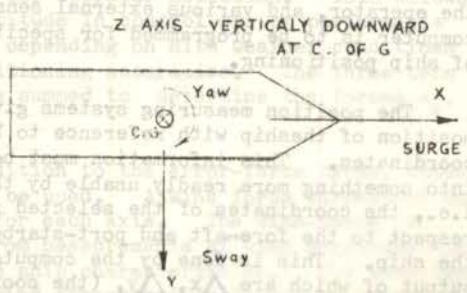


FIG.1 SHIP PLANE MOTIONS

SYSTEM REQUIREMENTS

During the actual drilling phase the automatic control system should be capable of :-

1. Controlling the propulsors for maintaining a reference position and heading under specified adverse weather conditions, with a maximum allowable radial position error of 6% of water depth so that not to exceed the allowable bending of the drilling string.
2. Avoiding high frequency fluctuations in the thrust demand (> 0.05 cps) since this may cause unnecessary wear of the propulsors, moreover the power plant may not be capable to follow these fluctuations which may result in power interuption.
3. Controlling the propulsors for changing the position of the ship in case a new reference position is selected.
4. Controlling the rudder deflection during steering.

A very specific feature of dynamic positioning accuracy is essentially independent of the water depth, but that it depends only on the environmental conditions and the properties of the ship and its propellers. As a rule the accuracy with which it is possible to determine the actual position depends on the depth of the water, these two properties have for a result that the positioning accuracy as a percentage of water depth decreases according to the water depth decreases.

DISTURBING FORCES

Since the behaviour of offshore structures results from environmental conditions it is essential to consider these conditions. Environmental forces are produced by current, wind and waves. The result of these forces are ship motions in six degrees of freedom, pitch, roll, yaw, surge, sway, and heave. For dynamic positioning the motions of primary concern are the planar motions of surge, sway and yaw only which are affected by the direction of current and wind [1] , [2] , [3] .

POSITION MEASUREMENT SYSTEM

In the case of a drillship, the positional requirement will generally be that the centre of the rotary table is directly above well. Thus longitudinal& transverse displacements of the centre of the rotary table, with respect to a fixed reference, must be measured as well as the heading of the ship.

The source of the heading data is the ship's normal gyrocompass. For linear displacements, techniques fall into three categories; electronic, mechanical, and acoustic. Electronic measurement has the disadvantage of requiring proximity to land giving rise to decrease in accuracy with increase in range. Mechanical means (such as the inclinometer) and acousticsonar-techniques have shown itself to meet the requirement of dynamic ship positioning systems.

Obviously the position measurement system need not employ only a single technique. If the ship is to be used over geographical areas that are near shore and in mid ocean, a combination of several techniques can be used so that sufficient accuracy is obtained for all locations and all water depths [4]. Both, acoustic [5] and taut-wire techniques could be used.

THRUST ACTUATORS

Dynamic ship positioning systems counter external environmental forces by the use of thrust. The thruster configuration must be such that it can provide forces for control of the three motions, surge, sway, and yaw. In addition, the thruster system must meet the following :-

1. The total thrust magnitude must be great enough to counter expected environmental forces.
2. The dynamic response of the thrusters must be rapid enough to follow the changing external forces.

There are several thruster types and configurations which meet these requirements.

Thruster system can be divided into the following categories [6] :-

1. Fixed bladed propellers for longitudinal thrusts, fixed bladed thrusters for transverse thrust. Thrust magnitude control by variation of r.p.m.
2. Controllable pitch propellers and thrusters, thrust magnitude control by variation of pitch.
3. Cycloidal propellers (voith Schneider), thrust magnitude and direction control by means of control of kinematics of blades.
4. Rotatable thruster units, (either retractable or fixed), thrust magnitude control by variation of r.p.m. thrust direction control by rotation of the unit.

The thrust attained by all these thrusters is normally in the region of 8-12 kgf/H.P., depending upon the propeller loading which by consequence, renders it necessary to instal longitudinally, roughly, 6000 h.p., and transversely 4500 h.p. forward and 3000 h.p. aft.

Water jets have not been considered by reason of insufficient efficiency.

As it is required that an order for change of thrust would have to responded to with the greatest po sible speed, fixed bladed propellers were deemed the least suitable solution for this particular problem.

Rotatable or steerable thrusters are similar in concept to inboard/outboard motors where thrust direction is varied by changing the direction of the propeller. The disadvantages of steerable units is the additional complexity of the hardware needed to control the propellers orientation.

The remaining possibilities are controllable pitch propellers and cycloidal propellers. Cycloidal propellers control both thrust magnitude and direction through blade kinematics. In concept these units seem ideally suited to positioning application due to their excellent dynamic response. However, their efficiency (thrust/horspower) is not as high as controllable pitch propellers and they are some what expensive. Cycloidal propellers produce a thrust of 8 kgf/hp. This efficiency can be improved by mounting a nozzle-plate under the propellers or jet guides above the propellers.

Contollable pitch propellers (or thrusters) are the most commonly used thruster system. Longitudinal thrust is provided by the ship main propulsion and lateral thrust is produced by thrusters mounted transversely to the ship axis. Yaw correction is achieved by commanding unequal thrusters, thus producing a turning moment on the ship.

The thrusters can be mounted directly on the hull or in tunnels. Tunnels afford thruster protection and reduce drag when the ship is in transit However, tunnels slightly decrease the thruster efficiency due to increased hydrodynamic flow resistance.

The control concept using these two types of propellers will be considered in the next section.

THE CONTROLLER

In general the controller performs the functions of processing and analyzing the error signal information, computing the necessary control orders and operating the ship's propulsion system.

These functions could be implemented by the use of either an analog or digital computer. Analog computer is believed to be more dependaple on board a ship than a digital computer, as it is less sensitive to electric current variations, heat and humidity. But, the present trend is to use small general purpose, digital machines due to other reliability, versatility and ease of expansion by the purchase of additional core storage. In addition to the central processing unit computer must include interface hardware which allows the computer to communicate with the operator, and various external sensors. The computer is to be programmed for specific application of ship positioning.

The position measuring systems gives the position of theship with reference to a fixed set of coordinates. This information must be transformed into something more readly usable by the thrusters, i.e., the coordinates of the selected point with respect to the fore-aft and port-starboard axes of the ship. This is done by the computer and the output of which are Δx, Δy, (the coordinates of the selected point with respect to these axes) and $\Delta \theta$ (the discrepancy between the actual and the desired heading).

These information signals, Δx, Δy and $\Delta \theta$, must be filtered from noise. There are various reasons for the noise. Vibrations of the taut-wire, scattering of the measurements given by the acoustic sensors, pitch and roll of the ship. Left unfiltered the noise would be amplified in the subsequent stages, giving rise to hunting of the servo-mechanisms which would shorten their life expectancy.

If F_x and F_y are respectively the projections, on the fore-aft and port-starboard axes of the ship, of the external forces acting on its center of gravity, and R_x and R_y are the projections, on the same axes, of the counter balaning thrust, and if C is the external torque acting on the ship and T the torque provided by the thrusters, we can write :-

$$F_x = -R_x = k_1 \Delta x \qquad (1)$$

$$F_y = -R_y = k_2 \Delta y \qquad (2)$$

$$C = -T = k_3 \Delta \theta \qquad (3)$$

However, merely solving equations (1), (2) and (3) would not lead to a satisfactory positioning system [7] for the following reasons :-

1. The motions of the ship are very little damped by the sea. Some kind of artificial damping must thus be introduced.
2. Current and wind forces are relatively steady and would blow the ship off position if lif unchecked.
3. According to equations 1, 2 and 3, the counter balancing thrusts would be equal to the external forces only when Δx, Δy, and $\Delta \theta$ reach a certain value which depends on coefficients K_1; K_2; K_3. Since these coefficients cannot be made very large without provoking a dangerous hunting back and forth of the positioning system, it follows that a positioning error, proportional to the external force, would be systematically maintained.

For these reasons, the classical solution, P I D controller is used. The control term proportional to the measured deviation is the basic feedback. the derivative term is added, to increase the damping of the control system, and consequently acts as a stability factor. The function of the integral term is to compensate for steady-state disturbing forces.

The proper choice of the gain constants K_p, K_i and K_d for each of the control loops is the result of control system design and simulation. High gains result in tighter position keeping with adverse effect of increased thruster activity. Low gains can be used in mild sea conditions without adversely affecting positioning. Normally, sets of gains for each loop are provided for operator selection. This allows a degree of latitude in control system performance optimization depending on site weather conditions and required positioning accuracies. The three term in each loop are summed to determine the forces R_x, R_y ahd couple T.

In addition to the error-force terms, wind-feed-forward must be used. A wind force correction term is computed for each axis. The wind-force is determined from measurements of wind magnitude and direction and ship characteristics. The wind term counteracts wind forces before it has an opportunity to blow off position. Inclusion of wind compensation greatly increases position keeping accuracy, as wind is the predominate disturbing force acting on ship. Fig. 2 shows a diag., of such a system.

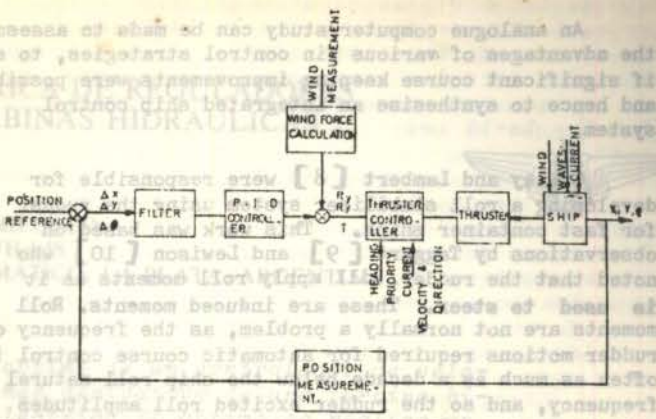


FIG. 2 SOPHISTICATED CONTROL SYSTEM

The thrust components, R_x and R_y, and torque T necessary to control surge, sway and yaw are the result of error-force and wind terms.

Also it would be possible to feedback a current term. Current forces like wind forces are relatively steady. Although this extra loop has not been applied to dynamic positioning systems in operation, but it promises an increase in accuracy of positioning.

From the total thrust and torque requirements R_x, R_y and T, the last stage of the controller determine the individual output of each thruster. This depends upon the type and configuration of thrusters. As discussed earlier, the thrusters to be used are either controllable pitch propellers or cycloidal propellers.

Once the required thrust per propeller (knowing the number of propellers in operation) has been calculated, the corresponding control signal of each propeller is determined using the propeller's manufacturers data.

However, the developed thrust may deviate from the required thrust in many cases. One reason may be the saturation of the propulsors since the available power to generate thrust is limited.

Another reason is the limited rate of change of propeller's thrust. Also the performance of thrusters depends upon the influence of current magnitude and direction. It would be possible that this variation in performance is considered by the controller, so that corrections of the control signal to the propellers could be done.

Saturation of the transverse propulsor will affect the heading of the ship, and to avoid this, the heading is given a priority at the cost of position control (named sway). This is done by introducing a heading priority loop in the control system. However in some situations the heading priority is less useful, this is the case when due to the saturation in stern thrusters, the ship will head up into the wind.

CONTROLLING THE SHIP DURING COURSE MOTION

Conventionally ships are steered automatically using gyroscopic feedback of heading to compare with a demanded course, and the resultant error signal is processed by a standard three-term controller before activating the steering gear to produce rudder deflection and correct course. Similarly independent active fin stabiliser systems are fitted, measuring roll gyroscopically and using the fins to reduce roll. Significant cross coupling has been observed in this multi-variable system, and this has been used to some advantage in an active rudder roll stabilisation system.

An analogue computer study can be made to assess the advantages of various fin control strategies, to see if significant course keeping improvements were possible, and hence to synthesise an integrated ship control system.

Gowley and Lambert [8] were responsible for developing a roll stabiliser system using the rudder for fast container ships. This work was based on observations by Taggart [9] and Lewison [10] who noted that the rudder, will apply roll moments as it is used to steer. These are induced moments. Roll moments are not normally a problem, as the frequency of rudder motions required for automatic course control is often as much as a decade below the ship roll natural frequency, and so the rudder excited roll amplitudes will be small. If, however the rudder is fast enough to excite the roll natural frequency of the ship it may, by applying moments in the correct phase, be used as a roll stabiliser.

The roll stabiliser system developed by Cowley has been proved by extensive sea trials mainly abroad Manchester Concorde. For ships fitted with active fin stabilisers which are inclined to the horizontal, one would expect a similar cross coupling into the lateral motions of yaw and sway. This is because with inclined fins the horizontal components of the fin force are additive and therefore produce a lateral force causing sway motions and unless the yaw axis of the ship, yaw moments will also be produced by this lateral force. Thus as far as yaw and sway effects are concerned, inclined fins produce the same qualitative effects as the rudder, although the magnitude of the force and momeent may be less. One is therefore faced with the situation where two separately controlled hydrodynamic surfaces on the ship each effect the motions in sway, yaw and roll and it therefore seems likely that if suitable control strategies could be developed, reductions both in roll amplitude and in yaw errors may be obtained. The reductions in lateral motions would of themselves help reduce roll motion due to the hydrodynamic coupling between these two channels.

The use of two distinct systems for fin stabilisation and auto-pilot has been suggested by Carley and Duberley [11] to be a possible cause of poor fin effectiveness. Lloyd [12] makes some suggestions regarding modifications necessary to counteract these interactions. Also Allan [13] noted in an early paper on fin stabilisers that in some circumstances their use could make the ship almost unsteerable.

The independently-designed roll stabilisation system aims to minimise ship roll, whereas the auto-pilot attempts tominimise yaw excursions from a selected heading. Both are attempting to minimise propulsive losses due to additional resistance incurred from unnecessary ship motions and, as the two systems are often fighting one another, this criterion is not met.

An initial pilot study was conducted by Cowley using a fictious model generated from previously determined derivatives for Manchester Challenge but with the assumption of a fin stabiliser package fitted, the information for a fin system for a vessel of this type being supplied by Messrs. Brown Brothers. This study indicated that worthwhile improvements in both yaw and roll control could be obtained by cross coupling yaw rate to the fin controller and roll rate to the autopilot. Manchester Liner's containerships were perhaps a little unusual in that the rudder is capable of exercising very effective roll control and for this reason it was decided that further work should be carried out on a different type of vessel, preferably one which would normally be fitted with active fin stabilisers. Paper [14] describes an analogue computer simulation study to assess an integrated control system for stearing.

A block diagram of the integrated controller is shown in Fig. 3.

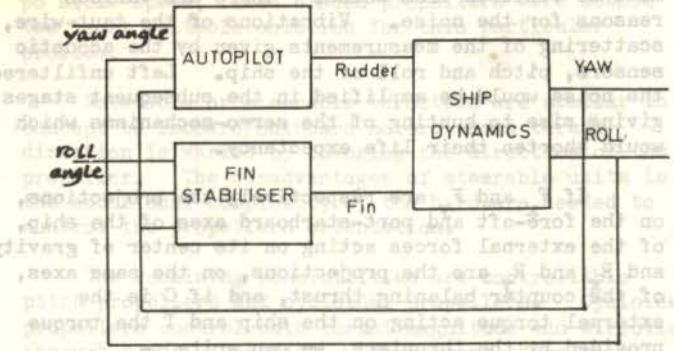


FIG.3 BLOCK DIAGRAM OF INTEGRATED CONTROLLER

REFERENCES

1. Stocktom, T.R. :"Dynamic positioning of deep drilling vessels". Under water Journal, December, (1972).
2. Brink, A.W. ; Van den Brug, J.B. ; Ton, C; Wahab, R.; Van Wijk, W. R.: "Automatic position and heading control of drilling vessel". Third ship control systems Symposium, September, (1972).
3. Bruke, B.G., : "The Analysis of Motions of Semisubmersible Drilling Vessels in Waves". Offshore Technology Conference, (1969).
4. Schneider, W.P. : "Dynamic positioning Systems." Offshore Technology Conference, (1969).
5. Calcar, H.V. : "Acoustic Positioning Reference Methods for Offshore Drilling Operations." Offshore Technology Conference, (1969).
6. Sjouke, J. ; Lagers, G., : "Development of Dynamic Positioning for IHC Drill Ship", Offshore Technology Conference. (1971).
7. Harbonn, J., : "The Terebel Dynamic Positioning System-Results of Five years of Field Work and Experiments". Offshore Technology Conference, (1971).
8. Cowley, W.E. ; Lambert, T.H., "The use of the rudder as a roll stabiliser". 3rd. Ship Control System Symposium. Bath (1972).
9. Taggart, R; "Anomalous behaviour of merchant ship steering systems". S.N.A.M.E. Spring meeting, (1969)
10. Lewison, G.R.G.; Williams, I.M. :"An assessment of N.P.L. roll stabilisers in service". R.I.N.A. (1971).
11. Carley, J.B.; Duberley, A.: "Design considerations for optimum ship motion control". 3rd. ship Cont. Symp. (1972).
12. Lloyd, A.R.J.M.: "The hydrodynamic performance of roll stabiliser fins". 3rd. ship Control Symp. (1972).
13. Allan, J.F. "The stabilisation of ships by activated fins". Trans. INA, Vol. 87. (1945).
14. Broome, D.R.; Elias N.R.: An Integrated Controller for Ships. Proceedings of symposium on vehicle Dynamics. Inst of Measurement and Control. London (1978).

OPTIMIZACION PARAMETRICA DE REGULADORES DE VELOCIDAD DE TURBINAS HIDRAULICAS

RUBEN H. MILOCCO
EDGAR WILLIS
LABORATÓRIO DE CONTROL AUTOMÁTICO. LA PLATA. ARGENTINA

En este trabajo se analiza el ajuste optimo de un controlador de velocidad tipo proporcional mas integral mas derivativo de una turbina hidraulica utilizada para generacion electrica.El optimo se realiza en el sentido de minima varianza de la frecuencia electrica considerando las perturbaciones estocasticas normales del sistema electrico y la estabilidad del mismo.Se plantea una alternativa adicional de control mediante la inclusión de una avanacción que permite mejorar la conducta de la frecuencia y la estabilidad del lazo.

INTRODUCCION

En los sistemas electricos de potencia el logro de una buena calidad de control y conductas poco oscilatorias son objetivos deseables de alcanzar ,pero que no es facil satisfacer simultaneamente.En aquellos sistemas con predominio de generacion hidraulica estos problemas se agudizan por las caracteristicas dinamicas de las turbinas de este tipo de centrales(respuesta inversa, variación de sus parametros en función de la carga),que no admiten una respuesta rápida sin comprometer la estabilidad del sistema en el cual actuan.La respuesta necesariamente lenta de este tipo de centrales respecto de las perturbaciones presentes en el sistema provocan un desbalance dinámico entre la potencia demandada y la potencia generada que se refleja en grandes apartamientos de la frecuencia electrica.En este trabajo se busca optimizar los parámetros del controlador convencional de velocidad de las turbinas hidraulicas para lograr minima varianza de la frecuencia eléctrica cuando esta sujeta a las perturbaciones estocasticas normales(potencia demandada), observando la estabilidad del lazo para distintos puntos de carga.

OPTIMIZACION PARAMETRICA

La mayoria de las turbinas electricas instaladas poseen controladores convencionales tipo proporcional mas integral mas derivativo (P+I+D) ,por ello este analisis lo realizaremos optimizando los ajustes de este para obtener minima varianza (σ_f) atendiendo también la varianza de la posicion de los alabes directores de la turbina(σ_M).Para el analisis supondremos que todo el sistema electrico esta constituido por una turbina hidraulica equivalente segun se muestra en la figura 1.En ella f_o es el valor deseado de frecuencia;Tw es la constante de tiempo de la turbina [Ref 1] ;Ta es la constante de inercia del grupo; λ es el punto de operacion de la turbina;Pd es la potencia demandada;Pg es la potencia generada por el grupo;Kc,Ti,Td, bp son los parametros del controlador:(ganancia transitoria,tiempo integral,tiempo derivativo y estatismo permanente) "M" es la posicion de los alabes directores y "f" es la frecuencia electrica del sistema.

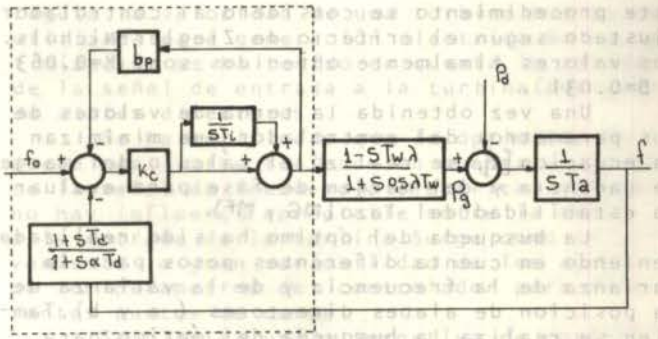


Figura 1.

La optimización paramétrica consiste en encontrar la terna kc,Ti,Td que minimize la suma pesada de las varianzas de la frecuencia(σ_f) y de la posicion de alabes directores(σ_M).El procedimiento utilizado consistió en expresar la varianza como la integral del espectro de potencia de la señal [Ref 2]:

$$\sigma_M = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi MM(w)\,dw; \quad \sigma_f = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi ff(w)\,dw \qquad [1]$$

donde "$\Phi ff(w)$" es el espectro de potencia de la frecuencia electrica y "$\Phi MM(w)$" es el espectro de potencia de la señal de posición de los alabes directores de la turbina.Luego se buscó el minimo de$(a\sigma_f + b\sigma_M)$ donde a[0,1] y b[0,1] con a+b=1 :

$$\min \int_{-\infty}^{+\infty} \left[a\,\Phi ff(w,Kc,Ti,Td) + b\,\Phi MM(w,Kc,Ti,Id)\right] dw \qquad [2]$$

donde: [Ref 2]

$$\Phi ff(w,Kc,Ti,Td) = \Phi PdPd(w)\ \left|GPdf(w,Kc,Ti,Td)\right|^2 \qquad [3]$$

$$\Phi MM(w,Kc,Ti,Td) = \Phi PdPd(w)\ \left|GPdM(w,Kc,Ti,Td)\right|^2 \qquad [4]$$

"$\Phi PdPd(w)$" es el espectro de potencia de la potencia demandada ;"GPDf (w,Kc,Ti,Id)" es la funcion de transferencia entre "Pd" y "f" ;"GPdM(w,Kc,Ti,Td)" es la función de transferencia entre "Pd" y "M".

El cálculo de la integral [2] ha sido realizado en forma recursiva segun la [Ref 2] .La busqueda de la terna Kc,Ti,Td que minimiza la suma pesada na sido realizada por el metodo de busqueda aleatoria [Ref 3] que consiste en calcular la integral [2] para un numero finito de posibles ternas elegidas en forma aleatoria sobre un intervalo dado de las variables.La repetición de estos calculos reduciendo el inter-

valo de los posibles valores que pueden tomar las variables de la terna ,permite obtener el minimo buscado.En estos calculos ,los valores adoptados para las constantes del sistema son las tipicas que recomienda la bibliografia [Ref 1] : Ta=10 seg. ; Tw=3 seg. : 0,1 ; =.1 ;bp=0.04 .

Para que la busqueda se realize teniendo en cuenta las perturbaciones estocasticas normales de potencia demandada que intervienen en el sistema, debemos conocer el espectro de potencia de esta ($\Phi PdPd(w)$) para luego ser usado en las ecuaciones [3] y [4] .El modelo que representa este espectro de potencia ha sido extraido de la bibliografia [Ref 4] :

$$\Phi PdPd(w) = \frac{K}{1+B^2 w^2} \quad [pu\ Mw]^2$$

Los coeficientes que se han adoptado para este modelo fueron obtenidos hallando el espectro de potencia de la señal de frecuencia del Sistema Nacional Interconectado multiplicado por la inversa de la función de transferencia entre la potencia demandada y la frecuencia.En este procedimiento se considero al controlador ajustado segun el criterio de Ziegler-Nichols. Los valores finalmente obtenidos son: K=0.063 ; B=0.031 .

Una vez obtenida la terna de valores de los parametros del controlador que minimizan la ecuacion [2], se realizó el cálculo del margen de ganancia y del margen de fase para evaluar la estabilidad del lazo(MG y MF).

La busqueda del óptimo ha sido realizada teniendo en cuenta diferentes pesos para la varianza de la frecuencia y de la varianza de la posicion de alabes directores (a y b).Tambien se realiza la busqueda del óptimo para diferentes puntos de carga (λ variable) que van de plena carga(λ=1.) al minimo técnico (λ =0.4).

RESULTADOS OBIENIDOS

Los resultados obtenidos en la minimizacion se muestran en la tabla I

TABLA I

Kc [PuMw/PuHz]	Ti [seg]	Td [seg]	MG	MF [°]	γ_f $[P_u H_z]^2$	γ_M $[P_u M_w]^2$	a	λ
2.8	5.8	1.85	2.17	25	.672	2.044	1.	1.
2.75	7.9	1.78	2.18	27	.704	2.028	.9	1.
2.63	9.1	1.76	2.27	27.1	.776	2.024	.8	1.
2.58	10.4	1.73	2.32	27.6	.832	2.023	.7	1.
2.51	12.	1.72	2.38	28.1	.904	2.022	.6	1.
2.51	13.2	1.67	2.38	28.6	.960	2.021	.5	1.
2.50	16.	1.63	2.36	29.5	1.05	2.020	.4	1.
2.43	19.3	1.63	2.42	29.1	1.21	2.019	.3	1.
2.41	25.1	1.62	2.43	29.2	1.45	2.018	.2	1.
2.3	32.6	1.6	2.45	29.3	1.85	2.018	.1	1.

De la observación de esta tabla surgen las siguientes consideraciones:

.- La varianza de la señal de posición de alabes directores (γ_M) permanece practicamente constante para a [0,1] .

.- La varianza de la señal de frecuencia electrica (γ_f) aumenta,porcentualmente mucho,para variaciones de a (>250% para a[0,1]).

.- Para los diferentes óptimos hallados,la estabilidad queda definida por un margen de ganancia entre 2.17 y 2.45 ,y un margen de fase entre 25 y 29 grados (relacion de atenuacion 1/4).

De estas consideraciones se concluye que para a=1 obtenemos la minima varianza de la frecuencia sin aumento porcentual significativo de la varianza de la señal de entrada a la turbina (γ_M).Por otro lado el margen de ganancia y de fase estan dentro de los valores aceptables. La Tabla II muestra la variacion que deben tener los parametros del controlador para mantener minima la varianza de la frecuencia en diferentes puntos de carga cuando consideramos unicamente la minimizacion de la señal de frecuencia electrica (a=1. ;λ [1,0.4])

TABLA II

Kc [PuMw/PuHz]	Ti [seg]	Td [seg]	MG	MF [°]	γ_f $[P_u H_z]^2$	γ_M $[P_u M_w]^2$	a	λ
2.8	5.8	1.8	2.17	25	.672	2.044	1.	1.
2.84	4.6	1.82	2.13	25	.578	2.035	1.	.9
2.92	3.4	1.82	2.10	25	.503	2.033	1.	.8
2.95	2.6	1.87	2.05	25	.444	2.030	1.	.7
3.04	2.12	1.76	2.00	26	.400	2.020	1.	.6
3.23	1.84	1.76	1.98	28	.368	2.016	1.	.5
3.43	1.84	1.76	1.82	32	.352	2.010	1.	.4

En esta tabla observamos una gran variación en los parámetros del controlador que dan los óptimos para diferentes puntos de carga. Esto se convierte en una gran desventaja pues al no ser un controlador adaptivo (no posee la abilidad de poder adaptarse automaticamente) deberá elegirse un ajuste que será óptimo en un punto de carga pero no lo será cuando la carga varie.Este ajuste seleccionado debera ser tal que no deteriore la estabilidad del lazo cuando varie la carga.Es decir que para toda carga deberá adoptarse el ajuste correspondiente a funcionamiento de plena carga(λ=1) con la desventaja que cuando la carga varie los ajustes queden muy fuera de los optimos. Un calculo para estas condiciones muestra que el valor de γ_f para λ=.4 es de .4816 10^{-8} $[PuHz]^2$ en vez de .352 10^{-8} $[PuHz]^2$ que se obtendría con el optimo , es decir que existe un deterioro de 35%.

INCLUSION DE AVANACCION

Sin modificar la estructura del controlador ,es posible mejorar la respuesta del sistema si tenemos en cuenta que podemos medir la potencia demandada en bornes del generador electrico.Esta señal es posible usarla para que actue en avance sobre la respuesta de la turbina.En este trabajo se considerará el ingreso de esta señal a través de un filtro de primer orden segun muestra la figura 2

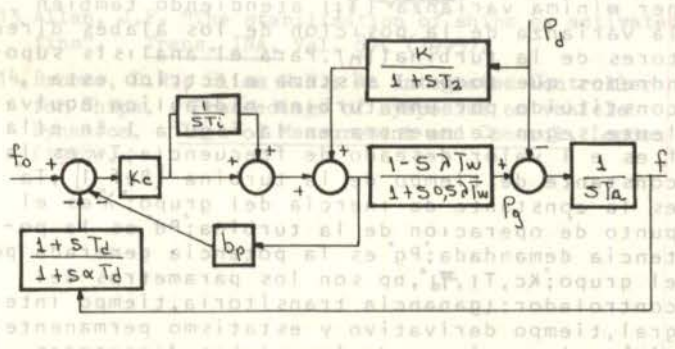


Figura 2. Inclusión de avanaccion sobre el esquema de la Figura 1.

Seguiremos el mismo procedimiento que en el caso anterior para hallar los óptimos tanto del controlador como del filtro y poder comparar las mejoras obtenidas.La minimización se realizará ahora teniendo en cuenta una quintupla de parametros : Kc,Ti,Td,K,T_2 .En la tabla III se muestran los resultados obtenidos en la minimización para diferentes pesos de la varianza de la señal de frecuencia electrica y de la varianza de la señal de posicion de los alabes directores de la turbina.Se considera el caso de funcionamiento a plena carga (λ=1.)

De la observación de la tabla III podemos decir que la varianza de la señal de posición de alabes directores se mantiene practicamente constante y de valor algo inferior a los hallados en las tablas I y II .Encontramos tambien que la varianza de la frecuencia es un 10% menor que la hallada en el caso presentado en la Tabla I para todos los optimos calculados.Finalmente obsevamos que el sistema es menos oscilatorio que en el caso de no tener la avanacción , esto queda reflejado por el notorio aumento del margen de ganancia para todos los óptimos hallados.

Para analizar la variación de los parametros del controlador y del filtro de la avanaccion para diferentes puntos de carga,se realizaron los calculos que dan los óptimos en esas condiciones.La Tabla IV muestra los resultados obtenidos para el caso de considerar en la minimización unicamente la varianza de la señal de frecuencia (a=1.),este es el caso mas apropiado de tener en cuenta pues se obtiene minima varianza de la frecuencia sin deterioro de la varianza de la señal de entrada a la turbina.

En la Tabla IV podemos observar que no existen variaciones apreciables en los parametros del controlador para los diferentes puntos de carga.Esto es debido a que con la señal de avanacción la respuesta del grupo ante perturbaciones de potencia demandada es suficientemente rápida sin la acción energica del controlador(caso diferente de considerar al contrdador sin la avanacción).El controlador se encargará de llevar lentamente las variables del sistema a su punto de reposo o estacionario.Si bien se observa una variación en la ganancia del filtro en el camino de la avanacción entre 7 y 1. , pruebas realizadas en este sentido permiten asegurar que la varianza de la señal de frecuencia y la de posición de alabes directores no son sencibles a variaciones pequenas de este parametro.Por ejemplo si utilizamos un valor fijo de K=.8 tendremos γf=.1514 10^{-8} $[puHz]^2$ en vez de .1508 10^{-8} $[PuHz]^2$ para λ=1. y γf=.0832 10^{-8} $[PuHz]^2$ en vez de .0830 10^{-8} $[PuHz]^2$ para λ=.4 .

CONCLUSIONES

Se han obtenido los ajustes óptimos para un controlador tipo proporcional mas derivativo mas integral en el sentido de minima varianza de la frecuencia eléctrica cuando este regula la velocidad de una turbina hidraulica utilizada para generación electrica.En la optimización se ha tenido en cuenta la varianza de la señal de entrada a la turbina(posición de alabes directores).

Se ha verificado que la optimización puede realizarse teniendo en cuenta unicamente la señal de frecuencia electrica ya que no hay influencia apreciable sobre la señal a la entrada de la turbina.Surge como inconveniente la gran variabilidad de los ajustes de los parametros del controlador para diferentes puntos de carga.

Se plantea una alternativa de control sin afectar la estructúra del controlador.Esta alternativa esta dada a través de la inclusión de una avanaccion de la senal de potencia.La avanacción se realiza a traves de un filtro de primer orden. En la optimización

TABLA III

Kc [PuMw/PuHz]	Ti [seg]	Td [seg]	K	T2 [seg]	MG	MF	γf $[PuHz]^2$	γM $[PuMw]^2$	a	λ
2.39	11.2	1.9	.69	.012	2.5	27.6	.6	2.04	1.	1.
1.97	11.9	1.9	.62	.013	2.94	26.6	.648	2.027	.9	1.
1.79	13.8	1.9	.63	.013	3.2	26.6	.688	2.024	.8	1.
1.52	15.8	1.9	.65	.012	3.74	25.5	.772	2.021	.7	1.
1.39	19.2	1.9	.67	.010	3.75	25.	.836	2.020	.6	1.
1.33	24.	1.8	.69	.008	4.	25.5	.908	2.019	.5	1.
1.29	26.7	1.8	.66	.008	4.38	25.6	1.05	2.018	.4	1.
1.23	29.1	1.8	.65	.007	4.8	25.	1.18	2.018	.3	1.
1.19	32.4	1.8	.65	.007	5.3	24.8	1.28	2.018	.2	1.
.98	37.	1.9	.64	.008	5.88	24.5	1.82	2.017	.1	1.

TABLA IV

Kc [PuMw/PuHz]	Ti [seg]	Td [seg]	K	T2 [seg]	MG	MF	γf $[PuHz]^2$	γM $[PuMw]^2$	a	λ
2.39	11.2	1.9	.69	.012	2.5	27.6	.6	2.04	1.	1.
2.39	12.	1.9	.73	.012	2.5	29.	.52	2.035	1.	.9
2.39	12.	1.9	.78	.012	2.5	29.	.46	2.033	1.	.8
2.39	11.5	1.88	.81	.012	2.41	29.	.416	2.030	1.	.7
2.39	11.9	1.9	.89	.012	2.5	29.	.38	2.02	1.	.6
2.39	12.	1.9	.98	.011	2.5	30.	.348	2.016	1.	.5
2.39	12.	1.9	1.	.012	2.5	31.	.332	2.010	1.	.4

de los parametros del controlador según esta nueva estructura de control se observa una leve mejora en la varianza de la frecuencia electrica del orden del 10% .Debe observarse que la avanacción no empeora el valor de la varianza de la señal de entrada a la turbina. Presenta tambien una apreciable mejora en la conducta oscilatoria dada por un aumento del margen de ganancia.En lo que respecta a las variaciones de carga ,este esquema presenta la interesante ventaja de no necesitar autoajuste para mantenerse en el óptimo.

Finalmente diremos que se han realizado simulaciones dinamicas para observar el comportamiento frente a perturbaciones typo escalón de pequena magnitud de potencia demandada observandose que la avanaccion permite aumentar la velocidad de respuesta de la turbina sin aumentar el sobrevalor inicial de la frecuencia electrica respecto a lo que sería de no considerar la avanaccion.

ECONOCIMIENTOS

Los autores agradecen al Concejo de Investigaciones Cientificas y Tecnicas (CONICET) y a la Universidad Nacional de La Plata (UNLP) por haber brindado las posibilidades para la realización de este trabajo.

BIBLIOGRAFIA

[1] IEEE Committee report."Dynamic Models for Steam and Hydroturbines in Power Systems Studies" IEEE Vol PAS-92 N6 Nov/Dic 1973.

[2] Kasl J. Astrom."Introduction To Stochastic Control Theory". Academic Press 1971.

[3] E.Polak."Computational Methods in Optimization.Academic Press.

[4] U.di Caprio."Identificazione Sperimentale della densita Spetrale di Potenza delle Variazioni aleatorie di Carico Agenti su Reti Elettriche".Studie Ricerche.ENEL 1977

[5] K. Ganesan-J. Regehr- R. Fleming."Optimization of Speed -Governor Parameters in the presence of Pseudorandom Load Disturbances" IEEE Vol PAS-89 1970.

[6] P.D. Dunlop-D.N. Ewart"System Requirements for Dynamic Perfomance and Response of Generating Units" IEEE Vol PAS-94 1975.

SUMMARY

The optimal set of a speed governor proportional plus integral plus derivative type of hydroturbine used in electric generation systems is analized in the present work.The optimal set is in the sense of the minimal variance of the electric frequency taking into account the normal stochastic load disturbances and its stabiliti.An additional control scheme is proposed by adding a feedtoward action which allows to improve the frequency and stability loop perfomance.

ASPECTOS DA CONCEPÇÃO DE UM CENTRO DE INFORMAÇÕES DE USINAGEM (CINFUS) NO BRASIL

LOURIVAL BOEHS
AUREO C. FERREIRA
GRUCON/UFSC

Para aumentar a eficiência e o grau de automatização da fabricação, o planejamento do processo necessita de dados de corte atualizados de acesso fácil e rápido. Na fabricação moderna já se chegou a tal nível de desenvolvimento com a utilização de máquinas CN, que os tempos mortos representam uma pequena parcela do ciclo de trabalho. Consequentemente, a quase totalidade deste ciclo é usada pela usinagem, que deve ser eficiente. Buscando tal eficiência propõe-se a formação do CINFUS. O presente trabalho aborda sua forma organizacional, as fontes de dados, a padronização dos ensaios de usinagem e coleta dos dados, a análise e processamento dos mesmos, bem como o desenvolvimento de "software" para a determinação das condições de corte mais adequadas.

1. INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

Nos últimos anos foram realizados grandes investimentos no setor metal-mecânico brasileiro, os quais proporcionaram uma modernização dos meios de fabricação e melhoria das condições de trabalho no setor da usinagem.

Segundo levantamentos realizados recentemente (1), existem no Brasil 1606 máquinas CN incorporadas à fabricação no setor metal-mecânico. Não estão incluídas nesta soma as máquinas importadas em 1983 e 1984. Da mesma fonte obtem-se informações de que o Brasil possui atualmente mais de 550.000 máquinas ferramentas no citado setor. Este número de máquinas indica um grande volume de trabalho e o envolvimento de uma elevada soma de capital.

Com as modernas máquinas ferramentas de comando numérico e programação assistida por computador, já se chegou a tal nível de desenvolvimento que os tempos mortos representam uma parcela bastante reduzida do ciclo de trabalho. A quase totalidade do tempo do ciclo de trabalho é, portanto, na grande maioria dos casos, ocupado ineficientemente pela usinagem(remoção de material).

A usinagem em máquinas convencionais da mesma forma deixa muito a desejar quanto a um melhor aproveitamento do potencial disponível.

A baixa ficiência dos processos e as dificuldades enfrentadas pelo setor de planejamento da usinagem no Brasil são atribuídos aos seguintes fatores:

- Inexistências de dados de corte atualizados. detalhados de acesso fácil e rápido. Dados estes obtidos em trabalhos realizados com máquinas ferramentas, materiais e ferramentas, todos nacionais;
- Falta de dados obtidos em exemplos e condições de usinagem idênticas às que são realizadas na indústria;
- O planejador ou programador da usinagem não possui os conhecimentos necessários para desempenhar a função que ocupa ou está desatualizado em relação aos novos desenvolvimentos tecnológicos que surgiram após o seu treinamento profissional.

Países industrialmente desenvolvidos, como: Estados Unidos, Alemanha Ocidental Alemanha Oriental , Japão e França, tem conseguido aumentar consideralmente a eficiência dos processos de usinagem mediante o apoio de centros de informações(bancos de dados) de usinagem(2).

No Brasil, o Centro de Informação de Usinagem, "CINFUS", tem como metas:

- Realizar uma coleta centralizada de dados de corte (banco de dados de usinagem), analisar estes dados e posteriormente colocá-los a disposição dos usuários de forma que o seu manuseio seja simples e rápido;
- Desenvolver "software" para determinação e otimização das condições de usinagem;
  Promover periodicamente treinamento pessoal na área de usinagem;
- Elaborar material bibliográfico.

2. ORGANIZAÇÃO DO CINFUS

Existem dois tipos de organização a considerar: A organização externa, ou seja, formação de um grupo de trabalho e a organização interna do banco de dados. O banco de dados CINFUS será abordado no item 5.

Na fase inicial da organização externa, prevê-se, a nível nacional, a criação do grupo de trabalho CINFUS, constituído por representantes dos setores: industrial, ensino, pesquisa e desenvolvimento, bem como representantes de órgãos governamentais, figura 1.

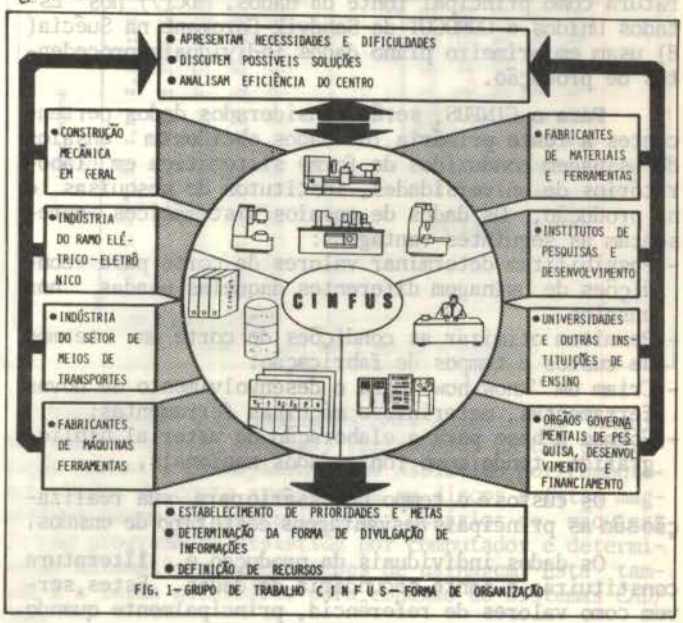


FIG. 1 – GRUPO DE TRABALHO C I N F U S – FORMA DE ORGANIZAÇÃO

Periodicamente estes representantes deverão se reunir, afim de elaborar os planos de atividades e definir os prazos e requisitos exigidos na apresentação dos resultados das pesquisas a serem desenvolvidas pelo CINFUS.

O desenvolvimento e a manutenção do CINFUS são tarefas que no decorrer da sua realização apresentarão dificuldades de ordem técnica, financeira, material e humana. Para vencer tais oostáculos e o CINFUS atingir um elevado grau de eficiência é necessário um intenso engajamento dos diferentes setores envolvidos no grupo de trabalho formado com a finalidade de solucionar problemas de interesse comum. Um trabalho cooperativo certamente será o mais proveitoso para todos e a melhor forma de transpor barreiras de toda natureza.

3. FONTES DE DADOS

O CINFUS buscará os dados de usinagem em duas fontes distintas, quais sejam: a fonte primária de dados e a fonte secundária, figura 2.

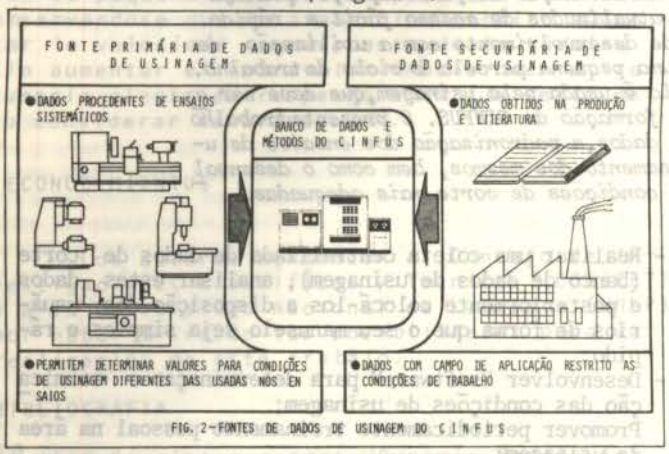


FIG. 2-FONTES DE DADOS DE USINAGEM DO CINFUS

A procedência dos dados, é um dos aspectos pelos quais os bancos de dados de usinagem se distinguem. O INFOS(3), na República Federal da Alemanha, um dos principais bancos de dados da Europa, tem como fonte principal de dados os ensaios sistemáticos de usinagem (fonte primária de dados). Ensaios estes realizados em laboratórios e na produção. Dados individuais, vindos da produção e da literatura são considerados dados complementares.

O banco de dados SWS(4) na República Democrática da Alemanha, obtém os dados em ensaios sistemáticos de usinagem, realizados em laboratórios próprios. USIDATA(5) na Franca e CRIF na Bélgica(6) têm a literatura como principal fonte da dados. MDC(7) nos Estados Unidos e COROCUT da Sandvik-Coromant na Suécia(8) usam em primeiro plano dados individuais procedentes de produção.

Para o CINFUS, serão considerados dados pertencentes a fonte primária, os dados obtidos em ensaios de usinagem conduzidos de forma sistemática em laboratórios de universidades, institutos de pesquisas e na produção. Os dados de ensaios sistemáticos apresentam as seguintes vantagens:

- Possibilitam determinar valores de corte para condições de usinagem diferentes daquelas usadas nos ensaios.
- Permitem otimizar as condições de corte em termos de custos e tempos de fabricação:
- Criam um "know-how" para o desenvolvimento de novas ferramentas, materiais e máquinas ferramentas:
- Formam a base para a elaboração de material bibliográfico, tendo como fonte dados nacionais.

Os custos e o tempo necessário para sua realização são as principais desvantagens deste tipo de ensaios.

Os dados individuais da produção e literatura constituirão a fonte secundária de dados. Estes, servem como valores de referência, principalmente quando se trata da usinagem de materiais caros e de pouca utilização nas indústrias, onde a sua obtenção por ensaios sistemáticos se torna proibitiva devido aos elevados custos. Estes dados devem ser utilizados também para efeitos de comparação com os obtidos em ensaios conduzidos de forma sistemática.

4. PADRONIZAÇÃO DOS ENSAIOS DE USINAGEM

A elaboração de uma norma para a realização de ensaios sistemáticos de usinagem é uma das primeiras tarefas a serem realizadas pelo grupo de trabalho CINFUS. Esta norma deve ser obedecida por todos que se propuseram realizar ensaios de usinagem, visando o aproveitamento dos resultados pelo banco de dados CINFUS.

A padronização torna-se necessária para que os critérios a serem utilizados pelas diferentes fontes de ensaios sejam os mesmos, permitindo desta forma comparar os dados procedentes de diferentes origens e analisá-los quanto a sua repetibilidade e compatibilidade.

A norma CINFUS deve ser elaborada tendo como base normas internas de outros bancos de dados, normas internacionais (ISO), normas nacionais, as necessidades e condições existentes no país, figura 3. Periodicamente deverão ser efetuadas reavaliações e readaptações em função dos novos desenvolvimentos científicos e tecnológicos que surgirem.

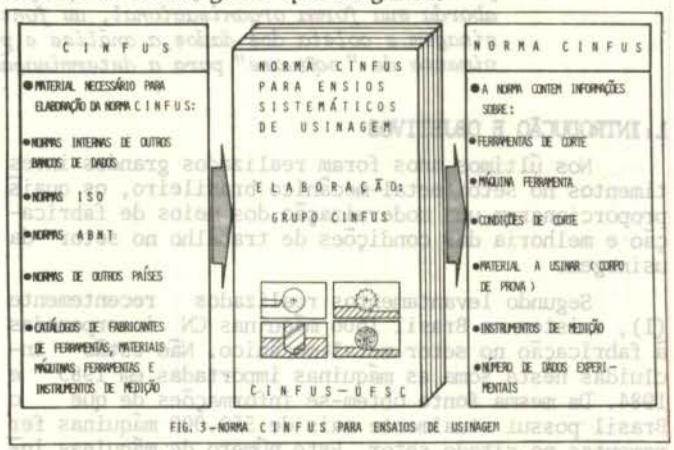


FIG. 3-NORMA CINFUS PARA ENSAIOS DE USINAGEM

A norma deverá descrever a ferramenta de corte, a máquina ferramenta, o material a usinar, as condições de corte, os instrumentos de medição e os dados experimentais.

5. COLETA, ANÁLISE E PROCESSAMENTO DOS DADOS

Os dados obtidos em ensaios sistemáticos de usinagem ou dados individuais da literatura e produção deverão ser registrados em formulários apropriados e protocolados, Fig 4

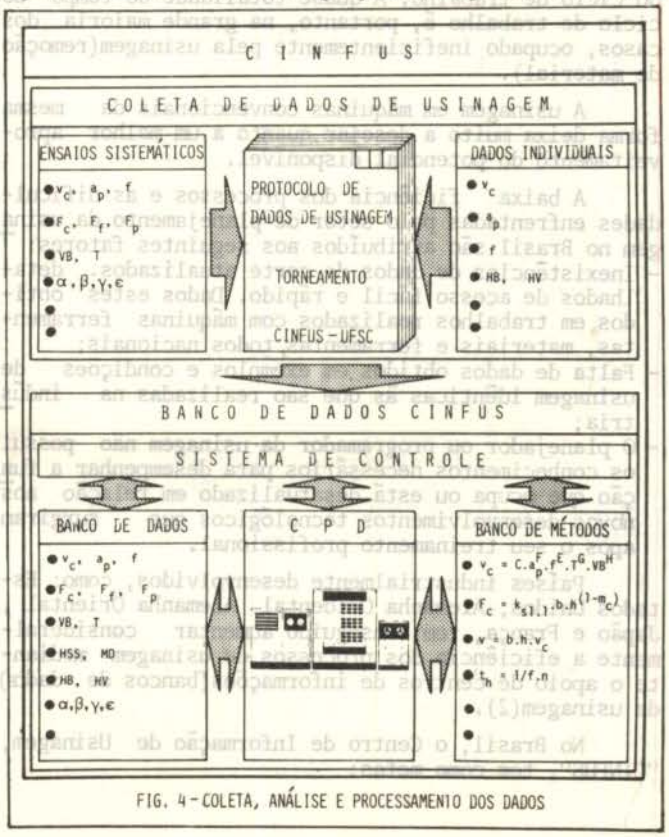


FIG. 4-COLETA, ANÁLISE E PROCESSAMENTO DOS DADOS

A utilização de formulários padronizados torna-se necessário afim de evitar que informações relevantes que possam influenciar nos resultados do processo de usinagem não sejam registradas. Estes formulários facilitarão a análise sistemática das informações disponíveis e reduzirão o tempo para realização da mesma.

Dois tipos distintos de formulários são necessários. O primeiro, o mais abrangente, é aquele no qual são registrados os dados obtidos na fonte primária. Descreve detalhadamente o material a usinar, a ferramenta, o meio envolvente, as condições de corte e no final apresenta espaço apropriado para registrar os dados da experiência de usinagem com as devidas observações. Um segundo formulário é utilizado para registrar os dados individuais da produção e literatura. Este, apresenta sucintamente as principais informações sobre a ferramenta de corte, material a usinar e as condições de trabalho.

Ambos documentos deverão ser submetidos ao centro de processamento de dados CPD do CINFUS, figura 4. Após a análise pelo sistema de contrôle, o qual tem a função de testar os dados quanto a sua exatidão e dispersão, estes serão armazenados no banco de dados em discos e fitas magnéticas de computador, através de programas diálogo do CPD. Numa etapa seguinte, os dados deverão ser processados pelo banco de métodos. No banco de métodos os dados sofrerão uma compactação, ou seja, serão determinadas as constantes e expoentes de equações que descrevem matematicamente o processo de usinagem, figura 4, parte inferior. A compactação dos dados facilita seu manuseio e análise reduzindo o tempo de manipulação dos mesmos pelo centro de processamento.

6. "SOFTWARE" PARA DETERMINAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE USINAGEM

O desenvolvimento de "software" de aplicação constitui-se em uma das atividades mais importantes do Centro de informações CINFUS.

Bancos de dados de usinagem de países industrialmente desenvolvidos, concentram esforços no desenvolvimento de programas para a determinação de valores de corte e condições otimizadas de usinagem em função de tempos e custos de fabricação. Tais programas são elaborados para grandes, mini e micro computadores(9).

O desenvolvimento da eletrônica e a redução dos preços de mini e micro computadores, tem contribuído para que mesmo no Brasil cada vez mais pessoas tenham acesso a esta fascinante tecnologia na área de processamento de dados. Apesar do acima citado, certamente existirão muitas indústrias que dentro dos próximos anos ainda não utilizarão o planejamento da usinagem assistido por computador. Por este motivo, no desenvolvimento de "software" deve-se considerar empresas convencionais e as que utilizam meios computacionais para o planejamento da usinagem.

O primeiro programa aplicado a ser desenvolvido pelo CINFUS se destina a determinação das condições de corte, para empresas de toda natureza. Tal programa, determina valores de corte neutros e independentes de usuários, a partir dos dados na forma compacta do banco de dados. Uma vez definido o critério de desgaste(VB, VBmax ou KT) e vida da ferramenta T, o programa calcula a velocidade de corte v_c, profundidade de corte a_p, avanço f, força de corte f_c, potência de corte P_c e o volume de cavaco V.

A velocidade de corte é calculada através da equação expandida de Taylor(10).

$$v_c = C.f^E.a_p^F.T^G.VB^H \qquad (1)$$

Esta equação leva em consideração o efeito do avanço, profundidade de corte, vida e desgaste da ferramenta sobre a velocidade de corte. Os expoentes E, F, G, H e a constante C, expressam o grau de influência das citadas variáveis sobre a velocidade. O avanço e a profundidade de corte são determinados em função da forma de cavaco, espessura h, a largura b máximas e mínimas de corte e a força admissível pela ferramenta de usinagem. A velocidade de corte é calculada para variações de 10 em 10 m/min, com escalonamentos de profundidade de corte de 1 em 1mm e avanços que variam segundo uma série geométrica R 10/10.

A força de corte é determinada pela fórmula de Kienzle (11):

$$F_c = k_{s1.1}.b.h^{(1-m_c)} \qquad (2)$$

onde $k_{s1.1}$ é a força específica de corte do material da peça e o expoente $1 - m_c$ o coeficiente que determina a influência da espessura de corte sobre a força específica de corte.

A potência de corte é obtida pela equação conhecida da física:

$$P_c = F_c.v_c \qquad (3)$$

na expressão 3, F_c é a força v_c a velocidade de corte.

O volume de material removido(cavaco) por unidade de tempo é obtido pela equação:

$$v = b.h.v_c \qquad (4)$$

As variáveis b, h e v_c já foram anteriormente definidas.

Os valores calculados pelo programa descrito podem ser apresentados na forma de tabelas, figura 5, ou armazenadas em discos e fitas magnéticas para computador.

Os valores de corte da tabela a seguir foram gerados a partir de dados obtidos em ensaios realizados na UFSC e utilizando o programa RICHT de propriedade da EXAPT na Alemanha Ocidental.

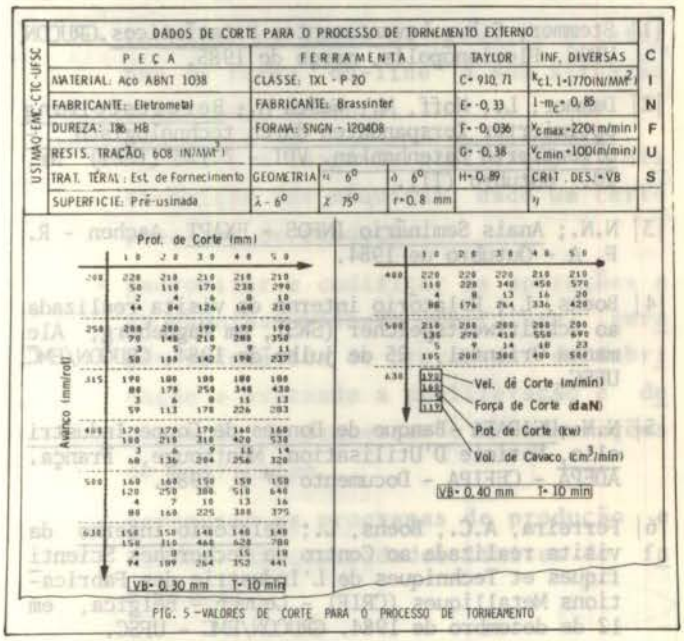


FIG. 5 - VALORES DE CORTE PARA O PROCESSO DE TORNEAMENTO

Tabelas são mais indicadas para usuários de máquinas convencionais, máquinas ferramentas CN com programação manual e planejamento não assistido por computador. Dados de corte armazenados em discos e fitas magnéticas devem ser preferidos por usuários de máquinas CN com programação assistida por computador e determinação automática das condições de usinagem. Esta também é a forma necessária para conexão de sistemas CAD/CAM.

7. CONCLUSÕES

Para aumentar a eficiência dos processos e agilizar o setor de planejamento da usinagem no Brasil, a indústria necessita de dados de corte obtidos por ensaios em materiais, ferramentas e máquinas ferramentas nacionais. Os dados deverão ser colocados a disposição dos usuários de forma que estes tenham acesso rápido e fácil aos mesmos.

Mediante uma coordenação e coleta centralizada "banco de dados de usinagem" será possível realizar uma atualização periódica e distribuição rápida dos dados aos usuários.

A otimização das condições de usinagem, em função de tempo ou custos de fabricação, é viável somente a partir de dados de corte obtidos em ensaios de usinagem conduzidos de forma sistemática.

O Centro de Informações de Usinagem -CINFUS, deverá proporcionar através do seu banco de dados subsídios para a criação e desenvolvimento de uma tecnologia e bibliografia nacional na área de usinagem. O armazenamento de informações de usinagem contribuirá significativamente para o desenvolvimento de novas ferramentas, materiais, máquinas ferramentas e uma nova filosofia de comandos para máquinas C N. A existência de um banco de dados de usinagem certamente será um passo importante para a integração de sistemas "CAD/CAM".

A manutenção e desenvolvimento do Centro de Informações de Usinagem - CINFUS. serão possíveis somente se houver uma união de esforços dos membros do grupo de trabalho (figura 1) na busca de soluções para necessidades comuns.

REFERÊNCIAS

|1| Stemmer, C.E.; Levantamentos Estatísticos. GRUCON, UFSC, Florianópolis, março de 1985.

|2| Dammer, L.; Hoff, M.; Wesch H.; Bereitstellung optimierter Zerspandaten durch technologisch - orientierte Datenbanken. VDI - Z 123 (1981) Nr. 20, outubro (II).

|3| N.N.; Anais Seminário INFOS - EXAPT, Aachen - R. F. A - Outubro de 1984.

|4| Boehs, L.; Relatório interno da visita realizada ao Schnittwertspeicher (SWS), em Magdeburg, Alemanha Oriental, 25 de julho de 1984, GRUCON/EMC, UFSC.

|5| N.N.; USIDATA - Banque de Donnes de Coupe Industrielle, Noticie D'Utilisation, Montrouge, França. ADEPA - CEFIPA - Documento nº 5, 1983.

|6| Ferreira, A.C., Boehs, L.; Relatório interno da visita realizada ao Centro de Recherches Scientifiques et Techniques de L'Industrie des Fabrications Metalliques (CRIF) - Leuven - Bélgica, em 12 de dezembro de 1984. GRUCON/EMC - UFSC.

|7| N.N.; Machining Data Handbook, 3ª edição, 1980. Mecut Research Associates Inc. - 1980 Rosslyn - Drive, Cincinnati, Ohio.

|8| Boehs, L.; Relatório interno da visita realizada a Sandwik - Coromant, filial de Düsseldorf - Alemanha Ocidental, em 19 de março de 1985. GRUCON /EMC - UFSC.

|9| König W. e Dammer L.' Mini-Computer Aplication in a Machining Data Bank - In information, Documentation, and Libraries - C. Keren and L. Perlmutter Leds. - Elsevier Science Publishers B.V. (North - Holland) - COSTI, 1983.

|10| N.N. Anais Seminário INFOS- EXAPT; Aachen, R.F.A. outubro de 1984.

|11| König, W., Essel, K., Witte, L.: Spezifische Schnittkraftwert für die Zerspanung metallischer Werkstoffe. Verlag Stahleisen MBH, Düsseldorf 1982.

SUMMARY

In order to increase the manufacturing efficiency and automation degree, the process planing needs an easy and fast access to update cutting data. Today, using modern NC machine tools, int is possible to reduce the non-produtive time to a small percentage of the total working cicle, leading to a high chip removal rate, if the right cutting conditions are used. In order to achieve such desirable optimum situation the creation of a MACHINNING INFORMATION CENTER (CINFUS) is proposed. This paper discuss CINFUS organization, the data soucers, the machinning test standardization, the data colection, processing and analysis, as well as, the software development to obtain the proper cutting conditions.

PROPOSTA DE UM SISTEMA DE INFORMAÇÃO COMPUTADORIZADO SOBRE DADOS DE FABRICAÇÃO DE INDÚSTRIA MECÂNICAS

A.J.V. PORTO
J. LIRANI
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS — USP

SUMÁRIO

Este trabalho apresenta a proposta de um Sistema de Informação de Dados de Fabricação que satisfaça as necessidades típicas de indústrias de fabricação mecânica de porte pequeno a médio para ser implementado inclusive em computador tipo mini ou tipo micro que disponham de discos winchester. A filosofia de desenvolvimento do sistema é descrita suscintamente, assim como a estrutura geral do mesmo, com seus respectivos arquivos e módulos de programas principais. Atualmente estão em fase de testes 5 dos 8 módulos de programas, em ambiente industrial.

INTRODUÇÃO

O mercado atual da livre iniciativa exige que todas as indústrias possuam a capacidade de rápidas "tomadas de decisão", quer sejam no âmbito econômico, de projeto ou de fabricação, afim de poderem enfrentar o mais agilmente possível uma variação do mercado consumidor.

As indústrias que atuam na área de transformação mecânica são as que sentem os maiores problemas quando precisam decidir sobre uma mudança na área de produção. Estas dificuldades advêm da complexidade em se manufaturar um produto composto de muitas peças diferentes sendo estas peças executadas por uma sequência de operações diferentes em máquinas e locais diferentes.

Essa diversidade de ações produtivas conduz a uma alta complexidade no sistema de informação sobre a área de fabricação das indústrias mecânicas, sendo necessário pois a elaboração de um sistema que integre todas as informações pertinentes às decisões na área de Fabricação.

Hoje em dia quase todas as industrias, mesmo as de pequeno/médio porte, já tem seu computador, seja ele micro, mini ou mainframe. O objetivo da compra do mesmo é quase sempre baseado num estudo custo/benefício e sua utilização segue depois a mesma linha. Ou seja, o computador é usado para correr programas de folhas de pagamento, emissão de notas fiscais, controle financeiro etc. Com menos frequência, então é controlada a produção, geralmente de forma parcial e não sistemática porque a obtenção de um sistema amplo, demanda muitos recursos financeiros ou humanos.

Atentos a este quadro, a proposta do presente trabalho é proporcionar que todos os dados tecnológicos pertinentes estejam armazenados adequada e eficientemente e definir um sistema de informação integrado da fabricação o qual deverá possuir os seguintes objetivos:

- integrar os dados da produção e informar de forma "on-line" a sua situação a qualquer momento.
- otimizar a carga de utilização e a distribuição das máquinas, dado um certo programa de produção.
- padronizar e codificar as operações e as máquinas visando uma futura geração automática de processos de fabricação e evitando a proliferação e duplicação de processos e de informações de fabricação.
- gerenciar os programas de produção e simular as capacidades limites de fabricação.

FILOSOFIA DE DESENVOLVIMENTO

A filosofia de desenvolvimento do Sistema tenta harmonizar as seguintes premissas:

- arquivos de dados independentes.
- módulo de gerenciamento central.
- módulos de programas específicos.
- não interferir com outros sistemas de informação existentes.

- não necessitar de treinamento de pessoal.
- não acarretar alterações de procedimento usuais.
- utilizar como dados apenas as informações tecnológicas básicas.
- Possibilidade de dimensionamento para implementação em quaisquer tipos e tamanho de computador, inclusive micro computadores com discos rígidos.

A ESTRUTURA DO SISTEMA

A estrutura do Sistema pode ser vista na Figura 1, onde é apresentado um esquema geral que mostra a sua abrangência e a interconexão entre os programas e os arquivos.

Os cinco arquivos da esquerda contem os dados do Sistema. O módulo central realiza as funções de entrada e saída do Sistema e os sete módulos à direita realizam funções específicas.

Os dados do Sistema são armazenadas em cinco arquivos: Programa de Produção, Programa Unitário, Parque de Máquinas, Cobertura de Máquinas e Código de Peças por Tecnologia de Grupo.

O arquivo Programa de Produção possui as informações relativas a: código dos produtos, nome dos produtos e quantidade dos produtos a serem fabricados.

No arquivo Programa Unitário estão as informações referentes a: produtos, peças que compõem os produtos, tempos de fabricação das peças, máquinas em que as peças são fabricadas e tempos de preparação de máquinas.

As informações relativas a: código de máquinas, localização das máquinas, tempo disponível por turnos, quantidade de máquinas e porcentagem de utilização das máquinas, estão no arquivo Parque de Máquinas.

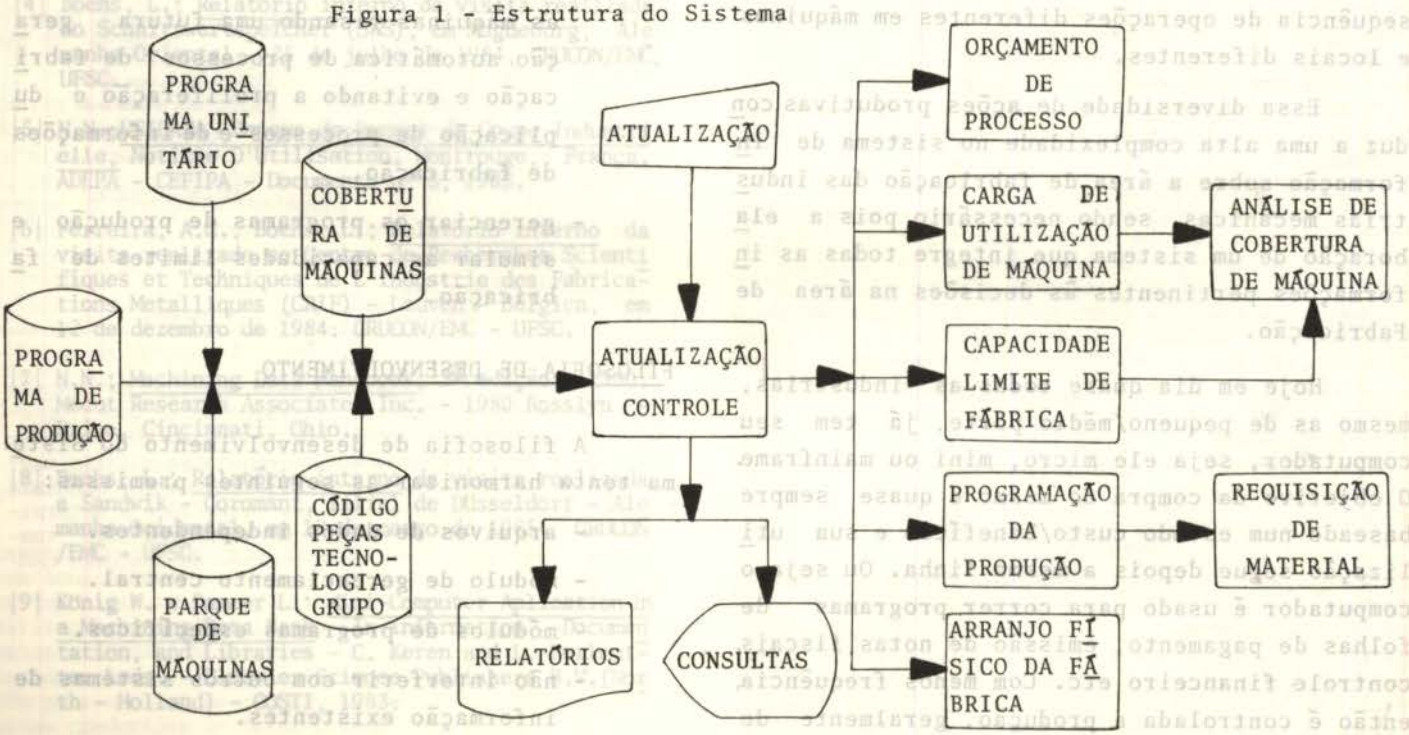
O arquivo Cobertura de Máquinas possui as informações referentes às operações de fabricação opcionais existentes: produto, peça, operação, máquina, tempo de fabricação e tempo de preparação.

As informações pertinentes à todas as peças existentes codificadas por um Sistema de Codificação e Classificação, preferencialmente do tipo KK3 estão no arquivo Código de Peças por tecnologia de grupo.

O módulo de entrada/saída do Sistema, denominado Atualização e Controle, é um dos mais importantes e entre as suas finalidades estão:

- manutenção dos arquivos do sistema(inclusão, exclusão, alteração de dados)
- consulta on-line de dados dos arquivos, proteção (sigilo) de dados através de senhas e gravação de log mensal.

Figura 1 - Estrutura do Sistema



- acesso a todos os outros módulos (com as respectivas senhas).

- geração de relatórios dos status dos arquivos do Sistemas.

As funções específicas do sistema são realizadas por sete módulos independentes: Orçamento de Processo, Carga de Utilização de Máquinas, Capacidade Limite de Fábrica, Análise de Cobertura de Máquina, Programação da Produção, Requisição de Material e Arranjo Físico da Fábrica.

O módulo de Orçamento de Processo utiliza os arquivos Programa Unitário e Código de Peças por Tecnologia de Grupo para realizar as estimativas de tempos e custos de fabricação por peça ou operação semelhante. A utilização deste módulo permite a otimização e a padronização da geração de processos e orçamentos de fabricação.

O módulo de Carga de Utilização de Máquina utiliza os arquivos Programa de Produção, Programa Unitário e Parque de Máquinas com o objetivo de determinar a necessidade de tempo de cada máquina envolvida no programa de produção. A utilização deste módulo permite o gerenciamento do parque de máquinas instaladas, detectando automaticamente os gargalos na produção e indicando a necessidade de compra de máquinas ou a má utilização das máquinas.

O módulo de Capacidade Limite de Fábrica utiliza os mesmos arquivos que o módulo anterior e tem o objetivo de maximizar o programa de produção através da otimização dos gargalos na produção e programação das máquinas com baixa taxa de utilização.

O módulo de Análise de Cobertura de Máquina utiliza o arquivo Cobertura de Máquinas para otimizar em definitivos os resultados dos dois módulos anteriores através da programação das operações opcionais para as as máquinas que são gargalos do plano de fabricação.

O módulo de Programação da Produção utiliza todos os arquivos do Sistema com o objetivo de estabelecer a programação e o acompanhamento da produção, executadc de modo interativo. O módulo permite a programação em grupo com a utilização do Sistema de Codificação e Classificação.

O módulo de Requisição de Material utiliza a programação da produção estabelecida pelo módulo anterior com o objetivo de definir o Plano de Requisição de Materiais para Fabricação, permitindo alocar a materia prima devidamente preparada junto à máquinas que irá processá-la, com um tempo de armazenamento mínimo.

A utilização dos dois módulos anteriores em conjunto permitirá obter a redução do material em processo e a redução da matéria prima em almoxarifado, que são dois objetivos primordiais da administração de uma industria de transformação mecânica.

O módulo de Arranjo Físico da Fábrica é responsável pela definição e otimização do arranjo físico do parque de máquinas, através de análise do tipo FROM-TO nos processos de fabricação, estabelecendo a distribuição das máquinas pela minimização do transporte de peças entre operações produtivas. O módulo ainda possui opção para definir um arranjo - físico de Grupo ou seja Famílias de Máquinas e Células de Fabricação.

O Sistema emite para quaisquer dos módulos relatórios de três tipos: resumido, parcial e completo. Os principais relatórios que podem ser emitidos são:

- Eficiência de utilização de máquina
- Processos de Fabricação de Peças
- Capacidade Limite de Fábrica
- Carga de utilização de Máquinas
- Coberturas de Máquinas
- Tempos de Montagem de Máquinas
- Status de arquivos.

ESTÁGIO ATUAL

O sistema atualmente encontra-se na fase de implementação, já tendo sido desenvolvido, especificado e detalhado. A implementação está ocorrendo em um computador IBM 370 / 148 da EESC-USP e já estão em funcionamento para testes os arquivos de dados, o Modulo de Atualização e Controle e os módulos específicos de Carga de Utilização de Máquina, Capacidade Limite de Fábrica, Programação da Produção e Análise de Cobertura de Máquina. Os testes operacionais estão sendo realizados com o apoio de uma indústria mecânica de médio porte.

O desenvolvimento deste Sistema conta com o apoio do CNPq e da FAPESP.

O Sistema, de maneira completa ou parcial, poderá ser implementado em computadores de qualquer tamanho (inclusive micro-computadores com apoio de discos rigidos) e deverá atender às necessidades de apoio à tomada de decisão na área de fabricação da grande maioria das industrias de transformação mecânica brasileiras.

O sistema deverá estar completamente implementado e testado no final de 1.985.

BIBLIOGRAFIA

|1| IBM - COPICS - MANUAIS DIVERSOS

|2| ROZENFELD, H. - Desenvolvimento de um Sistema para programçaõ da produção utilizando mini-computador - Dissertação de Mestrado, São Carlos - EESC-USP - 1983.

|3| PORTO, A.J.V. e LIRANI, J. - Proposta de Um Sistema Integrado de Informação da Produção - São Carlos, EESC-USP, 1984.

|4| PORTO, A.J.V. e LIRANI, J. - SIIP, Detalhamento Preliminar, EESC-USP, 1984.

SUMMARY

This paper presents a proposal of an Information System of Manufacturing Data, which is being developed to satisfy the typical needs of medium size machine shops and to be implemented in mini or micro computers featuring winchester disks. The approach adopted during the development of the System is briefly described, as well as the respectives files and modules of programs.

Presently 5 of 8 modules are being tested. The results are encouraging and show being perfectly applicable to industrial environments.

MODELING AND ANALYSIS OF EDM PROCESS

K.P. RAJURKAR
UNIVERSITY OF NEBRASKA — LINCOLN, USA

SUMMARY

This paper illustrates the application of a stochastic modeling and analysis technique to address the basic problem of the dependence between successive discrete and random discharges during electro-discharge machining (EDM) process. The surface profile and gap voltage as well as current signals have been modeled by Data Dependent Systems (DDS). The main characteristics of the DDS models are related to the characteristic shape (crater) of the surface and arc detection parameters.

1. INTRODUCTION

Electrical Discharge Machining (EDM) is a process of material removal by a series of nonstationary, time-spaced electrical discharges of varying strengths between two electrodes immersed in a liquid dielectric. Although a slow machining process, the recent technological advances related to EDM hardware have increased its application potential in diverse fields. Presently, efforts are being made in EDM manufacturing industries and research laboratories to develop adaptive control systems for improving the performance of the process. An on-line computer control and an appropriate machinability data base are required for the successful integration of the EDM process into the future flexible manufacturing systems. The off-line optimization schemes are either based on the existing machinability data or thermal analysis [1,2]. The identification function of the adaptive control optimization scheme usually involves the measurement of gap voltage at a few reference instants. Additional arc detection methods are radio frequency and acoustic emission signal and inductive probe measurement [3,4].

Recently a stochastic methodology called Data Dependent Systems (DDS) has been applied to model, analyze, and control the EDM process [5-9]. This paper describes the present status of the research efforts in developing quantitative expressions for machinability parameters, arc detection, and pulse-train analysis using DDS. Section 2 outlines the main features of the DDS methodology applicable to EDM process modeling and analysis. The development of quantitative expressions for the technological parameters (such as erosion rate and surface damage) and their experimental verification is given in the third section. The reliable and accurate sensing parameters provided by DDS for identifying the change in gap condition from sparking to arcing are discussed in the fourth section. The various characteristics of a spark and a pulse-train resulting from DDS analysis are discussed in the same section. The last section summarizes this paper.

2. DATA DEPENDENT SYSTEMS

The basic physical phenomenon of metal erosion in EDM involves discrete and random discharges. The experimental evidence indicates that the majority of discharges are affected by the quality and spatial location of the previous sparks [8]. Hence, a technique which addresses this dependence between successive discharges is required for the modeling and analysis of the process. Data Dependent Systems is a technique which accounts for the dependence in the data and provides the difference and differential equation representation of the system directly from the data. The important features of the DDS methodology related to EDM process analysis are outlined in this section from [10].

The DDS modeling procedure consists of fitting successively higher order difference equation, Autoregressive Moving Average (ARMA) models, to the data by the least square method until the increase in the order fails to provide significant improvement in the fit. The resulting adequate ARMA(n,m) represented by,

$$X_t = \sum_{i=1}^{n} \phi_i X_{t-i} + a_t - \sum_{i=1}^{m} \theta_i a_{t-i} \qquad (1)$$

contains the dynamics of the system and can be analyzed to find these dynamics and the corresponding properties of the system.

In equation (1), X_t, X_{t-1},..., are the data values at times (or space) t, t-1, ..., ϕ_i and θ_i are the autoregressive and moving average parameters. a_t represents the random disturbances.

Equation (1) can also be written as,

$$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} G_j a_{t-j} \qquad (2)$$

where G_j is the Green's function or impulse response function. Equation (2) represents X_t as a convolution of the white noise a_t with the kernel G_j. Thus, the Green's function can be interpreted as representing the characteristic shape of the random data. A detailed characterization of the data can be obtained if the Green's function form and the variance of the random disturbances are known.

The Green's function or impulse response function describes the time response of the system to a single discrete impulse. The Green's function indicates how well the system remembers the past disturbances and how quickly it returns to the equilibrium position.

The characteristic roots (μ_j) of the differential equation representation of the underlying system

are related to the characteristic roots (λ_i) of the difference equation (1) by,

$$\lambda_i = e^{\mu_i \Delta} \tag{3}$$

where Δ is the sampling interval. A complex conjugate pair of roots gives a corresponding natural frequency (ω_n) and damping ratio (ζ):

$$\mu_1, \mu_2 = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \tag{4}$$

where $j = \sqrt{-1}$

The autospectrum or power spectrum which is the fourier transform of the autocovariance function gives the distribution of the power (variance) of the data over the frequency bands. The spectral density plots provide a visual comparison between different conditions (models) of the same system. The autospectrum of an ARMA(n,m) process is given by,

$$f(\omega) = \frac{\Delta\sigma_a^2}{2\pi} \frac{|e^{mj\omega\Delta} - \theta_1 e^{(m-1)j\omega\Delta} - \ldots - \theta_m|^2}{|e^{nj\omega\Delta} - \phi_1 e^{(n-1)j\omega\Delta} - \ldots - \phi_n|^2},$$
$$-\frac{\Pi}{\Delta} \le \omega \le \frac{\Pi}{\Delta} \tag{5}$$

Data Dependent Systems (DDS) methodology also provides Extended ARMA or EARMA (that is, a simplified Autoregressive Moving Average Vector) model for the multiple input, single output systems. The form of the EARMA model is the same as the multivariate model except that cross terms relating the different series are added to the model. The general form of the model for an arbitrary series p is given by,

$$X_{pt} + \sum_{i=p+1}^{NSER} \phi_{pio} X_{it} = \sum_{i=1}^{NSER} \sum_{j=1}^{n_{pi}} \phi_{pij} X_{it-j} - \sum_{j=1}^{m_p} \theta_{ppj} a_{pt-j} + a_{pt} \tag{6}$$

where NSER is the number of series, n_{pi} is the autoregressive order associated with i th series, m_p is the moving average order associated with the p th series. ϕ_{ijk} represents the effect on the i th series from the j th series at lag k. The interdependence between input and output series is, therefore, quantified by ϕ_{ijk} parameters.

Two types of signals related to the EDM process have been digitized and modeled by DDS as shown in Figure 1. The surface profile signals provide the characterization of the surface and the history of the process. The pulse current and voltage signals describe the characteristics of the pulse-train in real time. The off-line analysis of both of these signals is discussed in the next sections.

3. SURFACE PROFILE ANALYSIS

The digitized surface profile data have been found to be adequately represented by AR(1) model. The Green's function of this first order model is of exponential form, which represents the characteristic shape of a typical crater found on the electro-discharge machined surface. The exponential shape of the characteristic crater is integrated with the well-known solution for a thermal model of a circular heat source on a semi-infinite solid to obtain the following expressions for the depth and radius of the melting boundary of a crater [5].

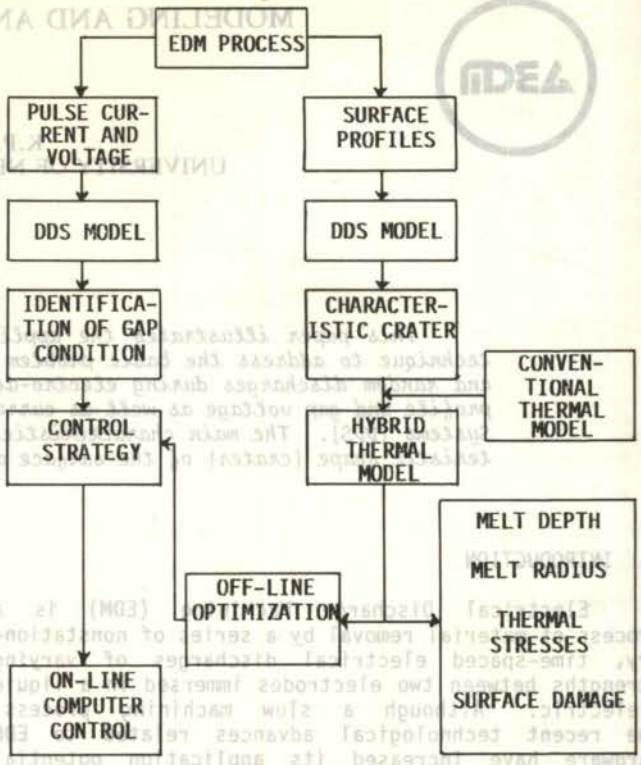


Figure 1. Analysis Stages of EDM by DDS

$$\bar{z}_m = \left(1 - \frac{1}{\nu\sqrt{\pi}} + \frac{1}{6\nu^3\sqrt{\pi}}\right) - \frac{\nu^2}{K} \tag{7}$$

$$\bar{r}_m^2 = 1.75\nu^2 - \frac{9}{K}\left[\frac{\nu^4}{4} + c_1\frac{\nu^3}{3} + c_1^2\frac{\nu^2}{2} + (c_1^3 - c_2)\nu\right]; \text{ when } \nu > 1 \tag{8}$$

where the parameters are

$$\bar{r}_m = \frac{r_m}{a}, \quad \bar{z}_m = \frac{z_m}{a}, \quad \nu = \frac{2\sqrt{\alpha t_i}}{a}, \text{ and}$$

$$K = \frac{4qt_i}{c\rho a\theta_m}$$

where c and ρ are specific heat and specific gravity, q is the heat supply, a is the heat source radius, α is the thermal diffusivity, r and z represent the cylindrical coordinates, and subscript m denotes melting. The melted volume per discharge, V_{wf}, for a crater of exponential shape given by the Green's function, therefore, is

$$V_{wf} = 0.512\, Z_m^3 R^2 \tag{9}$$

where R is the ratio of the diameter to the depth of the crater.

Considering the metal removal efficiency (n_m) and the effective discharge efficiency (n_d), the machining rate can be calculated by,

$$V_w = \eta_m \eta_d \frac{V_{wf}}{t_i + t_o} 10^6 \quad (10)$$

where t_i and t_o are the pulse on-time and off-time, respectively.

The depth of damage layer, d, is given by [1],

$$d = 2 \eta_m^{1/3} Z_m \quad (11)$$

The calculated values of the machining rate, damaged layer and RMS (assuming RMS to be 1/4 of the R_{max} or the depth of the crater) are plotted in Figures 2-4. The values of metal removal and discharge efficiencies used in these calculations are based on [2]. For a given current, there is a range of pulse on-time which results in the maximum erosion rate. The increment in the duty factor results in higher erosion rate due to the increase in the sparking frequency. The comparison with experimental results [2,5] shows the usefulness of the expressions (7-11) for developing machinability data base. The thermal distribution developed in [5] is used in obtaining thermal stresses also. The overall objective of the surface analysis has been to develop an off-line optimization scheme as shown in Figure 1.

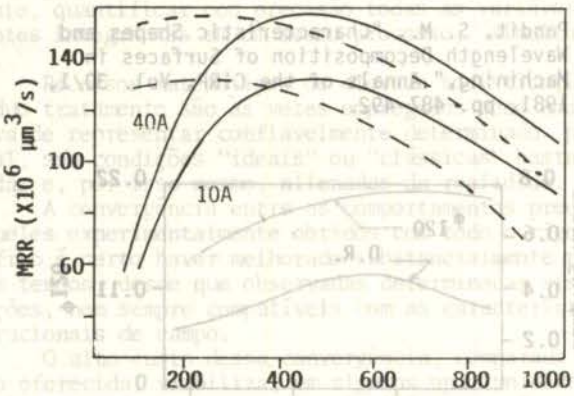


Figure 2. Erosion Rate vs P.D. (DF 50%, Expt. Results of [2]:----)

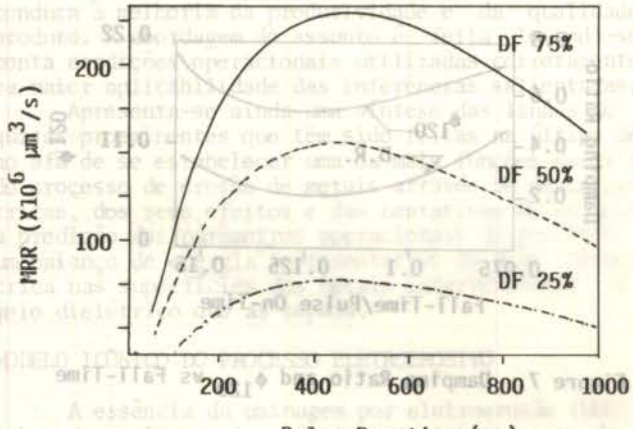


Figure 3. Effect of Duty Factor on MRR

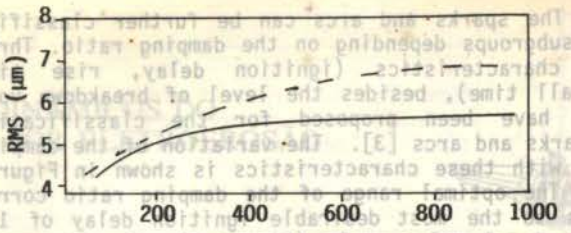


Figure 4. Roughness vs Pulse Duration

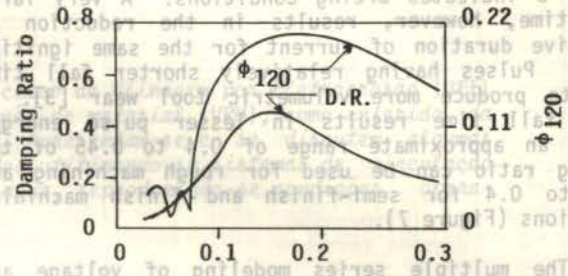


Figure 5. Damping Ratio and ϕ_{120} vs Ignition Delay

4. GAP VOLTAGE AND CURRENT ANALYSIS

The gap voltage and current signals during machining have been digitized and modeled by DDS. The experimental details are given in [6,7]. The ARMA(14,13) models of the pulse-trains provide three distinguishing features for arc detection--Green's function, damping ratio, and autoregressive parameter ϕ_{120}. The Green's function of the current signals for sparks decay to equilibrium position faster than that of the arcs. During arcing, the gap condition due to inadequate flushing and the presence of erosion products strongly affects the subsequent pulses. In sparking, however, the process of ionization and deionization is continuous and homogeneous which results in a stable process as indicated by the Green's function's behavior.

The autospectrum of the DDS models along with the relevant quantitative information provide another identification parameter in the form of the damping ratio of a particular frequency of 32KH$_z$ which is which is common to all types of pulses. The damping ratio for effective discharges or normal sparks ranges between 0.24 and 0.45, whereas the damping ratio during arcing has a lower value range of 0.04 to 0.16 (Table 1). The high damping is related to the lower conductivity of the dielectric during sparking. A low resistance during arcing due to incomplete deionization of the dielectric is reflected in the low values of the damping ratio.

Table 1. Sensing Parameters (Pulse On-Time: 60 μs)

Pulse Type	Damping Ratio	ϕ_{120}
Spark	0.45	0.18
Spark	0.41	0.22
Spark	0.34	0.19
Spark	0.28	0.16
Spark	0.24	0.16
Arc	0.16	0.01
Arc	0.15	0.03
Arc	0.07	0.01
Arc	0.04	0.05

The sparks and arcs can be further classified into subgroups depending on the damping ratio. Three main characteristics (ignition delay, rise time and fall time), besides the level of breakdown voltage, have been proposed for the classification of sparks and arcs [3]. The variation of the damping ratio with these characteristics is shown in Figures 4-6. The optimal range of the damping ratio corresponds to the most desirable ignition delay of 10% of the total pulse cycle (Figure 5). During arcing the ignition delay is almost zero, and the corresponding damping ratio is also very low. The low conductivity as represented by very small rise time in Figure 6 indicates arcing conditions. A very large rise time, however, results in the reduction of effective duration of current for the same ignition delay. Pulses having relatively shorter fall time tend to produce more volumetric tool wear [3]. A large fall time results in lesser pulse energy. Hence, an approximate range of 0.4 to 0.45 of the damping ratio can be used for rough machining and 0.35 to 0.4 for semi-finish and finish machining conditions (Figure 7).

The multiple series modeling of voltage and current signals [7,9] taken together provides an autoregressive parameter ϕ_{120} which shows a trend similar to that of the damping ratio. The values ϕ_{120} parameter which corresponds to the resistance at the gap are shown in Table 1 and are plotted against ignition delay, rise time, and fall time in Figure (5-7).

Since the Green's function calculations are complex, presently efforts are being made to develop control strategies using damping ratio and ϕ_{120} as the identification parameters. The calculations for ϕ_{120} are simpler and faster as compared to the calculations for the damping ratio. Hence, it is a better sensing parameter.

5. SUMMARY

This paper outlines the main characteristics of the DDS difference/differential equations of electro-discharge machined (EDM) surface profile and gap voltage and current signals. The Green's function has been shown to provide a characteristic crater which leads to the technological parameters such as machining rate and surface damage. The Green's function also provides the arc detection parameter. Additional sensing parameters that are more suitable for on-line control are provided by the autospectrum and the vector model. The relation of these parameters (damping ratio and the parameter ϕ_{120}) with the main characteristics of a pulse (such as ignition time, fall time, and rise time, are studied.

REFERENCES

[1] Tseng, M. M., "A Systematic Approach to the Adaptive Control of the Electro-Discharge Machining Process," Trans. ASME, Journal of Engineering for Industry, Vol. 100B, 1978, pp. 303-310.

[2] Van Dijck, F., "Physico-Mathematical Analysis of the Electro-Discharge Machining Process," Ph.D. Thesis, Catholic University of Leuven, 1973.

[3] Dauw, D. F., Snoeys, R., and Dekeyser," Advanced Pulse Discriminating System for EDM Process Analysis and Control," Annals of the CIRP, Vol. 32/1, 1983, pp. 541-549.

[4] Bhattacharyya, S. K., and El-Menshawy, M. F., "Identification, Monitoring and Control of EDM," EDM Digest, Vol. 1, Number 6, November/December 1979, pp. 20-26.

[5] Pandit, S. M., and Rajurkar, K. P., "A New Approach to Thermal Modeling Applied to Electro-Discharge Machining," Transactions of ASME, Journal of Heat Transfer, Vol. 105, No. 3, 1983, pp. 555-562.

[6] Rajurkar, K. P., Pandit, S. M., and Wittig, W. H., "Pulse Current as a Sensor for On-Line Control of EDM," Proc. of the 11th North American Metalworking Conference, 1983, pp. 379-385.

[7] Wittig, W. H., "An Adaptive Control Sensor for Electro-Discharge Machining Using Data-Dependent Systems," M.S. Thesis, 1983, Michigan Technological University.

[8] Rajurkar, K. P., and Pandit, S. M., "Stochastic Modeling of EDM for On-Line Control," Proc. of the 5th Int'l. Conf. on Production Engineering, Tokyo, 1984.

[9] Pandit, S. M., and Wittig, W. H., "A Data-Dependent Systems Approach to Optimal Microcomputer Control Illustrated by EDM," Trans. of the ASME, Journal of Engineering for Industry, Vol. 106, No. 2, 1984, pp. 137-142.

[10] Pandit, S. M., "Characteristic Shapes and Wavelength Decomposition of Surfaces in Machining," Annals of the CIRP, Vol. 30/1, 1981, pp. 487-492.

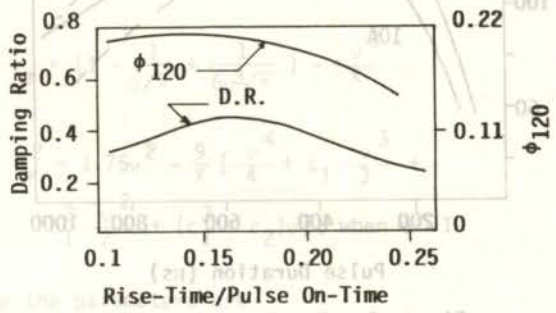


Figure 6. Damping Ratio and ϕ_{120} vs Rise-Time

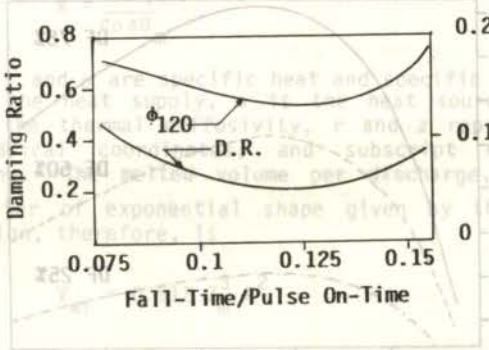


Figure 7. Damping Ratio and ϕ_{120} vs Fall-Time

ASPECTOS TERMODINÂMICOS DO PROCESSO DE USINAGEM POR ELETROEROSÃO

JOÃO TELÉSFORO NÓBREGA DE MEDEIROS
DEM/CT/UFRN

SUMÁRIO

A temperatura do banho dielétrico no processo de Usinagem por Eletroerosão (UEE) influencia decisivamente na velocidade de remoção de material (VRM), como inferido da usinagem de aço-carbono com eletrodos de cobre. Apresentam-se e se discutem algumas características do processo e resultados obtidos utilizando-se sistemas de circulação do fluido dielétrico com e sem refrigeração à água, reproduzindo-se condições operacionais da prática industrial.

INTRODUÇÃO

Há alguns segmentos da físico-química, da hidrodinâmica e da termodinâmica, dentre outras, cuja complexidade fenomenológica é de tal monta que, não raro, torna-se muito difícil, mesmo com as ferramentas em uso atualmente, quantificar com precisão todas as variáveis importantes integrantes em um mesmo processo, simultaneamente.

Recursos matemáticos de elevada sofisticação e/ou árduo tratamento são às vezes empregados como uma tentativa de representar confiavelmente determinado problema real, sob condições "ideais" ou "clássicas" bastante rígidas e, por isso mesmo, alienadas da realidade.

A convergência entre os comportamentos preditos e aqueles experimentalmente obtidos com todo o rigor científico é certo haver melhorado substancialmente nos últimos tempos, desde que observadas determinadas sistematizações, nem sempre compatíveis com as características operacionais de campo.

O alto custo dessa convergência, comparada à precisão oferecida, viabiliza, em algumas oportunidades, a análise quantitativa em que se inclui a medição de uns poucos parâmetros significativos, com precisão ligeiramente inferior, mas em condições perfeitamente REPRODUZÍVEIS seja nos mais modestos laboratórios ou nos mais avançados e bem aparelhados do mundo, seja no interior de uma instalação industrial.

Este trabalho insere-se no âmbito deste último, com o especial propósito de estimular a pesquisa tecnológica de real interesse à pequena e média empresa nacional que conduza à melhoria da produtividade e da qualidade do produto. A abordagem do assunto é feita levando-se em conta condições operacionais utilizadas corretamente, para maior aplicabilidade das inferências salientadas.

Apresenta-se ainda uma síntese das linhas de pesquisas proeminentes que têm sido feitas na última década no afã de se estabelecer uma ou mais funções descritoras do processo de erosão de metais através de descargas elétricas, dos seus efeitos e das tentativas de se melhorar a predição dos parâmetros operacionais do processo, via um balanço de energia representativo da ação termo-elétrica nas superfícies dos metais intervenientes e no meio dielétrico que as separa.

MODELO ICÔNICO DO PROCESSO ELETROEROSIVO

A essência da usinagem por eletroerosão (UEE) está esboçada na Figura 1, onde se representa a zona de usinagem. Ali, o eletrodo-ferramenta (1) desloca-se contra o eletrodo-peça (2), mantendo-se folgas nominais lateral (3) e frontal (4) entre ambos.

Na execução de um furo cego, como o esboçado, a relação entre a profundidade de usinagem (p) e cada dimensão (D) da seção transversal, produz um efeito de arredondamento dos cantos do eletrodo-ferramenta (7) que é progressivo (regiões a, b, c, d,) à medida que (p/D) aumenta, refletindo-se diretamente na forma final da peça-obra, quer arredondando-lhe proporcionalmente os cantos (5), quer introduzindo um efeito de conicidade (6) em suas paredes laterais. Isto resulta das condições de serviço selecionadas, que ensejarão um maior ou menor fluxo das fases líquida, sólida e gasosa ao longo do canal constituído pelo espaço entre os eletrodos. Esquematiza-se na Figura 1, pois, o modelo icônico da zona de usinagem que peculiariza o processo UEE.

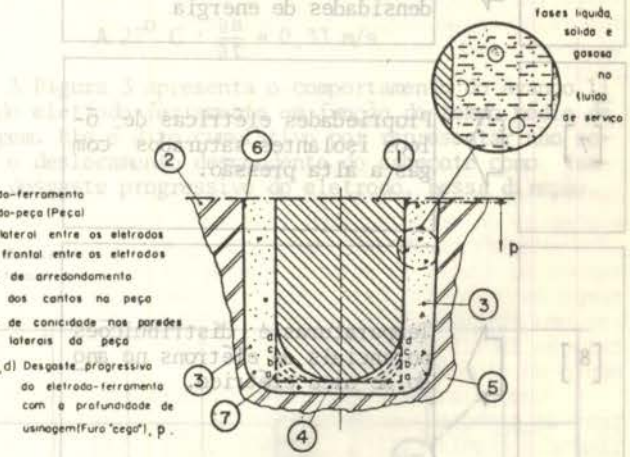


Figura 1 - A zona de usinagem no processo eletroerosivo.

No espaço de separação frontal e lateral dos eletrodos,

a) há um gradiente de temperatura e pressão ao longo de toda a "camisa dielétrica" que envolve o eletrodo-ferramenta, favorecendo o surgimento de uma difusão térmica e de uma difusão de pressão na zona de usinagem. Através dos efeitos "Soret" e "Dufour", um determinado tipo de moléculas tende a se mover à região de temperatura mais alta, enquanto outro à de temperatura mais baixa, formando um gradiente de temperatura e um transporte de massa;

b) a presença dos canais de alta condutibilidade elétrica ("streamers") fomentados pelo campo elétrico formado entre o eletrodo-ferramenta e a peça-obra, ante a presença do fluido dielétrico, exerce um efeito de difusão forçada;

c) as partículas metálicas erodidas e os gases oriundos do processo, dispersos no fluido de lavagem, propiciam uma difusidade molecular.

Ref.	Grandezas Avaliadas	Técnicas Utilizadas	Objetivos
[1]	Dimensões das crateras eletro erodidas em função da temperatura, influência térmica sobre os eletrodos.	Modelagem matemática fundada no fluxo de calor por condução bidimensional levando em conta a variação do raio da fonte de calor face a alteração no tempo do canal de plasma.	Investigar de modo sistemático a influência de vários parâmetros do processo sobre a remoção de material.
[2]	Temperatura superficial, energia da descarga, penetração do eletrodo-ferramenta na peça.	Formulação matemática baseada no estabelecimento de parâmetros adimensionais através do estudo termocinético do processo.	Fornecer um guia preliminar na escolha dos parâmetros operacionais do processo de usinagem por eletroerosão.
[3] [4]	Profundidade de trincas e da camada danificada resultantes da eletroerosão. Tensões térmicas.	Análise físico-matemática do processo, através da técnica dos sistemas de Dados Dependentes (DDS), admitindo cratera esférica.	Estabelecer relações funcionais entre a distribuição de temperatura, as tensões térmicas desenvolvidas na peça, a profundidade da camada afetada e a corrente da descarga e a duração do pulso, necessárias a um processo eletroerosivo com controle adaptativo.
[5]	Taxas de erosão de ânodo ou cátodo de vários materiais. Estados superficiais dos eletrodos e do isolante.	Câmara de descargas com atmosfera gasosa controlada, à pressão atmosférica.	Gerar um banco de dados que encerre características e valores da erosão de diferentes eletrodos através de pulsos de descarga de alta energia.
[6]	Evaporação e expansão de vapores oriundos de superfícies metálicas sujeitas a altas densidades de energia	Modelagem teórica baseada na temperatura da superfície do metal, na taxa de evaporação e nos parâmetros hidrodinâmicos do vapor próximo à superfície.	Predizer o fluxo de vapor e a distribuição como uma função da temperatura superficial de metais sob fontes de alta densidade energética.
[7]	Propriedades elétricas de óleos isolantes saturados com gás a alta pressão.	Dissolução de gás a alta pressão em óleos submetidos à pressões hidrostáticas elevadas. Medições dos pulsos de luz da descarga, da temperatura e das pressões hidrostáticas.	Avaliar os efeitos do gás sob pressão dissolvido no óleo e da pressão hidrostática do meio fluídico sobre os fenômenos da condução elétrica e pré-ruptura dielétrica.
[8]	Temperaturas e distribuições potenciais de elétrons no ânodo de arco elétrico.	Medição das correntes de elétron coletadas por um fio de tungstênio recoberto com uma camada de safira. Medições espectrométricas próximo ao ânodo. Monitoração das vazões e temperaturas da água de refrigeração dos eletrodos. Os arcos elétricos operam em atmosfera de argônio.	Elaborar um balanço de energia consistente. Avaliar quantitativamente as taxas de transferência de calor do ânodo. Avaliar os efeitos de difusão axial e perdas de energia do plasma do arco para o ânodo.
[9]	Aspectos físicos e químicos da degradação de materiais isolantes.	Inserção de isolantes em zonas de descarga de alta tensão em atmosferas controladas e análise dos depósitos de isolantes nos eletrodos e vice-versa.	Determinar a influência de combinações diferentes de materiais dos eletrodos dos isolantes, da admosfera controlada e das características da descarga sobre o processo.
[10]	Comportamento da auto-excitação do campo de temperatura.	Cálculo da frequência de auto-oscilações da temperatura por meio de modelagem matemática do fenômeno.	Examinar a física da ação térmica de um fluxo de energia concentrado incidindo em metais.

Figua 2 - Sinopse dos principais tipos de linhas de pesquisa recentes sobre descargas elétricas e ação termica de energias incidentes em metais.

A descarga elétrica no meio dielétrico fluídico interposto é produzida em consequência da ruptura da resistência imposta por esse meio à passagem elétrica. A teoria eletrotérmica desenvolvida para explicar o fenômeno ressalta, dentre outras, a importância da temperatura na zona de usinagem (necessária à fusão e vaporização localizada de uma micro-região) bem como o papel da temperatura do fluido de lavagem (responsável pela recondensação e resfriamento dos colóides formados) cuja abordagem será feita a seguir.

A Figura 2 apresenta um quadro sinoptico das principais linhas de pesquisas teóricas e experimentais, desenvolvidas recentemente, que dizem respeito à fenomenologia da descarga elétrica entre elétrodos metálicos e sua correlação com aspectos físicos e químicos do processo. Em todos os trabalhos, ressaltam-se as dificuldades em se determinar um modelo matemático representativo do processo, mediante seus mecanismos de aleatoriedade, com ramificações diretas à física dos plasmas, à hidrodinâmica, à termodinâmica, à transmissão de calor, à eletrostática e ao magnetismo [11,12].

BALANÇO DE ENERGIA

A energia disponível - exergia (Ex) - da descarga elétrica depende da fonte elétrica supridora, da rigidez dielétrica do meio interposto entre os eletrodos e da folga entre estes, para erodir a peça.

A energia não disponível - anergia (An) - da descarga elétrica depende do nível de contaminação do dielétrico na folga entre os eletrodos, da temperatura e vazão do banho dielétrico na zona de usinagem e da pressão hidrostática da "cunha fluídica" entre os eletrodos.

A energia total fornecida pelo gerador (Et_g), pois, é igual a

$$Et_g = (Ex)_g + (An)_g \qquad (1)$$

O fluido que entra na zona de serviço com uma massa específica $(\rho f)_e$, calor específico $(Cf)_e$, vazão $(Qf)_e$ e temperatura $(Tf)_e$, fornece uma quantidade de calor $(Ef)_e$ ao volume de controle definido pela zona de usinagem igual a

$$Ef_e = \int_o^t (\rho f.Qf.Cf.Tf)_e \, dt \qquad (2)$$

Analogamente, o fluido que sai do volume de controle caracterizar-se-á por uma energia Ef_s, a saber

$$Ef_s = \int_o^t (\rho f.Qf.Cf.Tf)_s \, dt \qquad (3)$$

Assim, o balanço de energia na zona de usinagem fornece

$$E_T = Efe + Etg = (Ex)_g + (An)_g + Ef_s + \Delta E \qquad (4)$$

onde

$$\Delta E = (Ex)_{fe} - (Ex)_{fs} + (An)_{fe} - (An)_{fs} \qquad (5)$$

e a expressão (4) toma a forma

$$E_T = (Ex)_g + (Ex)_{fe} + (An)_g + (An)_{fe} \qquad (6)$$

que equivale a (7):

$$E_T = (Ex)_{g,fe} + (An)_{g,fe} \qquad (7)$$

Definiu-se que a energia disponível ou exergia é responsável pela erosão da peça. Da mesma forma, ela responde pelo desgaste do eletrodo e rugosidade superficial da peça-obra. À exergia, aqui, associa-se uma temperatura (hipotética) da fonte elétrica supridora da descarga - a fonte quente do ciclo.

Similarmente, à anergia, aqui, associa-se uma temperatura, a do fluido dielétrico à saída da zona de usinagem. Em um ciclo de Carnot, essa temperatura é a ambiente, conferindo-lhe máximo rendimento. No processo eletroerosivo, contudo, máximo rendimento termodinâmico não traduz o equilíbrio entre máxima velocidade de remoção de material da peça e mínimo desgaste da ferramenta. Mas certamente há uma temperatura de saída do fluido dielétrico, mantidas constantes as demais variáveis, na qual se situa o valor eficaz para cada usinagem.

Essa variável é facilmente mensurável em qualquer instalação fabril, daí porque a sua monitoração encerra fundamental importância.

MEDIDA DA TEMPERATURA DO FLUIDO DIELÉTRICO

Foram executados diversos ensaios de desbaste e acabamento em uma peça de aço-carbono com eletrodo-ferramenta de cobre eletrolítico comercialmente disponível.

A máquina utilizada, neste caso, com gerador do tipo relaxação, possui um trocador de calor no interior do tanque de suprimento do dielétrico, que é constituído de serpentinas de cobre por onde circula água proveniente do sistema de abastecimento d'água da oficina.

Apesar da pequena capacidade de resfriamento proporcionada (temperatura do fluido dielétrico, com o sistema funcionando, foi cerca de 10% em média menor que aquela verificada sem refrigeração), notou-se que há uma efetiva variação da velocidade de avanço linear cumulativo do eletrodo e da velocidade de remoção de material.

Utilizou-se baixo nível de energia específica de descarga no ensaio de acabamento (16,39 J/metro quadrado) para salientar o efeito do abaixamento da temperatura do banho dielétrico. Uma diminuição de 17% na temperatura do fluido fez com que o tempo total de usinagem fosse reduzido em 28%. As valocidades de avanço do eletrodo ($\partial a/\partial t$) encontradas foram:

$$A\ 23^o\ C : \frac{\partial a}{\partial t} = 0,46\ m/s$$

$$A\ 27^o\ C : \frac{\partial a}{\partial t} = 0,33\ m/s$$

A Figura 3 apresenta o comportamento do avanço linear do eletrodo-ferramenta em função do tempo médio de usinagem. Ele é dito cumulativo por representar não somente o deslocamento descendente do cabeçote como também o desgaste progressivo do eletrodo, nessa direção.

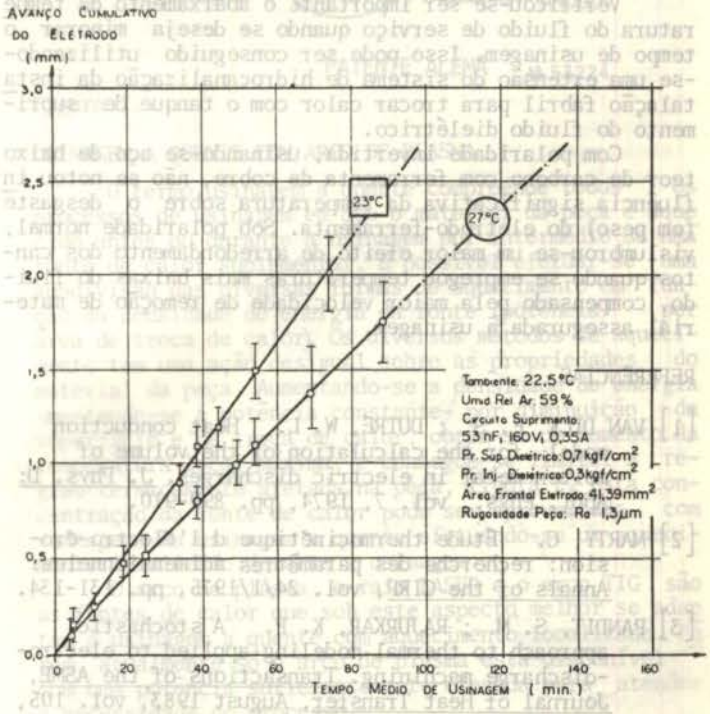


Figura 3 - Avanço cumulativo do eletrodo-ferramenta a duas temperaturas médias diferentes.

A utilização de um trocador de calor no tanque de suprimento de dielétrico permitiu que houvesse um resfriamento do fluido de serviço, propiciando uma variação palpável na velocidade de avanço do eletrodo e, consequentemente, na velocidade de remoção de material.

Na obtenção dos pontos assinalados levantou-se a temperatura em um único ponto do reservatório de serviço situado no quadrante oposto à entrada do fluido.

Para isso, empregou-se um termômetro de mercúrio em vidro (marca JUMO), faixa de leitura - 10 a 150° C, acuracidade +- 0,5° C), um relógio comparador (marca SOMET, faixa de leitura de 0 a 1000 μm, acuracidade + - 1 μm) e um cronômetro digital (marca CASIO fx-58, faixa de leitura 0 a 100 h, acuracidade 0,01 s). As demais medidas foram efetuadas através do uso dos instrumentos que acompanham toda instalação eletroerosiva.

A distribuição de temperatura no entorno da zona de usinagem depende das dimensões e tipo dos eletrodos, da energia de descarga fornecida e das características hidrodinâmicas da lavagem. Por isso mesmo, foram mantidas constantes as variáveis sobre as quais há possibilidade de controle direto, tendo a temperatura ambiente e a umidade relativa do ar flutuado em torno de + - 1° C e 3%, respectivamente.

Embora hajam sido executados ensaios de desbaste e acabamento deteve-se, para análise, no regime de acabamento, por ser significativa a redução de alguns pontos percentuais em relação ao tempo total de usinagem, o que não acontece no desbaste.

No que tange ao desgaste do eletrodo, depreendeu-se que não foram expressivas as variações em peso detectadas, notadamente nos ensaios de polaridade invertida. De observações visuais, constatou-se um maior efeito de arredondamento dos cantos a temperaturas mais baixas.

Lascoe [13], utilizando o querosene como fluido de trabalho, constatou que maiores velocidades de remoção de material ocorrem a temperaturas mais baixas do dielétrico (10° C). À temperatura de 23,3° C, ele obteve menores relações de desgaste (quantidade de material removido do eletrodo-ferramenta em relação àquela erodida na peça).

CONCLUSÕES

Foram apresentadas algumas características da zona de serviço na usinagem por eletroerosão e um modo eficaz e simples de melhorar suas condições operacionais.

Verificou-se ser importante o abaixamento da temperatura do fluido de serviço quando se deseja minorar o tempo de usinagem. Isso pode ser conseguido utilizando-se uma extensão do sistema de hidrocanalização da instalação fabril para trocar calor com o tanque de suprimento do fluido dielétrico.

Com polaridade invertida, usinando-se aço de baixo teor de carbono com ferramenta de cobre, não se notou influência significativa da temperatura sobre o desgaste (em peso) do eletrodo-ferramenta. Sob polaridade normal, vislumbrou-se um maior efeito de arredondamento dos cantos quando se empregou temperaturas mais baixas do fluido, compensado pela maior velocidade de remoção de material assegurada à usinagem.

REFERÊNCIAS

[1] VAN DICK, F. S. ; DUTRÉ, W. L. Heat conduction model for the calculation of the volume of molten metal in electric discharges. J. Phys. D: Appl. Phys., vol. 7, 1974, pp. 899-910.

[2] MARTY, C. Étude thermocinétique d l'électro-érosion: recherche des paramètres adimensionneles. Annals of the CIRP, vol. 24/1/1975, pp. 131-134.

[3] PANDIT, S. M. ; RAJURKAR, K. P. A stochastic approach to thermal modeling applied to electro-discharge machining. Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer, August 1983, vol. 105, pp. 555-562.

[4] RAJURKAR, K. P. ; PANDIT, S. M. Quantitative expressions for some aspects of surface integrity of electro-discharge machined components. Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry, May 1984, vol. 106, pp. 171-177.

[5] DONALDSON, A. L. et alii. Electrode erosion phenomena in a high-energy pulsed discharge. IEEE Transcations on Plasma Science, vol. PS-12, nº 1, March 1984, pp. 28-38.

[6] HAVAZELET, D. ; BIRNBOIM, A. Evaporation of metals by a high-energy-density source. J. Phys. D: Appl. Phys., vol, 16, 1983, pp. 1917-1928.

[7] HIRANO, T. Effects of high-pressure SF_6 gas dissolved in an insulating oil on dc conduction currents and ac partial discharges. J. Appl. Phys., vol. 55, nº 1, Jan. 1984, pp. 9-14.

[8] SANDERS, N. A. ; PFENDER, E. Measurements of anode falls and anode heat transfer in atmospheric pressure high intensity arcs. J. Appl. Phys., vol. 55, nº 3, Feb. 1984, pp. 714-722.

[9] JACKSON, G. et alii. Surface studies of dielectric materials used in spark gaps. J. Appl. Phys., vol. 55, nº 1, Jan. 1984, pp. 262-268.

[10] RYKALIN, N. N. et alii. Self-oscillating process in thermal action of a concentrated energy flux on metals. Sov. Phys. JETP, vol. 58, nº 6, Dec. 1983, pp. 1134-1138

[11] KAO, K. C. New theory of electrical discharge and breakdown in low-mobility condensed insulators. J. Appl. Phys., vol. 55, nº 3, Feb. 1984, pp. 752-755.

[12] ADAMCZEWSKI, I. Les Phénomènes d'ionization et de condution dans les diélectriques liquides. Paris, Masson et Cie, Editeurs, 1968, 407 p.

[13] LASCOE, O. D. Electro-discharge machining., Proc. Mach. Tool Des. and Res., vol. 3, 1962, pp. 59-83.

SUMMARY

The temperature of the dielectric flow in Electrical Discharge Machining (EDM) has a decisive influence on the Material Removal Rate, as has been infered from the machining of carbon-steel workpieces with copper electrode-tools. Some EDM characteristics and data obtained in experiments that utilized dielectric fluid circulation systems with and without cooled water reproducing operational conditions in Industry, are presented and discussed.

USINAGEM A QUENTE POR ARCO DE PLASMA — UMA SOLUÇÃO PARA A USINAGEM DE AÇOS DE ELEVADA RESISTÊNCIA E ELEVADA DUREZA

WALTER L. WEINGAERTNER
DEPTO. ENG. MEC., UFSC

SUMÁRIO

A usinagem a quente entrementes é um processo de fabricação aplicado com vantagens na usinagem de materiais de elevada resistência mecânica e elevada dureza. Observando-se certas premissas básicas é possível obter vidas mais longas de ferramentas em relação a usinagem a frio (usinagem convencional), sem no entanto influenciar a camada superficial da peça.

INTRODUÇÃO

A usinagem convencional de materiais de elevada resistência, como por exemplo, aços de alta liga, temperados, ou ferros fundidos coquilhados, só é possível admitindo-se custos de produções muito elevados. As solicitações mecânicas das ferramentas de corte - sejam estáticas ou dinâmicas - e o desgaste abrasivo relativamente alto, exigem velocidades de corte que podem ser consideradas extremamente baixas para vidas econômicas ótimas.

Consegue-se diminuir a solicitação específica no gume, diminuíndo-se o ângulo de posição - como no descascamento - distribuíndo-se a solicitação total sobre um comprimento maior do gume.

Em alguns casos a usinagem com ferramenta de corte de geometria definida pode ser substituída pelo processo de retífica por mergulho de alta potência. Porém, se a peça a ser trabalhada for de grande porte, este processo é possível, mas está associado a um investimento muito elevado.

Uma possibilidade para a usinagem de materiais de elevada resistência, com ferramenta de corte de geometria definida, é a usinagem a quente com aquecimento localizado.

O material da peça é aquecido a uma temperatura na qual ocorre uma diminuição da sua resistência mecânica. A usinagem é procedida enquanto o material está aquecido, de forma que as ferramentas são submetidas a esforços menores.

DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO DA USINAGEM A QUENTE

Há aproximadamente 100 anos Tilghman reconheceu nos EEUU que aquecendo-se a peça, obtém-se uma diminuição da força de usinagem (1,2), figura 1.

Mas só durante e após a Segunda Guerra Mundial foi iniciado um estudo sistemático da usinagem a quente, utilizando-se tanto o aquecimento pleno como também o aquecimento parcial das peças, empregando-se diversas fontes de aquecimento (3 a 8).

Porém, a principal deficiência no processo de usinagem a quente era que até há poucos anos não se dispunha de ferramentas de corte as quais resistissem às solicitações térmicas alternantes elevadas.

O desenvolvimento no setor da fabricação de ferramentas de corte cerâmicas, nos últimos anos, nos trouxe novas ferramentas cerâmicas, com uma resistência a flexão sensivelmente maior e com isto menos suscetíveis à quebra (9). Existem várias referências recentes na literatura em que se relata ser a vida na usinagem a quente várias vezes superior a da usinagem convencional, ao passo que em publicações mais antigas tal não era a regra.

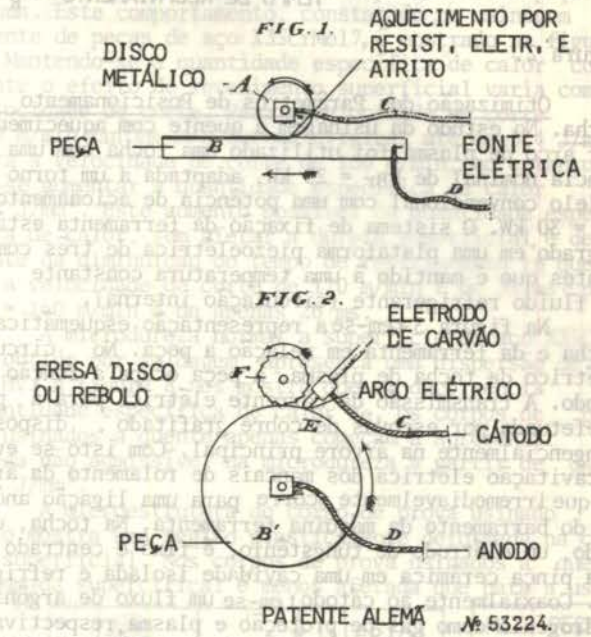


Figura 1.

USINAGEM A QUENTE COM ARCO DE PLASMA

O termo usinagem a quente compreende todos os processos de usinagem em que o material da peça é aquecido antes ou durante a usinagem por intermédio de uma fonte de calor suplementar. É possível efetuar-se uma subdivisão das diversas formas de aquecimento em função da densidade de energia da fonte (potência por área de troca de calor). Os diversos métodos de aquecimento tem uma ação desigual sobre as propriedades do material da peça. Aumentando-se a densidade de energia -mantendo-se a potência constante- por diminuição da superfície e de troca de calor, obtém-se um aumento da temperatura local máxima, e consegue-se limitar a região termicamente afetada na peça, figura 2. Esta concentração da fonte de calor pode ser aproveitada com vantagens na usinagem a quente, efetuando-se um aquecimento localizado durante a usinagem.

O arco de plasma, o raio LASER e o arco TIG são as fontes de calor que sob este aspecto melhor se adaptam à usinagem a quente com aquecimento localizado. Porém, atualmente só o arco de plasma está disponível com uma potência suficientemente elevada para atender a necessidade do processo.

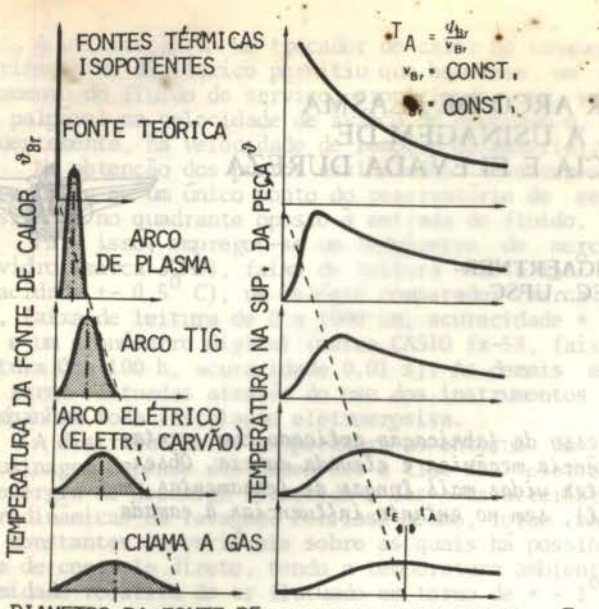


Figura 2.

Otimização dos Parâmetros de Posicionamento da Tocha. No estudo da usinagem a quente com aquecimento por arco de plasma foi utilizado uma tocha com uma potência nominal de P_{Br} = 25 kW, adaptada a um torno paralelo convencional com uma potência de acionamento de P_T = 30 kW. O sistema de fixação da ferramenta está integrado em uma plataforma piezoelétrica de três componentes que é mantido à uma temperatura constante por um fluído refrigerante (circulação interna).

Na figura 3 tem-se a representação esquemática da tocha e da ferramenta em relação a peça. No circuito elétrico da tocha de plasma, a peça ocupa a função de ânodo. A transmissão da corrente elétrica para a peça é efetuada por escovas de cobre grafitado, dispostas tangencialmente na árvore principal. Com isto se evita a cavitação elétrica dos mancais de rolamento da árvore, que irremediavelmente ocorre para uma ligação anódica do barramento da máquina ferramenta. Na tocha, o cátodo, um elétrodo de tungstênio, é fixo e centrado por uma pinça cerâmica em uma cavidade isolada e refrigerada. Coaxialmente ao cátodo tem-se um fluxo de argônio e hidrogênio como gás de proteção e plasma, respectivamente. O fluxo de gás é expelido por uma tubeira frontal na tocha. Para a ignição do arco de plasma, uma alta tensão pulsativa de alta frequência entre a tubeira e cátodo se incumbe da ionização da atmosfera entre o cátodo e o ânodo, permitindo o fechamento do circuito principal. A tubeira de cobre estrangula o arco elétrico, de forma que toda a transmissão da energia elétrica se dá por um canal restrito. O fluxo de gás refrigera o cátodo e serve também como meio complementar de transporte de energia.

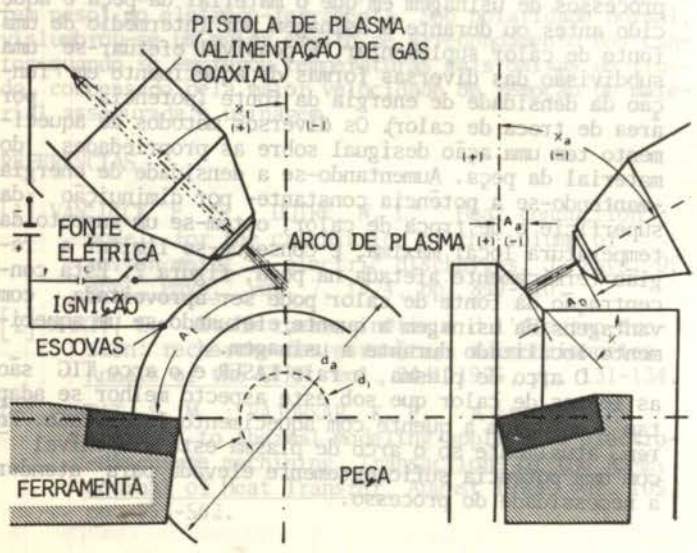


Figura 3.

Para a otimização dos parâmetros de posicionamento da tocha de plasma e para a determinação de uma geometria adequada da ferramenta de corte deve-se considerar vários fatores. Em primeiro lugar tem que ser garantido que o fluxo de gases superaquecidos do arco de plasma não entre em contato com a superfície já usinada da peça. Além disto, a geometria da seção usinada deve ser adaptada o máximo possível aos contornos do material aquecido, de forma que o calor remanescente na peça seja pequeno, porém a temperatura de pré-aquecimento no plano de cizalhamento deve ser suficientemente alta. As leis de condução de calor em sólidos porém não permitem que o campo de isotermas se adapte ao formato rômbico da seção de usinagem. Um estudo detalhado porém permitiu determinar empiricamente que se consegue otimizar os contornos das isotermas variando-se a posição de contato do arco de plasma na peça (11). A representação no lado direito da figura 4 mostra que o desvio do jato quente de plasma para regiões ainda não usinadas da peça, é garantido, se o ângulo de posicionamento da tocha for $\kappa_a \geq \kappa + 20^9$. Como deve ser evitado o contato entre a tubeira e a peça, o que acontece para um ângulo de posicionamento κ_a muito grande, deve-se diminuir o ângulo de posição da ferramenta de corte, para obter o desvio desejado do gás aquecido. A configuração das isotermas para esta disposição da tocha é bem mais propícia em relação as isotermas obtidas com posicionamento da tocha normal à superfície da peça, (lado esquerdo da figura 4). Supondo-se a mesma temperatura para as isotermas que passam pelos pontos 1 e 2, tem-se que, para a remoção de uma seção a_p x f, a área remanescente interna as isotermas é menor para a figura do lado direito. Isto é, tem-se uma quantidade de calor removida maior (12).

Para garantir que a temperatura da peça pronta seja baixa, a usinagem do material aquecido deve ser procedida num intervalo de tempo após o aquecimento para o qual o calor transferido da tocha ainda não tenha se expandido muito além do plano de cizalhamento. Isto é, deve-se reduzir o tempo de resfriamento. A redução do tempo entre o aquecimento e a usinagem pode ser obtido diminuindo-se a distância da tocha a ferramenta, ou aumentando a velocidade de corte. Uma análise da distribuição de calor entre peça e cavaco, bem como a determinação das temperaturas máximas durante a usinagem pode ser vista em publicações anteriores (11,12,13, 14).

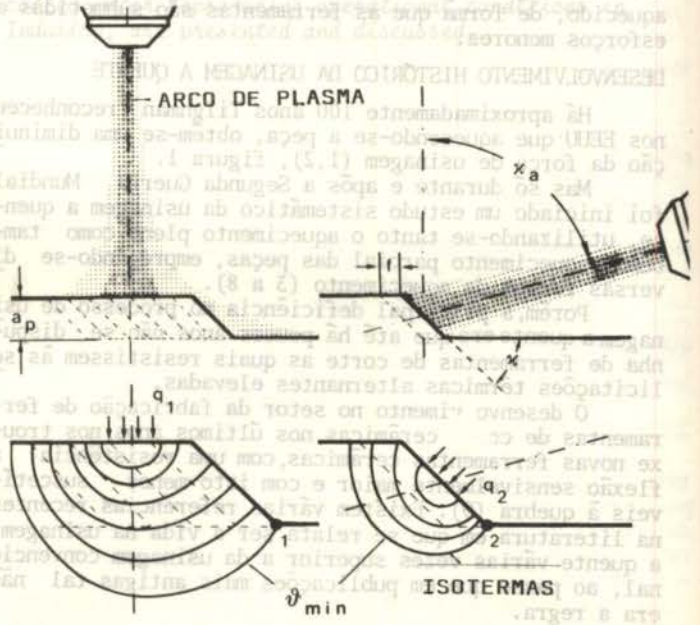


Figura 4.

Parâmetros para Otimização da Usinagem a Quente por Arco de Plasma. Como parâmetro de aquecimento foi definida a quantidade específica de calor. Ela é obtida do quociente da potência nominal do arco de plasma pelo volume de material usinado na unidade de tempo.

A quantidade específica de calor não define a temperatura na seção de usinagem, já que nem toda a energia da tocha que é transferida para a peça é removida pelo cavaco, pois tem-se uma parte que passa à peça como calor remanescente. Apenas 30% a 50% do calor que entra na peça é removido pela usinagem.

No entanto, ela representa uma grandeza que facilmente pode ser regulada e reproduzida, permitindo analisar o resultado dos componentes da força de usinagem, a formação dos cavacos, dureza superficial da peça, microdureza e estrutura da camada superficial da peça acabada, bem como a vida das ferramentas.

Influência da Quantidade Específica de Calor Sobre as Componentes da Força de Usinagem. Os resultados das medições das componentes da força de usinagem mostram que a influência da quantidade específica de calor não é igual para todos os materiais. No aço 42CrMo 4V uma quantidade específica de calor q_e = 5 J/mm³, a uma velocidade de corte de v_c = 250 m/min, resulta em uma diminuição da força de corte por 16% em relação a usinagem convencional a frio. A usinagem do aço X40MnCrN19 para demais condições mantidas constantes apresenta uma redução de 30%, figura 5. A redução per-

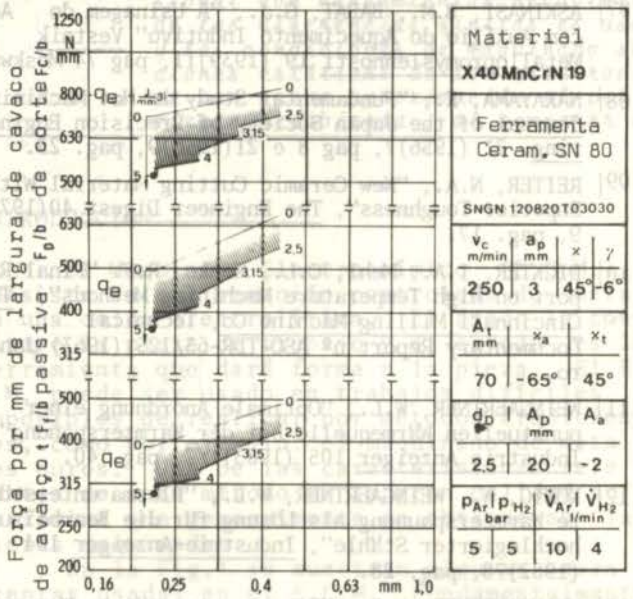


Figura 5.

centual das componentes da força de usinagem para diversos avanços praticamente permanece inalterada, parte esquerda da figura 6. Para um aumento da velocidade de corte observa-se o mesmo comportamento na usinagem a quente como na usinagem convencional a frio. Isto é, com o aumento da velocidade de corte ocorre uma diminuição das componentes da força de usinagem, parte direita da figura 6. Observa-se também nesta figura uma limitação para o volume usinado na unidade de tempo, decorrente da potência limitada, disponível para o aquecimento (linhas tracejadas na parte superior dos campos achurrados). Na usinagem a frio de um rolo de laminação de ferro fundido coquilhado observou-se que à uma velocidade de corte superior a 60 m/min tem-se a quebra quase que instantânea da ferramenta de corte. Para estas velocidades a usinagem só é possível à quente, e para uma variação da quantidade específica de calor de 4 à 6,3 J/mm³ tem-se uma diminuição da força de corte de 22% e da força de avanço e força passiva de 30%.

Influência da Quantidade Específica de Calor Sobre a Dureza, Microdureza, Estrutura Metalográfica e Formas de Cavacos. É de se supor que, com o aumento de quantidade específica de calor, mantendo-se as demais

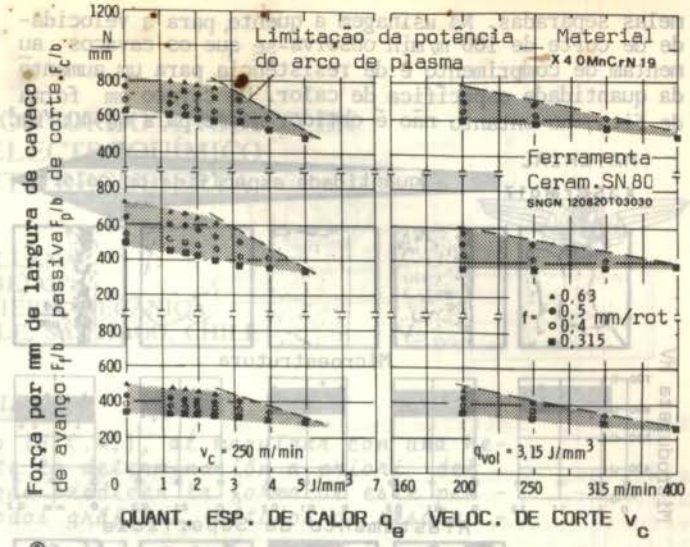


Figura 6.

condições constantes, a dureza superficial da peça diminua. Este comportamento, constatado na usinagem a quente de peças de aço X35CrMo17, é mostrado na figura 7. Mantendo-se a quantidade específica de calor constante o efeito de revenimento superficial varia com a velocidade de corte. Para a velocidade de corte de 120 m/min mantem-se a dureza original até q_e=3,4 J/mm³. Para a velocidade de corte de 160 m/min, no entanto pode-se aumentar a quantidade específica de calor até 4,2 J/mm³. Este aumento possível da quantidade específica de calor, sem afetar a dureza superficial, é decorrente da diminuição do tempo de resfriamento t_R que para a velocidade de corte de 120 m/min é de 35 ms e para v_c = 160 m/min é de apenas 26 ms.

A microdureza normal a superfície, do aço X35CrMo 17 obtido por soldagem, apresenta uma dispersão de σ_n= 50 HV. A figura 8 nos mostra que em decorrência da quantidade específica de calor q_e, os corpos de prova usinados a quente apenas começam a apresentar uma queda não admissível na microdureza a partir de q_e = 3,4 J/mm³.

A microestrutura do corpo de prova usinado a frio mostra uma região plasticamente deformada na camada superficial. Nos corpos de prova usinados a quente, a camada supercifical é menos afetada que para a usina

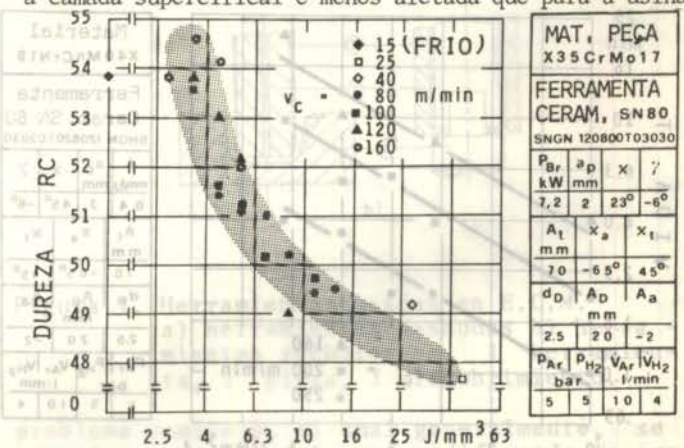


Figura 7.

gem a frio, até o limite de q_e = 3,4 J/mm³. Isto pode ser explicado pela diminuição da componente passiva da força de usinagem. Apenas se aumentarmos ainda mais a quantidade específica de calor é que deparamos com uma camada revinida e plasticamente deformada, indesejada.

Também a formação dos cavacos na usinagem do aço X35CrMo17 é afetada pelo aquecimento. Na usinagem a frio ocorre a formação de cavacos lamelares com la-

melas separadas. Na usinagem a quente, para a velocidade de corte de 160 m/min observa-se que os cavacos aumentam de comprimento e de resistência para um aumento da quantidade específica de calor. Um cavaco em forma de fita, no entanto não é obtido, mesmo para q_e=40J/mm³.

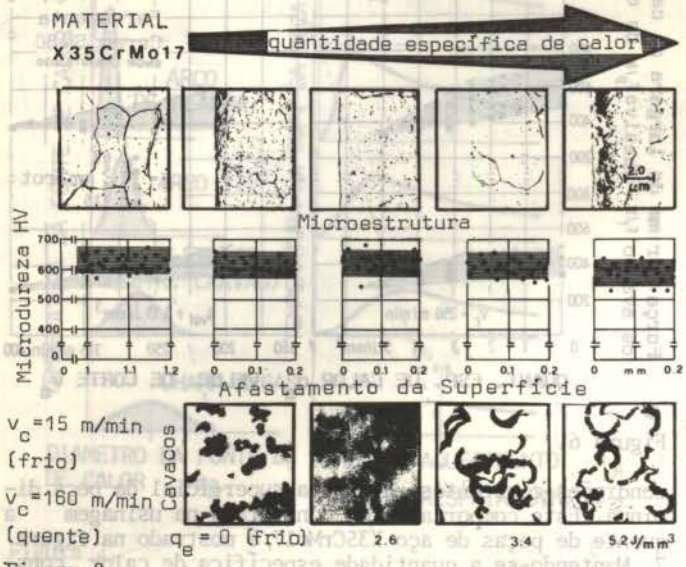


Figura 8.

Influência da Quantidade Específica de Calor Sobre a Vida da Ferramenta. Nos ensaios de vida de ferramenta, efetuados com ferramentas de cerâmica SN80 , da Firma FeldmUhle, na usinagem do aço X40MnCrN19 verificou-se que para uma quantidade específica de calor de q_e = 3,15 J/mm³ e uma velocidade de corte de v_c=160 m/min foi obtida uma vida 5 vezes superior a usinagem a frio, figura 9. Para a velocidade de corte v_c=250m/min, ainda obteve-se um aumento de 4 vezes, ou expresso de outra forma, tem-se ainda a mesma vida que na usinagem a frio à v_c = 160 m/min. Tem-se assim um aumento de produtividade de 58% por gume. Um aumento da quantidade específica de calor acima destes valores ensaiados leva a um sucessivo aumento na vida da ferramenta. Por tanto, é possível em alguns casos de aplicação específica, empregar a usinagem a quente economicamente. Um usuário da usinagem a quente relata que obteve uma redução do tempo de usinagem por peça de aço X35CrMo17 superior a 80% |15|.

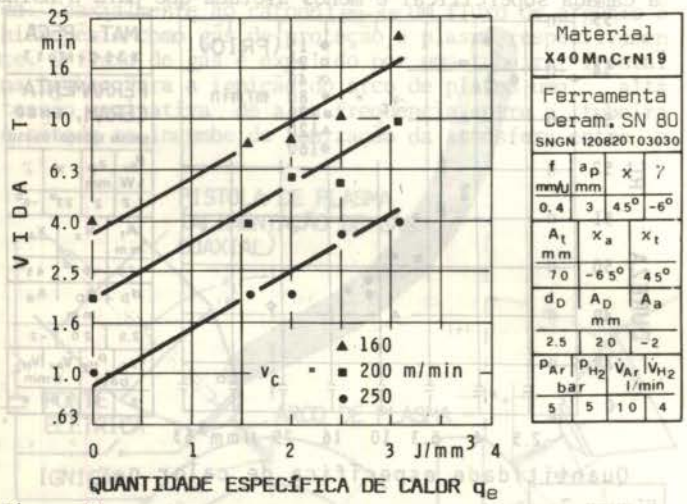


Figura 9.

CONCLUSÃO

Materiais de elevada resistência de uma forma geral só podem ser usinados convencionalmente à uma velocidade de corte muito baixa. É possível obter um aumento da produtividade empregando-se a usinagem a quente. Neste processo o material é aquecido localizadamente durante a usinagem por um arco de plasma, resultando em um amolecimento do material no plano de cizalhamento. Observando-se certas condições básicas, é possível obter-se vidas 4 a 5 vezes maiores que na usinagem a frio, representando isto um aumento de aproximadamente 60% na produtividade, sem que se tenha observado a influência negativa do processo sobre a dureza, microdureza ou estrutura cristalina da camada superficial da peça.

REFERÊNCIAS

|01| TILGHMAN, B.C., "Cutting Metal by Electricity" US Patent, Nº 416873 de 10 de dez, de 1980, USA.

|02| TILGHMAN, B.C., "Verfahren und Werkzeug zum Schneiden oder Bearbeiten von Metallen unter Anwendung eines Elektrischen Stromes", Kaiserliches Patentamt nº 53224 de 10 de dez. de 1889, Alemanha.

|03| ARMSTRONG, E.T., et al., "Machining of Heated Metals", Trans. ASME 12 (1951) 1, pag. 35.

|04| TRAPP, G.J., et al., "The german Hard Metal Industry" British Intelligence Objective Sub-Commitie Report 1385, item 25 pag. 55, julho de 1949.

|05| FRIEDMANN, L.T., "Hot Spot Machining" Iron Age 165 (1950) 6, pag., 71.

|06| HACK, F., "Zerspanen mit Hilfe des Elektrischen Lichtbogens", Werkstattstechnik und Maschinenbau 40 (1959(3, pag. 77.

|07| ASKINASI, B.M., BABAT, G.J., "A Usinagem do Aço com Auxílio do Aquecimento Indutivo" Vestnik Metallopromyslennosti 19 (1939)11, pag 74 Moskwa.

|08| NAKAYAMA, K., "Fundamental Study in Hot Machining" Journal of the Japan Society of Precision Engineering. 21 (1956)7, pag 8 e 21(1956)9, pag. 23.

|09| REITER, N.A., "New Ceramic Cutting Material With Superior Toughness", The Engineer Digest 40(1979) 9, pag. 17.

|10| DICKTER, I.A., Mehl, C.L., Henke, R.F. "Final Report on High Temperature Machining Methods", The Cincinnati Milling Machine Co, Technical Documentary Report nº ASO-TDR-63/125 (1963) Janeiro.

|11| WEINGAERTNER, W.L., "Optimale Anordnung einer punktuellen Wärmequelle bei der Warmzerspanung", Industrie Anzeiger 105 (1983)1/2, pag. 40.

|12| KONIG, W., WEINGAERTNER, W.L., "Plasma unterstUtzte Warmzerspaunung als Lösung für die Bearbeitung hochlegierter StUhle", Industrie-Anzeiger 104 (1982)78, pag. 28.

|13| WEINGAERTNER, W.I., "Plasma unterstützte Warmzerspanung" Tese de Doutorado RWTH - Aachen RFA,1983.

|14| WEINGAERTNER, W.L., "Usinagem a Quente" 1º Simpósio Estadual de Técnicos Mecânicos 14 e 15 de dezembro de 1984, Curitiba.

|15| N.N. Contatos Pessoais. Firma Christemen Diamont Products, Celle, RFA. 1983.

SUMMARY

Very hard materials, as high chrome steels or chilled cast iron usualy are machined at very low rates. To achive better results it is possible to apply plasma assisted hot machining. In this process the material of the workpiece is heated up by a plasma arc during machining, this resulting in lower tensil strength in the shear zone. Observing certain main roles in the hot machining process it is possible to obtain tool lifes 4 to 5 times bigger as in conventional machining, or expressed in other words, machining rates 60% higher, without having negative influence on the surface integrety of the workpiece.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

DETERMINACION DEL CONTORNO ANODICO EN EL MAQUINADO ELECTROQUÍMICO CON HERRAMIENTA RECUBIERTA

C. ORELLANA
M.A. BEJAR
DEPTO. DE INGENIERIA MECÂNICA
UNIVERSIDAD DE CHILE, SANTIAGO, CHILE

SUMARIO

En el Maquinado Electro-químico (E.C.M.), al maquinar con una herramienta de forma dada, es importante la determinación a priori del perfil resultante. Existen métodos que predicen la forma de este perfil: métodos analíticos exactos, métodos gráficos, métodos de resolución numérica, etc.

Las soluciones obtenidas por aproximación numérica, implementadas computacionalmente, permiten considerar simultáneamente un mayor número de variables que los otros métodos de predicción, entregando resultados más confiables.

En este trabajo, los perfiles anódicos son determinados mediante un programa computacional construído especialmente para el caso bidimensional con herramientas recubiertas y electrólito de NaCl. El método de las diferencias finitas es usado para calcular los campos eléctricos y las condiciones de maquinado se simulan en forma discreta para posiciones estáticas de los electrodos. Se concluye que el programa predice con buena aproximación el perfil resultante en perforación con herramienta recubierta, al comparar con resultados experimentales.

INTRODUCCION

El Maquinado Electroquímico (E.C.M.), consiste en una remoción controlada de metal en una celda electrolítica. El ánodo lo constituye la pieza de trabajo y el cátodo es la herramienta que dará forma a la pieza. El E.C.M. puede ser usado en trabajos difíciles o imposibles de realizar por métodos tradicionales, como por ejemplo: el maquinado de metales duros. Una de las características relevantes de este método es la gran calidad superficial que generalmente se obtiene en las piezas maquinadas.

En la Fig.1 se muestran algunas herramientas usadas en el E.C.M. Fundamentalmente se pueden separar en dos grupos: las herramientas desnudas y las herramientas con aislación lateral o recubiertas. Estas últimas se usan cuando se desea obtener una separación lateral más estrecha que la obtenida al usar las herramientas sin aislación lateral.

En la Fig.2 se muestra un esquema de un E.C.M. con herramienta recubierta. En este proceso, el cátodo se acerca hacia el ánodo, a velocidades típicas entre 0.01 a 1.00 mm/s. En la separación interelectrodo, a través del electrólito, circula una corriente eléctrica que produce la disolución del ánodo a una tasa determinada por las leyes de Faraday. Esta corriente eléctrica es gobernada por la ley de Ohm.

El E.C.M. ha alcanzado en las últimas décadas un desarrollo significativo en el maquinado de materiales de gran dureza y en la construcción de piezas metálicas de geometrías complejas. Las aplicaciones prácticas de este proceso están limitadas, en parte, por el diseño de la herramienta. Al maquinar con una herramienta de forma dada, es importante la determinación a priori del perfil resultante. El diseño de la herramienta, para obtener una geometría deseada del ánodo, es un

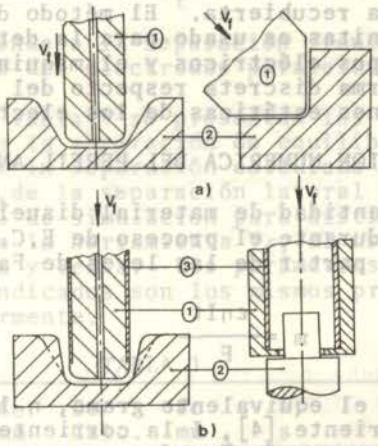


Figura 1. Herramientas usadas en E.C.M. a) herramientas desnudas b) herramientas recubiertas. 1 herramienta, 2 pieza, 3 recubrimiento.

problema complejo, el cual generalmente, se resuelve experimentalmente modificando la geometría de la herramienta hasta obtener el perfil requerido. En algunos casos, se resuelve el problema, a partir de la predicción de la geometría final del ánodo, cuando la forma de la herramienta es conocida [1,2,3]. Entre los método de predicción de este perfil, se pueden nombrar entre otros, las soluciones analíticas exactas, los métodos gráficos, los métodos analógicos y los métodos de resolución numérica.

Los métodos analíticos exactos son muy limitados en su aplicación, dada la complejidad de las ecuaciones en juego. Los métodos

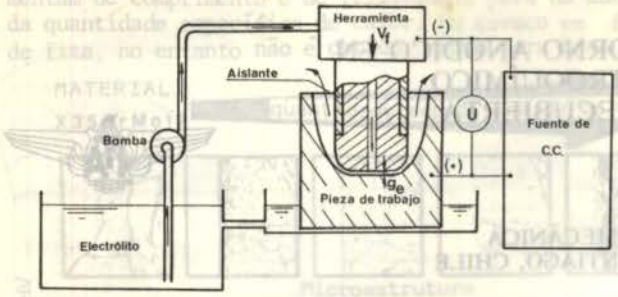


Figura 2. Instalación básica de E.C.M.

gráficos, como por ejemplo el del "cos θ", son aplicables a problemas con herramientas de curvaturas suaves. Los métodos analógicos son válidos en condiciones simplificadas de E.C.M., [3].

Las soluciones obtenidas por aproximación numérica, implementadas computacionalmente, generalmente permiten considerar simultáneamente un mayor número de variables que en los métodos de predicción antes mencionados, entregando resultados de gran confiabilidad.

El objetivo de este trabajo es obtener los perfiles anódicos, al maquinar con herramienta recubierta, mediante la simulación computacional de E.C.M. y determinar la separación con respecto a la herramienta que se obtendría en un maquinado real. Los resultados se comparan con los valores experimentales de otros autores [4,5]. Se utiliza una versión mejorada de un programa computacional de un trabajo anterior [6] al cual se le ha incluido la opción de simular el caso bidimensional con herramienta recubierta. El método de las diferencias finitas es usado para la determinación de los campos eléctricos y el maquinado se simula en forma discreta respecto del tiempo para posiciones estáticas de los electrodos.

DETERMINACION NUMERICA DEL PERFIL ANODICO

La cantidad de material disuelto m en un tiempo t, durante el proceso de E.C.M. se determina, a partir de las leyes de Faraday [2], por:

$$m = \frac{\varepsilon \eta I t}{F} \qquad (1)$$

donde ε es el equivalente gramo, η la eficiencia de corriente [4], I la corriente eléctrica y F la constante de Faraday.

Dado que los electrodos están inmersos en un electrólito donde es válida la ley de Ohm:

$$\vec{J} = \frac{d\vec{I}}{da} = K\vec{E} = -K\nabla\phi \qquad (2)$$

siendo J la corriente por unidad de área, K la conductividad del medio, E el campo eléctrico y donde la función de potencial electrostático φ se puede determinar conociendo la configuración de los electrodos, utilizando la ecuación de Laplace [7]:

$$\nabla^2\phi = 0 \qquad (3)$$

Por lo tanto para posiciones instantáneas de los electrodos se puede resolver el problema en forma discreta, haciendo uso de las ecuaciones (1), (2) y (3). Se supone que en un intervalo de tiempo Δt, la densidad de corriente anódica se mantiene constante y que su valor queda determinado por la configuración de los electrodos al comienzo del intervalo. Al final del intervalo, la variación de coordenadas en el plano (X,Y) de un punto cualquiera de la superficie del ánodo será:

$$\Delta X = \frac{\varepsilon\eta}{F} \cdot \frac{KE(X)}{\rho} \Delta t \qquad (4)$$

$$\Delta Y = \frac{\varepsilon\eta}{F} \cdot \frac{KE(Y)}{\rho} \Delta t \qquad (5)$$

donde ρ es densidad del material.

Las ecuaciones (4) y (5) permiten definir la nueva configuración del ánodo, inicial para el intervalo Δt siguiente, en la cual la herramienta se ha acercado al ánodo en una distancia:

$$v_f \cdot \Delta t \qquad (6)$$

donde v_f es la velocidad de la herramienta.

Para la determinación del campo electrostático en el programa computacional se utiliza el método de las diferencias finitas. En la Fig.3, se muestra el dominio considerado. Se usa una malla fina NxM, de tal manera que las líneas deben ser mantenidas fijas de iteración en iteración. De esta manera, una vez determinada una nueva configuración, se procede a corregir la solución mediante una regresión lineal, que permite mantener la geometría de la malla.

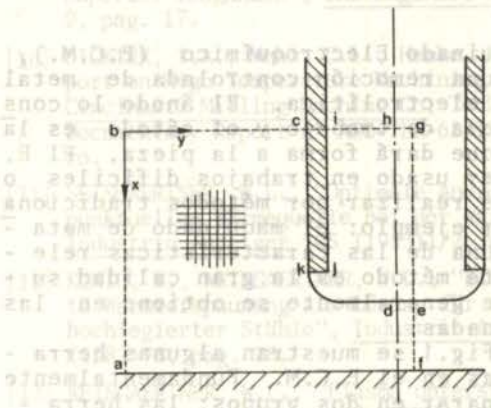


Figura 3. Dominio considerado en la simulación.

CONDICIONES DE BORDE

Si se considera que la parte metálica de los electrodos corresponde a zonas equipotenciales, el problema se reduce a determinar la solución en la región definida para puntos a-b-c-d-e-f de la Fig.3. Las condiciones de borde serán:

a) Condiciones de Dirichlet.
   Potenciales fijos en los bordes de los electrodos y en las líneas de cierres f-e y a-b-c.
b) Condiciones de Newman.
   En el eje de simetría h-d de la herramienta, real o imaginario, se anula la derivada del potencial según la normal a éste.
c) Condiciones para límites de materiales.
   Los campos eléctricos en la superficie de separación de dos medios 1 y 2 se deducen de las ecuaciones de Maxwell para el caso cuosiestático [7]. Estas condiciones son:

$$\hat{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0 \qquad (7)$$

$$\hat{n} \cdot (K_1\vec{E}_1 - K_2\vec{E}_2) = 0 \qquad (8)$$

donde $\hat{n}$ es el vector normal a la superficie de separación de los medios.

El programa computacional desarrollado considera los siguientes parámetros.

a) geometría inicial de el conjunto herramienta-pieza discretizado según la malla.
b) diferencia del potencial (U-Upol) aplicada entre la herramienta y la pieza.
c) velocidad de penetración de la herramienta V_f.
d) tasa de remoción específica teórica del material, VSP = $\varepsilon/\rho F$.
e) conductividad del electrólito (constante), K.
f) eficiencia de corriente (constante) η=0.95 [8].
g) caída de potencial a través del dieléctrico en la línea de cierre i-c ΔV_{i-c} (se supone conocida).
h) caída de potencial a través de la línea a-b-c. Se considera lineal.
i) tiempo entre iteraciones Δt.

RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados de la simulación del E.C.M. En primer lugar, se muestra una evolución típica de la simulación para distintos tiempos de maquinado y en segundo término, se compara la separación lateral entre la herramienta y la pieza, a la altura del dieléctrico g_o, con la obtenida experimentalmente por otros autores, lo que permite cuantificar la desviación de los perfiles simulados con los perfiles reales.

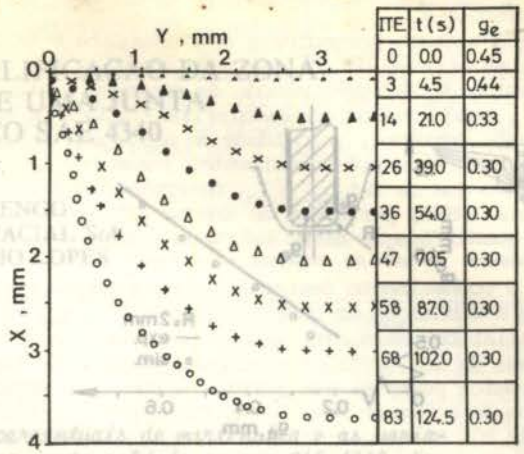
En la Fig.4 se muestra la geometría inicial del conjunto pieza-herramienta. La simulación se realizó imponiendo una herramienta de radio 2 mm con dieléctrico que cubre toda la zona lateral recta. Los parámetros de simulación fueron los siguientes:

$(U-U_{pol})$	= 20.0		V
VSP(acero)	= 0.0377	[5]	mm^3/As
K	= 0.012		$1/\Omega mm$
ΔV_{i-c}	= 16.0		V
V_f	= 0.0315		mm/s
Δt	= 1.5		s
g_e(inicial)	= 0.45		mm



Figura 4. Geometría inicial herramienta-pieza discretizada.

En la Fig.5 se muestran los perfiles anódicos obtenidos para distintos tiempos de simulación de maquinado. En la resolución numérica de las ecuaciones (4,5), se usó una malla de 70x76 elementos, por lo cual, cada perfil queda determinado en un plano (X,Y), por 70 pares ordenados. En la tabla adjunta al gráfico, se indican: el número de la iteración, el tiempo de maquinado simulado y la separación frontal instantánea. Se puede apreciar como el sistema computacional alcanzó la separación frontal de equilibrio en menos de 39s, manteniéndose ésta hasta el final del proceso de simulación. En éste y en todos los casos simulados, la separación frontal de equilibrio tuvo un valor similar al valor calculado mediante la fórmula:



ITE	t(s)	g_e
0	0.0	0.45
3	4.5	0.44
14	21.0	0.33
26	39.0	0.30
36	54.0	0.30
47	70.5	0.30
58	87.0	0.30
68	102.0	0.30
83	124.5	0.30

Figura 5. Perfiles anódicos para distintos tiempos de simulación de maquinado.

$$g_e = \frac{(U-U_{pol})\ K\ VSP}{V_f} \qquad (9)$$

que corresponde a la separación frontal de equilibrio de dos electrodos paralelos planos [4].

En la tabla 1 se presentan los valores obtenidos de la separación de equilibrio g_e simulada, de la separación calculada por la ecuación (9), de la separación lateral g_o y del tiempo total de simulación para distintas velocidades de la herramienta V_f, al usar herramienta curva y recta. Los parámetros de simulación no indicados son los mismos presentados anteriormente.

TABLA 1

	Vf mm/s	ge mm	ge Calc.	go mm	t s	K 1/Ωmm
	0.0400	0.26	0.23	0.53	97.5	
	0.0315	0.30	0.29	0.65	124.5	
*	0.0230	0.39	0.39	0.81	168.0	0.012
	0.0185	0.48	0.49	0.95	202.5	
	0.0110	0.56	0.55	1.10	500.0	
	0.0090	0.65	0.67	1.30	492.0	0.008
	0.0350	0.20	0.25	0.41	130.0	
	0.0300	0.32	0.30	0.78	130.0	
**	0.0200	0.50	0.45	1.10	105.0	0.012
	0.0150	0.65	0.60	1.35	87.0	
	0.0125	0.72	0.72	1.75	130.0	

* herramienta con R=2 mm
** herramienta con R=0 y S=1 mm (Ver Fig.6-7)

En las Figs.6 y 7, los valores de g_e y g_o simulados se comparan los resultados experimentales de otros autores. Se aprecia una buena correspondencia entre los valores simulados y los experimentales en los intervalos de validez de estos últimos. Cabe señalar la con

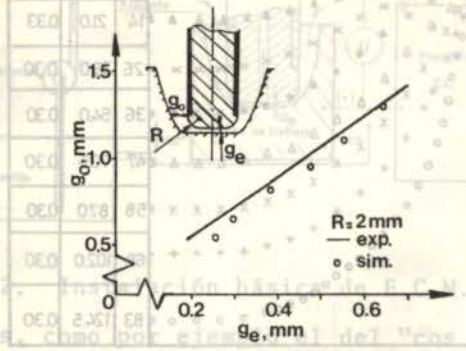


Figura 6. Comparación con valores experimentales de König y Degenhardt [4].

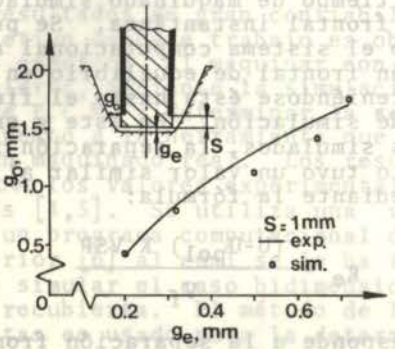


Figura 7. Comparación con valores experimentales de Ippolito y Fasolio [5].

veniencia, para obtener resultados confiables, de usar un Δt entre iteraciones igual o menor a un quinto del valor:

$$\frac{g_e(\text{calculado ec.9})}{V_f}$$

además, debe tomarse en cuenta que mientras menor sea Δt más altos serán los costos de computación.

Por otro lado, los resultados obtenidos son bastante estables con respecto a variaciones de las condiciones de borde como el ΔV_{i-c} y a la caída de potencial en la zona a-b-c y e-f lo cual valida los criterios utilizados en estos bordes.

CONCLUSIONES

La determinación del contorno anódico mediante la simulación computacional del E.C.M. con herramienta recubierta, para la geometría herramienta-pieza mostrada en la Fig.4, predice valores de la separación lateral g_o los cuales son casi idénticos a los que se obtienen experimentalmente. Esto permite afirmar que los perfiles anódicos obtenidos en este trabajo se asemejan en buena forma a los perfiles reales que se obtendrían al usar condiciones de maquinado equivalentes.

En consecuencia, considerando tanto los resultados de este estudio como los publicados en [6], se concluye que el programa desarrollado permite una buena simulación del E.C.M. al utilizar cualquier herramienta de geometría bidimensional con o sin aislación dieléctrica lateral.

REFERENCIAS

[1] Nilson, R.H. y Tsuei, Y.G. "Free Boundary Problem for the Laplace Equation With Application to E.C.M. Tool Design", Trans of the ASME, J. A. Mech., March (1976), pp.54-58.

[2] Mcgeough, J. A. Principles of Electrochemical Machining, Chapman and Hall, London (1974).

[3] De Barr, A.E. y Oliver, D.A., L'Usinage Electrochimie, Eyrolles, Paris (1971).

[4] König, W. y Degenhardt, H., The Influence of Process Parameters and Tool-Electrode Goemetry on the Development of the Overcut in Electrochemical Machining With High Current Densities, Fundamentals of Electrochemical Machining, The Electrochemical Society, Princeton (1971).

[5] Ippolito, R. y Fasolio, G., "The Workpiece Shape in the Electrochemical Machining of External Profiles Using Coated Electrodes", Int. J. Mach. Tool Des. Res., V.16 (1976), pp.129-136.

[6] Béjar, M.A., Elgueta, M. y Orellana, C., Determinación del Perfil Anódico en el Maquinado Electroquímico de un Acero Rápido", Proc. VIII Conf. Inter-Americana en Tec. de Mat., Puerto Rico (1984), pp.6-5, 6-10.

[7] Seely, S., Introduction to Electro Magnetic Fields, McGraw-Hill, New York (1958)

[8] Mao, K., "ECM Study in a Closed-Cell System", J. of Electrochemical Society, Nov. (1971), pp.1870-1879.

SUMMARY

The a priori determination of the workpiece profile during Electro Chemical Machining (E.C.M.), using a given forming tool, is very important. There exist various methods to predict such a profile: analytic, graphic, numerical and others.

Numerical solution obtained by computers permit to take into account simultaneously a grater number of variables than by the others methods and to obtain reliable results.

In this work, anodic profiles are calculated through a specific computer program for the bi-dimensional case, considering coated tools and NaCl electrolyte. The difference finite method is used for calculating the electrical field. The machining conditions are step by step simulated for static electrode positions. By comparing this simulated result with the experimental ones, it is concluded that this program predicts the resulting profile with great accuracy.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Departamento de Investigación y Bibliotecas de la Universidad de Chile, por haber financiado esta investigación a través del proyecto I-406.

PROCEDIMENTO PARA QUALIFICAÇÃO DA ZONA SUPERAQUECIDA DE UMA JUNTA SOLDADA EM AÇO SAE 4340

DANTE ARFINENGO
AVIBRÁS AEROESPACIAL S/A
LAERTE VENANCIO LOPES
IAE/CTA

SUMÁRIO

Este trabalho visou avaliar as variações percentuais de martensita e as variações de tamanho de grão que ocorrem na ZAC de uma junta soldada em aço SAE 4340. Estas alterações metalúrgicas foram avaliadas para uma faixa de $\Delta t_{800-500^oC}$ até 60s.

Deste estudo foi possível determinar mais precisamente as propriedades mecânicas das juntas soldadas dos vasos de pressão que compõem o foguete SONDA IV.

INTRODUÇÃO

O rigor nos requisitos de qualificação de vasos de pressão para uso aeroespacial, levou à necessidade do conhecimento das variações metalúrgicas que ocorreriam na zona superaquecida de uma junta soldada, visto que, a soldagem ainda participa de uma maneira eficiente como uma das etapas de fabricação destes componentes. Esta região, que pertence à ZAC, é aquela próxima a linha de fusão do cordão de solda e que fica sujeita ao maior pico de temperatura juntamente com uma alta taxa de aquecimento. Esta característica faz com que seja inevitável, para qualquer que seja o processo de soldagem, a ocorrência maléfica de um crescimento excessivo do grão e consequentemente uma perda de tenacidade, que é difícil de ser avaliada devido à pequena extensão desta região.

Atendendo ao programa aeroespacial brasileiro, onde existiu particular interesse de se qualificar juntas soldadas em aço SAE 4340, procurou-se, com este trabalho, estabelecer um procedimento para qualificação da zona superaquecida destas juntas.

Tal é a importância do conhecimento do comportamento mecânico-metalúrgico da zona superaquecida da ZAC de uma junta soldada que inúmeros trabalhos tem sido realizados com este objetivo. Dentre eles existem os que ampliam o aspecto metalúrgico da ZAC em corpos de prova para ensaios mecânicos, através de ciclos térmicos simulativos utilizando fornos convencionais (1) ou utilizando equipamentos especiais de simulação, como por exemplo o simulador Gleeble (2), (3). Ainda com o objetivo de analisar a zona superaquecida da ZAC foi feito um estudo pela comissão IX do IIW(4), que permitiu determinar as quantidades percentuais de perlita, ferrita, bainita e martensita que se formariam nesta região em função do $\Delta t_{800-500^oC}$, através da composição química do metal de base. O termo $\Delta t_{800-500^oC}$ representa o tempo de resfriamento entre as temperaturas de 800ºC e 500ºC, faixa onde as principais transformações ocorrem.

Este estudo foi feito a partir de resultados experimentais, que uma vez analisados e depurados via métodos computacionais de regressão por mínimos quadrados, permitiram a elaboração de procedimentos para qualificar percentualmente os teores dos microconstituintes em função do $\Delta t_{800-500^oC}$, baseados nos teores dos elementos de liga, desde que satisfeita as seguintes faixas: Carbono máximo = 0,5%; Silício máximo = 1%; Manganes máximo = 2%; Cromo máximo = 1,5%; Níquel máximo = 1,2%; Molibidênio máximo = 0,5% e adições de Vanadio, Titânio, Nióbio e Alumínio.

Com relação ao teor de martensita ficou estabelecido um procedimento que baseia-se nos parâmetros Δt_b e β da equação (1), que descreve o decaimento percentual da quantidade de martensita em função de $\Delta t_{800-500^oC}$

$$\%M = 100 \cdot \exp - (\beta (\ln t_{800-500} - \ln \Delta t_b)) \quad (1)$$

sendo que Δt_b refere-se ao $\Delta t_{800-500^oC}$ a partir do qual inicia-se a formação de bainita e β o parâmetro que afeta a inclinação da curva. Assim sendo as curvas esquemáticas das quantidades percentuais de martensita e bainita, quando estas aparecem isoladamente, são aquelas representadas na fig.1, onde nota-se que a curva referente à martensita é composta de dois trechos, aquele para $\Delta t_{800-500^oC}$ menores do que Δt_b, onde tem-se 100% de martensita e aquele para $\Delta t_{800-500^oC}$ maiores do que Δt_b, onde a quantidade percentual de martensita é dado pela equação (1). A curva de bainita é obtida pela diferença. As equações polinomiais propostas para determinar os valores de Δt_b e β em função da composição química do metal de base são dados por (2) e (3).

(2)

$$\Delta t_b = \exp (0{,}4176 - 2{,}1913\,Ni - 5{,}1502\,Al + 19{,}164\,Nb + 0{,}71165\,Cu + 108{,}88\,B - 22{,}284\,N + 1{,}9409\,MnC + 7{,}3573\,SiC - 3{,}5189\,CrC - 3{,}6421\,MoMn + 9{,}0380\,MoSi + 9{,}9735\,NiC + 0{,}74690\,NiMn + 0{,}97021\,NiCr - 0{,}94725\,Si^2 + 0{,}25388\,Cr^2)$$

(3)

$$\beta = 0{,}19991 + 6{,}8616\,C + 0{,}46386\,Mn - 0{,}21983\,Ni - 2{,}9382\,V - 3{,}5225\,Al - 2{,}467\,Ti + 10{,}901\,N_b - 2{,}7484\,C^2 - 2{,}8438\,CMn - 6{,}0261 + 1{,}983\,CNi - 0{,}97406\,CrMo + 0{,}22386\,CrNi$$

A luz destes trabalhos procurou-se fazer um estudo das alterações metalúrgicas que ocorrem na zona superaquecida da ZAC de juntas soldadas em aço SAE 4340. A aplicação das equações (2) e (3) para este caso indicaram β igual a 2,590 e Δt_b igual a 540s. Analisando o valor de Δt_b notou-se uma não conformidade com o comportamento deste aço, pois significaria uma temperabilidade muito maior do que aquela realmente verificada.

Como existia a possibilidade da inadequação das equações (1) e (2), já que o teor de Ni no aço SAE 4340 (tabela 1) fugiu da faixa dentro da qual estas equações foram válidas (Níquel max = 1,2%), foi conduzido um procedimento experimental para determinar pontos da curva, quantidade percentual de martensita x $\Delta t_{800-500^oC}$, que caissem sobre o trecho exponencial dado pela equação (1). Isto possibilitou, através do método de interpolação por mínimos quadrados, a determinação experimental dos valores de Δt_b e β e compará-los com aqueles indicados pela equações (2) e (3). Como a meta principal neste estudo foi a avaliação da tenacidade, estudou-se além da

$\%M \times \Delta t_{800-500^{\circ}C}$ a variação do tamanho de grão em função do mesmo Δt.

As quantidades percentuais de martensita e bainita foram feitas através de análise metalográfica da zona superaquecida da ZAC pelo método da contagem pontual de fases (5), sendo que os parâmetros dos cordões de solda, (tensão, corrente, velocidade de soldagem, espessura e temperatura de pré-aquecimento) foram escolhidos, de tal sorte que os $\Delta t_{800-500^{\circ}C}$ determinados através do diagrama IRSID, pertencem ao trecho exponencial da curva de quantificação micro estrutural dado pela equação(1).

Com o conhecimento destes dois aspectos metalúrgicos e com a simulação em corpos de prova, tornou-se possível avaliar com mais exatidão a tenacidade da zona superaquecida da ZAC de juntas soldadas em aço SAE 4340. Além disso foi possível verificar, se com determinados parâmetros de soldagem não se ultrapassaria o limite crítico de 80% M nesta região, e conseguentemente a susceptibilidade à ocorrência de fissura a frio.

PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Teste de Soldagem

Foram feitos testes de soldagem para determinação experimental dos pontos pertencentes ao trecho exponencial da curva de decaimento percentual de martensita x $\Delta t_{800-500^{\circ}C}$ (eq.1) em corpos de prova de aço SAE 4340, cuja composição química está apresentada na tabela (1).

TAB.I : COMPOSIÇÃO QUÍMICA METAL DE BASE (EM PESO)

%C	%Si	%Mn	% Cr	% Ni	% Mo	% P	% S
0.40	0.35	0.71	0.78	1.75	0.22	0.012	0.002

Estes testes consistiram de cordões de solda sobre disco (ϕ = 110mm e espessuras variáveis:4.3, 9.0,10.0, 10.5,12.2,12.7,13.9), executados pelo processo TIG sem deposição de arame, polaridade direta,eletrôdo de Tungstênio - 1.0% Th, cuja ponta foi reafiada antes de cada cordão com ângulo aproximado de 30%, sem pré aquecimento e como gás de proteção foi usado Argônio a uma vazão de 15 l/min. A fig. (1) esquematiza a montagem utilizada para execução dos cordões e na tabela (2) são a apresentados os parâmetros de soldagem de cada cordão.

Tabela 2 : Parâmetros de Soldagem

CDP	e [mm]	V [V]	I [A]	Vs [cm/min]
1	4,3	14	135	25,4
2	4,3	15	180	25,4
3	4,3	15	190	25,4
4	9,0	18	310	10,2
5	10,0	21	300	12,7
6	10,5	18	310	10,2
7	12,2	18	310	10,2
8	12,7	18	310	10,2
9	13,9	18	310	10,2

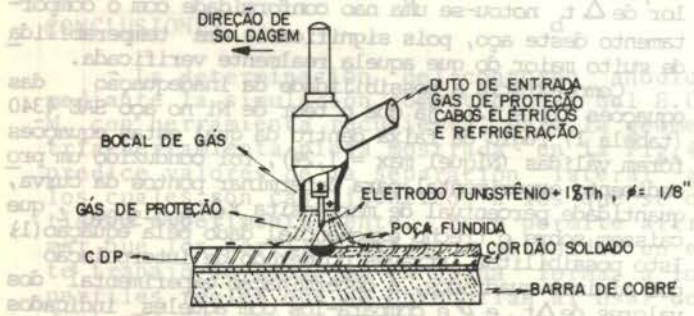


FIG.1: ESQUEMA DO TESTE DE SOLDAGEM

Levantamento Microestrutural e Tamanho de Grão

Esta etapa foi executada a partir de amostras retiradas transversalmente dos centros dos cordões de solda, sendo que para a observação microestrutural os ataques químicos foram feitos com Nital 2%, a quantificação pelo método de contagem (5). Para observação do tamanho de grão os ataques químicos foram feitos com "ASPERGOL", que consistiu de 6g de ácido Pícrico, 1ml de ácido clorídico, 100 ml de éter etílico, 100 ml de água destilada e 25 ml de "ASPERGOL". A avaliação de T.G. foi feita conforme norma francesa NF-A-04.102.

Teste para simulação do Tamanho de Grão

Com relação à simulação do tamanho de grão, obtidos na zona superaquecida dos cdp's soldados, foram executados testes com o propósito de se determinar o ciclo térmico, a ser aplicado em cdp para proporcionar um determinado tamanho de grão. Os ciclos térmicos foram aplicados em cdp's com 10x10x20mm, e consistiram da variação da temperatura e o tempo de enxarque seguido de resfriamento ao ar. Na tab. (3) estão apresentados os ciclos com os respectivos TG's.

Tabela 3 : Ciclos Térmicos para Simulações T.G.

Temperatura C	Tempo min	T.G.	Temperatura C	Tempo min	T.G.
1250	60	1	1100	40	5
1250	50	2	970	360	6
1250	30	3	970	300	7
1100	50	4	970	240	8

RESULTADOS

A partir dos parâmetros de soldagem foram determinados os respectivos CA_e (calor aportado equivalente) através da expressão(4)

$$CA_e = \eta k \frac{V.I}{V_s} . 60 \quad (J/cm), \qquad (4)$$

onde η é o rendimento térmico do processo, que neste caso foi considerado 70% e k é o fator de correção da geometria da junta dado pela expressão (5)

$$k = \frac{180}{\gamma}, \qquad (5)$$

onde γ é o ângulo sólido total da junta. O conhecimento do CA_e e da espessura do cdp soldado, permitiu, utilizando o diagrama IRSID, determinar o $\Delta t_{800-500^{\circ}C}$ da zona superaquecida em cada teste. Estes resultados juntamente com o tamanho de grão, a quantidade percentual de martensita e bainita da mesma zona superaquecida estão apresentados na tab. (4).

Tabela 4 : Resultados do Levantamento Microestrutural e T.G.

CDP	CAe [KJ/cm]	Δt 800 500 [s]	%M	%B	T.G.
1	3,1	3,5	100	—	8
2	4,5	7,0	100	—	6
3	4,7	8,0	100	—	5
4	23,0	60,0	19	81	1
5	20,8	40,0	54	46	3
6	23,0	48,0	51	49	2
7	23,0	34,0	85	15	3
8	23,0	30,0	96	4	3
9	23,0	25,0	100	—	4

A fig. (2) apresenta em forma de gráfico a variação da porcentagem de microconstituintes e do TG em função do $\Delta t_{800-500°C}$. Os parâmetros Δt_b e β da equação (1), foram determinados a partir dos pontos experimentais usando o critério dos mínimos quadrados. Nas fig. (3), (4) estão ilustradas as micrografias obtidas com o cdp nº 6. Nota-se na fig(3) a transformação de 50% de martensita e na fig.(4) o tamanho de grão 3.

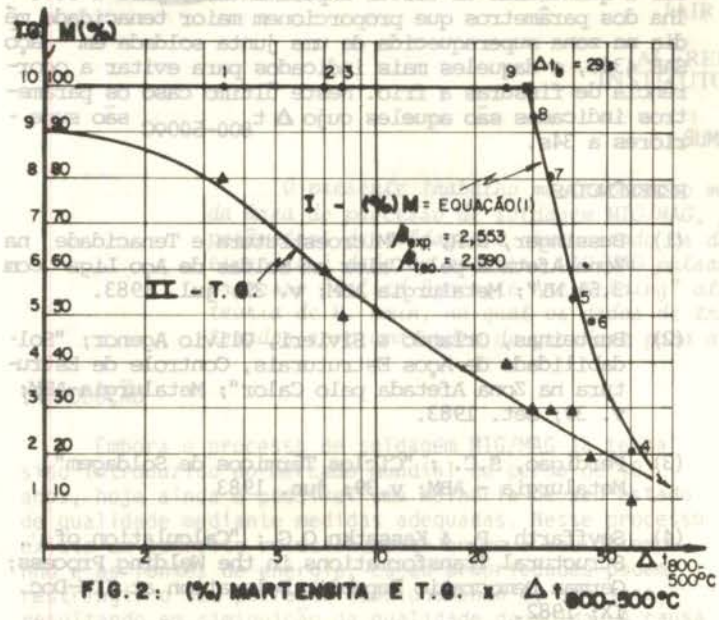


FIG. 2: (%) MARTENSITA E T.G. x $\Delta t_{800-500°C}$

COMENTÁRIOS

O valor de Δt_b, determinado a partir da expressão (2) não foi compatível com as características do aço SAE 4340, uma vez que este valor foi aproximadamente 540s, significando uma temperabilidade excessiva para este aço. Por outro lado este parâmetro, que determinado experimentalmente neste trabalho foi de 29s, mostrou-se bastante coerente com o comportamento metalúrgico deste aço. Com relação ao parâmetro β verificou-se que o valor determinado pela expressão (3) e o valor determinado experimentalmente neste trabalho são bastante próximos quais sejam 2,590; 2,553 respectivamente.

Com a utilização das curvas da fig. (2) torna possível prever depois de definidos a geometria da junta e os prováveis parâmetros de soldagem, a possibilidade de ocorrências de trincas a frio na zona superaquecida e também determinar com melhor exatidão propriedades mecânicas destas região, tais como, resistência mecânica, alongamento, tenacidade, etc.. Com o conhecimento destes valores determina-se os CA_e, conforme expressão(4) que juntamente com a espessura da junta permitem, através do diagrama IRSID, determinar o $\Delta t_{800-500°C}$. Este valor quando menor do que 34s, conforme curva II fig. (2), significa a transformação de uma quantidade superior a 80% de martensita na zona superaquecida, e conseqüentemente suscetível a ocorrência de fissura a frio, já que o limite máximo de 80% de martensita nesta região é um critério comumente utilizado para evitar a ocorrência deste defeito.

Com o $\Delta t_{800-500°C}$ é também possível determinar através da curva I fig. (2) o TG da zona superaquecida. De posse deste valor é possível determinar as propriedades mecânicas desta região simulando o TG, através dos ciclos apresentados na tab. (3) em cdp's normalizados. Nota-se que, para a determinação das propriedades mecânicas, não foi exigido a simulação microestrutural, isto porque componentes em aço SAE 4340 preferencialmente são submetidos a um ciclo de beneficiamento final que anula o aspecto microestrutural da junta soldada.

A luz do exposto anteriormente foi feito uma análise para verificar a possibilidade de otimização das juntas soldadas de um vaso de pressão atualmente utilizado como componente importantíssimo no foguete SONDA IV. Este vaso de pressão que contém dois cordões de solda circunferenciais é soldado pelo processo TIG automático com polaridade direta conforme parâmetros da Tab. (5). Quando a corrente foi pulsante a relação tempo de pico/tempo de base usada foi 1 (um) e a frequência de pulsos foi 2 Hz.

Tabela 5: Parâmetros de Soldagem do Vaso de Pressão

Parametrização	1º Passe	2º Passe		3º Passe	
Corrente [A]	contínua	pulsante		pulsante	
	235	pico	base	pico	base
		190	170	215	185
Tensão [V]	constante	pulsante		pulsante	
	12,0	pico	base	pico	base
		13,0	10,0	14,5	9,0
Pré-Aquecimento [°C]	150	20		20	
V_s [cm/min]	20	20		20	
v_e [cm/min]	——	100		100	

De posse destes valores determinou-se através das curvas da fig.(2) e também experimentalmente, os TG's e as porcentagens de martensita de cada passe, que estão apresentados na tab.(6). Nota-se que os valores obtidos através das curvas da fig. (2) são compatíveis com os valores experimentais.

TAB.6: (%) M. E T.G. ENCONTRADOS EM CADA PASSE DO CORDÃO CIRCUNFERENCIAL - VASO DE PRESSÃO

ITEM	1º PASSE		2º PASSE		3º PASSE	
TAM. GRÃO	exp.	teo.	exp.	teo.	exp.	teor.
	3	3	8	6.5	6	5.5
(%) MART.	exp.	teo.	exp.	teo.	exp.	teo.
	82	76	100	100	100	100
$t_{800-500°C}$ (s)	35		5.5		8	

Foram feitas simulações do tamanho de grão de cada passe em cdp's charpy "V" conforme norma ASTM E 23-72 seção transversal 10x10mm, os quais foram sumetidos ao ciclo de beneficiamento final especificado para este vaso de pressão (normalização e T&R 38 RC), e que depois de ensaiados à temperatura ambiente forneceram os valores da tab.(7).

TAB.7: RESULTADOS ENSAIOS CHARPY "V" VASO DE PRESSÃO

PASSE	TENACIDADE (kgf.m)	VARIAÇÃO EM RELAÇÃO AO METAL BASE
1º	3.3	- 23 %
2º	4.0	- 7 %
3º	3.7	- 16 %
METAL BASE	4.3	——

Pelos resultados dos tres passes de solda, em termos microestruturais e tamanho de grão, pode-se melhorar a tenacidade média da junta soldada do vaso em estudo utilizando para o teroeiro passe parâmetros que forneçam $\Delta t_{800-500ºC}$ igual ao do segundo passe, desde que não prejudique o aspecto externo do cordão. Infelizmente a baixa tenacidade medida no primeiro passe não pode ser alterada pois a diminuição do tamanho de grão causa um aumento significativo da quantidade de martensita(80%). Isto para o primeiro passe é crítico, visto que a resistencia aos esforços de contração é baixa, causando fissuras a frio.

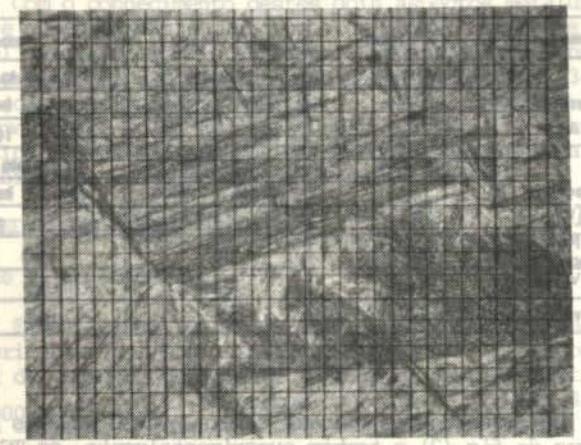


Fig.3 : micrografia do cdp soldado nº 6
ampliação original : 400X
ataque : nital 2%
50% martensita e 50% bainita

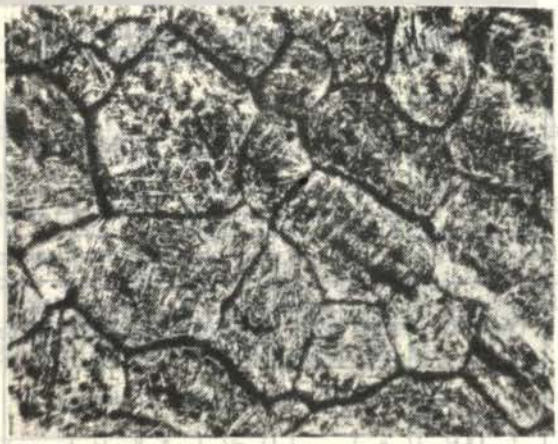


Fig.4 : micrografia de cdp soldado nº 6
ampliação original : 100X
ataque : "ASPERGOL"
tamanho de grão nº 3

CONCLUSÃO

Conforme os resultados da tabela 6, a determinaçao percentual do microconstituinte (martensita + bainita) e do tamanho de grão da zona superaquecida de uma junta soldada, em aço SAE 4340, podem ser avaliados através das curvas da figura 2 garantindo boa correlação com os valores reais.

A utilização das curvas da figura 2 permitem reduzir a quantidade de testes experimentais, para a escolha dos parâmetros que proporcionem maior tenacidade média na zona superaquecida de uma junta soldada em aço SAE 4340, e daqueles mais indicados para evitar a ocorrência de fissuras a frio. Neste último caso os parâmetros indicados são aqueles cujo $\Delta t_{800-500ºC}$ são superiores a 34s.

REFERÊNCIAS

(1) Bussinger, E.R. ; "Microestrutura e Tenacidade na Zona Afetada pelo Calor em Soldas de Aço Liga com 3.5% Ni"; Metalurgia ABM; v. 39; jul. 1983.

(2) Burteinas, Orlando & Sivieri, Olivio Agenor; "Soldabilidade de Aços Estruturais, Controle de Estrutura na Zona Afetada pelo Calor"; Metalurgia-ABM; v. 39; set. 1983.

(3) Perdigão, S.C. ; "Ciclos Térmicos de Soldagem", Metalurgia - ABM; v.39; jun. 1983

(4) Seyffarth, P. & Kassatkn O.G.; "Calculation of Structural Transformations in the Welding Process; German Democratic Republic Delegation at IIW-Doc. IX; 1982.

(5) Pickering, F.B.; "The Basis of Quantitative Metallography "; Institute of Metallurgical Technicians of Sheffield Polytechnic; jul. 1975.

AGRADECIMENTOS

Aos Cel. Lauro Souza Menezes, Diretor do Instituto de Atividades Espaciais - IAE e Engº Luiz Velly, chefe Divisão de Mecânica - IAE, pelo incentivo e financiamento deste trabalho.

À Escola de Engenharia Industrial - S.J.C., onde este trabalho foi apresentado para graduação de um dos autores, pelo apoio material e de laboratório.

SUMMARY

The purpose of this job was to evaluate the percent variations of martensite and those in the graim size ocurring in a ZAC of SAE 4340 steel welded joints. These metallurgical variations have been evaluated for a range from $\Delta t_{800-500ºC}$ to 60s.

From this study was possible to determine more accurately the mechanical properties of the welded joints on the pressure reservours of the SONDA IV rockets.

UTILIZAÇÃO DO MICROCOMPUTADOR PARA A AUTOMATIZAÇÃO E ESCOLHA DE PARÂMETROS NA SOLDAGEM MIG/MAG COM FONTES DE ENERGIA TIRISTORISADAS E TRANSISTORISADAS

PAUL DREWS
UNIVERSIDADE TÉCNICA DE AACHEN (RWTH)
JAIR C. DUTRA
UFSC
ALFRED H. KUHNE
INSTITUTO APS DA RWTH

SUMARIO

O presente trabalho mostra como o microcomputador pode auxiliar o pesquisador da área do processo de soldagem MIG/MAG, proporcionando a ele um rápido acesso aos parâmetros de soldagem e armazenando os dados para tratamento posterior. Enfoque especial é dado ao processo MIG/MAG pulsado onde se propõe o controle do denominado processo "Pulsed Synergic Arc Welding" através do microcomputador utilizando-se a teoria de M. Amin, na qual os dados de transferência de metal em "Spray" normal são tomados como uma ordem de grandeza para a previsão dos parâmetros de pulso.

INTRODUÇÃO

Embora o processo de soldagem MIG/MAG ja tenha sido introduzido no mercado mundial há cerca de 40 anos, hoje ainda é possível uma melhoria de seu estado de qualidade mediante medidas adequadas. Nesse processo existe um estreito relacionamento entre o seu desempenho e as fontes de energia, cujas propriedades podem restringir o seu perfeito funcionamento e, com isso, resultando em diminuição da qualidade da solda. A causa disto reside na tecnologia das fontes de energia que muitas vezes não atendem perfeitamente as exigências do arco voltaico. Todavia, o progresso no campo da micro e da eletrônica de potência possibilitam o desenvolvimento de novas fontes de energia, de maneira que, isto se torna uma razão para que novas pesquisas sejam feitas com a utilização dessas fontes visando se adequar o processo às novas possibilidades.

Além disso, devido ainda à crescente exigência técnica, não só o processo convencional MIG/MAG é a cada dia pesquisado e melhorado, como também técnicas adaptativas estão sendo a cada dia incrementadas. Um exemplo disto é a utilização da corrente pulsada que, devido ao progresso da microeletrônica e dos transistores, é hoje normalmente embutida nas modernas fontes de energia. Porém, existem ainda poucas pesquisas sobre o campo de trabalho adequado, no qual o processo MIG/MAG pulsado deve trabalhar. Em razão do grande número de parâmetros na soldagem com corrente pulsada, torna-se realmente difícil fazer uma formulação nítida sobre a dependência dos parâmetros entre si e sobre o efeito dos mesmos no processo.

OBJETIVOS

O presente artigo tem como objetivo precípuo divulgar o trabalho que o laboratório de Soldagem (LABSOLDA) da UFSC e a Divisão de Automatização em Processos de Soldagem (APS) da Universidade Técnica de Aachen estão realizando no momento. Esse trabalho conjunto é resultado do programa de doutoramento cooperativo promovido pelo Serviço Alemão de Intercâmbio Acadêmico (DAAD).

Para contribuir na solução dos problemas citados na introdução deste artigo, o trabalho em sua amplitude compreenderá:

1. Determinação do relacionamento entre os parâmetros de soldagem mediante a utilização de dados ja existentes na literatura e através de experiências adequadas que são conduzidas em um banco de ensaios [1] adequado para este fim. Este banco de ensaios (Fig.1) é comandado por um microcomputador que possibilita o controle dos dados de entrada, bem como os de saída, a fim de que a precisão dos dados e o tempo dispendido para a execução da pesquisa se situem dentro do que hoje é exigido. Todos os relacionamentos entre os parâmetros de soldagem devem ser armazenados em disco, de maneira que se possa começar a pensar em um banco de dados de soldagem. Para que se tenha um rápido acesso ao relacionamento entre os parâmetros entre si, o banco de dados deve permitir que sejam desenhados gráficos na tela do monitor do microcomputador.

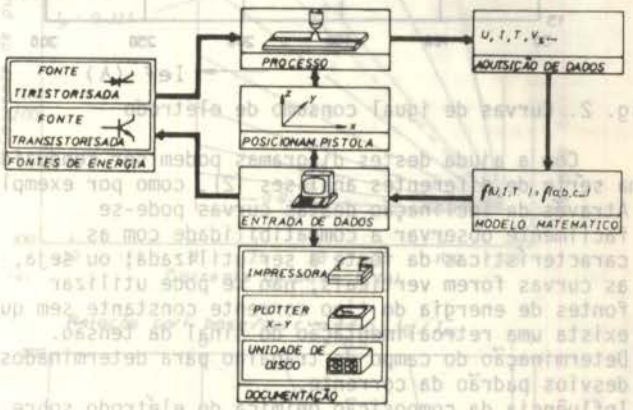


Fig. 1. Esquema do banco de ensaios de soldagem apoiado por microcomputador

2. Desenvolvimento de um algorítimo, através da utilização desse banco de dados, a fim de que o processo a corrente pulsada seja sinérgicamente (Synergic Arc Welding) controlado por um microcomputador, onde sómente as grandezas: diâmetro e material do eletrodo, velocidade de avanço do eletrodo ou corrente média, comprimento do arco e volume das gotas serão solicitadas pelo microcomputador ao operador.

3. Estabelecimento de vantagens e desvantagens do emprego de fontes de energia tiristorisadas e transistorisadas na soldagem MIG/MAG com e sem pulsação.

DESCRIÇÃO DOS EXPERIMENTOS

A elaboração do algorítimo para que o processo pulsado sinérgico possa ser controlado (objetivo 2), será apoiada nos seguintes critérios:

1. A velocidade de avanço do eletrodo deve ser balanceada em acordo com o consumo do mesmo;
2. Deve ser produzida transferência de metal em "Spray" em correntes abaixo da de transição.

Por isso, a fim de que o objetivo 2 seja alcançado, dever-se-á atingir primeiro o objetivo 1. Assim, as seguintes experiências devem ser levadas a efeito:

Determinação do consumo de elétrodo para casos estratégicamente escolhidos. Para que esta determinação seja facilitada, foi desenvolvido um programa de computador com o objetivo de automatizar a experiência e medir e calcular os parâmetros de soldagem. Todos os dados relevantes à experiência são transcritos em uma impressora e armazenados em disquete para tratamento posterior, o qual pode ser feito de várias maneiras. Uma delas é a elaboração de diagramas cartesianos tensão-corrente (Fig. 2), onde cada curva, representando um determinado consumo de életrodo, é delimitada com base na estabilidade do processo que, por sua vez, em sua avaliação, foi tomado em conta os desvios padrão da corrente e da tensão emitidos pelo microcomputador.

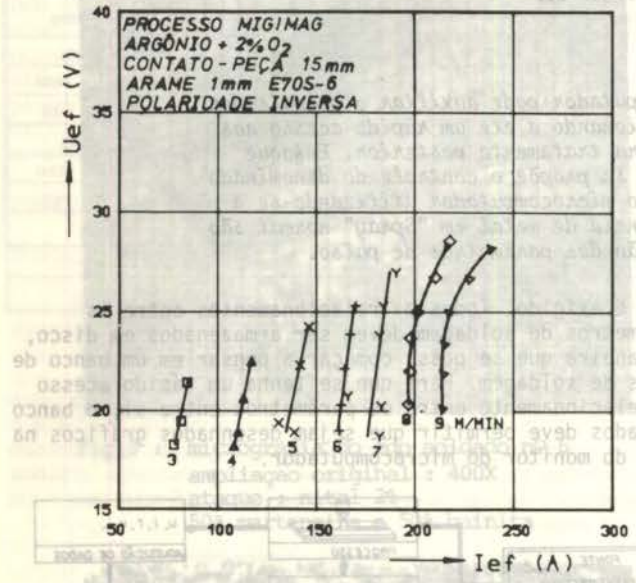


Fig. 2. Curvas de igual consumo de elétrodo

Com a ajuda destes diagramas podem ser conduzidas uma série de diferentes análises [2], como por exemplo:
- Através da inclinação destas curvas pode-se facilmente observar a compatibilidade com as características da fonte a ser utilizada; ou seja, se as curvas forem verticais, não se pode utilizar fontes de energia do tipo corrente constante sem que exista uma retroalimentação do sinal da tensão.
- Determinação do campo de trabalho para determinados desvios padrão da corrente.
- Influência da composição química do elétrodo sobre a velocidade de fusão do mesmo (consumo).
- Comparação entre a velocidade de fusão com arco normal e arco pulsado.

Além disso, estas curvas podem ser utilizadas como ajuda ao estudo da transferência de metal de adição.

Uma outra representação possível desta característica pode ser através de um diagrama cartesiano consumo de elétrodo-corrente.

Em ambos os casos, as curvas podem apresentar diferenças dependendo de quais variáveis foram mantidas constantes, entre elas, o comprimento do arco, o comprimento do elétrodo e a tensão. A partir destes dados obtidos, será dado um tratamento matemático ao relacionamento entre as variáveis.

Determinação de características estáticas de arco para diferentes combinações entre elétrodos e gases. A meta é determinar o relacionamento entre tensão, corrente, comprimento de arco e comprimento de elétrodo. Assim, tendo-se tal relacionamento, pode-se, no caso do objetivo 2, fornecer ao início do processo, indiferentemente, a tensão ou o comprimento do arco. A fim de que esta determinação seja obtida mais facilmente, será também desenvolvido um programa de computador para que a corrente juntamente com a tensão variem segundo uma determinada equação que mantenha um mesmo comprimento de arco. Durante as experiências deverão ser tomadas fotos a fim de verificar se realmente o comprimento do arco foi mantido constante.

Estudo e determinação da transferência de material de adição. A meta será determinar um fundamento para uma previsão dos parâmetros para a soldagem em corrente pulsada a fim de que se obtenha uma transferência metálica de maneira controlada.

Segundo trabalhos de M. Amin (Welding Institute), os dados de um "Spray Arc" normal podem ser utilizados para uma previsão da ordem de grandeza da intensidade do pulso e do tempo de transferência de cada gota Diagramas, como o mostrado na fig. 3, devem ser obtidos a fim de que o intervalo de tempo entre cada gota e, por conseguinte, o volume médio da mesma seja determinado através de um tratamento estatístico como mostra a fig. 4. Embora os tempos de transferência entre as gotas variem entre 5,3 e 15,8 ms, é nítido que o intervalo preponderante é de 10,5 ms, designado como tempo modal.

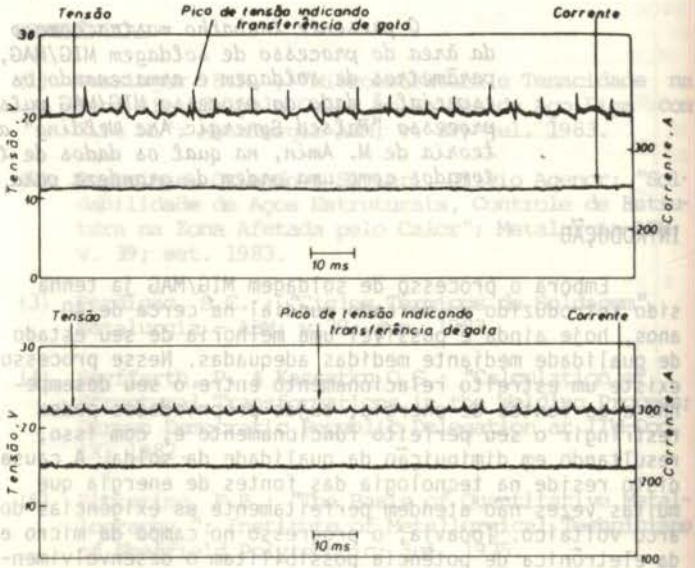


Fig. 3. Oscilogramas típicos de tensão e corrente de arco: (a) arame NG61 de 1,6 mm de diâmetro em 251 A (C.C. const.) e argônio, tempo modal de transferência de gota=10,5 ms; (b) arame de inconel de 1,2 mm de diâm. em 225 A (C.C.const.) e argônio, tempo modal de transf.= 5,4 ms

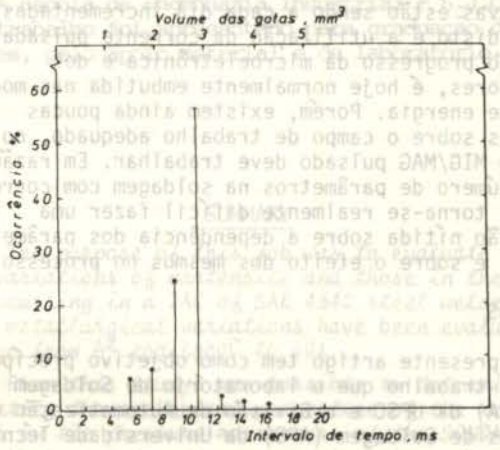


Fig. 4. Distribuição dos tempos de transferência de gotas para arame NG61 de 1,6 mm de diâm. em 251 A (8 m/min), C.C. constante

Uma vez conhecido o consumo de elétrodo para uma determinada corrente, que no caso relacionado da figura 4 é de 8m/min, e tomando como tempo de transferência entre cada gota o tempo modal, pode-se determinar o volume modal das gotas utilizando a fórmula seguinte:

$$V = \frac{\pi . d^2 . C . T}{240} \qquad (1)$$

onde v, é o volume modal em (mm^3), d, o diâmetro do elétrodo em (mm), C, o consumo do elétrodo em (m/min) e T, o tempo modal em (ms). Assim, para o presente caso, o volume modal é de 2,8 mm^3.

Com estes dados, pode-se produzir diagramas como os da fig. 5, onde obtém-se um relacionamento completo entre os parâmetros que comandam o fenômeno numa ampla faixa de regulagem.

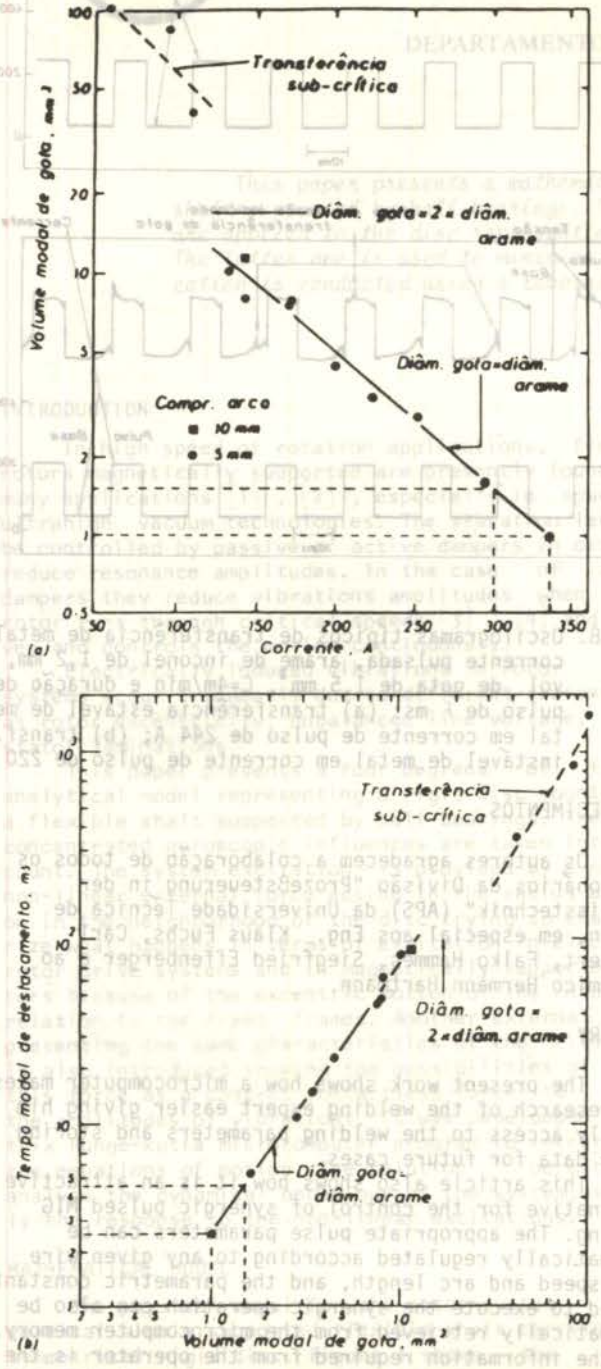


Fig. 5. Características naturais de transferência em argônio para arame NG61 de 1,6 mm de diâm.: (a) Relacionamento vol. da gota - corrente; (b) relac. tempo de transf. - volume

Previsão da corrente de pulso e sua duração. Pela figura 5, para um volume de gota de 1,0 mm^3 necessita-se de uma corrente de 334 A, resultando num tempo modal de transferência de 2,47 ms e, para um volume de 1,5 mm^3 necessita-se de uma corrente de 300 A, resultando num tempo modal de 4,45 ms. Como ja foi mencionado, estes são os parâmetros necessários para se obter uma transferência em "Spray" com corrente contínua constante.

Dos relacionamentos entre o consumo de elétrodo e a corrente para o referido arame obteve-se, relativamente a uma corrente média de 125 A, um consumo de elétrodo de 4 m/min. Assim, aplicando a formula 1, obtém-se, para volumes de gota de 1 e 1,5 mm^3, tempos de transferência de 7,5 e 11,2 ms respectivamente. Todavia, na prática, com uma C.C. constante de 125 A, não se obtém os volumes de gotas citados.

A idéia então é usar-se uma corrente pulsada, de maneira que os pulsos satisfaçam os valores obtidos da fig. 5 e que a corrente média seja igual a 125 A, satisfazendo assim o critério mencionado sob o numero 1 (controle do processo sinérgico).

A figura 6 relaciona todos os parâmetros do processo pulsado de maneira a que a corrente média seja sempre igual a 125 A [3].

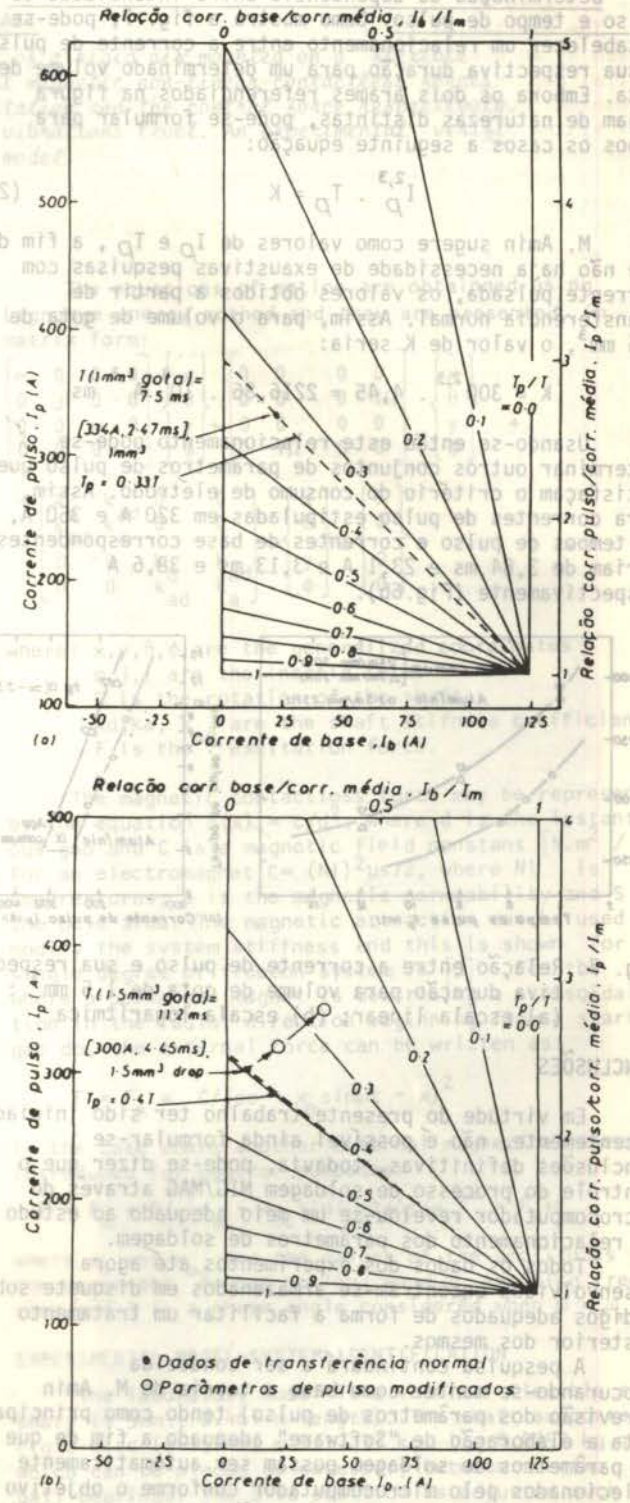


Fig. 6. Teste de viabilidade do grupo de parâmetros escolhidos. Arame NG61 de 1,6 mm (4 m/min) (a) 1 mm^3 e (b) 1,5 mm^3 de volume de gotas

Para o caso do volume de gota de 1 mm^3 deve-se então ter uma corrente de pulso de 334 A e um tempo de pulso de 2,47 ms. Considerando os 7,5 ms necessários para o cumprimento do critério 1, chega-se a uma relação entre o tempo de pulso e o intervalo de tempo total entre cada transferência de gota (período) igual a 0,33. Assim, obtém-se a partir da fig. 6a uma corrente de base igual a 21,3 A. Igualmente, para o caso do volume de gota de 1,5 mm^3, obtém-se uma relação Tp/T igual a 0.4 e uma corrente de base igual a 9,5 A.

Nem todos os valores da corrente de base, assim obtidos, serão possíveis, pois um valor muito baixo da mesma conduz a uma possível instabilidade do arco.

Determinação da dependência entre intensidade de pulso e tempo de pulso. Como mostra a fig. 7, pode-se estabelecer um relacionamento entre a corrente de pulso e sua respectiva duração para um determinado volume de gota. Embora os dois arames referenciados na figura sejam de naturezas distintas, pode-se formular para ambos os casos a seguinte equação:

$$I_p^{2,3} \cdot T_p = K \qquad (2)$$

M. Amin sugere como valores de I_p e T_p, a fim de que não haja necessidade de exaustivas pesquisas com corrente pulsada, os valores obtidos a partir de transferência normal. Assim, para o volume de gota de 1,5 mm^3, o valor de K seria:

$$K = 300^{2,3} \cdot 4,45 = 2216,86 \cdot 10^3 \; A^{2,3} \; ms$$

Usando-se então este relacionamento pode-se determinar outros conjuntos de parâmetros de pulso que satisfaçam o critério do consumo de eletrodo. Assim, para correntes de pulso estipuladas em 320 A e 350 A, os tempos de pulso e correntes de base correspondentes seriam de 3,84 ms e 23,1 A e 3,13 ms e 38,6 A respectivamente (Fig.6b).

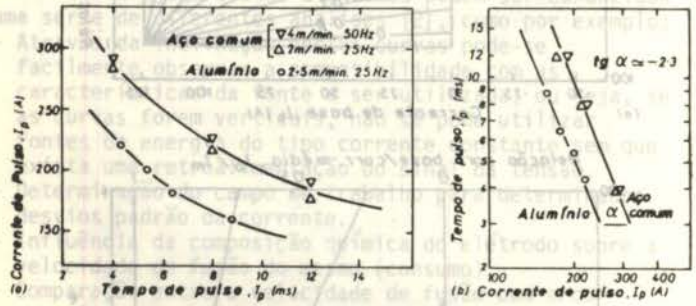


Fig. 7. Relação entre a corrente de pulso e sua respectiva duração para volume de gota de 1,5 mm^3 : (a) escala linear; (b) escala logarítmica

CONCLUSÕES

Em virtude do presente trabalho ter sido iniciado recentemente, não é possível ainda formular-se conclusões definitivas, todavia, pode-se dizer que o controle do processo de soldagem MIG/MAG através do microcomputador revelou-se um meio adequado ao estudo do relacionamento dos parâmetros de soldagem.

Todos os dados dos experimentos até agora desenvolvidos encontram-se armazenados em disquete sob códigos adequados de forma a facilitar um tratamento posterior dos mesmos.

A pesquisa continuará a ser conduzida procurando-se manter como base a teoria de M. Amin (previsão dos parâmetros de pulso) tendo como principal meta a elaboração de "Software" adequado a fim de que os parâmetros de soldagem possam ser automaticamente selecionados pelo microcomputador conforme o objetivo 2. Como um dos meios de verificação da correta escolha dos parâmetros de pulso far-se-á uso de diagramas como os da fig. 8.

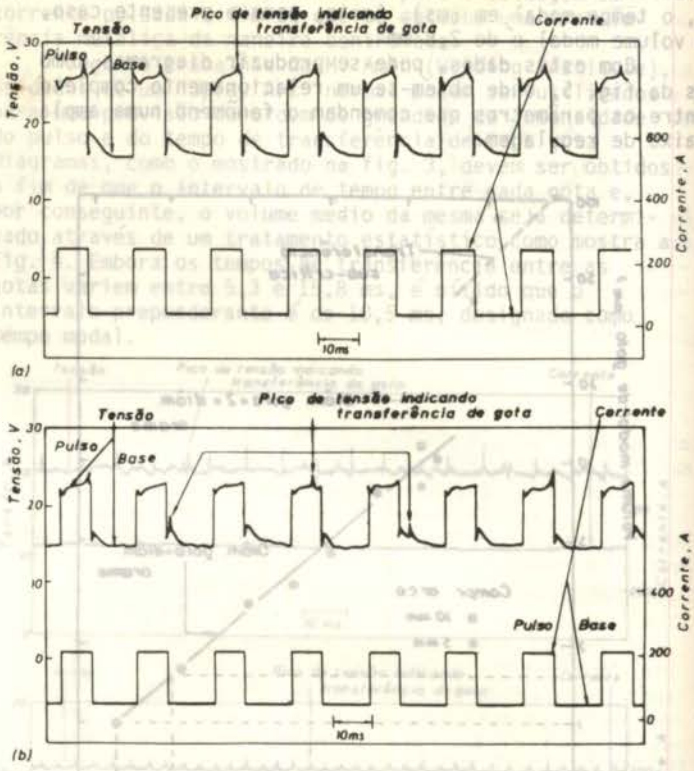


Fig. 8. Oscilogramas típicos de transferência de metal; corrente pulsada, arame de inconel de 1,2 mm, vol. de gota de 1,5 mm^3, C=4m/min e duração de pulso de 5 ms: (a) transferência estável de metal em corrente de pulso de 244 A; (b) transf. instável de metal em corrente de pulso de 220 A

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a colaboração de todos os funcionários da Divisão "Prozeßsteuerung in der Schweisstechnik" (APS) da Universidade Técnica de Aachen, em especial aos Eng. Klaus Fuchs, Carl Kleinert, Falko Hammes, Siegfried Effenberger e ao acadêmico Hermann Hartmann.

SUMMARY

The present work shows how a microcomputer makes the research of the welding expert easier giving him readily access to the welding parameters and storing these data for future cases.

This article also shows how it is an attractive alternative for the control of synergic pulsed MIG welding. The appropriate pulse parameters can be automatically regulated according to any given wire feed speed and arc length, and the parametric constants needed to execute the synergic operation can also be automatically retrieved from the microcomputer memory. All the information required from the operator is the material, current or wire speed, diameter of the wire and drop volume. In this way the required skills from the operator are minimized.

REFERÊNCIAS

[1] Kuhne, A.H., Frassek, B. and Starke, G., "Components for the Automated GMAW Process", Welding Journal/jan.84,pp.31-34

[2] Quites, A.M. e Dutra, J.C., "Tecnologia da Soldagem a Arco Voltaico", livro (1979)

[3] Amin M., "Prediction of Square Wave Pulse Current parameters for Control of Metal Transfer in MIG Welding". Welding Institute Research Report 83/1978/P

DYNAMICAL BEHAVIOR OF A FLEXIBLE ROTOR UNDER NON-LINEAR EXCITATION

V. STEFFEN JR.
F.P. LÉPORE N.
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA, UFU

ABSTRACT

This paper presents a mathematical model of a rigid disc mounted on a flexible shaft supported by ball bearings. Two external magnetic non-linear contactless forces are applied to the disc representing the excitation and the control force respectively. The latter one is used to minimize the rotor vibrations level. An experimental verification is conducted using a laboratory rotor model.

INTRODUCTION

In high speed of rotation applications, flexible rotors magnetically supported are presently found in many applications [1] , [2] , especially in space and ultrahigh vacuum technologies. The vibration level may be controlled by passive or active dampers in order to reduce resonance amplitudes. In the case of active dampers they reduce vibrations amplitudes when the rotor runs throngh critical speeds [3] , [4] and observes and controls the motion continuonsly.

Electrically induced vibrations in rotor drive systems occur frequently due to different reasons such as rotor excentricity, unbalanced line voltage, loose stator laminations.

This paper presents a four degrees of freedon analytical model representing a rigid disc mounted on a flexible shaft supported by ball bearings. The disc concentrated gyroscopic influences are taken into account. The system excitation is provided by a magnetic non-linear external force acting in the radius direction in the neighborhood of the disc trying to characterize what happens in terms of excitation in electrical rotor drive systems and in magnetically supported rotors because of the excentric motion of the rotor in relation to the fixed frames. Another external force presenting the same characteristics of the first one is also introduced showing the possibilities of using this force as a control contactless force to reduce the amplitudes of vibrations. It was developped a matrix Runge-kutta microcomputer program to integrate the equations of motion. The solution permits to analyse the dynamical behaviour of the system,especially the response to the non-linear excitations.

MATHEMATICAL MODEL

The physical model for the rotor-system is a vertical simple supported flexible shaft carrying a symmetrical rigid disc. Figure 1 shows the system geometric configuration and the fixed and rotating coordinate axes.

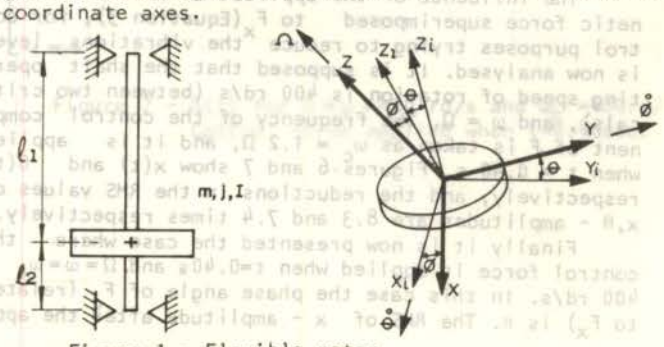


Figure 1 - Flexible rotor

The equations of motion are obtainned using the Lagrange energy method and they are presented in the matrix form:

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I\Omega \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -I\Omega & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} k_a & k_{ad} & 0 & 0 \\ k_{ad} & k_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_d & k_{ad} \\ 0 & 0 & k_{ad} & k_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ \theta \\ y \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad (1)$$

where: x,y,θ,ϕ are the generalized coordinates
m,j,I are the inertia terms
Ω is the rotation of the shaft
kd,ka, k_{ad} are the shaft stifness coefficients
F is the excitation force.

The magnetic contactless force may be represented by the equation $F(x) = c/d^2$, where d is the instantaneous gap and C is a magnetic field constant $[N.m^2 / A^2]$ For an electromagnet $C = (NI)^2 \mu s/2$, where Ni is the Ampére-turns, μ is the magnetic permeability and S is the pole-area. The magnetic attraction can be used to modify the system stiffness and this is shown for a single degree of freedon system in [5] . For the case where a permanent magnet is describing a sinusoidal motion in the radial direction beginning from a starting gap do, the external force can be written as:

$$F = F_x = C/(do - x_o \sin\omega t - x)^2 \qquad (2)$$

In the case where another external magnetical force is introduced for control purposes:

$$F = F_x + C/\left[d_{oc} - x_{oc}\sin(\omega_c t + \Delta) + x\right]^2 = F_x + F_c \qquad (3)$$

where x_o and x_{oc} are the values of the amplitudes of the permanent magnet motion; wand ω_c exciting frequencies and Δ is a phase angle considered when $\omega = \omega_c$.

EXPERIMENTAL MODEL-SYSTEM IDENTIFICATION

The laboratory model is a vertical flexible steel shaft (ϕ 9mm , 0.461 m length). The shaft supports a rigid disc (ϕ 150mm, m = 1.333 kg, I = 0.0052 kg.m^2) which can be placed as necessary between the two ends ball bearings. The disc position is adjusted such as ℓ_2 = 0.137 m. Table 1 shows the stiffness parameters analytically calculated 6 ,and statically and dynamically determined. Experimental results were obtainned when Ω = 0.

Table 1 - Stiffness Parameters Values

METHOD	k_d [N/m]	k_a [N.m/rd]	k_{ad} [N.m/m.rd]
Theoretical	84883	2107	8878(*)
Static	56470	-	13534
Dynamic	50129(*)	2427(*)	-

For all calculations the values marked with (*) in Table 1 are assumed. It was verified that the damping factors associated to all vibrating models are very small ($\zeta \cong 5.0 \times 10^{-4}$).

The excitation is provided by a permanent magnet driven by an eletrodynamic shaker such as the adjusted initial gap is 3.0mm, and the amplitude of the imposed sinusoidal motion is kept constant by the exciter control system and is equal to 1.0mm. The magnetic constant C was determined using a micrometric cursor and a load cell in such way that the static gap and the related attractive force could be measured precisely. For the region close to the adjusted initial gap (3.0 ± 1.0mm) the mean value of C is 1.048×10^{-5} N.m^2/A^2.

The external force F_x acts on the disc in the radial direction. When the other external force F_c is wanted for control purposes, it is applied diametrally opposed to F_x and F_c presents the same characteristics of F_x. These forces were monitored using two piezoelectric load cells. So, only the AC level of the signals could be taken.

The disc motion is measured by contactless proximity sensors. Figure 2 shows the experimental model.



Figure 2 - Experimental Model

ANALYTICAL RESULTS

Considering the homogeneous systems (making F = 0 in Equation 1), the frequencies and critical speeds are calculated using a classical polynominal roots determination method. Here, the influence of the coupling stiffness terms is observed. These terms leads to an angmentation of the higher order frequencies and to a reduction of the lower ones when compared to the case where the coupling terms are neglect as shows Figure 3.

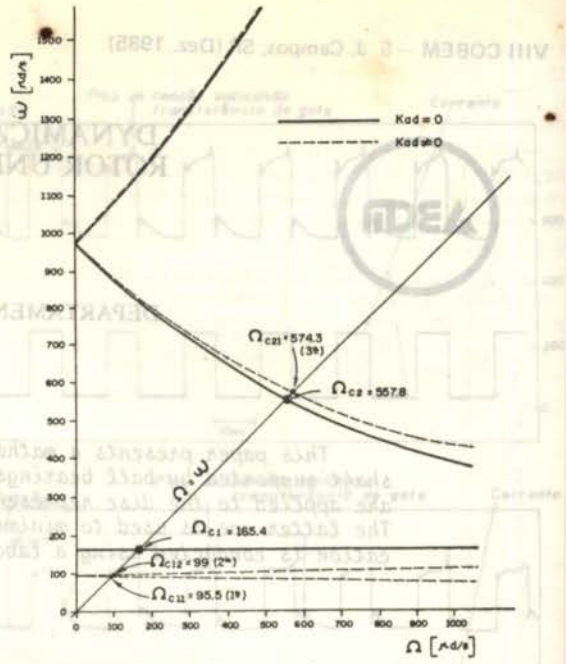


Figure 3 - Natural Frequencies and Critical Speeds

The non-homogeneous equation of motion is integrated using a matrix Runge-kutta technique. Two different situations are firstly analysed: a) the system is excited by $F = F_x$ in the proximity of a critical speed: $\Omega = \omega = 100$ rd/s; b) the system is excited by $F = F_x$ far from the criticals: $\Omega = \omega = 300$ rd/s. Figures 4 and 5 show these two situations, respectively. As expected, the influence of the non-linear magnetic exciting force is significantly more important in case (a), where it can be also observed that F_x develops more importantt values than in case (b). The other generalized coordinates are not shown but present analogous behavior.

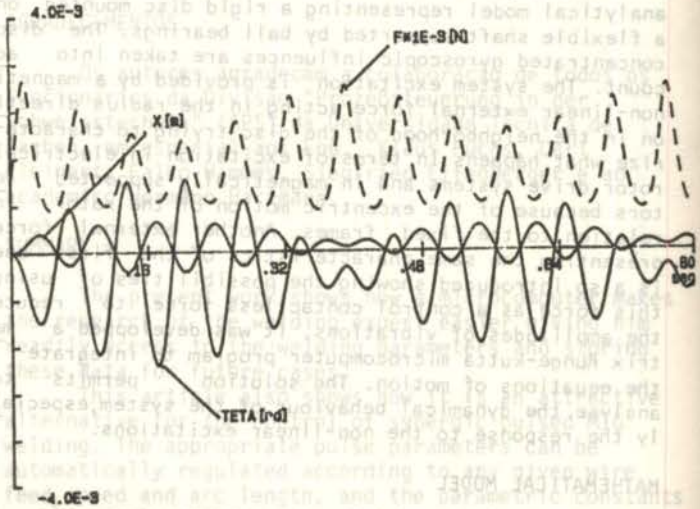


Figure 4 - $x(t)$, $\theta(t)$ and $F_x(t)$ for $\Omega = \omega = 100$ rd/s

The influence of the application of another magnetic force superimposed to F_x (Equation 3), for control purposes trying to reduce the vibrations level is now analysed. It is supposed that the shaft operating speed of rotation is 400 rd/s (between two criticals), and $\omega = \Omega$. The frequency of the control component of F is taken as $\omega_c = 1.2\,\Omega$, and it is applied when $t = 0.40$ s. Figures 6 and 7 show $x(t)$ and $\theta(t)$ respectively, and the reductions in the RMS values of x, θ - amplitudes are 8.3 and 7.4 times respectively.

Finally it is now presented the case where the control force is applied when $t = 0.40$s and $\Omega = \omega = \omega_c = 400$ rd/s. In this case the phase angle of F_c (related to F_x) is π. The RMS of x - amplitude after the appli

cation of F_c is 24.6 times smaller. A reduction of 15.9 times is found in the RMS value of θ - amplitude. Figure 8 shows x(t).

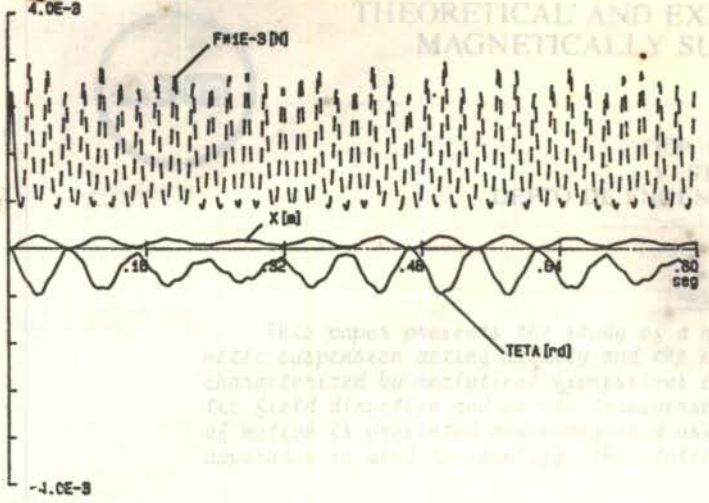


Figure 5 - x(t), θ(t) and Fx(t) for $\Omega = \omega = 300$ rd/s

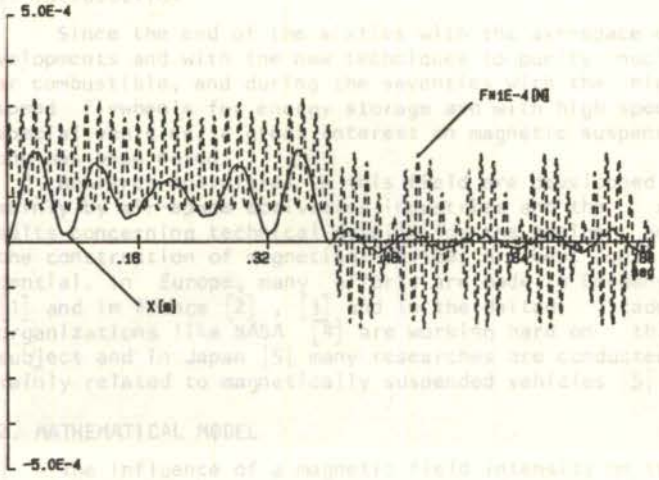


Figure 6 - x(t) $\Omega = \omega = 400$ rd/s and $\omega_c = 480$ rd/s
Control force applied when t = 0.40sec.

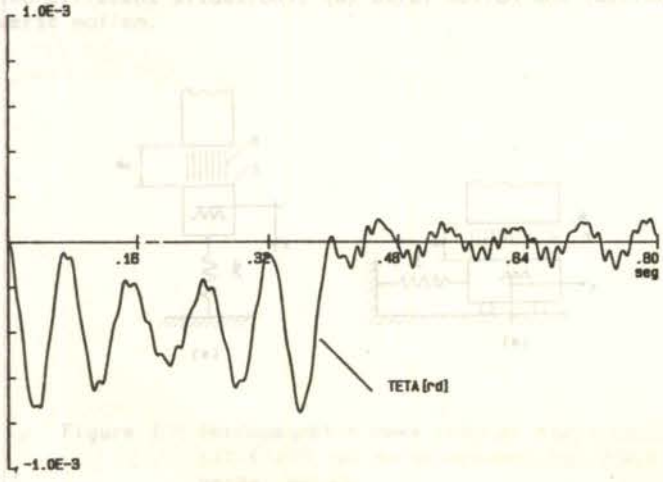


Figure 7 - θ(t) for $\Omega = \omega = 400$ rd/s and $\omega_c = 430$ rd/s
Control force applied when t=0.40sec.

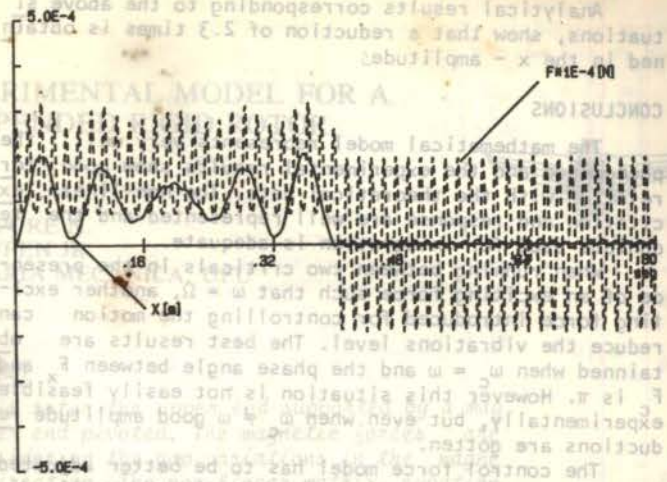


Figure 8 - x(t) for $\Omega = \omega = \omega_c = 400$ rd/s - Control force applied shen t = 0.40 sec.

EXPERIMENTAL RESULTS

The main interest of the experimental verification was to check the behavior of the system when the external force is represented by Equation 3. Figure 9 shows the x(t) and θ(t) motions when the excitation force $F_x(t)$ is applied radially to the disc with no control force. Here $\Omega = \omega = 314$ rd/s and the amplitude of the sinusoidal mouvement imposed to the shaker is ± 1.0mm with do = 3.0mm. The influence of the other external force imposed for controlling the vibrations can be observed on Figure 10. Fc(t) in this case is applied by another shaker placed diametrally opposed to the first one for which $\omega_c = 377$ rd/s. A reduction of 2.7 times is obtainned in the x - amplitude. In Figures 9 and 10 Fx(t) and $F_c(t)$ are characterized by the accelerations signals of the permanent magnet shaker head.

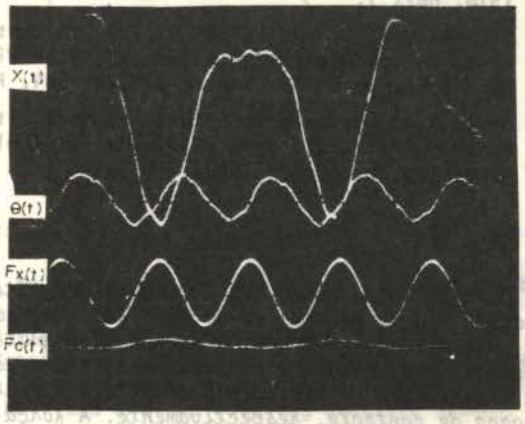


Figure 9 - x(t), θ(t) and $F_x(t)$ when $F_c = 0$ and $\Omega = \omega = 50$ Hz

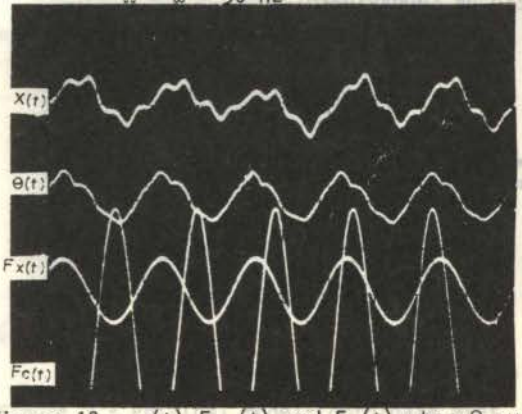


Figure 10 - x(t), $F_x(t)$ and $F_c(t)$ when $\Omega = \omega = 50$Hz and $\omega_c = 60$ Hz

Analytical results corresponding to the above situations, show that a reduction of 2.3 times is obtained in the x - amplitudes.

CONCLUSIONS

The mathematical model represents very well the phenomenon and the experimental results show good correlation with the theoretical data. The non-linear excitation and response are well represented and the technique used for integration is adequate.

When running between two criticals in the presence of an exciting force such that $\omega = \Omega$, another exciting force introduced for controlling the motion can reduce the vibrations level. The best results are obtainned when $\omega_c = \omega$ and the phase angle between F_x and F_c is π. However this situation is not easily feasible experimentally, but even when $\omega_c \neq \omega$ good amplitude reductions are gotten.

The control force model has to be better adjusted in such way that effective reduction in the amplitudes can be obtainned when crossing critical speeds. It seems important to control the F_c phase angle related to the x - motion.

Experimental verifications at critical speeds were not done for security reasons.

REFERENCES

[1] HABERMANN,H. and LIARD, G., "The active magnetic bearing - a revolutionary principle", Ball Bearing Journal 192, pp.1-7.

[2] OUDIN,J.C.,"General Comparison between ball bearing wheels and magnetic bearing wheel", Gyrodynamics - Euromech 38 Coloquium - Springer Verlag,1974.

[3] WEBER,H.I., ZAMPIERI,D.E., "Betrachtung zur Anwendung aktiver Lager bei Schnellaufenden Rotoren", VDI - Berichte Nr.269,1976.

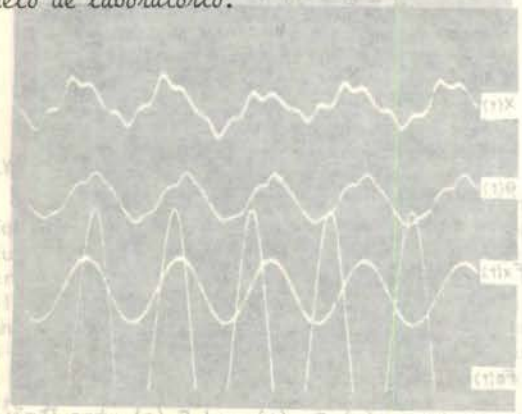
[4] SCHWEITZER,G., "Ein aktives magnetisches Rotorlalager - Auslegung und Anwendung", Regelungstechnik, 1978, Heft 1.

[5] STEFFEN Jr., V. and LEPORE N.,F.P.,"A Control Force to Reduce Magnetically Excited Rotor Vibration", Mécanique, Matériaux,Electricité Nº 404, France.

[6] GREEN,R.B.,"Gyroscopic Effects on the Critical Speeds of Flexible Rotors",Journal of Applied Mechanics,pp.369-376,1948.

RESUMO

Este trabalho apresenta um modelo matemático para um disco rígido montado em um eixo flexível suportado por mancais de rolamento. Duas forças magnéticas não-lineares, sem contato e externas ao sistema são aplicadas radialmente ao disco, representando a excitação e a força de controle, respectivamente. A força de controle é usada para minimizar o nível das vibrações do rotor. É feita uma verificação experimental usando um modelo de laboratório.



THEORETICAL AND EXPERIMENTAL MODEL FOR A MAGNETICALLY SUSPENDED RIGID ROTOR

F.P. LÉPORE N.
V. STEFFEN JR.
DEPTO DE ENGENHARIA MECÂNICA, UFU

ABSTRACT

This paper presents the study of a rigid rotor the upper end supported by a magnetic suspension acting axially and the other end pivoted. The magnetic forces are characterized by analytical expressions considering the gap variations in the magnetic field direction and in its transverse direction. The non-linear matrix equation of motion is presented and integrated using a Runge-Kutta technique. An experimental apparatus is used to identify the static and dynamic parameters of the system.

1. INTRODUCTION

Since the end of the sixties with the air-space developments and with the new techniques to purity nuclear combustible, and during the seventies with the high speed flywheels for energy storage and with high speed special vehicles, a great interest on magnetic suspensions has been noted.

Research activities in this field are developped mainly by air-space activities industries and the results concerning technical details for the design and the construction of magnetical devices are kept confidential. In Europe, many efforts are made in Germany [1] and in France [2] , [3] and in the United Stades organizations like NASA [4] are working hard on this subject and in Japan [5] many researches are conducted mainly related to magnetically suspended vehicles [5] .

2. MATHEMATICAL MODEL

The influence of a magnetic field intensity on the natural frequencies can be characterized by two simple one-degree of freedon systems [6]. Figure 1 represents a ferromagnetic mass into an electromagnetic field in two different situations: (a) axial motion and (b) transverse motion.

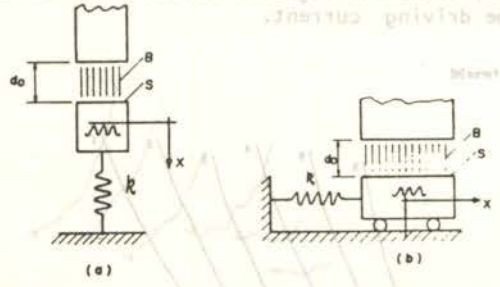


Figure 1 - Ferromagnetic mass into an electromagnetic field (a) Axial motion; (b) Transversal motion

For both situations the equation of motion is:

$$m\ddot{x} + kx + F(x) = 0 \qquad (1)$$

where $F(x) = \dfrac{\bar{C}}{(do + x)^2}$ (case a) (2)

or $F(x) = \dfrac{\bar{C}}{(do^2+x^2)^{3/2}}$ (case b) (3)

where $\bar{C} = C.I^2$ and $C\ [N.m^2/A^2]$ is a magnetic constant representing the magnetic flux, do is an initial gap. For an eletromagnet C may be expressed by $C = (NI)^2\ \mu s/2$ where NI is the Ampere-turns, μ is the magnetic permeability and S is the pole area. Equation (1) is strongly non-linear and the solution is obtainned numerically by a Runge-Kutta integration technique. Figure 2 shows the influence of C on the natural frequencies ω_n of the system for cases (a) and (b).

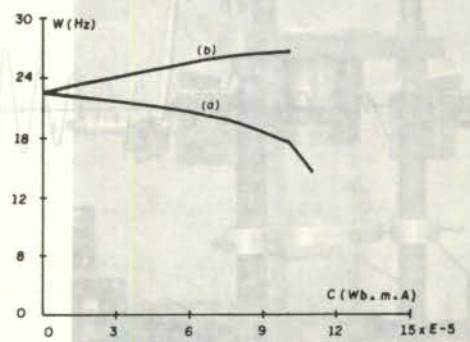


Figure 2 - The influence of C on ω_n

It can be seen that the magnetic attraction can be used to modify the system stiffness.

A rigid rotor with one fixed end and the other end magnetically supported is presented on Figure 3 , for which two degrees of freedon are taken. In this figure the fixed and the rotating axes are shown.

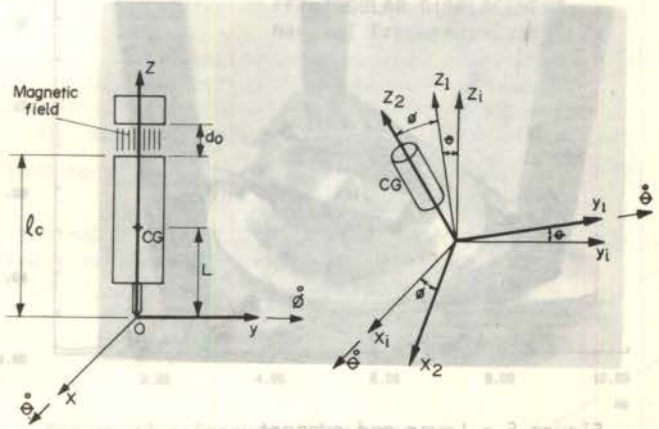


Figure 3 - Phisical Model-Coordinate axes

The equations of motion are obtainned using the energy method developped by Lagrange. They are presented in the matrix form:

$$\begin{bmatrix} m L^2 + J & 0 \\ 0 & mL^2+J \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & I\Omega \\ -I\Omega & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_\theta \\ Q_\phi \end{Bmatrix} \quad (4)$$

where:

m,J,I are the inertia terms
Ω is the rotation of the rotor
θ,ϕ are the generalized coordinates
Q_θ , Q_ϕ are the generalized forces.

$$Q_\theta = mgL\theta - \frac{(I\ C\ do + C I^2)\theta}{(do^2+I^2\theta^2)^{3/2}} - \frac{I\ C\ do\ \theta}{(do^2 + I^2\phi^2)^{3/2}} \quad (5)$$

$$Q_\phi = mgL\phi - \frac{(I\ C\ do + C\ I^2)\ \phi}{(do^2+ I^2\ \phi^2)^{3/2}} - \frac{I\ C\ do\ \phi}{(do^2+I^2\theta^2)^{3/2}} \quad (6)$$

3. SYSTEM IDENTIFICATION

The experimental model is an acrilic cylinder where in both ends two ferromagnetic poles are fixed.

The rotor is fixed to a rigid framce the upper end beeing placed close to a drive coil and the lower end is supported by an one end fixed flat blade as shows Figures 4 and 5.

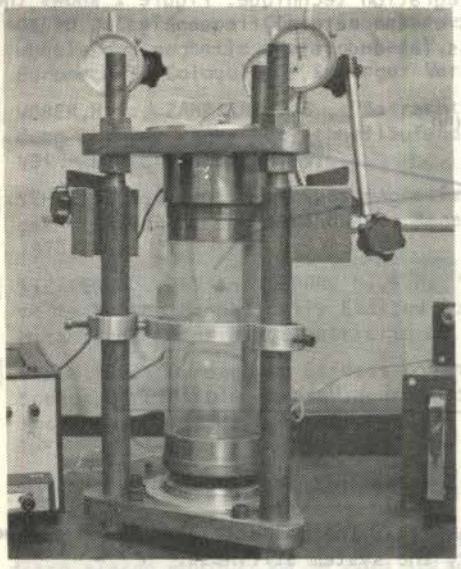


Figure 4 - Experimental model

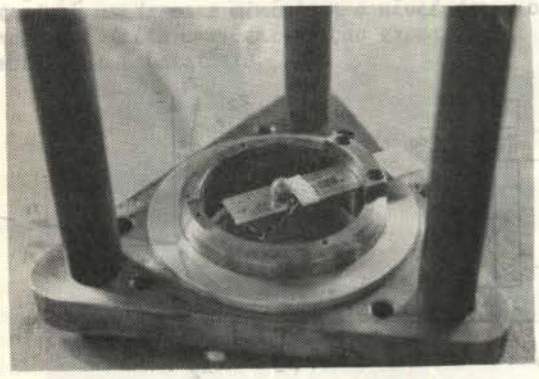


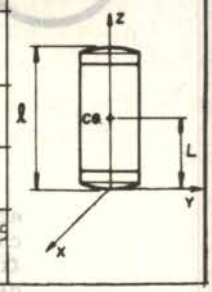
Figure 5 - Lower end support

A strain gage fixed on the rotor lower end support is used to measure the magnetic attraction force as shows Figure 5.

Table 1 shows the rotor geometric and phisical characteristics.

Table 1 - Geometric and phisical characteristics of the rotor.

Length	l [mm]	250
External Diameter	ϕ [mm]	95
Mass	M [kg]	2.13
Center of Mass	L [mm]	125
Inertia	I,J,K[kg.m^2]	0.025;0.025 0.013



To determine the static and dynamic characteristics of the system the experimental apparatus showed by Figure 6 is used. The goal was to determine the magnetic attaction force (F) and the instantaneous gap when varying the driving current in the magnetic suspension of the rotor.

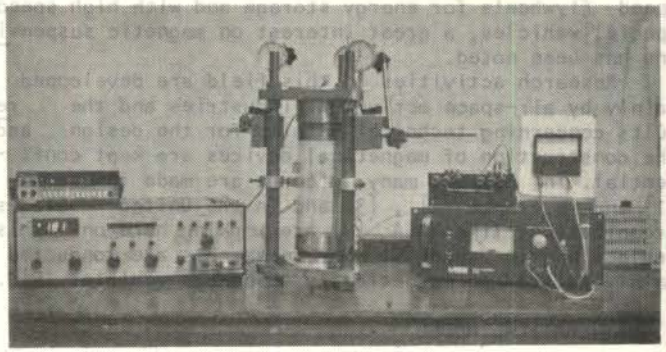


Figure 6 - Experimental apparatus

Six values for the initial gap where used(4.05 ; 3.80; 3.55; 3.30; 3.05; 2.80mm), represented by the curves 1,2,...,6 respectively in the following figures. Figure 7 shows the magnetic attraction force when varying the driving current.

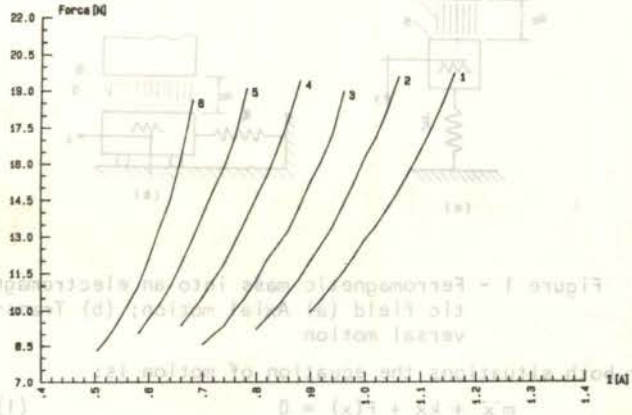


Figure 7 - Magnetic Force X Driving Current

Figure 8 shows the variation of the instantaneous gap when varying the driving corrent.

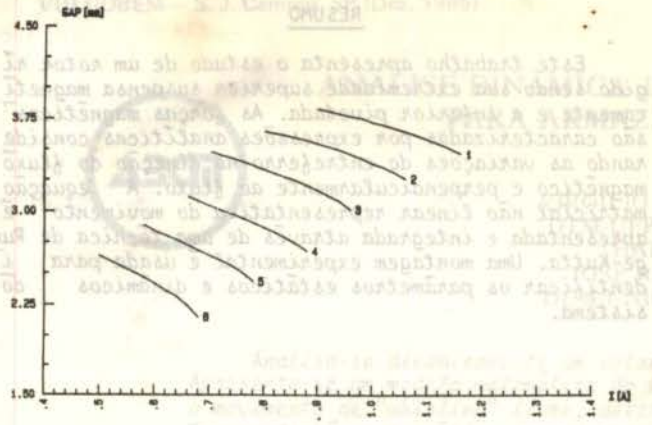


Figure 8 - Instantaneous Gap x Driving Current

The experimental data shown by the two preceding figures were used to determine the variation of the magnetic field constant C $|N.m^2/A^2|$ when varying the driving current as seen on Figure 9.

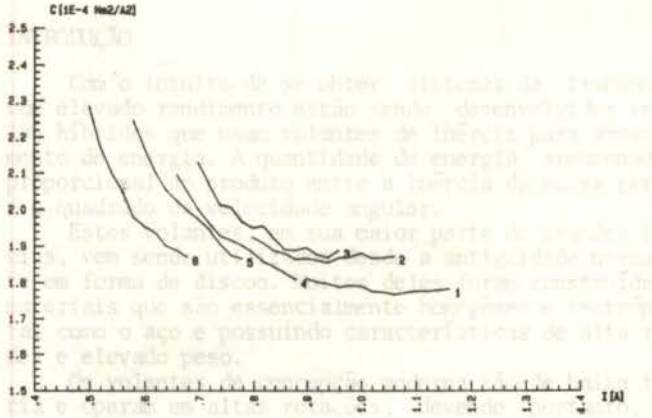


Figure 9 - Magnetic field constant(C) x Driving Current

Other interesting information about the static behavior of the system can be taken, as the values of the magnetic constant as a function of the instantaneous gap (Figure 10) and the variation of the instantaneous gap as a function of the magnetic attraction force(Figure 11).

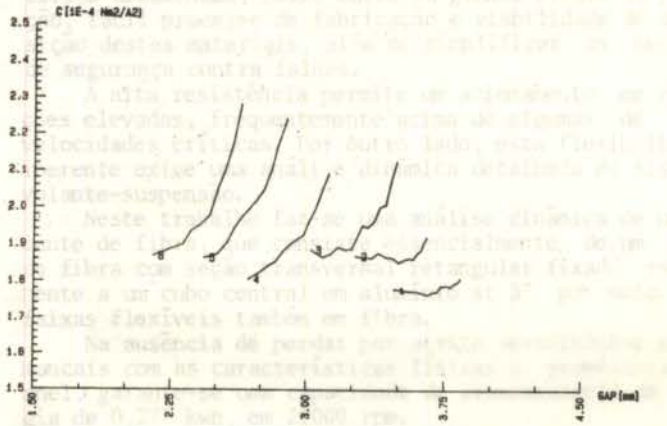


Figure 10 - Magnetic Constant x gap

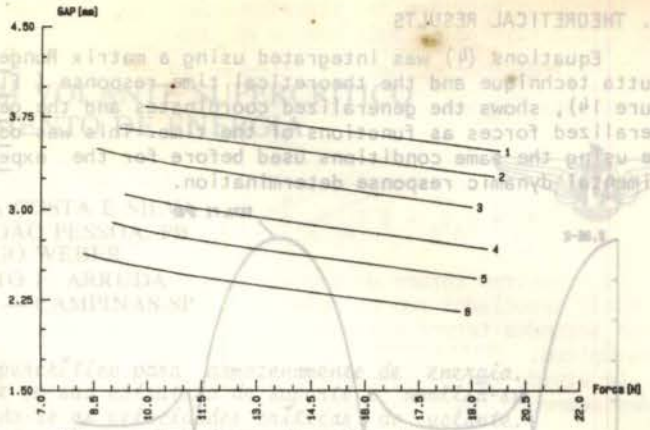


Figure 11 - Gap x Magnetic Force

The dynamical behavior of the system was analysed for the case where the rotation of the rotor $\Omega = 0$. The initial gap was fixed to 2mm and the driving current was set to 0.40 A in such way that the instataneous gap was 0.95mm ($\bar{C} \cong 9.0 \times 10^{-6}$ N.m^2). Using a proximity transducer the response of the rotor to given initial conditions was analysed. The data were automatically read using an automatic data aquisition system controlled by a microcomputer. This way the time response was plotted as shows Figure 12. This procedure permitted the determinations of the damping factor $\xi = 0{,}0181$.

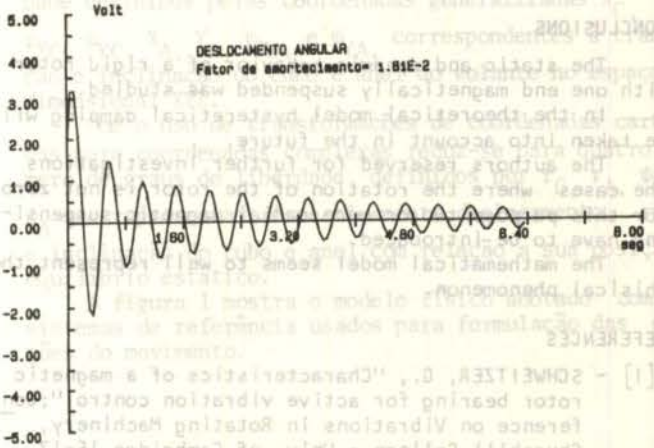


Figure 12 - Time Response

The data where then treated by a FFT software, and the natural frequency of oscillations was determined - $f_n = 2.1875$ Hz (Figure 13).

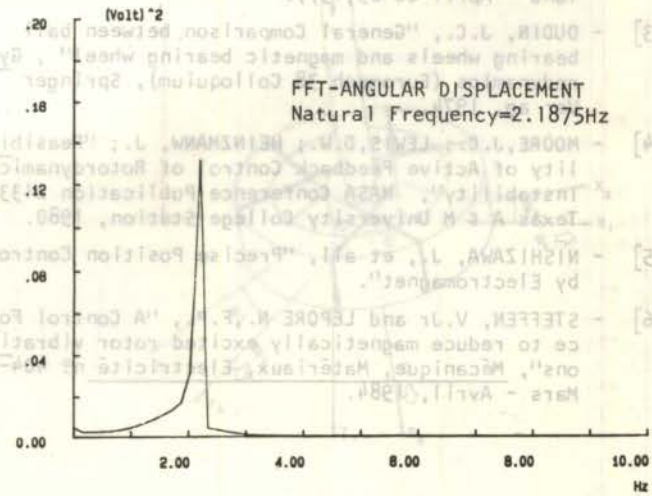


Figure 13 - Frequency Response

4. THEORETICAL RESULTS

Equations (4) was integrated using a matrix Runge Kutta technique and the theoretical time response (Figure 14), shows the generalized coordinates and the generalized forces as functions of the time. This was done using the same conditions used before for the experimental dynamic response determination.

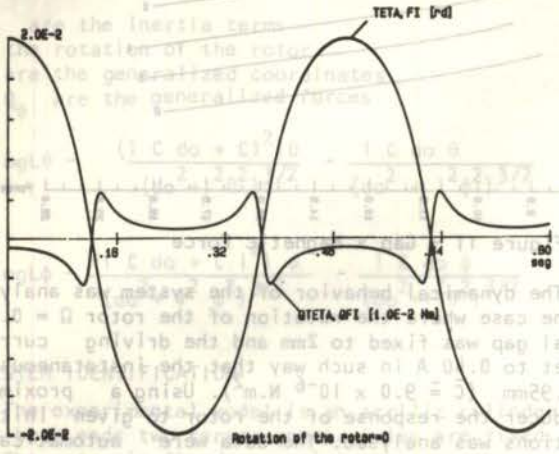


Figure 14 - Theoretical results

This way the value of the natural frequency theoretically determined is f_n = 1.97 Hz.

CONCLUSIONS

The static and dynamic behavior of a rigid rotor with one end magnetically suspended was studied.

In the theoretical model hysteretical damping will be taken into account in the future.

The authors reserved for further investigations the cases where the rotation of the rotor is not zero. For this purpose two or more radial magnetic suspensions have to be introduced.

The mathematical model seems to well represent the phisical phenomenon.

REFERENCES

[1] - SCHWEITZER, G., "Characteristics of a magnetic rotor bearing for active vibration control";Conference on Vibrations in Rotating Machinery, Churchill College - Univ. of Cambridge,15-17, Sep. 1976.

[2] - POUBEAU,D.C., "Development of a satellite flywheel operating on one active axis magnetic bearing ", 11th Aerospace Mechanisms Symposium NASA - Goddard Space Flight Center,Greenbelt Maryland - April 28-29,1977.

[3] - OUDIN, J.C., "General Comparison between ball bearing wheels and magnetic bearing wheel" , Gyrodynamics (Euromech 38 Colloquium), Springer Ver ag, 1974.

[4] - MOORE,J.C.; LEWIS,D.W.; HEINZMANW, J.; "Feasibility of Active Feedback Control of Rotordynamics Instability", NASA Conference Publication 2133, Texas A & M University College Station, 1980.

[5] - NISHIZAWA, J., et all, "Precise Position Control by Electromagnet".

[6] - STEFFEN, V.Jr and LEPORE N.,F.P., "A Control Force to reduce magnetically excited rotor vibrations", Mécanique, Matériaux, Electricité nº 404- Mars - Avril, 1984.

RESUMO

Este trabalho apresenta o estudo de um rotor rígido sendo sua extremidade superior suspensa magneticamente e a inferior pivotada. As forças magnéticas são caracterizadas por expressões analíticas considerando as variações do entreferro na direção do fluxo magnético e perpendicularmente ao fluxo. A equação matricial não linear representativa do movimento é apresentada e integrada através de uma técnica de Runge-Kutta. Uma montagem experimental é usada para identificar os parâmetros estáticos e dinâmicos do sistema.

ANÁLISE DINÂMICA DE UM VOLANTE SUPERCRÍTICO PARA ARMAZENAMENTO DE ENERGIA

VIRGÍLIO M. DA COSTA E SILVA
DTM-UFPb — JOÃO PESSOA, PB
HANS INGO WEBER
JOSÉ ROBERTO F. ARRUDA
DEM-UNICAMP — CAMPINAS-SP

Analisa-se dinamicamente um volante supercrítico para armazenamento de energia. Apresenta-se um modelo matemático do volante em sua estrutura de suporte e analisa-se o movimento de "whirling" livre, determinando-se as velocidades críticas do volante. Faz-se também uma análise experimental do volante, onde determina-se as frequências naturais, acionando-o em uma faixa de rotação selecionada.

INTRODUÇÃO

Com o intuito de se obter sistemas de transportes com elevado rendimento estão sendo desenvolvidos veículos híbridos que usam volantes de inércia para armazenamento de energia. A quantidade de energia armazenada é proporcional ao produto entre a inércia da massa girante e o quadrado da velocidade angular.

Estes volantes, em sua maior parte de grandes inércias, vem sendo utilizados desde a antiguidade normalmente em forma de discos. Muitos deles foram construídos de materiais que são essencialmente homogêneo e isotrópicos tal como o aço e possuindo características de alta rígidez e elevado peso.

Os volantes de concepção moderna são de baixa inércia e operam em altas rotações, devendo portanto, ser construídos com materiais de alta resistência. A tendência atual é a utilização de volantes de forma anular em materiais reforçados. Esta tecnologia tem sido investigada |1| com a construção de volantes dos mais variados tipos e formatos montados em suspensões especiais com capacidade de reduzir em até 90% o peso utilizando um alívio magnético de carga para melhorar a performance dos mancais de baixo atrito, aumentando a previsão de vida.

A grande motivação de uso destes materiais na construção de volantes é a obtenção de grandes energia específica armazenada, baixo custo em grande escala de produção, fácil processo de fabricação e viabilidade de aquisição destes materiais, além de simplificar as medidas de segurança contra falhas.

A alta resistência permite um acionamento em rotações elevadas, frequentemente acima de algumas de suas velocidades críticas. Por outro lado, esta flexibilidade inerente exige uma análise dinâmica detalhada do sistema volante-suspensão.

Neste trabalho faz-se uma análise dinâmica de um volante de fibra, que consiste essencialmente de um anel de fibra com seção transversal retangular fixado radialmente a um cubo central em alumínio st 37 por meio de faixas flexíveis também em fibra.

Na ausência de perdas por atrito aerodinâmico e nos mancais com as características físicas e geométricas do anel, garante-se uma capacidade de armazenamento de energia de 0,277 kwh, em 20000 rpm.

MODELO FÍSICO E MATEMÁTICO

Para analisar o comportamento dinâmico do sistema volante-suspensão adota-se um modelo físico simplificado que considera o cubo e anel do volante como corpos rígidos, enquanto o eixo e as faixas são assumidos como elementos elásticos de massas desprezíveis.

Além das simplificações acima, admite-se para facilitar a análise matemática:

- mancal rígidos nos planos diametrais;
- simetria dos elementos rotativos;
- efeito pendular desprezível.

Desta forma o modelo considerado, para análise de "whirling", se limita inicialmente a oito graus de liberdade definidos pelas coordenadas generalizadas X_C, X_Y, ψ_{XC}, ψ_{YC}, X_A, Y_A, ψ_{XA}, e ψ_{YA}, correspondentes à translação e inclinação do cubo e anel do volante no espaço tridimensional XYZ.

Com o uso de transformacões de coordenadas cartesianas para coordenadas complexas reduz-se para quatro o número de graus de liberdade, definidos por r_C, r_A, ψ_C e ψ_A que representam respectivamente deslocamento radial e inclinação do cubo e anel com relação a sua posição de equilíbrio estático.

A figura 1 mostra o modelo físico adotado com os sistemas de referência usados para formulação das equações do movimento.

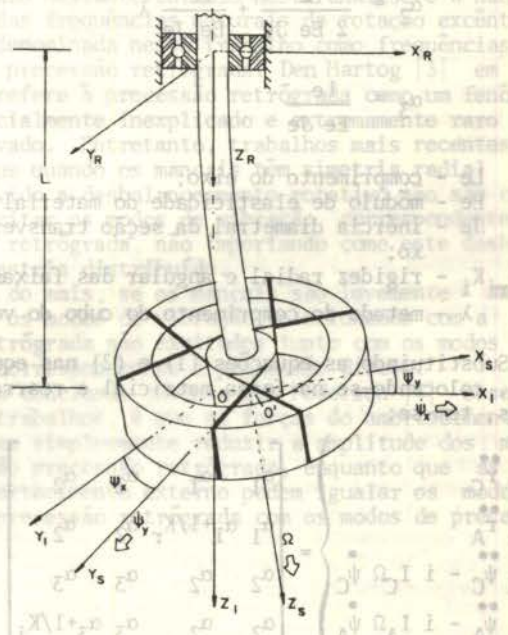


Figura 1 - Modelo físico e sistemas de referências

Usando as matrizes de transformação do sistema $S(X_S, Y_S, Z_S)$ fixo ao volante para o sistema imercial $I(X_I, Y_I, Z_I)$ de coordenadas |2| obtém-se as equações de momento para o cubo e anel do volante.

$$M_C = J_C \ddot{\psi}_C - i\, I_C\, \Omega_C\, \dot{\psi}_C$$

$$M_A = J_A \ddot{\psi}_A - i\, I_A\, \Omega_A\, \dot{\psi}_A \qquad (1)$$

Os primeiros termos do segundo membro das equações (1) estão associados com as inércias rotativa, enquanto que os segundos termos estão associados com os efeitos giroscópicos.

De acordo com a segunda lei de Newton, obtém-se para deslocamento radial do cubo e anel respectivamente:

$$F_C = m_C \ddot{r}_C$$

$$F_A = m_A \ddot{r}_A \qquad (2)$$

As equações do movimento associadas com o vetor de coordenadas generalizadas, podem ser obtidas das equações de equilíbrio escritas com base na teoria da linha elástica.

Para deslocamento radial e angular do cubo:

$$-r_C = \alpha_1 (F_C + F_A) + \alpha_2 (M_C + M_A)$$

$$-\psi_C = \alpha_2 (F_C + F_A) + \alpha_3 (M_C + M_A) \qquad (3)$$

Para deslocamento radial e angular do anel:

$$r_A = r_C - F_A/K_r$$

$$\psi_A = \psi_C - M_A/K_i \qquad (4)$$

onde:

α_i = coeficientes de flexibilidade, definido de |2| por:

$$\alpha_1 = \frac{Le^3}{3\, Ee\, Je} + \frac{Le^2\, \lambda}{Ee\, Je} + \frac{Le\, \lambda^2}{Ee\, Je}$$

$$\alpha_2 = \frac{Le^2}{2\, Ee\, Je} + \frac{Le}{Ee\, Je}\, \lambda$$

$$\alpha_3 = \frac{Le}{Ee\, Je}$$

Le - comprimento do eixo;
Ee - módulo de elasticidade do material do eixo:
Je - inércia diametral da seção transversal do eixo;
K_r; K_i - rigidez radial e angular das faixas;
λ - metade do comprimento do cubo do volante.

Substituindo as equações (1) e (2) nas equações (3) e (4), colocando-se na forma matricial e rearranjando os termos, tem-se:

$$-\begin{Bmatrix} m_C \ddot{r}_C \\ m_A \ddot{r}_A \\ J_C \ddot{\psi}_C - i\, I_C \Omega\, \dot{\psi}_C \\ J_A \ddot{\psi}_A - i\, I_A \Omega\, \dot{\psi}_A \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_2 \\ \alpha_1 & \alpha_1 + 1/K_r & \alpha_2 & \alpha_2 \\ \alpha_2 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_3 \\ \alpha_2 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_3 + 1/K_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_C \\ r_A \\ \psi_C \\ \psi_A \end{Bmatrix} \qquad (5)$$

O sistema matricial de equações (5) representa as equações do movimento de "whirling" livre do volante em sua estrutura de suporte.

Admitindo para (5) uma solução do tipo

$$\left\{ q_i \right\} = \left\{ Q_i \right\} e^{i\omega t} \qquad (6)$$

onde i = 1, ..., 4 e Q_i é a amplitude de q_i, encontra-se:

$$\left(\left[M_{ij} \right] \omega^2 - \left[N_{ij} \right] \omega - \left[K_{ij} \right] \right) \left\{ Q_i \right\} = \left\{ 0 \right\} \qquad (7)$$

As matrizes $|M_{ij}|$ e $|N_{ij}|$ são de ordem 4x4 com elementos definidos por:

$$M_{11} = m_C;\ M_{22} = m_A;\ M_{33} = J_C;\ M_{44} = J_A$$

$$N_{11} = N_{22} = 0\ ;\ N_{33} = I_C \Omega\ ;\ N_{44} = I_A \Omega$$

$$M_{ij} = N_{ij} = 0 \quad \text{para } i,j = 1,\ldots,4 \text{ e } i \neq j$$

A matriz $\left[K_{ij} \right]$ é a matriz de rigidez, de ordem 4x4 obtida da inversa da matriz de flexibilidade $\left[\alpha_{ij} \right]$.

A equação matricial (7), representa um problema de auto-valores de segunda ordem, e os detalhes de sua solução encontram-se na referência |2|.

RESULTADOS ANALÍTICOS

O modelo matemático desenvolvido anteriormente permite calcular as frequências naturais do volante em função de sua velocidade de rotação.

Os valores numéricos dos parâmetros característicos do volante, ou sejam, massas, inércias e rigidez foram determinados experimentalmente |2| e encontram-se listados na tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros característicos do volante

m_C=1,83 kg	K_r=1,633x10^7 N/m	I_C=5,8x10^{-2} kg.m^2
m_A=12,67 kg	K_i=1,073x10^{6}Nm/rad	I_A=3,96x10^{-1}kg.m^2
J_A=2,09x10^{-1}kg.m^2	J_C=8,0x10^{-3} kg.m^2	

A figura 2 mostra os resultados obtidos das frequências naturais em função da rotação do volante, para os quatros modos de vibrações considerados no modelo físico.

Cada par de curva de frequências naturais corresponde a um modo de vibrar, indicados por um algarismo seguido das letras D ou R que indicam o sentido de precessão ("whirl") direta para uma precessão no mesmo sentido da rotação e retrógrada para precessão no sentido oposto.

A interseção de cada par de curvas de frequências naturais com as retas, $\omega = n\Omega$ determina as velocidades críticas de n-ésima ordem do modo correspondente, retrógrada ou direta dependendo do ramo de frequência.

No diagrama da figura 2 tem-se:

1º modo - deslocamento radial do anel e cubo do volante em fase
2º modo - inclinação do anel e cubo do volante em fase
3º modo - deslocamento radial do anel e cubo do volante em oposição de fase
4º modo - inclinação do anel e cubo do volante em oposição de fase.

Na figura 2 observa-se seis velocidades críticas de primeira ordem, das quais duas são diretas e quatro são retrógradas. As diretas em 248 e 30450 rpm corres-

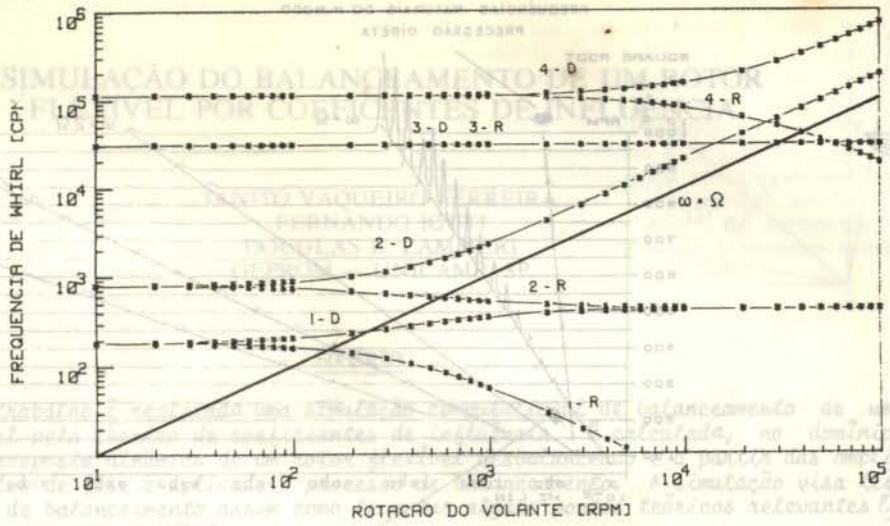


Figura 2 - Frequências de "whirl" em função da rotação do volante.

pondem respectivamente aos primeiro e terceiro modo de vibração. As retrógradas em 160, 560, 30450 e 40000 rpm refere-se aos primeiros, segundo, terceiro e quarto modo de vibração, respectivamente.

Na referência |2|, encontra-se desenvolvida uma análise de variação das frequências naturais obtidas em função de mudanças feitas nos parâmetros característicos ou de suspensão do volante. Com esta análise pode-se definir os parâmetros ótimo de suspensão do volante.

ANÁLISE EXPERIMENTAL

Na análise experimental desenvolvida procura-se determinar a representatividade do modelo matemático de quatro graus de liberdade adotado para analisar dinamicamente os movimentos de "whirling" livre do volante.

Para atingir o objetivo proposto, fixou-se o volante com sua suspensão em uma estrutura rígida adaptado a um poço de prova. No acionamento usou-se um motor de corrente contínua acoplado a uma transmissão multiplicadora de velocidade por correias em V.

A figura 3 mostra o resultado obtido da análise experimental do volante. Os valores de amplitudes dos picos mostrados não estão convertidos em unidades físicas, uma vez que nesta análise o interesse principal é a comparação entre as frequências naturais determinadas experimentalmente e as obtidas pelo modelo teórico.

Nesta análise, o volante foi acionado até uma rotação de 1200 rpm aproximadamente e em seguida desacoplado do sistema de transmissão para evitar a influência tanto de massas quanto de excitações externa ao sistema, volante-suspensão, não considerados no modelo teórico.

A vibração do eixo na desaceleração do volante foi registrada em fita magnética e logo após processada em um analisador de Fourier, de onde foi extraído uma análise de assinatura do sinal, obtida com vinte valores de rotação variando na faixa de frequência de 0 a 50 Hz.

Pode-se facilmente constatar picos na frequência de rotação do volante, como também nas frequências harmônicas de ordem dois, três e quatro, todos decorrentes de desbalanceamento residual no volante.

O pico de frequência natural correspondente à velocidade crítica de primeira ordem, do primeiro modo de vibração do volante, precessão direta, observada com os resultados do modelo teórico em 248 rpm, não foi detectada diretamente nesta análise. A razão que levou o não aparecimento deste pico de frequência na análise obtida, foi a redução brusca de velocidade de rotação, próximo à ressonância do primeiro modo de vibração, quando a extremidade inferior do cubo do volante atinge um limitador de amplitude do movimento radial colocado na estrutura de fixação. Esta redução brusca na velocidade do volante impossibilitou o processamento do sinal de vibração nas rotações de 200 e 250 rpm, pelo analisador de Fourier, no tempo de aquisição estabelecido. Este problema pode ser eliminado com a inclusão de um amortecedor externo, para limitar o nível de amplitude radial na passagem pela velocidade crítica do primeiro modo de vibração.

Apesar de não ter se conseguido processar o sinal na passagem pela ressonância do primeiro modo de vibração do volante, pode-se garantir, em observação à figura 3, que a velocidade crítica do primeiro modo de vibração, precessão direta está compreendido no intervalo de rotação entre 150 e 300 rpm, exatamente na interseção da reta de frequências do primeiro modo precessão direta com a reta $\omega = \Omega$

Na tabela 2 mostra-se uma comparação feita entre alguns valores de frequências naturais, dos modelos teórico e experimental em função da rotação do volante, para o primeiro modo de vibração precessão direta.

Observa-se, apesar do processo iterativo utilizado na obtenção das frequências naturais teóricas, pequenos valores de desvios de frequências naturais, os quais podem ser justificados em virtude da boa coerência entre os modelos teórico e experimental e devido à precisão numérica do algorítmo empregado na resolução da equação (7).

Um fato bastante curioso nesta análise é a não observação das frequências naturais de rotação excêntrica inversa, denominada neste trabalho como frequências naturais de precessão retrógrada. Den Hartog |3| em seu livro se refere à precessão retrógrada como um fenômeno ainda parcialmente inexplicado e extremamente raro de ser observado. Entretanto, trabalhos mais recentes |4| mostram que quando os mancais têm simetria radial as forças devido a desbalanceamento rotativo não são capazes de excitar os modos de vibração correspondentes a precessão retrógrada, não importando como este desbalanceamento esteja distribuído.

Além do mais, se os mancais são levemente anisotrópicos, os modos de vibração relacionados com a precessão retrógrada são excitados junto com os modos de vibração correspondentes a precessão direta.

Outra conclusão curiosa que Pedersen |4| observou nos seus trabalhos, é que as forças do amortecimento interno podem simplesmente reduzir a amplitude dos modos ou vibração precessão retrógrada, enquanto que as forças ou amortecimento externo podem igualar os modos de vibração precessão retrógrada com os modos de precessão direta.

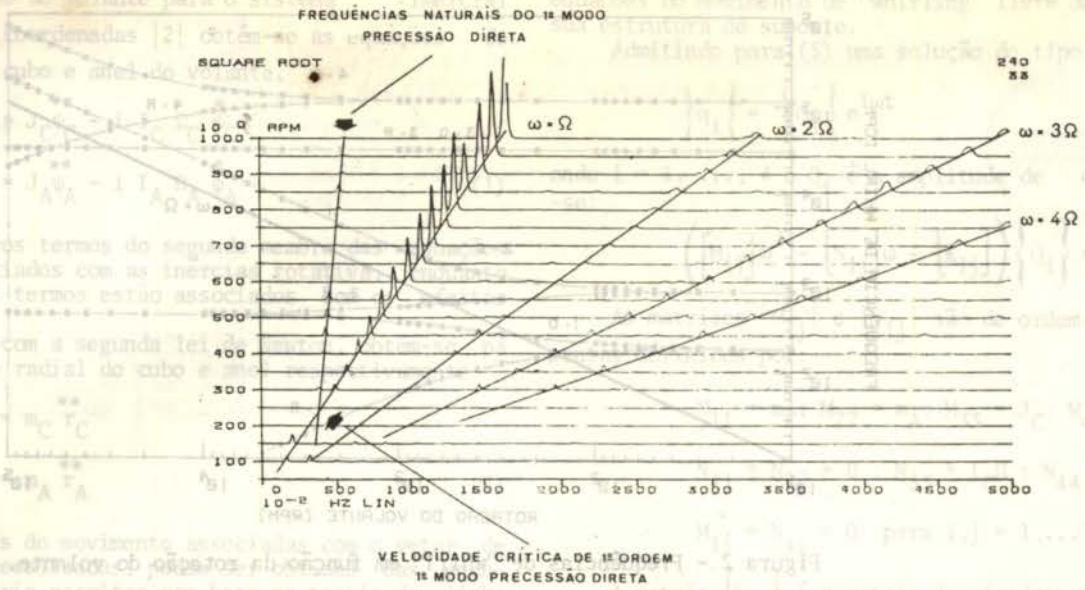


Figura 3 - Análise de assinaturas do primeiro modo de vibração do volante.

Tabela 2. Frequências naturais do primeiro modo de vibração, precessão direta

Rotação (rpm)	Frequências Naturais (Hz)		Desvios (%)
	Teórica	Experimental	
400	4.1	3.9	+ 4.9
500	4.3	4.2	+ 2.3
600	4.7	4.5	+ 4.2
700	4.9	4.8	+ 2.0
800	5.2	5.1	+ 1.9
900	5.5	5.4	+ 1.8
1000	5.8	5.7	+ 1.7

REFERÊNCIAS

|1| RABENHORST,D.W., "Low cost flymell energy storage Technology" Project: Annual report for calender year. 1980, Lawrence Livermore Mat. Lab., May 1,1981

|2| COSTA E SILVA,V.M., "Análise Dinâmica de um Volante Supercrítico para Armazenamento de Energia," UNICAMP, 1984.

|3| HARTOG,D.P.J., "Vibrações dos Sistemas Mecânicos", Edgard Blücher, 1972.

|4| PEDERSEN,P.T., "On Forward and Backward Precession of Rotor", Ingenieur-Archiv, vol. 42, 1972, pp. 26-41.

SUMMARY

A supercritical flywheel for energy storage is analysed and its dynamical behavior obtained. The mathematical model of an elastically supported flywheel is presented and free whirling is investigated,to obtain critical velocities.

An experimental analysis of the flywheel is investigated too, to obtain the naturais frequencies, turning at a range selected rotation.

SIMULAÇÃO DO BALANCEAMENTO DE UM ROTOR FLEXÍVEL POR COEFICENTES DE INFLUÊNCIA

JANITO VAQUEIRO FERREIRA
FERNANDO IGUTI
DOUGLAS E. ZAMPIERI
GEPROM — UNICAMP, SP

SUMÁRIO

Neste trabalho é realizada uma simulação computacional de balanceamento de um rotor flexível pela técnica de coeficientes de influência. É calculada, no domínio do tempo, a resposta dinâmica de um rotor flexível desbalanceado e a partir das amplitudes e ângulos de fase é aplicado o processo de balanceamento. A simulação visa testar o método de balanceamento assim como levantar alguns pontos teóricos relevantes ligados ao processo experimental.

INTRODUÇÃO

Balanceamento é o processo através do qual a distribuição de massa de um corpo rotativo é modificada, para fazer com que o centro de gravidade destas próprias massas permaneça tão próximo quanto possível do centro de rotação do corpo. Deste modo, a vibração do corpo será reduzida a níveis pré-estabelecidos em determinadas rotações, abaixo da qual o corpo possa ser considerado como suficientemente balanceado.

As pesquisas de Balanceamento de Rotores Flexíveis podem ser demarcadas de acordo com duas épocas distintas. A primeira delas começou em meados de 1955 e foi até 1959, e teve como principal pesquisador K. Federn. A segunda geração de Balanceamento de Rotores Flexíveis teve início em 1959, com os trabalhos de R.E. D. Bishop, e se desenvolve até nossos dias.

Durante todo este tempo, foram desenvolvidas duas técnicas principais de Balanceamento de Rotores Flexíveis. A primeira delas depende diretamente da análise modal, e foi por isso chamada de Balanceamento Modal. A segunda técnica de balanceamento conhecida como Método do Coeficiente de Influência, não depende explicitamente da análise modal do rotor.

FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

O procedimento de colocar uma massa de prova em um dado plano para determinar seu efeito sobre uma dada rotação é uma técnica fundamental de muitos métodos de balanceamento.

O método dos Coeficientes de Influência é uma formalização deste procedimento pelo qual:

a) massas de prova são colocadas em locais selecionados ao longo de um rotor.
b) são medidos amplitude e ângulo de fase em locais convenientes ao longo do rotor.
c) massas corretivas de balanceamento são determinadas e inseridas em locais pré-determinados.

Um estudo dinâmico do sistema antes do processo de balanceamento não é necessário para o método, mas este estudo é útil para uma seleção efetiva dos planos de balanceamentos e dos locais de medida (planos de medida).

Submete-se o rotor a uma dada velocidade síncrona sob a influência de um dado desbalanceamento e com uma distorção modal. Esta análise requer somente que a amplitude de rotação e o ângulo de fase devam ser medidos nos planos de medida selecionados.

O rotor mostrado na figura 1, pode ser considerado, para propósito de discussão, como um número de massas discretas, cada uma com espessura dz. Cada incremento de massa dz está localizada com uma excentricidade $\bar{W}$ do eixo elástico do rotor, onde W é um vetor função da distância ao longo do rotor, e pode portanto ser escrito na forma $\bar{W}(z)$.

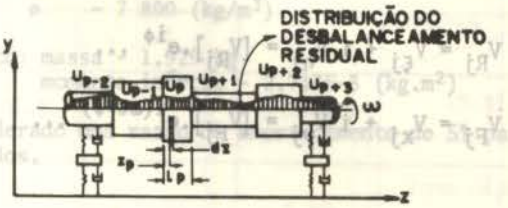


Figura 1. Distribuição do Desbalanceamento Residual

A distribuição do desbalanceamento residual do rotor é mostrado na Figura 1 no plano do papel, mas deve ser lembrado em toda discussão que esta distribuição é, em geral, tridimensional.

O desbalanceamento líquido para cada elemento axial do rotor, pode ser resolvido como um simples vetor de momento de desbalanceamento resultante $\bar{U}_p$ aplicado em p., que pode ser expressado na forma:

$$\bar{U}_p = \rho \cdot A_p \int_0^{\ell p} \bar{W}(z)\, dz \qquad (1)$$

onde ρ - peso específico do material do rotor
A_p - área de secção transversal do local considerado
$\bar{W}(z)$ - excentricidade do rotor em função de posição (z)
ℓp - comprimento do elemento considerado

A distribuição $\bar{W}(z)$ "desbalanceamento residual inicial" num rotor é, naturalmente, desconhecida, mas pode ser determinada pela análise das amplitudes de vibração do rotor e/ou pelas forças dinâmicas as quais são transmitidas aos suportes do mancal e dos suportes para a fundação.

Considere um sistema de coordenadas ξ,η o qual gira com o rotor na velocidade ω. O momento de desbalanceamento U_p fixado no sistema ξ,η causa um deslocamento do rotor o qual gira em relação ao sistema de coordenadas x,y fixo, como é mostrado na Figura 2.

Na figura citada as quantidades $V_{\xi j}$ e $V_{\eta j}$ são as componentes no sistema de coordenadas ξ,η (móvel), respectivamente.

Em qualquer ponto "j" ao longo do eixo do rotor os deslocamentos $V_{\xi j}$ e $V_{\eta j}$ podem ser transportados às

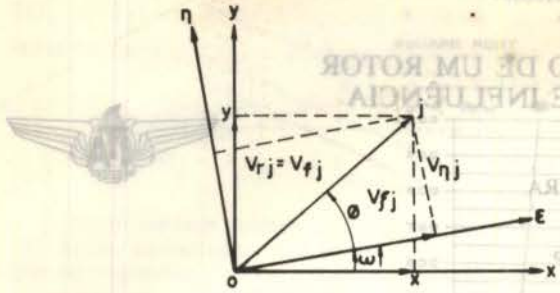


Figura 2. Sistema de Coordenadas ξ,η Móvel e x,y Fixo

coordenadas estacionárias pelas relações:

$$V_{xj} = V_{\xi j} \cos\omega t - V_{\eta j} \operatorname{sen}\omega t \ \ldots \quad (2)$$

$$V_{yj} = V_{\xi j} \operatorname{sen}\omega t + V_{\eta j} \cos\omega t \ \ldots \quad (3)$$

A amplitude do rotor no sistema de coordenadas em rotação (ξ,η) pode ser expressa numa notação complexa como segue:

$$V_{Rj} = V_{\xi j} + i\, V_{\eta j} = [V_{Rj}].e^{i\phi} \ \ldots \quad (4)$$

ou

$$V_{Fj} = V_{xj} + i\, V_{yj} = [V_{Fj}].e^{i(\omega t+\phi)} \ \ldots \quad (5)$$



Figura 3. Rotor com os Momentos Desbalanceadores

A Figura 3 mostra o rotor no sistema de coordenadas móvel ξ,η. O desbalanceamento real está distribuido pelos momentos de desbalanceamento discreto em n elementos ao longo do eixo.

A amplitude de vibração e momento de desbalanceamento podem ser relacionados por meio dos coeficientes de influência, [α], expressa na seguinte equação matricial.

$$\{V_R\} = [\alpha]\ \{U_p\} \ \ldots \quad (6)$$

Os α_{jp} são coeficientes lineares os quais relacionam na posição j, o efeito do momento de desbalanceamento da posiçao p. Pode ser escolhido o número de planos de desbalanceamento, para o qual ambas as massas de prova e de correção serão colocadas, que é igual ao número de momentos de desbalanceamento n. Como mostrado nas equações (5) e (6), as quantidades de desbalanceamento V_R são complexas, donde para qualquer plano p:

$$\alpha_{jp} = \alpha_{\xi,jp} + i\, \alpha_{\eta,jp} \ \ldots \quad (7)$$

Da mesma forma,

$$V_p = V_{\xi p} + i\, V_{\eta p} \ \ldots \quad (8)$$

Se v é o número total de deslocamentos no vetor $\{V_R\}$ e n como já definido previamente o número de planos de balanceamento, a dimensão da matriz [α] será v por n.

O número de deslocamento, ou seja, amplitudes é dado por

$$v = m \cdot N \ \ldots \quad (9)$$

onde m é o número de planos ao longo do rotor no qual os deslocamentos serão medidos.

N é o número de velocidades de balanceamento.

A equação matricial (6) pode ser escrita como segue:

$$\begin{Bmatrix} V_1^1 \\ V_2^1 \\ \cdot \\ V_m^1 \\ V_1^2 \\ V_2^2 \\ \cdot \\ V_m^2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_1^N \\ V_2^N \\ \cdot \\ V_m^N \end{Bmatrix}_{vx1} = \begin{bmatrix} \alpha_{11}^1 & \alpha_{12}^1 & \cdots & \alpha_{1n}^1 \\ \alpha_{21}^1 & \alpha_{22}^1 & \cdots & \alpha_{2n}^1 \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \alpha_{m1}^1 & \alpha_{m2}^1 & \cdots & \alpha_{mn}^1 \\ \alpha_{11}^2 & \alpha_{12}^2 & \cdots & \alpha_{1n}^2 \\ \alpha_{21}^2 & \alpha_{22}^2 & \cdots & \alpha_{2n}^2 \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \alpha_{m1}^2 & \alpha_{m2}^2 & \cdots & \alpha_{mn}^2 \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \alpha_{11}^N & \alpha_{12}^N & \cdots & \alpha_{1n}^N \\ \alpha_{21}^N & \alpha_{22}^N & \cdots & \alpha_{2n}^N \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \alpha_{m1}^N & \alpha_{m2}^N & \cdots & \alpha_{mn}^N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ U_{m-1} \\ U_n \end{Bmatrix} \ \ldots \quad (10)$$

Deve ser lembrado que a capacidade de obter amplitudes de vibração baixa em certos pontos especificados no rotor para dadas velocidades selecionadas é a origem do nome do método de balanceamento exato de alguns planos do rotor flexível numa dada velocidade.

O processo envolve medições de amplitudes e ângulo de fase, cálculo dos coeficientes de influência [α], e finalmente a resolução da equação (10).

Para ilustrar a técnica matemática já mencionada, m locais de medidas serão selecionados. Como primeira etapa na determinação da matriz [α] o rotor é posto a girar com velocidade ω_1 com desbalanceamento inicial e na qual são medidos nos m planos escolhidos do rotor, amplitude (V_{10}^1, V_{20}^1, ... V_{mo}^1) e ângulos de fase.

Estas amplitudes são relacionadas com o desbalanceamento inicial pela equação (10).

Em seguida, um momento de desbalanceamento T conhecido, é inserido no plano 1, em uma posição angular genérica. Novamente o rotor é movimentado na velocida-

$$\begin{Bmatrix} V^1_{10} \\ V^1_{20} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{Bmatrix} = [\alpha] \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{Bmatrix} \qquad (11)$$

de ω_1 e obtêm-se as amplitudes ($V^1_{11}, V^1_{21}, \ldots, V^1_{m1}$) e correspondentes ângulos de fase, portanto:

$$\begin{Bmatrix} V^1_{11} \\ V^1_{21} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{Bmatrix} = [\alpha] \begin{Bmatrix} U_1+T \\ U_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{Bmatrix} \qquad (12)$$

Subtraindo a equação (12) da (11) resulta:

$$\alpha^i_{jk} = \frac{V^i_{j1} - V^i_{jo}}{T} \qquad (13)$$

onde i - índice da velocidade considerada
j - plano de medida
k - plano de balanceamento
1 - plano da massa de prova.

Repetindo o procedimento para todos os n planos de balanceamento, determina-se a matriz dos coeficientes de influência.

Com a matriz $[\alpha]$ determinada, resolve-se a equação (10):

se v = n

$$\{U\} = [\alpha]^{-1} \{V\} \quad \ldots \qquad (14)$$

se v ≠ n

$$\{U\} = ([\alpha]^T[\alpha])^{-1}[\alpha]^T \{V\} \qquad (15)$$

O método do coeficiente de influência tem a vantagem da simplicidade na aplicação, o qual o faz conveniente para uma grande gama de turbomáquina complexa (eixos de helicóptero, ultracentrífuga, etc) e na programação dos cálculos da massa de desbalanceamento.

A eficácia do método não é influenciada pela presença de amortecimento no sistema, nem pelos movimentos vibratórios dos locais onde as leituras são tomadas. Rotores inclinados podem ser balanceados tão rapidamente como os rotores em linha reta, e nenhuma consideração sobre as condições de balanceamento são envolvidas para diminuir a qualidade do balanceamento obtido.

SIMULAÇÃO DIGITAL DO BALANCEAMENTO POR COEFICIENTE DE INFLUÊNCIA

Com a finalidade de se testar o método de balanceamento, decidiu-se por uma simulação computacional, que permite um controle mais flexível e preciso sobre o comportamento dinâmico do sistema. Com isto, pode-se levantar facilmente algumas características relacionadas com os aspectos teóricos do método.

A equação de movimento do sistema pode ser escrita matricialmente como:

$$[M]\{\ddot{V}\} + [C]\{\dot{V}\} + [K]\{V\} = \{U\}_p \operatorname{sen}\omega t. \qquad (16)$$

onde

$\{V\}$ - vetor dos deslocamentos e rotações nodais
$[M]$ - matriz de massa
$[K]$ - " " rigidez
$[C]$ - " " amortecimento
$\{U\}_p \operatorname{sen}\omega t$ - vetor da excitação devido ao desbalanceamento.

Na idealização estrutural do sistema utilizou-se um modelamento por elementos finitos (viga de Timoshenko). Para a resolução da equação (16) usou-se o método da superposição modal e as equações diferenciais de movimento nas coordenadas modais foram integradas exatamente a partir da integral de convolução. O amortecimento estrutural foi considerado em coordenadas modais e portanto $[C]$ é diretamente proporcional a $[K]$ e $[M]$.

A partir da integração da equação (16) é possível determinar a amplitude e ângulo de fase dos deslocamentos nos vários planos de medição e consequentemente simular todo processo experimental de balanceamento.

A partir de um modelo de laboratório considerou-se uma viga bi-apoiada com 3 rotores conforme a Figura 4.

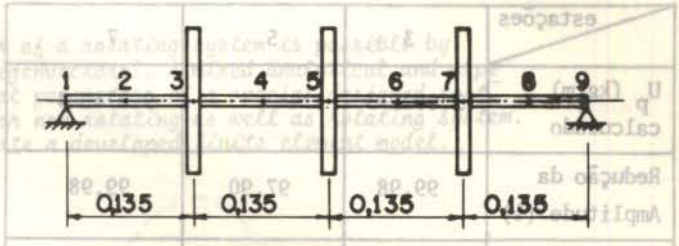


Figura 4. Rotor Flexível.

Eixo: área - 1.227E-4 (m^2)
IZ - 1.198E-9 (m^4)
E - 2.067E11 (N/m^2)
ρ - 7 800 (kg/m^3)

Disco: massa - 1.929 kg
momento inércia - 2.713E-3 ($kg.m^2$)

Foi considerado uma razão de amortecimento de 5% para todos os modos.

Tabela 1. Desbalanceamento do Rotor.

planos	3	5	7
Desbalanc. U_p (kg.m)	1.125E-3	1.125E-3	1.125E-3
Posição de U_p (graus)	0	120	240

Os resultados das simulações estão nas tabelas que se seguem. As massas testes usadas (0.001125 kg.m) foram colocadas a 90°, anti-horário em relação a um ponto do plano 3 e os planos de balanceamento foram 3,5 ou 7.

Tabela 2. Medição em 3,5,7, Ω = 132 rad/s.

estações	3	5	7
U_p (kg.m) calculado	1.117E-3	1.114E-3	1.122E-3
Redução no Desbal.(%)	99.2	98.9	99.2

Da tabela 2 pode-se notar que se todos os planos de balanceamento coincidem com todos os planos desbalanceados então o método é "exato" e independe das velocidades escolhidas. Da tabela 3 observa-se que os planos de balanceamento e de medição não precisam necessariamente coincidir para que o balanceamento seja "exato". Na tabela 4 foi simulado um caso em que o número de planos de balanceamento é menor do que o número de planos desbalanceados. Nesse caso o balanceamento deixa de ser

Tabela 3. Medição em 2,4 e 6, Ω = 132 rad/s.

estações	3	5	7
U_p (kg.m) calculado	1.117E-3	1.111E-3	1.121E-3
Redução no Desbal.(%)	99.2	98.7	98.9

Tabela 4. Medição em 3 e 7, Ω = 132 rad/s.

estações	3	5	7
U_p (kg.m) calculado	1.002E-3	-	9.974E-4
Redução da Amplitude (%)	99.98	97.90	99.98
Redução do Desbal. (%)	29.3	0	29.2

Tabela 5. Medição em 3,7, Ω = 132 e 510 rad/s

estações	3	5	7
U_p (kg.m) calculado	1.006E-3	-	1.000E-3
Redução ampl. (Ω=132 rad/s) (%)	98.3	97.7	98.1
Redução ampl. (Ω=510 rad/s) (%)	97.5	*aumentou -391	97.3
Redução do Desbal. (%)	28.9	0	7.19

"exato", embora a redução das amplitudes dos deslocamentos seja excelente para aquela velocidade de operação. Na tabela 5 está mostrado um balanceamento nas mesmas condições da tabela 4 mas o 1º e 2º modos de vibração são balanceados simultaneamente, configurando-se o método de balanceamento por coeficientes de influência por mínimos quadrados. Nota-se, neste caso, que o balanceamento é ótimo nos planos 3 e 7, em ambos os modos. Já no plano 5 o balanceamento é ótimo no primeiro modo, e no 2º modo a amplitude tem a mesma grandeza que nos outros planos, embora tenha aumentado mais de 400% em relação à situação não balanceada. O programa computacional foi implementado em um micro-computador HP-9845 A com 64 Kb.

COMENTÁRIOS

A partir de um programa computacional pode-se simular o comportamento dinâmico de um rotor flexível e a seguir o processo de balanceamento. A simulação digital permite um controle preciso sobre as variáveis envolvidas e portanto apresenta-se como um instrumento útil para a análise e avaliação de muitos aspectos de vários métodos de balanceamento existentes.

REFERÊNCIAS

[1] Tessarzik, J.M.; Badgley, R.H. and Anderson, W.J., "Flexible Rotor Balancing by the Point-Speed Influence Coefficient Method", Jour. Eng. Industry, ASME, (1972), pp. 148-157.

[2] Goodman, T.P., "A Least-Squares Method for Computing Balance Corrections". Jour. Eng. Industry, ASME, (1964), pp. 273-279.

SUMMARY

This work deals with a computer simulation of the influence coefficient balancing technique of a flexible rotor. The dynamic response of an unbalanced flexible rotor is calculated and the balancing technique is applied to the obtained amplitudes and phase-angles. The simulation was carried out in order to test the balancing method and as well to study some relevant theorical points linked with the experimental process.

MODELLING AND MODAL PARAMETER IDENTIFICATION FOR AN ELASTICALLY MOUNTED VERTICAL ROTOR

SEYYED SAID DANA, DEPTO. TECNOLOGIA MECÂNICA,
UFPb — JOÃO PESSOA /PB
HANS INGO WEBER/GEPROM
UNICAMP-SP

SUMMARY

The evaluation of the dynamic behaviour of a rotating system is possible by means of modal parameters [eigenvalues and eigenvectors]. A mixed analytical and experimental aproach is used to identify the modal parameters of a special designed test rig. The modal identification is done both for non rotating as well as rotating system. These modal parameter also are used to validate a developed finite element model.

INTRODUCTION

While designing a rotating turbomachine, there is a great deal of concern about the stability and level of vibration. Unstable vibration may occure caused by different effects, like internal damping, oil film forces, clearness excitation forces,etc. There is also a big discussion about the number of bearings used to guarantee a safe level of vibration during operation. The classical method makes assumption of symetric matrices or self adjoint operators and proportional damping. The expansion of the forced vibration in terms of the natural modes leads to a set of independent ordinary differential equationsof second order [1]. Although the method is not admissible in the case of rotating systems (nonsymetrical matrices), it is a very useful tool to evoluate the modal parameters while the system is on rest. It also provides us with the necessary information to adjust the mathematical model and to evaluate its validity. It is the aim of this paper to apply these information to adjust the parameters of a finite element model for a special designed laboratory test rig [2] in the early stage of modeling.

It has been shown [3] that a generalized modal analysis in conection with an expansion in series of the right eigenvectors and the left eigenvectors, , allows the identification of modal parameters of a rotating system. This method will be applied to the rotor test rig and the experimental data are presented.

ROTOR TEST RIG

As an attempt to understand and to analize specific problems from the dynamic behaviour of turbomachinery in geral, a special test rig was designed and constructed [2]. The rotor system is shown schematically in Fig. 1. The vertical shaft represents a body with a rigid upper and an elastic lower part. On the rigid section there is axially clamped the rotor of an asynchronous motor with 4 KW power. The stator itself is hinged with leaf springs on swinging platforms. These leaf springs are adjustable and therefore allow us to way the stiffness in a very wide range. The stiffness values are:

$$K_{1_y} = 3.16 \times 10^5 \text{ N/m}$$

$$K_{2_y} = 2.86 \times 10^5 \text{ N/m}$$

$$K_{3_y} = 2.91 \times 10^5 \text{ N/m}$$

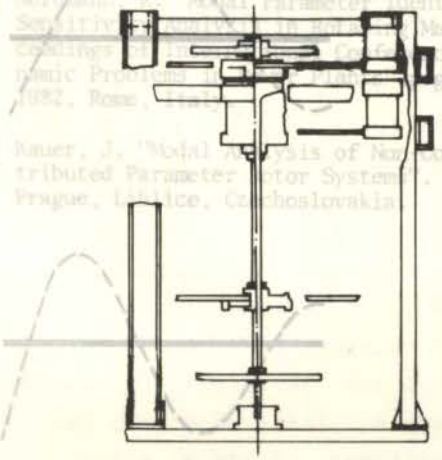


Fig. 1 Test Rig (scaled 1:40)

MODAL ANALYSIS OF THE NONROTATING SYSTEM

There are different possibilities in the description of the mentioned rotor with continuous mass and stiffness distribution. The exact formulation is described by a partial differential equations together with appropriate boundary conditions.

For practical calculations however a Finite Element Model is employed with a finite number of coordinates.

FINITE ELEMENT MODEL

Basically the bending vibration of the rotor shaft is the focus of interest. Making use of scalar energy quantities in a variational form, the Hamilton's principle, leads us directly to the equations of motion. The unknown deflection functions are substituted by deflection shapes formed 3rd order polynomials with free parameters. In this model the free parameters are the deflection and the angle at the boundary of the beam elements.

THE UNDAMPED FREE ROTOR

The primary model using F.E.M.considers the rotor as a Free-Free body in space having system matrices $[M]$, $[K]$. The solution of the ordinary eigenvalue problem gives the natural frequencies and the corresponding modes. Fig. 2 shows the natural modes for the first 3 natural frequencies.

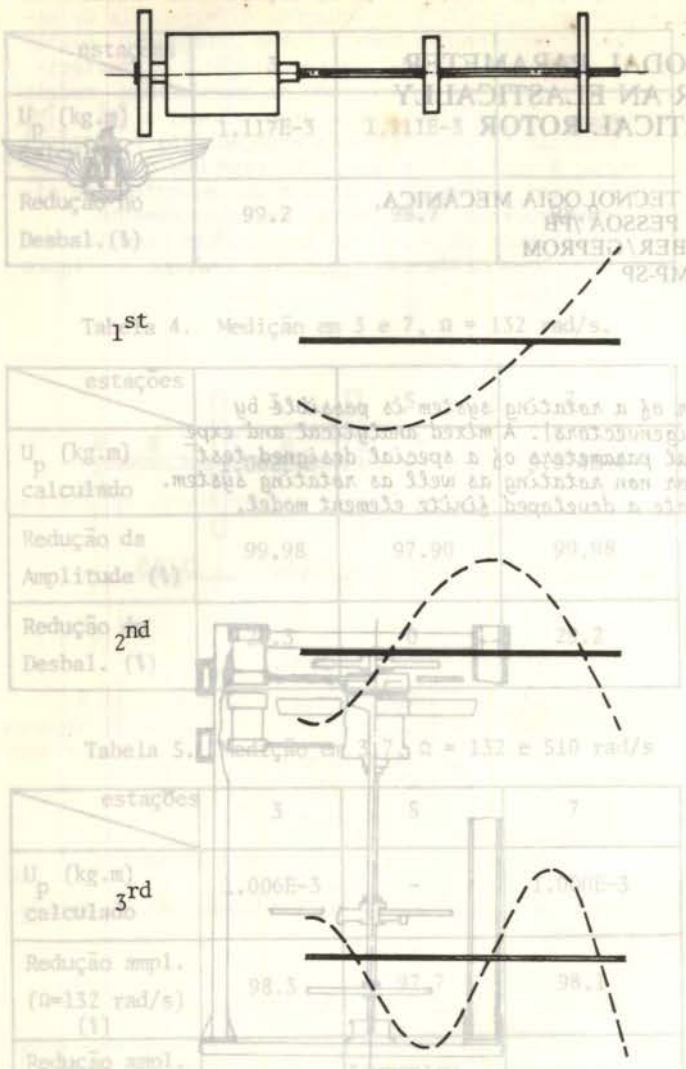


Fig. 2 The Natural Modes of the Free-Free Rotor

IDENTIFICATION OF MODAL PARAMETERS

The aim of the method is to analyze a structure in its elementary modes and to determine its characteristics.

At first 9 measurement points in one of the coordinates are chosen on the rotor. The rotor is excited by appling an impulse on the measurement point and the response is measured in a specific point. After transformation (FFT) of the input and the output signals in to frequency domain, different frequency response functions can be determined. Analitical functions are fitted to the measured function by variation of the modal parameters. The results of this iterative fitting procedure are the modal parameters. In Table 1 these modal parameters are shown compared with F.E.M. results. We can see that the F.E.M. for modeling the rotor brings out good results.

Table 1. The Natural Frequencies of the Free-Free Rotor

	F_1y Hz	F_2y Hz	F_3y Hz
Finite Element Model	14.74	51.27	92.29
Identification of Modal Parameters	14.65	49.81	97.66

UNDAMPED MOUNTED ROTOR

By simple modifications the Finite Element Model simulate the rotor mounted on the test stand by leaf springs. The natural frequencies and modes are again obtained with the same method. The natural modes are shown in Fig. 3 for the first 3 natural frequencies.

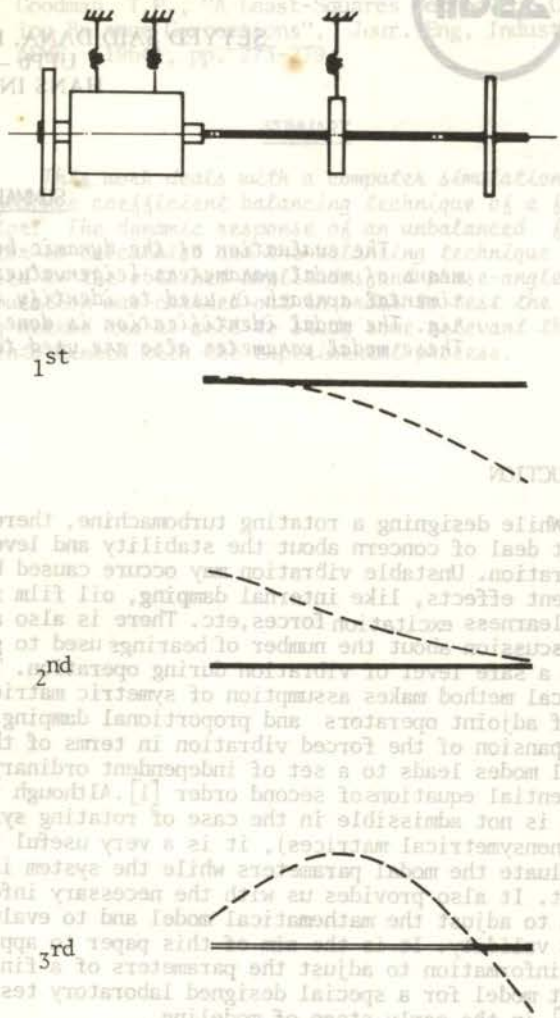


Fig. 3 The Natural Modes of the Mounted Rotor

The results of applying the method for identification of modal parameters are shown in Table 2 in comparison with the result obtained by Finite Element Method. The theoretical results are very close to the experimental ones except for the third frequency. Further investigation shows the influence of the flexibility of the test stand in this case.

Table 2. The Natural Frequencies of the Mounted Rotor

	F_1y Hz	F_2y Hz	F_3y Hz
Finite Element Model	8.22	14.15	27.57
Identification of Modal Parameters	8.38	13.01	22.11

MODAL ANALYSIS OF ROTATING SYSTEM

Due to gyroscopic effect and asymetry in damping and stiffness matrices, the classical method for modal analysis fails to decouple the equations of motion of the rotor, while running. The modal parameters are also speed dependent in this case.

However, working with eigenvalues and natural modes of the nonconservative system leads to the desired decoupling [3].

MODAL PARAMETERS OF ROTORS

The first step in modal analysis is always the determination of eigenvalues and eigenvectors. These parameters can be calculated by the homogenous equation:

$$[M]\{\ddot{x}\}+[D]\{\dot{x}\}+[K]\{x\}=0 \qquad (1)$$

where $[M]$, $[D]$ and $[K]$ are respectively mass, damping and stiffness matrices with order N x N. The solution of equation (1) is of the form:

$$\{x\}=\{\phi\}e^{\lambda t}. \qquad (2)$$

Substitution yields the quadratic eigenvalue problem

$$(\lambda^2[M]+\lambda[D]+[K])\{\phi\}=\{0\} \qquad (3)$$

with 2 N eigenvalues λ_j and corresponding modes $\{\phi\}_j$. The eigenvalues as well as the eigenvectors mainly occur in conjugate complex pairs (real eigenvalues and eigenvectors are not considered).

$$\text{Eigenvalues} \quad \lambda_j=\alpha_j+i\omega_j; \quad \bar{\lambda}_j=\alpha_j-i\omega_j \qquad (4)$$

$$\text{Eigenvectors} \quad \phi_j=s_j+it_j; \quad \bar{\phi}_j=s_j-it_j \qquad (5)$$

The part of the solution which belongs to such a conjugate complex pair can be written as:

$$x_j(t) = B_j e^{\alpha_j t}\{s_j\sin(\omega_j t+\vartheta_j)+t_j\cos(\omega_j t+\vartheta_j)\} \qquad (6)$$

where ω_j is the circular frequency and α_j the damping constant. The damping constant α_j (real part of λ_j) determines whether the solution $x_j(t)$ is stable ($\alpha_j<0$) or unstable ($\alpha_j>0$).

The constants B_j and the phase angle ϑ_j depend on the initial conditions. Normally all of the conjugate complex pairs contribute to the solution of the natural vibrations. To explain the natural modes is not so easy as in the case of conservative systems.

The expression in parentèses in equation (6) can be defined as natural modes representing a time dependent curve in space.

IDENTIFICATION OF MODAL PARAMETERS OF THE RUNNING ROTOR

The natural frequencies and corresponding damping constants of the rotor shown in Fig.1 are identified by the same method [3] and the results are shown in Table 3.

It is clearly shown that the natural frequencies and damping constants are speed dependent. It is curious to note that the natural backward whirl frequencies are more damped than the forward ones.

Table 3. The Natural Frequencies and the Damping Constants of the Rotor

Rotation speed R.P.M		F_1 Hz	$-\alpha_1$ s^{-1}	F_2 Hz	$-\alpha_2$ s^{-1}	F_3 Hz	$-\alpha_3$ s^{-1}
$\Omega=0$		8.38	.172	13.01	.788	22.01	.628
$\Omega=402$	backward	8.32	2.64	-	-	18.30	.371
	forward	9.64	.675	13.74	.362	22.42	.281

REFERENCES

[1] Meirovitch, L. "Elements of Vibration Analysis" McGraw Hill Kogakusha Ltd. 1977.

[2] Eiber, A., Weber, H.I. "Experiments in Rotordynamic", VII COBEM, Dez. 1983, Uberlândia/MG.Brasil.

[3] Nordmann, R. "Modal Parameter Identification and Sensitivity Analysis in Rotating Machinery". Proceedings of International Conference on "Rotordynamic Problems in Power Plants" page 95. September 1982. Rome, Italy.

[4] Wauer, J. "Modal Analysis of Non-Conservative Distributed Parameter Rotor Systems". Sept. 1983. Prague, Liblice, Czechoslovakia.

OTIMIZAÇÃO DE UM COMPENSADOR FLEXÍVEL PARA MANCAIS AEROSTÁTICOS

J.G. DUDUCH
B. DE M. PURQUERIO
EESC-USP, SP

SUMÁRIO

Trata-se do estudo de um compensador flexível para ser usado em mancais aerostáticos. O dispositivo, com novo projeto e dimensões otimizados utiliza elementos (restritores) de borracha de silicone que sensoram a pressão de alimentação do mancal e, consequentemente, aumentam ou diminuem o escoamento através dos orifícios de alimentação. O desempenho do restritor foi observado através das características de capacidade de carga e da espessura do filme de ar lubrificante para várias condições de operação

1. INTRODUÇÃO

Sem auxílio de formulação matemática pode-se concluir que a capacidade de carga e a rigidez de um filme lubrificante de ar são menores que um filme de óleo, uma vez que o óleo é um fluído incompressível apresentando uma viscosidade muitas vezes maior que a do ar.

Para um desempenho satisfatório de um mancal aerostático (mancais lubrificados a ar pressurizado externamente), em termos de rigidez, exige-se, pois, que a espessura do filme lubrificante seja muito pequena, da ordem de micrometros. Espessuras de filme pequenas exigem, por sua vez, uma qualidade de fabricação das superfícies extremamente alta, normalmente lapidadas com a rugosidade da ordem de 0,1 RA, além do que, a utilização de ar extremamente limpo e seco depende do método de compensação ou restrição o que, normalmente, se faz através de furos de diâmetros pequenos, com ou sem rebaixo, figura 1-a e 1-b, respectivamente, da ordem de décimos de milímetros, cuja fabricação é difícil e cara.

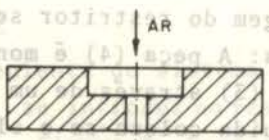


Figura 1-a

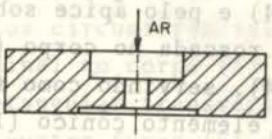


Figura 1-b

O fator econômico, portanto, é o limitante para o uso em larga escala na indústria mecânica desses mancais, já que são notórias suas vantagens em relação à lubrificação com fluído incompressível em aplicações onde se exigem: baixo atrito, utilização em temperaturas extremas, altas rotações, limpeza e outras. Nesses casos as soluções convencionais não apresentam desempenho satisfatório, sejam: mancais de rolamento ou mancais hidrodinâmicos. Nessas aplicações os mancais aerostáticos seriam a solução ideal, já que há quase total ausência de atrito, suportam altas e baixas temperaturas sem alteração na viscosidade e suportam rotações extremamente altas sem aquecimento.

A fim de se aumentar a rigidez do mancal aerostático sem, entretanto, manter folgas muito reduzidas (que exigem qualidade de fabricação elevada), são propostos compensadores flexíveis que regulariam a vazão de alimentação do mancal em função da carga aplicada.

2. RESTRITORES FLEXÍVEIS

Laub |1| propôs como método de compensação o orifício elástico cuja variação do diâmetro em função da variação da carga no mancal controlaria a pressão no interior do mancal. Esses elementos eram construídos de borracha.

Nunn e Payton |2| propuseram um elemento em forma de tubo de borracha. Ambos abandonados em vista de suas dimensões reduzidas, inviáveis, posto que os elastômeros possuem va

riação em suas propriedades em se tratando de pequenas quantidades.

À luz desse fato, Al Bender |3| desenvolveu o restritor chamado Flexível de Elemento Cônico, construído com dimensões do elastômero (borracha de silicone) consideráveis.

O compensador flexível de elemento cônico foi testado mostrando resultados satisfatórios em termos de se aumentar a rigidez dos mancais aerostáticos |4|.

Este trabalho visa otimizar o projeto do mesmo, solucionar os problemas inerentes à sua fabricação, tornando-os viáveis ao uso e ainda, procura dominar as variáveis para utilização adequada e uniforme.

O Restritor Flexíxel de Elemento Cônico, ilustrado na Figura 2 foi estudado por Purquerio |4|, verificando resultados satisfatórios.

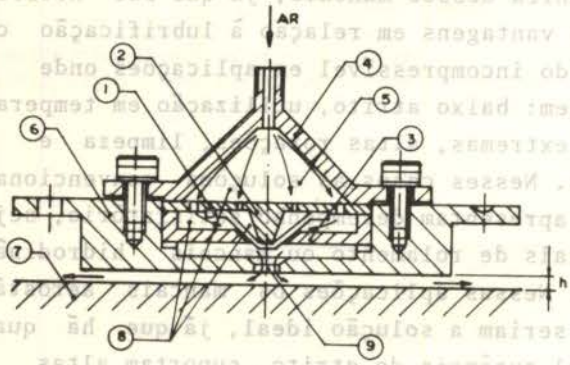


Figura 2 - Restritor Flexível de Elemento Cônico.

O elemento cônico de borracha (1) é colado na placa suporte (2) através de sua base e preso por um parafuso no seu ápice. A placa com orifício (3) é montada no mancal (6) e fixado pela placa suporte (2) e a tampa (4).

Princípio de funcionamento: Se uma carga elevada for aplicada no mancal, vai-se restringir o escoamento através da folga h do mancal (Figura 2), fazendo com que a pressão P_i em (9) se aproxime da pressão P_s em (8) de modo que o elemento de borracha permanece quase sem deformação. Com a diminuição do valor da carga W, o escoamento será maior e a pressão P_i menor, de modo que o elemento cônico se infla em função de P_i, restringindo o escoamento, não permitindo que a espessura do filme aumente e isso significa aumentar a rigidez do mancal.

Este compensador demonstrou resultados satisfatórios, porém não atraente à utilização devido a suas dimensões serem grandes, isso fez com que se estudasse outro modelo, compacto, prático, sem porém, utilizar elementos de borracha de dimensões reduzidas, pelo motivo colocado anteriormente.

Este novo projeto visa também otimizar os meios de fixação do elemento cônico: Eliminação da cola e do parafuso que prendem o elemento cônico (1) à placa (2), Figura 2, os quais influem no módulo de elasticidade da borracha e ocasionam incertezas quando de cada montagem.

3. RESTRITOR FLEXÍVEL OTIMIZADO

A Figura 3 mostra o modelo otimizado, com dimensões reduzidas (permitindo o uso mesmo em mancais não muito grandes) e eliminando as fixações indesejáveis, sejam a cola e o parafuso citadas no ítem 2, os quais acarretam não uniformidade construtiva e de montagem.

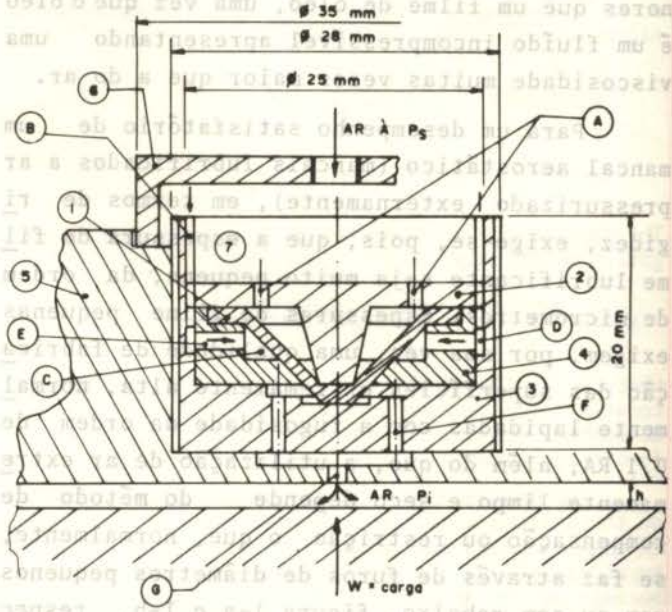


Figura 3 - Restritor Flexível Otimizado.

A montagem do restritor se processa da seguinte forma: A peça (4) é montada no interior do corpo (3) através de um ajuste deslisante. Em seguida coloca-se o elemento flexível, cônico de borracha (1) que se apoia pela aba na peça (4) e pelo ápice sobre o corpo (3). A tampa (2) é roscada no corpo (3) até encontrar a peça (4), servindo como fixação da aba e do ápice do elemento cônico (1). O conjunto é roscado no disco superior do mancal (5). Finalmente, é roscada a tampa (6) no mancal, sen

do que pela qual se faz a entrada de ar de alimentação.

4. O ELEMENTO FLEXÍVEL (1), Figura 4

O elemento flexível de borracha de Silicone Silastic RTJ J (Figura 4), é moldado em três moldes de uma só corrida para evitar alterações nas propriedades do material. As bolhas aprisionadas na massa são retiradas em uma câmara de vácuo após a fundição. Elementos de diversas espessuras de parede t foram construídos e testados: t = 0,8; 0,9; 1,0; 1,1; 1,2; $1{,}3.10^{-3}$ m.

5. REGULAGEM DA FOLGA f

A montagem do restritor, assim como descrita no ítem 3 resulta em uma folga f nula entre o elemento cônico e seu assento, detalhe A, Figura 4. Para se obterem folgas no restritor, f determinadas, usam-se três anéis espaçadores I, II e III colocados nas posições indicadas na Figura 4.

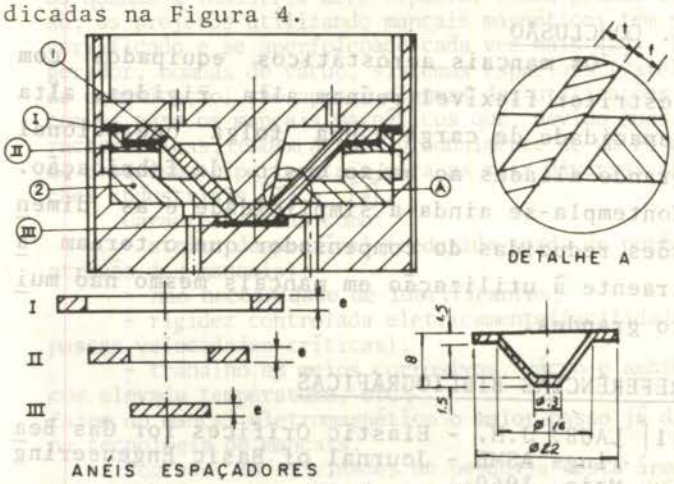


Figura 4 - Colocação dos anéis espaçadores

Os anéis colocados da maneira indicada na Figura 4 fazem com que o elemento cônico suba com relação à peça (2), Figura 4, de modo a aumentar a folga f, sem, entretanto, alterar as condições de fixação do elemento cônico.

6. FUNCIONAMENTO

O ar proveniente do sistema de alimentação à pressão P_s se introduz no restritor através da tampa (6), Figura 3. Esse ar se escoa por oito rasgos semicirculares (B) de raio 5.10^{-4} m dispostos circunferencialmente, no sentido longitudinal no corpo (3) até encontrar um rasgo retangular transversal (D) que se comunica com quatro furos (E) dispostos radial e simetricamente na peça (4). Esse ar então passa pela folga f, que a partir de então chamar-se-á Restrição do mancal agora a uma pressão P_i e daí se escoa através de F (4 furos de diâmetro $1{,}0.10^{-3}$ m) e G (furo de $3{,}0.10^{-3}$ m no disco superior do mancal) para as superfícies do mancal, mantidas distantes de uma folga h pela película de ar assim formada.

Por outro lado, a câmara (7), Figura 3, se comunica com o interior do elemento cônico (1) através de 4 furos (A) de diâmetro $1{,}0.10^{-3}$ m executados na tampa (2). Assim, o interior do elemento cônico será mantido à pressão P_s.

O princípio de funcionamento é semelhante ao descrito no ítem 2: Se uma carga elevada, W, for aplicada no mancal (Figura 3) a espessura da película de ar entre as superfícies do mancal tende a diminuir, restringindo o escoamento de ar, fazendo com que a pressão P_i tenda a se aproximar de P_s e o elemento cônico tenda a não sofrer deformação (já que as pressões interna e externa a ele são iguais). Diminuindo-se a carga W, o escoamento aumenta de modo a tornar a pressão P_i menor, acarretando a inflação do elemento cônico (pressão no interior maior que no exterior do elemento), fazendo com que o escoamento através da restrição diminua, não permitindo que a folga no mancal, h, aumente. Em outras palavras: com a diminuição da carga não há aumento de vazão, acarretando um aumento da rigidez do mancal.

7. ENSAIOS E BANCO DE ENSAIOS

O banco de ensaios é como esquematizado na Figura 5. Projetado para ensaio do mancal de escora (I), Figura 5.

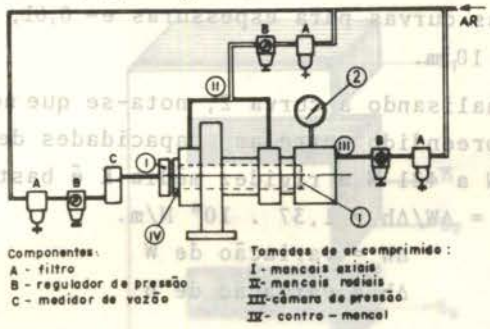


Figura 5 - Banco de Ensaios

A variação da carga sobre o mancal far-se-á através da variação da pressão na câmara de pressão (III).

No mancal axial (I) é montado o restritor flexível através de três parafusos cuja ajustagem assegura o paralelismo entre o mancal (I) e o contra-mancal (VI). O restritor flexível é montado no mancal (I) e através do

qual o ar entra para suas superfícies. O contra-mancal está fixado num eixo (1) sustentado por mancais aerostáticos alimentados pela tomada de ar (II). A outra extremidade do eixo se comunica com a câmara de pressão (III), formando assim um cilindro pneumático. A câmara (III) aplica uma pressão sobre o eixo, medida através do manômetro (2). A carga W que é aplicada no mancal (I) é então a pressão medida em (2) multiplicado pela área da seção do eixo. O deslocamento (e consequentemente a variação da folga h) do eixo e contra-mancal é medida através de um relógio comparador micrométrico instalado em um furo executado no mancal (I).

8. ENSAIOS E RESULTADOS

Após montado o restritor no mancal diversas curvas de rigidez, ou seja, curvas que relacionam a folga h com a capacidade de carga W do mancal para diversos valores de f, e, t e P_s entre 27 e 42.10^4 N/m^2, foram levantadas.

Através da análise das curvas obtidas chegou-se às condições ideais de dimensões e características do material. A espessura de parede t ótima resultou aproximadamente 1 milímetro, utilizando borracha de silicone RTV J da Dow Corning com dureza 40 na escala Shore, módulo de elasticidade E = 1,4 . 10^6 N/m^2 e coeficiente de Poisson ν = 0,28.

Entre as curvas levantadas as melhores rigidizes foram conseguidas para folgas f no restritor equivalentes às espessuras de anel espaçador entre e=0,6 a 0,7.10^{-3}m. A Figura 6 mostra as curvas para espessuras e= 0,61; 0,64 e 0,7 . 10^{-3}m.

Analisando a curva 2, nota-se que no trecho compreendido entre as capacidades de carga 147 N a 421 N a rigidez média K é bastante alta: K = $\Delta W/\Delta h$ = 1,37 . 10^8 N/m.

ΔW = variação de W

Δh = variação de h

Nota-se, ainda, que as folgas para estas capacidades de carga se mantêm entre 0,032 a 0,034. 10^{-3}m, consideradas ideais.

Para o mesmo mancal, provido de restritor de orifício rígido de diâmetro 0,2.10^{-3}m e pressão de alimentação 41,2 . 10^4N/m^2 foi obtida uma rigidez máxima K = 4,3 . 10^7 N/m para uma folga h=0,015.10^{-3}m no mancal (curva 4, Figura 6).

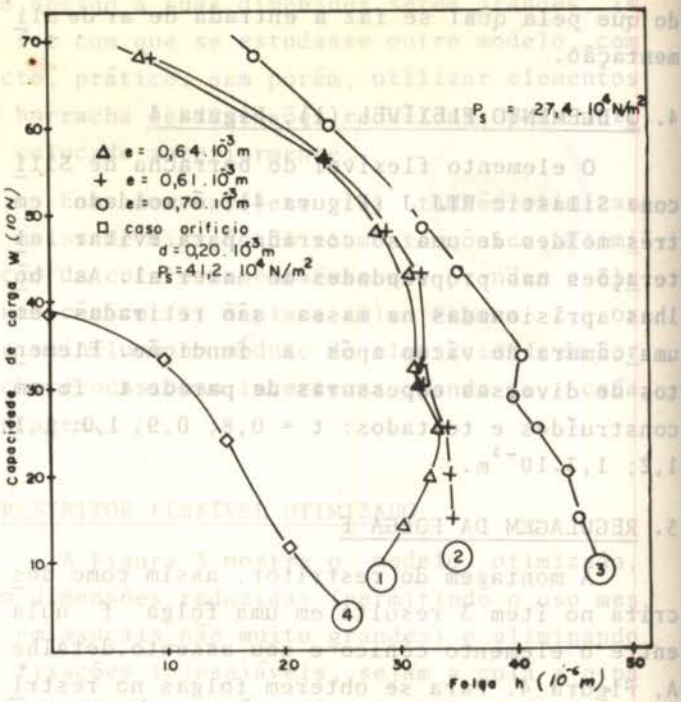


Figura 6 - Curvas de Capacidade de Carga, W versus folga, h

9. CONCLUSÃO

Os mancais aerostáticos equipados com restritor flexível reúnem alta rigidez, alta capacidade de carga e uma folga operacional grande aliadas ao baixo custo de fabricação. Contempla-se ainda a simplicidade e as dimensões reduzidas do compensador que o tornam atraente à utilização em mancais mesmo não muito grandes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

|1| LAUB, J.H. - Elastic Orifices for Gas Bearings ASME - Journal of Basic Engeneering Maio, 1960.

|2| NUNN, M.C. and PAYTON, R.A. - The Influence of Component Flexibility on the Performance of the Externally Pressurized Air Bearing. M. Sc. Tribology Dissertation, Leeds the University, England, 1969.

|3| AL BENDER, F.F.M. - Investigation of a Flexible Compensator. M.Sc. Tribology Dissertation, Leeds, the University, 1976.

|4| PURQUERIO, B.M. - Development of a Flexible Compensator for Externally Pressurized Air Bearing. M.Sc. Tribology Dissertation Leeds, the University, 1979.

SUMMARY

A study on a flexible compensator to be used in aerostatic bearings was carried out. The device, with a new design and optimized dimensions employs Silicone rubber elements which regulate the feed pression in the bearing and, consequently increase or decrease the flow through the feed holes. The performance of the restrictor was measured by means of the load carrying capacity and film thickness for many operatation conditions.

DETERMINAÇÃO ANALÍTICA E EXPERIMENTAL DAS CARACTERÍSTICAS FUNDAMENTAIS DE UM SUPORTE MAGNÉTICO

MILTON DIAS JÚNIOR
DOUGLAS EDUARDO ZAMPIERI
GEPROM — UNICAMP-SP

SUMÁRIO

O presente trabalho tem por objetivo mostrar os resultados analíticos e experimentais iniciais das características principais de mancais magnéticos. Curvas de força x deslocamento e força x corrente são obtidas através de testes estáticos efetivados com o auxílio de células de carga. Pela aplicação de técnicas de controle moderno discute-se a linearização destas características de modo a possibilitar o controle dos mancais. Os principais parâmetros do sistema, tais como rigidez e amortecimento são obtidos por teste impulsivo.

INTRODUÇÃO

O conceito geral de mancais magnéticos, que consiste da utilização de forças magnéticas para manter o espaçamento entre as superfícies do mancal e do rotor, existe há vários anos [1]. Desde o final da década de 60 quando a indústria aero-espacial tomou grande impulso, os projetos utilizando mancais magnéticos têm se diversificado e se aperfeiçoado cada vez mais [2]. Turbo-gerador, bombas de vácuo, sistemas espaciais (satélites de comunicação) são apenas algumas das utilizações mais comuns para os mancais magnéticos que, devido suas características, tendem a sair gradualmente de um estado de pesquisas experimentais para as mais diversas aplicações industriais [3] e [4].

Características como:

- atrito desprezível (reduzida perda de potência através dos mancais);
- não necessidade de lubrificantes;
- rigidez controlada eletricamente (facilidade de passar velocidades críticas);
- trabalho em meios corrosivos, vácuo e ambiente com elevada temperatura, etc,

fazem do mancal eletromagnético o maior passo já dado na tecnologia de mancais.

Contudo, as atividades de pesquisa nesta área são desenvolvidas, sobretudo, por indústrias que mantêm sob sigilo os resultados obtidos.

Assim, elaborou-se um plano de pesquisa nesta área, cujos primeiros resultados são apresentados aqui.

DESENVOLVIMENTO ANALÍTICO

Para determinação das propriedades de um eletroimã foi proposto um sistema de um grau de liberdade sujeito à força magnética produzida por um eletroímã (Fig. 1).

Com o objetivo de diminuir as perdas magnéticas, o núcleo do eletroímã foi construído em chapas de aço-silício laminado com perfil "E" (Fig.2). Isto deveu-se ao fato de não se encontrar outros perfis compatíveis com o sistema no mercado.

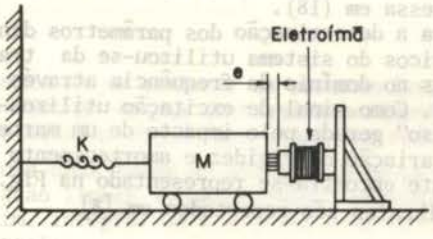


Fig. 1 Modelo Físico - Deslocamento axial

Seja B o vetor densidade de fluxo magnético e H o vetor intensidade de campo magnético. Estas duas grandezas estão relacionadas pela expressão

$$\underset{\sim}{B} = \mu \underset{\sim}{H} \quad , \tag{1}$$

onde μ é a permeabilidade do meio (μ_o para o ar)

A força F que age em qualquer superfície S da interface ar-ferro é dada por [5].

$$\underset{\sim}{F} = \frac{1}{2\mu_o} \int_S |\underset{\sim}{B}|^2 ds \tag{2}$$

Esta equação é aproximada uma vez que não leva em conta a energia magnética armazenada no núcleo do eletroímã. Contudo, (2) vale como boa aproximação se a permeabilidade do material do núcleo for muito maior do que a permeabilidade do ar (o que será o caso quando o material do núcleo não estiver próximo à saturação).

Se o entreferro e for pequeno podemos considerar que o campo B é constante ao longo de toda a superfície S. Assim, de (2) temos:

$$|\underset{\sim}{F}| = \frac{|\underset{\sim}{B}|^2}{2\mu_o} .S \; . \tag{3}$$

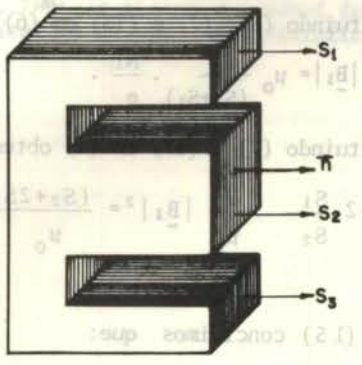


Fig.2 Esquema do núcleo do eletroímã

Esta é a força que age em cada secção S_i do eletroímã. A resultante que agirá na massa do sistema será portanto:

$$|\underset{\sim}{R}| = \frac{|\underset{\sim}{B}_1|^2}{2\mu_o}.S_1 + \frac{|\underset{\sim}{B}_2|^2}{2\mu_o}.S_2 + \frac{|\underset{\sim}{B}_3|^2}{2\mu_o}.S_3 \; . \tag{4}$$

Da lei circuital de ampère temos para um eletroímã com enrolamento de N espiras onde flui uma corrente I.

$$\oint \underset{\sim}{H}.d\underset{\sim}{L} = NI. \qquad (5)$$

Como grande parte da energia do sistema é consumida nos entreferros podemos escrever, baseados em (5) que

$$\underset{\sim}{H}_1.\underset{\sim}{n} + \underset{\sim}{H}_2.\underset{\sim}{n} + \underset{\sim}{H}_3.\underset{\sim}{n} \quad e = N_1I_1 + N_3I_3 \ , \qquad (6)$$

onde N_1 e N_3 são o número de enrolamentos de cada bobina do eletroímã e I_1 e I_3 são as correntes que fluem por elas.

Para que as forças nas secções 1 e 3 sejam as mesmas, devemos ter

$$|\underset{\sim}{B}_1| = |\underset{\sim}{B}_3| \quad N_1I_1 = N_3I_3 = NI. \qquad (7)$$

Como as bobinas são alimentadas pela mesma fonte temos:

$$N_1 = N_3 = N. \qquad (8)$$

Definimos fluxo magnético (ϕ_n) por:

$$\phi_n = \iint \underset{\sim}{B}.d\underset{\sim}{s} \qquad (9)$$

Se $\underset{\sim}{B}$ é constante ao longo da área S

$$\phi_n = B.S \qquad (10)$$

Analogamente à lei dos nós nos circuitos elétricos, podemos escrever para o circuito magnético

$$\phi_{n_2} = \phi_{n_1} + \phi_{n_3} \qquad (11)$$

onde os índices 1,2 e 3 indicam as secções do eletroimã que o fluxo atravessa. A expressão (11) é válida para o caso em que o vetor densidade de fluxo magnético nas secções 1 e 3 tenham o mesmo sentido.

Substituindo (10) em (11) temos:

$$B_2S_2 = B_1S_1 + B_3S_3. \qquad (12)$$

Mas de (7) sabemos que $|\underset{\sim}{B}_1| = |\underset{\sim}{B}_3|$ e das características geométricas $S_1 = S_3$. Assim (12) produz

$$B_2S_2 = 2B_1S_1 \qquad B_2 = 2\,\frac{S_1}{S_2}\,B_1. \qquad (13)$$

Substituindo (1), (7) e (13) em (6) temos

$$|\underset{\sim}{B}_1| = \mu_o \frac{S_2}{(S_2+S_1)} \cdot \frac{NI}{e}. \qquad (14)$$

Substituindo (7) e (13) em (4) obtemos que

$$|\underset{\sim}{R}| = 1+2\frac{S_1}{S_2}\,\frac{S_1}{\mu_o}\,|\underset{\sim}{B}_1|^2 = \frac{(S_2+2S_1)}{\mu_o}\cdot\frac{S_1}{S_2}\,|B_1|^2 \qquad (15)$$

De (14) e (15) concluimos que:

$$|\underset{\sim}{R}| = \frac{(S_2+2S_1)}{(S_2+S_1)^2}.S_1.S_2.\mu_o\,\frac{(NI)^2}{e^2}, \qquad (16)$$

que é a força resultante que age sobre a massa do sistema. Podemos escrever (16) de outro modo, ou seja:

$$|\underset{\sim}{R}| = K.\frac{I^2}{e^2}, \qquad (17)$$

onde $K = \frac{(S_2+2S_1)}{(S_2+S_1)^2}.S_1.S_2.\mu_o.N^2$ = constante.

Lembramos que N é o número de enrolamentos de cada bobina e I a corrente que flui em cada uma delas.

Podemos notar que calculando o limite quando S_1 ou S_2 tendem a zero, a expressão (16) fica compatível com a expressão (3) que é a força que age em uma das secções tranversais.

Mais ainda, conforme detalhado em [6] é possível linearizar-se a força de um eletroímã, quando por exemplo, no controle das vibrações de um sistema rotativo.

Neste caso é necessário integrar o eletroímã a um sistema de controle com realimentação, onde ele atuará como controlador de preferência com características lineares. Apesar da relação entre a força e o deslocamento expressa em (16) e representada na Fig.5 ser não linear, foi demonstrado em [7] que a força magnética depende linearmente da corrente e do deslocamento segundo a equação

$$|\underset{\sim}{F}| = k_s\,e + k_i\,i, \qquad (18)$$

onde k_s e k_i são parâmetros característicos do eletroímã definidos, respectivamente, como fator força-deslocamento e fator força-corrente representados pelas relações:

$$k_s = \frac{c}{e}\,i\,k_i, \quad k_i = \frac{c}{e^2}S_2\,\mu_o\,N_i^2 \qquad (19)$$

sendo c um fator de forma de eletroímã.

EXPERIMENTOS

Com o eletroímã rigidamente fixo em uma mesa inercial, intrumentou-se uma plataforma em molas elásticas, conforme mostra a Fig. 3. Este tipo de apoio garante uma rigidez infinita na direção vertical, enquanto as molas de lâmina propiciam um deslocamento linear sem que haja inclinação da mesa. A determinação da força gerada foi feita através de uma célula piezoelétrica, enquanto o deslocamento foi obtido do sinal de um transdutor de deslocamento com contato (LVDT).

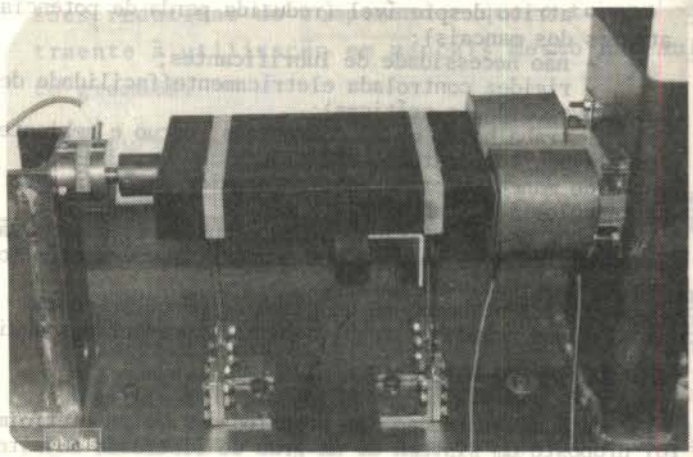


Fig. 3 Montagem Experimental

As características de entrada-saída do sistema (força gerada em função da corrente), bem como a influência do entreferro no desempenho do eletroímã encontram-se nas Fig. 4 e 5. Estes resultados permitem concluir que para uma determinada faixa de operação é razoável propor-se com lei de formação para a força a equação linear expressa em (18).

Para a determinação dos parâmetros dinâmicos característicos do sistema utilizou-se da transformação dos sinais no domínio da frequência através de um Analisador FFT. Como sinal de excitação utilizou-se uma "função impulso" gerada pelo impacto de um martelo.

A variação de rigidez e amortecimento em função da corrente encontra-se representado na Fig. 6. Resultados semelhantes são reportados em [8].

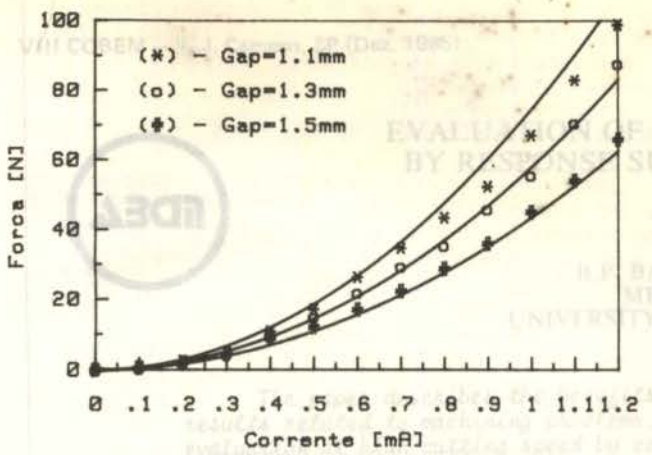


Fig. 4 Característica força-corrente do eletroímã

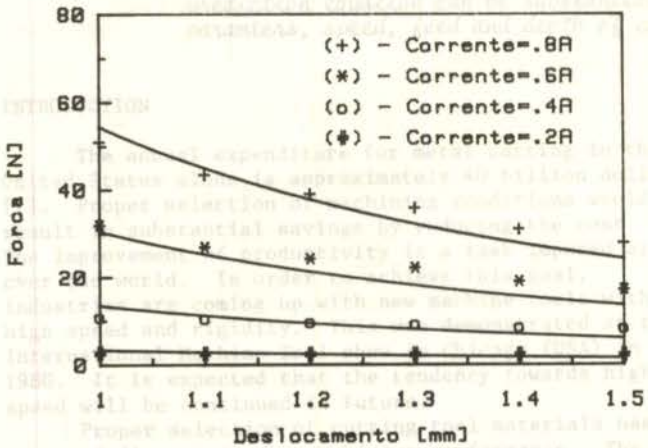


Fig. 5 Variação da força em função do entreferro

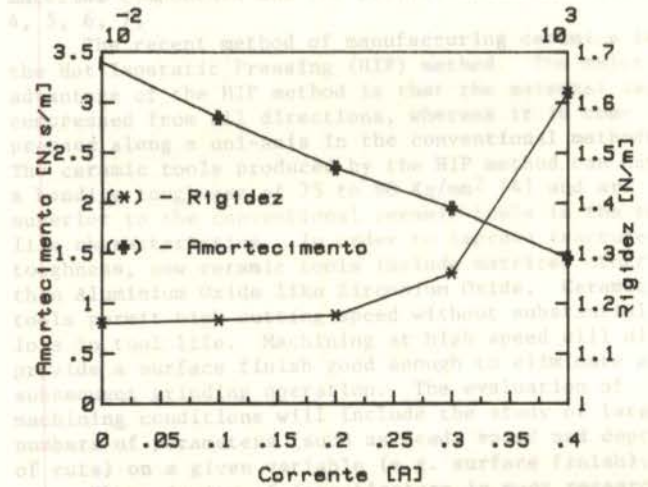


Fig. 6 Fator de mola e Fator de amortecimento

CONCLUSÕES

No intuito de se conhecer as características de um eletroímã efetuou-se uma montagem experimental simples que possibilitou chegar aos seguintes resultados:

- em uma dada faixa de variação pode-se supor uma relação linear força/corrente, possibilitando assim, integrar um eletroímã a um circuito de controle.
- Os resultados experimentais comprovam o procedimento analítico proposto.
- As discrepâncias entre a teoria e os experimentos foram da ordem de 8%. As fontes de erros mais significativas foram a dificuldade de se obter um paralelismo perfeito entre eletroímã e a plataforma, bem como a inviabilidade de se medir com exatidão entreferros pequenos.

REFERÊNCIAS

[1] Habermann, H.; Liard, G.: The Magnetic Bearing. A Revolutionary Principle. Ball Bearing Journal 192. pp. 1-7.

[2] Habermann, H.; Liard, G.: Active Magnetic Bearings for Space Projects. Ball Bearing Journal 194. pp. 5-9.

[3] Habermann, H.; Liard, G.: Active Magnetic Bearings in Turbo-Equipament. Ball Bearing Journal 195.pp. 16-20

[4] SKF Group Technical Information PTU770412, 1977.

[5] Walowit, J.A.; Pinkus, O.: Analytical and Experimental Investigation of Magnetic Support Systems. Part 1: Analysis. Transaction of ASME. Journal of Lubrification Technology, vol. 104, 1982, pp. 418-428.

[6] Zampieri, D.E.: Einfluss einer Aktiven Magnetischen Lagerung auf das Verhalten eines Rotors. Tese de Doutoramento. Universidade de Stuttgart, 1981.

[7] Schweitzer, G.; Lange, R.: Characteristics of a Magnetic Rotor Bearing for Active Vibration Control. Conference on Rotordynamics, Cambridge, 1976.

[8] Lépore Neto, F.P.; Steffen Jr., V.: Projeto CNPq "Mancal Magnético", 1980.

SUMMARY

In the last years, the applications of magnetic-bearings have largely increased. They become more and more advanced and diversified. So it is necessary to have the knowledge to realize a more perfect magnetic-bearing system to satisfy the actual demands. Here we present some of the first results of a project which intend do study in detail the magnetic-bearing. Analytic relations are derived and then veryfied by experiments. Force-displacement and force-current characteristics obtained by static tests are shown too. Some of the main parameters, like damping and stiffness, were reached by impulsive test. The use of modern control techniches for the linearization of that characteristics is discussed.

EVALUATION OF MACHINING CONDITIONS BY RESPONSE SURFACE METHODOLOGY

B.P. BANDYOPADHYAY
MEMBER-ASME
UNIVERSITY OF THE WEST INDIES

The paper describes the benefits of the statistical evaluation of experimental results related to machining problems. This paper presents a study of surface finish evaluation at high cutting speed by ceramic tools by a statistical approach, known as response surface methodology, instead of one variable at a time method. A simple first order surface roughness prediction equation is postulated. The parameters of the postulated equation are determined experimentally. With the new response surface technique, the number of experiments required to develop a surface roughness prediction equation can be substantially reduced. The effect of three independent paramters, speed, feed and depth of cut on surface roughness are evaluated.

INTRODUCTION

The annual expenditure for metal cutting in the United States alone is approximately 40 billion dollars [1]. Proper selection of machining conditions would result in substantial savings by reducing the cost. The improvement of productivity is a task imposed all over the world. In order to achieve this goal, industries are coming up with new machine tools with high speed and rigidity. This was demonstrated at the International Machine Tool show in Chicago (USA) in 1980. It is expected that the tendency towards higher speed will be continued in future.

Proper selection of cutting tool materials has great influence on the machining performance. The ceramic tool is becoming more popular for high speed machining due to the improvements in the tool toughness. The ceramic tools are classified depending upon the material components and the production methods [2, 3, 4, 5, 6, 7]

The recent method of manufacturing ceramics is the Hot Isostatic Pressing (HIP) method. The major advantage of the HIP method is that the material is compressed from all directions, whereas it is compressed along a uni-axis in the conventional methods. The ceramic tools produced by the HIP method can have a bending toughness of 75 to 80 Kg/mm^2 [4] and are superior to the conventional ceramic tools in the tool life characteristics. In order to improve fracture toughness, new ceramic tools include matrices other than Aluminium Oxide like Zirconium Oxide. Ceramic tools permit high cutting speed without substantial loss in tool life. Machining at high speed will also provide a surface finish good enough to eliminate a subsequent grinding operation. The evaluation of machining conditions will include the study of large numbers of parameters (such as feed, speed and depths of cuts) on a given variable (e.g. surface finish).

The majority of investigators in many research fields at present, use an inefficient method of testing the effect of only one factor at a time. A more efficient method is the response surface methodology which is applied to metal cutting research in this paper. Response surface methodology was first proposed by Prof. G.E.P. Box in 1951 for optimizing problems in chemical process engineering [8]. The efficient experimental designs making full use of the recent advances in experimental statistics have been applied by few investigators [9, 10, 11].

POSTULATION OF THE MATHEMATICAL MODEL

The effects of three independent parameters, speed, feed and depth of cut on surface roughness are evaluated. The proposed relationship is

$$R_a = K\, V^n f^m d^b$$

The equation can be transformed into the following form:

$$\eta = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3$$

where η is the true response of surface roughness in logarithmic scale, x_1, x_2 and x_3 are the logarithmic transformations of V, f and d respectively and β_0, β_1, β_2, β_3 are the parameters. The estimated response can be written as

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + \varepsilon \qquad -(1)$$

where $\hat{y}$ = predicted surface roughness

$b_{0,\,1,\,2,\,3}$ are the estimates of the parameters

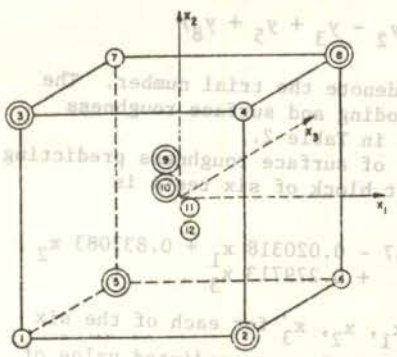
$\beta_{0,\,1,\,2,\,3}$ respectively

ε is the experimental error

The coefficients $b_{0,\,1,\,2,\,3}$ can be determined by the method of least squares.

DESIGN OF EXPERIMENTS

Only twelve (12) tests were conducted which constitutes a conventional 2^3 factorial design with an added center point repeated four times [12]. The arrangement of experimental points is shown in Fig. 1. where numbered points refer to standard trial numbers.



BLOCK TRIAL NUMBER
1 2,3,5,3,9,10
2 1,4,5,7,11,12

FIG. 1 Trial Number of Design of Experiments

The four parameters of Equation (1) was estimated by carrying out only the six experiments of Block 1. When another six experiments of the Block 2 were conducted, a more precise estimate of the parameters was obtained giving rise to better confidence interval for these parametets.

The experiments were conducted on a lathe model COLCHESTER 2500 with black ceramic tools of triangular shape. Tool insert specification was T C G N 16080T. Widia tool holder with specification 280 S T N 2225R was used. The workpiece material was S A E 1045. The workpiece was held between the chuck and the tailstock. The workpiece was 300 mm in length and 65 mm in diameter. The cutting conditions were selected as per the recommendation for ceramic tools. Each experiment was started with a new insert edge. Cylindrical turning was performed and surface roughness was measured by the instrument SURFTEST - B. No cutting fluid was used in the experiment. The experimental cutting conditions are presented in Table 1.

TABLE 1 Experimental Conditions

Level	V (m/min)	Feed f mm/rev	Depth of cut d in min	Coding x_1	x_2	x_3
High	500	0.32	1.00	1	1	1
Center	274	0.10	0.71	0	0	0
Low	150	0.03	0.50	-1	-1	-1

where 1 represents high level and -1 represents low level. x_1, x_2, x_3 can be found out from the relationship

$$x_1 = \frac{2(\ln V - \ln 500)}{\ln 500 - \ln 150} + 1$$

$$x_2 = \frac{2(\ln f - \ln 0.32)}{\ln 0.32 - \ln 0.03} + 1 \qquad -(2)$$

$$x_3 = \frac{2(\ln d - \ln 1.0)}{\ln 1.0 - \ln 0.50} + 1$$

ESTIMATION OF THE PARAMETERS

The parameters of the equation (1) can be estimated by using the basic formula

$$b = (X^1X)^{-1} X^1Y \qquad -(3)$$

Solving the equation (3) the parameters b can be determined for the first six tests (first block) as follows:-

$$b_0 = \frac{1}{6} (y_2 + y_3 + y_5 + y_8 + y_9 + y_{10}$$

$$b_1 = \frac{1}{4} (y_2 - y_3 - y_5 - y_8)$$

$$b_2 = \frac{1}{4} (-y_2 + y_3 - y_5 + y_8)$$

$$b_3 = \frac{1}{4} (-y_2 - y_3 + y_5 + y_8)$$

The sub letters of y denote the trial number. The cutting conditions, coding and surface roughness results are presented in Table 2.

The fitted model of surface roughness predicting equation, for the first block of six tests is therefore

$$\hat{y} = 0.40547 - 0.020318\, x_1 + 0.837083\, x_2 + 0.279713\, x_3$$

Each combination of x_1, x_2, x_3 for each of the six tests can be used to calculate a predicted value of y, $\hat{y}$, surface roughness Ra and the appropriate confidence intervals. The 95 percent confidence intervals for the first six tests are listed in Table 3. The calculation of confidence intervals is discussed in details [9].

DISCUSSION OF FIRST BLOCK OF SIX TESTS

The postulated model was tested for adequacy by the F-test discussed in details [9]. The ratio of the mean squares of lack of fit to the mean squares of pure error was found to be 5.537 which compares favourably with the 95 percent F-test with 1 and 1 degrees of freedom, of 161. Therefore it may be concluded that the postulated model is adequate. However, the 95 percent confidence intervals shown in Table 3 are too large to be of practical value. Further tests should be carried out in order to reduce the size of these intervals. Therefore, the second block of six tests were performed (see Fig. 1).

RESULTS OF SECOND BLOCK OF SIX TESTS AND COMBINED RESULTS OF TWELVE TESTS

Second block of six tests were conducted. The parameters of the equation (1) may be calculated from the following equations:

$$b_0 = \frac{1}{6} [y_1 + y_4 + y_6 + y_7 + y_{11} + y_{12}]$$

$$b_1 = \frac{1}{4} (-y_1 + y_4 + y_6 - y_7)$$

$$b_2 = \frac{1}{4} (-y_1 + y_4 - y_6 + y_7)$$

$$b_3 = \frac{1}{4} (-y_1 - y_4 + y_6 + y_7)$$

The fitted model of surface roughness prediction equation for the second block of tests is therefore:

$$\hat{y} = 0.6167072 - 0.220597\, x_1 + 0.913744\, x_2 - 0.034815\, x_3$$

The analysis of variance and calculation of 95 percent confidence intervals are presented in Table 4.

The postulated model for the second block of six tests was also found adequate, but the 95 percent confidence intervals are found too large. Therefore the results from the first and second block of tests were combined and analysed. The parameters of the equation (1) were determined by taking the averages of the corresponding coefficients from the first and second blocks. This is because of the orthogonal property of the design. The combined equation is:-

$$\hat{y} = 0.511089 - 0.120458\, x_1 + 0.8754135\, x_2 + 0.12245\, x_3$$

The 95 percent confidence intervals for the twelve tests are presented in Table 5. The model was found adequate. The fitted model of surface roughness prediction equation, obtained from the twelve tests can be transformed into the following generalized equation:

$$R_a = \frac{32.29177\, f^{0.7396432}\, d^{0.353316}}{V^{0.2001}}$$

which can be used for determination of surface roughness.

CONCLUSIONS

1. Surface roughness prediction can be conducted more effectively by the response surface methodology than by conventional one variable at a time methods. Only 12 tests were conducted to determine the first order surface roughness prediction equation.

2. It has been noticed that by using ceramic tools at higher cutting speed (500 m/min) parts with high surface finish (Ra = 0.45 μm) may be produced good enough to eliminate subsequent grinding operation.

ACKNOWLEDGEMENT

The author wishes to thank Mr. Michael Mahabir for his help in the preparation of this paper. The author is also grateful to the Production Engineering Laboratory of the University of Netherland Antilles, Curacao, for providing facilities for this work.

NOMENCLATURE

b	=	Estimated Values of β
d	=	Depth of cut in mm.
f	=	Feed in mm/rev.
K	=	Constant
m,n,p	=	Exponential Constants
V	=	Cutting speed in m/min.
Ra	=	C.L.A. value in μm

REFERENCES

[1] Bhattacharyya, A. and Ham, I., Design of Cutting Tools - ASTME, Dearborn, Michigan 1969.

[2] Trent, E.M., Metal Cutting, 2nd Edition, Butterworths, London, 1984.

[3] Kalish, Herbert S., Status Report: "Cutting Tool Materials", Metal Progress ASM Nov. 1983. pp. 21-27.

[4] Kazuaki, J., "Present Status of Manufacturing in Japan", Proc. UNESCO-CIRP Seminar on Manufacturing Technology, Singapore 1983, pp. 256-283.

[5] Hatschek, R.L., "Take A New Look At Ceramics/ Cermets", American Machinist, May 1981, pp. 165-176.

[6] Hatchek, R.L., "New Ceramics Rev Up Cutting Speed", American Machinist, Jan. '83, pp. 110-112.

[7] Farukawa, M., "Properties of Isotatically Hot Pressed Alumina", JSPE, V.46,NO.5,'80 pp.541-546.

[8] Box, G.E.P. and Wilson, K.B., "On the Experimental Attainment of Optimum Conditions", Royal Statistical Society, B 13.1 (1951).

[9] Wu, S.M., "Tool Life Testing By Response Surface Methodology" - Part I - Journal of Engineering for Industry, May 1964, pp. 105-116.

[10] Levi, R., Evaluation of Machining Conditions by Factorial Experiment", Int. J. Machine Tool Design Research, Vol. 5, 1965, pp.217-221.

[11] Lorenz, G. "Statistics Assist Solving Production Problems", Proc. UNESCO-CIRP Seminar on Manufacturing Technology, Singapore, 1983. pp. 245-255.

[12] Davies, O.W., Design and Analysis of Industrial Experiments, Hafner, N.Y. 1960.

TABLE 2 Cutting Conditions, Coding and Surface Roughness Results

Trial No.	Block No.	Speed V m/min	Speed f mm/rev	Depth of cut d mm	Coding x_1	x_2	x_3	Surface Roughness Ra (μm)	Results y
1	2	150	0.03	0.50	-1	-1	-1	1.00	0.0000
2	1	500	0.03	0.50	1	-1	-1	0.45	-0.79851
3	1	150	0.32	0.50	-1	1	-1	2.50	0.91629
4	2	500	0.32	0.50	1	1	-1	4.00	1.386294
5	1	150	0.03	1.00	-1	-1	1	0.82	-0.19845
6	2	500	0.03	1.00	1	-1	1	0.60	-0.510825
7	2	150	0.32	1.00	-1	1	1	5.80	1.7578597
8	1	500	0.32	1.00	1	1	1	4.20	1.43508
9	1	274	0.10	0.71	0	0	0	1.68	0.51879
10	1	274	0.10	0.71	0	0	0	1.75	0.55962
11	2	274	0.10	0.71	0	0	0	1.73	0.5481214
12	2	274	0.10	0.71	0	0	0	1.68	0.5187938

TABLE 3 Fitted Model: $\hat{y} = 0.40547 - 0.020318x_1 + 0.837083x_2 + 0.279713x_3$

Trial No.	Obtained Ra(μm)	y	$\hat{y}$	$\hat{Ra}$	95% Confidence Intervals $\hat{y}$	$\hat{Ra}$
2	0.45	-0.79851	-0.731644	0.481117	-1.44957 to -0.14745	0.23467 to 0.8629
3	2.50	0.91629	0.983158	2.672884	0.26523 to 1.5674	1.3037 to 4.7939
5	0.82	-0.19845	-0.131582	0.876707	-0.8495 to 0.45261	.4276 to 1.5724
8	4.20	1.43508	1.501948	4.490428	0.78402 to 2.08614	2.1902 to 8.05377
9	1.68	0.51879	0.40547	1,5000	0.22879 to 0.80879	1.2571 to 2.24519
10	1.75	0.55962	0.40547	1.5000	0.26962 to 0.84962	1.30947 to 2.33875

TABLE 4 Fitted Model: $\hat{y} = 0.6167072 - 0.220597x_1 + 0.913744x_2 - 0.034815x_3$

Trial No.	Obtained Ra (μm)	y	$\hat{y}$	$\hat{Ra}$	95% Confidence Intervals $\hat{y}$	$\hat{Ra}$
1	1.000	0.00	-0.0416248	0.95923	-0.4244 to 0.4244	0.6542 to 1.5286
4	4.000	1.386294	1.3446692	3.8369	0.9619 to 1.8107	2.6167 to 6.1147
6	0.60	-0.510825	-0.5524488	0.5755	-0.9352 to -0.0864	0.3925 to 0.9172
7	5.80	1.7578579	1.716233	5.5635	1.333 to 2.1822	3.7941 to 8.866
11	1.73	0.5481214	0.6167072	1.8528	0.3671 to 0.7291	1.443 to 2.073
12	1.68	0.5187938	0.6167072	1.8528	0.3378 to 0.6998	1.402 to 2.013

TABLE 5 Fitted Model: $\hat{y} = 0.511089 - 0.120458x_1 + 0.874135x_2 + 0.12245x_3$

Trial No.	Ra	y	$\hat{y}$	$\hat{Ra}$	95% Confidence Intervals $\hat{y}$	$\hat{Ra}$
2	0.45	-0.79851	-0.60723	0.54486	-1.188 to -0.40851	0.3047 to 0.6646
3	2.50	0.91629	1.38451	3.99287	0.5263 to 1.3063	1.693 to 3.6924
5	0.82	-0.19845	-0.1214165	0.885665	-0.5885 to 0.19155	0.5552 to 1.2111
8	4.20	1.43508	1.388495	4.0088	1.0451 to 1.8251	2.844 to 6.203
9	1.68	0.51879	0.511089	1.6671	0.35249 to 0.6851	1.423 to 1.984
10	1.75	0.55962	0.511089	1.6671	0.3933 to 0.7259	1.4819 to 2.067
1	1.00	0.000	-0.36631	0.6933	-0.39 to +0.39	0.677 to 1.477
4	4.00	1.386294	1.14359	3.13802	0.9963 to 1.7763	2.708 to 5.908
6	0.60	-0.510825	-0.36233	0.69605	-0.9008 to -0.12083	0.4062 to 0.8862
7	5.80	1.7578597	1.6294105	5.10087	1.36786 to 2.1479	3.9269 to 8.566
11	1.73	0.5481214	0.511089	1.6671	0.3818 to 0.7144	1.4649 to 2.043
12	1.68	0.5187938	0.511089	1.6671	0.3525 to 0.6851	1.4226 to 1.984

INFLUÊNCIA DAS CONDIÇÕES DE USINAGEM NOS ÍNDICES DE USINABILIDADE BASEADOS NAS FORÇAS DE CORTE E DE AVANÇO NO TORNEAMENTO.

LAMARTINE BEZERRA DA CUNHA
DEPTO. ENG. MECÂNICA — CT-UFPE
NIVALDO LEMOS CUPINI
DEM/FEC/UNICAMP

SUMÁRIO

Neste trabalho foram realizados ensaios de usinabilidade adotando-se como critério a força de corte e a força de avanço em operações de torneamento. Tais forças, medidas com auxílio de transdutores piezoelétricos permitiram avaliar a metodologia do ensaio e o comportamento do Índice de Usinabilidade quando variou-se a velocidade de corte e o avanço.

INTRODUÇÃO

A literatura tem apresentado na última década, pesquisas realizadas em usinabilidade, explorando os chamados ensaios de curta duração [1,2,3,4]. Referidos trabalhos procuram objetivar a viabilidade de emprego de ensaios que em menos tempo e com menor dispendio de material possam apresentar uma indicação confiável sobre a usinabilidade. Uma caracterização desta tendência, pode ser notada pela iniciativa relativamente recente de alguns países, no sentido de normalizar tais critérios e ensaios de usinabilidade a exemplo da AFNOR [5].

O presente trabalho é uma contribuição do grupo de pesquisa em usinabilidade existente na Faculdade de Engenharia da UNICAMP, no sentido de procurar uma ampliação do conhecimento deste assunto, experimentando metodologia de ensaio de usinabilidade baseado nas componentes da força de usinagem: força de corte e força de avanço. Tal contribuição se realiza pelo estudo de metodologia do ensaio procurando-se investigar a influência da velocidade de corte e do avanço na usinabilidade baseado no critério referido. A literatura aponta um estudo efetuado em 1958 [7], no qual os critérios aqui desenvolvidos demonstram razoável compatibilidade quando comparados com ensaios de longa duração, conforme mostra a figura 1.

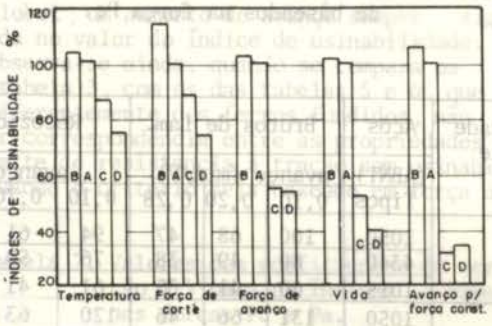


Figura 1. Comparação de alguns índices de usinabilidade na usinagem de 4 tipos de aços [7].

MATERIAIS E MÉTODOS

Aços Ensaiados

Os três tipos de aços selecionados foram submetidos à análise química e os resultados comparados com os dados da norma ABNT e o A.S.M.E. Hand book [8], resultando a classificação mostrada na Tabela 1. Estes aços encontravam-se em estado bruto de laminação.

Tabela 1. Composição química dos aços ensaiados

Constituintes - Porcentagem em Peso								Classif ABNT
C	Si	Mn	S	P	Cr	Ni	Mo	
0,14	0,100	0,510	0,013	0,010	-	-	-	1015
0,54	0,220	0,870	0,018	0,020	-	-	-	1050
0,42	0,210	-	0,015	0,030	0,940	1,670	0,210	4340

Cada aço foi submetido ao tratamento térmico de recozimento segundo especificação do A.S.M.E. Hand Book [8], com rigoroso controle do tempo e temperatura interior do forno, estas especificações constam da Tabela 2.

Desta forma foi possível comparar os aços em dois estados e tratamento térmico, brutos de laminação e recozidos.

Tabela 2. Características do recozimento.

Tipo de Aço	Temperatura °C	Tempo de permanencia (min)
1015	860	18,0
1050	827	18,0
4340	900	18,0

O resfriamento foi realizado no interior do forno. Simultâneamente com os corpos de prova para usinagem foram colocados no interior do forno os corpos de prova para ensaio de dureza e tração.

Os corpos de prova confeccionados na forma de anéis com diametro externo 72mm, interno de 40mm e espessura de 10mm, foram montados, com interferência sobre um eixo de alta resistência temperado e retificado alternando-os em função do estado de apresentação.

Métodos de Ensaios

Ensaios Mecânicos

Foram realizados ensaios de tração, cada um deles executados sobre 3 corpos de prova distintos e

segundo as especificações da A.B.N.T.. Mediram-se portanto, as propriedades dureza e limite de resistência à tração.

Ensaios de Usinabilidade

As operações de usinagem efetuadas foram de torneamento cilíndrico utilizando-se um torno com variação contínua de rotações e potência de 220KW a 1800rpm.

A ferramenta utilizada foi metal duro classe p30 Coromant S4 (Sandivik) [9], referência Spun 120308, tipo incerto montadas num suporte tipo 174.2 do mesmo fabricante.

Geometria da ferramenta (ABNT):

$\alpha=75^{o}/$; $\gamma=6^{o}$; $\beta=79^{o}/$; $\xi=90^{o}$; $r=0,8mm$

As condições de usinagem utilizadas foram profundidade de corte p=1,0mm velocidade de corte v=60; 75; 90 e 105mm/min e avanços a=0,10; 0,20 e 0,28 mm/volta.

As forças de corte (Pc) e de avanço (Pa) foram medidas com auxílio de um dinamometro piezoelétrico de 3 componentes marca "Kistler" com amplificador de sinais e indicador analógico, referências SN 61370/5001/ SEA 3300. Além disto, utilizou-se um registrador marca S.E./300615 para registro das forças medidas.

O sistema de medição completo foi aferido e pode ser observado no esquema da Figura 2.

A disposição utilizada para os corpos de prova era de tal forma que permitia comparar instantâneamente os estados recozidos e brutos de laminação para cada aço.

Os ensaios foram repetidos 12 vezes sobre cada montagem.

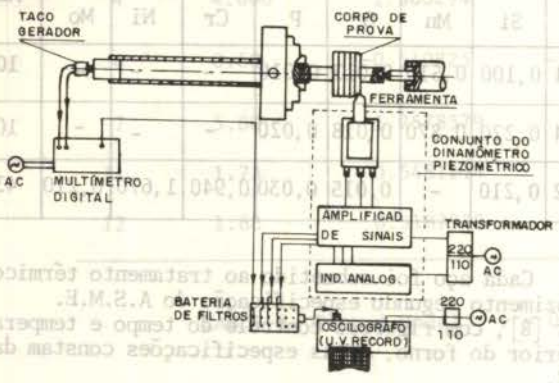


Figura 2. Esquema do Sistema de Medição utilizado.

Índices de Usinabilidade

Como uma maior força de corte ou de avanço significa maior dificuldade de usinar, os índices de usinabilidade expressos em porcentagem, foram definidos como segue:

-Índice de Usinabilidade baseado na força de corte;

$$I.U.=\frac{Pc\ do\ material\ padrão}{Pc\ do\ material\ ensaiado}\ x\ 100$$

- Índice de usinabilidade baseado na força de avanço;

$$I.U.=\frac{Pa\ do\ material\ padrão}{Pa\ do\ material\ ensaiado}\ x\ 100$$

O padrão de usinabilidade adotado foi o aço 1050 bruto de laminação usinado com velocidade de corte 60m/min e avanço 0,10mm/volta.

Tratamento Estatístico

Em cada mediçao efetuada foram calculados os seguintes elementos estatísticos [10] média (x); desvio padrão (s); coeficiente de dispersão (x%); amplitude do intervalo de confiança da média e tamanho da amostra.

Além disto foram calculados os coeficientes de correlação (r) para os índices de usinabilidade.

RESULTADOS

Dureza e Limite de Resistência à Tração

Os limites da dureza foram medidos em Rb para os aços 1015 e 1050 e Rc para o aço 4340. Posteriormente os valores foram convertidos para a escala de dureza Brinell (HB).

Os resultados destas medições podem ser observados na Tabela 3.

Tabela 3. Valores da Dureza (HB) e Limite de Resistência à Tração em (N/mm^2)

Aço Tipo	Dureza		Limite de Resistência	
	Tratamento Térmico		Tratamento Térmico	
	Br.Lamin.	Recozido	Br.Lamin.	Recozido
1050	1019,2	989,8	772,2	690,9
4340	2332,4	2587,2	1021,2	888,9
1015	1225,0	901,6	371,4	286,2

Ensaios de Usinabilidade

O padrão de usinabilidade utilizado registrou para as forças de corte e de avanço respectivamente os valores 266,6N e 116,6N.

A precisão obtida para os ensaios, através dos coeficientes de dispersão calculados pode ser observada na Tabela 4. Verifica-se que a precisão dos ensaios para a força de corte é maior e que quando comparados aos resultados de ensaios baseados na temperatura de usinagem efetuadas pelos autores [6], a precisão que estes ensaios apresentam é menor.

Tabela 4. Coeficientes de dispersão encontrados.

Tipo de Aço	Pc	Pa
1050	4,7%	9,3%
1015	6,7%	8,7%
4340	2,4%	4,6%
média	4,6%	7,5%

Os resultados para os índices de usinabilidade calculados são apresentados nas Tabelas 5 e 6.

Tabela 5. Resultados dos Índices de Usinabilidade baseados na força Pc.

Velocidade de corte m/min	Aços	Brutos de Lam.			Recozidos		
	(ABNT)	avanço (min/V)			avanços		
	Tipos	0,10	0,20	0,28	0,10	0,20	0,28
60	1050	100	68	47	94	61	46
	4340	80	49	38	76	50	39
	1015	60	41	35	61	41	34
75	1050	131	66	46	120	63	44
	4340	80	50	38	79	50	39
	1015	68	45	38	69	45	37
90	1050	105	68	48	112	66	48
	4340	83	53	40	82	53	40
	1015	70	50	41	70	49	39
105	1050	125	65	48	134	63	48
	4340	81	49	38	81	50	39
	1015	76	50	43	75	49	39

Tabela 6. Resultados dos Índices de Usinabilidade baseados na força Pa.

Velocidade de corte m/min	Aços (ABNT) Tipos	Brutos de Lam. avanços			Recozidos avanços		
		0,10	0,20	0,28	0,10	0,20	0,28
60	1050	100	81	58	95	69	54
	4340	66	40	32	58	40	35
	1015	39	30	28	40	29	26
75	1050	143	77	55	135	70	52
	4340	50	34	(29)	50	35	30
	1015	45	33	(31)	45	31	29
90	1050	124	80	61	125	77	60
	4340	51	34	(29)	(44)	(34)	(30)
	1015	46	36	(33)	(45)	(34)	(30)
105	1050	142	73	60	159	72	59
	4340	36	(27)	(24)	(36)	(28)	(25)
	1015	(32)	(37)	(36)	(48)	(35)	(31)

Análise dos Resultados

Dos resultados resumidos anteriormente, podem ser constatados alguns fatos experimentais. Observa-se que o índice de usinabilidade baseado no critério da força de corte sobre uma esperada influência das condições de usinagem (Tabela 5).Todavia, não considerada a exatidão dos valores numéricos dos índices, pode-se dizer que, independentemente de tais condições de usinagem, o aço 4340 tem usinabilidade inferior à do 1050 e que o aço 1015 apresenta sempre usinabilidade inferior aos outros dois aços ensaiados.

A mesma influência esperada das condições de usinagem sobre o índice de usinabilidade baseado em Pc, ocorre quando se considera o índice de usinabilidade baseado em Pa. Porém neste caso, observa-se um grande número de situações (assinaladas na tabela 6) em que ocorrem inversões nos valores dos índices de usinabilidade, significando que, dependendo das condições de usinagem, um aço é melhor ou pior usinável que um mesmo outro. Observa-se ainda que tais inversões ocorrem para valores mais altos da velocidade de corte.

Com todos os cuidados, que as extrapolações devem ser acompanhadas, os resultados deste trabalho parecem indicar que um critério de usinabilidade baseado em componentes da força de usinagem é mais independente das condições de usinagem, quando esta componente for a força de corte Pc, em ensaios de torneamento.

De forma global, a influência da velocidade de corte no índice de usinabilidade foi sempre no sentido de mantê-lo, com tendência a um crescimento de seu valor ao crescimento do referido parâmetro. Também de forma global, um aumento do avanço sempre significou uma queda no valor do índice de usinabilidade.

Observa-se ainda, quando se compara os resultados da tabela 3, com os das tabelas 5 e 6, que para aços, diferentemente dos ferros fundidos, não existe qualquer correspondência entre as propriedades dureza e/ou limite de resistência à tração com usinabilidade, mesmo quando o critério seja baseado em força de usinagem.

Tabela 7. Valores dos coeficientes de correlação (r) para os índices baseados nas forças Pc e Pa.

Velocid. de corte (m/min)	Brutos de Lam. Avanços (mm/volta)			Recozidos avanços		
	0,10	0,20	0,28	0,10	0,20	0,28
60	0,998	0,9994	0,993	0,990	0,980	0,994
75	0,991	0,980	0,998	0,991	0,984	0,970
90	0,950	0,980	0,910	0,960	0,970	0,995
105	0,998	0,988	0,982	0,984	0,980	0,986

CONCLUSÕES

- As propriedades dureza e limite de resistência à tração não são adequadas para avaliar a usinabilidade de aços, mesmo quando o critério se baseia em força de usinagem.

- A influência que o avanço exerce nos índices de usinabilidade estudados se dá no sentido de reduzir a usinabilidade com o aumento do avanço.

- A velocidade de corte também exerce influências nestes índices, no entanto, esta influência é bem menos significativa e tende com o aumento da velocidade provocar um aumento no índice de usinabilidade.

- O critério de usinabilidade baseado na força de corte em operação de torneamento mostrou-se mais adequado que o baseado na força de avanço, por manter as informações sobre a usinabilidade de um metal mais independente das condições de usinagem.

- Os autores recomendam como viável o critério de usinabilidade baseado na força de corte, bem como recomendam a metodologia de ensaios realizada no presente trabalho e método de cálculo do correspondente índice de usinabilidade.

AGRADECIMENTOS

O autores agradecem à CAPES, UFSC e UFPE pelo apoio financeiro; à Fundição Tupy S.A. e UFSC pelo apoio técnico; à Mara Silvia A. Vian pelos serviços de datilografia.

REFERÊNCIAS

[1] MATHON, P., "Essais de Coupe Accelérés", R.N.V.R. Paris, França, p.16.

[2] KOVACH, C.W. and MOSKOVITZ, A., Effect of Manganese and Sulfur on the Machinability of Martensitic, Stailess Steels, Trans. of Metallurgical Soc. of AIME, vol. 245, oret 1969, p.2157.

[3] ROUMESY, B., Les Essais Accelérés en tournage Machine Outil, nº 333, Ago/Set. 1976, p.751.

[4] ROUMESY, B. et BEDRIN, C., Methodes D'Essais Rapides pour la Determination de la Tenne de Coupe des Outils, Laboratorie D'Etude des Procédés de Fabrication, Dept. G.M.C. INSA, Lion, França.

[5] AFNOR - Methodes de Controle de L'Usinabilité par Tournage des Aciers destinés Decolletage et des Aciers de Construction a L'Aide D'Autils en Acier Rapide, Norma Experimentale, AO3-654, Ago. 1975.

[6] CUNHA, L.B., Influência da Adição de Cobre nos Ferros Fundidos Nodulares Hipereutéticos sobre a Usinabilidade e Propriedades Mecânicas, Tese de Doutorado, FEC 118/84, UNICAMP, janeiro de 1985.

[7] An Evalnation of the Present Understanding of Metal Cutting (Point de nos connaissances sur L'usinage des Metaux), Battelle Memorial Institute, 30 ago. 1958.

[8] Metals Engineering Hand Book. Metals Properties, Edited by Samnel L. Hayt, Published for the ASME.

[9] Catálogo Sandivik 8000:2 - Ferramentas Coromant para tornear, Sandivik do Brasil S.A., 1974, p.47 e 119.

[10] CUNHA, L.B., Influência da Variação da Microestrutura dos aços nos Parâmetros de Corte, Dissertação de Mestrado, UFSC, 1976.

[11] BOWKER, A.H. and LEBERMAN, G.J., Engineering Statistics, Prentice Hall, In - Englewood Cliffss, N.J., 1959.

SUMMARY

Machinability tests were carried out in this work, based on cutting and feed forces measured during turning operation. With the results, the author could analyse the test methodology and machinability Index behavior when some values of cutting speed and feed were adopted.

PROPOSTA DE UM ENSAIO DE USINABILIDADE BASEADO NA TEMPERATURA DE USINAGEM

NIVALDO LEMOS CUPINI
DEM-FEC/UNICAMP
LAMARTINE BEZERRA DA CUNHA
DEM-CT/UFPE

SUMÁRIO

Neste trabalho efetuaram-se ensaios de usinabilidade em torneamento cilíndrico de ferros fundidos nodulares com teores de cobre 0; 0,34 e 0,70% e diferentes estados de tratamento térmico. Utilizando-se ferramentas de aço rápido, mediu-se a temperatura de usinagem pelo método do termopar peça-ferramenta e é proposta uma metodologia de ensaio de usinabilidade e formas de cálculo de índices baseados na temperatura de usinagem. Os índices propostos apresentam excelentes correlações e quando comparados a outros apresentam ótimos resultados e grande precisão.

INTRODUÇÃO

A usinabilidade é uma grandeza tecnológica comparativa que expressa por meio de um valor numérico (índice ou porcentagem) a propriedade que um material tem de ser usinado sob determinadas condições de usinagem com maior ou menor facilidade [1,2]. O valor numérico é chamado índice de usinabilidade (I.U.) e é determinado sempre com base em um ensaio de usinabilidade que explora um dado parâmetro característico do processo, que se coloca como um critério de usinabilidade.

Vários são os critérios de usinabilidade existentes, bem como os métodos de cálculo do I.U. Todavia, os valores dos I.Us., segundo os diversos critérios e ensaios referidos, não são necessariamente compatíveis ou coerentes.

O presente trabalho, é uma contribuição do grupo de pesquisa em usinabilidade existente na Faculdade de Engenharia da UNICAMP, no sentido de procurar uma ampliação do conhecimento deste assunto, propondo um critério, bem como um ensaio, além de um método de cálculo do I.U. baseado na temperatura de usinagem que evolue durante uma operação de torneamento.

A medida da temperatura de usinagem bastante divulgada na literatura e esta já foi relacionada ao desgaste da ferramenta por vários pesquisadores [3,4,5,6,7] onde foram obtidas ótimas correlações.

Segundo Ferraresi [2] o método de ensaio de usinabilidade baseado na temperatura de usinagem, só tem aplicação quando existe uma relação significativa entre a temperatura e a vida da ferramenta, e esta relação só foi encontrada para ferramentas de aço rápido por SCHALLBROCH e REICHEL [2].

Em 1962 CZAPLICKI [10], comparou o ensaio de usinabilidade baseado na temperatura de usinagem com o ensaio de longa duração baseado em vida de ferramentas, encontrando uma correlação muito fraca e irregular entre os dois critérios.

Uma outra pesquisa efetuada pelo BATELLE MEMORIAL INSTITUTE [11] em 1958, relata a comparação de vários ensaios de usinabilidade, para quatro aços distintos com boas correlações entre os critérios da temperatura, da força de corte, da força de avanço e o de longa duração baseado em vida de ferramentas.

Passados vinte anos desde a divulgação das duas pesquisas citadas acima [10,11], a literatura possui atualmente uma lacuna com relação à metodologia de ensaio de usinabilidade baseado na temperatura de usinagem. No entanto, os métodos de medição da temperatura se aperfeiçoam e na atualidade são várias as citações que se encontram quanto a utilização da temperatura para monitorar o desgaste [8,9].

Dentre os métodos de usinabilidade de curta duração muito utilizados na literatura estão os métodos baseados no aumento progressivo da velocidade de corte no torneamento cilíndrico (ensaio TC) [12] e o método de ensaio de faceamento de RENALT - MATHON [12,13], que apresentam boas correlações com o ensaio de longa duração baseado em vida de ferramentas.

METODOLOGIA UTILIZADA

Ferros Fundidos Ensaiados

Foram ensaiados ferros fundidos nodulares cujas composições químicas e estado de tratamento térmico constam da Tabela 1.

Tabela 1. Composição Química e Carbono Equivalente dos Ferros Fundidos Ensaiados.

Materiais (códigos)	Porcentagens em Peso %							Carbono equival.
	Cu	C	Si	Mn	Mg	S	P	
B 000 R 000 N 000		3,45 a 3,55	2,60 a 2,65	0,10 a 0,12	0,035 a 0,045	0,012 a 0,015	< 0,07	
B 034 R 034 N 034	0,34	3,45 a 3,55	2,60 a 2,65	0,10 a 0,12	0,035 a 0,045	0,012 a 0,015	< 0,07	4,33 a 4,45
B 070 R 070 N 070	0,70	3,45 a 3,55	2,60 a 2,65	0,10 a 0,12	0,035 a 0,045	0,012 a 0,015	< 0,07	

Os estados de tratamento térmico utilizados são:
B - Bruto de fusão
R - Recozido
N - Normalizado

Em função da Tabela 1 verifica-se que os ferros fundidos utilizados eram hipereutéticos.

Foram verificados propriedades dureza Brinell e limite de resistência à tração segundo as normas da ABNT. Os ensaios de tração foram realizados em corpos de prova de ensaios obtidos a partir de blocos "y" fundidos simultâneamente com os lingotes e posteriormente usinadas segundo as dimensões da norma NBR 6916.

A dureza Brinell foi medida segundo as especificações da ABNT MB 60 com carga de 3000 kgf e esfera de 10,0mm. Nestes ensaios foram utilizados corpos de prova obtidos das duas extremidades do lingote para avaliar a homogeneidade.

As propriedades assim obtidas foram repetidas e determinou-se os valores da média, desvio padrão e dispersão em torno da média. Os valores médios destas propriedades constam da Tabela 2.

Microestruturas dos ferros fundidos

Foram colhidas amostras dos dois extremos de cada lingote e após verificar-se ao microscópio a semelhança das amostras, foram fotografadas as amostras obtidas de um dos lados do lingote. Estas microestruturas constam da Figura 2.

Ensaios de Usinabilidade

Os ensaios de usinabilidade foram realizados segundo o esquema da Figura 1.

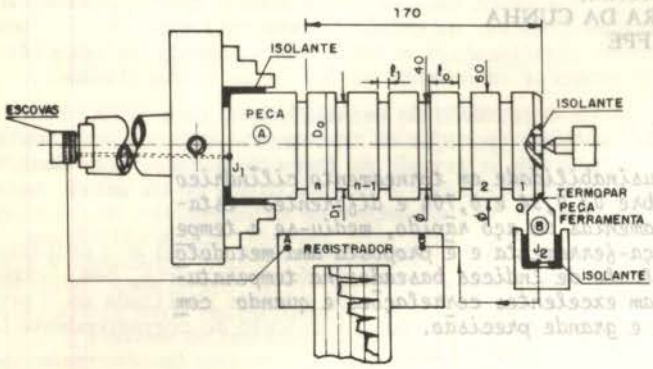


Figura 1. Esquema da medição de temperatura nos ensaios de torneamento.

Como se observa na figura, os ensaios consistiam de operações de torneamento cilíndrico sobre uma peça com a forma mostrada onde o ensaio começava no anel 1 com velocidade de corte v_1 e terminava no enésimo anel onde ocorria a distribuição da aresta cortante da ferramenta e tinha-se uma velocidade de corte v_n.

As dimensões da peça estão ilustradas na figura 1 ℓ_1= 13,7mm ℓ_2= 8,2mm
D_1= 60,0mm D_2=40,0mm

A ferramenta era de aço rápido Villares VKLON com 10% de Cobalto e com ângulo de posição $\chi=75^o$; ângulo de folga $\alpha=8^o$; ângulo de saída $\gamma=25^o$; ângulo de ponta $\xi=90^o$; ângulo de inclinação $\lambda=0^o$; raio da ponta r=0,4mm.

A rugosidade superficial da ferramenta era no máximo 0,18 Ra e na reafiação da ferramenta o rebôlo incidia perpendicularmente à aresta cortante da ferramenta e utilizava-se fluido refrigerante adequado. Em cada reafiação removia-se 5mm de material para garantir que a nova aresta cortante estaria isenta de alterações microestruturais provocadas pela aresta anteriormente destruída.

Utilizou-se: avanço a=0,104mm/volta; profundidade de corte p=1,0mm; razão da progressão geométrica dos incrementos da velocidade de corte r=1,25.

O método de medição da temperatura de usinagem, como se observa na figura, era o método do termopar peça-ferramenta que em outros trabalhos [14,15] já mostrou excelente precisão nos resultados.

Este método de medida da temperatura de usinagem, requer que peça e ferramenta sejam montados na máquina isolados desta, como ilustra a figura 1. Dois fios são conectados às juntas J_1 e J_2. Esta conexão pode ser feita por solda ou por pressão. Desde que estas juntas estejam numa mesma temperatura o sinal gerado pelo termopar peça-ferramenta (Q) é uma força eletromotriz, cujo sinal pode ser registrado e que corresponde a temperatura média da zona de contato peça-ferramenta.

Com relação ao método inicialmente proposto na literatura, procedeu-se uma modificação que foi a utilização de escovas de contatos de prata em lugar de uma cuba com mercúrio. Esta substituição mostrou-se bastante adequada, visto que estas escovas possuem excelente precisão e sua utilização é muito mais prática.

Para utilização do método em materiais com características termoelétricas diferentes, é necessário aferir-se o termopar para que as temperaturas sejam obtidas em ^oC. No caso deste trabalho, como os ferros fundidos ensaiados possuiam características termoelétricas semelhantes, as medidas foram realizadas em milivolts.

Quando se desejar aferir, a literatura [14] aborda aspectos relativos às aferições.

O mesmo método poderá ser aplicado à ferramenta de metal duro [14].

Antes da execução dos ensaios efetuou-se o nivelamento da máquina ferramenta e aferiu-se as cotações e deslocamentos.

Utilizou-se Torno IMOR S/20- 5CV- Romi; Afiadora Universal AFUZ- Vigorelli; Tacômetro DEUMO; Escovas SK6-GR 410/01- Hottinger BM e Registrador 7155B - Hewlett Packard.

Todos os ensaios foram repetidos 3 vezes e calculados os valores da média, desvio padrão e dispersão.

Índices de Usinabilidade

São propostas, neste trabalho, duas formas de cálculo para o índice de usinabilidade.

A primeira, denominada de Índice Θv e que corresponde a temperatura de usinagem para uma dada velocidade de corte.

A segunda, denominada de índice Θm e que corresponde a temperatura de usinagem média ponderada em função dos tempos de corte.

Índice Θv

Este índice foi calculado pela simples relação do Θv médio, para uma dada velocidade de corte, entre o padrão e o metal ensaiado.

Índice Θm

A média ponderada das temperaturas foi calculada em função dos tempos de corte e de acordo com a expressão seguinte:

$$\Theta m = (\Sigma_{i=1}^{n} \Theta i tci)/(\Sigma_{i=1}^{n} tci)$$

onde Θi= temperatura de usinagem do enésimo anel.
tci= tempo de corte do iésimo anel.

O índice de usinabilidade obtém-se pela relação dos Θm do padrão e do metal ensaiado.

O padrão de usinabilidade adotado foi o ferro fundido nodular bruto de fusão sem cobre.

RESULTADOS E ANÁLISES

Microestruturas

A Figura 2 mostra as microestruturas dos ferros fundidos ensaiados no trabalho.

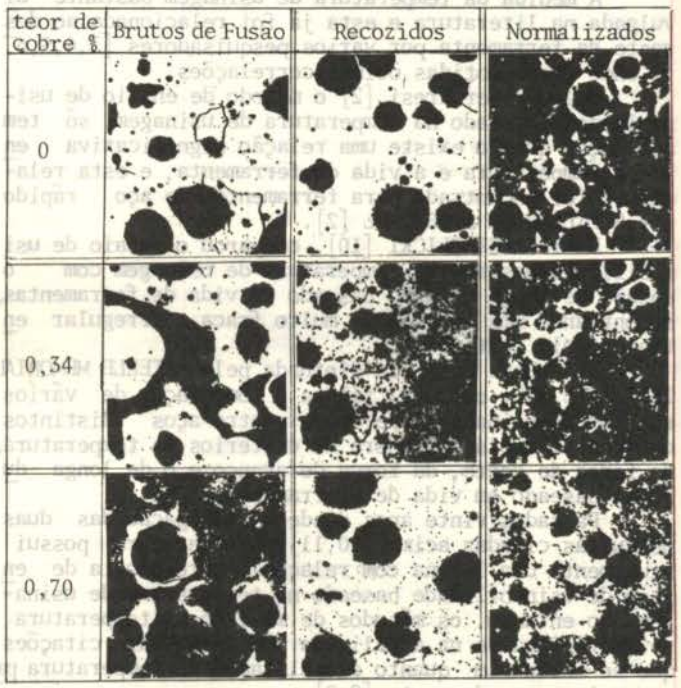


Figura 2. Microestruturas dos ferros fundidos aumento 150x - ataque nital.

Dureza e Limite de Resistência à Tração

Os resultados da dureza Brinell e limite de resistência à tração constam da Tabela 2.

Tabela 2. Dureza e Limite de Resistência dos Fofos Ensaiados.

Materiais Códigos	Dureza Brinell N/mm²	Limite de Resistência N/mm²	Estrutura Predominante na matriz	Variações Percentuais	
B000 *	1627	483	Ferrítica	100	100
B034	1921	560	Perlítica	118	116
B070	2440	740	Perlítica	150	153
R000	1548	456	Ferrítica	95	94
R034	1558	456	Ferrítica	96	94
R070	1637	464	Ferrítica	100	96
N000	2597	938	Perlítica	160	203
N034	2813	1007	Perlítica	173	208
N070	2891	1068	Perlítica	178	221

* Padrão tomado como referência.

Índices de Usinabilidade

Os índices de usinabilidade calculados estão na Tabela 3, enquanto a Tabela 4 mostra os valores dos coeficientes de correlação.

Tabela 3. Índices de Usinabilidade Cv e Cm

Materiais Código	Índices Θv (%)			Índice Θm
	(v_1) 23,5 m/min	(v_2) 28,3 m/min	(v_3) 35,3 m/min	
B000	100	100	100	100
B034	82	85	86	87
B070	75	77	78	83
R000	108	112	115	106
R000	106	110	109	103
R070	100	101	101	94
N000	87	89	87	97
N034	76	76	75	83
N070	66	69	70	76
Dispersão < 3,2%				Disp < 3,7%

Tabela 4. Coeficientes de Correlação entre os Índices de Usinabilidade.

Materiais estado de trat.térm.	Correlações (coeficiente r)			
	I.U. Θv			I.U.$\Theta v(v_2)$
	v_1 e v_2	v_2 e v_3	v_1 e v_3	I.U.Θm
Bruto de Fusão	0,997	0,9998	0,9990	0,992
Recozido	0,997	0,964	0,980	0,997
Normalizado	0,990	0,9990	0,980	0,9998
Geral	0,995	0,996	0,990	0,96

Análise dos Resultados

Em função dos resultados mostrados na Tabela 3 foram efetuadas as correlações para os índices de usinabilidade Θv para as várias velocidades de corte e referência; v_1, v_2, v_3. Tendo em vista os valores dos coeficientes de correlação obtidos; 0,990 a 0,995 pode-se dizer que o índice Θv independe da velocidade de corte e qualquer velocidade de corte poderia ser tomada como referência.

Escolheu-se a velocidade de corte v=28,3m/min como referência e comparou-se os resultados obtidos para os índices Θv e Θm (última coluna da Tabela 4) através da correlação entre eles.

Os valores obtidos para as correlações entre I.U. Θv e I.U. Θm, mostram que os dois índices se correlacionam muito bem nos vários estados de tratamento térmico dos ferros fundidos ensaiados, e que ambos poderiam ser usados para avaliar a usinabilidade. No entanto, devido a forma mais simples de cálculo do índice Θv, a sua utilização é mais vantajosa.

As figuras 3 a 5 apresentam comparações dos I.Us. propostos com I.Us. bastante utilizados pela literatuta e já normalizados pela norma francesa "AFNOR A03 - 654" [10]. A figura 3 refere-se aos ferros fundidos no estado bruto de fusão, e a figura 4 refere-se ao estado recozido e a figura 5 ao estado normalizado.

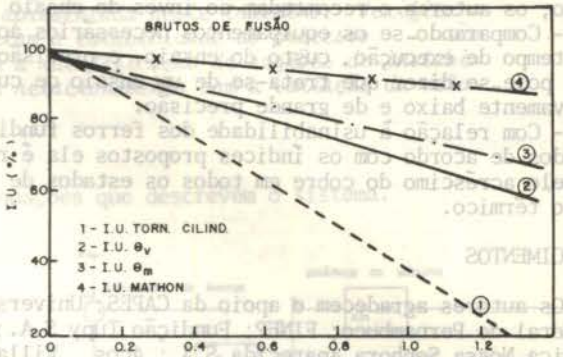


Figura 3. Comparação de diversos I.Us. mat.bruto de fusão.

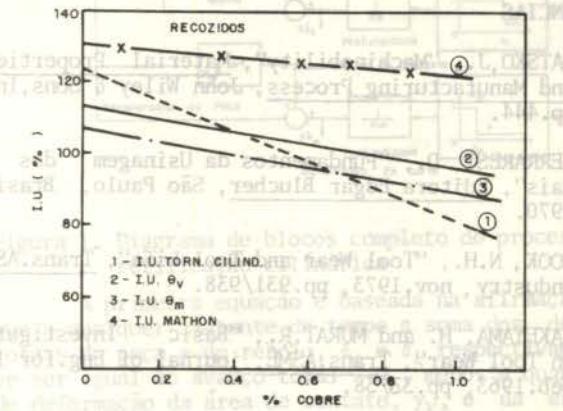


Figura 4. Comparação dos diversos I.Us.- mat.recozido.

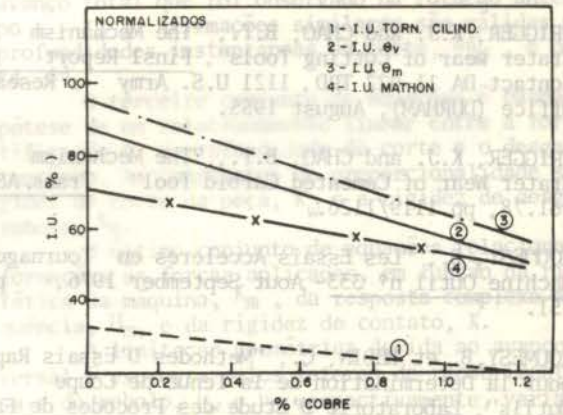


Figura 5. Comparação de diversos I.Us.-mat.normalizado

Nas figuras 3 a 5 se verifica que os I.Us. propostos apresentam boa coerência com os resultados obtidos pelos índices propostos pela AFNOR em todos os estados de tratamento térmico e que o ensaio baseado na temperatura de usinagem conduz a bons resultados.

CONCLUSÕES

- A metodologia de ensaio proposta para o I.U. baseado na temperatura de usinagem conduz a resultados muito bons para a medida da temperatura de usinagem, dispersão máxima de 3,7% dentro de um intervalo de confiança de 95% de probabilidade.
- Os I.Us. propostos apresentam boas correlações entre si.
- O I.U. Θv pode ser obtido em um ensaio rápido e relativamente simples, pois não é necessário usinar até a destruição da aresta cortante da ferramenta. Neste sentido, os autores o recomendam ao invés do ensaio Θm.
- Comparando-se os equipamentos necessários ao ensaio, tempo de execução, custo do ensaio, e precisão do mesmo, pode-se dizer que trata-se de um ensaio de custo relativamente baixo e de grande precisão.
- Com relação à usinabilidade dos ferros fundidos ensaiados de acordo com os índices propostos ela é reduzida pelo acréscimo do cobre em todos os estados de tratamento térmico.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio da CAPES; Universidade Federal de Pernambuco; FINEP; Fundição Tupy S.A.; Siderúrgica Nossa Senhora Aparecida S.A.; Aços Villares S.A.; SENAI-Campinas; Geprom/UNICAMP; Centro de Tecnologia/UNICAMP; Departamento de Engenharia Mecânica- FEC/UNICAMP; Prof.Anselmo Eduardo Diniz; Técnicos do Laboratório de Usinagem; Técnica Rita H.B.Jacon; datilógrafa Mara Silvia A. Vian e desenhista Wilton Furquim.

REFERÊNCIAS

[1] DATSKO,J., "Machinability", Material Properties and Manufacturing Process, John Wiley & Sons,Inc. pp.444.

[2] FERRARESI, D., "Fundamentos da Usinagem dos Metais", Editora Edgar Blucher, São Paulo, Brasil, 1970.

[3] COOK, N.H., "Tool Wear and Tool Life", Trans.ASME, Industry, nov.1973, pp.931/938.

[4] TAKEYAMA, H. and MURAT.R., "Basic Investigation on Tool Wear", Trans.ASME, journal of Eng.for Ind., feb.1963, pp.33/38.

[5] TRIGGER, K.J., "Temperatures in Machining and theis Importance", Procedings of International Production Engineering- Research Conference Pittsburgh, 1963, published by ASME pp.95/101.

[6] TRIGGER, K.J. and CHAO, B.T., "The Mechanism of Crater wear of Cutting Tools", Finsl Report on Contact DA 11-022 TRD, 1121 U.S. Army Research Office (DURHAM), August 1955.

[7] TRIGGER, K.J. and CHAO, B.T., "The Mechanism of Crater Wear of Cemented Carbid Tool" Trans.ASME, vol.78, pp.1119/1126.

[8] ROUMESY, B., "Les Essais Acceleres en Tournage", Machine Outil nº 333- Aout September 1976, pp. 751.

[9] ROUMESY,B. et BEDIN, C., "Methodes D'Essais Rapide pour la Determination de la Tenue de Coupe de Outils", Laboratorie D'Etude des Procedes de Fabrication,Departament G.M.C.- INSA Lion, França.

[10] CZAPLICKI, L.A.A., "L'Usinabilite et la Coupe des Metaux", Revue de La Societe- Royale Belge des Ingenieurs et des Industriels, nº 12, 1962.

[11] "An Evolution of the Presented Understanding of Metal Cutting", Point de nos Connaissances sur la Usinage des Metaux, Batelle Memorial Institute,30 aout 1958.

[12] "L'Association Francaise de Normalisation "AFNOR" Méthodes de Controle de L'Usinabilité par Tournage des Aciers Destines au Decolletage et des Aciers de Construction a L'aide D'Outils em Acier Rapide, Norma Experimentale, AO3-654, Aout 1975.

[13] MATHON, P., "Essais de Coupe Acceleres" - RNUR., Paris - França.

[14] CUNHA, L.B., "Influência das Modificações Microestruturais de Alguns Aços na Temperatura de Usinagem", Anais do VII COBEM-ABCM, Uberlândia, 1983, vol.B-6, pp.51.

[15] CUNHA, L.B., "Influência da Adição de Cobre nos Ferros Fundidos Nodulares Hipereutéticos Sobre a Usinabilidade e Propriedades Mecânicas", Tese de Doutorado, UNICAMP/FEC - 118/84.

SUMMARY

It was studied the nodular iron machinability for different metallurgical additions of copper (0,34%, 0,70% and without copper), and different heat treatments. The machinability tests were carried out in turning operation, using high speed steels tools. Using a workpiece-tool thermocouple was possible to mesure the cutting temperature. The subject of the present work is to suggest a machinability test based on cutting temperature and the calculation method of the machinability index.

INFLUÊNCIA DA VELOCIDADE DA PEÇA NA INSTABILIDADE DO PROCESSO DE RETIFICAÇÃO CILÍNDRICA

PAULO SOLLERO
GEPROM — DEPTO. DE ENG. MECÂNICA, UNICAMP
DINO FERRARESI
CENTRO DE TECNOLOGIA DA UNICAMP

SUMÁRIO

A interação entre a resposta complexa de frequência da máquina, e a estabilidade no processo de retificação cilíndrica, é apresentada neste trabalho. Verificações experimentais dos parâmetros que influenciam a estabilidade do processo são apresentadas. Os resultados obtidos permitiram a identificação de regiões de instabilidade regenerativa da peça e do rebolo, e seu relacionamento com a variação da velocidade da peça.

INTRODUÇÃO

A instabilidade nos processos de usinagem é caracterizada por fortes vibrações entre a peça e a ferramenta, comprometendo a capacidade produtiva do mesmo, e a qualidade da peça produzida.

Em todos os tipos de retificadoras ocorrem vibrações entre a peça e o rebolo, causando perda do acabamento superficial e diminuindo a vida do rebolo. Em alguns casos estas vibrações são forçadas, excitadas por várias fontes e de amplitude constante. Frequentemente, no entanto, são observadas vibrações originárias de alguma pertubação, realimentadas pelo processo e denominadas vibrações auto-excitadas. A amplitude destas vibrações aumenta com o tempo para uma retificação contínua, ou com o número de peças para uma produção seriada [1,2].

As aplicações de técnicas de sistemas de realimentação e controle na análise da estabilidade de máquina - ferramenta, e a previsão das condições de ocorrência de instabilidade no processo, têm se mostrado como uma ferramenta indispensável nos testes e comparação das estruturas destas máquinas. Em retificação a análise de estabilidade se torna mais complexa devido à configuração de desgaste do rebolo que, em adição às marcas causadas na peça, provoca flutuações na profundidade de corte. Assim, com o intuito de também estudar o efeito das ondulações produzidas no rebolo, um segundo ramo de realimentação é introduzido na análise.

Em retificação em mergulho existe uma limitação geométrica para o ocorrência de ondulações na peça, ditada pela velocidade da mesma e pela extensão do comprimento de contato entre o rebolo e a peça. Esta limitação geométrica pode ser modelada por um filtro passa baixa, definindo duas regiões de instabilidade regenerativa, que são a da peça e a do rebolo.

As verificações experimentais apresentadas permitiram a comprovação do modelo teórico e comprovaram a ocorrência dos dois tipos de instabilidade na retificação. O parâmetro empregado para a avaliação do grau de instabilidade do processo foi a taxa de aumento de amplitude e sua variação em função da velocidade das peças foi apresentada.

MODELO TEÓRICO

O modelo para análise de estabilidade do processo de retificação cilíndrica aqui apresentado é basicamente o proposto por Snoeys e Brown [3], com a inclusão do mecanismo de avanço e das limitações geométricas da ocorrência da instabilidade.

A fig. 1 mostra o diagrama de blocos representativo do processo de retificação, composto a partir das equações que descrevem o sistema.

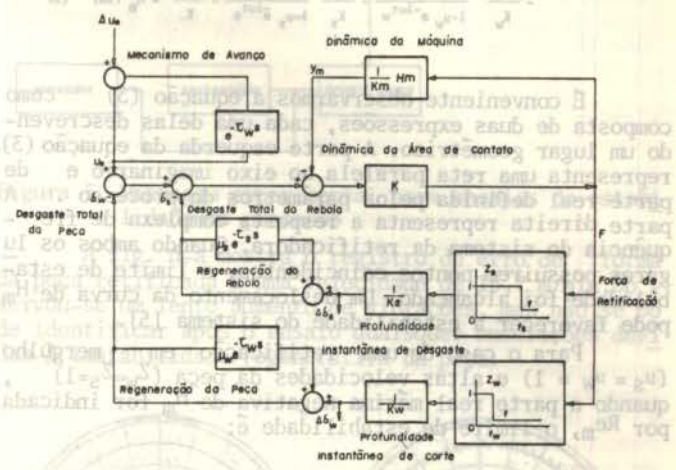


Figura 1. Diagrama de blocos completo do processo de retificação cilíndrica

A primeira equação é baseada na afirmação de que a qualquer instante de tempo a soma dos desgastes totais da peça e do rebolo, δ_w e δ_s respectivamente, deve ser igual ao avanço total u_o, menos a quantidade de deformação da área de contato, y_K, e da estrutura da máquina, y_m.

A equação do avanço expressa que o avanço instantâneo, Δu_o, que é o avanço por rotação da peça, é dado pela diferença entre o avanço total (tempo t) e o avanço total que foi observado na rotação anterior (tempo $t - \tau_w$). Afirmações similares são válidas para as profundidades instantâneas de corte, $\Delta\delta_w$, e de desgaste, $\Delta\delta_s$.

O terceiro conjunto de equações é baseado na hipótese de um relacionamento linear entre a força de retificação F, a profundidade de corte e o desgaste instantâneo. As constantes de proporcionalidade são a rigidez de corte da peça, K_w e a rigidez de desgaste do rebolo, K_s.

O último conjunto de equações relaciona as deformações às forças aplicadas, em função da rigidez estática da máquina, K_m, da resposta complexa de frequência, H_m, e da rigidez de contato, K.

A limitação geométrica devida ao avanço transversal é expressa pelos fatores de recobrimento da peça e do rebolo, μ_w e μ_s respectivamente, variando de 0 a 1 segundo o grau de recobrimento.

O comprimento finito de contato, ℓ_c, entre o rebolo e a peça define outra limitação geométrica, expressa pelas características de filtro Z_w e Z_s, para a pe-

ça e para o rebolo respectivamente [3,4]. As frequên - cias de corte são dadas pelas equações:

$$f_w = \frac{V_w}{2\ell} \qquad f_s = \frac{V_s}{2\ell} \qquad (1)$$

Uma vez que no processo de retificação cilíndrica a ve locidade periférica do rebolo V_S é muito maior que a velocidade da peça V_W, temos que $f_S >> f_W$.

A função de transferência completa do processo é dada pela equação:

$$\frac{\Delta\delta_W(s)}{\Delta u_o(s)} = \frac{1}{1+\frac{Z_s(s).K_w}{Z_w(s).K_s}.\frac{1-\mu_w e^{-\tau_w s}}{1-\mu_s e^{-\tau_s s}}+\left(1-\mu_w e^{-\tau_w s}\right)\left[\frac{1}{K}+\frac{1}{K_m}H_m(s)\right]\frac{K_w}{Z_w(s)}} \qquad (2)$$

Rearranjando-se a equação característica da função de transferência, obtemos:

$$-\frac{K_m}{K_w}\frac{Z_w(i\omega)}{1-\mu_w e^{-i\omega\tau_w}}-\frac{K_m}{K_s}\frac{Z_s(i\omega)}{1-\mu_s e^{-i\omega\tau_s}}-\frac{K_m}{K}=H_m(i\omega) \qquad (3)$$

É conveniente observarmos a equação (3) como composta de duas expressões, cada uma delas descrevendo um lugar geométrico. A parte esquerda da equação (3) representa uma reta paralela ao eixo imaginário e de parte real definida pelos parâmetros do processo . A parte direita representa a resposta complexa de fre - quência do sistema da retificadora. Quando ambos os lu gares possuirem pontos coincidentes, o limite de esta- bilidade foi alcançado. Um deslocamento da curva de H_m pode favorecer a estabilidade do sistema [5].

Para o caso de uma retificação em mergulho ($\mu_S = \mu_W = 1$) e altas velocidades da peça ($Z_W = Z_S = 1$) , quando a parte real máxima negativa de H_m for indicada por Re_m, o limite de estabilidade é:

$$-K_m\left(\frac{1}{2K_w}+\frac{1}{2K_s}+\frac{1}{K}\right)=Re_m \qquad (4)$$

Para o caso de uma retificação em mergulho e baixas velocidades das peças (e baixas frequências de corte f_w) não há regeneração possível da peça e somen te a condição de instabilidade regenerativa do rebolo pode ocorrer. Como a rigidez de desgaste do rebolo é da ordem de 10^3 vezes maior que a rigidez de contato , podemos, de uma maneira aproximada, afirmar que:

$$-\frac{K_m}{w\,K'}=R_{em} \qquad (5)$$

onde w é a largura de corte.

PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL E RESULTADOS

Limite de Estabilidade. Para a verificação expe rimental do limite de estabilidade foram determinados os seguintes parâmetros: rigidez estática da retifica- dora, rigidez de contato e a resposta complexa de fre- quência do sistema. Estes parâmetros foram relaciona - dos de tal maneira a verificar a condição de instabili dade regenerativa do rebolo, para uma retificação em mergulho. Os ensaios foram desenvolvidos em uma retifi cadora hidráulica FORTUNA, com uma potência máxima de 0,6 KW.

A rigidez estática da retificadora foi determi- nada através de uma peça instrumentada, de mesmas di - mensões básicas que a peça empregada nos ensaios de pro cesso. A influência da rigidez de contato foi elimina- da pela utilização de uma peça de acoplamento, retifi- cada pelo movimento transversal da peça instrumentada, mantendo-se fixo o eixo árvore.

A faixa aproximadamente estável da rigidez está tica indicou uma variação de 3,0 a 4,2 N/mm, para a força variando de 50 a 150 N. Estes valores são meno- res que os usualmente observados, sendo devidos ao pe- queno porte da máquina ensaiada e ao comprimento da pe ça instrumentada.

Para a medida da rigidez de contato empregou-se basicamente a mesma montagem utilizada para a determi- nação de K_m. A peça de acoplamento foi substituída por uma peça retificada cilindricamente, após sua montagem na peça instrumentada.

O rebolo empregado foi de fabricação da NORTON, tipo AA 80-J6-V10K, a largura de contato igual a 30 mm e o diâmetro equivalente igual a 86,2 mm. Observou- se uma variação da rigidez de contato entre $8,4 \cdot 10^{-2}$ e $10,2 \cdot 10^{-2}$ N/μm/mm, para uma variação de força entre 1,5 e 5,2 N/mm.

A resposta complexa de frequência é de difícil medida direta, uma vez que representa o comportamento dinâmico de dois sistemas, o da peça e o do rebolo.As- sim, optou-se pela excitação dos dois sistemas isolada mente e a curva de resposta complexa de frequência da receptância da retificadora foi obtida pela soma veto- rial das curvas obtidas para a peça e para o rebolo, à cada frequência.

A fig. 2 mostra a montagem experimental, e os instrumentos utilizados para a excitação da peça.

Foi executada uma excitação senoidal à força con trolada, à um nível de força F=4N, e com uma varredura de frequência de 10 a 1000 Hz. Para a excitação do re- bolo empregou-se a mesma peça de acoplamento utilizada na determinação da rigidez estática da retificadora e o mesmo método de excitação.

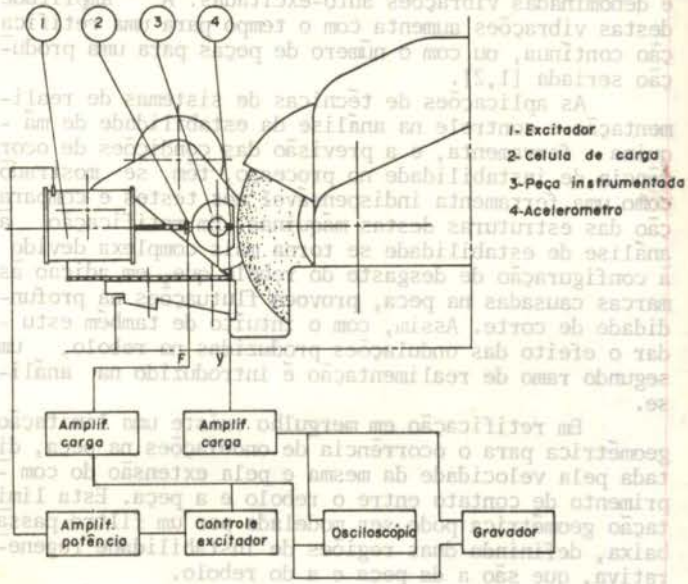


Figura 2. Montagem experimetal para a excitação da pe- ça

O processamento dos sinais foi realizado em um computador digital, com os sinais adquiridos via um sis tema de aquisição de dados, como mostra a fig. 3.Os si nais de força e aceleração foram filtrados em banda , entre 30 e 1000 Hz. O sinal de deslocamento foi obtido via um duplo-integrador e posteriormente amplificado 30 vezes. O fasímetro mediu a diferença de fase entre os sinais de força e deslocamento, sendo estes últimos adquiridos em seu valor médio quadrático.

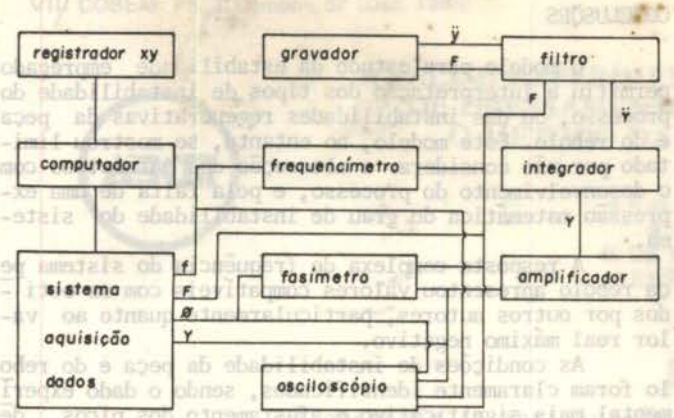


Figura 3. Instrumentos para processamento dos sinais medidos para determinação da resposta complexa de frequência da receptância da retificadora

A fig. 4 mostra a disposição relativa dos dois lugares geométricos que definem a estabilidade do sistema.

O primeiro lugar geométrico (reta parelela ao eixo imaginário) foi obtido pela aplicação da eq. (5). Tomando-se a faixa de valores medidos para K_m e K', e considerando-se que a largura de corte da peça foi de 28 mm, obteve-se um valor médio de $Re_m = -1,42$.

A curva de resposta complexa de frequência da retificadora é também mostrada na fig. 4, e constitui o segundo lugar geométrico. O valor obtido para o máximo negativo da parte real de H_m foi de 0,674, a 236 Hz. Este valor é compatível com o obtido por outros autores [5,6] que situam Re_m entre 0,1 e 1,0.

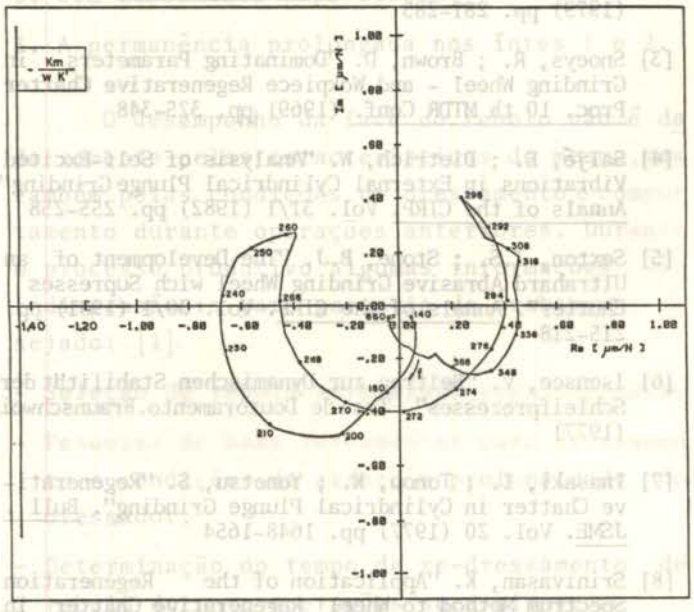


Figura 4. Verificação do critério de estabilidade

O afastamento dos dois lugares geométricos da fig. 4 indica, segundo o critério de Snoeys e Brown, um processo estável. Este critério, no entanto, não considera dois aspectos: 1- A alteração dos parâmetros do processo com o desenvolvimento do mesmo, fazendo com que um processo inicialmente estável torne-se instável com o passar do tempo. A rigidez de contato, em particular, apresenta um aumento significativo com o desenvolvimento do processo. 2- Não existe neste critério de Snoeys e Brown uma expressão matemática do grau de instabilidade do sistema, sendo este definido apenas pela posição relativa dos dois lugares geométricos, o que constitui um critério absoluto.

Regiões de Instabilidade. A velocidade da peça ocupa um papel muito importante no tipo de instabilidade na retificação. Quando a frequência de instabilidade observada for maior que a frequência de corte f_w, não poderá haver ondulações na peça, ocorrendo apenas a instabilidade regenerativa do rebolo. No caso em que a frequência de instabilidade for menor que f_w, então ocorrerá, predominantemente, a instabilidade regenerativa da peça.

A fig. 5 mostra a montagem experimental para verificação da ocorrência das instabilidades da peça e do rebolo. A velocidade de rotação da peça foi ajustada para os valores de 90, 110, 180, 250 e 350 r.p.m., e o nível de vibrações medido por um acelerômetro montado no corta-ponta.

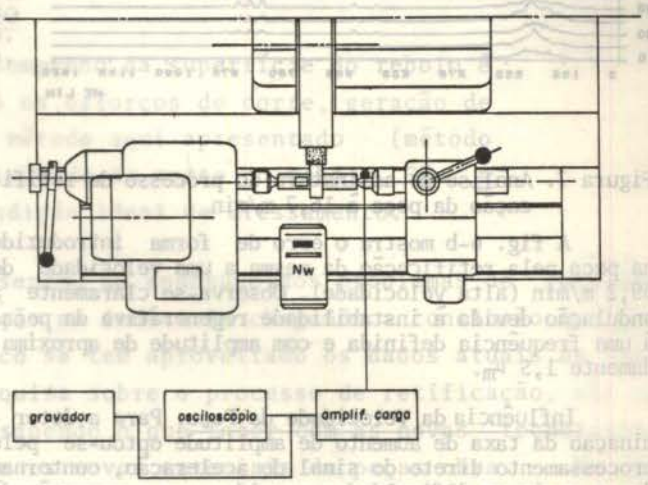


Figura 5. Montagem experimental para ensaios da estabilidade do processo

A fig. 6-a mostra o registro de erro de forma da peça retificada à uma velocidade de 16,7 m/min. Observou-se um lento aumento de vibrações, mas não se pode identificar após o ensaio quaisquer ondulações devidas à instabilidade regenerativa da peça.

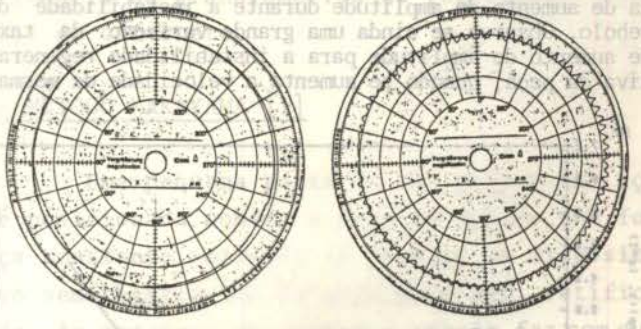


Figura 6. Erro de forma da peça, após o ensaio. (a) V_w = 16,7 m/min. (b) V_w = 69,2 m/min

A análise de assinatura da peça retificada à 16,7 m/min é mostrada na fig. 7. Duas faixas de frequência apresentam maior densidade espectral de potência (DSP). A primeira delas, em torno de 190 Hz, está entre 7 e 8 vezes a frequência de rotação do rebolo (n_s = 25,6 r.p.s). Já a segunda faixa, em torno de 850 Hz, é de maior DSP e apresenta a característica de um número crescente de picos afastados de 50 Hz, ou de um número de picos de frequência múltiplos inteiros da frequência de rotação do rebolo.

Todas estas observações coincidem com a de vários autores [3,7] para a identificação da instabilidade regenerativa do rebolo, sendo a mais importante o intervalo de frequência entre os picos.

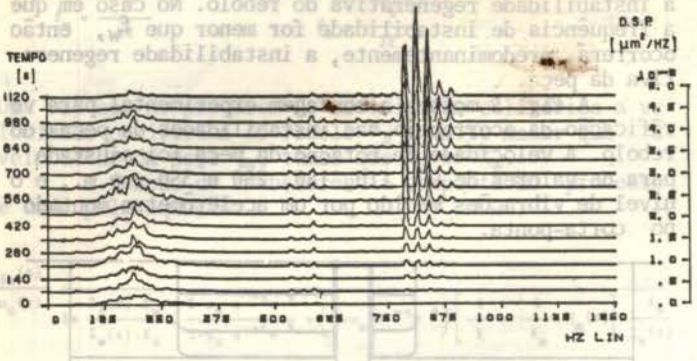


Figura 7. Análise de assinatura do processo de retificação da peça à 16,7 m/min

A fig. 6-b mostra o erro de forma introduzido na peça pela retificação da mesma a uma velocidade de 69,2 m/min (alta velocidade). Observa-se claramente a ondulação devida à instabilidade regenerativa da peça, à uma frequência definida e com amplitude de aproximadamente 1,5 μ_m.

Influência da Velocidade da Peça. Para a determinação da taxa de aumento de amplitude optou-se pelo processamento direto do sinal de aceleração, contornando-se assim as dificuldades surgidas com a operação do integrador (necessidade de filtragem e amplificação).

O sinal médio quadrático foi adquirido via um voltímetro e foram selecionadas faixas de tempo representativas dos processos às várias velocidades da peça.

A fig. 8 mostra a curva aproximada para a variação da taxa de aumento de amplitude com a velocidade da peça. Comparando-se os resultados obtidos com os publicados por Inasaki et alii [7], e Srinivasan [8], observa-se grande compatibilidade de valores para a taxa de aumento de amplitude durante a instabilidade do rebolo. Observa-se ainda uma grande variação da taxa de aumento de amplitude para a instabilidade regenerativa da peça, quando se aumenta a velocidade da mesma.

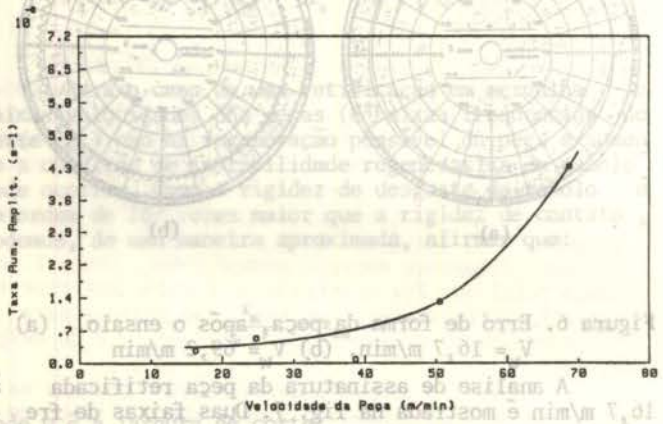


Figura 8. Variação da taxa de aumento de amplitude em função da velocidade da peça

O aumento da velocidade da peça implica no aumento das forças que atuam nos grãos do rebolo, aumentando sua capacidade de corte e evitando danos térmicos na superfície da peça [1]. Esta maior produtividade do processo deve no entanto ser contraposta ao nível de vibrações introduzido após determinado tempo. A fig. 8 nos fornece elementos para estabelecer esta comparação e para otimizar o processo de retificação cilíndrica.

CONCLUSÕES

O modelo para estudo da estabilidade empregado permitiu a interpretação dos tipos de instabilidade do processo, ou das instabilidades regenerativas da peça e do rebolo. Este modelo, no entanto, se mostrou limitado por não considerar a alteração dos parâmetros com o desenvolvimento do processo, e pela falta de uma expressão matemática do grau de instabilidade do sistema.

A resposta complexa de frequência do sistema peça rebolo apresentou valores compatíveis com os obtidos por outros autores, particularmente quanto ao valor real máximo negativo.

As condições de instabilidade da peça e do rebolo foram claramente identificados, sendo o dado experimental mais significativo o afastamento dos picos de DSP em termos de múltiplos pares de frequência de rotação do rebolo, como mostra a fig. 7.

A taxa de aumento de amplitude se mostrou um parâmetro útil para a avaliação do grau de instabilidade do processo. O valor obtido para este parâmetro, na condição de instabilidade regenerativa do rebolo, foi de mesma ordem de grandeza que os publicados por outros autores. A forma apresentada da variação da taxa de aumento de amplitude com a velocidade da peça fornece elementos para a otimização do processo.

REFERÊNCIAS

[1] Sollero, P. "Contribuição ao Estudo da Estabilidade no Processo de Retificação Cilíndrica" , Tese de Mestrado.UNICAMP. Campinas (1984)

[2] Weck, M. ; Schiefer, K.H. "Interaction of the Dynamic Behaviour betweeen Machine Tool and Cutting Process for Grinding". Annals of the CIRP. Vol.28/1 (1979) pp. 281-285

[3] Snoeys, R. ; Brown, D. "Dominating Parameters in Grinding Wheel - and Wokpiece Regenerative Chatter Proc. 10 th MTDR Conf. (1969) pp. 325-348

[4] Saljé, E. ; Dietrich, W. "Analysis of Self-Excited Vibrations in External Cylindrical Plunge Grinding" Annals of the CIRP. Vol. 31/1 (1982) pp. 255-258

[5] Sexton, J.S. ; Stone, B.J. "The Development of an Ultrahard Abrasive Grinding Wheel wich Supresses Chatter". Annals of the CIRP. Vol. 30/1 (1981) pp. 215-218

[6] Isensee, V. "Beitrag zur Dynamischen Stabilität der Schleifprozesses". Tese de Doutoramento.Braunschweig (1977)

[7] Inasaki, I. ; Tonou, K. ; Yonetsu, S. "Regenerative Chatter in Cylindrical Plunge Grinding". Bull . JSME. Vol. 20 (1977) pp. 1648-1654

[8] Srinivasan, K. "Application of the Regeneration Spectrum Method to Wheel Regenerative Chatter in Grinding". J. Eng. Industry. Trans. ASME. Vol. 104 (1982) pp. 46-54

SUMMARY

The interaction of the machine complex frequency response and the cylindrical grinding process stability is presented in this work. Experimental tests on the process stability parameters are given. The results obtained permited the identification of the workpiece and grinding wheel regenerative chatter, and its relationship with the workpiece speed variation.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

ANÁLISE EXPERIMENTAL DA CONDIÇÃO IDEAL DE DRESSAMENTO DE REBOLOS USANDO O MÉTODO DA ESFERA RETIFICADA

J.F.G. DE OLIVEIRA
R.T. COELHO
B.DE M. PURQUERIO
EESC-USP — SP

SUMÁRIO

Na operação de retificação o desempenho da superfície do rebolo é extremamente importante pois determina os esforços de corte, geração de calor, acuracidade dimensional etc. O método aqui apresentado (método Nakayama) avalia rapidamente a agressividade de corte do rebolo. São apresentados resultados relativos a condição ideal de dressamento.

INTRODUÇÃO

O bom desempenho de um rebolo durante o processo de retificação é indicado por:

1. baixas forças de retificação, que acarretam baixo consumo de potência, baixa geração de calor e grande acuracidade dimensional;
2. bom acabamento superficial;
3. A permanência prolongada nos íntes 1 e 2.

O desempenho da face do rebolo não é dado somente pelas características do mesmo, mas também pelas condições de dressamento e comportamento durante operações anteriores. Durante o processo produtivo algumas informações são indispensáveis para garantia do acabamento desejado: [1]

- Seleção do rebolo apropriado para a operação
- Pesquisa de boas ferramentas para dressamento e condições de avanço e profundidade do dressador.
- Determinação do tempo de re-dressamento do rebolo durante operações sucessivas.

A medida da eficiência de corte do rebolo através da análise topográfica do mesmo é o método mais ortodoxo conhecido e consideráveis esforços têm sido concentrados nesta direção.

Entretanto a análise topográfica além de ser muito dispendiosa em termos de tempo, deixa a desejar na conecção entre a topografia e o desempenho prático do rebolo.

Em 1983 o Dr. Richard L. Keeg [2] apresentou um apanhado dos problemas de retificação na indústria chegando a conclusão que pouco se tem aproveitado os dados atuais de pesquisa sobre o processo de retificação, não se sabendo o que fazer com as novas tecnologias e os novos materiais de peças obra. Na mesma época Kazuo Nakayama [1] apresenta o método da esfera retificada como método prático para avaliação da eficiência de corte de um rebolo, este método pode ser usado em situações industriais, com excelentes resultados para avaliação de condições de dressamento, influência da granulometria na rugosidade, fluídos de corte etc.

O MÉTODO NAKAYAMA [1]

Uma pequena parte de uma esfera de aço é posicionada contra a face do rebolo, sob força constante, através da fixação em dispositivo semelhante a uma balança, para ser retificada. Ao penetrar na esfera o rebolo faz com que a área de contato vá aumetando e, consequentemente, a pressão do contato diminuindo. A penetração é plotada em função do tempo através de um comparador eletrônico e um traçador x(t), Figura 1. A Figura 2 mostra um exemplo do sinal traçado.

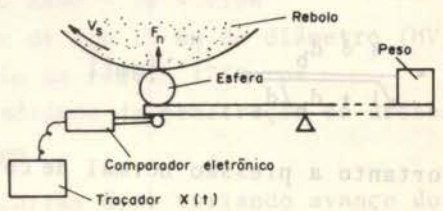


Fig.1 - A balança da esfera retificada acoplada ao sistema de medição.

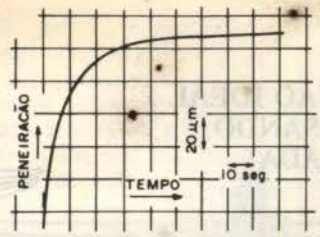


Fig.2 - Exemplo de Plotagem

Para a execução do método utilizou-se uma esfera de aço de rolamento por suas características de grande uniformidade de dureza, repetibilidade dimensional e baixo custo. A Figura 3 mostra um desenho de conjunto da balança com dispositivo de fixação da esfera.

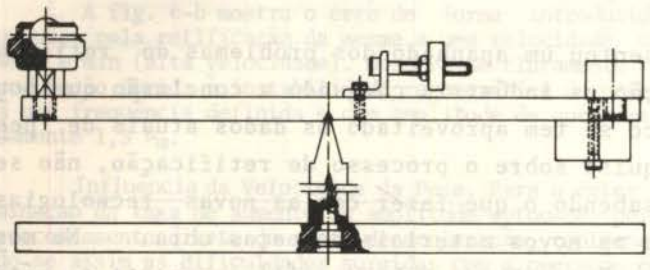


Fig.3 - A Balança da Esfera Retificada

A área aparente de contato entre o rebolo e a esfera pode ser calculada a partir da profundidade de penetração δ e os diâmetros do rebolo d_s e da esfera d_b (Fig.4). A penetração δ assume valores muito pequenos comparados aos diâmetros d_s e d_b e a área de contato pode ser expressa pela equação aproximada:

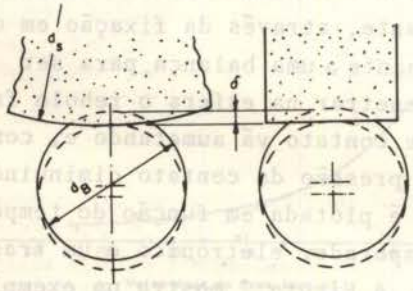


Fig.4 - Contato entre Esfera e Rebolo

$$A = \frac{\pi \delta d_b}{\sqrt{1 + d_b/d_s}} \quad |mm^2| \qquad (1)$$

Portanto a pressão normal de corte será:

$$\frac{F_n}{A} = \frac{F_n \sqrt{1 + d_b/d_s}}{\pi \delta d_b} \quad |N/mm^2| \qquad (2)$$

onde F_n = Força normal aplicada na esfera

Por outro lado a taxa de remoção de material Z no tempo será:

$$Z = A \cdot \frac{d\delta}{dt} \quad |mm^3/s| \qquad (3)$$

e a taxa de remoção por unidade de área de contato V_p

$$\frac{Z}{A} = \frac{d\delta}{dt} = V_p \quad |mm/s| \qquad (4)$$

onde V_p também é a taxa de penetração da esfera que pode ser obtida facilmente derivando se numericamente a curva $\delta(t)$. Neste estudo a taxa de penetração V_p, ou taxa e material removido por unidade de área, e usada como índice de agressividade de corte do rebolo.

A taxa de penetração V_p é muito variável com o valor da pressão normal de corte F_n/A. A relação entre V_p e F_n/A reflete as características de corte de rebolo e pode ser chamada "curva característica do rebolo". (Figura 5)

Na maioria dos casos testados pode-se obter uma boa relação linear entre V_p e F_n/A, com coeficiente de correlação em torno de 0,997 a curva característica pode ser então expressa por dois parâmetros

- A Pressão Crítica P_c
- A Inclinação K

a) A Pressão Crítica P_c

Quando a pressão de contato assume valores onde $\frac{d\delta}{dt} \cong 0$ os grãos do rebolo passam a deslisar sobre a superfície, nesse instante atua a pressão crítica de corte "P_c" (Figura 5). Conforme o valor de F_n/A cresce a partir de P_c, os grãos começam a remover material.

b) A Inclinação K

A inclinação K indica a eficiência de corte, ou agressividade de corte, da face do rebolo. Para um pequeno aumento em F_n/A obtem

-se um aumento em V_p multiplicado por K.

A inclinação K pode representar o quão aguda ou obtusa é a aresta do grão abrasivo assim como P_c pode representar o quão grande é a superfície do topo do grão. (Figura 6)

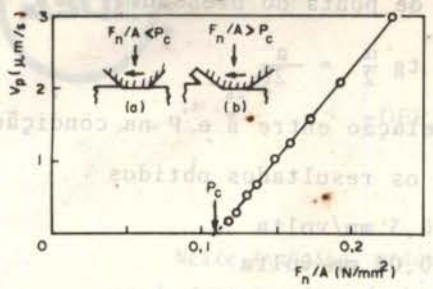


Fig.5 - Um exemplo da relação entre a pressão normal e a taxa de remoção por unidade de área. [1]

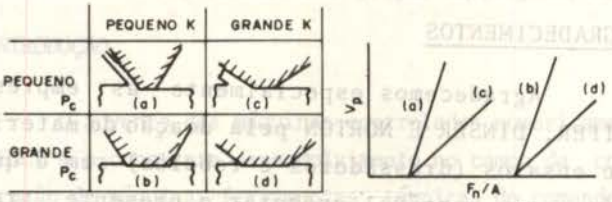


Fig.6 - Quatro tipos de geometria de grão associados a K e P_c e suas curvas características. [1]

A força utilizada nos testes foi de 0,6 N, que para valores de P_c em torno de 0,1 N/mm², proporciona

$F_n/P_c = 0,6/0,1 = 6$ mm² = área de contato em P_c.

Portanto o diâmetro de contato ficou em torno de 2,8 mm e pode-se utilizar uma esfera de 15 mm de diâmetro.

O EFEITO DA CONDIÇÃO DE DRESSAMENTO

Muitas são as variáveis que influenciam a agressividade de corte após o dressamento. Dentre elas pode-se citar o efeito do desgaste do dressador na topografia do rebolo (Figura 7) [3] onde um aumento no raio de ponta do dressador provoca um considerável abaixamento na agressividade de afiação. Procurou-se adotar o raio do dressador de ponta única como constante usando-se um dressador novo (o número de operações em ensaio não foi suficiente para aumentar este raio) e girando o mesmo a cada dressamento.

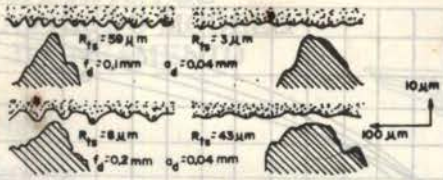
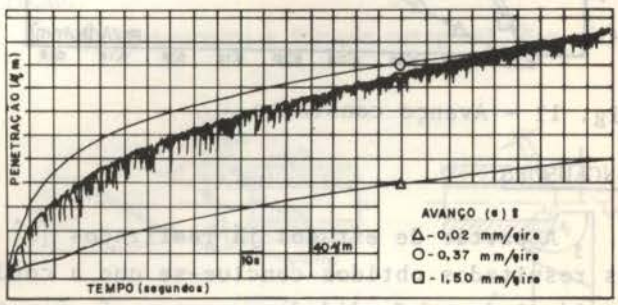


Fig.7 - Efeito do desgaste do dressador na rugosidade superficial do rebolo para dois avanços. Grandes mudanças ocorrem com o aumento do raio pelo desgaste.

As variáveis analisadas no presente estudo foram a profundidade do dressador e o avanço do mesmo. Foram levantadas curvas características do rebolo a partir de cada condição de dressamento. A condição adotada como referência para cada re-dressamento foi a condição chamada "SPARK OUT" [1] onde, para uma profundidade de 0,01 mm e avanço de 0,11 mm/volta, passou-se o dressador pelo menos 5 vezes sobre a superfície do rebolo, provocando-se assim quebra nas arestas dos grãos afiados anteriormente e consequentemente o abaixamento na agressividade de corte.

RESULTADOS

Dois tipos de ensaios foram executados, um variando-se o avanço A e o outro a profundidade do dressador P. A Figura 8 mostra as curvas δ(t) para vários avanços de dressador. Pode-se observar que a partir de um certo valor a face do rebolo fica muito irregular (a = 1,5 mm/volta) provocando vibrações durante a medição.



- Rebolo AA60 - J6 - V10W
- Esfera de aço 15 mm de diâmetro (HV 760)
- Rotação do rebolo 1750 rpm
- Profundidade de penetração do dressador = 0,04 mm

Fig.8 - Curvas δ(t) variando avanço do dressador.

A Figura 9 mostra as curvas δ(t) onde variou-se a profundidade do dressador entre valores de 0,02 mm a 0,05 mm.

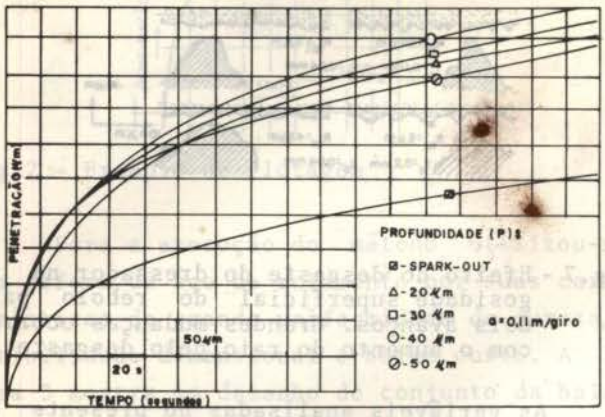


Fig.9 - Curvas δ(t) variando a profundidade do Dressador.

A partir das Figuras 8 e 9 foram traçadas as curvas características $\frac{d\delta(t)}{dt} - F_n/A$ Figuras 10 e 11 e pode-se observar que valores de profundidade e avanço ideais estão em torno de $P_{ideal} = 0,04$ mm, $a_{ideal} = 0,3$ mm/volta.

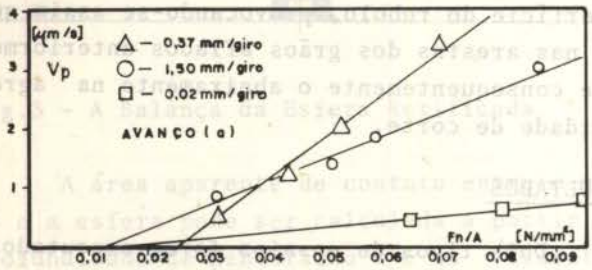


Fig. 10 - Profundidade constante.

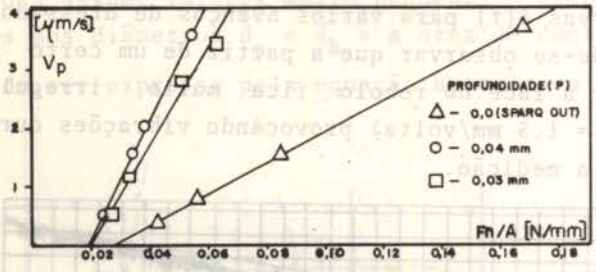


Fig. 11 - Avanço constante.

CONCLUSÕES

A partir de estudos já realizados [3] e dos resultados obtidos conclue-se que a condição ideal de profundidade e avanço é aquela que resulta em um rebolo onde a superfície de corte passa a ser uma pequena rosca. A penetração do dressador e avanço estão relacionados através do ângulo de ponta do dressador como mostra a Figura 12.



α = Ângulo de ponta do Dressador

$$tg \frac{\alpha}{2} = \frac{a}{2P}$$

Fig.12 - Relação entre a e P na condição ideal

Para os resultados obtidos

a = 0,3 mm/volta

P = 0,04 mm/volta

α = 2 arc tg 3,75

∴ α = 150° que é aproximadamente o ângulo de ponta do dressador (medido a partir da posição de trabalho).

AGRADECIMENTOS

Agradecemos especialmente às empresas DIFER, DINSER E NORTON pela doação do material de ensaios (dressadores e rebolos) sem o qual não seria possível executar o presente trabalho.

BIBLIOGRAFIA

[1] NAKAYAMA, K. - "Sharpness Evaluation of Grinding wheel by the Grinding of Steel Ball." Annals of the CIRP, 29(1980), pp. 227-231.

[2] KEGG, R.L. - "Industrial Problems in Grinding" Annals of the CIRP, 32(1983), pp. 559-561.

[3] PETERS, J. - "Contribution of CIRP Research to Industrial Problem in Grinding". Annals of the CIRP, 32(1984), pp. 451-468.

[4] SALJÉ, E. - "Transfer of Grinding Research Data for Different Operations in Grinding" Annals of the CIRP, 31(1982), pp. 519-527.

SUMMARY

In grinding operation the sharpeness of the wheel face is very important because it determines the cutting forces, heat generation and accuracy. The method presented here shows the cutting hability of the wheel.

DETERMINAÇÃO DA FORÇA ESPECÍFICA DE USINAGEM PARA A FURAÇÃO, A PARTIR DO MODELO DA FORÇA ESPECÍFICA PARA O TORNEAMENTO

WALTER L. WEINGAERTNER
DEP. DE ENGª MECÂNICA, UFSC
ANTÔNIO SALVADOR DA ROCHA
DEP. DE ENG. MECÂNICA, UNIFOR E ETFC

SUMÁRIO

Neste trabalho, mediram-se experimentalmente as componentes da força de usinagem do torneamento e da furação, de modo que pudessem ser determinados os diversos fatores de influência sobre a força de usinagem, comum aos dois processos, e os fatores específicos do processo de furação. Estes fatores foram introduzidos na equação de Kienzle, possibilitando a determinação das forças específicas para a furação, a partir dos valores das forças específicas do torneamento, com precisão e baixo custo.

INTRODUÇÃO

O advento das máquinas controladas numericamente (CNC) e o constante desenvolvimento no campo da construção de máquinas-ferramentas, técnicas de comando e processamento eletrônico de dados, têm exigido redobrados esforços para a obtenção de maior número de dados e melhores conhecimentos sobre as condições de usinagem para os diversos materiais e processos de usinagem, fatores decisivos na produtividade destas máquinas.

Dentre os diversos parâmetros que determinam as condições ótimas de usinagem, destacam-se as forças de usinagem, indispensáveis para o cálculo da potência de usinagem e consequentemente, a determinação do rendimento da máquina para diferentes cargas de trabalho, encontrando aplicações no cálculo de estrutura e dos mecanismos de acionamentos das máquinas-ferramentas.

A força de usinagem, que representa a resistência oferecida pelo material à penetração do gume da ferramenta de corte, sofre influência de diversos fatores, tais como: material da peça, material da ferramenta, condições de corte, geometria do corte e o próprio processo de usinagem.

Apesar dos esforços dos pesquisadores, não foi possível até o momento, construir um modelo de força de usinagem englobando todos os fatores de influência, sobre a força de usinagem e que pudesse ser expresso por uma lei única.

Destes trabalhos, merece destaque, a equação publicada por Kienzle e Victor |1| que compararam as forças específicas de corte no torneamento, no aplainamento e na furação, baseando-se na própria usinagem para obter um fator de usinagem "f", que possa ser usado em uma única lei de força de corte para os três processos:

$$P_s = f.b.h^{1-z} \cdot K_{s1.1} \qquad (1)$$

Para o processo de furação, eles encontraram um fator de processo f = 1 em relação ao processo de torneamento, o que já não pode ser aceito, pois sabe-se atualmente que a força de corte na furação é superior à do torneamento.

PLANEJAMENTO DO EXPERIMENTO

Com o objetivo de determinar-se um modelo de força de usinagem válido para o torneamento e furação, baseado na equação de Kienzle, com um fator de usinagem representativo dos diversos fatores de influência, específicos da furação, planejou-se uma série de ensaios, onde os fatores de influência comum aos dois processos foram mantidos sob idênticas condições e fosse possível a determinação dos fatores específicos da furação:

a) Torneamento e furação ortogonal. Fig. (1)

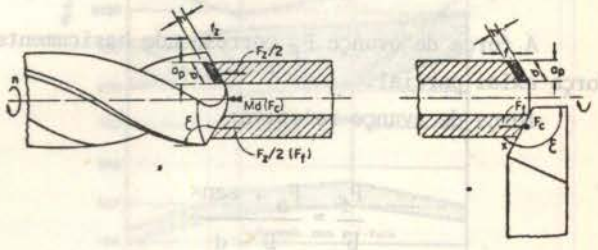


FIGURA 1 - Experiência planejada para estudar a composição das componentes da força específica de usinagem, sem as influências específicas do processo.

Com essa experiência, eliminou-se a influência do gume transversal e do atrito no gume lateral. O ângulo de saída γ da broca, que é variável ao longo do gume principal, foi substituído por um ângulo de saída mediano $\bar{\gamma}$ na ferramenta de tornear. O ângulo de incidência α, ângulo de inclinação λ, ângulo de posição $\times$, ângulo da ponta ε, e a profundidade de corte foram iguais para os dois processos, enquanto as demais variáveis foram mantidas sob idênticas condições.

b) furação com pré-furo

Para se determinar a influência dos componentes atritos do gume lateral e atrito do cavaco, planejou-se o processo de furação com pré-furo, pois neste caso, apenas as já conhecidas forças do corte ortogonal: momento torsor e força axial, atuam sobre o processo. fig. 2.

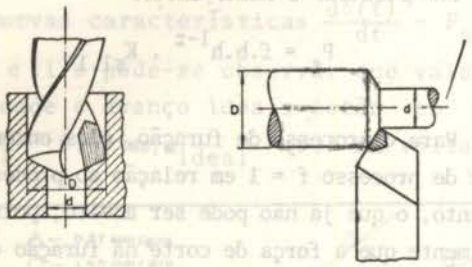


FIGURA 2 - Experiência planejada para estudar a composição das componentes da força específica de usinagem, sem a influência da aresta transversal.

A força de corte na furação ortogonal e furação com pré-furo é medida com o auxílio do momento torsor M_d e sob a suposição de que a força de corte resultante localiza-se no centro da largura de corte b, sendo calculada de acordo com as seguintes equações |2|:

força de corte relativa:

$$\frac{F_c}{b} = \frac{4 \cdot Md \cdot \operatorname{sen}\times}{D^2 - d^2} \qquad (2)$$

A força de avanço F_f corresponde basicamente à força axial parcial.

força de avanço relativa:

$$\frac{F_f}{b} = \frac{F_a \cdot \operatorname{sen}\times}{D - d} \qquad (3)$$

Quanto às forças passivas F_p, não foi possível determiná-las, uma vez que estão colocadas umas contra as outras, impossibilitando, portanto, sua comparação com as forças passivas do torneamento.

c) furação em cheio

O corte transversal, que não aparece na furação com pré-furo, é visível na furação em cheio, de modo que com esta experiência pôde-se determinar quantitativamente a influência deste componente sobre a força de usinagem, para uma broca. (fig. 3)

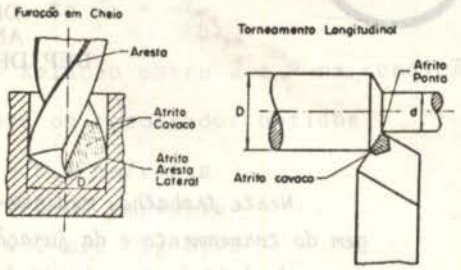


FIGURA 3 - Experiência planejada para estudar a composição das componentes da força específica de usinagem, sob a influência dos fatores específicos do processo.

Para a determinação das forças na furação em cheio, utilizou-se as seguintes equações |2|:

força de corte relativa:

$$\frac{F_c}{b} = \frac{2 \cdot Md \cdot \operatorname{sen}\times}{0{,}38 \cdot D^2} \qquad (4)$$

força de avanço relativa:

$$\frac{F_f}{b} = \frac{F_a \cdot \operatorname{sen}\times}{D} \qquad (5)$$

Como para o torneamento, usou-se um ângulo de saída igual ao ângulo de saída médio da broca, planejou-se uma experiência com o ângulo de saída constante ao longo da largura de corte da broca, na furação - em cheio, com o objetivo de verificar-se a sua influência sobre os componentes da força de usinagem.

Equipamentos para análise experimental

Os ensaios de torneamento foram realizados em um torno horizontal com regulagem contínua de rotação, enquanto os ensaios de furação foram realizados em centro de usinagem comandado numericamente. Para a medição das componentes da força de usinagem, foi utilizado um dinamômetro piezelétrico a cristal de quartzo, que gera uma carga proporcional à força aplicada, sendo este sinal amplificado por um amplificador de carga. Após a amplificação, o sinal analógico foi convertido em sinal digital por um "DATA AQUISITTION", sendo este armazenado em um micro-computador.

Como material de teste, foi utilizado o aço ABNT 1020, sendo as ferramentas de tornear e as brocas, de aço rápido.

Com o objetivo de padronizar os ensaios, os avanços e as velocidades de corte foram escolhidas dentre os valores da série normalizada R 10:

v_c: 16 - 20 - 25 e 31,5 m/min

f : 0,052 - 0,061 - 0,077 - 0,097 - 0,121 - 0,153 - 0,194 - 0,243 - 0,307 - 0,388 mm/rot

A profundidade de corte, os ângulos de saída, de folga, de inclinação e de posição foram iguais , tanto para os ensaios de torneamento como para furaçao.

Cada ensaio foi repetido três vezes.

A aquisição, processamento e documentação dos dados foram realizados automaticamente por um micro-computador, sendo o "software" desenvolvido em linguagem "basic", em que se procurou a máxima facilidade de operação e rapidez de aquisição.

O programa para aquisição de forças no torneamento e na furação é constituído de várias sub-rotinas, cada uma com função específica, de modo que com pequenas alterações, o programa pode ser usado para medir os componentes da força de usinagem: força de corte, força de avanço e força passiva para o torneamento, ou medir a força axial e o momento torsor na furação.

As leituras dos componentes da força de usinagem de cada ensaio foram armazenados em uma tabela de dados brutos e, após um cálculo matemático adequado, para determinação das variáveis da equação de Kienzle, os resultados foram mostrados em um gráfico comparativo $v_c \times K_{c1.1}$ e $v_c \times K_{f1.1}$ para o torneamento e furação, onde os resultados obtidos para as diversas experiências, puderam ser analisados.

RESULTADOS

Os resultados obtidos estão mostrados nos gráficos (4) a (7), onde, para cada velocidade foram plotados os diversos valores específicos de força, obtidos para as diversas experiências de torneamento e furação, juntamente com suas respectivas incertezas de resultado.

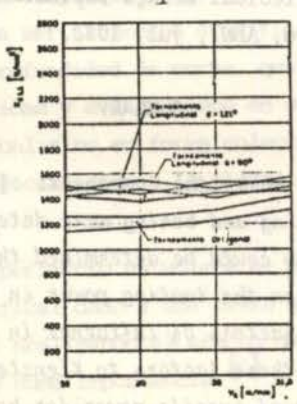


FIGURA 4 - Resultado da medição da força específica de corte para o torneamento em função de v_c.

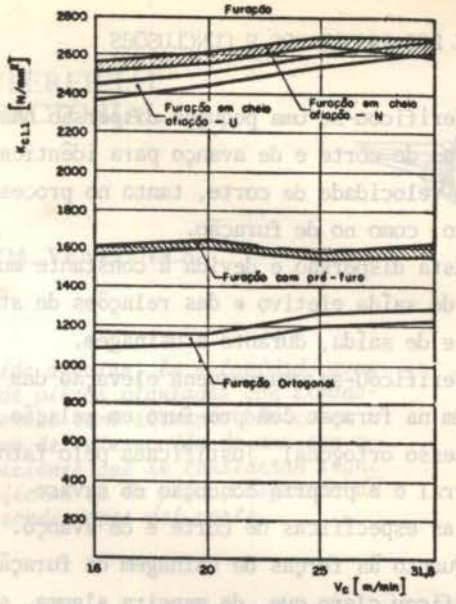


FIGURA 5 - Resultado da medição da força específica de corte para a furação em função da v_c.

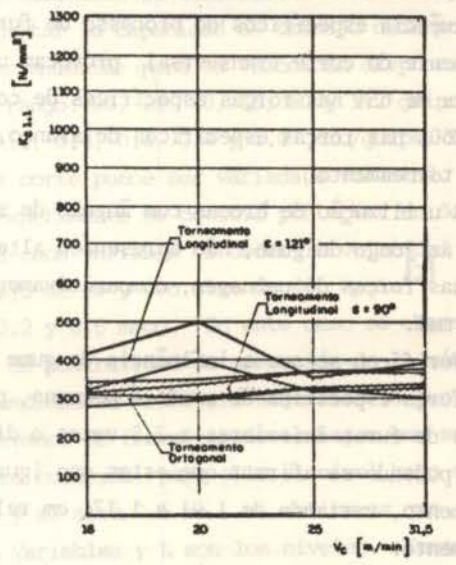


FIGURA 6 - Resultado da medição da força específica de avanço para o torneamento em função da v_c.

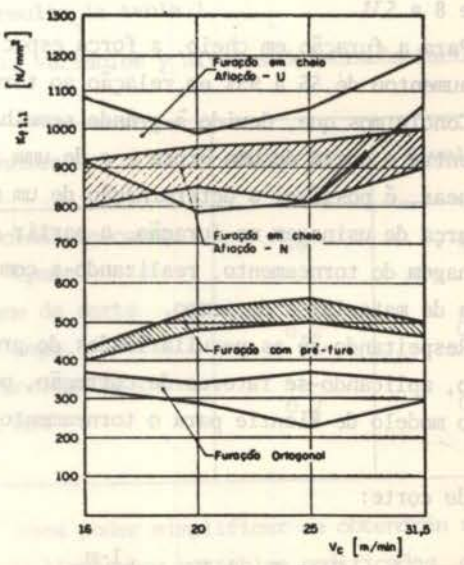


FIGURA 7 - Resultado de medição da força específica de avanço para a furação em função da v_c.

ANÁLISE DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES

Verificou-se uma pequena dispersão nas forças específicas de corte e de avanço para idênticas condições de velocidade de corte, tanto no processo de torneamento, como no de furação.

Esta dispersão é devida à constante mudança do ângulo de saída efetivo e das relações de atrito na superfície de saída, durante a usinagem.

Verificou-se uma pequena elevação das forças de usinagem na furação com pré-furo em relação às forças do processo ortogonal, justificada pelo fato de a aresta lateral e a própria condução do cavaco aumentarem as forças específicas de corte e de avanço.

Quanto às forças de usinagem da furação em cheio, ficou claro que, de maneira alguma, são iguais às do processo de torneamento, como muitas vezes é enfocado pela literatura. As ações de todos os fatores de influência específicos do processo de furação e, especialmente do corte transversal, provocam um aumento de cerca de 65% nas forças específicas de corte e cerca de 260% nas forças específicas de avanço, em relação ao torneamento.

A utilização de brocas com ângulo de saída constante, ao longo do gume, não apresentou alteração relevante nas forças de usinagem, comparativamente à afiação normal.

Verificou-se que a influência do gume lateral sobre a força específica de corte é pequena, para profundidades de furos inferiores a 2,5 vezes o diâmetro da broca, podendo se afirmar que estas sao iguais à do torneamento, variando de 1,01 a 1,17, em relação ao torneamento.

Para a força específica de avanço, observou-se uma elevação nos valores do processo de furação, variando de 8 a 53%.

Para a furação em cheio, a força específica de corte aumentou de 55 a 95% em relação ao torneamento.

Concluimos que, devido à grande semelhança existente entre o corte de uma broca e o de uma ferramenta de tornear, é possível a determinação de um modelo para a força de usinagem na furação, a partir do modelo de usinagem do torneamento, realizando-a com grande economia de material e de tempo.

Respeitando-se as peculiaridades do processo de furação, aplicando-se fatores de correção, pode-se utilizar o modelo de Kienzle para o torneamento, na furação:

força de corte:

$$F_c = f_{FC}.b.K_{c1.1}.h^{1-m_c} \qquad (6)$$

força de avanço:

$$F_f = f_{FP}.b.K_{f1.1}.h^{1-m_f} \qquad (7)$$

onde:

f_{FP} = fator de usinagem, representativo da influência da aresta lateral e do atrito provocado pela saída do cavaco.

f_{FC} = fator de usinagem representativo da influência dos fatores específicos da furação em cheio.

encontrando-se os fatores de correção mostrados na tabela 1.

Fator de correção	força específica	
	de corte	de avanço
Furação em cheio f_{FC}	1,55 - 1,95	2,16 - 3,33
Furação com pré-furo f_{FP}	1,01 - 1,17	1,08 - 1,53

Tabela 1 - Fatores de correção para a furação em relação ao torneamento.

REFERÊNCIAS

Kienzle, O & H. Victor. Spezifische Schnittkrafte bei der Metallbearbeitung. Werkst und Masch. 47(5) (1957), p. 224-225.

Witte, L. Spezifische Zerspankrafte beim Drehen und Bohren. Aachen, TH, 1980. Diss.

Rocha, A.S. Determinação do Modelo de Força de Usinagem da Furação a partir do Modelo de Torneamento Florianópolis, UFSC, 1985. Dissertação.

Spur, G. Beitrag zur Schnittkraftmessung beim Bohren mit Spiralbohren unter Berucksichtigung der Radialkrafte. Braunschweig, TU, 1960. Diss.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR-6163. Ferramentas de Usinagem Geometria da Cunha Cortante. Procedimento. Rio de Janeiro, ABNT, 1980.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR-7432. Broca Helicoidal de aço-rápido. Especificação. Rio de Janeiro, ABNT, jul, 1982.

SUMMARY

In this work, the components of the power in the will for turning and boring were determined experimentally in a way could be determined the different kinds of influence on the tooling power in both projects, and the specific factors of influence in the process of boring. Adding these factors to Kienzle's equation, the determination of specifc power for boring was possible based in the values of the specifc power of turning.

ESTUDIO DEL ACABADO SUPERFICIAL APLICANDO EL DISEÑO FACTORIAL

LUÍS M. SARACHE B.
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES, MERIDA, VENEZUELA

Con este trabajo se determina como o en qué medida afectan, la velocidad, avance y profunidad de corte en el acabado superficial de piezas planeadas con limadora, utilizando la técnica estadística del diseño factorial como elemento básico en la determinación de los efectos tanto individuales como de interacción de una con otra variable, de allí se pueden obtener aquellas condiciones que se consideran significativas y que afectan directamente el acabado superficial de la pieza, logrando de esta manera poder controlar y a su vez optimizar las condiciones del corte.

INTRODUCCION

En muchos procesos de manufactura y en muchas plantas industriales dedicadas al maquinado de piezas sus operaciones en general deben satisfacer ciertas condiciones, a fin de obtener una producción eficiente, lo cual puede ser logrado si se conoce el comportamiento de la máquina herramienta, con el objeto de que realice su trabajo garantizando, un acabado superficial acorde con las especificaciones del diseño, para lograr ésto se propone hacer una experimentación, que consiste en el diseño de un experimento, características de los ensayos, análisis e interpretación de los resultados, pero desde el punto de vista estadístico, aplicando el diseño factorial como herramienta extremadamente útil para evaluar los resultados.

Es posible con el auxilio de esta técnica estadística experimental analizar que tan significativo es un efecto individual de una variable o que tanto es el efecto cruzado de interacíon de dos o mas variables en el proceso.

Como resultado de la aplicación de este experimento sobre el planado de una superficie con una limadora se concluye que el efecto individual del avance resulta ser altamente significativo sobre la velocidad y profundidad de corte, que la interacción de velocidad y avance tiene en su importancia ya no individual sino en forma colectiva sobre el acabado superficial dado a la pieza.

PROCEDIMIENTO

Este experimento estudiará el efecto sobre el acabado superfical dado a una pieza maquinada con una limadora, analizando el efecto de tres factores o variable de suma importancia [1], como son: velocidad, avance y profundidad de corte.

primero se plantea la necesidad de identificar los niveles de variación de cada factor o variable, es decir delimitar la capacidad de trabajo dada por la máquina herramienta; para la velocidad dispone del siguiente rango: 20, 28, 40, 56, 80 y 112 golpes/min. , avance 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 y 1.0 mm./golpe, la profundidad de corte puede ser variada a voluntad. Al diseñar el experimento se decidió por optar en dos valores para cada variable es decir la velocidad con un nivel bajo de 20 y uno alto de 40 Gpmin [2], el avance con 0.2 y 0.6 mmpg. En este caso se abarca toda la gama de posibilidad de operación de la máquina y la profundidad se trabajará siguiendo la pauta dada por el avance de forma tal de trabajar con secciones de viruta cuadrada, para ello el nivel bajo será de 0.2 mm. y el alto 0.6 mm., si estimamos que K = Factores o Variables y L son los niveles. Tenemos un diseño factorial $L^K = 2^3$ donde las variables son tres y cada variable posee dos niveles [3], de lo anterior resulta la tabla 1.

TABLA 1. Variables y Niveles del Diseño Factorial 2^3

Variables	Nivel Bajo	Nivel Alto
Velocidad de corte (v), Gpmin.	20	40
Avance de corte (a), mmpg.	0.2	0.6
Profundidad de corte (p), mm.	0.2	0.6

Para poder simplificar se obtendrán unas variables que llamaremos variables codificadas, que indicarán los niveles bajo y alto como (-1) y (+1) respec

tivamente o simplemente sustituídos por (-) y (+). Por lo tanto es transformada V, a y p por X_1, X_2 y X_3 respectivamente acorde con las siguientes relaciones.

$$X_1 = \frac{v - \bar{v}}{\frac{\Delta v}{2}} = \frac{V - 30}{10}$$

$$X_2 = \frac{a - \bar{a}}{\frac{\Delta a}{2}} = \frac{a - 0.4}{0.2} \quad (1)$$

$$X_3 = \frac{p - \bar{p}}{\frac{\Delta p}{2}} = \frac{p - 0.4}{0.2}$$

EJEMPLO:

$$X_1 = \frac{20 - 30}{10} = -1 \text{ Nivel Bajo}$$

A través de esta transformación o estandarización, cada variable posee rangos que cubren dos unidades de longitud (de (-1 a (1)) con ocho condiciones de prueba que representan las ocho esquinas de un cubo las cuales se pueden apreciar como el orden estandard que aparece en la tabla 2 y que a la vez incluyen los resultados de tres corridas experimentales hechas totalmente al azar.

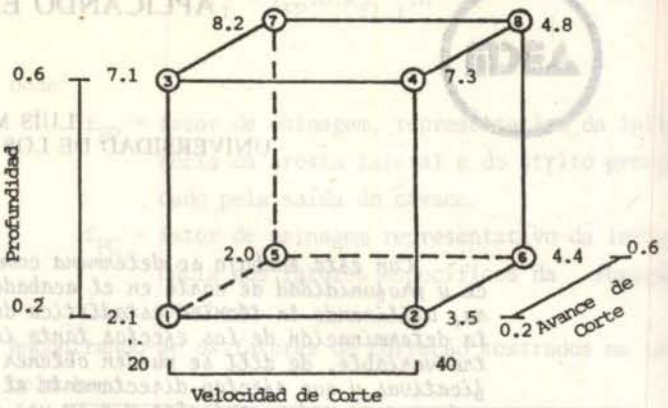


Figura 1. Representación Geométrica del Diseño Experimental y de los Resultados de Los Ensayos.

gun como establece este tipo de estudio [4], el efecto de la velocidad de corte, $E[X_1]$ es estimada por el promedio de las diferencias de cuatro comparaciones individuales.

$$E[X_1] = \frac{1}{4}\left[(\bar{Y}2-\bar{Y}1)+(\bar{Y}4-\bar{Y}3)+(\bar{Y}6-\bar{Y}5)+(\bar{Y}8-\bar{Y}7)\right] \quad (2)$$

TABLA 2 . Condiciones Experimentales y Resultados Obtenidos Segun el Diseño Factorial. 2^3

Orden Estandard	Variables Codificadas X_1	X_2	X_3	Variables Reales v (Gpmin)	a (mmpg)	p (mm)	Resultados Ra, Um Ensayos N°1	N°2	N°3	Valor Promedio $\bar{Y}_i$
1	-	-	-	20	0.2	0.2	2.3	2.0	2.0	2.1
2	+	-	-	40	0.2	0.2	3.5	4.2	2.5	3.5
3	-	+	-	20	0.6	0.2	7.5	7.0	6.8	7.1
4	+	+	-	40	0.6	0.2	7.3	7.5	7.1	7.3
5	-	-	+	20	0.2	0.6	2.1	2.5	1.4	2.0
6	+	-	+	40	0.2	0.6	4.7	4.4	4.1	4.4
7	-	+	+	20	0.6	0.6	8.4	8.0	8.2	8.2
8	+	+	+	40	0.6	0.6	4.9	4.6	4.9	4.8

El orden estandard de las condiciones experimentales es designado por un número encerrado en un círculo para cada una de las esquinas del cubo mostrado en la figura 1, además se aprecia un número cercano a cada una de las esquinas que corresponde al valor promedio de los resultados.

EFECTOS PRINCIPALES

Para determinar el efecto principal de una variable sobre una respuesta la comparación individual puede ser hecha de cuatro combinaciones de otras dos variables como lo muestra la tabla 3, se

TABLA 3. Comparación Individual del Efecto Principal de la Velocidad de Corte.

Comparación Individual de los Resultados Ra, Um.	(a) mmpg	(p) mm
$(\bar{Y}2-\bar{Y}1)=(3.5-2.1)=1.4$	0.2	0.2
$(\bar{Y}4-\bar{Y}3)=(7.3-7.1)=0.4$	0.6	0.2
$(\bar{Y}6-\bar{Y}5)=(4.4-2.0)=2.4$	0.2	0.6
$(Y8-Y7)=(4.8-8.2)\equiv -3.4$	0.6	0.6

El promedio del efecto principal de la velocidad de corte da aplicando la ecuación 1 lo siguiente:

$$E[X_1] = \frac{1}{4}[(1.4 + 0.2 + 2.4 - 3.4)] = 0.15\ \mu m$$

Por lo tanto si los datos obtenidos experimentalmente son sustituídos en la ecuación 2 se obtiene el mismo valor del efecto estimado para la variable X_1.

En general los efectos principales de una variable X_i pueden ser estimados por la siguiente ecuación:

$$V[X_i] = \frac{2}{N} \sum_{J=1}^{N} (\pm \text{ Columna de } X_i).(\bar{Y}_j) \qquad (3)$$

$$E[X_2] = \frac{1}{4}(-\bar{Y}1-\bar{Y}2+\bar{Y}3+\bar{Y}4-\bar{Y}5-\bar{Y}6+\bar{Y}7+\bar{Y}8) = 3.85\ \mu m \quad (4)$$

$$E[X_3] = \frac{1}{4}(-Y1-Y2-Y3-Y4+Y5+Y6+Y7+Y8) = -0.15\ \mu m \quad (5)$$

INTERACCION DE EFECTOS PRINCIPALES

Cuando se estudia por el método de una variable a la vez, esto proporciona un estimado del efecto de una simple variable, con la condición de fijar las otras variables. El diseño factorial proporciona una indicación sea o no que las otras variables actúen , en este trabajo el efecto de interacción de dos factores individuales puede ser analizado utilizando diagramas de dos vías, como lo muestra la figura 2 en la cual se aprecia cómo o en qué medida la velocidad de corte y el avance actúan sobre el acabado superficial, siendo los valores de las cuatro esquinas los promedios de dos pruebas.

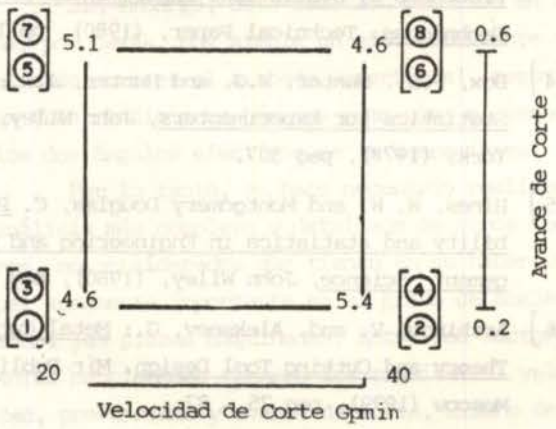


FIGURA 2. Representación de Dos Factores de Interacción entre la Velocidad y el Avance de Corte.

Donde la notación $E[X_1 X_3]$ representa el estimado de la interacción de $X_1 X_3$.

$$E\left[\begin{matrix}\text{Efecto de}\\ \text{Interacción}\end{matrix}\right] = \frac{2}{N} \sum_{J=1}^{N} (\pm \text{ La Columna de interacción-de elementos}).(\bar{Y}_j)$$

de lo cual resulta, la interacción de $X_1 X_3$ como sigue :

$$E[X_1X_3] = \frac{1}{4}(\bar{Y}1-\bar{Y}2+\bar{Y}3-\bar{Y}4-\bar{Y}5+\bar{Y}6-\bar{Y}7+\bar{Y}8) = -0.65\ \mu m \quad (6)$$

$$E[X_1X_2] = \frac{1}{4}(\bar{Y}1-\bar{Y}2-\bar{Y}3+\bar{Y}4+\bar{Y}5-\bar{Y}6-\bar{Y}7+\bar{Y}8) = -1.75\ \mu m \quad (7)$$

$$E[X_2X_3] = \frac{1}{4}(\bar{Y}1+\bar{Y}2-\bar{Y}3-\bar{Y}4-\bar{Y}5-\bar{Y}6+\bar{Y}7+\bar{Y}8) = -0.55\ \mu m \quad (8)$$

De lo anterior se puede obtener una tabla que se denomina tabla de matríz de diseño factorial.

TABLA 4. Generación de las Columnas de Interacción de la matríz del diseño factorial.

Efectos Principales			Efectos de Interacciones				Promedio
X_1	X_2	X_3	X_1X_2	X_1X_3	X_2X_3	$X_1X_2X_3$	$\bar{Y}_i$
-	-	-	+	+	+	-	$\bar{Y}1$
+	-	-	-	-	+	+	$\bar{Y}2$
-	+	-	-	+	-	+	$\bar{Y}3$
+	+	-	+	-	-	-	$\bar{Y}4$
-	-	+	+	-	-	+	$\bar{Y}5$
+	-	+	-	+	-	-	$\bar{Y}6$
-	+	+	-	-	+	-	$\bar{Y}7$
+	+	+	+	+	+	+	$\bar{Y}8$

$$E[X_1X_2X_3] = \frac{1}{4}(-Y1+Y2+Y3-Y4+Y5-Y6-Y7+Y8) = -1.15\ \mu m \quad (9)$$

Como resultado de lo obtenido en cada uno de los valores de la ecuacion es posible obtener una tabla que contiene los valores para calcular el error experimental de las 8 pruebas.

TABLA 5. Cálculo de los Valores para obtener la Varianza y Error.

Y_i	ΣY_i^2	$(\Sigma Y_i)^2$	S_i^2	v_i
2.1	13.29	39.69	0.06	2
3.5	38.33	110.25	1.58	2
7.1	151.49	453.69	0.26	2
7.3	159.95	479.61	0.08	2
2.0	12.62	36.00	0.62	2
4.4	58.26	174.24	0.18	2
8.2	201.80	605.16	0.08	2
4.8	69.18	207.36	0.06	2

El error experimental se puede calcular según la fórmula [5] de la desviación y error estandard dada a continuación.

$$S^2 = \frac{V1.S1^2 + V2.S2^2 + ... + Vq.Sq^2}{V1 + V2 + V3 + ... + Vg} = 0.365 \quad (10)$$

Donde g representa el número de experimentos y V el grado de libertad, si son tres corridas el grado de libertad será: V = 3 - 1 = 2

y el error estandard se puede hallar según la fórmula siguiente.

$$S' = \sqrt{S^2} \qquad S' = \sqrt{0.365} = 0.6042 \quad (11)$$

que representa el error estandard de los efectos, de lo anterior se concluye que los efectos principales y la interacción de dos efectos serán significativos sí y solo sí el valor obtenido por ellos es mayor que dos veces el error estandard, siendo significativo por el hecho de tener una probabilidad de ocurrencia muy baja y sin embargo ocurre durante el experimento.

TABLA 6. Efectos Estimados del Diseño Factorial 2^3 y sus correspondientes errores estandard.

Efectos Principales	Efectos $\pm$ Error
Velocidad, (v) Gpmin.	0.15 $\pm$ 0.6042 Um
Avance, (a) mmpg.	3.85 $\pm$ 0.6042 Um
Profundidad, (p) mm.	- 0,15 $\pm$ 0.6042 Um
Interacción de Dos Factores	
v.a	- 1.75 $\pm$ 0.6042 Um
v.p	- 0.65 $\pm$ 0.6042 Um
A.p	- 0.55 $\pm$ 0.6042 Um
Interacción de Tres Factores	
v.a.p.	- 1.15 $\pm$ 0.6042 Um

Como resultado de lo anterior se concluye que solamente existen dos factores que inciden significativamente en el acabado superficial ya que sus valores sobrepasan los valores obtenidos por el error y son mayores que dos veces éstos como lo demostramos a continuación:

E (a) $>$ 2. S' $\quad$ 3.83 $>$ 1.2084 Um

E (V.a) $>$ 2.S' $\quad$ - 1.75 $>$ 1.2084 Um

CONCLUSIONES.

De la tabla anterior se aprecia que existen dos condiciones en las cuales sus erectos son significativos como son: el efecto principal del avance (a), y el efecto de interacción entre la velocidad y el avance (va). Si se considera solamente el avance, se observa que existe una relación directa con la calidad de la superficie, donde se confirma [6], que el avance sea cual sea el medio de lubricación siempre ejercerá una acción que se traduce en la formación de las micro-irregularidades superficiales.

La interacción velocidad y avance de corte es claramente otro indicativo de que el efecto de profundidad en el acabado superficial no representa un factor determinante pero sí asegura que la velocidad en forma aislada, no debe ser interpretada como agente formador de irregularidades superficiales. La velocidad asociada con el avance ratifica lo experimentado [7], que atribuye a la velocidad un efecto modificador de las micro-irregularidades superficiales, tanto en la pieza como en la herramienta.

BIBLIOGRAFIA

[1] Boothroyd, G., Fundamentos del Corte de Metales y de las Máquinas Herramientas, Mc Graw Hill, USA. (1978), pag 127 - 143.

[2] Sarache, L., Influencia de Tres Variables en el Corte de Metal con Limadora, Universidad de Los Andes, Mérida, (1981)

[3] Wang, K: K., Investigation of Manufacturing Processes By Statistical Experimental Design Techniques, Technical Paper, (1980). pp 1-13.

[4] Box, P.E., Hunter, W.G. and Hunter, J.S.: Statistics for Experimenters, John Wiley, New York, (1978), pag 307.

[5] Hines, W. W. and Montgomery Douglas, C. Probability and statistics in Engineering and management Science, John Wiley, (1980), pag 209

[6] Arshinov, V. and, Alekseev, G.: Metal Cutting Theory and Cutting Tool Design, Mir Publishers, Moscow (1979), pag 75 - 87.

[7] Trent, E.M.: Tool Wear and Machanibility, The Production Engineer, Londres, (1959), Vol 38, Nº 3 Pag. 105.

FACTORES INCIDENTES EN EL ACABADO SUPERFICIAL DE PIEZAS MECANIZADAS CON LIMADORA

LUIS M. SARACHE B.
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES, MÉRIDA, VENEZUELA

En el presente artículo se hace un análisis detallado de los diversos factores que inciden directamente en el acabado superficial, luego de ser mecanizada una pieza con limadora.

Se establece una ecuación matemática que rige el grado de rugosidad dado por la herramienta sobre el material, ecuación ésta totalmente diferente a la enunciada por G. Boothroyd y comparada esta ecuación con valores obtenidos reales.

INTRODUCCION.

Como es bien conocido, existe una ecuación matemática [1] según estudios analíticos, que describe el acabado superficial dado por una herramienta, como el efecto combinado del avance y los ángulos efectivos de los filos principal y secundario. Siendo la ecuación la siguiente:

$$Ra = \frac{f}{4\ (\text{cotg Kré} + \text{cotg kre})} \qquad (1)$$

donde:

Ra = grado de acabado superficial en mm.
f = avance de corte en mm.
kré = ángulo efectivo del filo principal.
kre = ángulo efectivo del filo secundario.

Sin embargo, esta ecuación describe en forma, por demás, muy simple un efecto bastante complicado como es el acabado superficial, resumido en tres condiciones básicas como son: el avance y los dos ángulos efectivos de la herramienta.

Por lo tanto, se hace necesario realizar un análisis más completo y detallado de otros factores, no considerados que tienen en su haber un papel sumamente importante en el grado de acabado sobre las piezas maquinadas. Entre los factores antes mencionados figuran los siguientes: velocidad, profundidad y avance de corte, diseño de la máquina, carrera de trabajo, material, ángulos y vida de la herramienta, las dimensiones y propiedades mecánicas del material a trabajár, el tipo de operación de corte a ejecutar y la frecuencia de esta operación.

CONSIDERACIONES TEORICAS.

Luego de realizarse las consideraciones técnicas necesarias y comparar estas con los resultados experimentales se llegó a la conclusión de que la expresión matemática que rige el grado de rugosidad dado a una piesa con la limadora, se puede expresar según la fórmula siguiente:

$$Ra = \frac{P}{4\ (\text{cotg Kré} + \text{cotg Kre})} \qquad (2)$$

Ecuación ésta muy parecida a (1), pero en el fondo totalmente diferente, ya que el valor de P involucra toda una serie de factores no considerados anteriormente y que inciden en forma notable sobre la pieza maquinada y en especial sobre el acabado superficial.

Desarrollo:

$$P = F.\ N.\ f. \qquad (3)$$

$$\text{donde} \quad N = \frac{bw}{f} \qquad (4)$$

$$\text{y} \quad F = \sqrt{Nt/Nb} \qquad (5)$$

Siendo:

bw = la longitud de la pieza a maquinar en mm.
f = el avance de la mesa en mm/golpe
Nt = número de herramientas utilizadas
Nb = número de piezas trabajadas

$$\text{Pero} \quad \frac{Nt}{Nb} = \frac{tm}{t} \qquad (6)$$

Que involucra el tiempo de maquinado tm y la vida de la herramienta t ya que cuando se verifica el corte del metal, el rendimiento o la capacidad

de corte está definida por la duración del filo de la herramienta afectando de forma directa el acabado superficial de la pieza.

La vida de la herramienta está definida por la ecuación de Taylor [2]. Según la siguiente expresión para corte contínuo.

$$t = tr \left(\frac{Vr}{Vc} \right)^{1/n} \qquad (7)$$

En este caso el corte es intermitente y la ecuación anterior se modifica de la siguiente forma.

$$t = \frac{tr}{Q} \left(\frac{Vr}{Vc} \right)^{1/n} \qquad (8)$$

donde Q es la razón entre la permanencia de la herramienta sobre la pieza en corte y el tiempo que dura la herramienta inactiva, según muestra la siguiente figura.

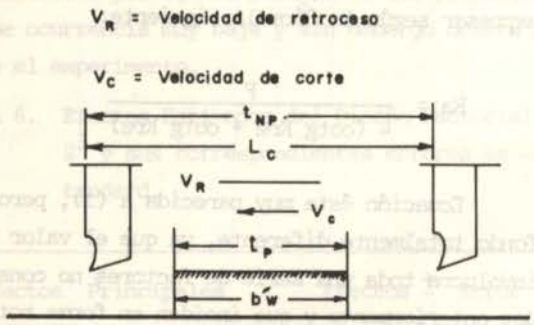


Fig. Nº 1. Esquema del proceso de corte con limadora donde se indica, tp tiempo de permanencia en corte, $b\acute{w}$ ancho de la pieza, t_{NP} tiempo inactivo de la herramienta y Lc longitud de la carrera de trabajo.

De lo anterior resulta:

$$Q = \frac{tp}{t_{NP}} \qquad (9)$$

donde $$tp = \frac{bw}{Vc} \qquad (10)$$

y $$t_{NP} = \frac{Lc}{V_R} + \frac{Lc - bw'}{Vc} \qquad (11)$$

Es de notar que en el proceso existen dos velocidades diferentes, la velocidad de corte Vc y la velocidad de retroceso V_R, distintas porque está máquina herramienta trabaja mediante un sistema de palanca oscilante, donde la velocidad V_R es mayor que Vc de forma tal que se disminuyan los tiempos improductivos, como se muestra a continuación.

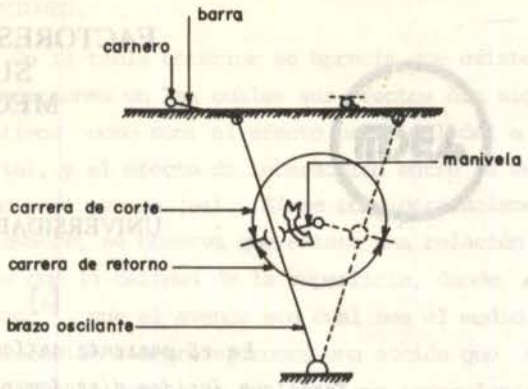


Fig. Nº 2. Sistema de palanca oscilante, medio por el cual se produce el desplazamiento del torpedo y cabezal porta herramienta. [3]

Existe por lo tanto una relación entre V_R y Vc dada por la siguiente ecuación:

$$\frac{V_R}{Vc} = \frac{2.L.r}{d.Lc} \qquad (12)$$

donde: L = longitud del brazo o palanca en mm.
d = distancia al centro de rotación en mm.
r = radio de la manivela en mm.
Lc = carrera del torpedo en mm.

Haciendo las sustituciones respectivas las ecuaciones (9), (10) y (11) y del valor de V_R de la la ecuación (12) en la ecuación (8) se tiene:

$$Q = \frac{1}{\left(\frac{Lc^2 d}{2Lr\, b\acute{w}} + \frac{Lc}{b\acute{w}} - 1 \right)} \qquad (13)$$

$$Q = \frac{1}{A} \qquad (14)$$

$$t = tr \left(\frac{Vr}{Vc} \right)^{1/n} . A \qquad (15)$$

Ahora, para poder estimar la vida de la herramienta se requiere definir el tipo de material que constituye la herramienta, en este caso acero rápido, Hs, y la resistencia del material para poder obtener los valores de tr y Vr dados por la siguiente figura.

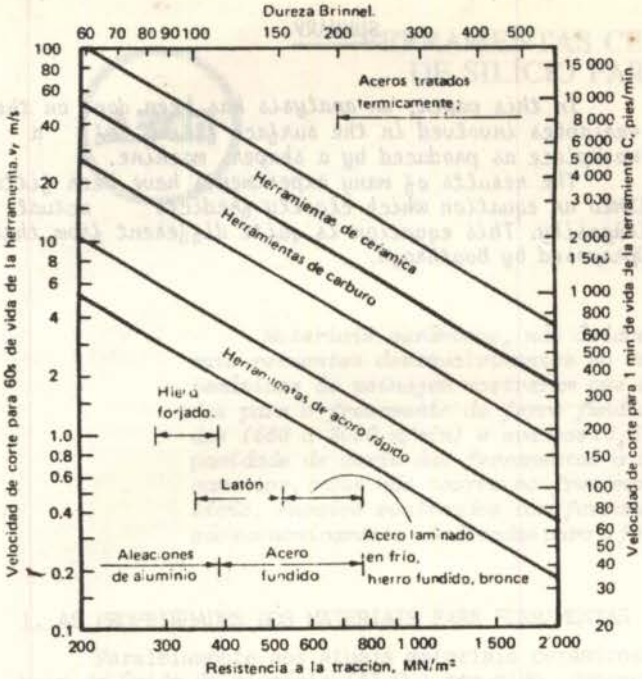


Fig. Nº 3. Valores aproximados de la velocidad de corte Vr cuando la vida de la herramienta t_r = 60s.

Hasta el momento solo ha quedado por definir el tiempo de maquinado tm.

$$\text{donde:} \qquad tm = \frac{bw.k}{f.N_R} \qquad (16)$$

Siendo k el número de pasadas requeridas por la herramienta para llegar a la profundidad deseada. Y N_R es la frecuencia de corte de la herramienta sobre la pieza, dado directamente por el selector de velocidad de la limadora expresado en golpes/min, que representa la velocidad media de la operación.

$$\text{O sea} \qquad Vm = \frac{2.Lc.N_R}{} = \frac{Vc + V_R}{2} \qquad (17)$$

Sustituyendo la ecuación (15) y (16) en la ecuación (6) resulta.

$$\frac{Nt}{Nb} = \frac{bw.k}{f.N_R.tr.(Vr/Vc)^{1/n}.A} \qquad (18)$$

Y el valor de P final para determinar el grado de rugosidad queda de la siguiente forma:

$$P = \frac{bw}{f} : f \sqrt{\frac{bw.k}{f.N_R.tr.(Vr/Vc)^{1/n}.A}} \qquad (19)$$

Resumiendo: $Ra = \dfrac{P}{4\,(\text{cotg Kré} + \text{cotg Kre})}$

DATOS UTILIZADOS PARA REALIZAR LOS EXPERIMENTOS Y TAMBIEN INCLUIDOS EN LA ECUACION MATEMATICA PROPUESTA EN EL PRESENTE ARTICULO.

N_R	= 20 golpes/min.	L	= 680 mm.
bw	= 50,8 mm.	d	= 350 mm.
Kre	= 4°	Lc	= 300 mm.
Kré	= 60,65,75,80 y 85°	r	= 122 mm
N	= 300 golpes	tr	= 60s.
f_1	= 0,2 mm/golpe	k	= 1 herramienta.
f_2	= 0,4 mm/golpe.	bw_1	= 60 mm.
f_3	= 0,6 mm/golpe.	bw_2	= 120 mm.
n	= 0,125 Hss.	bw_3	= 180 mm.

Vr = 0,75 m/s. Probeta de acero con dureza 200 Brinnel.

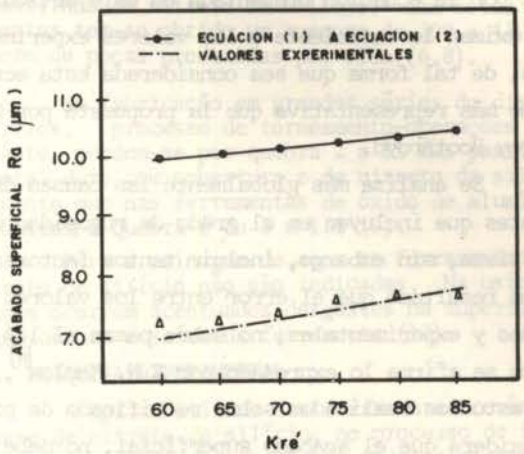


Fig. Nº 4. Acabado superficial vs. el ángulo efectivo del filo principal con avance de 0.2 mm./golpe.

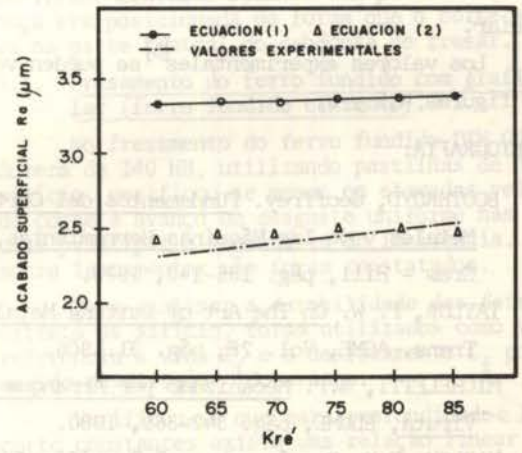


Fig. Nº 5. Acabado superficial vs. el ángulo efectivo del filo principal con avance de 0.4 mm./golpe.

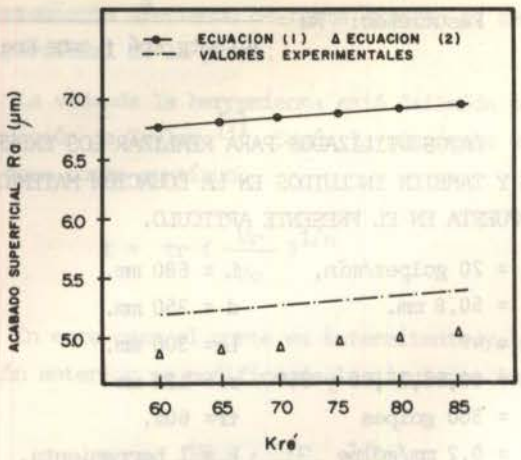


Fig. Nº 6. Acabo superficial vs. el ángulo efecti vo del filo principal con avance de - 0.6 mm./golpe.

CONCLUSIONES:

Se abserva claramente que los valores calcula dos por la ecuación presentada en este artículo, se aproximan lo suficiente a los valores experimenta - les, de tal forma que sea considerada esta ecuación como más representativa que la propuesta por Geo -- ffrey Boothroyd.

Se analiza más globalmente las causas determi nantes que incluyen en el grado de rugosidad dado a la pieza, sin embargo, incluir tantos factores dío como resultado que el error entre los valores calcu lados y experimentales, no sobre pasan el 10%, con ésto se afirma lo expresado por E.N. Maslow[4], quién en estudios realizados sobre rectificado de piezas, considera que el acabado superficial, no debe ser - sólo una función de la geometría de la herramienta y las características de corte, ya que en el momen- to de efectúarse una operación de corte, gran canti dad de factores influyen y aunque sea pequeña su in fluencia no indica de forma alguna que se debe des- preciar.

Los valores experimentales[5] se pueden ver en las figuras 4,5 y 6.

BIBLIOGRAFIA:

[1] BOOTHROYD, Geoffrey. Fundamentos del Corte de Metales y de las Máquinas Herramientas, Mc- Graw - Hill, pág. 136-143, 1978.

[2] TAYLOR, F. W. On The Art of Cutting Metals, Trans. ASME, Vol. 28, pág. 31.1906.

[3] MICHELETTI, G.F. Mecanizado por Arranque de - Viruta, BLUME, pág. 342-369, 1980.

[4] MASLOW, E.N. Teoría sobre el Rectificado de - Piezas Metálicas, MOSCA, 1961.

[5] SARACHE, L.M. Influencia de Tres Variables en el Corte de Metal con Limadora, Universidad de Los Andes, 1981.

SUMMARY

In this paper, an analysis has been done on the variables involved in the surface finish of a workpiece as produced by a shaper machine.

The results of many experiments have been fitted into an equation which closely predicts actual rugosity. This equation is quite different from that proposed by Boothroyd.

FERRAMENTAS CERÂMICAS À BASE DE NITRETO DE SILÍCIO PARA A USINAGEM DE METAIS

W. KÖNIG
J. LAUSCHER
WZL/RWTH-AACHEN
LOURIVAL BOEHS
GRUCON-UFSC

Materiais cerâmicos, não óxidos, à base de nitreto de silício fazem parte dos mais recentes desenvolvimentos no campo dos materiais para ferramentas. Ensaios sistemáticos de usinagem mostraram que as ferramentas de nitreto de silício são indicadas para o fresamento de ferro fundido cinzento, dentro de uma ampla gama de velocidades (560 a 3000 m/min) e avanços (0,3 a 10 mm/dente). Causas típicas para a perda de capacidade de corte das ferramentas à base de óxido de alumínio são os micro e macro lascamentos, o que não ocorre no fresamento em desbaste com ferramentas de nitreto de silício. Ensaios realizados com ferramentas de nitreto de silício, mostraram que estas não são economicamente indicadas para o fresamento de ferro fundido com grafita esferoidal.

1. AS PROPRIEDADES DOS MATERIAIS PARA FERRAMENTAS

Paralelamente aos atuais materiais cerâmicos à base de óxido de alumínio (Al_2O_3) tem sido desenvolvidos recentemente vários materiais cerâmicos à base de nitreto de silício (Si_3N_4), não óxidos. Estes materiais para ferramentas, já disponíveis no mercado, divergem entre si pela sua composição química (tipo e percentual), bem como pelo processo de fabricação, implicando na existência de materiais com propriedades distintas (1,2,3).

De um modo geral, pode-se dizer que as ferramentas cerâmicas à base de nitreto de silício possuem resistência à flexão significativamente superior às de óxido de alumínio. Esta comparação é válida para semelhantes durezas a quente.

As ferramentas à base de óxido de alumínio apresentam uma característica indesejável que é a baixa resistência a choques térmicos. Devido a pequena dutilidade, as tensões térmicas não sofrem um relaxamento, acarretando a formação de trincas.

Uma boa resistência a choques térmicos exige consequentemente uma elevada resistência à tração e condutibilidade térmica, assim como, menor dilatação e módulo de elasticidade (4).

As ferramentas de nitreto de silício apresentam como consequência da maior condutibilidade térmica e menor coeficiente de dilatação uma resistência a choques térmicos mais elevada do que as ferramentas de óxido de alumínio. Esta última propriedade proporciona ao nitreto de silício boas características para utilização em operações de usinagem com cortes interrompidos e permite a aplicação de fluídos de corte.

Entretanto, as ferramentas de nitreto de silício são menos resistentes à reações químicas do que as de óxido de alumínio.

2. CAMPOS DE APLICAÇÕES DAS FERRAMENTAS DE CERÂMICA DE NITRETO DE SILÍCIO

Atualmente, as principais aplicações das ferramentas de nitreto de silício são no fresamento do ferro fundido cinzento em operações de desbaste com grande avanço, assim como no torneamento igualmente em desbaste. No caso do torneamento, especialmente na usinagem de peças onde ocorrem cortes interrompidos e usinagem de superfícies muito irregulares. Além destas, as ferramentas de nitreto de silício são recomendadas para a usinagem de ligas à base de níquel (5 a 8), ou seja, ligas de alta resistência em temperaturas elevadas.

Na produção industrial, o fresamento de blocos de motores, acoplamentos de escapamentos e no fresamento de carcaças, as pastilhas intercambiáveis de metal duro com cobertura tem sido substituidas por pastilhas de nitreto de silício. Com estas ferramentas tem-se obtido um aumento de 200 a 430% no número de peças produzidas por vida (6,8).

Na fabricação em grandes séries de discos de freios, processo de torneamento-operações de desbaste, perdem-se por quebra 2 a 5% das pastilhas de metal duro com cobertura e de nitreto de silício. Enquanto que nas ferramentas de óxido de alumínio (cerâmicas) a quebra é de 5 a 13% (9).

Para a usinagem de aços as ferramentas de nitreto de silício não são indicadas. Na usinagem de aços ocorrem acentuados desgastes na superfície de incidência e saída da ferramenta (10).

3. PESQUISA EXPERIMENTAL

A aplicabilidade das ferramentas cerâmicas à base de nitreto de silício, no processo de fresamento, foi pesquisada através de ensaios sistemáticos de usinagem em blocos de ferro fundido.

Para a pesquisa foram utilizadas as pastilhas intercambiáveis SNGN 120412 com chanfro de 0,3 mm X 30°, disponíveis no mercado (11).

Todos os ensaios foram realizados com cabeçote de fresar contendo somente uma pastilha (1 gume). A peça era posicionada de forma que o corte se realizava na parte central do cabeçote de fresar.

3.1. Fresamento do ferro fundido com grafita lamelar (ferro fundido cinzento).

No fresamento do ferro fundido DIN GG 30 com dureza de 240 HB, utilizando pastilhas de nitreto de silício, verificou-se mesmo em elevadas velocidades de corte e avanço um desgaste uniforme nas superfícies principal e secundária de incidência. Micro e macro lascamentos não foram constatados.

Para analisar a durabilidade das ferramentas de nitreto de silício, foram utilizados como valores de referência a vida T_f e o deslocamento L_f por vida, medido na direção do avanço.

Verificou-se que para profundidade e largura de corte constantes existe uma relação linear entre o deslocamento por vida e a quantidade de material removido por vida da ferramenta.

O aumento da velocidade de corte de 560 m/min para 3000 m/min resultou na redução do deslocamento por vida de 16 m para 1,3m. Por outro lado, ele-

vações no avanço por dente e por rotação resultaram em maiores deslocamentos por vida, figura 1. Como critério de desgaste foi utilizada a largura da marca de desgaste na superfície de incidência (VB = 0,2 mm).

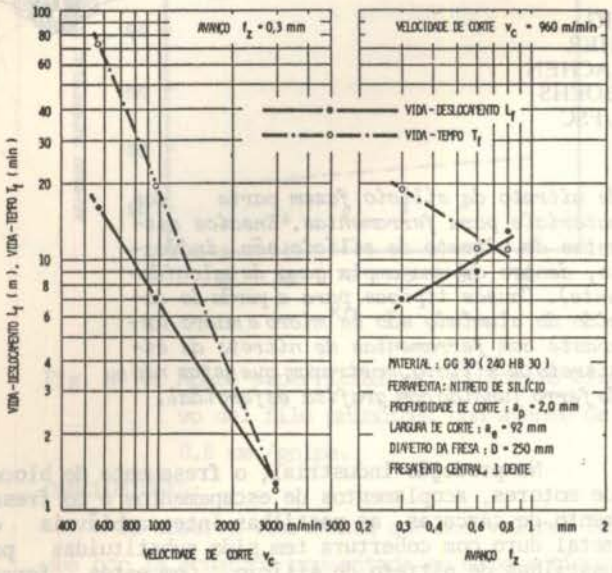


Fig. 1-Influência da velocidade de corte e avanço sobre o deslocamento por vida L_f e na vida T_f.

Considerando o fato de que o desgaste das ferramentas de nitreto de silício se apresenta uniforme, na prática industrial poderão ser admitidos valores de VB entre 0,3 mm e 0,4 mm, como é usual para ferramentas de metal duro. Isto significa que serão atingidas vidas ainda maiores para estas ferramentas.

A figura 2 apresenta uma comparação entre a capacidade de corte das ferramentas de nitreto de silício e de metal duro com e sem cobertura.

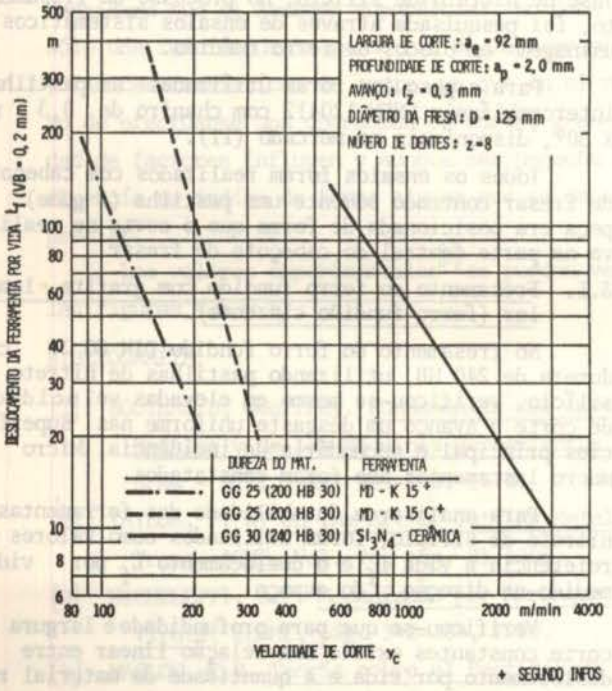


Fig. 2-Comparação entre a vida das ferramentas fabricadas de diferentes materiais.

Os valores obtidos no fresamento com ferramentas de nitreto de silício, utilizando cabeçote de fresar com um gume, para efeitos de comparação, foram tomados como válidos para um cabeçote com oito gumes.

Considerando um deslocamento por vida de 100 m (L_f = 100 m) e cabeçote de fresar com oito gumes, verifica-se que as ferramentas de nitreto de silício permitem trabalhar com velocidades de corte 250% maiores do que as ferramentas de metal duro com cobertura. Esta diferença se eleva para 500% quando são utilizadas ferramentas de metal duro sem cobertura.

Para as mesmas condições de corte efetuou-se uma comparação entre o comportamento do desgaste das ferramentas de nitreto de silício e as de cerâmica mista. Constatou-se uma diferença fundamental, que se acentuava com o aumento do avanço. Enquanto que as ferramentas de nitreto de silício apresentavam um desgaste na superfície de incidência uniformemente crescente e que levava ao fim de vida, nas de cerâmica mista ocorria um menor desgaste inicial, mas, perdiam a capacidade de corte prematuramente por quebra, figura 3. Isto constata-se também na análise dos resultados da figura 4.

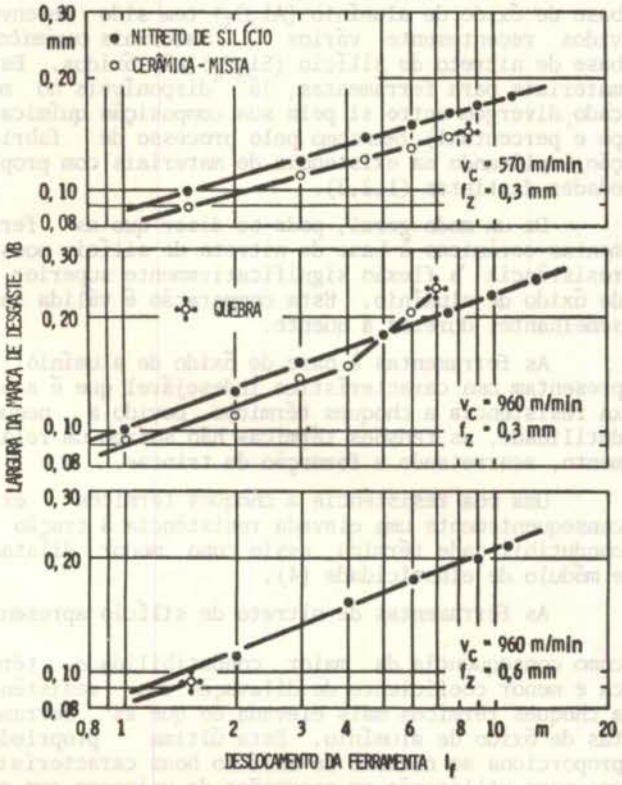


Fig. 3-Comportamento do desgaste das ferramentas em função do deslocamento l_f

Ensaios adicionais de fresamento foram realizados no ferro fundido DIN GG 30, com dureza de 150 HB. Na velocidade de corte v_c = 1000 m/min foram realizados avanços fz de 0,3 mm, 0,5 mm e 1,0 mm. Mesmo após a trajetória, correspondente a uma peça de 21,5 m de comprimento, utilizando avanço fz = 1,0 mm, constatou se na ferramenta somente um pequeno desgaste. O fim da vida ainda não havia sido atingido. As ferramentas cerâmicas trabalhando a uma velocidade de corte de 1000 m/min e avanço de 0,3 mm, perdiam sua capacidade de corte, por quebra, após uma trajetória l_f = 0,6 m.

Os desgastes das ferramentas usadas no fresamento do ferro fundido GG 25 eram nitidamente inferiores aos das ferramentas usadas na usinagem do fer-

ro GG 30. Esta fato foi observado nos ensaios com as mesmas condições de corte.

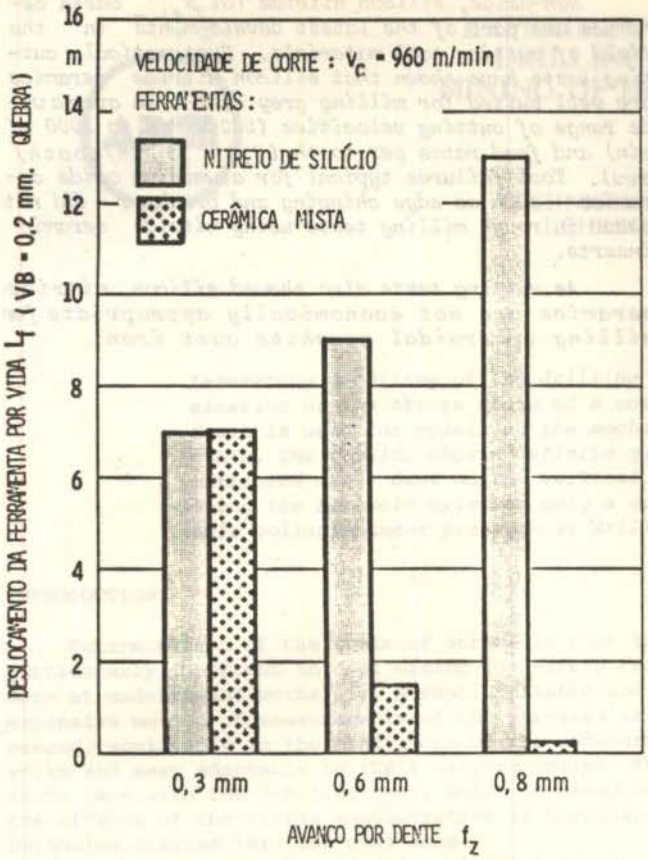


Fig. 4-Deslocamento por vida L_f em função do avanço f_z.

3. 2. Fresamento de ferro fundido com grafita globular.

Nos ensaios de fresamento com ferramentas de nitreto de silício em ferro fundido DIN GGG 70 não puderam ser realizadas as mesmas condições de corte usadas na usinagem do ferro fundido cinzento, nem tampouco foram atingidos os mesmos deslocamentos por vida. A figura 5 mostra o comportamento do desgaste das ferramentas de nitreto de silício para o fresamento do ferro GGG 70 em diferentes velocidades de corte.

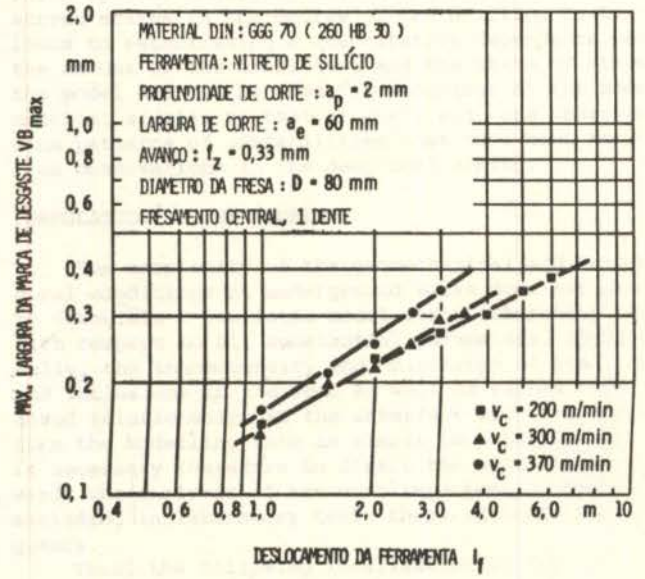


Fig. 5-Desgaste máximo para diferentes velocidades de corte em função do deslocamento l_f

Valores práticos, relevantes, para o deslocamento por vida foram obtidos com velocidades de corte entre 200 e 300 m/min.

Para efeito de comparação foram utilizados resultados obtidos na usinagem com ferramentas de metal duro providas de diversas camadas de cobertura com componentes cerâmicos. As condições de corte utilizadas foram as mesmas.

Na figura 6 observa-se que o maior desgaste ocorre nas pastilhas de classe K 35 C. Desgastes consideravelmente menores são observados nas ferramentas da classe K 15 C. Este comportamento é justificado por dois fatores: maior resistência ao desgaste do substrato e geometria positiva da cunha de corte. Após a usinagem ao equivalente de uma peça entre 4 a 6 m de comprimento, foram observados micro lascamentos nas proximidades do gume, ocorrência de trincas perpendiculares ao gume no substrato, lascamentos de camadas da cobertura e desgaste na superfície de incidência, que aumentava na medida que a ferramenta atingia o fim de vida.

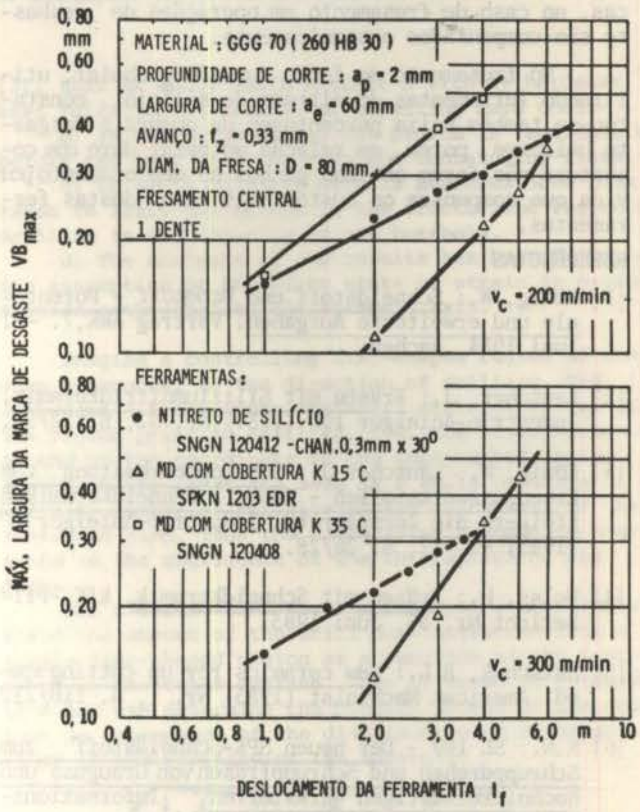


Fig. 6-Máxima largura da marca de desgaste em função do deslocamento l_f para diferentes ferramentas e velocidades.

Comparadas com as ferramentas K 15 C, as ferramentas de nitreto de silício apresentavam um maior desgaste inicial, entretanto para trajetórias maiores, esta diferença no desgaste se tornava menor. Em velocidades maiores, o ponto de cruzamento das curvas de desgaste se desloca na direção de menores trajetórias, figura 6.

4. CONCLUSÕES

Um fator importante no fresamento de ferro fundido com ferramentas de nitreto de silício é a forma da grafita no ferro.

Os resultados obtidos no fresamento em operações desbaste do ferro fundido cinzento (grafita lamelar) podem ser resumidos da seguinte forma:

Como consequência da boa resistência a choques térmicos e tenacidade, as ferramentas cerâmicas à base de nitreto de silício apresentam baixa percen-

tagem de quebra e desgaste uniforme. O fim de vida destas ferramentas é determinado de forma semelhante nas de metal duro, ou seja, em função da largura da marca de desgaste na superfície de incidência. Micro e macro lascamentos próximos do gume, como ocorrem na usinagem em desbaste com ferramentas cerâmicas à base de óxido de alumínio, causando um fim de vida prematuro, não foram constatados nas ferramentas de nitreto de silício.

A baixa sensibilidade aos choques conduz a um considerável aumento na segurança durante a usinagem, especialmente quando da sua utilização em linhas "Transfer" e em turnos de trabalho pobres em operadores de máquinas.

Boa tenacidade associada a elevada dureza a quente permitem realizar velocidades de corte maiores do que com as ferramentas cerâmicas convencionais, sendo que o avanço utilizável pode ser superior a 200 % daquele usado nas de cerâmica.

Os custos de ferramentas que são de 200 a 300% superiores às de metal duro com cobertura e cerâmicas, no caso de fresamento em operações de desbaste são compensados economicamente.

No fresamento do ferro fundido globular, utilizando ferramentas de nitreto de silício, constatou-se também baixa percentagem de quebra e desgaste uniforme, porém, em relação ao metal duro com cobertura não foram obtidos ganhos no deslocamento por vida que compensam os custos mais altos destas ferramentas.

REFERÊNCIAS

|1| König, W.: Schneidstoff und Werkstoff - Potentiale und erweiterte Aufgaben. Vortrag AWK, 7. -8. juni 1984, Aachen.

|2| Lauscher, J.: Fräsen mit Siliziumnitridkeramik. Industrie-Anzeiger 106 (1984) Nr. 92, S. 52/53.

|3| König, W.; Lauscher J.: Schruppbearbeitung von Eisengusswerkstoffen - Neue Schneidkeramiken steigern die Zerspanrate. Industrie-Anzeiger 107 (1985) Nr. 22, S. 26/28.

|4| Weiss, H.: Fräsen mit Schneidkeramik. KfK -PfT-Bericht Nr. 55, Juni 1983.

|5| Hatschek, R.L.: New ceramics rev up cutting speed. American Machinist (1983) Nr. 1, S. 110/112

|6| N.N.: SL 100 - Der neuen SPK-Schneidstoff zum Schruppdrehen und Schruppfräsen von Grauguss und hochnickelhaltigen Werkstoffen. Informationsschrift der Fa. Feldmühle, Plochingen.

|7| N.N.: New SP4 NTK Insert-Silicon Nitride. Informationsschrift der Fa. NGK Sparks Plugs, Ratinger.

|8| N.N.: Der Neue Hartstoff zur Gussbearbeitung: Siliziumnitrid. Informationsschrift der Fa. Iscar, Ettlingen.

|9| Tanaka, H.; Sumida, K.; Present status and reliability of ceramic tools. Metalworking (1984) Nt. 5, S. 50/55.

|10| Samanta, S.K.; Subramanian, K.: Hot pressed Si_3N_4 as a high performance cutting tool material. NAMRC, XIII Conf., 1985.

|11| N.N.: Ceramic cutting tool formed Si_3N_4-Y_2O_3-SiO_4 and method of making. United States Patent Nº. 4.434.238, 1984.

SUMARY:

Non-oxide, silicon nitride (Si_3N_4) based ceramics are part of the latest developments in the field of cutting tool materials. Systematical cutting tests have shown that silicon nitride ceramics are well suited for milling grey cast iron over a wide range of cutting velocities (560 m/min to 3000 m/min) and feed rates per tooth (0,3 a 10 mm/tooth/rev). Tool failures typical for aluminium oxide ceramics - such as edge chipping and breakage - did not occur in rough milling tests using nitride ceramic inserts.

As cutting tests also showed silicon nitride ceramics are not economically appropriate for milling spheroidal graphite cast iron.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

EXPERIMENTAL ANALYSIS OF THE DRILLING TEST IN DEEP COAL MINING OF HIGHLY STRESSED SEAMS

GABRIEL TOKAR
TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
LEHRSTUHL A FÜR MECHANIK

SUMMARY

Laboratory modelling of the drilling test used in underground mining for the determination of the stress state of a coal seam is presented. A specially treated epoxy resin is used for modelling the mechanical properties of hard coal in these experiments. The results show a definite quantitative dependence of the amount of the extracted drill dust on the vertical pressure orthogonal to the borehole. The pressure along the borehole axis has only a qualitative influence on the pattern of the borehole collapse under pressure at drilling.

INTRODUCTION

Determination of the state of stress in rock is particularly important in coal mining for safety reasons at underground works [1]. A fast, reliable and inexpensive method of measurements of the stresses is needed, applicable in the conditions of the underground works and easy adaptable to their varying setups. This is the case with the drilling test, which is based on the effects of the stress concentration at circular boreholes drilled into the coal seam.

With stresses at the vicinity of the borehole exceeding the limiting value for the rock material, a fracture region developes at the borehole during the drilling. This leads to extraction of exceedingly high amounts of drill dust, in quantities corresponding to the governing stress level. The fracture zone propagates with the process of extraction of the rock material, until a stationary state has bee achieved. Measurements of the amount of the extracted drill dust can give thus a qualitative estimate of the state of stress in the coal seam.

Model tests in laboratory conditions enable to establish the influence of a single stress component on the amount of the extracted material [2]. With that purpose a threeaxial load cell has been developed, in which special modelling materials undergo a variety of stress states in the course of the drilling test. It leads to establishing a quantitative dependence between the amount of the drill dust and the state of stress in the model and can be used for behaviour of the model material similar to that of coal, e.g. one observes some patterns of instabilities that have been known from observations in the deep coal mining.

FORMULATION OF THE MODEL

The complexity of the geomechanical and technological conditions at underground works does not permit to formulate a realistic model for a laboratory test with respect to all substantial parameters. Additionally, the inhomogeneity and anisotropy of coal, cracks and inclusions in the seam as well as rather complicated relationships at the interface with the siderock turn the modelling into an almost impossible task. It is necessary therefore to direct the main effort towards the analysis of the most important phenomena, excluding in laboratory tests those of lesser consequence.

Thus, the following idealisation of the drilling test has been formulated:

a) To assure the mechanical homogeneity and the repeatability of the mechanical properties of the medium a substitute material was chosen instead of hard coal for drilling tests. It had been found by Burgert [3], that an epoxy resin Araldit B with 4% hardener best fulfills the demands of modelling hard coal.

b) It was assumed that the medium is isotropic and before the test drilling does not contain any flaws.

c) To avoid boundary effects measures have been taken to limit the extent of the fracturized region at drilling to the vicinity of the borehole.

d) The analysis of the results has been based on the assumption of the plane state of strain in cross-section orthogonal to the borehole axis.

Imagine a controlling disc-shaped region of the seam orthogonal to the direction of drilling, Fig. 1. We assume a homogeneous "primary" state of stress in the region prior to drilling, i.e. the stresses don't depend on the coordinate in the unperturbed initial state. In the limit the seam as a whole consists of an infinite number of infinitesimally thin discs of the mentioned kind. Thus the simplifying assumption consists in the negligence of the interaction of the discs.

Let's assume that the experimental measurements yield the amount of the drill dust extracted from a single disc-shaped region as a function of the tractions on its outer surface. Then by means of integration one can determine the overall amount of the drill dust in dependence of the distribution of external loads in the vicinity of the borehole.

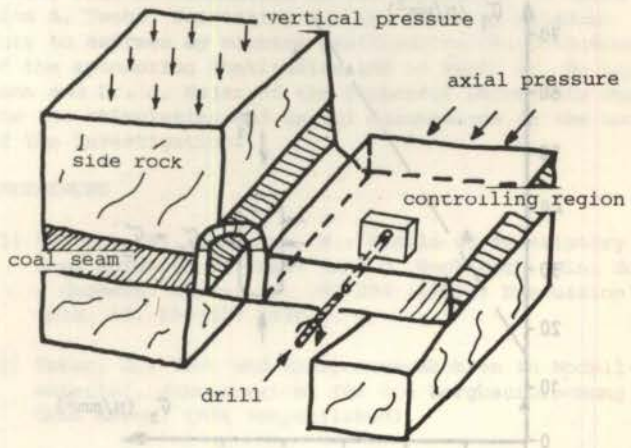


Figure 1. Underground coal mining drilling test

Based on this idea, an experimental setup has been developed, in which disc-shaped samples would be positioned in a three-axial pressure cell to be loaded to the given level of primary stress. The construction of the cell allows to perform drilling in the loaded state, with the extraction of the drill dust and instantaneous

measurement of its amount. As the outer pressure grows regions of extensive damage develope around the borehole and the amount of the drill dust grows rapidly. In result, a new state of equilibrium developes, in which the borehole turns out to be encased in a region of limiting damage, corresponding to plastic behaviour of the material, Fig. 2.

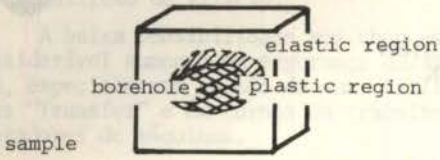


Figure 2. Schematic distribution of elastic and plastic regions

EXPERIMENTAL DEVICE

The experimental device consists of a three-axial pressure cell for loading the sample to the idealized primary state of stress. The cell is fit for loading rectangular samples size 40x40x20 mm^3. The load is applied to all surfaces. There is no gap between the walls of the cell neither during the loading nor during the drilling test. Two of the walls of the cell are movable, thus resulting in an independent choice of the axial and vertical pressure. The horizontal pressure orthogonal to the borehole is established dependently as a reaction to the side expansion of the sample under the action of the main loads.

The drilling setup consists of an electric drill with continuous control of the speed, attached to a drilling platform moving on bearings, Fig. 3.

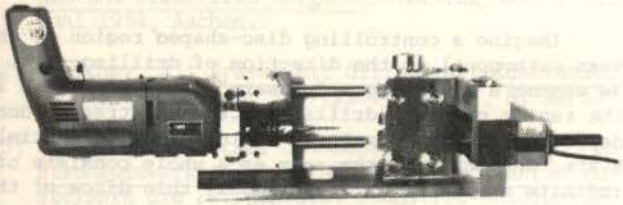


Figure 3. Three-axial pressure cell with the drilling setup

Samples were cast of Araldit B (delivered by Ciba-Geigy, Switzerland) with only 4% by weight hardener (PSA). The compressive strenght of the material in three-axial tests can be approximated by means of the Mohr-Coulomb law [3]. Fig. 4.

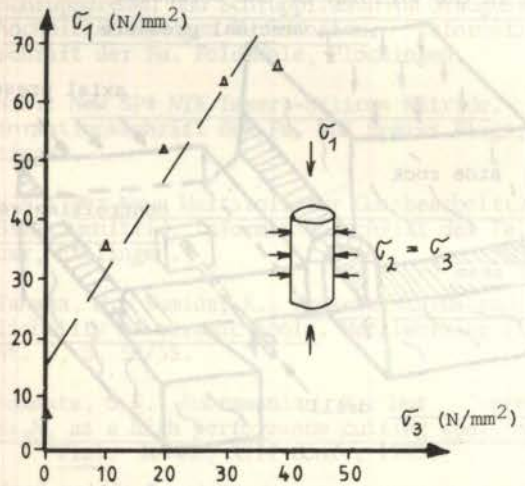


Figure 4. Three-axial compressiv strength of the model material araldit

EXPERIMENTS AND EXPERIMENTAL DATA

Before the begin of the experiments samples were thoroughly greased in order to diminish the effects of the friction at the walls of the pressure cell. After inserting into the cell an initial borehole was drilled in the sample and the amount of the drill dust m_o was used as a reference quantity in further analysis. Now, in correspondence with the experimental program, the axial load was applied to the sample and kept constant during the test.

Then, keeping the drill running the vertical pressure was gradually applied. One could observe here a gradual increase of the amount of the drill dust extracted, slow at the beginning and rapidly growing at the further stages of the loading. This allowed to establish a correspondence between the amount of the dust and the vertical pressure, which is independent on the loading process under the assumption of the plane strain. Also an opposite statement, namely that the amount of the drill dust allows to determine the governing state of stress, can be concluded.

Four experimental series, at different levels of the axial pressure each, have been conducted. The experimental data can be summed up in the following graphs.

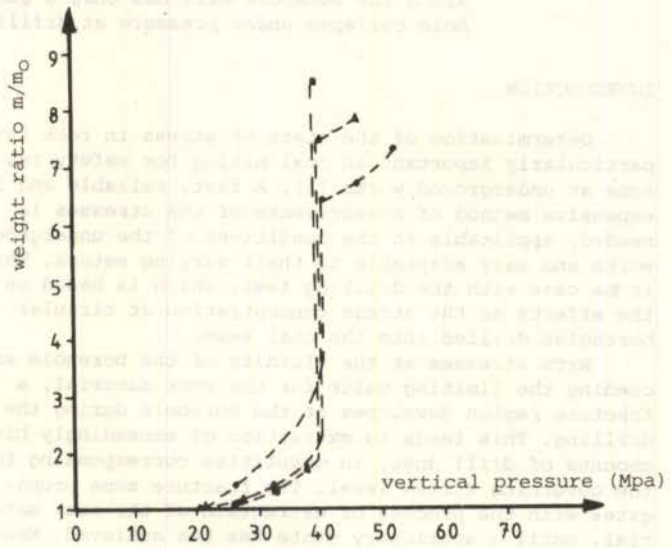


Figure 5. The dependence of the amount of the drill dust on the vertical pressure. Axial pressure 0.6 Mpa.

As it could be expected, the overall amount of the drill dust m, here divided by the reference weight m_o in initial drilling, depends definitely on the governing state of stress.

In experiments at almost negligible axial pressure, Fig. 5, an increase of the vertical load causes at the beginning a slow increase of the amount of the drill dust. The scatter of the experimental data is very small in this phase. At some higher vertical pressure the growth of the amount of the dust at drilling begins to accelerate dramatically, to achieve at the limiting pressure a state corresponding to the complete collapse of the borehole under governing state of stress. The amount of the drill dust exceeds by an order of magnitude the initial one and a loud cracking sound accompanies the collapse of the borehole. Further drilling in the debris results eventually, after some repeated minor collapse phenomena, in an establishing of a new state of equilibrium. An analogous behaviour can be observed at test drilling in underground mining.

In experiments at intermediate levels of axial pressure, Fig. 6, the general pattern repeats. At the beginning of the vertical loading the amount of the drill dust grows slowly. However, the collapse of the borehole is somewhat milder, the jumps in the amount of the drill dust are substantially smaller than in the former case.

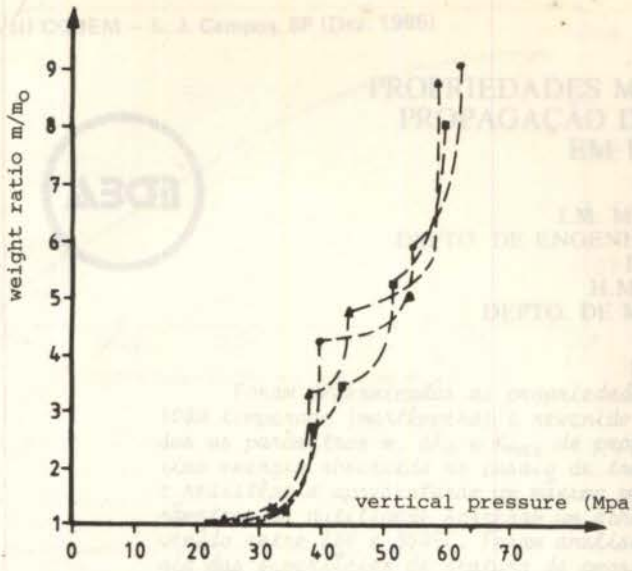


Figure 6. The dependence of the amount of the drill dust on the vertical pressure. Axial pressure 9.4 Mpa.

The same pattern can be observed in experiments at some higher axial pressure, Fig. 7. The general tendency is that of a more stable behaviour of the sample.

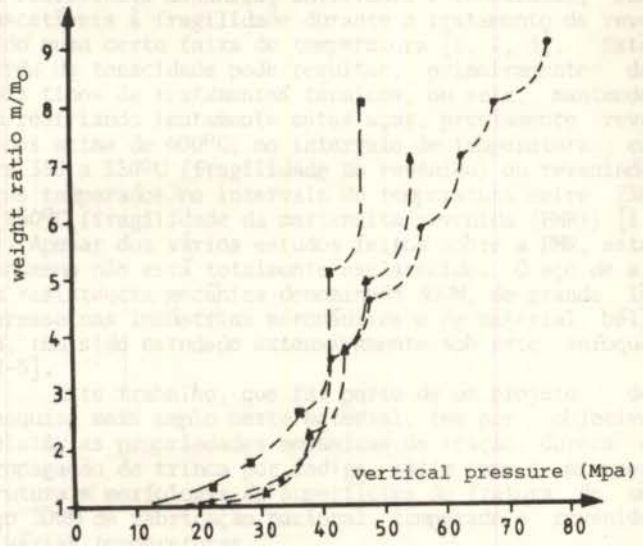


Figure 7. The dependence of the amount of the drill dust on the vertical pressure. Axial pressure 18.8 Mpa.

The fourth series of experiments at the highest level of axial pressure can be characterized by a substantial reduction of the sudden jumps corresponding to a collapsing borehole, Fig. 8. The drill dust comes out of the borehole fast and smoothly.

CONCLUSIONS

The experimental results indicate the possibility of determining in underground mining by means of test drilling the governing vertical pressure in the seam on the basis of the amount of the drill dust. This applies particularly to lower vertical stresses as long as the material failure phenomena at the surface of the borehole are not fully developed. At higher vertical stresses the increase in the amount of the drill dust is rapid, there can be observed violent percussions corresponding to the collapse of the sample. This leads to a substantial scatter in the amount of the drill dust, stays however within some limits, which can be determined.

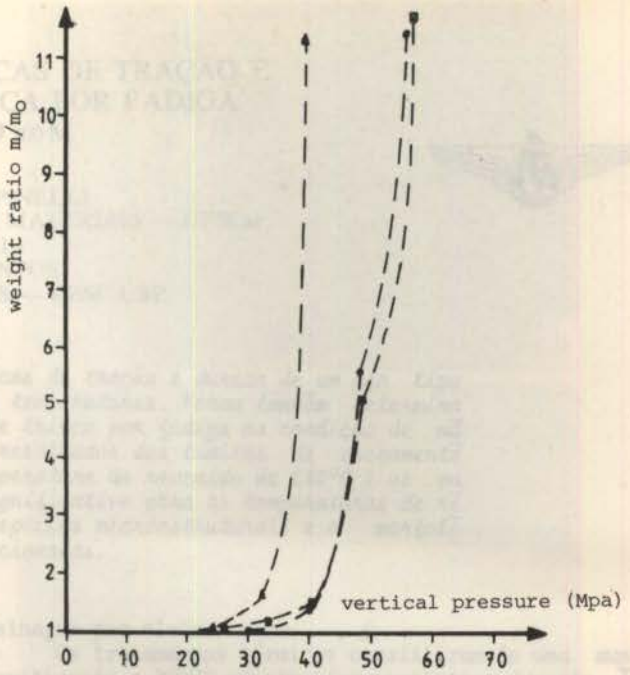


Figure 8. The dependence of the amount of the drill dust on the vertical pressure. Axial pressure 37.5 Mpa.

The impact of the axial pressure on the amount of the drill dust is not as markedly strong as that of the vertical pressure. It mainly influences the pattern of the collapse of the borehole. At low axial pressure one observes characterically unstable behaviour of the sample at drilling. With an increasing axial pressure the pattern of the collapse becomes less unstable. This doesn't enable, however, to give a close estimate of the level of the axial pressure at drilling.

As a whole, it can be stated, that the drill test in underground mining presents a simple but rather effective method of estimating the state of stress in coal seams.

ACKNOWLEDGEMENTS

The present investigation presents a part of a research project sponsored by the Bergbauforschung GmbH, Essen, FRG, and conducted at the Department of Mechanics A, Techn. University Munich. It is my pleasant duty to express my sincere gratitude to Dr. G. Bräuner of the sponsoring institution and to Prof. Dr. H. Lippmann and Dr. J. Najar of the Technical University Munich for the stimulating and useful discussions in the course of the investigation.

REFERENCES

[1] Burgert, W., Lippmann, H.: Models of Translatory Rock Bursting in Coal. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr. 18, 285-294 (1981). Discussion ibid. 19, 153-154 (1982).

[2] Tokar, G.: Test und Entspannungsbohren in Modellmaterial, Jahresbericht für die Bergbauforschung GmbH Essen, 1984 (unpublished).

[3] Burgert, W.: Modellmaterial und Modellexperimente zum translatorischen Gebirgsschlag, Diss., München 1981.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

PROPRIEDADES MECÂNICAS DE TRAÇÃO E PROPAGAÇÃO DE TRINCA POR FADIGA EM UM AÇO 300M

I.M. MÜLLER SPINELLI
DEPTO. DE ENGENHARIA DE MATERIAIS — UFSCar
D. SPINELLI
H.M. DOS SANTOS
DEPTO. DE MATERIAIS — EESC-USP

SUMÁRIO

Foram determinadas as propriedades mecânicas de tração e dureza de um aço tipo 300M temperado (martêmpera) e revenido a várias temperaturas. Foram também determinados os parâmetros m, ΔK_o e K_{max} de propagação de trinca por fadiga na condição de máxima energia absorvida no ensaio de tração. Os resultados dos limites de escoamento e resistência apresentaram um máximo para a temperatura de revenido de 280°C e os parâmetros de dutilidade sofreram um acréscimo significativo para as temperaturas de revenido entre 280 e 350°C. Foram analisados os aspectos microestruturais e a morfologia das superfícies de fratura de amostras selecionadas.

INTRODUÇÃO

É bem conhecido o fato de que aços de alta resistência mecânica com estrutura martensítica, quando tratados termicamente para se alcançar combinações ótimas de resistência mecânica, dutilidade e tenacidade, são suscetíveis à fragilidade durante o tratamento de revenido numa certa faixa de temperatura [1, 2, 3]. Esta perda de tenacidade pode resultar, primeiramente de dois tipos de tratamentos térmicos, ou seja, mantendo ou resfriando lentamente estes aços, previamente revenidos acima de 600°C, no intervalo de temperatura entre 350 a 550°C (fragilidade ao revenido) ou revenindo aços temperados no intervalo de temperatura entre 250 e 450°C (fragilidade da martensita revenida (FMR)) [1, 2]. Apesar dos vários estudos feitos sobre a FMR, este fenômeno não está totalmente esclarecido. O aço de alta resistência mecânica denominado 300M, de grande interesse nas indústrias aeronáutica e de material bélico, tem sido estudado extensivamente sob este enfoque [2-5].

Este trabalho, que faz parte de um projeto de pesquisa mais amplo neste material, tem por objetivo relatar as propriedades mecânicas de tração, dureza e propagação de trinca por fadiga, assim como a microestrutura e morfologia de superfícies de fratura de um aço 300M de fabricação nacional, temperado e revenido a várias temperaturas.

MATERIAIS E MÉTODOS

O aço nacional tipo 300M em estudo, foi cedido pela Divisão de Materiais do IPD-ITA. É um aço de qualidade aeronáutica, fabricado em forno elétrico e refundido sob escória eletrocondutora, com composição química em peso, apresentada na Tabela 1.

Tabela 1 - Composição Química do Aço 300M

Elemento	C	Mn	Si	P	S	Cr	Mo	Ni	V
% em peso	0,43	0,77	1,76	0,009	0,006	0,80	0,37	1,75	0,06

O material foi recebido na forma de chapa laminada, com espessura de 3,60 mm, no estado recozido e com dureza de 28 HRC.

Os corpos de prova para ensaios de tração foram usinados no sentido de laminação da chapa e com as dimensões segundo a norma ASTM A370. Os corpos de prova para o estudo de propagação de trinca por fadiga foram do tipo CT e com dimensões segundo a norma ASTM E647 e permaneceram no estado semi-acabado até serem submetidos aos tratamentos térmicos. Posteriormente foram retificados e os entalhes foram terminados por meio de usinagem por eletroerosão.

Os tratamentos térmicos consistiram de uma austenitização a 870°C em atmosfera protetora durante 1 hora, seguido de tratamento isotérmico em banho de sal a 540°C durante 12 minutos e posterior resfriamento em óleo, produzindo um tamanho de grão austenítico de 25 μm no material. Em seguida, foram feitos os tratamentos de revenido nas temperaturas de 150, 250, 320, 370, 450 e 550°C durante duas horas, seguidos de resfriamento ao ar. O tratamento isotérmico de martêmpera a 540°C foi empregado com a finalidade de minimizar o efeito de distorções nos corpos de prova, que ocorre quando estes são resfriados diretamente de 870°C. Além disto, com este tratamento, a transformação da austenita para martensita no resfriamento posterior ocorrerá de maneira mais uniforme.

As medidas de dureza foram realizadas após os tratamentos de revenido na região das cabeças dos corpos de prova.

Os ensaios de tração foram realizados numa máquina Instron, com velocidade de travessão de 0,1 cm min^{-1}. Utilizou-se a técnica de extensometria para medida do limite de escoamento, σ_e (0,2%).

As energias absorvidas nos ensaios de tração foram determinadas instrumentando-se a máquina Instron com um integrador.

Os ensaios de propagação de trinca por fadiga foram realizados apenas para o tratamento de revenido a 320°C, que foi a temperatura que apresentou maior energia absorvida no ensaio de tração. O método de ensaio adotado foi segundo a norma ASTM E647, utilizando-se uma máquina servo-hidráulica MTS, operando sob controle de carga, com onda senoidal na frequência de 50Hz, com R=0.1, à temperatura de 23°C e em umidade relativa do ar constante e de 50%. A medida do aumento da trinca foi feita utilizando-se um microscópio de deslocamento com precisão de 0,01 mm. A taxa de crescimento da trinca dc/dN em função do número de ciclos N foi obtida utilizando-se o programa de computação sugerido pela norma acima citada.

Foram obtidas fotomicrografias óticas de algumas microestruturas de interesse e análise de fratura de algumas amostras rompidas sob tração.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

As análises metalográficas realizadas nos corpos de prova tirados do centro da chapa, revenidos a 250, 320 e 450°C são mostrados na figura 1 (a, b, c), respectivamente. Revelaram uma microestrutura típica de martensita revenida com alguma diferença na sua aparência para as várias temperaturas de revenido citadas acima. Nota-se que a estrutura obtida para a temperatura de revenido de 320°C apresentou-se mais fina e homogênea.

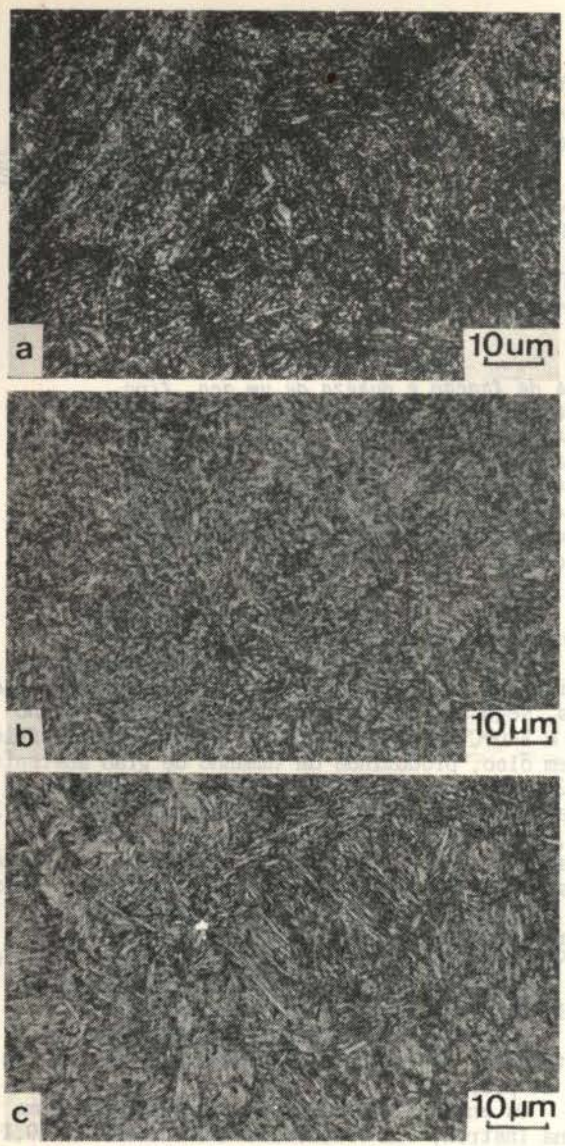


Figura 1. Microestruturas do aço 300M temperado e a) revenido a 250°C; b) revenido a 320°C; b) revenido a 450°C.

Na figura 2 pode-se notar que os valores obtidos para dureza decrescem com o aumento da temperatura de revenido, apresentando valores bem próximos aos obtidos em outros trabalhos [5, 6].

Os valores obtidos dos limites de resistência e de escoamento (0,2%) em função da temperatura de revenido, na figura 3, mostram claramente a existência de um pico nestes parâmetros de resistência em torno de 280°C. Este comportamento é semelhante ao encontrado por Horn e Ritchie [2] em um aço 300M transformado isotérmicamente a 250°C por 1 hora.

O comportamento da redução de área e do alongamento total em função da temperatura de revenido são mostrados na figura 4. A redução de área exibe um aumento acentuado na faixa de temperatura entre 280 e 350°C, estabilizando a 450°C e crescendo novamente. Isto demonstra claramente que o material apresentou um ganho de dutilidade na faixa de temperatura entre 280 a 350°C. Os valores de redução de área são inferiores ao encontrado por Suarez et al [5], enquanto que os valores do alongamento total são razoavelmente semelhantes.

Na figura 5 são apresentados os valores da energia absorvida no ensaio de tração em função da temperatura de revenido. Observa-se que esta energia é fortemente influenciada pela temperatura de revenido.

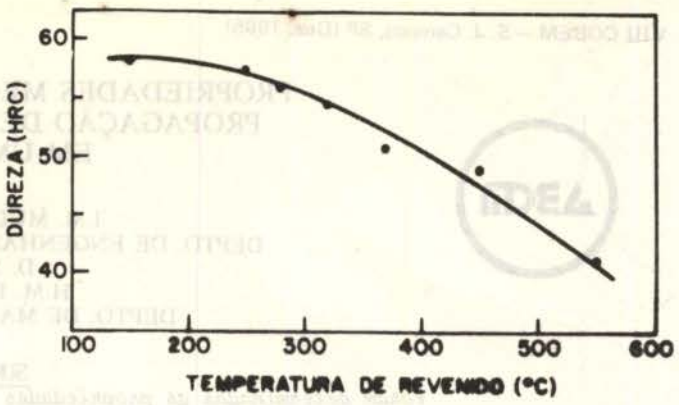


Figura 2. Dureza em função da temperatura de revenido

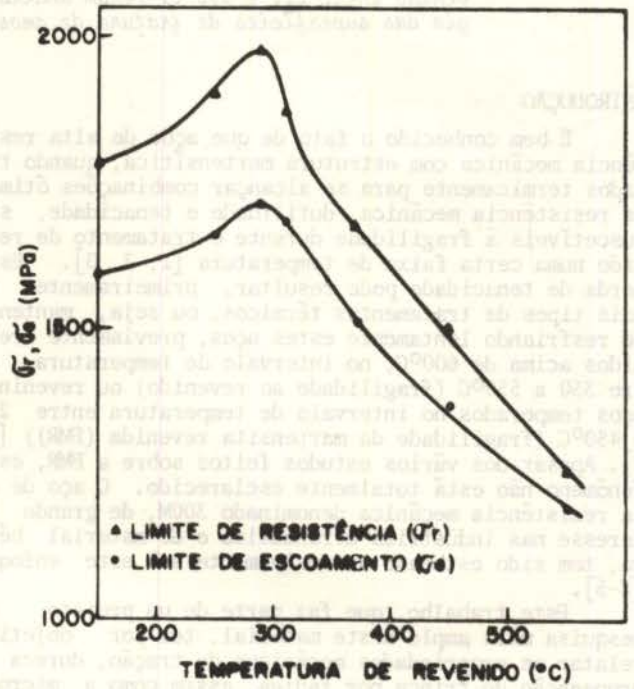


Figura 3. Limites de resistência e de escoamento em função da temperatura de revenido

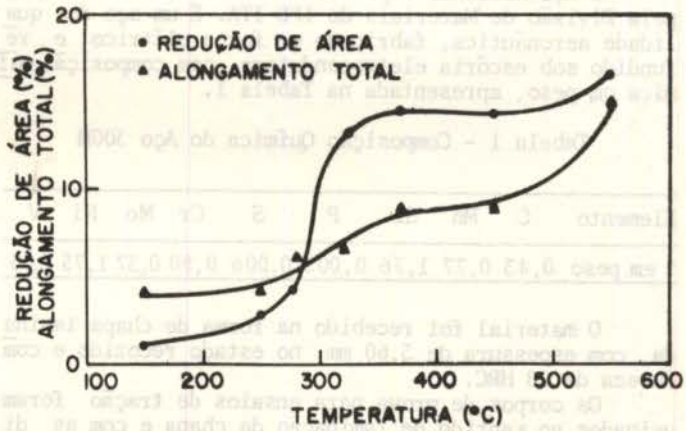


Figura 4. Redução de área e alongamento total em função da temperatura de revenido.

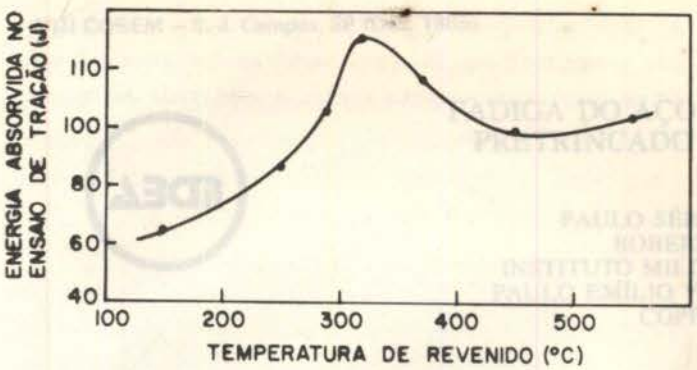


Figura 5. Energia absorvida no ensaio de tração em função da temperatura de revenido.

Os maiores valores de energia foram encontrados em temperaturas de revenido entre 280 e 350°C, com um pico nítido em 320°C. Verifica-se uma considerável redução da energia absorvida na faixa de temperaturas entre 370 e 550°C, indicando a existência de fragilização da martensita revenida nesta faixa de temperatura. Estes resultados são consistentes com os obtidos por Horn e Ritchie [2], pela medida da tenacidade à fratura (K_{IC}), em função da temperatura, onde o pico de tenacidade foi encontrado para a temperatura de revenido de 300°C. Esta pequena diferença pode ser explicada pela existência de maior teor de Si do aço em estudo em relação ao outro trabalho. Sabe-se que este elemento provoca a estabilização do carboneto ε, retardando a formação e o crescimento da cementita, deslocando assim a estabilidade térmica e mecânica da austenita retida para mais altas temperaturas de revenido.

As fratografias apresentadas na figura 6 mostram a variação do modo de fratura sob tensão de tração com a temperatura de revenido. A estrutura revenida a 250°C falhou com uma mistura de fratura dútil e quasi-clivagem, figura 6(a). A estrutura revenida a 320°C, figura 6(b) falhou por fratura inteiramente dútil, enquanto que a 450°C a falha ocorreu com uma mistura de fratura dútil e clivagem transgranular, com ausência de clivagem intergranular.

Os resultados de propagação de trinca por fadiga no regime B são mostrados na figura 7, para o material revenido a 320°C, onde ocorreu o pico de energia absorvida no ensaio de tração.

Observa-se em regime B, onde a lei de Paris e Erdogan [7] é válida, que o valor da constante de inclinação tem o valor de 2,56 próximo ao encontrado por Ritchie [8], que foi de 2,54 para o aço 300M revenido a 300°C, tanto em têmpera direta como em isotérmica. Também determinou-se neste ensaio os valores do fator limite, ΔK_o, em regime A e o valor de K_{max} no final do regime C. O valor determinado de ΔK_o foi de 3,25 $MNm^{-3/2}$, próximo aos valores encontrados por Rithcie, 3,60 $MNm^{-3/2}$ para tratamento isotérmico a 250°C e 3,08 para têmpera direta. A pequena diferença entre o valor de ΔK_o pode ser justificada pela diferença no fator de carga empregado, R=0,1 neste trabalho e R=0,05 no trabalho citado [8].

O valor de K_{max} determinado no final do regime C foi de 55,6 $MNm^{-3/2}$, diferente do valor de 68,4 $MNm^{-3/2}$ [8]. Esta diferença também pode ser atribuída à maior tensão média utilizadas neste trabalho.

CONCLUSÕES

Os parâmetros de resistência do aço em estudo apresentaram um pico para a temperatura de revenido em torno de 280°C, enquanto que os parâmetros de dutilidade mostraram um aumento acentuado na faixa de temperatura de 280°C a 350°C.

Os maiores valores de energia absorvida no ensaio de tração foram encontrados entre 280 e 350°C, apresentando um máximo a 320°C. Verificou-se uma considerável redução desta energia na faixa de 370°C a 550°C, evidenciando a fragilidade da martensita revenida.

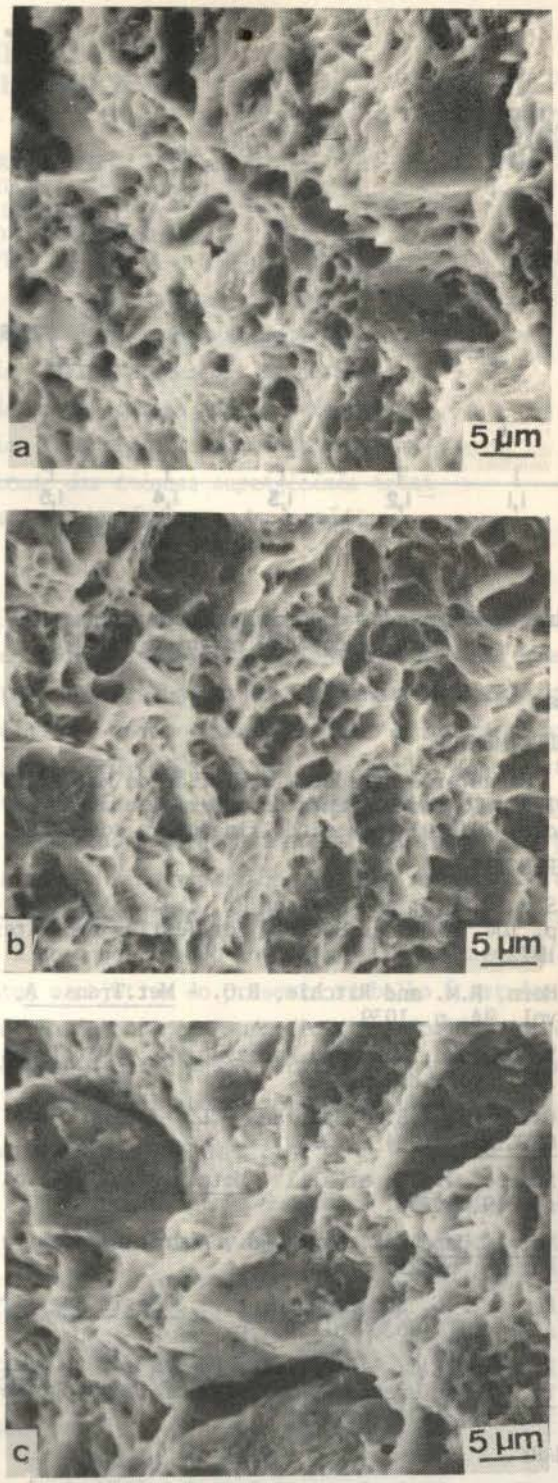


Figura 6. Morfologia da fratura sob tração do aço 300M temperado e a) revenido a 250°C; b) revenido a 320°C; c) revenido a 450°C.

O mecanismo de fratura para a estrutura fragilizada foi encontrado como sendo uma mistura de fratura dútil e clivagem transgranular.

Para o material tratado na condição de pico de energia, os valores dos parâmetros de propagação de trinca por fadiga foram m= 2,56; ΔK_o= 3,25 MP a $m^{-1/2}$

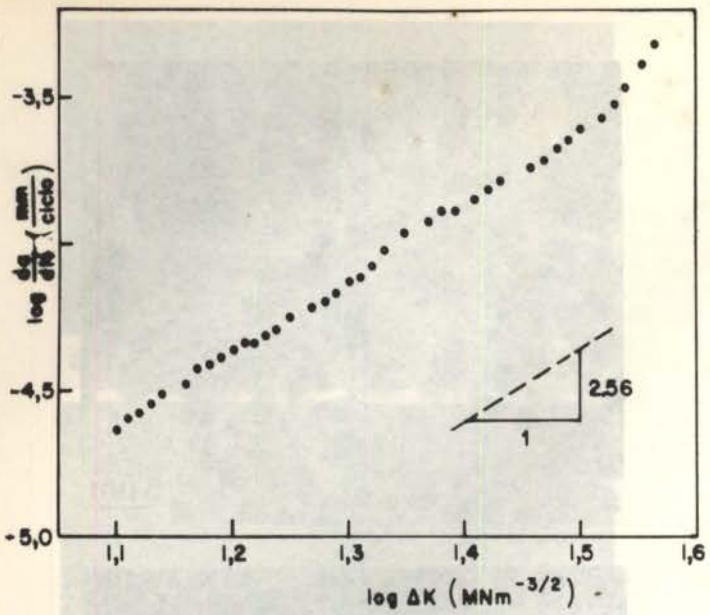


Figura 7. Resultados de propagação de trinca por fadiga para o aço 300M revenido a 320°C.

e K_{max}= 55,6 MP a $m^{-1/2}$.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Divisão de Materiais do IPD-ITA pelo fornecimento do material e à FAPESP (Processo nº 79/310) pela ajuda financeira concedida.

REFERÊNCIAS

|1| Schulz, B.J. and McMahon Jr, C.J. - ASTM STP 499, p. 104, American Society for Testing and Materials, 1972.

|2| Horn, R.M. and Ritchie, R.O. - Met.Trans. A, 1978 vol. 9A, p. 1039.

|3| Youngblood, J.L. and Raghavan, M. - Met.Trans. A, 1977, vol. 8A, p.1439.

|4| Caldeira, R.B. e Bastian, F.L. - Anais do 6º CBECIMAT, 1984, p.253.

|5| Suarez, J.C.M. et alli - Metalurgia, 1984,vol. 40 nº 319, p.305.

|6| Metals Handbook, Ninth Ed., American Society for Metals, p.428.

|7| Paris, P.C. and Erdogan, F. - J.Basic Eng.(Trans. ASME, D), 1963, vol. 85, p. 528.

|8| Ritchie, R.O. - Preprinted Papers for "Fatigue 1977", Conference, University of Cambridge,Metals Society, 1977, p. 61.

SUMMARY

The mechanical properties of a 300M steel quenched and tempered under several temperatures were determined. The fatigue crack propagation parameters m, ΔK_o and K_{max} were obtained for the maximum absorved energy condition. Yield stress and ultimate tensile strenght exhibited maximum values for the temper temperature of 280°C. The ductility parameters showed a significant increase for temper temperatures in the range from 280°C to 350°C. The microstructural aspects and the surface fracture morphology of selected samples have been analysed.

FADIGA DO AÇO INOXIDÁVEL AISI 304 PRETRINCADO PELO HIDROGÊNIO

PAULO SÉRGIO PIERANTONI
ROBERTO PASCUAL
INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
PAULO EMÍLIO VALADÃO DE MIRANDA
COPPE-EE-UFRJ

As propriedades de fadiga do aço inoxidável AISI 304 foram avaliadas após as amostras serem submetidas a ciclos de hidrogenação - desgaseificação. Executou-se o ensaio de fadiga por flexão reversa, evidenciando que a vida em fadiga é reduzida devido a ciclos de hidrogenação - desgaseificação; isto é particularmente importante para condições de fadiga de alto ciclo em virtude das trincas superficiais retardadas devido ao hidrogênio. Apresentam-se análises micrográficas e fratográficas.

INTRODUÇÃO

Há um pouco mais de duas décadas tornou-se evidente a susceptibilidade à fragilização pelo hidrogênio (H) nos aços inoxidáveis austeníticos, embora em menor grau àquela documentada para os materiais com estrutura cristalina cúbica de corpo centrado (ccc), como o ferro e os aços ao carbono [1-5].

Uma alta solubilidade, combinada a uma baixa difusividade, do hidrogênio na austenita, faz com que este elemento fique confinado numa pequena camada superficial. Isto produz elevadas tensões compressivas e uma transformação parcial da austenita (γ) para a fase martensítica ε (de estrutura hexagonal compacta), quando o aço inoxidável austenítico é exposto a ambientes ricos em hidrogênio [6]. Visto que esta camada é muito fina (geralmente cerca de 20 μm), a maior parte do material é inafetada pelo hidrogênio e os efeitos observados na maioria de suas propriedades são desprezíveis caso o material seja suficientemente espesso. Por outro lado, amostras muito finas proporcionam drástica fragilização [7,8] .

Na desgaseificação, o hidrogênio escapa do material gerando tensões trativas, as quais dão origem às trincas superficiais retardadas; neste caso, também ocorre uma transformação parcial da fase martensítica ε para a fase martensítica α' (ccc) assim como de ε para γ [6]. O tipo e quantidade destas transformações de fases dependem do grau de instabilidade da austenita quanto às transformações martensíticas.

Como os efeitos do H no aço inoxidável austenítico são superficiais, espera-se que as propriedades de fadiga do material sejam alteradas, visto que as mesmas dependem do estado superficial da amostra ou componente. Pouco trabalho tem sido documentado nesta área. Schuster e Altstetter [9] revelaram que a presença de uma atmosfera com hidrogênio causa um decréscimo da vida em fadiga em amostras não entalhadas e um aumento na taxa de crescimento de trincas em corpos de prova entalhados; ambos efeitos são mais críticos em aços inoxidáveis austeníticos mais instáveis. Todos estes resultados referem-se aos efeitos do hidrogênio durante o processo de fadiga. Somente alguns resultados preliminares têm sido reportados [5] com relação aos efeitos das trincas superficiais retardadas, surgidas após a desgaseificação de uma amostra hidrogenada. Portanto, o objetivo do presente trabalho é estudar a influência das trincas superficiais induzidas por ciclos de hidrogenação - desgaseificação nas propriedades de fadiga de um aço inoxidável austenítico instável.

PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

Os corpos de prova de fadiga (adequados para máquina Schenk) foram usinados a partir de uma chapa de aço inoxidável austenítico AISI 304 comercial, com espessura de 4 mm, contendo a seguinte composição química em percentagem em peso: Cr: 18,85; Ni: 8,46; / C: 0,07; Mn: 0,14; Si: 0,46; P: 0,026; S: 0,03; Fe restante.

As amostras foram recozidas à 1100°C por 30 min., temperadas em água e forneceram um tamanho de grão cristalino médio de 80 μm: posteriormente, as mesmas receberam polimentos mecânico e eletrolítico. A vida em fadiga foi analisada por flexão reversa para conjuntos de amostras nas seguintes condições: 1) não-hidrogenadas; 2) hidrogenadas e desgaseificadas; 3) hidrogenadas e desgaseificadas duas vezes; 4) hidrogenadas e desgaseificadas cinco vezes.

A hidrogenação foi feita por dopagem catódica à temperatura ambiente, em uma solução H_2SO_4 1N contendo adições de As_2O_3, com o uso de uma densidade de corren-

te de 1000 A/m^2, por 16 h. A partir de então, as amostras foram desgaseificadas por 8 h à temperatura ambiente e por 18 h à 110°C. Este procedimento refere-se às amostras do grupo 2 antes do ensaio de fadiga; para àquelas pertencentes aos grupos 3 e 4 esta seqüência de hidrogenação e desgaseificação foi repetida, respectivamente, duas e cinco vezes antes dos testes de fadiga.

Micrografias ótica e eletrônica de varredura foram utilizadas para analisar as morfologias das fraturas e das trincas superficiais induzidas pelo hidrogênio.

Foram obtidas medidas de microdureza das superfícies das amostras dos tipos 1, 2 e 3, antes e após o ensaio de fadiga.

RESULTADOS

Após o processo de hidrogenação - desgaseificação, as amostras apresentaram enorme quantidade de trincas distribuidas de maneira bem heterogênea, fig. 1. A presença das fases martensíticas é ilustrada na região A indicada na fig.2.

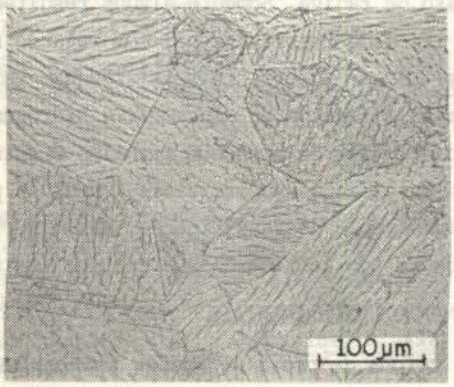


Figura 1. Micrografia ótica de uma amostra hidrogenada e desgaseificada mostrando as trincas retardadas induzidas pelo hidrogênio. Não atacada.

Determinou-se quantitativamente o número médio de trincas por unidade de área, totalizando o valor de $2,6 \times 10^6$ trincas/cm^2.

Os resultados dos testes de fadiga para os 4 tipos de corpos de prova são representados na fig. 3 . A linha cheia representa a curva tensão (σ) - número de ciclos (N) para amostras não-hidrogenadas e a tracejada para amostras com um ciclo de hidrogenação e desgaseificação. Um decréscimo substancial na vida em fadiga (da ordem de 40%) é observado em regime de fadiga de alto ciclo, mas este efeito tende a desaparecer quando a amplitude de tensão aumenta. O limite de fadiga também diminuiu em virtude do processo de hidrogenação - desgaseificação. Para amostras dos grupos 3 e 4 foram realizados somente testes a amplitude de tensão cíclica de 250 Mpa.

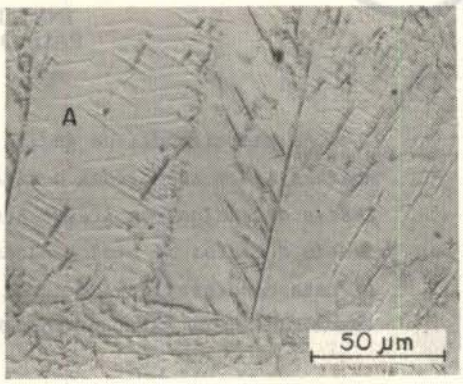


Figura 2. Outra área da mesma amostra mostrada na fig. 1. Note a presença das fases martensíticas na região A. Não atacada.

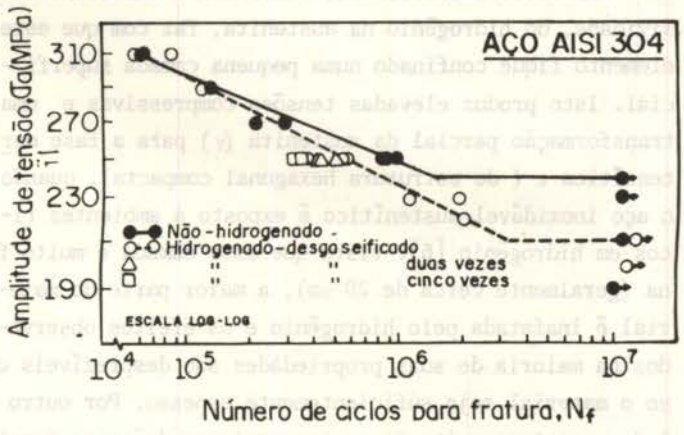


Figura 3. Amplitude de tensão cíclica vs. número de ciclos para a falha de amostras não-hidrogenadas e hidrogenadas - desgaseificadas.

As figs. 4 e 5 mostram as micrografias obtidas das superfícies de fratura por fadiga das amostras dos grupos 1 e 2, respectivamente.

As superfícies de fratura para amostras não-hidrogenadas foram relativamente planas, enquanto aquelas correspondentes a corpos de prova hidrogenados e desgaseificados foram irregulares, apresentando degraus bem definidos.

Os resultados da microdureza Vickers (Hv) são dados a seguir com as respectivas condições em que se

encontravam as amostras: recozida: 189; recozida e fadigada: 251; hidrogenada - desgaseificada: 268; hidrogenada - desgaseificada e fadigada: 322; hidrogenada - desgaseificada duas vezes: 278; hidrogenada - desgaseificada duas vezes e fadigada: 339. Pode-se notar que tanto o processo de hidrogenação-desgaseificação quanto o de fadiga, ocasionam um aumento adicional na microdureza. Somente um moderado aumento na microdureza foi observado para amostras hidrogenadas - desgaseificadas duas vezes.

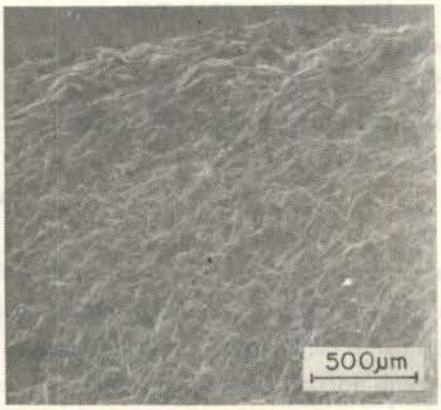


Figura 4. Micrografia eletrônica de varredura da superfície de fratura de uma amostra não-hidrogenada.

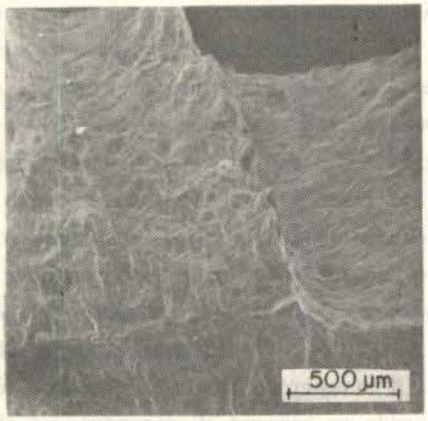


Figura 5. Micrografia eletrônica de varredura da superfície de fratura de uma amostra hidrogenada e desgaseificada apresentando degraus.

DISCUSSÃO

O processo de falha por fadiga pode ser dividido em dois estágios: iniciação e propagação de trincas. A fração da vida em fadiga gasta nestes dois estágios depende do grau de tensão (ou deformação) cíclica aplicado. Em fadiga de baixo ciclo, a propagação de trincas é predominante, enquanto que em regime de fadiga de alto ciclo (baixa amplitude de tensão), o processo de iniciação de trincas consome grande parte da vida em fadiga. A presença de trincas superficiais retardadas, induzidas pelo hidrogênio, deve produzir uma redução substancial na vida em fadiga na região de fadiga de alto ciclo, conforme mostram os resultados da fig. 3. Em primeira aproximação, pode ser assumido que o estágio de iniciação de trincas foi eliminado para amostras hidrogenadas e desgaseificadas. Entretanto, deve-se ter em mente que algumas diferenças podem surgir na propagação das trincas originadas pelo processo de hidrogenação - desgaseificação. Estão relacionados, a seguir, alguns fatores que podem contribuir para este comportamento:

i) espera-se que a estrutura de discordância desenvolvida pelo processo de fadiga seja diferente daquela gerada pelo processo de hidrogenação - desgaseificação nas superfícies das amostras;
ii) as transformações de fases ocorridas nos corpos de prova hidrogenados e desgaseificados antes dos testes de fadiga;
iii) o endurecimento superficial devido às fases martensíticas em conjunto com a deformação plástica introduzidas durante o processo de hidrogenação - desgaseificação;
iv) a substancial diferença observada na superfície de fratura por fadiga de amostras não-hidrogenadas e hidrogenadas - desgaseificadas.

Ainda não se sabe, dentre os itens acima descritos, qual desempenha a função principal e se desconhece o tipo de interação reinante entre eles.

Ciclos repetidos de hidrogenação e desgaseificação degradaram em média um pouco mais a vida em fadiga em relação às amostras que sofreram apenas um ciclo. Os corpos de prova hidrogenados e desgaseificados têm, como exposto anteriormente, uma alta densidade de trincas superficiais. Espera-se, com a re-hidrogenação dos mesmos, que as trincas superficiais sirvam de caminhos preferenciais para a difusão do hidrogênio no material e que uma camada superficial maior será afetada, gerando trincas mais profundas. Isto pode causar uma deterioração a mais nas propriedades de fadiga. Todavia, pode também ser levantada a possibilidade de que no material re-hidrogenado as tensões trativas responsáveis pela geração de trincas possam ser, pelo menos em certo grau, elasticamente acomodadas pelas trincas preexistentes e, conseqüentemente, nenhum dano a mais seria produzido. Os resultados descritos acima, estão mais de acordo com esta última hipótese.

Do ponto de vista de aplicações de engenharia dos aços inoxidáveis austeníticos, deve-se adotar, por con-

seguinte, critérios de projetos mais conservadores, levando em conta os efeitos das trincas superficiais, em estruturas ou equipamentos sujeitos a ciclos de hidrogenação e desgaseificação, seguidos de condições de fadiga.

CONCLUSÕES

A vida em fadiga do aço inoxidável AISI 304 é reduzida por um ciclo de hidrogenação - desgaseificação devido à introdução de trincas superficiais. Este efeito se torna mais significativo para condições de fadiga de alto ciclo.

Para as condições usadas no presente trabalho, ciclos repetitivos de hidrogenação - desgaseificação provocam ligeira degradação adicional da vida em fadiga.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FINEP e CNPq (contratos 400361/83 - EQ e 402289/84 - MM) pelo suporte financeiro recebido para o desenvolvimento desta pesquisa. Um de nós, P.S.P., agradece à CNEN a concessão de uma bolsa PRONUCLEAR para desenvolvimento de trabalho de pós-graduação.

REFERÊNCIAS

[1] Whiteman, M.B. e Troiano, A.R., Corrosion, V.21 (1965), p. 53-56.

[2] Holzworth, M.L. e Louthan Jr., M.R., Corrosion Nace, V. 24 (1968), p.110-123.

[3] Rosenthal,Y.; Mark-Markowitch, M.; Stern, A. e Eliezer, D., Mater. Sci. Eng., V.67(1984), p.91-107.

[4] Thompson, A.W., Metal Progress, p. 30-33, (jul./76).

[5] Silva, T.C.V.; Pascual, R. e Miranda, P.E.V., Fracture Prevention in Energy and Transport Systems, I. Le May, S.N. Monteiro, eds., EMAS, London, V. 2 (1984), p. 511-520.

[6] Narita, N.; Altstetter, C.J. e Birnbaum, H.K., Met. Trans., V. 13 A (1982), p. 1355-1365.

[7] Hänninen, H. e Hakarainen T., Corrosion Nace, V. 36 (1980), p. 47-51.

[8] Lelé, M.V. e Miranda, P.E.V., Metalurgia-ABM, V. 40 (1984), p. 673-678.

[9] Schuster, G. e Altstetter, C.J., Met. Trans, V. 14A, (1983), p. 2085-2090.

SUMMARY

The fatigue properties of type AISI 304 austenitic stainless steel samples were determined after being submitted to hydrogenation - outgassing cycles. They were tested on reverse bending fatigue, which showed that fatigue life is reduced due to the hydrogenation-outgassing cycles. This is mostly important for conditions of high cycle fatigue due to the presence of hydrogen induced delayed cracks. The lateral and fracture surfaces were analysed by optical and scanning electrical microscopy.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

INFLUÊNCIA DE CONCENTRADORES DE TENSÕES NO AÇO ABNT — 8640 EM FADIGA DE ALTO CICLO

HERMAN JACOBUS CORNELIS VOORWALD
TOMAZ MANABU HASHIMOTO
AÉLCIO ZANGRANDI
FEG/UNESP

SUMÁRIO

Foram ensaiados em fadiga espécimes afetados por concentradores de tensões, de aço ABNT-8640 para verificar a tendência da redução da vida, influência do grau de concentradores e o comportamento do fator k_f. Tal estudo foi feito em fadiga de alto ciclo, onde as referências bibliográficas são escassas, em virtude das dificuldades na obtenção de dados experimentais, embora seja a faixa de maior utilização estrutural.

INTRODUÇÃO

É fato conhecido que, para um carregamento estático dentro do campo elástico, a distribuição de tensões em torno de uma descontinuidade não é uniforme, atingindo valores elevados, sendo tanto maior quanto mais brusca for a variação da seção.

Para os materiais dúteis, a influência dos concentradores de tensões é pouco significativa devido a sua capacidade de deformação plástica, o que permite uma redistribuição e alívio de tensões nos locais dos concentradores. Já os materiais frágeis, não se deformam plasticamente e, portanto, os concentradores afetam a sua resistência de maneira significativa.

A existência de concentradores de tensões nas estruturas e componentes mecânicos é inevitável. Tais concentradores são de diversos tipos e das mais variadas origens como os concentradores geométricos introduzidos por necessidade de projeto |1|, concentradores de natureza metalúrgica, os introduzidos por processo de fabricação, tratamentos térmicos e também por manuseio inadequado de peças acabadas.

Após Kolosoff, que foi o primeiro a estudar os efeitos da concentração de tensões em chapa com furo elíptico, Suyehiro e Inglis, por volta de 1910, mostraram a real importância dos concentradores de tensões, associando a cada entalhe um fator de concentração de tensão estático teórico k_t, que depende da geometria e do carregamento, dado pela expressão:

$$k_t = \frac{S_{máx}}{S_{nom.}} \quad , \quad k_t \geq 1 \qquad (1)$$

onde $S_{máx}$ = tensão máxima na extremidade do entalhe e
$S_{nom.}$ = tensão nominal, longe do entalhe.

O estudo matemático sobre a concentração de tensões, devido a variações geométricas, tem sido feito desde o início do século, mas somente por volta de 1930, com o auxílio de técnicas e equipamentos mais modernos, foi possível desenvolver métodos experimentais de análise.

Frocht |2| e Peterson |3| determinaram valores de k_t para diversos tipos de descontinuidades, usando método da fotoelasticidade, sendo o trabalho de Peterson um dos mais completos existentes sobre o assunto.

Os primeiros estudos realizados sobre os efeitos de concentradores de tensões na resistência à fadiga mostraram resultados surpreendentes e não puderam ser explicados com base nos conhecimentos e conceitos da teoria da elasticidade.

Stanton, no início do século, verificou que um fio de rosca Whitworth em uma barra de 9,5mm de diâmetro reduz em 30% o limite de fadiga. Foi introduzido o fator de redução da resistência à fadiga, para avaliar o efeito do concentrador de tensões, da forma:

$$k_f = \frac{S_n}{S_n'} \quad , \quad k_f \geq 1{,}0 \qquad (2)$$

para um número definido de ciclos, onde S_n = resistência à fadiga sem concentrador de tensões.
S_n' = resistência à fadiga com concentrador de tensões.

Para relacionar o fator de concentração de tensão teórico elástico, k_t, com o fator de redução da resistência à fadiga, k_f, foi definido o índice de sensibilidade ao entalhe dado por:

$$q = \frac{k_f - 1}{k_t - 1} \quad , \quad 0 \leq q \leq 1 \qquad (3)$$

O índice q depende do material, da geometria e do tipo de concentrador de tensão | 4 a 6 |. Os materiais mais duros são mais sensíveis ao entalhe e os materiais mais moles são menos sensíveis. Quando q = 0 ,

não há influência do entalhe e para q = 1 a influência é máxima.

Braga |7|, usando um tipo específico de entalhe, obtido pela impressão de uma ponta de diamante, sugeriu que, aumentando o número de concentradores de um para dois e depois para quatro no menor diâmetro do corpo de prova há uma tendência em estabilizar a influência do entalhe na resistência à fadiga de baixos ciclos.

No presente trabalho, procurou-se mostrar a influência do mesmo tipo de entalhe na resistência à fadiga de um aço ABNT 8640, utilizando-se níveis de tensões próximos ao limite de fadiga, para simular uma condição mais crítica, onde o concentrador de tensões tem grande influência além de ser considerada uma região de maior interesse prático. O tipo de entalhe escolhido e utilizado representa um modelo aproximado de um caso real de concentrador de tensões, muito comum, introduzido em decorrência de manuseio inadequado de peças acabadas. A análise foi desenvolvida com base nos resultados de ensaios de fadiga de altos ciclos, isto é, próximo ao limite de fadiga, situação ainda carente de informações e não abordada por outros trabalhos sobre o assunto.

PARTE EXPERIMENTAL

O material escolhido para o estudo foi o aço ABNT-8640, com largo emprego na fabricação de componentes metálicos, fornecido no estado temperado e revenido, cujas propriedades mecânicas estão indicadas na tabela 1.

Tabela 1. Propriedade de tração do aço ABNT-8640, temperado e revenido

Limite de resistência, MPa ...	784
Limite de escoamento, MPa ...	776
Alongamento, %	22
Estricção, %	64

A composição química, garantida pelo fabricante, é dada na tabela 2.

Tabela 2. Composição química do aço ABNT-8640

Elementos de liga (%)								
C	P	S	S_i	M_n	C_r	N_i	M_o	Cu
0,38 0,43	0,035 máx	0,040 máx	0,20 0,35	0,75 1,00	0,40 0,60	0,40 0,70	0,15 0,25	0,03

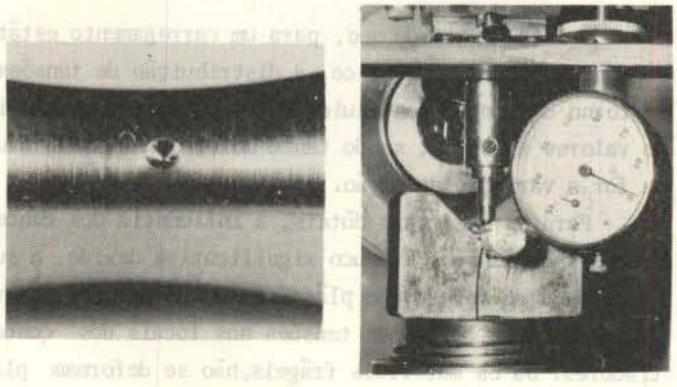
No trabalho foram ensaiados, em flexão rotativa, cinco tipos de corpos de prova, dos quais quatro eram possuidores de concentradores de tensões.

Os corpos de prova foram confeccionados de acordo com o manual de uso do equipamento de fadiga e o acabamento superficial foi feito com lixa 600.

Os concentradores de tensões foram feitos com impressão por deformação, em uma máquina de dureza, com um penetrador do tipo cone de diamante, pressionado, com uma carga de 150 kgf.

Assim foram obtidos os vários tipos de corpos de prova com uma, duas, quatro ou oito impressões.

A preocupação em se obter concentradores, os mais uniformes possíveis, levou à escolha do penetrador utilizado no trabalho, baseado na indeformabilidade do diamante. A figura 1.a mostra detalhes do concentrador de tensões e a figura 1.b mostra o dispositivo utilizado no controle da profundidade do entalhe.



(a) (b)

Figura 1. Detalhes do concentrador de tensões em (a) e em (b) dispositivo para controlar a profundidade do concentrador.

Os ensaios para a determinação das curva S - N foram realizados na freqüência de 7500 cpm, sendo que para cada nível de solicitação foram feitos, pelo menos, dez ensaios.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados dos ensaios de fadiga de altos ciclos estão indicados na figura 2, onde as curvas traçadas representam as equações dadas na tabela 3, obtidas por regressão linear, para concentradores igualmente espaçados.

Os valores altos de coeficientes de correlação mostrados na tabela 3 indicam que se trata de uma boa regressão |8|.

Nota-se que o número de concentradores de tensões reduz grandemente a resistência à fadiga.

Tabela 3. Equações obtidas por regressao linear. S-tensão (MPa), N (Número de ciclos).

Nº C.tensões	Equação	Coef.correlação
0	$\log N = 48{,}84 - 16{,}38 \log S$	0,975
1	$\log N = 41{,}76 - 13{,}73 \log S$	0,950
2	$\log N = 34{,}58 - 11{,}05 \log S$	0,975
4	$\log N = 28{,}26 - 8{,}69 \log S$	0,994
8	$\log N = 23{,}53 - 6{,}94 \log S$	0,982

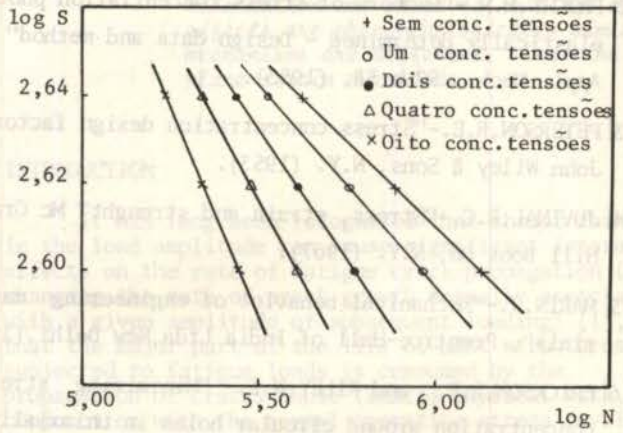


Figura 2. Curvas de fadiga de vários tipos de corpos de prova

Os valores do fator de redução, k_f, calculados a partir das equações da tabela 3, estão indicados na figura 3, onde é mostrada, claramente, a influência do número de concentradores de tensões.

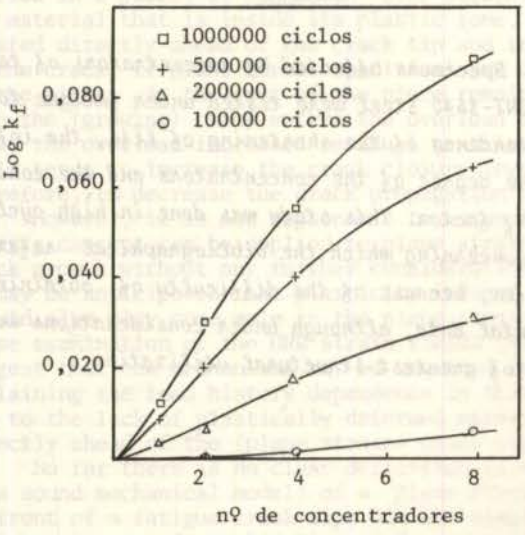


Figura 3. Influência do nº de concentradores e do nível de solicitação no fator de redução k_f.

A figura 3 mostra, também, que essa influência é muito mais significativa em fadiga de altos ciclos.

A influência dos concentradores de tensões na vida em fadiga também pode ser avaliada pelo fator R, denominado redução da vida em fadiga.

O fator R é dado pela expressão:

$$R = \frac{N-N^*}{N} \cdot 100\% \qquad (4)$$

onde N = nº de ciclos até a falha de CDP sem concentradores de tensões.

N*= nº de ciclos até a falha de CDP com concentradores de tensões.

O comportamento deste fator é mostrado na tabela 4 e na figura 4 na qual nota-se um aumento do valor de R à medida que o nível de solicitação decresce, com tendência a um máximo, próximo ao limite de fadiga. Este resultado comprova as previsões de Braga |7|.

Tabela 4. Redução da vida em fadiga

Tensão MPa	R %				
	s/conc.	1 conc.	2 conc.	4 conc.	8 conc.
441	0	16	33	44	54
417	0	28	50	64	73
392	0	38	64	76	85

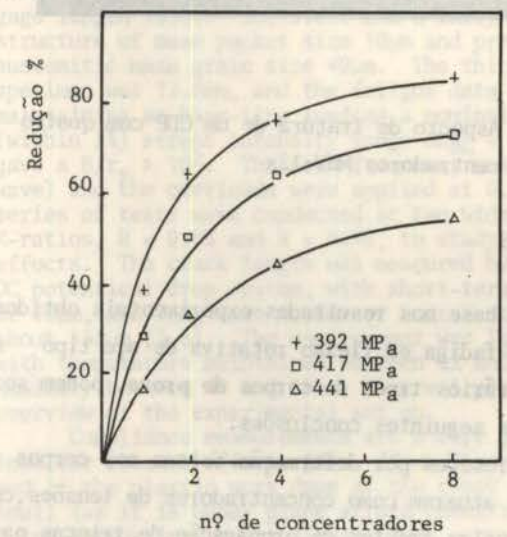


Figura 4. Redução da vida em função do número de concentradores e nível de solicitação

Na figura 5, pode-se verificar o aspecto de um dos tipos concentrados de tensões utilizados no trabalho, com prováveis trincas de fadiga partindo do mesmo, e na figura 6 as várias frentes de propagação, partindo dos concentradores de tensões.



Figura 5. Aspecto do concentrador de tensões utilizados MEV-150x

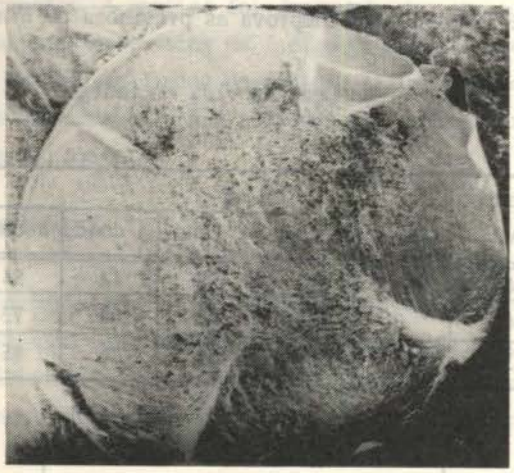


Figura 6. Aspecto de fratura de um CDP com quatro concentradores MEV-12x

CONCLUSÕES

Com base nos resultados experimentais obtidos por ensaio de fadiga em flexão rotativa de aço tipo ABNT-8640, em vários tipos de corpos de prova, podem ser extraídas as seguintes conclusões:

a) As impressões por deformação, feitas nos corpos de prova, atuaram como concentradores de tensões, comprovadas pelas frentes de propagação de trincas partindo das mesmas, observadas na figura 6. Da mesma forma, em todos os tipos de corpos de prova constatou-se que as impressões definiram os planos de ruptura.

b) Os tipos de concentradores de tensões utilizados no presente trabalho, embora provoquem encruamento no material, reduziram drasticamente a resistência à fadiga.

c) Os concentradores de tensões influiram pouco no fator de redução k_f em fadiga de baixos ciclos (alto nível de solicitação).

d) A influência dos concentradores de tensões sobre k_f é tanto maior quanto menor foi o nível de solicitação.

e) A redução da vida em fadiga é altamente influenciada pelos concentradores de tensões, notadamente em níveis de solicitação mais baixos.

REFERÊNCIAS

[1] HORGER, O.J.-"ASME Handbook: Metal Engineering Design", Mc Graw-Hill Book Co, N.Y, (1965).

[2] FROCHT, M.M.-"Factors of stress concentration photo elastically determined - Design data and method", Appl. Mech., 57 e 58, (1953).

[3] PETERSON, R.E.-"Stress concentration design factors" John Wiley & Sons, N.Y. (1953).

[4] JUVINAL, R.C.-"Stress, strain and strenght" Mc Graw-Hill Book Co, N.Y. (1967).

[5] MARIN, J.-"Mechanical behavior of engineering materials", Prentice-Hall of India Ltda, New Delhi, (1956)

[6] ERICKSON, R.E., and RILEY, W.F.- "Minimizing stress concentration around circular holes in uniaxially loaded plortes", Exp.Mech, vol.18,3,(1978).

[7] BRAGA, M.L.S.-"Comportamento do aço ABNT-8640, temperado e revenido em flexão rotativa com concentrador de tensões obtido por deformação e remoção", tese de mestrado, ITA, (1980).

[8] PIRIE, A.I.-"Linear regression analysis", Society of Automotive Engineering, Inc, SP-250.

SUMMARY

Specimens affected by concentrators of tension of ABNT-8640 steel were tested under fatigue to verify the tendency of the shortening of life, the influence of the degree of the concentrators and the conduct of the k_f factor. This study was done in high cycle fatigue concerning which the bibliographical references are few, because of the difficulty of obtaining experimental data, although under considerations was the area of greatest structural utilization.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

OVERLOAD — INDUCED FATIGUE CRACK GROWTH RETARDATION IN PLANE STRAIN

JAIME TUPIASSÚ PINHO DE CASTRO
DEPTO. DE ENGENHARIA MECÂNICA — PUC/RJ
DAVID MOORE PARKS
MECHANICAL ENGINEERING DEPARTMENT, MIT, USA

ABSTRACT

Overload effects on the rate of plane strain fatigue crack propagation were studied using a very sensitive experimental technique. Significant crack growth retardation was observed, but the obtained results indicate that while the overload effects are phenomenologically similar to the plane stress case, the responsible mechanisms are different, since the measured crack closure levels decreased after the plane strain overloads.

INTRODUCTION

It has long been recognized that abrupt changes in the load amplitude can cause significant interaction effects on the rate of fatigue crack propagation (by changing the rate of crack growth normally associated with a given amplitude of subsequent loading) [1], and that the major part of the life of most structures subjected to fatigue loads is consumed by the propagation of cracks whose (small) physical size, in conjunction with the normal operating stress levels, induces plane strain controlled crack growth conditions. However, probably due to the experimental difficulties involved in collecting reliable data at the low stress intensities required to enforce plane strain crack propagation in laboratory-sized specimens, load history effects on plane strain crack growth is still a relatively less-explored area. Many mechanistic models for explaining delays in the rate of crack growth after plane stress overloads have been proposed, but the Elber's plasticity-induced crack closure concept [2], is generally accepted as the best model. Elber has shown that a fatigue crack can be closed during part of a completely tensile load cycle, and that overloads can increase the crack closure level. (When an overload is applied in a piece, it causes an "over-streching" of the material that is inside its plastic zone, that is located directly ahead of the crack tip and in the plane of the crack, if plane stress conditions are dominant in the piece. As the rest of the piece remains elastic, when the (growing) crack enters the overload affected zone, the overload-increased residual tensile strain field tends to increase the crack closure level and, therefore, to decrease the crack propagation rate [3]).

However, it is not reasonable to assume that Elber's concept can be applied to plane strain fatigue crack growth without any further considerations. Since it may be anticipated that plasticity-induced effects should also play some role in the plane strain case, a close examination of the HRR strain fields [4] seems to suggest that new mechanisms may be required for explaining the load history dependence in this case, due to the lack of plastically deformed material directly ahead of the (plane strain) crack tip.

So far there is no clear definition (i.e., based in a sound mechanical model) of a 'plane strain state" in front of a fatigue crack tip, but the simple ASTM E399 requirement for validation of K_{IC} measurements in terms of a minimum specimen thickness to plastic zone size ratio, ($B/r_y > 15$), should not be extrapolated for use as such a definition in fatigue crack growth experiments, because its use could possibly lead to very important plane stress controlled surface effects on the post-overload behavior of the fatigue specimens.

Many of the reported results on (nominally) plane strain load history effects (see, e.g., [5] for a literature survey), were obtained from tests where the ratio B/r_y was on the order of the minimum value permitted by the E399 K_{IC} rule, which probably explains the plane stress-like behavior of the overload effects that was observed in those tests. This conclusion is based on some of the results that are presented in this work, where it was found that a model based on the increase in the crack closure level after an overload, cannot be used as the main explanation for the measured plane strain history effects, if the B/r_y ratio is much greater than the minimum value referred above.

THE EXPERIMENTAL PROGRAM

Fatigue tests were conducted on 50mm compact tension specimens (CTS) of a low-alloy 2.25Cr-1Mo steel, ASTM 542 class 2, as received, with yeld strength 769MPa, tensile strength 838MPa and elongation in 33mm gage length 15.8%. The steel had a fully mastensitic structure of mean packet size 10μm and previous austemitic mean grain size 40μm. The thickness of the specimen was 12.8mm, and the fatigue data was obtained maintaining as base-line loading a nominally constant (within 3%) stress intensity range $\Delta K_{BL} = 10MPa\sqrt{m}$, which gave a $B/r_y > 10^2$. The test frequency was 50 Hz (sine wave) and the overloads were applied at 0.01 Hz. Two series of tests were conducted at two widely different R-ratios, R = 0.05 and R = 0.70, to study mean load effects. The crack length was measured by a precision DC potentical drop system, with short-term resolution of 20μm, and long-term (order of hours) stability of about 150μm [5,6]. The environment was laboratory air, with temperature maintained between 22 and 25 C, and humidity between 40 and 80%. Figure 1 presents an overview of the experimental set up.

Compliance measurements are a very good tool to look for closure effects [6]. If no closure is present, and if the plastic work done at the crack tip is very small (as it is under plane strain conditions), the force versus load point displacement curve must be linear if the material of the specimen is Hookean. This is, of course, also true for any other global measure of the specimen compliance, such as the back face strain or the crack opening displacement. If plasticity effects are important, they should cause a hysteresis loop and offset the origin of the load-displacement curve for a loading-unloading cycle, exactly as in a conventional tension test. When there is closure of the crack surfaces, we must obtain a non-linear compliance curve with monotonically decreasing slope, i.e. the apparent compliance must increase as the crack is opened by the (increasing) load, due to the unloading of the crack surfaces, until the crack is completely opened. From this point on the compliance must be constant, i.e.,the

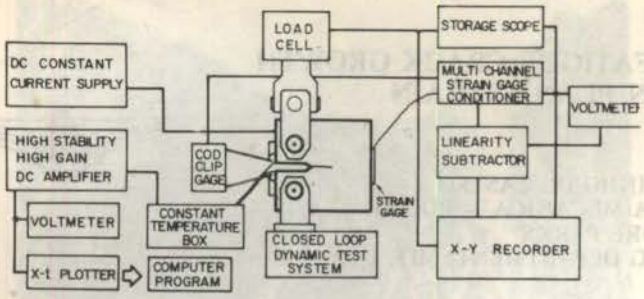


Figure 1. The experimental set-up

load-displacement curve must be linear, if the specimen is maintained essentially linear-elastic and at constant crack length. The slope of the linear part of the force load point displacement curve can be, if needed, related to the actual crack length by straightforward fracture mechanics [7]. Therefore, in order to understand the phenomenology of the retardation effects caused by the overloads, a system was developed to precisely measure the changes in compliance of the specimens, due to the growth of the crack or changes in closure level. The system is basically a linearity-subtractor, based on an idea first proposed by Paris and Herrmann (8), but with some important improvements that allow increased precision, operational speed and noise rejection. Details are available elsewhere [5].

EXPERIMENTAL RESULTS

Figure 2 defines the parameters used to quantify the loading and the overloading conditions. E.g., a 50% overload means that the ratio given by the maximum value of the overload cycle, K_{ov}, divided by the maximum value of the base-line load, K_{max}, is equal to 1.5.

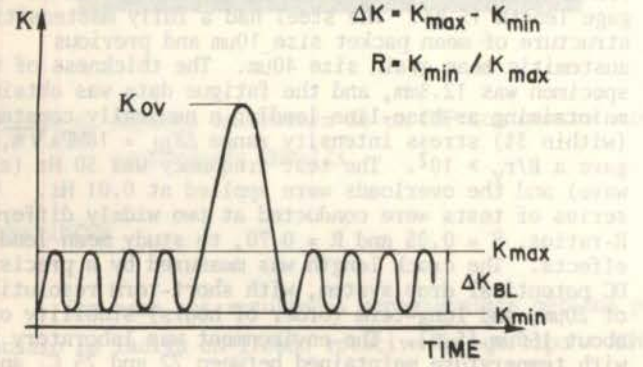


Figure 2. Loading parameters

In all the tests where small-amplitude (25%) overloads were applied to the specimens, no crack growth retardation effects were observed; i.e., there seems to be an "overload amplitude threshold", below which the experimental technique used could not detect any change whatsoever in the rate of fatigue crack growth. However, when this threshold value was crossed (i.e., for the tests where 50% and higher overloads were applied), a clear delay in the da/dN behavior of the material was always observed. Moreover, the delays in the rate of crack growth always occured immediately after the overloads were applied, which will prove to be an important result for some of the arguments that will be presented in the next Sections. (Note that in this work, we are, of course, using the word "immediately" to mean "within an inferred fatigue crack extension of at most 20μm from the crack tip location at the time of application of the overload").

Moreover, for overload amplitudes higher than 125% for R = 0.05 and 100% for R = 0.7, a complete and instantaneous arrest of the crack growth was always obtained; i.e., the fatigue crack stopped growing within 20μm of the overload application point. The practical definition of an "arrested" crack follows: the crack was considered "stopped" when no measurable crack growth was obtained after at least 24 hours of base-line loading (i.e., after more than 4 million cycles of $\Delta K_{BL} = 10 MPa\sqrt{m}$ were applied on the specimen).

Regretably, due to the intrinsic long-term resolution limits of the experimental set-up used in this research, it was not possible to precisely study the size of the region ahead of the overloaded crack tip, where the overload effects in the R = 0.05 tests were felt. Therefore, a conclusive evidence to show that the overload affected zone was not equal to the size of the maximum plane strain plastic zone caused by the overload cannot be presented here. However, clearly defined oxide bands could be seen on the fracture surface of the specimens tested at low R-ratio (after the specimens were broken open, obviously), and those bands were much thicker and darker immediately behind the marks (stretch zones) left by the overloads. The location of these oxide bands suggests that the region where the delay effects in the rate of crack growth were felt was concentrated very close to the point where the crack tip was when the overload was applied, and not in a region subsequent to that overload application point. The oxide bands that were observed on the R = 0.05 tests are apparently closure-related, and the oxide "growth" on a specific part of the fracture surface seems to be enhanced by the number of load cycles that are applied when the crack tip is over or very close to that part.

The main apparent difference between the crack growth behavior observed on the tests run at a high R-ratio (R = 0.70), and the results that were obtained with the R = 0.05 experiments, was in the macroscopic appearance of the fracture surface of the specimens. There was no visible oxide bands on the crack faces of the specimens tested at R = 0.70. Otherwise, the basic phenomenology of the overload-induced effects on the rate of fatigue crack growth was not strongly affected by the presence of a high mean load. Figure 3 presents some typical data on overload-induced plane strain fatigue crack growth rate retardation. A much more detailed discussion of similar data is available elsewere [5].

DISCUSSION

There are several mechanistic arguments that have been frequently used to explain the overload-induced delay effects on the rate of plane strain fatigue crack growth. Among them, two are consistent with the results illustrated by Figure 3: crack closure and blunting (or branching) of the fatigue crack.

In the plane stress case, crack tip blunting can often be easily dismissed as a plausible cause for the observed crack growth load history dependence. This dismissal is possible due to the "delayed retardation" effect, that is experimentally observed after the plane stress overloads. Since the blunting of the crack tip evidently occurs immediately after the overload is applied, if the start of the retardation in the rate of fatigue crack growth is "delayed" in relation to the overload application point, i.e., if the retardation starts at a small but finite distance from the overloaded crack tip, then the crack tip blunting obviously did not affect the immediate post-overload crack growth behavior. Moreover, it is also an experimentally observed fact that the plane stress overload affected zone encompasses a region that is directly ahead of the overload application point, and is on the order of the (plane stress) plastic zone size created by the overload. This extended overload affected zone means that the delay effects on the rate of plane stress crack growth are felt well

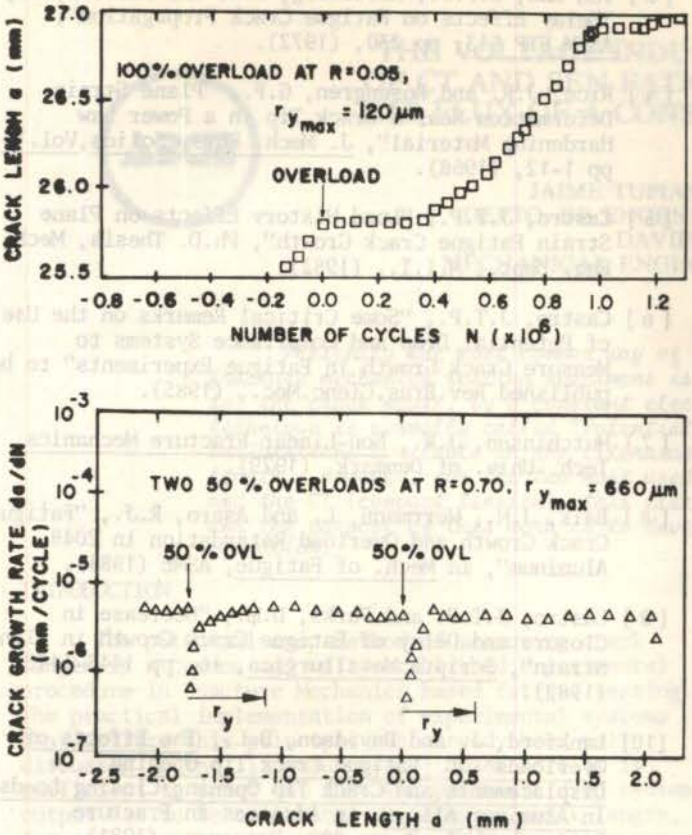


Figure 3. Overload effects on the rate of crack growth

beyond the blunted crack tip. However, some form of blunting of the crack tip cannot, of course, be easily dismissed as a plausible explanation in all the cases where the crack is instantaneously arrested or decelerated.

The closure model explains the overload-induced crack growth rate delays by attributing it to an increase in the crack closure level after the overload is applied [2,3]. This is a very sound argument, and it is totally compatible with the experimentally observed fatigue crack behavior in the plane stress case, including the delayed retardation phenomenon and the existence of an extended overload affected zone.

In view of the arguments presented above, both crack closure and some form of crack tip blunting effect could possibly be present in the pieces.However, it became clear that by just measuring crack growth rates it would not be possible to isolate the effects of these two mechanisms. Therefore, some other type of experimental tool was needed to study this problem. Among the available techniques, two presented good potential resolution capabilities: microscopy of the cracked surface, and a direct measurement of the crack closure levels.

The use of scanning electron microscopy (SEM), however, was not successful. The 542/2 does not leave any striation marks on the fracture surface, and the size scale of the blunted crack tips was very small (on the order of 1μm). Those two problems proved to be a major barrier during the microscopic studies, and no conclusive results could be obtained from them.Therefore, direct measurements of crack closure levels were made using the system briefly described in the experimental set-up section above.

It is interesting to start the closure measurements discussion by the results that were obtained in the tests conducted at high R-ratio,because they present very strong evidence to suggest that the Elber closure model cannot be used to explain the mechanisms involved in producing the overload-induced, crack growth rate delay effects that were observed in the R = 0.70 experiments. This strong conclusion is based on a very simple, but nevertheless extremely sound reason: there was simply no measurable crack closure whatsoever at the high mean load level! In other words, neither before nor after the overloads was it possible to identify any contact between the crack surfaces. The results presented in Figure 4 support this claim. There we can see that the load versus displacement curves had absolutely no non-linear parts, within the resolution of our experimental set-up; even after the overloads were applied and caused an arrest of the fatigue crack.

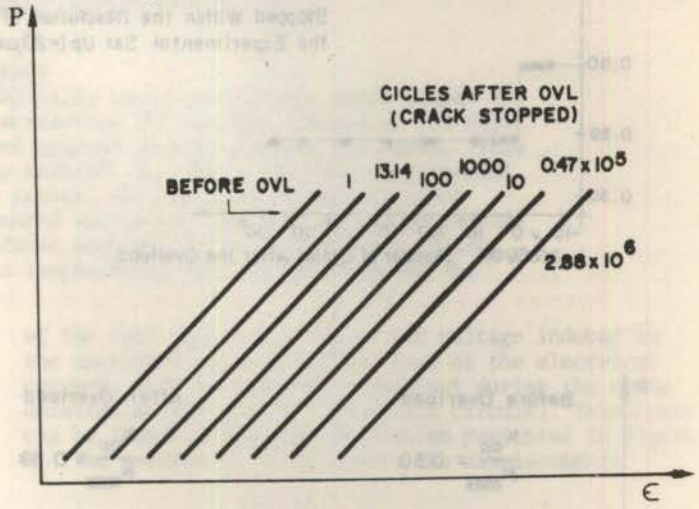


Figure 4. Crack closure measurements at R = 0.70

A second set of experiments was conducted at R = 0.05. Whereas crack closure was always definitively present in this case, the experimental results obtained in all overload tests also give very strong evidence to support our suggestion that plasticity-induced closure effects are not the main cause for the observed delays in the rate of fatigue crack propagation, after the application of clearly defined plane strain overloads, at least not in the material used during this research.

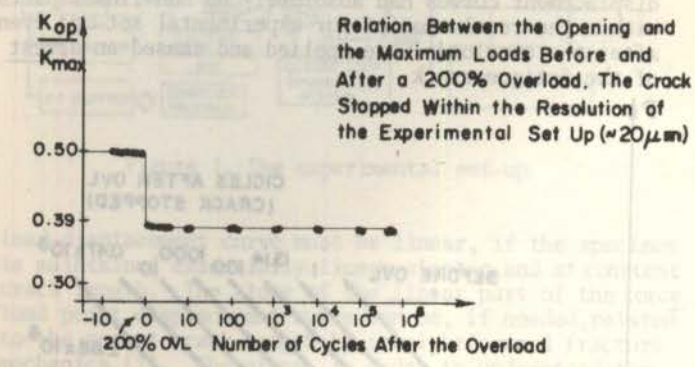
The result given by Figure 5 is an important part of the conclusion stated in the above paragraph [9].In that experiment, a complete arrest of the crack growth was obtained by applying a 200% overload on a specimen tested at R = 0.05. Note that despite the instantaneous crack arrest, the crack closure level has decreased after the overload was applied. Therefore, after the application of an overload of magnitude large enough to completely stop the growth of the fatigue crack, it was observed that the value of Elber's ΔK effective had actually increased.

Moreover, note also that this increase in ΔK_e occured immediately after the overload was applied, and that it was not wiped out by the subsequent loading. In other words, the overload did not stop the crack by inducing a ΔK_e value below the threshold of crack propagation in the used steel. This is a result that suggests that the mechanism(s) involved in causing the fatigue crack arrest, after a plane strain overload, should be incompatible with any macroscopic explanation primarily based on the Elber's closure concept. The decrease in the closure level of the fatigue crack at R = 0.05 was also observed after lower overload amplitudes, where just a delay in the rate of crack growth was obtained, as discussed elsewhere [5].

CONCLUSIONS

In view of the experimental results that were discussed above, the most important conclusion that was obtained from this study of plane strain load history effects on fatigue crack growth can be stated as: from the results of direct crack closure measurements (that were made by means of a specially designed system, based on the compliance method) it must be concluded

that the classical Elber's argument, that explains the crack growth transients by means of a plasticity-induced increase in the fatigue crack closure level after an overload, cannot be used as the main explanation for the observed phenomenology of plane strain overload effects.



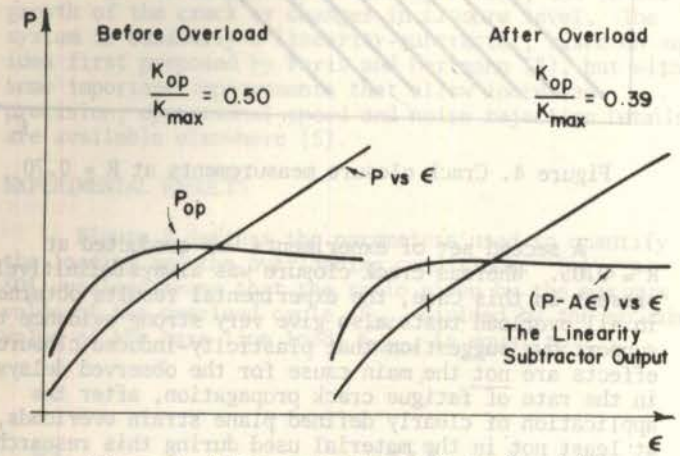


Figure 5. Closure measurements at R = 0.05

A recent alternative explanation [10-11], based on the concept of crack branching after the overloads, is however compatible with the results obtained by this work. But in this research, it was not possible to find conclusive evidence that crack branching has actually ocurred after the growth-affecting overloads, neither by scanning electron microscopy of the cracked specimen surface, nor by microscopy of a transversal section of the crack plane. However, the crack blunting and branching explanation is not contradicted by any of the closure measurements that were made, and it is our opinion that it should be given closer attention in future works in this area.

Future work is primarily needed in the search of harder evidence for documenting the crack branching after the overloads, and in the analytical modeling of its effects on delaying the rate of crack growth. The use of bigger test specimens, with the consequent possibility of using bigger loads that could still guarantee the required plane strain conditions by maintaining the ratio B/r_y constant (by increasing both B and r_y); and also the use of refined crack length monitoring systems, with increased sensitivity, will certainly be very helpful in this search.

REFERENCES

[1] Paris, P.C. and Erdogan, F., "A Critical Analysis of Crack Propagation Laws", J. Basic Eng., pp 528, (1963).

[2] Elber, W., "The Significance of Fatigue Crack Closure", ASTM STP 486, pp 230-242, (1971).

[3] von Euw, E.F.J.; Hertzberg, R.W. and Roberts, R., "Delay Effects on Fatigue Crack Propagation", ASTM STP 513, pp 230, (1972).

[4] Rice, J.R. and Rosengren, G.F., "Plane Strain Deformation Near a Crack Tip in a Power Law Hardening Material", J. Mech. Phys. Solids, Vol.16, pp 1-12, (1968).

[5] Castro, J.T.P., "Load History Effects on Plane Strain Fatigue Crack Growth", Ph.D. Thesis, Mech. Eng. Dept., M.I.T., (1982).

[6] Castro, J.T.P., "Some Critical Remarks on the Use of Potential Drop and Compliance Systems to Measure Crack Growth in Fatigue Experiments" to be published Rev.Bras.Cienc.Mec., (1985).

[7] Hutchinson, J.W., Non-Linear Fracture Mechanics, Tech. Univ. of Denmark, (1979).

[8] Baik, J.M., Herrmann, L. and Asaro, R.J., "Fatigue Crack Growth and Overload Retardation in 2048 Aluminum", in Mech. of Fatigue, ASME (1981).

[9] Castro, J.T.P. and Parks, D.M., "Decrease in Closure and Delay of Fatigue Crack Growth in Plane Strain", Scripta Metallurgica, 16, pp 1443-1445, (1982).

[10] Lankford, J. and Davidson, D.L., The Effects of Overloads on Fatigue Crack Tip Opening Displacements and Crack Tip Opening/Closing Loads in Aluminum Alloys, in Advances in Fracture Research, Vol. 2, pp 899, Pergamon, (1981).

[11] Suresh, S., "Micromechanisms of Fatigue Crack Growth Retardation Following Overloads", Univ. Calif. LBL 14482 Report, (1982).

THE VOLTAGE INDUCED AT THE CRACK MOUTH OF CT AND SEN FATIGUE TESTING SPECIMENS BY THE FLUX OF A CONSTANT ELECTRICAL CURRENT

JAIME TUPIASSÚ PINHO DE CASTRO
DEPTO. DE ENGENHARIA MECÂNICA — PUC/RJ
DAVID MOORE PARKS
MECHANICAL ENGINEERING DEPARTMENT — MIT

ABSTRACT

Presently the most common way of analogically measuring fatigue crack length in fracture mechanics testing specimens is by monitoring the voltage induced at (or close to) the crack mouth, by a constant electrical current flowing arround the crack. This technique is normally called "Potential Drop Method", and there are many experimental calibrations available in the literature to convert the monitored signal in crack length. However, for the two most used standard specimens, the SEN (single edge notch) and the CT (compact tension), this electrostatic problem had no analytical solutions, and the purpose of this work is to develop a simple model that helps improving the situation.

INTRODUCTION

The potential drop method of measuring crack length is a common and well-established experimental procedure in Fracture Mechanics based fatigue testing. The practical implementation of experimental systems that utilize this principle has already been well discussed in the literature [1-7], and here it is sufficient to point out that the potential drop system output has to be calibrated in terms of crack length, for each specimen geometry used. However, there are very few analytical calibrations available for the practical geometries that are used as standard specimens in those tests [1,2,5,8], and the purpose of this work is to develop an analytical solution for the problem in the two most used fatigue specimens, namely the CTS and the SEN.

It is well known [6,8,9] that the linear elastic shear and the electrostatic problems are mathematically analogous in a two-dimensional space, with mode III displacements corresponding to voltages and the forces to currents. The equations that describe these problems can be summarized by:

Mode III Elasticity (Linear-elastic solution of the anti-plane shear problem in a body of constant thickness, when the point loads T_j are specified at the boundaries). The Mode III displacements and stresses are related by $u = v = 0$, $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = 0$, and $w = w(x,y)$ only ∴

$$\nabla^2 w = 0, \quad \tau_{xz} = G\,(\partial w/\partial x) \text{ and } \tau_{yz} = G\,(\partial w/\partial y) \quad , \quad (1)$$

where x,y,z are cartesian coordinates; u,v,w, are the corresponding displacements; and σ, τ are normal and shear stresses, respectively.

Electrostatics (Solution of the electric field caused by point inputs of current I_j, where the voltage at any point is given by $V = V(x,y)$ only). The current flux and the conservation of electrical charge are described by:

$$\rho J = -\nabla V \text{ and } \nabla^2 V = 0 \quad , \quad (2)$$

respectively, where J is the current density and ρ is the electric resistivity of the used material.

Having clearly stated the analogy that is going to be used, it is very easy to find a first estimation for the limit of V/V_0 as $c/L \to 1$, i.e., the output signal V when the crack length c approaches the width of the test specimen L (V_0 is the voltage induced in the uncracked specimen by the flux of the electrical current, that is maintained constant during the whole duration of the test by a feedback circuit). This limit can be found by solving the problem presented in Figure 1. The problem is to calculate the displacements

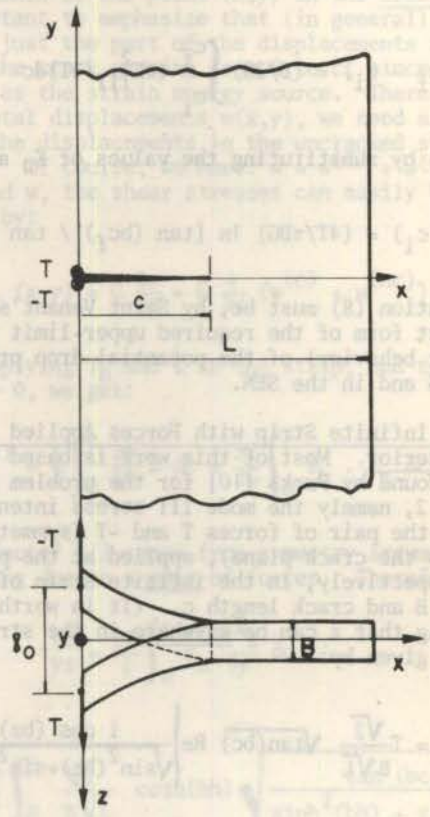


Figure 1. δ_o, the crack mouth displacement induced by the pair of forces T, -T applied at $(0,0^+)$ and $(0,0^-)$ in the infinite strip.

between the two points $(0,0^+)$ and $(0,0^-)$, localized at the mouth of the crack of length c, in an infinite strip of width L and thickness B, due to the pair of loads T and -T applied there. The value of K_{III} for this problem is known [8, pg. 2.28], and it is given by:

$$K_{III} = (2T/B\sqrt{L})\,[\sin(2bc)]^{-1/2} \quad (3)$$

where $b = \pi/2L$. For simplicity, we can rewrite equation (3) using the notation $K = T.k$, where K is given by the product of an applied force T, with a function k of the specimen geometry only (in the equation below the subscript "0" denotes "at the crack mouth"):

$$K_0 = T.k_0, \text{ where } k_0 = (2/B\sqrt{L})\ [\sin(2bc)]^{-1/2} \quad (4)$$

We also know that the strain energy release rate per unit of crack area advance, G, can be related to the applied stress intensity factor by [8]:

$$G = \partial U/\partial A = (1/B)\ (\partial U/\partial c) = K_{III}^2/2G, \quad (5)$$

where G is the shear modulus $dA = Bdc$ is the increment in crack area, and U is the strain energy stored in the strip. Moreover, by using Castigliano's theorem we can easily find the increment in the crack mouth displacement of the strip, caused by the pair of forces $\pm T(0,0\pm)$, when the crack grows from c_i to c_f. From basic Fracture Mechanics concepts, we recall that the change in the strain energy stored in the strip is given by:

$$\Delta U = B\int G dc = (B/2G) \int K_{III}^2 dc \quad (6)$$

Therefore, using this last equation δ_0 can be found by:

$$\delta_0 (c_f - c_i) = (B/2G) \int_{c_i}^{c_f} (\partial K_{III}^2/\partial T) dc \quad (7)$$

And, by substituting the values of K_0 and k_0:

$$\delta_0\ (c_f - c_i) = (4T/\pi BG)\ \ln\ [\tan(bc_f)\ /\ \tan(bc_i)] \quad (8)$$

Equation (8) must be, by Saint Venant's principle, the correct form of the required upper-limit (i.e., the deep crack behavior) of the potential drop problem both in the CTS and in the SEN.

The Infinite Strip with Forces Applied Anywhere in its Interior. Most of this work is based in a solution found by Parks [10] for the problem presented in Figure 2, namely the mode III stress intensity factor caused by the pair of forces T and -T (symmetrical with respect to the crack plane), applied at the points z and $\bar{z}$, respectively, in the infinite strip of width L, thickness B and crack length c. (It is worth emphasizing that z can be anywhere in the strip). His result is given by:

$$K_{III}(c,z) = T\frac{\sqrt{2}}{B\sqrt{L}}\ \sqrt{\tan(bc)}\ \mathrm{Re}\left\{\frac{i\cos(bz)}{\sqrt{\sin^2(bz)+\sin^2(bc)}}\right\} \quad (9)$$

where $z = x + iy$, $i = \sqrt{-1}$ and $b = \pi/2L$. In order to avoid the need to explicitly write every time the functional dependence of the stress intensity factor on z and on c, the following notation will be frequently used:

$$K_{III}\ (c,z) = K_z = T.k_z\ . \quad (10)$$

The subscript (z in this case) means "at the point z"; and the stress intensity factor $K_{III}\ (c,z)$ is called simply K_z. The accuracy of this formula can be checked by comparing its predictions for some limiting cases, with equivalent results that are available in the literature. For example, by letting the forces be applied at the left boundary of the strip, say at z=ih, we get:

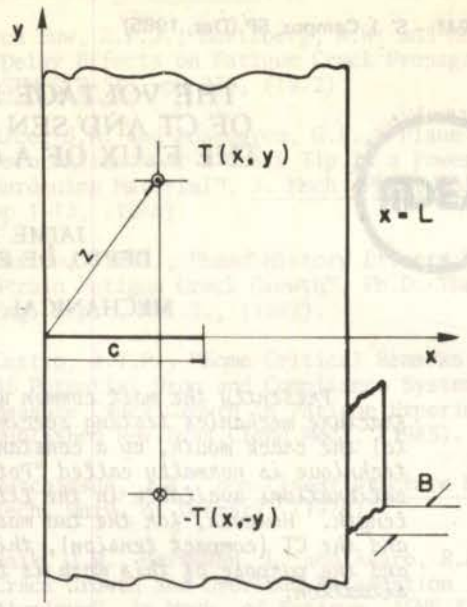


Figure 2. K_{III} for an infinite strip loaded by $\pm T(x,\pm y)$

$$K_{III}(c,ih) = K_h = T\frac{\sqrt{2}}{B\sqrt{L}}\cosh(bh)\sqrt{\frac{\tan(bc)}{\sinh^2(bh)+\sin^2(bc)}}\ , \quad (11)$$

This solution can be compared with the result given in Tada's handbook [8 , pg. 2.24] for a center cracked infinite strip of width 2L, crack length 2c and thickness B, loaded in anti-plane shear by the pair of forces T' and -T', applied symmetrically with respect to the crack plane at the center line of the strip, at a height $y = \pm h$. The stress intensity factor for that problem is:

$$K_{III} = T'\frac{\sqrt{2}}{2B\sqrt{L}}\cosh(bh)\sqrt{\frac{\tan(bc)}{\sinh^2(bh)+\sin^2(bc)}}\ . \quad (12)$$

By using symmetry arguments (it can be argued that exactly half of the applied force is used to load each of the two crack tips of the center cracked strip), we can make $T = T'/2$ in Parks' formula to get the same result for K_{III} in both equations. A second checking is possible by letting $h \to \infty$ in (11), and by defining $\tau = T/BL$ as the far field shear stress, in order to get:

$$K_{III}\ (c, h \to \infty) = \tau\ \sqrt{2L\tan(bc)}\ , \quad (13)$$

which again agrees with a known result [8 , pg. 2,29]. And, finally, a third checking can be made by letting $z = 0$ in (9):

$$K_{III}\ (c\ ,\ 0) = K_0 = T\frac{2}{B\sqrt{L}\ \sqrt{\sin(2bc)}} \quad (14)$$

This equation checks once again with a reported result, the equation (3) used back in the introduction to find a first assimptotic approximation for the

solution of this problem. We can now use Parks' formula to find the answer for our problem: the crack mouth displacement in the testing specimens, due to the pair of forces T, -T applied at (0, h) and (0, -h) respectively. (This pair of forces from now on is called simply T_h).

For our purposes, it is possible to model the CTS or the SEN as being an infinite strip with zero shear stress flow across the planes $y = \pm H$, as shown in Figure 3. This model is based on the idea that if we find the value of $\tau_{yz}(x,y)$ at $y = \pm H$ (from now on called τ_H) due to the pair of force T_h, then, by using superposition, it is possible to calculate the crack mouth displacement of the specimen. Or, in other words: the crack mouth displacement Δ_0, that the pair of forces T_h provoke in the testing specimens, is

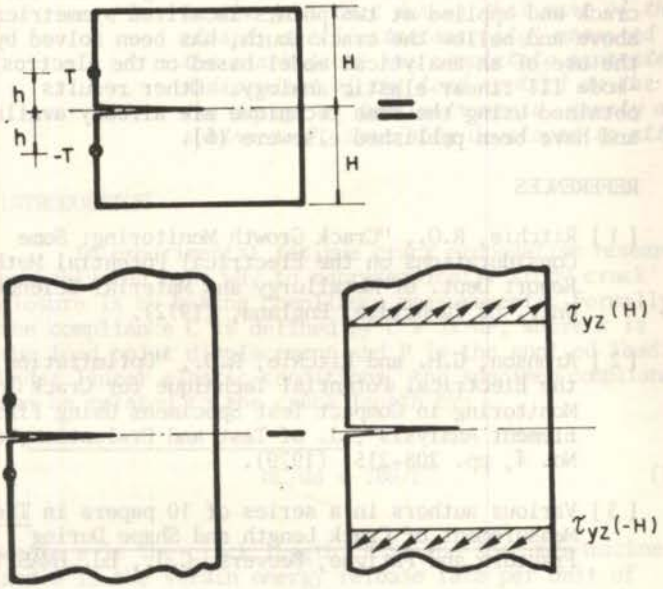


Figure 3. The modeling of the testing specimens as an infinite strip with zero shear flow across the boundaries $y = \pm H$.

equal to the value of the crack mouth displacement in the infinite strip that is caused by T_h and minus τ_H acting simultaneously. (Note that Δ is used for displacements in the testing specimens, and δ is used for displacements in the infinite strip). Mathematically we have:

$$w_{TS}(0,0^+) - w_{TS}(0,0^-) = \Delta_0 = \delta_0(T_h) - \delta_0(\tau)_H \quad (15)$$

$\delta_0(T_h)$: The Crack Mouth Displacement in the Infinite Strip Caused by the Pair of Forces T_h. The idea is to find the strain energy stored in the strip, when it is loaded by the two pair of forces T_h and T_0 acting simultaneously, and then let $T_0 \to 0$:

$$K_{III} = K_h + K_0 \Rightarrow G = (K_0 + K_h)^2/2G \therefore \quad (16)$$

$$\delta_0(T_h) = \int_0^c \frac{\partial G}{\partial T_0} B\,dc = \int_0^c \frac{B}{G}(k_h + k_0)\frac{\partial}{\partial T_0}(K_h + K_0)\,dc \quad (17)$$

And, by letting $T_0 \to 0$, we get:

$$\delta_0(T_h) = \frac{BT}{G}\int_0^c k_h \cdot k_0\,dc \,. \quad (18)$$

Equation (18), originally due to Paris [8], will be a very useful formula for our purposes. By substituting the values of k_h and k_0 into the above equation, we get:

$$\delta_0(T_h) = \frac{4T}{\pi BG}\int_0^{bc} \frac{d(bc)}{\cos(bc)\sqrt{1 - \cos^2(bc)/\cosh^2(bh)}} \quad (19)$$

This last equation can be integrated analytically, and it yields (but not that trivially):

$$\delta_0(T_h) = \frac{2T}{\pi BG}\,\ell n\left[\frac{\sqrt{1 - \frac{\cos^2(bc)}{\cosh^2(bh)}} + \sin(bc)}{\sqrt{1 - \frac{\cos^2(bc)}{\cosh^2(bh)}} - \sin(bc)}\right] \quad (20)$$

Note that as $h \to 0$ this equation (20) does agree with (8), the log (tan) limit for the potential drop problem discussed in the introduction.

τ_H : The Shear Stresses at the Upper and at the Lower Boundaries of the Testing Specimens, Due to the Pair of Forces T_h. Here, it is useful first to think of the shear stresses as causing the (infinitesimal) forces $t(x,y) = \tau_{yz}(x,y)Bdx$. Then, by using an equation similar to (18), it is possible to calculate the displacement field $w^{(c)}(x,y)$ due to T_h ($w^{(c)}$ is the z-displacemente of the point (x,y) in the cracked strip). It is important to emphasize that (in general) equation (18) gives just the part of the displacements that is caused by the crack growing from 0 to c, since it utilizes G as the strain energy source. Therefore, to find the total displacements w(x,y), we need also to calculate the displacements in the uncracked strip, $w^{(nc)}(x,y)$. Of course, we have: $w = w^{(c)} + w^{(nc)}$. Having found w, the shear stresses can easily be calculated by:

$$\tau_{yz}(x,y) = G\frac{\partial w}{\partial y} = G\frac{\partial}{\partial y}(w^{(c)} + w^{(nc)}) \,. \quad (21)$$

By applying T_h and t in the strip, and then by letting $t \to 0$, we get:

$$w^{(c)} = \frac{1}{2}\int_0^c \frac{\partial G}{\partial t} B\,dc = \frac{BT}{2G}\int_0^c k_h \cdot k_z\,dc \,, \quad (22)$$

where the factor 1/2 comes from symmetry arguments and from K_h being due to a pair of forces. Therefore, from (21):

$$\tau_{yz}^{(c)} = \frac{BT}{2}\int_0^c k_h \frac{\partial k_z}{\partial y}\,dc \,. \therefore \quad (23)$$

$$\tau_{yz}^{(c)} = \frac{BT}{2}\int_0^c \frac{\sqrt{2}}{B\sqrt{L}}\cosh(bh)\sqrt{\frac{\tan(bc)}{\sinh^2(bh) + \sin^2(bc)}} \cdot \frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\sqrt{2}}{B\sqrt{L}}\tan(bc)\,\mathrm{Re}\left\{\frac{i\cos(bz)}{\sqrt{\sin^2(bz) - \sin^2(bc)}}\right\}\right] dc \quad (24)$$

And, because $\partial/\partial y = i\partial/\partial z$, we can write:

$$\tau_{yz}^{(c)} = \frac{T}{BL}\cosh(bh)\int_0^c \frac{\tan(bc)}{\sqrt{\sinh^2(bh) + \sin^2(bc)}} \cdot \mathrm{Re}\left\{\frac{b\sin(bz)\cos^2(bc)}{[\sin^2(bz) - \sin^2(bc)]^{3/2}}\right\} dc \,. \quad (25)$$

Now, since $\int Re\{f\}dc = Re\{\int f dc\}$, it is possible to evaluate analytically the above integral:

$$\tau_{yz}^{(c)} = Re\left\{\frac{T}{BL}\,\frac{\sin(bz)\cosh(bh)}{\sin^2(bz)+\sinh^2(bh)}\cdot\left[\sqrt{\frac{\sinh^2(bh)+\sin^2(bc)}{\sin^2(bz)-\sin^2(bc)}}-\frac{\sin(bh)}{\sin(bz)}\right]\right\}. \quad (26)$$

By carefully analyzing this result, we can see that it also gives us the value of $\tau_{yz}^{(nc)}$. This is due to that value being simply equal to the constant needed to make $\tau_{yz}^{(c)} = 0$ when $c = 0$. In order to check this conclusion, it is worth finding $\tau_{yz}^{(nc)}$ by using another technique.

As pointed out in the introduction, Mode III displacements must be harmonic. Therefore, one way to solve Mode III problems is by finding an analytic function $f(z)$, where $z = x + iy$, such that:

$$f'(z) = G\left[\frac{\partial w}{\partial y} + i\,\frac{\partial w}{\partial x}\right] = \tau_{yz} + i\,\tau_{xz}\,. \quad (27)$$

By using this technique, we see that the required shear stresses are given by the function $f'(z)$ in the uncracked strip, due to the pair of forces T_h. By using a conformal mapping of the strip into the upper semi-plane, it is possible to use standard solutions to achieve this task. The idea is to map the z-plane into the s-plane through $s = \exp(i\pi z/L)$. Therefore:

$$f'(z) = f'(s)\,\frac{ds}{dz} = f'(s)\,i\beta e^{i\beta z}\,, \quad (28)$$

where $\beta = \pi/L = 2b$. The forces T_h are applied at $z_1 = ih$ and $z_2 = \bar{z}_1 = -ih$ in the t-plane, or at $s_1 = \exp(i\beta z_1)$ and $s_2 = \exp(i\beta z_2)$ in the s-plane. Since the solution for the point-load problem in a semi-plane is known, by unmapping back the s-plane into the z-plane we can find the shear stresses due to T_h in the uncracked strip:

$$f'(s) = -\frac{iT}{\pi B}\,\frac{1}{s-s_1} - \frac{1}{s-s_2}\,. \quad (29)$$

$$\tau_{yz}^{(nc)} = Re\,[f'(z)] = Re\left\{\frac{T}{BL}\left(\frac{1}{1-e^{-\beta(h+iz)}} - \frac{1}{i-e^{\beta(h-iz)}}\right)\right\} \quad (30)$$

With a little patience, it is possible to prove that the above result is equal to the negative of the second term of (26). Therefore, the total shear stress at the boundaries of the testing specimens is given by:

$$\tau_{yz}(x,\pm H) = \tau_H = Re\left[\frac{T}{BL}\,\frac{\sin(bz)\cosh(bh)}{\sin^2(bz)+\sinh^2(bh)}\cdot\sqrt{\frac{\sinh^2(bh)+\sin^2(bc)}{\sin^2(bz)\;;\sin^2(bc)}}\right], \quad (31)$$

Δ_0: The Crack Mouth Displacements in the CTS and in the SEN, due to the Pair of Forces T_h. Having found an expression for τ_H, it is now easy to find the stress intensity factor it causes, K_τ, by a "simple" integration:

$$K_\tau = \int_0^L \tau_H . B . k_z\,dx\,. \quad (32)$$

With this value for K_τ, we can finally get a solution for our model of the potential drop problem at the crack mouth of the SEN and CT fatigue testing specimens. By using superposition:

$$G = \frac{(K_h - K_\tau + K_0)^2}{2G} \;\Rightarrow\; \text{Let } K_0 \to 0 \Rightarrow \Delta_0 = \frac{B}{G}\int_0^c (K_h - K_\tau)\,.\,k_0\,dc\,. \quad (33)$$

$$\Delta_0 = \frac{2T}{\pi BG}\left\{\ell n\left[\frac{\sqrt{1-\cos^2(bc)/\cosh^2(bh)}+\sin(bc)}{\sqrt{1-\cos^2(bc)/\cosh^2(bh)}-\sin(bc)}\right] - \frac{4}{\pi}\int_0^{bc}\frac{1}{\cos(bc)}\cdot\int_0^{\pi/2} Re\left[\frac{\sin(bz)\cosh(bh)}{\sin^2(bz)+\sinh^2(bh)}\sqrt{\frac{\sinh^2(bh)+\sin^2(bc)}{\sin^2(bz)-\sin^2(bc)}}\cdot Re\left[\frac{i\cos(bz)}{\sqrt{\sin^2(bz)-\sin^2(bc)}}\right]d(bx)\,d(bc)\right\}, \quad (34)$$

CONCLUSION

The electrostatic problem of finding the potential drop induced at the crack mouth of SEN-type Specimens, by a constant electrical current flowing around the crack and applied at two points localized symmetrically above and bellow the crack mouth, has been solved by the use of an analytical model based on the electrostatic -mode III linear elastic analogy. Other results obtained using the same technique are already available, and have been published elsewere [6].

REFERENCES

[1] Ritchie, R.O., "Crack Growth Monitoring: Some Considerations on the Electrical Potential Method", Report Dept. of Metallurgy and Material Science, Univ. of Cambridge, England, (1972).

[2] Aronson, G.H. and Ritchie, R.O., "Optimization of the Electrical Potential Technique for Crack Growth Monitoring in Compact Test Specimens Using Finite Element Analysis", J. of Test and Evaluation, Vol.7, No. 4, pp. 208-215, (1979).

[3] Various authors in a series of 10 papers in The Measurement of Crack Length and Shape During Fracture and Fatigue, Beevers, C.J., Ed., EMAS(1980).

[4] Clark, G. and Knott, J.F. "Measurement of Fatigue Cracks in Notched Specimens by Means of Theoretical Electrical Potential Calibrations", J. of Mech. Phys. Solids, Vol. 23, pp. 265-276, (1975).

[5] Johnson, H.H., "Calibrating the Electrical Potential Drop Method for Studying Slow Crack Growth", Materials Research and Standards, Vol. 5, No. 9, pp. 442-445, (1965).

[6] Castro, J.T.P., "Load History Effects on Plane Strain Fatigue Crack Growth", Ph.D. Thesis, Mech. Eng. Dept., M.I.T., (1982).

[7] Castro, J.T.P., "Some Critical Remarks on the Use of Potential Drop and Compliance Systems to Measure Crack Growth in Fatigue Experiments", submitted to Rev.Bras.Cienc.Mec., (1985).

[8] Tada, H.; Paris, P.C. and Irwin, C.R., The Stress Analysis of Cracks Handbook, Del Research.

[9] Zai-liang, L., "Electrical Potential Modeling of the Anti-Plane Problem", Int. J. Fract., Vol. 17, (1981).

[10] Parks, D.M., unpublished research, M.I.T., (1982).

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

INSTRUMENTATION DESIGN FOR MEASURING FATIGUE CRACK CLOSURE

JAIME TUPIASSÚ PINHO DE CASTRO
DEPTO. DE ENGENHARIA MECÂNICA — PUC/RJ

ABSTRACT

In fatigue crack growth experimentation the usual manner to macroscopically study crack closure is by making compliance measurements. (Closure studies are based on the fact that during that part of the load cycle when the fatigue crack is partially closed, the "instantaneously" measured specimen compliance is variable, whilst when the crack faces are completely separeted, the compliance remains constant, i.e., independent of the load applied on the specimen). This work presents a discussion of the design of two instruments, namely a strain gage conditioner and a "linearity subtractor", specially developed to allow precise crack closure measurements.

INTRODUCTION

In experimental fatigue crack propagation research, probably the best way to macroscopically study crack closure is by making compliance measurements. Formally, the compliance C is defined by $C = dx/dP$, where x is the load point displacement and P is the applied load. Under linear elastic conditions, the specimen compliance can be related to the crack length by:

$$dC/da = 2BG/P^2 \qquad (1)$$

where a is the crack length, B is the specimen thickness, and G is the strain energy release rate per unit of crack area advance [1-3].

Closure studies are based on the fact that the "instantaneously" measured specimen compliance is variable when the crack is partially closed during a fraction of the load cycle: the compliance increases monotonicaly with the load until the crack is completely open (due to the progressive unloading of the crack surfaces), and stays constant afterwards, if the bulk of the specimen remains essentially linear elastic.

This technique has several advantages, such as: it reflects the response of the whole specimen, and not only the influence of some localized surface effects; it can be executed with relatively simple, and therefore reliable technology; and it has good resolution and intrinsic sensitivity, as discussed in detail elsewere [4-6].

This work contains a brief discussion of the design and construction of a strain gage conditioner, and of a "Linearity subtractor", specially developed to make closure measurements [7]. It is important to stress that, in actual service, both instruments have performed faultlessly, and can be recommended as reliable and useful tools to perform the measurements they were built for.

THE STRAIN-GAGE CONDITIONER

The constraints imposed upon the design of this instrument were: three independent channels, minimum cost compatible with the required function, and maximum mechanical and electronic reliability.

The testing objectives were clearly defined in order to be translated into electronic specifications, and resulted in the following circuit characteristics:

Ability to measure both static and dynamic strains. The instrument would be used to monitor fatigue tests, and a frequency response from DC to at least 500Hz was required to monitor them. (The component used in the instrument permits a full scale output of at least ±10V at 5kHz).

Static measurements rule out the simpler solution of using a potentiometric input circuit, and instead require a Wheatstone bridge as the input to the amplifier [8]. Moreover, long term stability becomes an important co-specification, which requires the use of components with very low drift and high temperature stability.

High, adjustable and stable gain. The strains far from the fatigue crack tip are small during most of the testing specimens life, and this is the reason for the high amplification requirement. Gain stability is, of course, directly related to the final error budget [9-10]. (The maximum gain was specified as 2000, which is enough to make 1μm/m = 10mV in typical 1/4 bridge applications, with 10V excitation).

Ability to accept different types of bridge configurations. In order to increase the versatility of the instrument, a provision for a general purpose network of selectable dummy resistors was made. The various possible operational modes include 1/4 bridges (with both 120Ω and 350Ω strain gages), a 1/2 bending bridge, a 350Ω 1/2 traction bridge and, of course, the full bridge configuration.

Provision for a very good balancing circuit. Coarse and fine adjustable precision resistors had to be specified for the balancing circuit, due to the generality of the intended use of the instrument. Moreover, it is also important to emphasize the requirement of very good stability for the balancing resistors, since any change of their values is interpreted as a strain change by the reading device.

Self-calibration capability. This feature helps during routine calibration check-ups. It is implemented by the use of a fixed precision resistor, that can be momentarily put in parallel with one arm of the bridge.

Adjustable low pass filters. This is a very important feature, and it is used to permit the measurement of low frequency or static strain signals in noisy environments. Of course, the filters must distort neither the amplitude nor the phase (both are frequency dependent) of the strain signal. A three pole Bessel filter was used, with a selectable cut-off frequency with a minimum of 2Hz [9].

Adjustable and stable bridge excitation voltages. Here, again, maximum stability is required, because any change in the excitation voltage V_o works as if it was a gain change in the amplifier circuit, and in this

instrument V_o can be continously adjusted between 2.5 and 12 V, with a stability better than 0.1%.

High common mode rejection ratio (CMRR). The full-scale signal of most strain transducers is of the order of mV per volt of excitation. This means that the amplifier stage of the instrument sees a huge common voltage at its input terminals. Therefore, the instrument must be able to reject any common mode voltage at the bridge output (the CMRR of the component used in this design is an outstanding 140dB).

Low noise level at the amplifier output. The amplified strain signal had a full scale limited to ±10V. Consequently, the noise level at the amplifier output was required to be in the order of 1mV RMS, to permit the optimum use of a 3.5 digit voltmeter (or of a 12 bit A/D converter) as the reading device.

High input impedance. The input impedance of the instrumentation amplifier used in this design is so high compared to the typical bridge impedance (10MΩ compared to 350 or 120Ω), that it is not a source loading errors.

More details about this instrument are available elsewere [6]. Figure 1 presents a photography of the instruments as it stands today. The very good working characteristics have permited its use in many other types of applications, including field consulting work under severe conditions. As a closing note, it is worth saying that it was built using components with total cost under US$250 per channel, which compares very favorably with the comercial cost of US1,500 - 2,000 for instruments of similar specifications.

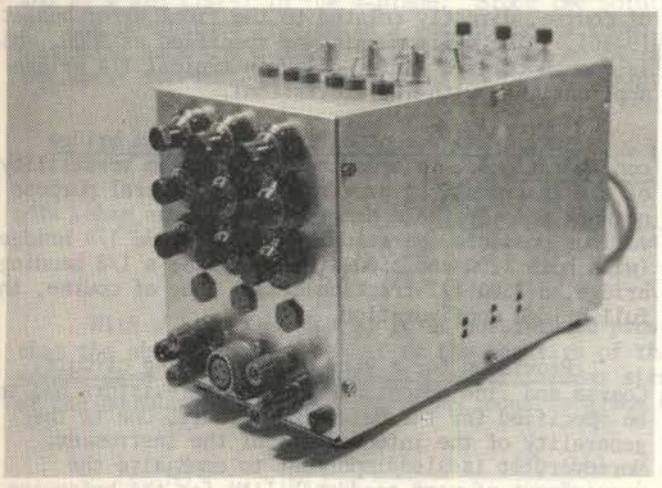


Figure 1. The strain gage conditioner

THE LINEARITY-SUBTRACTOR

The most difficult problem in all types of closure measurements is how to find the exact opening loads. When the compliance technique is used, it is found that the non-linear part of the force vs. displacement curve has a very slow-changing curvature, that is caused by the progressive unloading of the crack surfaces. A typical curve is shown is Figure 2. For this reason, it is very difficult to find exactly the point where the curved part ends (or where the linear part begins). Since this is the point that defines the opening load, it must be clearly readable if any precision is required from the measurements. This quest for precision is what motivated the design

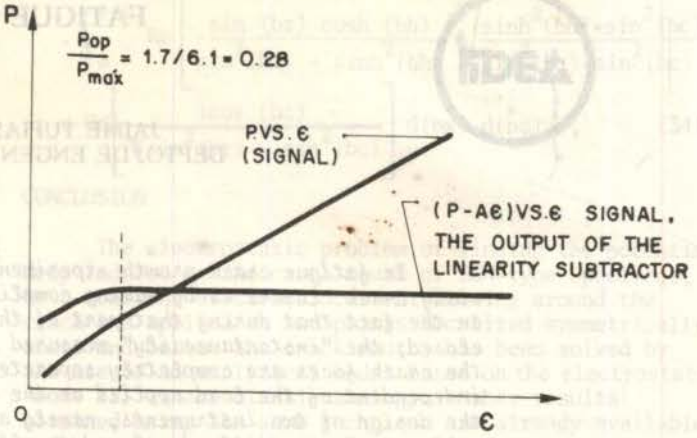


Figure 2. A typical fatigue crack closure measurement

and construction of the linearity-subtractor.

The idea behind it was first proposed by Paris and Hermann [11]. It is basically, as it name suggests, to subtract the linear part of the compliance signal, and to amplify the resulting difference. This can be very helpful in enhancing the resolution of the closure measurements, as is also shown in Figure 2.

In our design a new and useful feature was added to the initial idea, namely, an analog differentiator was used at the output of the subtractor circuit. This was done in order to increase significantly the actual operational speed of the instrument because, in practice, the slope of the linear part of the compliance curve is generally not known before hand, and it must be found by trial and error. In this instrument that slope can be easily found, even in just one try, by monitoring the derivative of the difference signal defined below.

Mathematically, the displacement x can be seen as a function of the applied force P, $x = x(P)$. Let define a difference signal, D, that is given by $D = x(P) - AP$, where A is an adjustable constant, internally generated by the instrument. The basic idea of the linearity subtractor is to adjust A in order to make D = constant when the crack is completely open, i.e., in order to subtract the linear part of the force vs. displacement signal. For any fixed value for the constant A, say A_0, the derivative of D is:

$$dD/dP = dx/dP - A_0 \qquad (2)$$

But when the curve P vs. x is in its linear part, we have $dx/dP = B$ and $dD/dP = B'$, where B and B' are constants. Therefore, by monitoring the value of B' when the crack is known to be open, the constant A can be adjusted (with the help of a voltmeter) until B' is made equal to zero. At this point, the constant A will, obviously, have the value of the slope of the linear part of the force vs. displacement curve. The precision with which A can be determined is basically a function of the noise level of the system.

So far so good, but there is a hidden problem in this technique: both the force and the displacement signals are really time functions, and the total derivative of the output of the subtractor, dD, must be written as:

$$dD = [(dx/dP - A)\, dP/dt]\, dt \qquad (3)$$

Therefore, in order to properly use the analog differentiator, dP/dt must be a constant, i.e., the force must have a linear (ramp) waveform when the closure measurements are to be made. This does not cause any problem in most cases.

Since this linearity subtractor is not at all a conventional instrument, the actual circuits are going to be treated in a more detailed way. It is believed that this circuit has great potential usefulness for many areas of experimental fracture mechanics research, where compliance measurements can play a very important role. Among its most important functional features we have:

Accept input signals on the range ±10V. This was the full scale signal of both the load cell and of the strain gage amplifiers. It poses no problem for the design of op-amp circuitry.

Continuously adjustable straight-line parameters. The instrument must, of course, be able to generate linear signals of any slope, in order to work as a linearity subtractor.

Use of a differentiator circuit to help find those parameters. As has already been discussed above.

These last two specs are better explained by discussing the actual circuit shown in Figure 3, whose heart was built using precision operational amplifiers. (Op-amps are simply very high gain differential amplifiers with three ports: an inverting and a non-inverting inputs, and one output. Due to their enormous gain, they are almost always used in a negative feedback configuration, and their most impostant ideal properties are: differential and common mode input impedances equal to infinity (in practice both vary from 1MΩ to 1TΩ), zero open loop output impedance (less than 100Ω is typical), infinite voltage gain (10^5 to 10^7 are normal figures), zero common mode voltage gain, zero offset voltage and infinite slew rate (instantaneous output change). These ideal properties imply in two very simple design rules: rule 1 - the voltage difference at the two input ports is zero; rule 2 - the inputs draw no current).

As a careful study of Figure 3 shows, to build a version of the linearity-subtractor little more than fundamental circuit knowledge is needed. However, to make the analog differentiator work in practice, where noisy signals are unavoidable, is not that simple and requires considerable care with details. The most important noise sources are due to high frequency disturbances superposed on the signal. Regretably, the differentiator circuit is not smart enough to discriminate between signal and unwanted disturbances and, in simple words, the derivative of noise is just a hell of a lot more noisy (d [sin (wt)]/dt = w cos(wt), so the amplitude of the derivative of any signal component is proportional to its frequency). The only solution for this problem is to clean completely the original signal from any disturbances, which can be done by very careful filtering. In the present design, this was done by passing the output of the subtractor through an 8-pole low-pass Bessel filter, with the cut-off frequency set at 1Hz [9]. (Therefore, the filter used in this design has an ideal decay rate of 160 dB/decade or, in other words, a 10V, 10Hz, noise component superposed on the signal that comes from the subtractor output, would ideally be reduced to 0.1μV at the differentiator input). But there is more to the story, since the filter circuit can affect the relative phase of the Fourier components and, therefore, distort the filtered signal. Since in our case the waveform shape was of maximum importance, minimum distortion was required. This is what lead us to the choice of the Bessel-type filter circuit.

A picture of the actual linearity-subtractor instrument is shown in Figure 4. Its circuit, comprises three stages: the subtractor, the filter and the differentiator. As a final note, the total cost of the components used in this design was in the order of US$150.00.

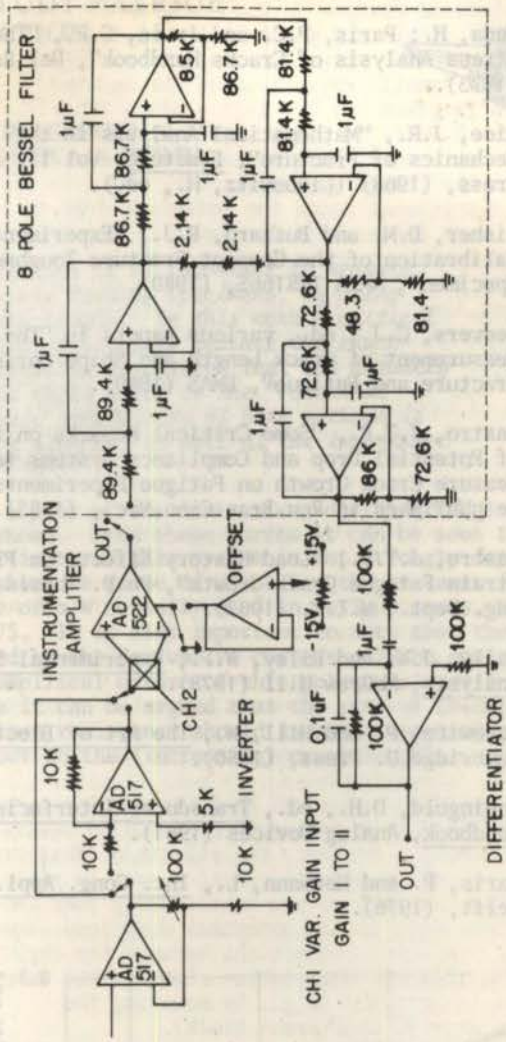


Figure 3. The linearity subtractor circuit

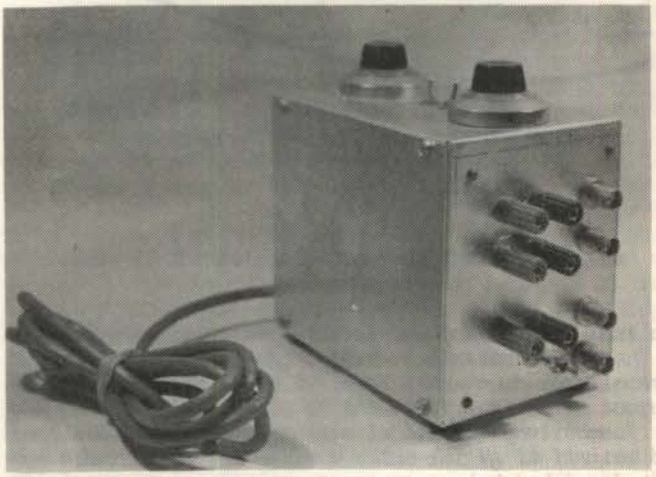


Figure 4. The linearity subtractor

REFERENCES

[1] Hutchinson, J.W., Non-Linear Fracture Mechanics, Tech. Univ. of Denmark, (1979).

[2] Tada, H.; Paris, P.C. and Irwin, C.R., "The Stress Analysis of Cracks Handbook", Del Research, (1973).

[3] Rice, J.R., "Mathematical Analysis in the Mechanics of Fracture", Fracture, Vol II, Academic Press, (1968) (Liebowitz, H., ed.).

[4] Fisher, D.M. and Buzzard, R.J., "Experimental Calibration of the Compact Fracture Toughness Specimen", NASA TN81665, (1980).

[5] Beevers, C.J., ed., various papers in "The Measurement of Crack Length and Shape During Fracture and Fatigue", EMAS (1980).

[6] Castro, J.T.P., "Some Critical Remarks on the Use of Potential Drop and Compliance Systems to Measure Crack Growth on Fatigue Experiments", to be published in Rev.Bras.Cien.Mec., (1985).

[7] Castro, J.T.P., "Load History Effects on Plane Strain Fatigue Crack Growth", Ph.D. Thesis, Mech. Eng. Dept., M.I.T. (1982).

[8] Dally, J.W. and Riley, W.F., Experimental Stress Analysis, McGraw Hill (1978).

[9] Horowitz, P. and Hill, W., The Art of Electronics, Cambridge U. Press, (1980).

[10] Sheingold, D.H., ed., Transducer Interfacing Handbook, Analog Devices (1981).

[11] Paris, P. and Hermann, L., Int. Cong. Appl. Mech., Delft, (1976).

ON THE USE OF COMPLIANCE AND POTENTIAL DROP TECHNIQUES TO STUDY FATIGUE CRACK PROPAGATION

JAIME TUPIASSÚ PINHO DE CASTRO
DEPTO. DE ENGENHARIA MECÂNICA — PUC/RJ

ABSTRACT

In experimental fatigue crack propagation research it is important to measure precisely the length of the cracks induced in standard testing specimens, by using some kind of electrical signal proportional to crack length. In this work a critical study of the two most commonly used analog electronic systems to measure the crack length is made, in order to quantify the maximum possible resolution that can actually be expected from them. The two systems studied are those based on the "Potential Drop" and on the "Compliance" methods. The intrinsic sensitivity of both methods is assessed, and the effects of some unavoidable error sources, as well as the importance of the present technological limitations, are quantified.

INTRODUCTION

The best analytical tool presently available for studying fatigue crack propagation is based on Fracture Mechanics concepts [1]. However, much is still unknown about the basic phenomenology of fatigue crack growth behavior under complex loads, and it is still necessary to experimentally simulate service conditions in laboratory specimens. The purpose of this work is to discuss the proper interpretation of experimental results, by studying the maximum resolution that can be achieved, under careful but real operational conditions, by the two most used methods of analogic measurement of the length of fatigue cracks in testing specimens: the so-called "Potential Drop Method" and the "Compliance Method".

POTENTIAL DROP SYSTEMS

Basically, all Potential Drop Systems consist of a servocontrolled, constant current source and of a very stable, high quality amplifier. The function of the power source is to supply an adjustable current to the specimen, current that is maintained constant during the whole duration of the test by a feedback circuit. The amplifier is designed to filter and to multiply the (typical) microvolt-level signals that are generated by the changes in the specimen resistance, due to the growth of the fatigue crack [2-4]. The calibration curve for the compact tension specimen (CTS), used in [5] to translate the potential drop readings into crack length measurements was based on experimental and numerical works done by Ritchie et al [2,3]. Their numerical results were obtained from a solution of the Laplace's equation for the electrostatic field in the cracked specimen, by means of a finite element model of the CTS. Their experimental calibration involved methods such as electrical analogs, optical observation of the surface of thin fatigue specimens, and marking of the fracture surface by changes in the mean fatigue load. The following polynomial is a least square best fit of their data points:

$$\frac{a}{w} = 0.623\left(\frac{V}{V_o}\right)^3 - 2.583\left(\frac{V}{V_o}\right)^2 + 4.237\left(\frac{V}{V_o}\right) - 1.93 \quad (1)$$

where V is the potential drop system output, V_o is the initial voltage caused by the current flow in the uncracked specimen, a is crack length, W is specimen width and a/W should be less than 0.75. In Figure 1, a plot of this CTS experimental calibration curve and also a plot of its derivative, $d(a/W)/d(V/V_o)$ vs. a/W are shown. From these curves it can be seen that the sensitivity of this system is not strongly dependent on the absolute value of crack length, at least for the range of a/W normally used in fatigue tests, $0.35 < a/W < 0.75$. It is also important to note that the minimum showed by the derivative curve should be due only to the empirical nature of this polynomial calibration, since it can be argued that the rate of change of the specimen resistance should increase monotonically with respect to the (increasing) crack length.

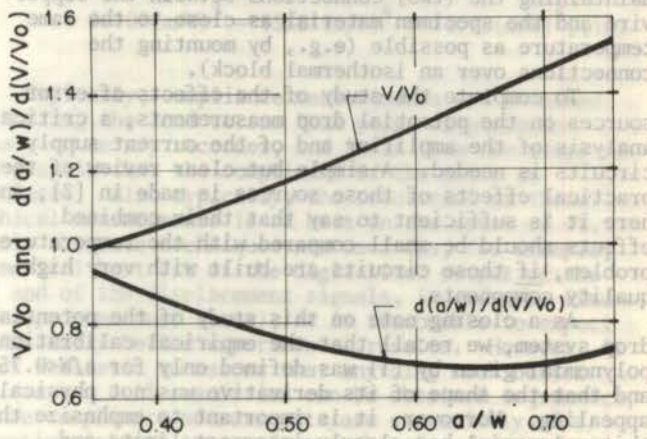


Figure 1. The Potential Drop Calibration Curves

Typically, a $\Delta V = 1\mu V$ is the best figure that can be expected for the short term resolution of high quality potential drop systems. This number reflects the unavoidable effects of the electrical noise sources that are always present in a laboratory environment. In the other hand, the maximum value for V_o is limited by the increase in specimen temperature induced by the current flux. (A usual rule of thumb for the limit of the current density in the cracked specimens is $10\,A/cm^2$). The crack growth increments that can ideally be detected during the tests using the curve given by (1) and the values discussed above, are in the order of 20μm.

However, another critical piece of information is needed to permit the proper interpretation of the tests results: the quantification of the effects of all the unavoidable error sources in the measurements. By far the most important problem in most cases is the thermally-induced changes in the specimen resistance, that e.g. for steels are in the order of $\alpha = 0.3\%$ per degree Celsius. The potential drop system output dependence on (small) variations of the specimen temperature is given by: $V = IR[1 + \alpha(T - T_o)]$ $\therefore$ $dV/dT = \alpha V = 0.003(2 \text{ to } 3 \text{ mV}) = 6 \text{ to } 9\mu V/C$, ^{o}where R is electrical resistance, V is voltage, I is current, $(T - T_o)$ is the change in temperature, and 2 to 3mV is a typical operational range for potential drop systems. Therefore, each degree Celsius change in the specimen temperature causes an apparent change in crack length of about 120 to 180μm. Since one degree Celsius is the typical best limit for the range of specimen temperature control that can be maintained by the air conditioner system used in a properly instaled laboratory, a mean figure of 150μ can be used for the nominal long-term resolution of carefully made fatigue experiments. It is important to note that this resolution value, based on a very simple but sound argument, is widely different from many supposely better values frequently claimed in the literature.

A second potentially important thermal-induced error source can be found at the connections between different metals in the cable that is used to read the potential drop signal. Seebeck voltages (thermocouple effect) can be significant in comparison to the potential drop signal, if the specimen and cable are made of different materials (they generally are, since copper wires are almost universally used in electronic instrumentation), and if the two junctions (between the copper wires and the specimen material) are maintained at different temperatures.

For example, a standard Fe-Cu thermocouple has a gain of 11μV/C at room temperature (which is equivalent to about 220μm/C). However, the effects of this error source can be minimized with relative ease in practice, if two simple precautions are taken: using just two different materials in the potential drop lead, and maintaining the (two) connections between the copper wire and the specimen material as close to the same temperature as possible (e.g., by mounting the connections over an isothermal block).

To complete the study of the effects of error sources on the potential drop measurements, a critical analysis of the amplifier and of the current supply circuits is needed. A simple but clear review of the practical effects of those sources is made in [2], and here it is sufficient to say that their combined effects should be small compared with the temperature problem, if those circuits are built with very high quality components.

As a closing note on this study of the potential drop system, we recall that the empirical calibration polynomial given by (1) was defined only for $a/W<0.75$, and that the shape of its derivative was not physically appealing. Moreover, it is important to emphasize that this polynomial has clearly incorrect limits and, therefore, cannot be extrapolated. (E.g., by taking $a/W = 1$ we would predict $V/V_o = 1{:}82.!$). Since experimentally it is not easily feasible to increase the intrinsic gain of the potential drop system, a natural question was proposed: was it possible to significantly increase that gain by working with deep cracks? This question motivated the start of a study of the potential drop problem from an analytical point of view, and a good way to start would be, for example, by finding the (asymptotically) correct upper-limit for the potential drop calibration curve. This limit could be found by using the analogy that exists between the Mode III linear-elastic and the classical electrostatic field problems, in any two-dimensional space [5-7].The equations that describe these problems can be summarized by:

Mode III elasticity (Linear-elastic solution of the anti-plane shear problem in a body of constant thickness, when the point loads T_j are specified at the boundaries). The Mode III displacements and stresses are related by $u = v = 0$, $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = 0$, and $w = w(x,y)$ only $\therefore$ $\nabla^2 w = 0$, $\tau_{xz} = G(\partial w/\partial x)$ and $\tau_{yz} = G(\partial w/\partial y)$, where x, y, z are cartesian coordinates; u, v, w, are the corresponding displacements; and σ, τ are normal and shear stresses respectively.

Electrostatics (solution of the electric field caused by point inputs of current I_j, specified at the boundaries of a body of constant thickness, where the voltage at any point is given by $V = V(x,y)$ only). The current flux and the conservation of electrical charge are described by $\rho J = -\nabla V$ and $\nabla^2 V = 0$, respectively, where J is the current density and ρ is the electric resistivity of the used material.

Having clearly stated the analogy that is going to be used, it is very easy to find a first estimation for the limit of V/V as $a/W \to 0$, by solving the problem presented in Figure 2. The problem is to find the displacement δ_o between the two points $(0, 0^+)$ and $(0, 0^-)$, localized at the mouth of the crack of length c, in an infinite strip of width L and thickness B, due to the pair of loads T and -T applied there. The value of K_{III} for this problem is known [6], and it is given by:

$$K_{III} = (2T/B\sqrt{L})[\sin(2bc)]^{-1/2} \qquad (2)$$

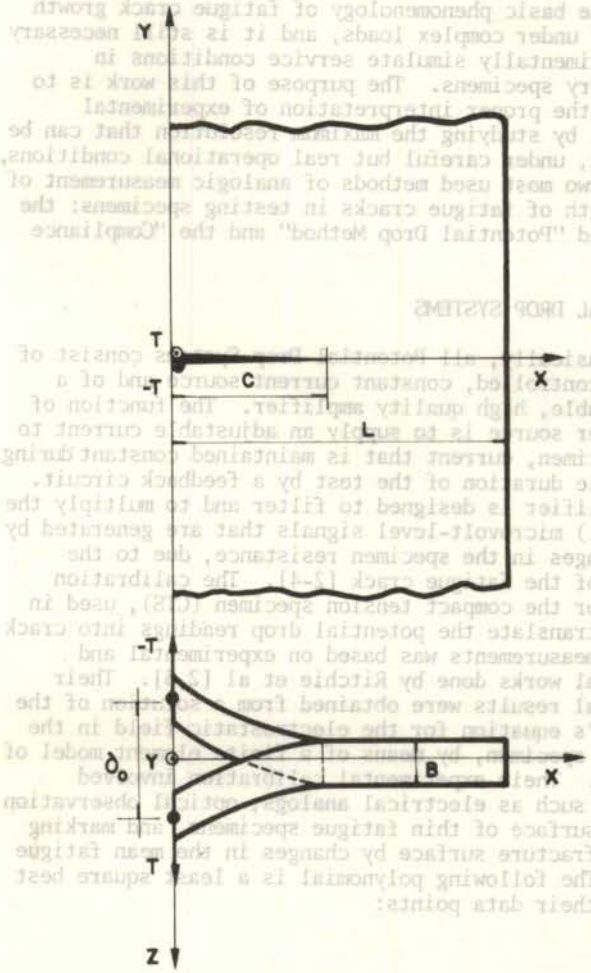


Figure 2. The Crack Mouth Displacements in the Infinite Strip

where $b = \pi/2L$. (Note that we are using "c and L" to denote crack length and the width of the infinite strip This is done to avoid confusion with the notation "a

and W' used for similar parameters in the CTS, since in the latter those values are measured from the load line and not from the specimen boundary). We also know that the strain energy release rate per unit of crack area advance, G, can be related to the applied stress intensity factor by [1,6]:

$$G = \partial U/\partial A = (1/B)(\partial U/\partial c) = K_{III}^2/2G \ , \qquad (3)$$

where G is the shear modulus and U is the strain energy stored in the strip. Moreover, by using Castigliano's theorem we can easily find the increment in the crack mouth displacement of the strip, caused by the pair of forces T applied at $(0, 0^+)$ and -T applied at $(0, 0^-)$, when the crack grows from c_i to c_f. Therefore, using this last equation δ_o can be found by:

$$\delta_o\,(c_f - c_i) = (B/2G)\int_{c_i}^{c_f} (\partial K^2/\partial T)dc = (4T/\pi BG)\,\ln[\tan(bc_f)/\tan(bc_i)]. \qquad (4)$$

(4) must be, by Saint Venant's principle, the correct form of the required upper-limit (i.e., the deep crack behavior) of the potential drop problem in the CTS (and also, by the way, in the single edge notch specimen, the SEN, another very commonly used Fracture Mechanics specimen).

Motivated by the simplicity of this result, it was decided to undertake the task of finding a complete analytical solution for the CTS electrostatic problem. This analytical study is presented elsewere [5].

Note that this assimptotic behavior of deep cracks indicate that there is no advantage in working with deep cracks in CTS (or, for the same reason in SEN or similar specimens), since the ln(tan) behavior is very smooth, and there is no big increase in the intrinsic sensitivity of the potential drop measured as compared with shalow cracks.

THE MEASUREMENT OF CRACK GROWTH BY COMPLIANCE-BASED SYSTEMS

In Mechanics the concept of compliance is used as a measure of the "softness" of a structure, i.e., it gives a measure of how easily a structure deforms under load. Formally, the mechanical compliance C is defined by C = x/P, where P is the load applied on the structure and x is the load point displacement. The compliance concept also finds many uses in crack problems, because the compliance of cracked bodies under Mode I linear elastic fracture mechanics conditions can be related to G, by [1] $G = (P^2/2G)(dC/da) = K_I^2/E'$ ∴

$$dC/da = (2B/E')(K_I/P)^2 \qquad (5)$$

where dC/da is the rate of compliance change with respect to crack length, E' = E for plane stress (E is the modulus of elasticity), or $E' = E/(1 - \nu^2)$ when plane strain conditions are dominant at the crack tip (where ν is the coefficient of Poisson).

Also from basic Fracture Mechanics concepts, it is known that K_I, the Mode I stress intensity factor, can be written as: $K_I = (P/B\sqrt{W})\ f(a/W)$ where f(a/W) is a numerical function of the specimen geometry and crack length. Therefore, the rate of compliance change with respect to crack length is given by:

$$dC/da = 2f^2(a/W)/BWE' \qquad (6)$$

In order to non-dimensionalize this equation, define $C_o = 1/BE'$ and $C/C_o = E'Bx/P$ to obtain:

$$d(C/C_o)/d(a/W) = BWE'dC/da = 2f^2(a/W) \qquad (7)$$

And C/C_o can then be found by:

$$\left.\frac{C}{C_o}\right|_{\frac{a_f}{W}} = 2\int_{a_i/W}^{a_f/W} f^2(a/W)d(a/W) + \left.\frac{C}{C_o}\right|_{\frac{a_i}{W}} \qquad (8)$$

Therefore, if the value C/C_o at a_i/W can somehow be found or measured, it is possible to use equation (8) as the calibration curve for all analog compliance measurements of crack length. (The initial value of the specimen compliance can always be obtained by just one simultaneous measurement of load and load point displacement. However, this many times is not an easy task, due to the inaccessibility of the actual load point in most practical specimens).

In particular, for the CTS the function f(a/W) is given by the following polynomial [8]:

$$f(a/W) = [2 + (a/W)]/\sqrt{[1 - (a/W)]^3}\ [0.886 + 4.64(a/W) - 13.22(a/W)^2 + 14.72(a/W)^3 - 5.6(a/W)^4] \qquad (9)$$

In a recent experimental work, Fisher and Buzzard [9] carefully measured C versus a for the CTS (using a specially designed load fixture that allowed access to the center of the load pins, in order to measure their actual load-induced displacements). They fitted their data points by the function:

$$C/C_o = \exp[2.376 + 0.060(a/W) + 7.298(a/W)^2 + 0.107(a/W)^3 - 15.21(a/W)^4 + 14.75(a/W)^5] \qquad (10)$$

Typically, compliance measurements are obtained by plotting the load versus load point displacement signals on an x/y recorder, and it is from the slope of this graphic that the compliance of the piece is calculated. Also typically, the resolution of these graphical measurements is at best on the order of 1%. If more accurate techniques are used (as, for example, a numerical best fit of the digitalized output of the load and of the displacement signals, in order to find the slope mentioned above), it is reasonable to expect intrinsically better experimental results. However, it is not realistic to assume that anything much better than (say) a 0.1% resolution can be obtained in practice, because compliance measurements are essentially of a derivative (slope) type and are, therefore, intrinsically noisy.

In Figure 3 we plotted, using equations (8-10), the minimum resolution that would be required from the reading of the load versus load point displacement graphics in order to measure crack length increments of Δa = 1μm and of Δa = 100μm, respectively. Note that the plots give the percentage change on the value of C/C_o versus a/W, when the crack grows by 1 or 100μm. By carefully studying this figure, it can be seen that the intrinsic optimal resolution that can be expected from compliance-based experimental systems is, at best, comparable to the 20μm figure obtained for the short-term resolution of the potential drop system, for the range of a/W normally used in practice. It also can be seen that a 1μm resolution in crack length would require a resolution of about 1 part in 10000 from the (calculated) slope of the C/C_o vs. a/W curve, which, in view of the arguments exposed above, seems very hard to

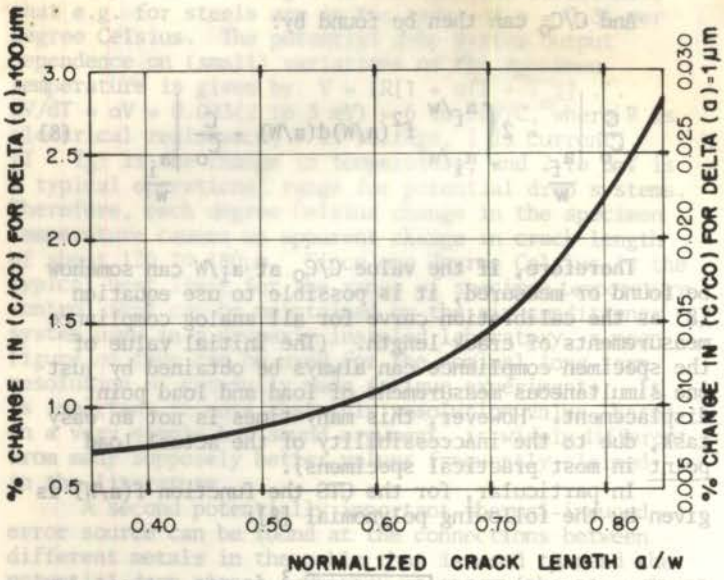


Figure 3. The Resolution of Compliance Based Systems

obtain from experimental systems built with available technology. It seems more reasonable to expect crack length resolutions in the order of 100μm, which can be experimentally implemented even with the careful use of graphical methods. Once again, it is important to note that this last resolution figure is in conflict with many supposely better figures claimed in the literature.

Another interesting point to note is that the intrinsic sensitivity of compliance-based systems does increase (exponentially) with crack length, as oposed to the very smooth behavior of the (assimptotically) ln(tan) behavior of potential drop systems deduced in the last section. This indicates that compliance systems can profit from the use of deep cracks to do measurements where high sensitivity is a must. However, when working with deep cracks it is important to be aware that specimen displacements and rotations are bigger for a given load as compared to more conventional shalow cracks, which indicates that friction-related problems at supports and loading points should also increase.

To complete this study of compliance-based systems of crack length measurement, a very brief discussion of the influence of error sources follows.

Besides the obvious problems with the correct measurement of loads and load point displacements (it is, e.g., very difficult to buy load cells in a class better than 0.25%), among the more subtle error sources that can pertube the experimental results, we have temperature and the transducer fixing to the specimen. A (common) temperature change of 10C can induce a change in the elastic modulus of most metallic specimens in the order of 0.2 to 0.6%, a figure that is important if crack length resolutions in the order of 10μm are expected from very high quality compliance-based systems. Temperature, of course, also pertube the electronic circuity, but this discussions is considered beyond the scope of this work.

The use of clip-gages or similar devices to measure crack opening displacements, besides the very big problem of accessing the actual load points, as discussed in [9], have the added complicating problem of intrinsic friction at knife edges, with the consequent hysteresis-related disturbances of difficult quantification. A simple and elegant solution to this problem is to avoid the use of clip-gages by bonding strain-gages directly on the surface of the specimen, e.g., in the back face of the CTS as discussed in [5]. However, this solution has its shortcomings, because the measured strain output, despite being almost hysteresis -free, must somehow be calibrated in terms of absolute crack length. Regretfully, this is not an easy task from an analytical point of view, for most practical specimen geometries, and the author is not aware of any available theoretical calibrations in the literature.

CONCLUSIONS

The resolution and the effects of errors sources in two analogic systems of crack length measurement has been studied. Arguments are presented to show that resolution figures in the order of to 0.1mm should be expected from both compliance-based and potential drop systems, if decent operational procedures are carefully followed. This number is significantly higher than many figures quoted in the literature, but it seems to be closer to the reality of present technological limitations. There is still an urgent need for development of better experimental systems, to allow a closer study of low crack-growth rates and fatigue-cycle interactions, with crack length resolution in the order of 1μm as a goal for the near future.

REFERENCES

[1] Parker, A.P., The Mechanics of Fracture and Fatigue, E.F.N. Spon (1981)

[2] Ritchie, R.O., "Crack Growth Monitoring: Some Considerations on the Electrical Potential Method" Report Dept. of Metallurgy and Material Science, Univ. of Cambridge, England, (1972).

[3] Aronson, G.H. and Ritchie, R.O., "Optimization of the Electrical Potential Technique for Crack Growth Monitoring in Compact Test Specimens Using Finite Element Analysis", J. of Test and Evaluation, Vol. 7, No. 4, pp. 208-215, (1979).

[4] Various authors in a series of 10 papers in The Measurement of Crack Length and Shape During Fracture and Fatigue, Beevers, C.J., Ed., EMAS(1980).

[5] Castro, J.T.P., "Load History Effects on Plane Strain Fatigue Crack Growth", Ph.D. Thesis, Mechanical Engineering Department, M.I.T. (1982).

[6] Tada, H.; Paris, P.C. and Irwin, C.R., The Stress Analysis of Cracks Handbook, Del Research, (1973).

[7] Zai-liang, L., "Electrical Potential Modelling of the Anti-Plane Problem", Int. J. Fract., Vol. 17, (1981).

[8] ASTM E 647-81: Standard Test Method for Constant Load Amplitude Fatigue Crack Growth Rates Above 10-8 m/cycle, 1982 Annual Book of ASTM Standards, Part 10.

[9] Fischer, D.M. and Buzzard, R.J., "Experimental Compliance Calibration of the Compact Fracture Toughness Specimen", NASA TN81665, (1980).

FATIGUE BEHAVIOUR OF STEEL WIRE CABLE SUBJECTED TO AXIAL AND BENDING CYCLIC LOADS

KHOSROW GHAVAMI
CIVIL ENGINEERING DEPTO., PUC/RJ
ROGER E. HOBBS
CIVIL ENGINEERING DEPTO., I.C. LONDON

SUMMARY

The steel wire cable used in structures usually besides being a tension member is subjected to cyclic bending stresses caused by wind. Wind induced oscillation has been the cause of numerous fatigue failure in transmission lines, bridges etc. This paper summarizes the results of two series of fatigue tests subjected to in-line and bending fluctuating cyclic loads on socketed wire cable systems and discusses the various failure mechanisms and the predicted fatigue life for design of such elements.

INTRODUCTION

In general a steel wire cable is a flexible tension member with a basic element of thin metalic wires which are constructed by laying several wires helically around a common axis as distinct from a rope which consists of a group of wires laid up together [1,2]. The spiral strand is employed for many structural purposes, including the prestressing strand of concrete,stays for guyed masts,bridging applications, such as hangers for suspension bridges, main cables of cable stayed designs and many deepwater platforms. However, prestressing strands usually consist of only several unprotected steel wires in contrast to wire cables used in steel structures which are lubricated strands, consisting of 90 or more galvanised wires [3].

A short review of the available literature has revealed a scarcity of information especially in relation to the fatigue behaviour of wire cables. Some work has been done on prestressing strands [4], which has different construction properties and terminations compared with structural strands. Several fatigue studies have been carried out on wire ropes, which are principally concerned with the interaction between sheaves and winding drums. These works are not directly relevant to the guy masts or bridge hanger problems.

Most of the masts and towers in the United Kingdom were designed to loading specifications which underestimated the effects of extreme wind speeds and were not suitable to deal with the response of this form of structure to gust effects. In addition,there is not any systematic study concerning the relationship between collapse loads of the cable and various types of end connections. High mean fluctuating tensions in masts and guys occur under storm conditions. The transverse fluctuations can occur at much lower wind speeds, and are dependent on the aerodynamic parameters of the mast and guys [5].

In recent suspension bridge hanger design safety factors significally less than three have been adopted against nominally static failure without any explicit allowance for any deterioration in fatigue life of the hanger or its end connections [6]. This type of structures is subjected to similar load fluctuations to mast and guys, caused by the lateral response of the deck traffic loading, and relative longitudinal movements between the main suspension cables and the deck.

In any socketed cable structure bending is only important close to the end fittings. Hence the principal aim of this research program was to study the influence of cyclic stress fluctuations on the safe working lives of socketed cable systems for most critical loading cases. The additional aim was to examine the effects of fatigue loadings on the guy insulators which for radio frequency electrical purposes are sometimes incorporated within a stay.

EXPERIMENTAL PROGRAM

The experimental studies were concerned with obtaining information on the effects of the: i) High mean axial tension with a superimposed fluctuating axial tensile component. This case corresponds to the in-line gust conditions for a complete range of guyed masts, where cables can vary from 9mm to 65mm in diameter. It also applies to vehicular load effects on bridge hangers when the end connections are such as to avoid end bending restrain. ii) Cyclic bending in the presence of lower mean axial tension which occurs on larger guyed masts due to lateral vibrations. It also applies to bridge hangers. iii) Specimens'size for finding the validity of extrapolation from the small scale tests to the larger length and diameter strand.

To accomplish the objectives of this investigation, a total of 21 tests had been carried out. From this total 12 axial fluctuating tension tests on 16mm diameter strand, ($\emptyset_t$ = 16mm) with a relatively short length, had been carried out in a standard Amsler fatigue testing machine. This test series was followed by three large scale axial fluctuating tension tests on 38mm diameter ($\emptyset_t$ = 38mm). Finally transversally fixed ends bending tests had been carried out on 38mm diameter strand subjected to pulsating lateral movements, carrying a steady axial load with and without insulator, within the test length.

DETAILS OF SPECIMENS

Spiral strands as those typically used in socketed cable structures were selected. The $\emptyset_t$ = 16mm strand specimens consisted of 19 individual wires of $\emptyset$ = 3.2mm; socketed both ends by British Ropes in oversized sockets using zinc metal filling to BS 463 to their standard practice. The specimens were 736 mm long between the faces of sockets and 1124 mm overall. This relatively short length was dictated by the capacity of testing machine. The $\emptyset_t$ = 38 mm specimens consisted of a 92 wire of $\emptyset$ = 3.5 mm semi-balanced construction with an oversize king wire of 5mm. They were cut from a 150m stay that was replaced after ten years service. The semi-balanced construction is to reduce the torque caused by an axial load. These wires were made of five layers. The outer wires were right hand laid over the next two layers, which were left hand laid.

For the axial tension tests the specimens were 6.00m long between pin centres, while for the bending

tests, including the insulator tests, the length was increased to 8.50 m. One in-line and three transverse tests were carried out on specimens which included a Decca Austin A 8040 insulator within their length.

EXPERIMENTAL SET-UP

In this paper a short description of the experimental set-up is given. The full details of the specimens and testing arrangements can be found in reference [3,7].

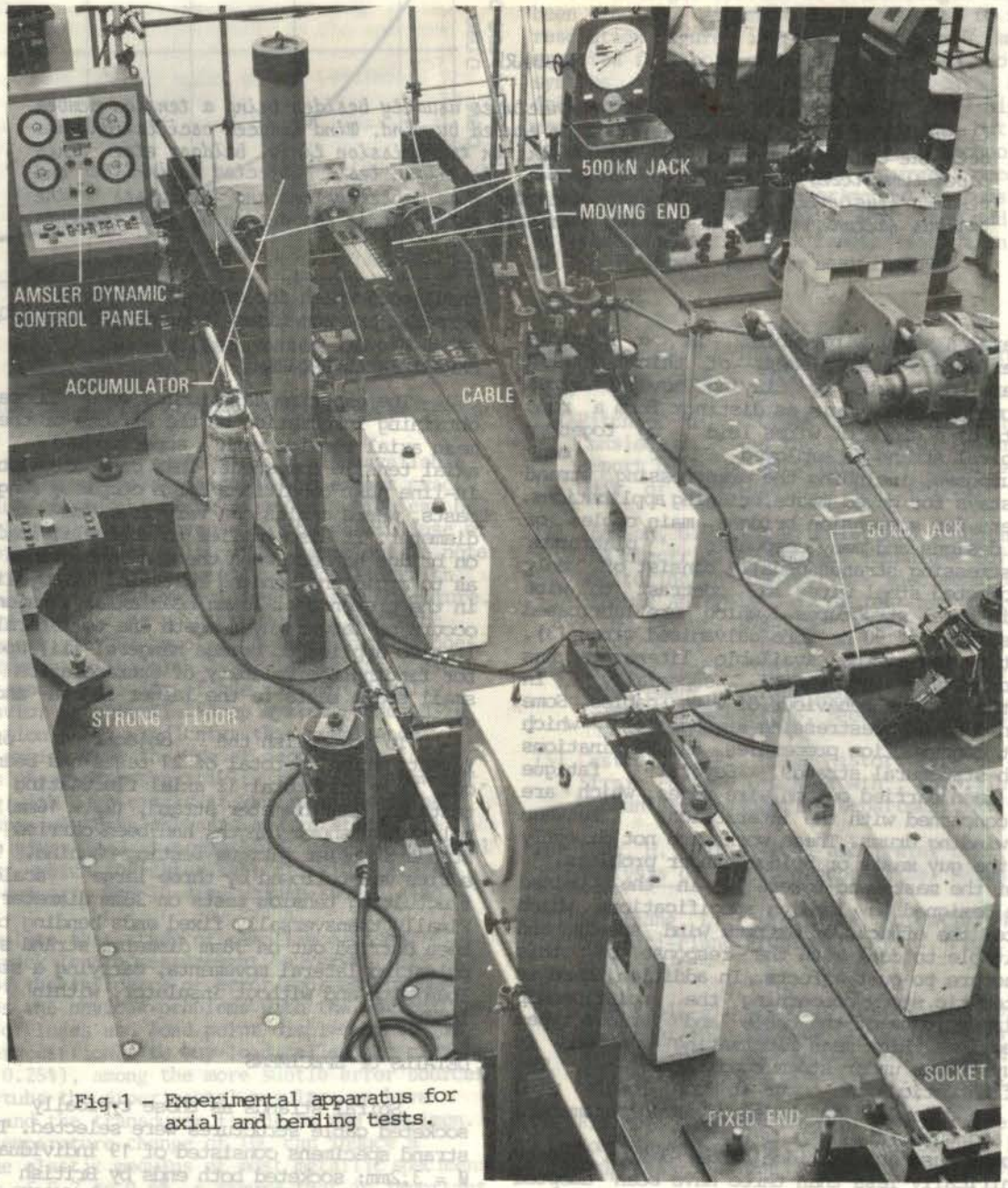


Fig.1 - Experimental apparatus for axial and bending tests.

Axial tests on 16 mm cable. All the specimens of this series were subjected to controlled constant fluctuating cyclic tensile load using a standard Amsler tensile testing machine with a capacity of 500 kN, which was connected to an Amsler pulsator. The specimens were mounted with the socket pins parallel and were connected by short linking plates at each end to two parallel 50 mm pins, one in the fixed head of the machine and the other in the moving head. The machine is equipped with a shock-cut which was placed on the fixed platen adjacent to the socket. This made it able to detect wire fractures and stop the machine so that the number of cycles could be registered.

Because of the possible heat built-up in the test frequency was 4.4 Hz except for some of the lower amplitude tests, where time was saved by running at 8.8 Hz.

Axial and bending tests on 38 mm cable. For these tests a special experimental apparatus as shown in Fig.1 was designed. For the axial fluctuating tensile tests the apparatus consisted of a passive and active anchor , which were both bolted to the laboratory's 900 mm prestressed strong floor. The specimens were loaded axially through the active end by two 500 kN dynamic capacity Amsler Jacks fixed to a robust frame, which moved on roller bearings. The hydraulic Jacks were supplied with oil from a coupled pair of Amsler pulsators. These pulsators provided the desired mean pressure on which a cyclic pressure at a desired frequency of 4.4 Hz was superimposed. Major alterations in specimen length were carried out by relocating the passive end.

For the bending tests the transverse cyclic displacement of 4.4 Hz frequency was generated by an opposed pair of Amsler hydraulic Jacks with 110 mm stroke. One Jack was connected to the pulsator while the other provided a steady return force from a

nitrogen oil pressure accumulator.

ANALYSIS OF THE RESULTS

The fatigue failure criterior for wire cable is much more complex than that defined for continuous structures for which the crack propagation criterion is applied. The occurrence of an unacceptable number of wire breaks is one of the most common criterion adopted for wire rope fatigue demage assessment. All the tests in the investigation had fatigue failure at the cable-socket interface. First the wire failure started by the fracture of an outer wire adjacent to the socket and then continued to the neighbouring wires in the same layer for the further cyclic applied load. Then second, third and more layers started to fail in the same manners until the final failure of the cable which occurred when the number of wires were not enough to resist the maximum applied load. The results for the in-line tests are summerized in Fig.2. As it can be noted in the axial tests the number of cycles of a given nominal stress range between fracture of the first wire and the final failure differed widely between the strand sizes. For the larger strands there was a bigger interval between initial and final failure even with a peak of 45% of the nominal ultimate load (rul). From a practical point of view the large number of cycles between first wire failure and overall failure in a large strand means that there is a possibility of detecting demaged cables by regular inspections without endangering the integrity of the whole structure.

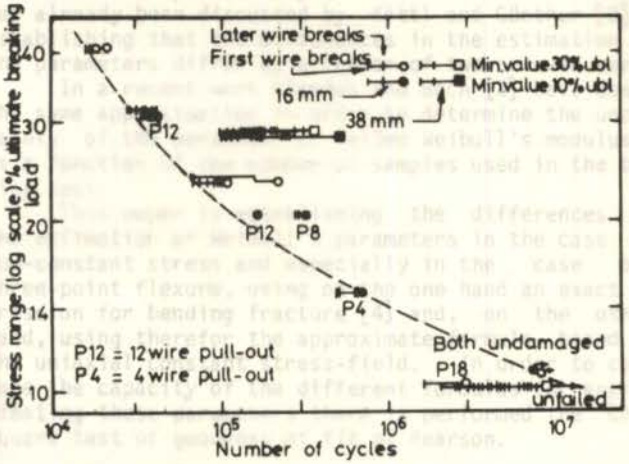


Fig.2 - Axial tension test results

Referring to Fig.3 it can be seen that the interval between the final fatigue failure and the fatigue frature of the first wire is of greater margin. This is to be expected since the flexural stress range for a given amplitude will diminish as the outer wires break owing to a decrease in flexural stiffness, and a core of wires will sustain moderate steady axial load after long periods of vibration.

It should be noted that there were instances in which failure occurred by the pull out of the strands from the socket for 16 mm specimens and at a large load range a socket jaw of a 38 mm cable fractured. There was insufficient evidence from which to draw conclusions about the basis for the design of socketed ends to avoid premature failures of these kinds, but it tends to confirm the practice of using higher factors of safety for these elements, compared with conventional steelwork, in order to achieve, on average, similar reliability.

In the axial tension test with insulator, after 3.1×10^5 cycles, the fracture of 12 wires started until the insulator drawbolt parted at 5.47×10^5 cycles. Based on the previous axial tests, the first wire failure for the applied load range in this test would have been expected at 3×10^5 cycles and the final failure at about 1.5×10^6 cycles. Thus, on the basis of this single test, it would appear that for the insulator not to govern the serviceable for a cable-insulator system under pulsating axial load early wire break detection is extremely important, particularly as inspection of the drawbolt itself is difficult.

In the bending tests with insulator, the failure occurred in the drawbolt. The insulator was fixed directly to the anchorage with no intermediate cable, which is not exactly the case in practice. Analysis of these results suggested that in conventional usage of insulator the fatigue life is not dominated by the insulator.

The dynamic stiffness and the damping arising from the hysteretic stress strain behaviour of the in-line tests were carefully measured [3]. The analysis of the results has shown that the damping in cable stayed bridges may be two or three times higher than for similar types of construction without cables.

THEORETICAL PREDICTION OF FATIGUE LIFE

To predict the fatigue life to first wire failure in axial cases the broken line as shown in Fig.2 in connection with miner's rule, for this type of cable can be used. Of course, further research is needed to validate this proposal. However it may give an indication of the order of damage likely to occur.

In the same manner the results of the bending tests may be used to produce approximate relationships between amplitude and number of cycles to failure for two particular mean tension. To estimate fatigue lives

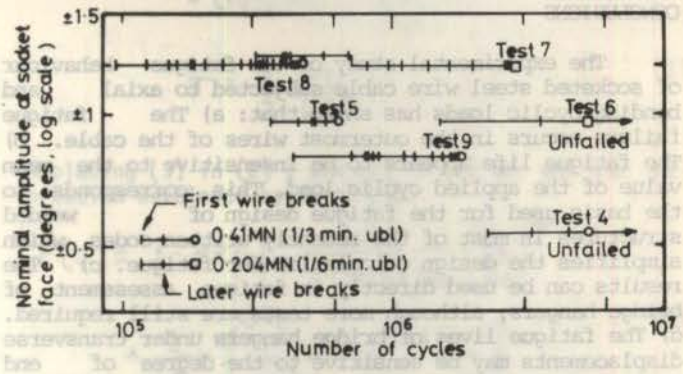


Fig.3 - Bending tests results fluctuating
Fluctuating bending test results

for other values of mean tension and lateral displacement for strand of a similar type a method based on a consideration of bending moment generated at the clamped end of a cable as shown in Fig.4 may be used [8,9].

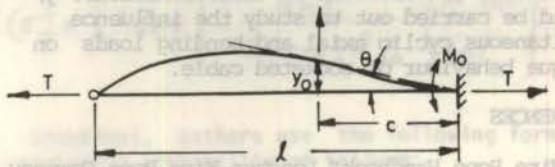


Fig.4 - Wire cable modelled as a beam-column element.

The moment M_O at the clamped end due to the enforced displacement Y_O is given by

$$M_O = \frac{T.Y_O.\rho\ell \sinh \rho\ell}{[\gamma(\beta-\alpha)-1]\ [\alpha\rho c - \beta \sinh \rho c) + \rho(\alpha-\beta)} \quad (1)$$

where T, Y_O, c and ℓ are defined on Fig. 4 and

$$\alpha = (\ell-c) \sinh \rho\ell \ ; \ \beta = \ell \sinh \rho(\ell-c)$$

$$\gamma = \rho\ell \cosh \rho\ell - \sinh \rho\ell \ ; \ \rho = (T/EI_S)^{0.5}$$

E Young's modulus of wire

I_s effective second moment of area for bending stiffness.

In normal wire cable structures the ℓ/EI_s is high and if the lateral load is applied so that $0.25 < c/\ell < 0.75$ the parameters $\rho(\ell - c)$, $\rho\ell$ and ρc are greater than ten so that the exponental functions are very large. Hence M_O can be given approximately by

$$M_O = \pm 1.1 \, (Y_O/c) \, (T.EI_s)^{0.5} \qquad (2)$$

Equation (2) can be rearranged to give a non-dimensional form

$$M_O \cdot (T_u.EI_s)^{-0.5} = 1.1 \tan \theta \, (K_s)^{0.5} \qquad (3)$$

where θ is a nominal amplitude at the socket face as shown in Fig.4 and K_s is the ratio of the mean axial force, T, to the nominal breaking load, T_u, of the strand.

The test results showed that the fatigue of the cable depends on the strain range and not on the mean value of the applied strain. If the effective bending stiffness, EI_s, of the cable were indeed constant along the strand, it would now be possible to calculate the stress range in the outer wires of the cable close to the socket. These assumptions were first checked against the experimental results by calculating values of $M_O \, (T_u.EI_s)^{-0.5}$ from equation (3) for different numbers of cycles to first wire failure satisfactorily. Further experimental study on other types and sizes of cables are needed before such a method could be used with any degree of confidence.

CONCLUSIONS

The experimental study of the fatigue behaviour of socketed steel wire cable subjected to axial and bending cyclic loads has shown that: a) The fatigue failure occurs in the outermost wires of the cable. b) The fatigue life appears to be insensitive to the mean value of the applied cyclic load. This corresponds to the basis used for the fatigue design of welded structures in most of the recently written codes which simplifies the design calculation for fatigue. c) The results can be used directly in fatigue assessment of bridge hangers, although more tests are still required. d) The fatigue lives of bridge hangers under transverse displacements may be sensitive to the degree of end fixity achieved in practice. e) The guy strain insulations are not critical in the cable-insulator system, provided that some flexibility is maintained between the insulator and the stay attachment plates as is generally achieved by insertion of a length of cable. f) Further research should be carried out to study the static strength and efficiency of various types of steel wire cables with different end fittings and effects of corrosion on their behaviour. g) Tests should be carried out to study the influence of simultaneous cyclic axial and bending loads on the fatigue behaviour of socketed cable.

REFERENCES

[1] "Wire Rope Handbook," Leschen Wire Rope Company, Saint Joseph, Mo., 1971.

[2] Baron, F. and Shen-Ying Lien, "Analytical studies of a Cable Stayed Girder Bridge," Computer and Structures, Nº 3 1973, pp.443-465.

[3] Hobbs, R.E. and Ghavani, K., "Fatigue of socketed cables: In-line and transverse tests on 38 mm specimens;" Wyatt, T.A., Internal damping of 38 mm specimens.

[4] Cullimore, M.S.G., "The fatigue strength of high tensile steel wire cable subjected to stress fluctuations of small amplitude." Publications 32-1, 49-56, International Association for Bridge and Structural Eng. Zurich, 1972.

[5] British Standards. "Wind Loading," British Standards Institution, London, 1972, Cp 3, Chapter V, Part 2.

[6] British Standards, "Steel, Concrete and composite bridges," British Standards Institution, London, 1980, BS 5400, part 10.

[7] Hobbs, R.E. and Ghavani, K., "The Fatigue of Structural Wire Strands". International Journal of Fatigue, Vol.4 Apr. 1982.

[8] Hobbs, R.E. and Smith, B.W., "Fatigue performance of socketed terminations to structural strands" Proc. Instn. Cicil Engrs., Part 2, March 1983.

[9] Allen, H.G. and Bulson, p.s., "Bachground to buchling". McGraw-Hill, London 1980



ON THE ESTIMATION OF WEIBULL'S PARAMETERS IN BRITTLE MATERIALS

MARIO LEON
PABLO KITTL
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA Y CIENCIA DE LOS MATERIALES
UNIVERSIDAD DE CHILE, SANTIAGO, CHILE

This work has been made in order to show the differences in the estimation of Weibull's parameters in bending using, on the one hand, an exact expression of the cumulative probability of fracture and, on the other hand, the approximate formula calculated basing the same on the uniaxial constant stress-field. For comparing the results the Chi-Square test is performed, establishing thus that the parameters of a uniform-stress-field Weibull function exhibit, in the case of bending, an error on the order of 100%.

INTRODUCTION

In the first work [1] that studied the problem of estimating Weibull's parameters in bending, and especially in the three-point test, the expression for a uniaxial constant stress is employed for approximating the cumulative probability of failure. This procedure has already been discussed by Kittl and GÜnther [2], establishing that the differences in the estimation of the parameters differ by a factor of two or even more.

In a recent work Glandus and Boch [3] have used the same approximation in order to determine the uncertainty of the parameter m, called Weibull's modulus, as a function of the number of samples used in the bending test.

This paper is establishing the differences in the estimation of Weibull's parameters in the case of non-constant stress and especially in the case of three-point flexure, using on the one hand an exact expression for bending fracture [4] and, on the other hand, using therefor the approximate formula based on the uniaxial constant stress-field. In order to compare the capacity of the different formulas for approximating these parameters there is performed the Chi-Square test of goodness of fit of Pearson.

THEORY

According to Weibull's theory [5], the cumulative probability of failure of a brittle body is given by:

$$F(\sigma) = 1 - \exp\left\{-\frac{1}{V_0}\int_V \phi[\sigma(x,y,z)]\,dV\right\} \qquad (1)$$

where V_0 is the volume unit of the sample, V is the body volume, σ is the maximum tractional or uniaxial compression stress undergone by the body at fracture, $\sigma(x, y, z)$ is the stress field, function ϕ is Weibull's specific risk function and is usually:

$$\phi(\sigma) = \begin{cases} \left(\dfrac{\sigma-\sigma_L}{\sigma_0}\right)^m & \sigma \geq \sigma_L \\ 0 & \sigma < \sigma_L \end{cases} \qquad (2)$$

where m, σ_0 are parameters and σ_L is the limiting stress below which there is no fracture.

If we consider the case of a rectangular bar of length L, height h and width b subjected to a flexural test with a fracture load P at the centre thereof, by applying the elementary flexure theory we obtain:

$$\sigma(x,y,z) = \frac{4xy}{Lh}\sigma$$

$$\sigma = \frac{3}{2}\frac{PL}{bh^2} \qquad (3)$$

Replacing (3) in (2), and (2) in (1) we get the expression developed by Kittl [4]:

$$F(\sigma) = 1 - \exp\left\{-\frac{bhL}{2(m+1)V_0}\left(\frac{\sigma_L}{\sigma_0}\right)^m \times \frac{1}{\sigma/\sigma_L}\int_1^{\sigma/\sigma_L}\frac{1}{\eta}(\eta-1)^{m+1}\,d\eta\right\} \qquad (4)$$

This equation (4) of the present work is difficult to use in order to find the parameters m, σ_0 and σ_L. One method for easing the mathematical treatment is choosing $\sigma_L = 0$ and then we have:

$$F(\sigma) = 1 - \exp\left\{-\frac{bhL}{2(m+1)^2V_0}\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m\right\} \qquad (5)$$

Sometimes, authors use the following form for the cumulative probability of failure:

$$F(\sigma) = 1 - \exp\left\{-\frac{bhL}{V_0}\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m\right\} \qquad (6)$$

which is valid only for a constant uniaxial compression or traction stress-field although equations (5) and (6) have the same estimators of parameters m, but the use of this expression for variable stress-field is erroneous.

ON THE ESTIMATION OF WEIBULL'S PARAMETERS UNDER FLEXURE

In order to estimate the parameters of the cumulative probability-of-failure function given by the expressions (5), (6), there exist several methods with diverse degrees of precision and efficiency, studied in different works [1, 6, 7, 8]. These methods are as follows: Least Squares Method (standard method and the method dividing the observations into three groups, which is recommended for use when the usual assumptions of the linear Models are not satisfied), Method of Moments, Maximum Likelihood Method, which allows to calculate the uncertainty of parameters, Minimum Chi-Square Method, Adimensional Nomogram Method, etc.

In order to carry out the mathematical treatment of equation (4), the Minimum Chi-Square Method is developed [9, 10].

The Chi-Square function called χ^2 is:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r} \frac{\{k_i - n P_i(m, \sigma_0, \sigma_L; \sigma_i)\}^2}{n P_i(m, \sigma_0, \sigma_L; \sigma_i)} \qquad (7)$$

where the population is classified into r classes comprising each k_i elements, n is the number of trials such as $\Sigma k_i = n$ and P_i is the probability of failure in the class i, $P_i = F_{i+1} - F_i$.

In order to find the Minimum Chi-Square Estimators it is necessary to minimize the χ^2 function given by equation (7). Then arranging the derivatives we get:

$$-\frac{1}{2}\frac{\partial \chi^2}{\partial \alpha_j} = \sum_{i=1}^{r} \left\{ \frac{k_i - n P_i}{P_i} + \frac{(k_i - n P_i)^2}{2 n P_i} \right\} \frac{\partial P_i}{\partial \alpha_j} = 0 \qquad (8)$$

$$j = 1, 2, 3$$

Where $(\alpha_j) = (m, \sigma_0, \sigma_L)$, therefore the estimators must be obtained by solving the non-linear equations system (8). Due to the complicated nature of the cumulative probability of failure under flexure, it is very difficult to solve the equations system (8) using the analytical method, but it is possible to find the solution using the computational technique for reaching the minimum of the Chi-Square function (7). This technique is a mixture between an algorithm with backtracking and dynamic programming that allows to find the solution of a problem through a discrete number of steps.

In order to accelerate the convergence for large samples (n = 30), the second term appearing within brackets in expression (8) is neglected, and in this case it is in general easier to solve the following non-linear system:

$$\sum_{i=1}^{r} \left\{ \frac{k_i - n P_i}{P_i} \right\} \frac{\partial P_i}{\partial \alpha_j} = 0 \; ; \; j = 1, 2, 3 \qquad (9)$$

The estimators obtained by the Minimum Chi-Squares Method are asymptotically efficient and squared errors are consistent under quite general conditions.

In order to compare the efficiency of the different methods, there were used data supplied by Kittl and Günther [11] and consisting in a batch of 32 samples of compacted cement paste. These samples are rectangular bars whose dimensions are as follows: length 0.0635 m, width 0.023 m, and height 0.00577 m. These samples were broken applying the 3-point bending test.

The results were compared using the following methods of estimation: Minimum Chi-Square, least Squares, Moments -for the case of flexure- and least Squares, Moments and Maximum likelihood, using the formula of constant stress-field. The Chi-Squares test was also made for comparing the several methods and distributions employed for describing the behaviour of the materials.

These results are shown in Tables I and II, which show evidently the necessity of using an exact formula of cumulative probability of fracture under flexure, with three parameters, for representing the behaviour of Weibull material under bending, as it has already been pointed out by Kittl and Günther [2]. Assuming that in the case of using the approximation formula of cumulative probability of fracture for constant stress-field, the error commited in the estimation of the parameters m, σ_0 and σ_L is from 60% to 700%.

Table I - Statistical parameters of Weibull's distribution using an exact formula after Kittl (4) for a batch of 32 samples, of compacted cement paste, broken under flexure, $\chi^2_{.95} = 3.84$ with one degree of freedom (Units in MPa)

Parameters	Method of Estimation: Minimum χ^2 $\sigma_L \neq 0$	Least Squares $\sigma_L = 0$	Minimum χ^2 $\sigma_L = 0$
m	3.09	6.44	6.11
σ_0	6.38×10^{-2}	1.51	1.35
σ_L	7.03	--	--
$\chi^2 < \chi^2_{.95}$	1.67	2.90	2.85

Table II - Statistical parameters of Weibull's distribution using a constant traction stress field approximation in flexure, for the same batch of table I. Moments are not show because they are rejected ($\chi^2 = 11.0$) (Units in MPa)

Parameters	Method of Estimation: Least Squares $\sigma_L \neq 0$	Least Squares $\sigma_L = 0$	Minimum χ^2 $\sigma_L \neq 0$	Maximum likelihood $\sigma_L \neq 0$
m	1.84	6.43	2.44	1.91
σ_0	1.23×10^{-2}	3.13	6.55×10^{-2}	1.50×10^{-2}
σ_L	11.67	--	11.09	11.83
$\chi^2 < \chi^2_{.95}$	2.92	2.89	1.45	2.19

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors are grateful to Professor Atilano Lamana, Director of the IDIEM, for his constant encouragement, to the Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico, Grant N° 0132/84, for its stimulus, to Gerardo Díaz for their suggestions on reading of the manuscript, and to Raymond Toledo for his assistance in the redaction.

REFERENCES

[1] Jayatilaka, A. de S. and Trustrum, K., "On Estimating the Weibull Modulus for a Brittle Materials", J.Mater.Sci., V.14(1979), pp.1080-1084.

[2] Kittl, P. and Günther, O., "Comments on "On Estimating the Weibull Modulus for a Brittle Materials"", J.Mater.Sci., V. 17 (1982), pp. 922-923.

[3] Glandus, J.C. and Boch, P., "Uncertainty of the Mean Strength and Weibull's Modulus of an Alumina Batch a Function of the Number of the Samples", J.Mater.Sci.Lett., V.3(1984), pp.74-76.

[4] Kittl, P., "Transformation of a Flexural Stress Weibull's Diagram Into a Tractional One", Res Mech., V.1 (1980), pp.161-165.

[5] Weibull, W., "A Statistical Theory of the Strength of Materials", Ing. Vetenskaps Akad. Handl., V.151 (1939), pp. 1-45.

[6] Kittl, P., León, M. and Camilo, G.M., "Fracture Statistics of Glass Cylinders Broken by Compression", Advanced in Fracture Research'84, V. 4, Proceedings of the 6th International Conference on Fracture (ICF6), New Delhi, December 1984.

[7] León, M., Kittl, P., "On the Dispersion of the Parameters in the Weibull Fracture Statistics", To be published in Latin.Am.J.Metall.Mat.

[8] Tradinik, W., Kromp, K. and Pabst, R.F., "Über die Universalität des Weibull-Ansatzes", Materialprüf., V.23 (1981), pp.42-45.

[9] Mood, A. and Graybill, F.A., Introduction to the Theory of Statistics, Mc.Graw-Hill Company, New York (1962).

[10] Cramer, H., Métodos Matemáticos de Estadística, Aguilar S.A. de Ediciones, Madrid (1970).

[11] Kittl, P. and Günther, O., "Volume Size and Fracture Statistics of Compacted Cement Paste", Res Mech.Lett., V.1 (1981), pp.145-148.

ON THE INTEGRAL EQUATIONS OF WEIBULL'S FRACTURE STATISTICS

PABLO KITTL
GERARDO DIAZ
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA Y CIENCIA DE LOS MATERIALES
UNIVERSIDAD DE CHILE, SANTIAGO, CHILE

The Existence and Unicity Theorem of the specific-risk-of-fracture function is demonstrated. The integral equation of fracture statistics is solved in the stress-field space. The specific-risk-of-fracture function was determined without previously knowing its analytical expression in several cases of flexure of a rectangular beam and a round beam.

INTRODUCTION

After Weibull's fracture statistics were developed for brittle materials [1], further developments were made in order to improve the foundations thereof [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]. The particular cases of flexure, when the specific risk of fracture function --$\phi(\sigma)$-- is known and has the Weibull form, are treated by Weil and Daniel [10]. When $\phi(\sigma)$ is unknown and integral equations must be solved, several cases are treated by Matthews, Mc Clintock and Shack [11], Evans and Jones [12], and Kittl [13, 14, 15]. The surface, volumetric and interface brittleness are treated by Kittl [16]; the special case of the expanded ring is studied first by Evans and Jones and afterwards by Seshadri and Srinivasan [17]. When $\phi(\sigma)$ is unknown and an integral equation must be solved the solutions are obtained in some instances by derivation and in other cases using a Taylor series development that can be reduced in some cases to an Abelian integral equation. The object of the present work is to prove the existence and unicity of the specific-risk function; the integral equation of fracture statistics in the stress-field as well as the obtention of $\phi(\sigma)$ for a rectangular beam and a round beam in flexure are solved too. The proof of the existence of the specific-risk function supplies an algorithm that can be used for the numerical solution of the integral equation of fracture statistics and it provides a new general analytic solution.

THE EXISTENCE AND THE UNICITY THEOREM OF THE SPECIFIC-RISK FUNCTIONS

The general equation of fracture statistics [16] for a body subjected to some uniaxial stress field $\sigma(r)$ and composed of N materials distributed in V_i volumes with S_{ij} interfaces with an external surface S_{io} is

$$\xi(\sigma) = \frac{1}{V_o} \sum_{i}^{N} \int_{V_i} \phi_i^{V}[\sigma(r)]\, dV_i \qquad r \in V_i \tag{1}$$

$$+ \frac{1}{S_o} \sum_{\substack{ij \\ i<j}}^{N} \int_{S_{ij}} \phi_{ij}^{\tau}\left\{\tau[\sigma(r)]\right\} dS_{ij} \qquad r \in S_{ij}$$

$$+ \frac{1}{S_o} \sum_{\substack{ij \\ i<j}}^{N} \int_{S_{ij}} \phi_{ij}^{n}[\sigma_n(r)]\, dS_{ij} \qquad r \in S_{ij}$$

$$+ \frac{1}{S_o} \sum_{i}^{N} \int_{S_{io}} \phi_{io}^{\tau}\left\{\tau[\sigma(r)]\right\} dS_{io} \qquad r \in S_{io}$$

$$0 \le \xi(\sigma) = \ln \frac{1}{1-F(\sigma)} < \infty \; ; \quad 0 \le F(\sigma) \le 1$$

$$\xi(\sigma),\ F(\sigma) > 0 \qquad \sigma \ge \sigma_L$$

$$\xi(\sigma),\ F(\sigma) = 0 \qquad 0 \le \sigma < \sigma_L$$

where $F(\sigma)$ is the cumulative probability of fracture, ϕ_i^{V} is the specific risk of volumetric fracture for the material i, ϕ_{ij}^{τ} is the specific risk of fracture of the interface between the material i and the material j subjected to a tangencial stress τ, ϕ_{ij}^{n} is the specific risk of fracture of the interface ij subjected to a normal stress σ_n, ϕ_{io}^{τ} is the specific risk of fracture of the external surface S_{io} subjected to a tangencial stress τ, and σ_L is the limit stress below which no fracture occurs, V_o is the volumetric unity and S_o is the surface unity. For a special stress σ all the integrals are taken where the $\phi(\sigma)$ are not null, on volume and surface functions of σ and σ_L. To simplify we consider the integral equation

$$\xi(\sigma) = \frac{1}{V_o} \int_{V} \phi[\sigma(r)]\, dV \qquad r \in V \tag{2}$$

$$0 \le \sigma(r) = \sigma f(r) \le \sigma$$

and consequently

$$\xi(\sigma) = \frac{1}{V_o} \int_{V} \phi[\sigma f(r)]\, dV \qquad r \in V \tag{3}$$

$$0 \le f(r) \le 1$$

For a given value of σ the space V can be subdivided into sub-spaces V_i where σ has the σ_i values and the integral equation (3) can be replaced by a finite equation

$$\xi(\sigma) = \frac{1}{V_0} \sum_{i=1}^{N} \phi\left[\sigma f(r_i)\right] V_i \qquad (4)$$
$$r_i \in V_i$$

If the interval $\sigma_L \le \sigma_i \le \sigma$ is subdivided into $\Delta\sigma = (\sigma - \sigma_L)/(N-1)$ then the arguments are

$$\sigma_N = \sigma,\ \sigma_{N-1} = \sigma - \Delta\sigma,\ \sigma_{N-2} = \sigma - 2\Delta\sigma \ldots$$
$$\ldots\ \sigma_2 = \sigma_L + \Delta\sigma,\ \sigma_1 = \sigma_L \qquad (5)$$

and the volumes $V_N, V_{N-1}, V_{N-2}, \ldots V_2, V_1$ are determined by means of the following conditions

$$r_N \in V_N \longleftrightarrow \frac{\sigma - \Delta\sigma}{\sigma} \le f(r_N) \le 1$$
$$r_{N-1} \in V_{N-1} \longleftrightarrow \frac{\sigma - 2\Delta\sigma}{\sigma} \le f(r_{N-1}) \le \frac{\sigma - \Delta\sigma}{\sigma} \qquad (6)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$r_2 \in V_2 \longleftrightarrow \frac{\sigma_L + \Delta\sigma}{\sigma} \le f(r_2) \le \frac{\sigma_L + 2\Delta\sigma}{\sigma}$$
$$r_1 \in V_1 \longleftrightarrow \frac{\sigma_L}{\sigma} \le f(r_1) \le \frac{\sigma_L + \Delta\sigma}{\sigma}$$

The algorithm

$$\phi(\sigma_L) = 0$$
$$\phi(\sigma_L + \Delta\sigma) = \frac{V_0}{V_1}\,\xi(\sigma_L + \Delta\sigma) \qquad (7)$$
$$\phi(\sigma_L + 2\Delta\sigma) = \frac{V_0}{V_2}\left[\xi(\sigma_L + 2\Delta\sigma) - \xi(\sigma_L + \Delta\sigma)\right]$$
$$\phi(\sigma_L + 3\Delta\sigma) = \frac{V_0}{V_3}\left[\xi(\sigma_L + 3\Delta\sigma) - \xi(\sigma_L + 2\Delta\sigma)\right]$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\phi(\sigma - \Delta\sigma) = \frac{V_0}{V_{N-1}}\left[\xi(\sigma - \Delta\sigma) - \xi(\sigma - 2\Delta\sigma)\right]$$
$$\phi(\sigma) = \frac{V_0}{V_N}\left[\xi(\sigma) - \xi(\sigma - \Delta\sigma)\right]$$

verifies the finite equation (4) and at the limit the integral equation (3). In this way there is shown the existence of a solution for integral equation (3) and by extension for equation (1). This solution can be with a finite number of discontinuities, but we supposed that it is continuous with an infinite number of derivatives, which implies the possibility of a Taylor development. If we suppose that there exist other solutions for equation (1), ϕ_i^{*V}, $\phi_{ij}^{*\eta}$, $\phi_{ij}^{*\zeta}$, $\phi_{io}^{*\zeta}$ another equation of type (1) is verified and by subtraction we get

$$0 = \frac{1}{V_0}\sum_i \int_{V_i} \left\{\phi_i^{V}\left[\sigma(r)\right] - \phi_i^{*V}\left[\sigma(r)\right]\right\} dV_i \qquad (8)$$
$$r \in V_i$$

$$+ \frac{1}{S_0}\sum_{\substack{i,j \\ i<j}} \int_{S_{ij}} \left\{\phi_{ij}^{\zeta}\left[\zeta\left[\sigma(r)\right]\right] - \phi_{ij}^{*\zeta}\left[\zeta\left[\sigma(r)\right]\right]\right\} dS_{ij}$$
$$r \in S_{ij}$$

$$+ \frac{1}{S_0}\sum_{\substack{i,j \\ i<j}} \int_{S_{ij}} \left\{\phi_{ij}^{\eta}\left[\sigma_n(r)\right] - \phi_{ij}^{*\eta}\left[\sigma_n(r)\right]\right\} dS_{ij}$$
$$r \in S_{ij}$$

$$+ \frac{1}{S_0}\sum_{i} \int_{S_{io}} \left\{\phi_{io}^{\zeta}\left\{\zeta\left[\sigma(r)\right]\right\} - \phi_{io}^{*\zeta}\left\{\zeta\left[\sigma(r)\right]\right\}\right\} dS_{io}$$
$$r \in S_{io}$$

Equation (8) is valid only if

$$\phi_i^{V} = \phi_i^{*V}\ ;\ \phi_{ij}^{\zeta} = \phi_{ij}^{*\zeta} \qquad (9)$$
$$\phi_{ij}^{\eta} = \phi_{ij}^{*\eta}\ ;\ \phi_{io}^{\zeta} = \phi_{io}^{*\zeta}$$

because the specific-risk function is always positive.

Thus there does exist one, and only one, solution for the basic integral equation (1) of fracture statistics.

SOLUTION OF THE INTEGRAL EQUATION OF FRACTURE STATISTICS IN THE STRESS-FIELD SPACE

The arithmetic process of the preceding section can be put into an analytic form as follows. Considering only the volumetric component of integral equation (1) we get the following integral equation:

$$\xi(\sigma) = \frac{1}{V_0}\int_V \phi\left[\sigma f(r)\right] dV \qquad (10)$$
$$r \in V$$
$$0 \le f(r) \le 1$$

If we take as a new variable the argument of the unknown function of (10) we have

$$\Sigma = \sigma f(r)$$
$$df = \frac{d\Sigma}{\sigma} = \mathrm{grad}f \cdot dr = |\mathrm{grad}f|\,dn \qquad (11)$$
$$|\mathrm{grad}f| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2}$$
$$dn = \frac{d\Sigma}{\sigma}\,\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2}}$$

Thus we have partitioned the stress field in such a manner that to each stress subdivision $d\Sigma$ it corresponds some differential volume dV given by

$$dV = \frac{d\Sigma}{\sigma}\int \frac{dS}{\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2}} \qquad (12)$$
$$= \frac{d\Sigma}{\sigma}\,S(\Sigma/\sigma)\ ;\quad r \in f(r) = \frac{\Sigma}{\sigma}$$

where $S(\Sigma/\sigma)$ is a general function of the partition of the field. Hence taking into account (12) the integral equation (10) can be written.

$$\xi(\sigma)=\frac{1}{V_0\sigma}\int_0^{\sigma} S(\Sigma/\sigma)\,\phi(\Sigma)\,d\Sigma=\frac{1}{V_0}\int_0^{\sigma}\phi(\Sigma)\,dV(\Sigma) \quad (13)$$

The second term of equation (13) shows that the integration is according to Riemann-Stieljes [18, 19]. In this way the general solution of equation (13) is $\phi(\sigma) = V_0\,[d\xi(\sigma)/dV(\sigma)]$ as in (7).

In this manner the integral equation (10) is transformed into another one on the stress field to which the body is subjected; of course $S(\Sigma/\sigma)$ is dependent on the geometry.

As an example, let us consider here the case of some rectangular beam loaded at the centre and whose length, width and height are L, b and h, respectively. The stress field in the beam is:

$$\sigma(x,y,z)=\frac{4xy}{Lh}\,\sigma \quad (14)$$

$$0\le x\le L/2\;;\quad 0\le y\le h/2\;;\quad 0\le z\le b$$

In this instance the function f, its respective partial derivatives and the differential surface to be replaced in (12) are

$$f(x,y,z)=\frac{4xy}{Lh}\,\sigma$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}=\frac{4y}{Lh}\;;\quad \frac{\partial f}{\partial y}=\frac{4x}{Lh}\;;\quad \frac{\partial f}{\partial z}=0 \quad (15)$$

$$y'=\frac{\partial f/\partial x}{\partial f/\partial y}=\frac{y}{x}$$

$$dS=b\sqrt{1+y'^2}\,dx=\frac{b}{x}\sqrt{x^2+y^2}\,dx$$

and hence (12) gives

$$S(\Sigma/\sigma)=2\int_{\frac{\Sigma h}{2\sigma}}^{h/2}\frac{Lbh}{4}\,\frac{dx}{x}=\frac{Lbh}{2}\ln(\sigma/\Sigma) \quad (16)$$

Therefore the integral equation (13) becomes:

$$\xi(\sigma)=\frac{Lbh}{2V_0}\,\frac{1}{\sigma}\int_0^{\sigma}\ln(\sigma/\Sigma)\,\phi(\Sigma)\,d\Sigma \quad (17)$$

Differentiating twice and rearranging, the solution of integral equation (17) is

$$\phi(\sigma)=\frac{2V_0}{bhL}\,\frac{d}{d\sigma}\left\{\sigma\,\frac{d}{d\sigma}\left[\sigma\,\xi(\sigma)\right]\right\} \quad (18)$$

that is a result already obtained by Kittl in [13].

SOME INTEGRAL EQUATIONS OF BRITTLE MATERIALS UNDER FLEXURE

In the case of a rectangular beam, of length L, heigth h and width b subjected to a fracture load at the centre thereof, in accordance with work [13] we obtain the following integral equation for volume flaws

$$\xi(\sigma)=\frac{bhL}{V_0}\,\frac{1}{\sigma}\int_0^{\sigma}\frac{d\eta}{\eta}\int_0^{\eta}\phi(\xi)\,d\xi \quad (19)$$

that can be solved through a simple derivation, and then the solution is given by equation (18). Taking into account the lateral effects, considering surface flaws and work [14] we get the following integral equation

$$\xi(\sigma)=\frac{bL}{S_0}\,\frac{1}{\sigma}\int_0^{\sigma}\phi(\xi)\,d\xi + \frac{hL}{S_0}\,\frac{1}{\sigma}\int_0^{\sigma}\frac{d\xi}{\xi}\int_0^{\xi}\phi(\eta)\,d\eta \quad (20)$$

that can be reduced to a Bernoulli differential equation, the solution being given by

$$\phi(\sigma)=\frac{S_0}{Lb}\,\frac{1}{\sigma^{1+h/b}}\int_0^{\sigma}\frac{d}{d\eta}\left\{\eta\,\frac{d}{d\eta}\left[\eta\,\xi(\eta)\right]\right\}\eta^{h/b}\,d\eta \quad (21)$$

Considering the case of a load applied at two points equidistant from the centre of some rectangular beam, and work [13], we get for volume flaws

$$\xi(\sigma)=\frac{bhL}{2V_0}\,\frac{1}{\sigma}\int_0^{\sigma}\phi(\eta)\,d\eta \quad (22)$$

that can be solved through a simple derivation, and the solution is thus

$$\phi(\sigma)=\frac{2V_0}{bhL}\,\frac{d}{d\sigma}\left\{\sigma\,\xi(\sigma)\right\} \quad (23)$$

Taking into account lateral effects, considering surface flaws and reference [14] we have

$$\xi(\sigma)=\frac{Lb}{S_0}\,\phi(\sigma)+\frac{Lh}{S_0}\,\frac{1}{\sigma}\int_0^{\sigma}\phi(\xi)\,d\xi \quad (24)$$

that can be solved as integral equation (20) and the solution is given by

$$\phi(\sigma)=\frac{S_0}{Lb}\,\frac{1}{\sigma^{1+h/b}}\int_0^{\sigma}\frac{d}{d\eta}\left[\eta\,\xi(\eta)\right]\eta^{h/b}\,d\eta \quad (25)$$

Considering the case of a round beam of radius r and length L subjected to a load applied at the centre thereof, and taking into account the work [13], we obtain the following integral equation for volume flaws

$$\xi(\sigma) = \frac{2Lr^2}{V_0} \int_0^1 \int_0^1 \phi(\xi\eta\sigma) \sqrt{1-\eta^2}\, d\eta\, d\xi \qquad (26)$$

Through appropriate changes of variable this equation can be reduced to an Abelian integral equation [20]; the solution of this equation (26), in accordance with reference [15], is given by

$$\phi(\sigma) = \frac{V_0}{\pi L r^2} \frac{d}{d\sigma} \left[\sigma^2 \int_0^\sigma \frac{d}{d\eta} \left\{ \frac{1}{\eta} \frac{d}{d\eta} [\eta^2 \xi(\eta)] \right\} \frac{d\eta}{\sqrt{\sigma^2-\eta^2}} \right] \qquad (27)$$

Taking into account surface flaws and reference [14] we get

$$\xi(\sigma) = \frac{4r}{S_0} \int_0^{\pi/2} \int_0^{L/2} \phi\left(\frac{2x\sigma \sin\alpha}{L} \right) dx\, d\alpha \qquad (28)$$

that can be reduced to an Abelian integral equation as equation (26) whose solution in keeping with reference [15] is

$$\phi(\sigma) = \frac{S_0}{\pi L r} \frac{d}{d\sigma} \left\{ \sigma^2 \int_0^\sigma \frac{d}{d\eta} [\xi(\eta)] \frac{d\eta}{\sqrt{\sigma^2-\eta^2}} \right\} \qquad (29)$$

In the case of a load applied at two points equidistant from the centre of a round beam, and considering reference [13], we obtain the following integral equation for volume flaws

$$\xi(\sigma) = \frac{2Lr^2}{V_0} \int_0^1 \phi(\eta\sigma) \sqrt{1-\eta^2}\, d\eta \qquad (30)$$

By means of appropriate changes of variable this integral equation can be reduced to an Abelian integral equation whose solution is, in keeping with work [15]:

$$\phi(\sigma) = \frac{V_0}{\pi L r^2} \sigma \int_0^\sigma \frac{d}{d\eta} \left\{ \frac{1}{\eta} \frac{d}{d\eta} [\eta^2 \xi(\eta)] \right\} \frac{d\eta}{\sqrt{\sigma^2-\eta^2}} \qquad (31)$$

Taking into account surface flaws and work [14] we get

$$\xi(\sigma) = \frac{2Lr}{S_0} \int_0^{\pi/2} \phi(\sigma \sin\alpha)\, d\alpha \qquad (32)$$

that can be reduced to an Abelian integral equation as equation (30) and whose solution is, according to reference [15]:

$$\phi(\sigma) = \frac{S_0}{\pi L r} \sigma \int_0^\sigma \frac{d}{d\eta} [\xi(\eta)] \frac{d\eta}{\sqrt{\sigma^2-\eta^2}} \qquad (33)$$

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors are grateful to Professor Atilano Lamana, Director of the IDIEM, for his constant encouragement, to the Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico, Grant N° 0132/84, for its stimulus and to Raymond Toledo for his assintance in the redaction.

REFERENCES

[1] Weibull, W., "A Statistical Theory of the Strength of Materials", Ing. Vetenskaps Akad. Handl., V.151 (1939), pp. 1-45.

[2] Freudenthal, A.M., "Statistical Approach to Brittle Fracture". In Fracture, an Advanced Treatise, ed. by H.Liebowitz, V.II (1968), pp. 591-619.

[3] Jayatilaka, A. de S. and Trustrum, K., "Statistical Approach to Brittle Fracture", J. Mater. Sci., V.12 (1977), pp.1426-1430.

[4] Jayatilaka, A. de S. and Trustrum, K., "Fracture of Brittle Materials in Uniaxial Compression", J. Mater. Sci., V.13 (1978), pp. 455-457.

[5] Hunt, R.A. and McCartney, L.N., "A New Approach to Weibull's Statistical Theory of Brittle Fracture", Int. J. Fract., V.15 (1979), pp.365-375.

[6] Rickerby. D.G., "Theoretical Aspects of the Statistical Variation of Strength". J. Mater. Sci., V. 15 (1980), pp. 2466-2470.

[7] Tradinik, W., Kromp, K. and Pabst, R.F., "Über die Universalität des Weibull-Ansatzes", Materialprüf., V.23 (1981), pp. 42-45.

[8] Kittl, P. and Aldunate, R., "Compression Fracture Statistics of Compacted Cement Cylinders", J.Mater.Sci., V.18 (1983), pp. 2947-2950.

[9] Kittl, P., León, M. and Camilo, G.M., "Fracture Statistics of Glass Cylinders Broken by Compression", Advances in Fracture Research'84, V. 4, Proceedings of the 6th International Conference on Fracture (ICF6), New Delhi, 1984.

[10] Weil, N.A. and Daniel, I.M.,"Analysis of Fracture in Nonuniformly Stressed Brittle Materials", J. Am. Ceram. Soc., V.47 (1964), pp. 268-274.

[11] Matthews, J.R., McClintock, F.A. and Shack, W.J., "Statistical Determination of Surface Flaw Density in Brittle Materials", J. Am. Ceram. Soc., V.59 (1976), pp. 304-308.

[12] Evans, A.G. and Jones, R.L., "Evaluation of a Fundamental Approach for the Statistical Analysis of Fracture", J.Am.Ceram.Soc., V.61 (1978), pp. 156-160.

[13] Kittl, P., "Transformation of a Flexural Stress Weibull's Diagram Into a Tractional One", Res Mech., V. 1 (1980), pp. 161-165.

[14] Kittl, P., "Fracture Statistics of Surface Brittle Materials Under Flexure", J.Mater.Sci. Lett., V. 1 (1982), pp. 413-415.

[15] Kittl, P. and Díaz, G., "Integral Equations in Fracture Statistics of Round Beams of Brittle Materials", J.Mater.Sci.Lett., V.3 (1984), pp. 229-231.

[16] Kittl, P., "Volume, Surface and Interface Fracture Statistics of Brittle Materials Under Flexure", Res Mech., V.9 (1983), pp. 73-86.

[17] Seshadri, S.G. and Srinivasan, M., "Weibull Statistics for Expanded Ring Flexure Test of Ceramics", J.Mater.Sci., V.16 (1981), pp.3052-3058.

[18] Rey Pastor, J., Elementos de la Teoría de Funciones, Ibero-Americana, Madrid-Buenos Aires (1953).

[19] Kolmogorov, A. and Fomine, S., Eléments de la Théorie des Fonctions et de l'Analyse Fonctionnelle, Editions MIR, Moscou (1977).

[20] Abel, N.H., "Auflösung einer Mechanischen Aufgabe", Journal für die reine und angewandte Mathematik, V.1 (1826), pp. 153-157.

ON THE UNITY OF PLASTIC FLOW AND FRACTURE WITH HEAT AND MASS TRANSPORT PROCESSES

A.S. KRAUSZ
K. KRAUSZ
UNIVERSITY OF OTTAWA, CANADA

Plastic deformation and fracture are stochastic atomic bond processes controlled by the same physical principles as the conventional transport mechanisms. Their description is provided by the typical Fokker-Planck equation. The resultant behavior is probabilistic distribution of crack sizes and dislocation velocities. The rigorous mathematical analysis of the physically true random-process mechanism gives the only valid description of flow and fracture of which the conventional deterministic crack velocity and strain rate expression is the expectation value.

INTRODUCTION

The close relation among the various forms of transport processes is well known. It is recognized that mass transfer (diffusion), heat transfer by conduction, momentum transfer in viscous flow are controlled by stochastic physical processes: the corresponding diffusion, heat transfer, and viscosity coefficients are interrelated. It is the purpose of this communication to show that time dependent plastic flow and subcritical crack propagation processes are also controlled by the same stochastic physical processes and that they are full members of the family of transport processes. Conclusions on the consequences of this in engineering applications will also be presented.

DISCUSSION

Both plastic flow and fracture are the macroscopic resultants of consecutive atomic bond breaking and healing steps. When the breaking and healing rates are equal and the atoms acquire new neighbors as the consequence of this step pairs, plastic deformation occurs; an example of this is the typical dislocation movement. When the breaking rate is greater than the healing, and bonds are re-established among the same atoms, the macroscopic observation recognizes that crack propagation occurred. The rate of atomic bond breaking and healing steps is controlled by the vibrational amplitude of the atoms and this is a stochastic process. Recognizing that the amplitude is a "measure" of the instantaneous energy state of the atom, the transition of this energy is immediately perceived as the elementary step of conductive heat transfer. The resultant stochastic breaking and bond healing steps are identical to the diffusion (particularly, self diffusion) steps. Plastic deformation and fracture is perceived, therefore, as a "synergistic" combination of heat (energy) and mass transfer.

The average rate of the individual steps can be described, rigorously, by the rate constants. The bond breaking rate, k_b, is

$$k_b = \frac{kT}{h} \exp(- \frac{\Delta G_b}{kT}) = \frac{kT}{h} \exp(- \frac{\Delta G_b^{\ddagger} - W_b}{kT})$$

where k and h is the Boltzmann and Planck's constant respectively; T is the absolute temperature; ΔG is the randomly fluctuating thermal energy; $\Delta G^{\ddagger}$ is the activation energy, the energy needed to break the bonds; and W is the mechanical energy, contributed to the bond breaking by the applied load. The healing rate is expressed by the rate constant, k_h, as

$$k_h = \frac{kT}{h} \exp(- \frac{\Delta G_h}{kT}) = \frac{kT}{h} \exp(- \frac{\Delta G_h^{\ddagger} + W_h}{kT})$$

where ΔG_h is the random thermal energy needed to bring atoms close enough for recombination healing; $\Delta G_h^{\ddagger}$ is the activation energy of healing; and W_h is the work performed on the applied load while the healing proceeds – note that its sign is opposite to that of W_b.

Because the steps are random occurrences, their aggregate result (the movement of dislocations, jogs, etc., in plastic flow; or the movement of the crack tip, that is, the crack growth) is a random variable. In other words, instead of a single valued relation between strain rate and stress in plastic flow, or crack velocity and stress intensity factor (or J-integral, C*, as the case may be) a probabilistic strain rate or crack size distribution results. This is always the case: the physical process is probabilistic.

In the following, for the sake of simplicity of presentation, both plastic flow and fracture will be referred to by the single notation of crack propagation. Expressing then the process as a probabilistic quantity, the probability that a crack grows from size $a - \Delta a$ to a during the time t and $t + \Delta t$ is

$$w(a - \Delta a, t),$$

where Δt is long enough to have a large number of steps, but still short enough that the average crack size growth is small. The transition probability is expressed as

$$\psi(\Delta a, \Delta t);$$

this is the probability that the crack grows from $a-\Delta a$ size by as much as Δa during the time interval t to $t + \Delta t$. Then, the probability of observing the crack size a at time $t + \Delta t$ is

$$w(a, t+\Delta t) = w(a - \Delta a, t)\ \psi(\Delta a; \Delta t)\ d(\Delta a) \qquad (1)$$

Note that this statement implies that the process depends only on the instantaneous values of the physical

parameters, k, and is entirely independent of the previous history; stochastic processes of this type are considered Markov processes.

Equation (1) can be expanded in the form of Taylor series expressions. Accordingly,

$$w(a,t) + \frac{\partial w}{\partial t}\Delta t = \int_{-\infty}^{+\infty} [w(a,t) - \frac{\partial w}{\partial a}\Delta a + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 w}{\partial a^2}\Delta a^2]$$
$$[\psi(a;\Delta t) - \frac{\partial \psi}{\partial a}\Delta a + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial a^2}\Delta a^2]d(\Delta a),$$

where

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Delta a \ \psi(a;\Delta t)\, d(\Delta a) = < \Delta a >_{average},$$

and

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Delta a^2 \ \psi(a;\Delta a)\, d(\Delta a) = < \Delta a^2 >_{average}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}\Delta t = - < \Delta a >_{average} \frac{\partial w}{\partial a} + \frac{1}{2} < \Delta a^2 >_{average} \frac{\partial^2 w}{\partial a^2}$$
$$- w \frac{\partial}{\partial a} <\Delta a>_{average} + \frac{\partial}{\partial a} <\Delta a^2>_{average} \frac{\partial w}{\partial a}$$
$$+ \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial a^2} < \Delta a^2 >_{average} w .$$

Hence

$$\frac{\partial w}{\partial t}\Delta t = - \frac{\partial}{\partial a}(<\Delta a>_{av.} w) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial a^2}(<\Delta a^2>_{av.} w), \quad (2)$$

and is recognized as the Fokker-Planck equation of transport processes [1]. It is the most general form for heat and mass transport in one dimension: it is the fundamental equation of fracture and plastic deformation.

A few notes are in place. The mathematical transition from the description of the behavior of the physically more satisfactory discrete model of the widely used Fokker-Planck equation of transport processes limits the validity of the differential equation type expression to small values of $(k_b - k_h)/(k_b + k_h)$. Also, it is to be noted that the first and second moments, $<a>_{av.}$ and $<a^2>_{av.}$ can be expressed in terms of physical quantities. According to Appendix (2)

$$< a >_{av.} = - a(k_b - k_h)$$

and

$$< a^2 >_{av.} = a^2(k_b + k_h).$$

The generalization of Equation (1) and the averages (the first and second moments) will be reported elsewhere.

It follows from the concept of stochastic processes that $< a >_{av.}$, being related to the expectation value, gives the equivalent of the deterministic velocity of plastic strain rate (or dislocation velocity). The variance related $<a^2>_{av.}$ expressing the spread of the distribution, specifies the error inherent in all conventional dterministic theories. These two values, therefore, have far reaching engineering significance.

APPENDIX

(1) In previous publications [2-10] the propagation of cracks in the discrete structure of crystalline materials was discussed. An argument similar to this applies, clearly, for the movement of dislocations, jogs, point defects as well, because the essential elements are the same: the random breaking and healing sequence of bonds. The description developed in [2] is physically and mathematically rigorous; the evaluation is rather cumbersome, however, when a large number of steps have to be considered. A mathematical transition to the longer term (large number of steps) behavior is feasible by transforming the random walk expression [2] to a differential equation formulation.

(2) The random walk analysis describes the probability of crack tip movement by a distance Δa over the time Δt as

$$\psi = \frac{1}{[2\pi\, a^2(k_b + k_h)\Delta t]^{\frac{1}{2}}} \exp\{- \frac{[\Delta a - a(k_b - k_h)t]^2}{2a^2(k_b + k_h)\Delta t}\}.$$

In this expression the transition probability ψ is independent of the location of the crack tip. The extension of the analysis to crack-size dependent transition probability will be presented elsewhere.

(3) It is to be noted that the integration in Equation (1) is carried out with respect to Δa. The reason for this is that in the real, discrete, atomic structure the probability distribution at $t + \Delta t$ is described as

$$w(a,t + \Delta t) = \sum_i w(a - \Delta a_i, t)\ \psi(\Delta a;\ \Delta t)$$

hence, integration is for Δa; and for all Δa. Accordingly, the limits are from $-\infty$ to $+\infty$.

(4) The interpretation of Equation (1) is facilitated by the Figures.

Figure 1 illustrates the distribution of crack sizes, a, at time t. Cracks grow, during the interval t to $t + \Delta t$ by the distances Δa, from the size $a - \Delta a$ to a, with the probability of $\psi(\Delta a;\ \Delta t)$ as represented in Figure 2. Hence, the product of the fraction of cracks of size $a - \Delta a$, at time t, is to be multiplied into the probability of growing by Δa during the interval Δt

$$w(a - \Delta a,\ t)\ \psi(\Delta a;\ \Delta t).$$

For further clarification, compare this line of thought to the corresponding discrete structure formulation in Appendix (3).

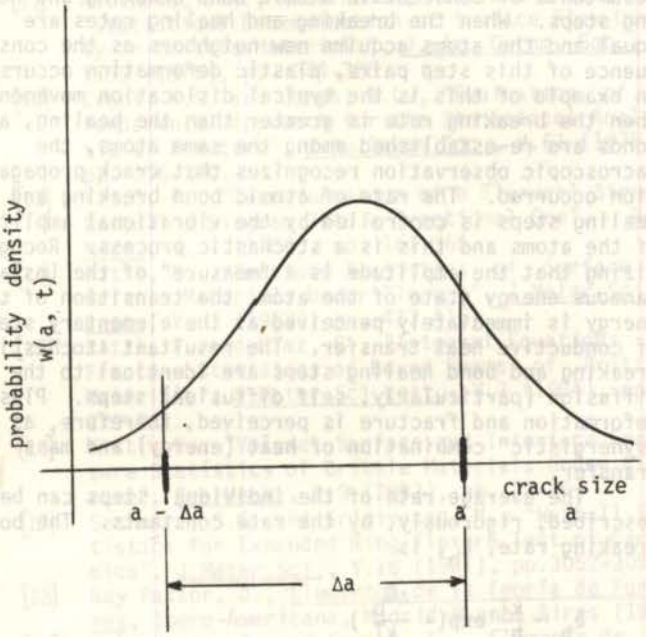


Figure 1. The probability distribution function of crack sizes at time t.

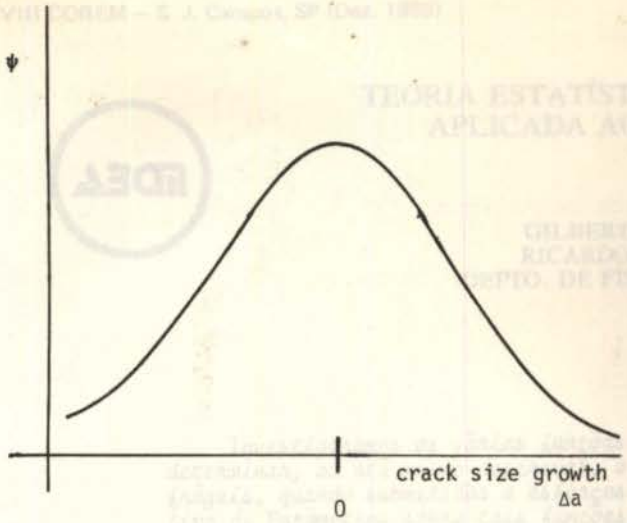


Figure 2. The transition probability, ψ, during the time internal Δt as the function of crack size growth Δa.

REFERENCES

|1| Chandrasekhar, S., "Stochastic Problems in Physics and Astronomy", Rev. Modern Phys.,V. 15 (1943), pp. 1-89.

|2| Krausz, A.S., "The Random Walk Theory of Crack Propagation", Eng. Fracture Mech., V. 12, (1979), pp. 499-504.

|3| Uhlenback, G.E., Ornstein, L.S., "On the Theory of the Brownian Motion", Phys. Rev., V. 36, (1930), pp. 823-841.

|4| Wang, M.C., Uhlenback, G.E., "On the Theory of the Brownian Motion II", Rev. Modern Phys., V. 17, (1945), pp. 323-342.

|5| Kac, M., "Random Walk and the Theory of Brownian Motion", in Selected Papers on Noise and Stochastic Processes, Ed.: Wax, N., Dover Publications, N.Y., (1954). (References 1,3,4 also published in the same volume).

|6| Krausz, A.S., "The Random Walk Kinetics of Fracture", Proc. Seventh Canadian Congress Appl.Mech. (1979), pp. 285-286.

|7| Krausz, A.S., "Crack-size Distribution in Homogenous Solids", Int. J. Fracture, V. 15 (1979), pp. 337-342.

|8| Cekirge, H.M., Krausz, A.S., "Stefan Problem Approach in Fracture Analysis", Letters Appl. Eng. Scie., V. 4 (1976), pp. 291-295.

|9| Krausz, A.S., "The Theory of Non-steady State Fracture Propagation Rate", Int. J. Fracture, V. 12 (1976), pp. 239-242.

|10| Schuss, Z., Theory and Applications of Stochastic Differential Equations, Wiley-Interscience, N.Y. (1980).

TEORIA ESTATÍSTICA DA FRATURA FRÁGIL APLICADA AO ENSAIO DE FLEXÃO

GILBERTO MARIANO CAMILO
RICARDO ENRIQUE MEDRANO
DEPTO. DE FÍSICA APLICADA, UNICAMP

SUMÁRIO

Investigaremos as várias funções de distribuição de probabilidades que tentam determinar, ou até mesmo descrever, o mecanismo de fratura seguido pelos materiais frágeis, quando submetidos a esforços de flexão. Utilizaremos os Métodos de Estimativa de Parâmetros sobre tais funções, e por meio dos Métodos de Ajustamento mediremos a qualidade de cada uma das curvas estimadas.

INTRODUÇÃO.

Os vários modelos estatísticos utilizados em teoria de fratura frágil, tiveram suas origens no trabalho de Griffith [1], que afirma ser a ruptura do material determinada pela existência de falhas no interior do mesmo. Então, há uma distribuição de resistências quando submetemos vários corpos similares constituídos de um mesmo material, a uma mesma força, significando que diferentes intensidades de força são necessárias para a fratura.

Se considerarmos que as falhas estão distribuídas de maneira aleatória, com uma certa densidade por volume, então a formulação estatística do problema se torna mais evidente. A resistência poderá ser determinada ou pela falha mais crítica (o anel mais fraco), ou pelo encadeamento de um grupo de falhas.

O modelo que mais tem obtido sucesso, seguindo os princípios acima, é o modelo do "anel mais fraco", do qual se origina a distribuição de Weibull [2]. Mas, o modelo do encadeamento de falhas, representado pela distribuição de Gauss [3], e outras derivadas dela, também fornecem resultados muito bons segundo alguns autores [4].

Em um estudo preliminar [5], logo confirmado em detalhes [6], concluimos que em flexão a função de Weibull descreve melhor os ensaios, já em compressão a função Lognormal 2 Parâmetros é melhor.

Vamos analisar agora detalhadamente o caso dos ensaios de flexão, estimando os parâmetros (Métodos Estatísticos de Quadrados Mínimos, Máxima Verossimilhança e Momentos) das várias funções de distribuição de probabilidades (Normal, Lognormal 2 Parâmetros, Lognormal 3 Parâmetros e Weibull), e então medindo o ajuste (Método de Kolmogorov-Smirnov e Qui-quadrado) de cada uma das curvas obtidas.

Na parte experimental, faremos uma aplicação prática do estudo teórico sobre os resultados de ensaios de flexão efetuados em bastões de vidro comum, determinando para este material que mecanismo de fratura atucu.

TEORIA.

Função de distribuição de probabilidades de Weibull. A forma commente empregada para a referida distribuição no caso da flexão é a mesma utilizada em tração pois, como foi mostrado por Medrano [7], a relação entre as tensões de flexão e tração é dada por um valor constante.

Logo, utilizaremos

$$F(\sigma_i) = 1 - \exp\left[-\frac{V}{V_o}\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_o}\right)^m\right] \qquad (1)$$

Onde m é uma medida da dispersão dos vários valores de tensões máximas de flexão σ_i, σ_o uma constante de adaptação escalar, V o volume da amostra ensaiada e V_o um volume unitário.

No método de estimativa de parâmetros por quadrados mínimos lineares, linearizamos a equação (1) aplicando duas vezes o logaritmo natural:

$$\ln\left\{-\ln\left[1-F(\sigma_i)\right]\right\} = \ln\left(\frac{V}{V_o}\right) + m \ln\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_o}\right) . \qquad (2)$$

Portanto,

$$\ln Y = m(\ln\sigma_i) + C . \qquad (3)$$

Onde,

$$Y = -\ln\left[1 - F(\sigma_i)\right] \qquad \text{e} \qquad (4)$$

$$C = \ln\left(\frac{V}{V_o}\right) - m \ln \sigma_o . \qquad (5)$$

Se plotamos em um gráfico logarítmico Y versus $\ln(\sigma_i)$, obtemos uma reta, permitindo o conhecimento dos estimadores $\hat{m}$, coeficiente angular da reta, e $\hat{\sigma}_o$, parâmetro de localização da curva.

Observa-se que para o procedimento acima é necessário ainda associar-se a $F(\sigma_i)$ uma probabilidade, utilizaremos em nosso estudo aquela recomendada por Kimball [8]:

$$F(\sigma_i) = \frac{i-(1/2)}{n} \qquad (6)$$

n - número total de ensaios.
i - índice ordenador dos ensaios.

No método de estimativa de parâmetros por máxi-

ma verossimilhança, trabalhamos com a função densidade de probabilidade obtida de (1):

$$f(\sigma_i) = \frac{V_o m}{V_o \sigma_o} \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_o}\right)^{m-1} \cdot \exp\left[-\frac{V}{V_o}\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_o}\right)^m\right] . \quad (7)$$

A função de máxima verossimilhança é:

$$L(\sigma_i;m,\sigma_o) = \prod_{i=1}^{n} \frac{V_o m}{V_o \sigma_o} \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_o}\right)^{m-1} \cdot \exp\left[-\frac{V}{V_o}\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_o}\right)^m\right] . \quad (8)$$

Após logaritimarmos a equação (8) e derivarmos em relação a cada um dos parâmetros a serem estimados, obtemos o seguinte sistema de equações, que pode ser resolvido pelo método de Newton modificado [9] :

$$\frac{n}{m} + \sum_{i=1}^{n} \ln(\sigma_i/\sigma_o) - \frac{V}{V_o} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_o}\right)^m \ln\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_o}\right) = 0 . \quad (9)$$

$$-nm + \frac{Vm}{V_o} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_o}\right)^m = 0. \quad (10)$$

Pelo método de momentos obtemos as seguintes equações [10] :

$$M_1 = \sigma_o \left(\frac{V_o}{V}\right)^{1/m} g_1 . \quad (11)$$

$$M_2 = \sigma_o^2 \left(\frac{V_o}{V}\right)^{2/m} (g_2 - g_1^2) . \quad (12)$$

Onde,

$$g_i = \Gamma\left(\frac{i}{m} + 1\right) \text{ com} \quad (13)$$

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} dt , \; x \in R. \quad (14)$$

M_1 e M_2 são os dois primeiros momentos amostrais.

Substituindo (11) em (12) obtemos:

$$\frac{g_2}{g_1} = 1 + \frac{M_2}{M_1^2} . \quad (15)$$

Resolvendo (15) obtemos $\hat{m}$, que aplicado em (11) fornece $\hat{\sigma}_o$.

Vamos agora aplicar o método de quadrados mínimos não lineares sobre a equação (1). Logaritmando uma vez obtemos:

$$\ln\left[1 - F(\sigma_i)\right] = -\frac{V}{V_o}\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_o}\right)^m . \quad (16)$$

Este método consiste em minimizarmos a soma:

$$S = \sum_{i=1}^{n} \left[y_i - y(\sigma_i)\right]^2 , \quad (17)$$

onde definiremos

$$y_i = \ln\left[1 - F(\sigma_i)\right] \quad (18)$$

e

$$y(\sigma_i) = -\frac{V}{V_o}\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_o}\right)^m . \quad (19)$$

Aplicando sobre (17) o método computacional de Bem-Israel [11] encontramos os estimadores procurados.

Função de Distribuição de Probabilidades Normal. A função densidade de probabilidades é dada por:

$$f(\sigma_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,Var} \exp\left[-\frac{1}{2Var^2}(\sigma_i - \sigma_m)^2\right] . \quad (20)$$

Var - segundo momento amostral.

σ_m - primeiro momento amostral.

Os estimadores neste caso, pelo método de máxima verossimilhança, são:

$$\hat{\sigma}_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \sigma_i . \quad (21)$$

$$\hat{Var}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (\sigma_i - \hat{\sigma}_m)^2 . \quad (22)$$

Função de Distribuição de Probabilidades Lognormal 2 Parâmetros. A função densidade de probabilidades neste caso é:

$$f(\sigma_i) = \frac{1}{Var\ \sigma_i\ \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln\sigma_i - \sigma_m)^2}{2Var^2}\right] \quad (23)$$

Os estimadores por máxima verossimilhança são dados por:

$$\hat{\sigma}_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \ln(\sigma_i) . \quad (24)$$

$$\hat{Var}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (\ln\sigma_i - \hat{\sigma}_m)^2 . \quad (25)$$

Função de Distribuição de Probabilidades Lognormal 3 Parâmetros. A função densidade de probabilidades é:

$$f(\sigma_i) = \frac{1}{(\sigma_i - \theta)\alpha\ \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{\left[\ln(\sigma_i - \theta) - \sigma_m\right]^2}{2\alpha^2}\right\} . \quad (26)$$

Pelo método de momentos obtemos as seguin

tes equações [12] :

$$M_1 = \hat{\theta} + \exp(\hat{\sigma}_m) + (1/2)\hat{\alpha}^2. \quad (27)$$

$$M_2 = \exp(2\hat{\sigma}_m + \hat{\alpha}^2)(e^{\hat{\sigma}^2}-1). \quad (28)$$

$$M_3 = \exp(3\hat{\sigma}_m) + (3/2)\hat{\sigma}^2(e^{\hat{\sigma}^2}-1)^2(e^{\hat{\alpha}^2}+2). \quad (29)$$

Se identificarmos

$$B = \frac{M_3^2}{M_2^3} = (e^{\hat{\alpha}^2}-1)(e^{\hat{\alpha}^2}+2)^2, \quad (30)$$

e também $e^{\hat{\alpha}^2}$ por $\hat{w}$, temos:

$$B = (\hat{w}-1)(\hat{w}+2)^2. \quad (31)$$

A solução explícita de (31) é:

$$\hat{w} = \left\{1 + \frac{B}{2} + \left[\left(1 + \frac{B}{2}\right)^2 - 1\right]^{1/2}\right\}^{1/3} + \left\{1 + \frac{B}{2} - \left[\left(1 + \frac{B}{2}\right)^2 - 1\right]^{1/2}\right\}^{1/3} - 1. \quad (32)$$

M_1, M_2 e M_3 são os três primeiros momentos amostrais. Logo, conhecemos o valor de B. De posse do valor de B, basta resolver (32) para obtermos $\hat{\alpha}$. Com $\hat{\alpha}$ resolvemos (28) e obtemos $\hat{\sigma}_m$. Finalmente, com $\hat{\alpha}$ e $\hat{\sigma}_m$ resolvemos (27) obtendo $\hat{\theta}$.

EXPERIMENTOS.

Ensaios de Flexão em Três Pontos. O material escolhido foi o vidro comum, disponível no mercado sob a forma de varetas com 1,5 m de comprimento. A escolha deste material foi devido à facilidade de obtenção, às suas boas qualidades (homogeneidade e regularidade dimensional) e ao baixo custo.

A distância entre os apoios inferiores, nos ensaios, foi de 10 vezes o diâmetro da amostra. Trabalhamos com 3 diâmetros diferentes, pois esperamos obter alguma relação entre o volume da amostra e a resistência do material. Também, preparamos para cada diâmetro um lote de 30 amostras.

Como sabemos da teoria da elasticidade [13], a tensão máxima suportada pelo corpo pode ser obtida a partir de:

$$\sigma_m = \frac{3}{2}\frac{\hat{P}_m L}{\pi r^3}. \quad (33)$$

$\hat{P}_m$ é a força máxima suportada pela amostra na ruptura, L a distância entre os apoios inferiores e r o raio da amostra cilíndrica.

Nas tabelas 1,2 e 3 podemos observar os resultados dos ensaios, com as tensões máximas dadas em MPA.

85.5	129.7
88.2	130.6
93.7	134.9
96.0	135.9
97.7	136.8
105.9	140.7
112.9	142.1
117.5	142.3
120.2	142.5
121.3	144.0
123.1	148.4
123.8	148.7
124.3	159.4
125.9	161.7
127.1	164.0

Tabela 1. σ_m(MPA) Diâm.=0.385cm

83.8	122.6
93.6	125.5
94.6	126.7
102.5	129.6
104.9	132.0
106.2	133.4
113.1	134.9
114.0	135.4
116.1	135.5
116.8	139.6
117.3	140.0
119.4	140.2
121.0	141.7
121.8	142.6
122.4	147.4

Tabela 2. σ_m(MPA) Diâm.=0.445cm

78.3	97.5
80.5	98.5
85.2	98.8
87.1	98.8
87.8	102.5
88.1	103.8
88.4	106.6
88.4	107.9
88.7	107.9
89.0	108.2
90.0	112.9
92.8	113.2
93.4	117.3
95.3	122.7
97.5	122.7

Tabela 3. σ_m(MPA) Diâm=0.630cm

Resultados das Aplicações dos Métodos Estatísticos Sobre os Dados Obtidos. Vamos listar os parâmetros estimados um a um. Na tabela 4 temos o parâmetro $\hat{m}$ de Weibull, estimados pelos diversos métodos. Na tabela 5 temos o parâmetro $\hat{\sigma}_o$ de Weibull. Na tabela 6 temos todos os parâmetros das funções Normal (N), Lognormal de dois parâmetros (LN2P) e Lognormal de três parâmetros (LN3P). Na tabela 7 temos os resultados para os graus de ajustamento de cada função estimada, pelo método do Qui-quadrado, e na tabela 8, pelo método de Kolmogorov-Smirnov.

Utilizou-se a seguinte simbologia, simplificando os termos utilizados: MV, método de máxima verossimilhança. MM, método de momentos. QML, método de quadrados mínimos lineares. QMnL, método de quadrados mínimos não lineares. Med, média (primeiro momento amostral da distribuição considerada). Var, variância (segundo momento amostral). Tet, terceiro parâmetro da função de distribuição Lognormal de três parâmetros. V_1, volume correspondente às amostras de diâmetro igual a 0.385 cm. V_2, volume correspondente às amostras de diâmetro igual a 0.445 cm. V_3, volume correspondente às amostras de diâmetro igual a 0.630 cm.

	MV	MM	QMnL	QML
V_1	7.21	7.09	7.24	7.04
V_2	9.65	9.15	8.79	9.00
V_3	8.65	9.92	8.72	9.92

Tabela 4 - Parâmetro $\hat{m}$ de Weibull.

	MV	MM	QMnL	QML
V_1	97.46	96.94	97.61	96.68
V_2	105.21	104.14	103.56	103.82
V_3	93.06	94.09	91.80	94.15

Tabela 5 - Parâmetro $\hat{\sigma}_o$ de Weibull. Dados em MPA.

Tabela 6.

V_1	Med=127.49 Var= 21.16	Med=4.83 Var=0.17	Med= 5.32 Tet=-78.86 Var= 0.10
V_2	Med=122.49 Var= 16.02	Med=4.80 Var=0.14	Med= 4.46 Tet= 34.36 Var= 0.18
V_3	Med= 98.33 Var= 11.92	Med=4.58 Var=0.12	Med=4.43 Tet= 13.29 Var=0.14

	V_1	V_2	V_3	DIST.
MV	χ^2=42%	χ^2=75%	χ^2= 2%	Weibull
MM	χ^2=42%	χ^2=66%	χ^2=13%	Weibull
QMnL	χ^2=75%	χ^2=66%	χ^2=16%	Weibull
QML	χ^2=42%	χ^2=66%	χ^2=13%	Weibull
MV	χ^2=36%	χ^2=26%	χ^2=22%	Normal
MV	χ^2= 5%	χ^2=75%	χ^2=42%	LN2P
MM	χ^2=20%	χ^2=30%	χ^2=16%	LN3P

Tabela 7 - Valores dos ajustes por Qui-quadrado.

	V_1	V_2	V_3	DIST.
MV	0.063	0.065	0.134	Weibull
MM	0.060	0.056	0.145	Weibull
QMnL	0.064	0.060	0.103	Weibull
QML	0.058	0.055	0.150	Weibull
MV	0.082	0.188	0.635	Normal
MV	0.116	0.090	0.102	LN2P
MM	0.098	0.095	0.098	LN3P

Tabela 8 - Valores dos ajustes por Kolmogorov-Smirnov.

Discussão dos Resultados. Para o parâmetro m de Weibull é de se esperar que se houver acordo com o "modelo do anel mais fraco", todos os valores deverão coincidir, ou serem próximos, mesmo havendo variação no volume do material ensaiado. Isto se deve ao fato de que este modelo já envolve correção para variação de volume. Na tabela 4 podemos perceber um certo acordo entre os dados obtidos, para um referido volume (por exemplo V_2), vemos que todos os valores obtidos pelos diversos métodos estão bem próximos. Fazendo uma média (8.53), todos os outros resultados não apresentam diferença maior que 18% deste valor médio. Se compararmos dentro de um mesmo método notamos outro resultado, os desvios maiores são menores que 15% dos valores médios correspondentes.

Também, para o parâmetro σ_o, se for seguido o referido modelo do anel mais fraco (ruptura a partir de uma única trinca), deveremos obter um valor práticamente constante, apesar da variação de volume das amostras ensaiadas. Fazendo a mesma comparação feita para o parâmetro m, observamos que os dados da tabela 5 apresentam razoável semelhança. Para o volume V_2, pelos diversos métodos de estimativa, este parâmetro não apresentou variação maior do que 1% do valor médio (104.18 - MPA). Já para um mesmo método, as diferenças com os valores médios não passam de 6%.

Na tabela 6 temos os parâmetros das funções da família da Normal. Observamos uma queda da média com o aumento de volume, sugerindo que este aumento de volume propicia o encadeamento de falhas.

Nas tabelas 7 e 8 temos as medidas dos ajustes de cada uma das curvas obtidas. Notamos que uma práticamente confirma a outra, ou seja, aonde se percebeu maior acordo com o modelo sugerido se obteve bons resultados em ambas as tabelas. Verificando globalmente notamos que os melhores ajustes ficaram seguramente com a função de Weibull, com os parâmetros estimados por quadrados mínimos não lineares e quadrados mínimos lineares. Observa-se que a Lognormal de dois parâmetros também forneceu bons ajustes.

CONCLUSÃO:

Do que foi discutido podemos concluir que as tensões máximas de flexão, obtidas nos ensaios com vidro comum, são melhores descritas pelo "modelo do anel mais fraco", confirmando a independência dos parâmetros m e σ_o da função de Weibull com o volume da amostra ensaiada.

AGRADECIMENTOS.

À FAPESP, ao CNPQ e à Telebrás pelo suporte financeiro que permitiram a realização do trabalho.

REFERÊNCIAS.

1 Griffith,A.A.,"The Phenomena of Rupture and Flow in Solids",Phil.Trans.Roy.Soc.,221A,163(1920).

2 Weibull,W.,"A Statistical Theory of Strength of Materials",Ing.Veten.Akad.Handl.Nº151(1939).

3 Fisher,R.A. and Tippet,H.C.,"Limiting Forms of the Frequency Dist. of the Largest and Smallest Member of a Sample",Proc.Camb.Phil.Soc.24,180 (1928).

4 Jayatilaka,A. de S. and Trustrum,K.,"Statistical Approach to Brittle Fracture",Journal of Materials Science,12(1977)1426-1430.

5 Camilo,G.M., Kittl,P. e Medrano,R.E.,"Estudo Estatístico da Fratura Frágil", Anais do VIº CBECIMAT, Rio de Janeiro, Brasil(1984).

6 Camilo, G.M., Tese de Mestrado (UNICAMP), defendida em Março de 1985.

7 Medrano, R.E.,"Relação Teórica Entre as Tensões de Tração e Flexão para a Estatística de Weibull", Anais do Vº CBECIMAT, Porto Alegre,Brasil(1982).

8 Kimball,B.F.,"On the Choice of Plotting Positions on Probability Paper", Journal of the American Statist. Assoc., Vol.55, sept. 1960.

9 Martínez,J.M.,"Generalization of the Methods of Brent and Brown for Solving Nonlinear Simultaneous Equations", SIAM J. Numer. Anal.16(1979).

10 Kao,J.H.K.,"A Graphical Estimation of Mixed Weibull Parameters in Life-Testing of Eletron Tubes", Technometrics,Vol.I,Nº4,pp.389-407(1959).

11 Pulino,P. - Laboratório de Matemática Aplicada do Depto. de Matem. Apl. da Unicamp, programa de quadrados mínimos não lineares, método Bem-Israel.

12 Kotz,S. and Johnson,N.I.,"Continuous Univariate Distributions",Vol.I, John Wiley & Sons, New York, 1970, pp.124.

13 Timoshenko,S.P.,"Resistência de Materiais", Ao Livro Técnico, Rio de Janeiro, 1966.

SUMMARY

Different probability distribution functions are studied with the purpose of assessing the better distribution for the description of fracture tests in bending. Different methods are used to estimate the parameters of such distributions and the goodness of fit of each distribution is assessed.

TENACIDAD A LA FRACTURA EN LA REGION DE TRÁNSICION DUCTIL-FRAGIL

JUAN E. PEREZ IPIÑA, LEMIT-CIC
EDUARDO P. ASTA, ENACE S.A.
HIPOLITO L. TOLOY, LEMIT-CIC

RESUMEN

Se realizaron ensayos de Tenacidad a la Fractura a distintas temperaturas y con diferentes espesores en la zpna de transición dúctil-frágil con aceroa AISI 1045 y 20MnMoNi55, este último utilizado en recipientes a presión de centrales nucleares.

En esta zona se produce un fenómeno de tamaño por el cual las probetas pequeñas dan mayores valores de tenacidad que las más grandes. Se han formulado dos teorías que intentan explicar este comportamiento: una se basa en disminución de 'constraint' para espesores menores, mientras que la segunda relaciona los valores de tenacidad de diferentes tamaños a través de un modelo estadístico con una función distribución de WEIBULL. En este trabajo se analiza la consistencia del modelo estadístico.

INTRODUCC ION

La Mecánica de la Fractura Elastoplástica constituye una importante herramienta para evaluar cuantitativamente el comportamiento de un determinado material frente a una falla por fractura. Su aplicación en la denominada zona de transición dúctil-frágillleva a caracterizar la tenacidad en términos de inestabilidad por clivaje precedido por deformación plástica (δc, Jc), y en algunos casos también por crecimiento estable (δu, Jc). En la parte inferior de la curva (lower shelf) la falla se produce por clivaje sin crecimiento estable previo y con muy poca deformación plástica, estando la tenacidad caracterizada por Kic. En el sector superior (upper shelf) hay crecimiento estable de fisura y desgarramiento plástico (tearing), estando caracterizada la tenacidad por los valores de iniciación (Jic, δi) o el módulo de desgarramiento (T).

La zona de transición verifica un fenómeno de tamaño el cual revela que probetas pequeñas dan valores de tenacidad más altos que otras del mismo acero pero de mayor tamaño. La justificación del fenómeno se ha hecho a través de la formulación de dos teorías. Una primer teoría [1] explica el citado comportamiento en términos de una relativamente menor restricción de las probetas pequeñas, mostrando consecuentemente valores más altos de tenacidad. Dicha teoría justifica el método de la British Standard Institution para los ensayos COD [2], donde se sugiere que las condiciones de restricción quedan totalmente simuladas en la probeta con la utilización del mismo espesor que en servicio. De acuerdo a estas hipótesis no se puede predecir la tenacidad de determinado tamaño mediante el ensayo de probetas más pequeñas.

La segunda teoría, introducida por Landes y Shaffer [3] , propone un modelo estadístico el cual sugiere que pequeñas probetas, analizadas con dicho tratamiento, permitirían caracterizar la tenacidad en grandes espesores. De acuerdo con estos autores, la tenacidad no es constante en el frente de fisura, y la inestabilidad no estaría gobernada por el promedio sino por el punto de mínimo. De acuerdo con esto, en una probeta grande habría una probabilidad mayor de encontrar puntos de baja tenacidad que en una pequeña, lo que traería aparejada una menor dispersión. Los extremos inferiores de las dispersiones coincidirían para los diferentes tamaños.

Landes y Shaffer aplicaron la función distribución de Weibull de dos parámetros (ver apéndice) a los resultados de inestabilidad Jc provenientes de los ensayos con probetas chicas. La probabilidad de que Jc sea mayor que J está dada por:

$$(1 - F1(J)) = \exp(-J/\phi)^b \qquad (1)$$

para espesores N veces mayores:

$$(1 - FN(J)) = \exp(-N(J/c)^b) \qquad (2)$$

donde nos permitimos denominar Factor de Tamaño a N.

Lamentablemente con el modelo de dos parámetros de Weibull el valor medio de inestabildad Jc tiende a cero para valores extremadamente grandes. Evidentemente existe un límite inferior de tenacidad Jc por más que el tamaño de la probeta crezca indefinidamente. Este límite inferior puede ser tenido en cuenta a través del tercer parámetro de Weibull, a (a=Jo para Landes et al) [4].

El gráfico de Weibull permite obtener los parámetros c y b siempre y cuando se ajuste a él una recta cuya pendiente es precisamente el parámetro b. Los valores de F(Jc) en función de Jc dan una representación no lineal sobre el gráfico de Weibull, por lo tanto el tecer parámetro permite optimizar el ajuste de la recta de regresión. De esta manera las expresiones (1) y (2) se modifican a:

$$(1 - F1(J) = \exp((J-Jo)/(\theta-Jo))^b \qquad (3)$$

$$(1 - FN(J) = \exp(-N((J-Jo)/(\theta-Jo))^b \qquad (4)$$

donde:

$$\theta = Jo + c \qquad (5)$$

Este trabajo tiene como objetivo verificar la consistencia del modelo estadístico propuesto, a través del análisis de los resultados experimentales de dos aceros a diferentes temperaturas. Además se aplica la teoría propuesta a valores de tenacidad obtenidos por ensayos COD.

MATERIAL Y METODO

Procedimiento Experimental.El trabajo fue realizado con probetas de acero 20MnMoNi55 utilizado en recipientes a presión de reactores nucleares en la condición templado y revenido. También se utilizaron probetas de acero AISI 1045 normalizado. En la Tabla I se muestran los valores de composición química y propiedades mecánicas para ambos materiales.

TABLA I

MATERIAL	C (%)	Mn (%)	Si (%)	Ni (%)	Cr (%)	Mo (%)	S (%)	P (%)
20MnMoNi55	.192	1.44	.248	.560	.145	.485	.004	.010
AISI 1045	.45	.62					.06	.04

Los ensayos J y COD fueron conducidos con probetas de flexión en tres puntos SENB con espesores nominales B iguales a 37.5 y 16mm en 20MnMoNi55, y 25 y 12mm

en AISI 1045. Las temperaturas ensayadas fueron 223°K y 205°K para el primero, y 295°K para el segundo. Para las experiencias a bajas temperaturas se utilizó una cámara 'ad hoc' desarrollada en el LEMIT-CIC. [5].

Procedimiento de Cálculo: Fue desarrollado un programa de computación para el cálculo de los parámetros de Weibull de tal forma que a medida que se ingresan los valores de tenacidad (J(I)) se calcula la falla acumulativa porcentual (FA%(I)). Seguidamente se calculan, para 10 valores igualmente espaciados de Jo entre 0 y Jmín, los siguientes parámetros:

$$y(I) = \ln \ln (1 / (1 - FA(I))) \qquad (6)$$

$$x(I) = \ln (J(I) - Jo) \qquad (7)$$

así como la pendiente, ordenada al origen y coeficiente de correlación r^2 de la recta de regresión y vs. x por el método de cuadrados mínimos. Se selecciona el valor de Jo que da el mejor coeficiente de correlación y se vuelve a hacer el mismo procedimiento para diez nuevos valores igualmente espaciados en un entorno diez veces menor al anterior, seleccionándose nuevamente el Jo que tenga el mayor coeficiente de correlación.

De esta manera se tienen los tres coeficientes de la distribución:

Jo: umbral
b : pendiente de la recta
θ = Jo + c : Jo - (ordenada al origen/b)

En figura 1 se grafica el diagrama de Weibull con los valores experimentales y la recta optimizada. En figura 2 se muestra la densidad de distribución de Weibull correspondiente a los parámetros de la figura 1.

RESULTADOS

En tabla II se muestran los resultados de tenacidad conjuntamente con la temperatura de ensayo y las dimensiones de la probeta. En tabla III pueden leerse los valores calculados de los parámetros de Weibull, así como los valores medios correspondientes. En la figura 3 están graficados los resultados de COD vs temperatura para el 20MnMoNi55, conjuntamente con los valores de K para el AISI 1045.

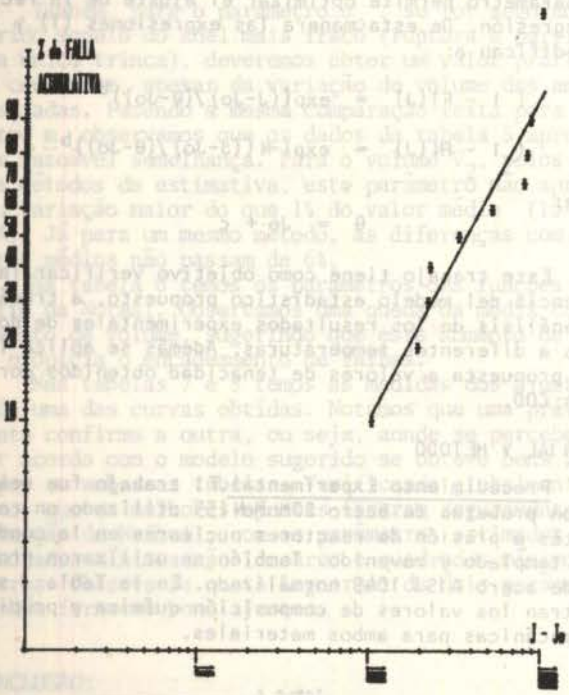


Figura 1. Gráfico de Weibull. 20MnMoNi55. T = 205°K

En tabla IV se muestran comparativamente los valores medios predichos para probetas mayores, con los experimentales correspondientes. En el caso del AISI 1045 los reales son el valor medio de Weibull sobre tres probetas, en cambio para el 20MnMoNi55, son el resultado

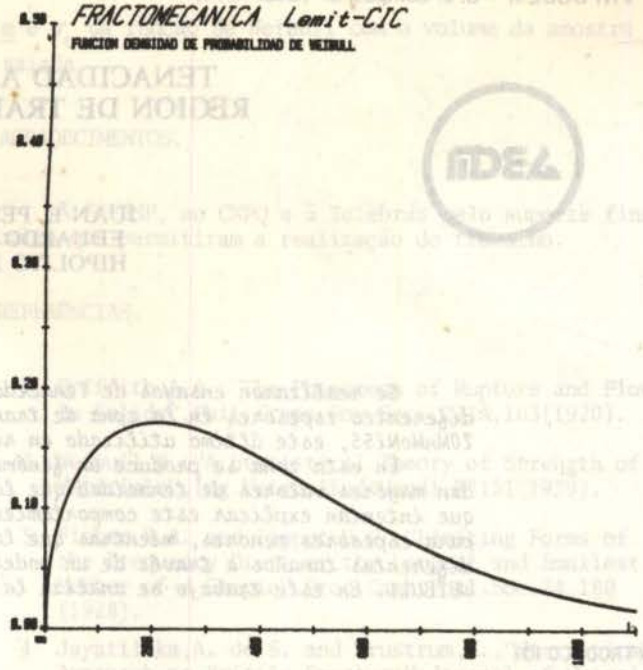


Figura 2. Función Densidad de Probabilidad de Weibull. 20MnMoNi55. T = 205°K

de un solo ensayo para cada temperatura.

TABLA II

PROB Nº	MATERIAL	B (mm)	W (mm)	T (°K)	J (MJ/m2)	K (MPa√m)	COD (mm)
510	20MnMoNi55	17.13	34.34	205	1011 +#		0.9820
511	20MnMoNi55	16.18	32.22	205	223		0.2279
512	20MnMoNi55	16.98	34.02	205	869 #		0.8475
513	20MnMoNi55	16.41	32.98	205	982 #		0.7927
514	20MnMoNi55	15.82	31.78	223	957 #		0.7279
610	20MnMoNi55	16.35	32.80	205	830 #		0.7838
611	20MnMoNi55	17.31	34.66	223	611 +#		1.0238+
612	20MnMoNi55	16.29	34.62	223	423		0.4372
613	20MnMoNi55	16.23	32.48	205	186		0.1184
614	20MnMoNi55	16.66	33.16	223	369		0.3712
710	20MnMoNi55	15.25	30.52	205	229		0.2759
711	20MnMoNi55	14.78	29.58	205	194		0.2287
712	20MnMoNi55	14.62	28.44	223	895 +#		0.7818+
713	20MnMoNi55	15.66	31.08	205	523		0.5440
714	20MnMoNi55	12.62	25.14	205	338		0.3681
715	20MnMoNi55	15.81	31.68	223	418		0.4183
901	20MnMoNi55	17.18	35.88	294	262		0.2867
401	20MnMoNi55	25.92	75.88	223	331		0.5372
4	AISI 1045	25.48	49.32	293		44.1	
5	AISI 1045	25.48	49.28	293		42.6	
8	AISI 1045	25.38	49.20	293		47.9	
11	AISI 1045	12.69	25.20	293		51.1 #	
13	AISI 1045	12.23	24.14	293		58.3 #	
14	AISI 1045	11.87	23.37	293		57.4 #	
15	AISI 1045	12.56	25.00	293		46.6 #	
17	AISI 1045	11.80	23.02	293		44.8 #	
18	AISI 1045	12.00	24.00	293		46.6 #	
19	AISI 1045	12.07	24.03	293		58.6 #	
102	AISI 1045	22.84	21.98	293		48.4 #	
104	AISI 1045	22.45	22.45	293		53.2 #	
108	AISI 1045	20.54	20.52	293		50.1 #	
105	AISI 1045	21.26	21.43	293		53.1 #	

+ Valores de carga maxima
# Valores de B = Bminimo

TABLA III

MATERIAL	TAMANO	TEMP.	UMBRAL	b	Θ	Vm
20MnMoNi55	16*32	223	348+	.70+	528+	545+
			0+	2.98+	50.5+	.529+
			2+		475+	492+
20MnMoNi55	16*32	205	0+	1.56+	49+	.435+
AISI 1045	12*24	293	0#	10.81#	50.3#	47.7#
AISI 1045	24*24	293	0#	7.81#	49.9#	48.7#
AISI 1045	24*49	293	30.6#	4.46#	43.9#	43.3#

* VALORES CORRESPONDIENTE A "J"
+ VALORES CORRESPONDIENTE A "COD"
# VALORES CORRESPONDIENTE A "K"

TABLA IV

MATERIAL	TEMP. (°K)	N	VALORES PREDICHOS J (MJ/m2)	VALORES PREDICHOS K (MPa√m)	VALORES PREDICHOS COD (mm)	VAL. EXPERIMENTALES J (MJ/m2)	VAL. EXPERIMENTALES K (MPa√m)	VAL. EXPERIMENTALES COD (mm)
20MnMoNi55	223	2.29	417		.395	331		.537
20MnMoNi55	205	2.36	230		.258	262		.287
AISI 1045	293	2.88		44.5			43.3+	

+ DE UNA DISTRIBUCION DE WEIBULL
+ DE UNA DISTRIBUCIO DE WEIBULL

DISCUSION

Uno de los principales argumentos esgrimidos por Landes y Shaffer [3] en contra de la teoría de 'constraint' es lo difícil que resulta explicar dentro de sus postulados que probetas de igual restricción den valores altos y bajos. Como puede verse en figura 3 y tabla II para el acero AISI 1045, las probetas de menor restricción (12*24) presentan algunos valores tanto o más bajos que las de mayor restricción (25*50), aunque una dispersión y una media mayores. Estos resultados corroborarían la consistencia de una teoría estadística. En cambio, y tomando solamente bibliografía recientemente publicada, Thomas Varga y Djing Han Njo [6] sostienen el concepto de que la tenacidad (Jc) en la región de transición es sólo función de la restricción.

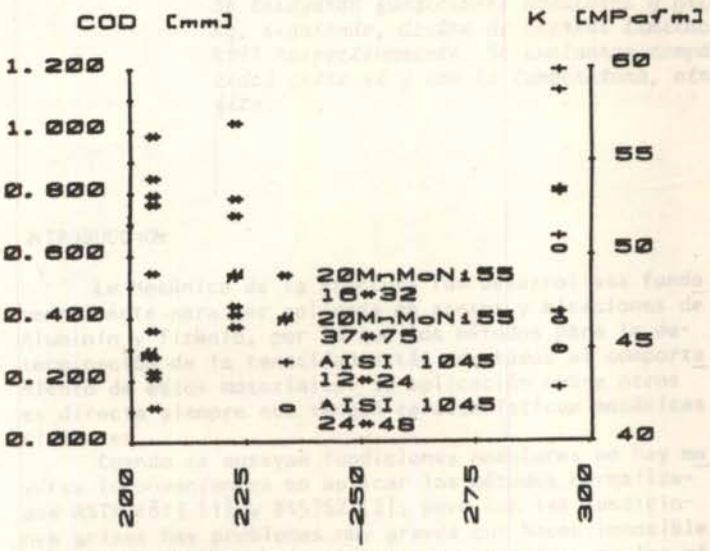


Figura 3. Tenacidad versus Temperatura

Landes y Shaffer [3] eligieron una función distribución de Weibull de dos parámetros, y luego Landes y Mc Cabe [4] propusieron una similar pero de tres parámetros con la finalidad de tener en cuenta el hecho experimental de que los ensayos muestran un umbral de tenacidad, debajo del cual no hay resultados.

Este tercer parámetro correlaciona el umbral de tenacidad siempre y cuando los valores experimentales estén bien descriptos por una distribución de Weibull, cosa que ocurre únicamente cuando todas las probetas cumplen con la condición de espesor mínimo impuesta por la norma correspondiente, y ninguna da valores de carga máxima. Por ejemplo AISI 1045 25*50mm. Cuando se realizan ensayos por encima de la parte inferior de la zona de transición suele haber resultados de carga máxima y los espesores mínimos recomendados son relativamente altos (cercanos a los 50mm en nuestras experiencias). Todo esto lleva a obtener valores no descriptos completamente por la distribución de Weibull, dando umbrales muy alejados de los experimentales (acero 20MnMoni55). Una situación parecida ocurre en el comienzo de la transición para ensayos Kic (acero AISI 1045).

Todo esto dificulta la predicción del mínimo de tenacidad, pero de acuerdo con nuestros resultados, no afectaría la estimación de los valores medios correspondientes a probetas mayores. La tabla IV muestra la consistencia de los valores medios predichos con respecto a los experimentales. En la figura 4 están graficadas, superpuestas, las distribuciones del acero AISI 1045 de 12*24mm, 25*50mm y la predicha de datos de 12*24mm para un tamaño doble.

También se aplicó la teoría estadística a los valores de δu y δc (BS5762) obtenidos sobre 20MnMoNi55, dando estimaciones consistentes de los valores medios de probetas mayores. Los umbrales no fueron correctamente descriptos, pero en las dos temperaturas ensayadas hubo valores de carga máxima. Este es un punto interesante para profundizar con mayor experimentación ya que la norma británica, basándose en la teoría de 'constraint', establece la necesidad de ensayar el espesor a emplear, no permitiendo la determinación de COD sobre dimensiones diferentes.

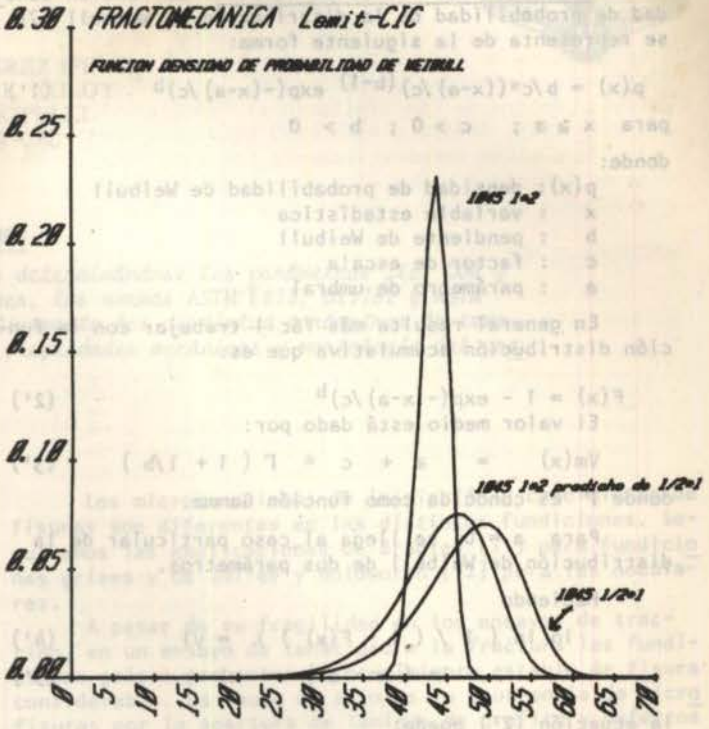


Figura 4. Funciones Distribución de Weibull para AISI 1045.

CONCLUSIONES

Nuestros valores experimentales están de acuerdo con la teoría estadística.

La Distribución de Weibull de tres parámetros no describiría correctamente la dispersión de resultados cuando hay valores de carga máxima y/o no se cumple con los espesores mínimos. En estos casos los umbrales calculados son inconsistentes, pero los valores medios de probetas mayores son predichos aceptablemente. Sería interesante una mayor experimentación, así como la aplicación de otras funciones distribución.

Se aplicó la teoría estadística a ensayos de COD con resultados satisfactorios en cuanto a la predicción de valores medios de espesores mayores; no obstante se considera necesaria mayor experimentación en el tema.

BIBLIOGRAFIA

[1] Dawes M. G. "Developments in Fracture Mechanics I" Apld Science Publishers Ltd. London 1979. pp20-24.

[2] BS5762:1979. "Methods for Crack Opening Displacement (COD) Testing"

[3] Landes J. D. and Shaffer D. H., "Statistical Characterization of Fracture in The Transition Region". ASTM STP 700. ASTM 1980, pp368-382.

[4] Landes J. D. and Mc Cabe D. E., "The Effect of Section Size on The Transition Temperature Behavion of Structural Steels", Scientific Paper 82-1D7-Metal-P2. Westinghouse R & D Center, 1982.

[5] Toloy H. L., Lozzia E. F., Perez Ipiña J. E., "Progresos en la Realización y Tratamiento de Datos de Ensayos de Mecánica de la Fractura en el LEMIT-CIC' VIII Jorn. Met. y II Latinoamericanas SAM. Bs. As., 7-11 Mayo 1984.

[6] Thomas Varga and Djing Han Njo, "Special Testing Methods for Elastic-Plastic Material Characterization", Ductile Fracture Test Methods. Proc of a CSNI Workshop. Paris, 1-3 Dec 1982.

[7] Plait A., "The Weibull Distribution- with Tables" Industrial Quality Control , Nov. 1962, pp 17-26.

APENDICE

Análisis Estadístico de Weibull: La función densidad de probabilidad de la distribución de Weibull [7] se representa de la siguiente forma:

$$p(x) = b/c*((x-a)/c)^{(b-1)} \exp(-(x-a)/c)^b \qquad (1')$$

para $x \geq a$; $c > 0$; $b > 0$

donde:

- p(x): densidad de probabilidad de Weibull
- x : variable estadística
- b : pendiente de Weibull
- c : factor de escala
- a : parámetro de umbral

En general resulta más fácil trabajar con la función distribución acumulativa que es:

$$F(x) = 1 - \exp(-(x-a)/c)^b \qquad (2')$$

El valor medio está dado por:

$$Vm(x) = a + c * \Gamma(1 + 1/b) \qquad (3')$$

donde Γ es conocida como función Gamma.

Para a = 0, se llega al caso particular de la distribución de Weibull de dos parámetros.

Haciendo

$$\ln \ln (1 / (1 - F(x))) = y1 \qquad (4')$$

$$\ln (x - a) = x1 \qquad (5')$$

la ecuación (2') queda:

$$y1 = b\,x1 - b \ln c \qquad (6')$$

Entonces , representando los datos en un gráfico con escalas dadas por (4') y (5'), los parámetros b y c de Weibull se pueden determinar ajustando una recta. El parámetro umbral, a, será aquel que optimice el ajuste de la recta.

SUMMARY

Fracture Toughness tests at different temperatures were made in the ductile-brittle transition on AISI1045 and 20MnMoNi55 steels with several widths. A thickness effect happen in this zone, for which small specimens give more toughness values than thicker ones. Two theories have been formulated to explain this behavior: one of them says that less thickness gives less constraint. The other one relates the toughness values by a stastical model with a Weibull distribution function. The consistency of the stastical model is analyzed in this work.

TENACIDAD A LA FRACTURA DE FUNDICIONES

JUAN E. PEREZ IPIÑA
HIPOLITO L. TOLOY
RAUL GOTELLI
LEMIT-CIC

RESUMEN

Se ensayaron fundiciones nodulares y grises determinándose los parámetros Jic, COD y Kq, siguiendo, dentro de ciertas limitaciones, las normas ASTM E813, Bs5762 y ASTM E399 respectivamente. Se evaluaron comparativamente los distintos parámetros de tenacidad entre sí y con la temperatura, otras propiedades mecánicas y morfología del grafito.

INTRODUCCION

La Mecánica de la Fractura fue desarrollada fundamentalmente para ser aplicada en aceros y aleaciones de Aluminio y Titanio, por lo que los métodos para la determinación de la tenacidad están adaptados al comportamiento de estos materiales. Su aplicación sobre otros es directa siempre que tengan características mecánicas similares.

Cuando se ensayan fundiciones nodulares no hay mayores inconvenientes en aplicar los métodos normalizados ASTM E813 [1] y BS5762 [2], pero con las fundiciones grises hay problemas muy graves que hacen imposible evaluarlas siguiendo estrictamente cualquiera de los métodos normalizados. No se puede aplicar la norma ASTM E399 [3] por cuanto Kic se debe calcular con una carga Pq que corresponde , en el registro de carga versus apertura de la boca de la fisura, a la intersección con una recta de pendiente 5% menor que la parte lineal de dicho registro; pero las fundiciones grises no presentan linealidad entre carga y desplazamiento, resultando por lo tanto indefinida la determinación de Pq. Como se considera que la pendiente del 5% representa un 2% de crecimiento estable de fisura, algunos autores como Glover y Pollard [4], Venkatasubramanian y Baker [5], Haeny y Zambelli [6], Baker [7], y Verma y Berry [8], calcularon Kq con el valor de carga máxima ya que supusieron que dicho crecimiento estable comienza poco antes de la carga mencionada. Si bien no puede ser llamado Kic por no estar de acuerdo con la E399, dicen ellos que es representativo de la tenacidad de la fundiciones grises, agregando Haenny y Zambelli [6] que su validez está probada por no ser función ni de la longitud de fisura ni del espesor.

Tampoco son estrictamente aplicables los métodos de la Mecánica de la Fractura Elastoplástica, Jic - COD por cuanto no se puede determinar con precisión por los procedimientos recomendados, el crecimiento estable de fisura. La determinación del COD tiene la complicación adicional de la incertidumbre en la medición de los desplazamientos plásticos y elásticos por la alinealidad de los registros ya comentada al discutir la aplicación de Kic.

Otra dificultad más, cualquiera sea el método empleado, es la imposibilidad de diferenciar en la superficie de fractura de las fundiciones grises, la parte correspondiente a prefisuración por fatiga de la debida a crecimiento estable [9, 10]. Afortunadamente hay consenso general entre los investigadores de la no necesidad de prefisurar en estos materiales. Ostenson [9]dice que las probetas prefisuradas dan mayor tenacidad que las no prefisuradas, en cambio otros autores [4, 5, 6, 7] consideran la tenacidad de las fundiciones grises independiente del valor de la raíz de la entalla.

Los micromecanismos de iniciación y crecimiento de fisuras son diferentes en las distintas fundiciones. Seguiremos las explicaciones de Bradley [11] para fundiciones grises y de Jolley y Holdworth [12] para las nodulares.

A pesar de su fragilidad en los ensayos de tracción, en un ensayo de tenacidad a la fractura las fundiciones grises presentan un crecimiento estable de fisura considerable. La causa de esto es la ocurrencia de microfisuras por la apertura de láminas de grafito y defectos de contracción de colada. Estas microgrietas se unen al aumentar la carga, dando una extensión de fisura macroscópica, la que va produciendo más microfisuración delante de ella. Como se ve en la figura 1, delante de la macrogrieta hay una 'zona' de microgrietas. La microfisuración ocurre a niveles de tensiones muy bajos debido al efecto concentrador de las láminas de grafito. La posterior coalescencia de las mismas por estricción de la matriz remanente, ocurre con un mínimo de deformación macroscópica, dando una baja energía en el proceso de crecimiento, aunque muy superior al de iniciación. Además la energía elástica almacenada es insuficiente para causar la inestabilidad. Por lo tanto se puede inferir que la tenacidad de iniciación es muy baja, pero el importante crecimiento estable hace necesaria una cantidad de energía relativamente más importante para obtener la separación completa de la probeta.



Figura 1. 'Zona' de microgrietas delante de la fisura en probeta entallada de fundición gris.

A diferencia de las fundiciones grises, en las nodulares la iniciación del crecimiento estable estaría asociada exclusivamente a la matriz, sin intervención

del del grafito, por separación de los bordes inclusió matriz. La presencia de los nódulos tendría un efecto de 'arrestador de fisuras frágiles', de lo que se desprende la importancia que la cantidad y volumen de los mismos tendría sobre la curva de transición dúctil-frá gil.

En este trabajo se realizan ensayos de tenacidad a la fractura de diferentes fundiciones de uso comercial, determinándose los parámetros Jic, COD y Kq siguiendo, dentro de las limitaciones comentadas, las no mas ASTM E813, BS5762 y ASTM E399 respectivamente.

Se evalúan comparativamente los distintos paráme tros de tenacidad entre sí y con la temperatura, otras propiedades mecánicas y morfología del grafito.

MATERIAL Y METODOS

Se ensayaron diferentes fundiciones nodulares y grises, con composiciones dadas en Tabla I.

TABLA I

FUNDICION	C (%)	Mn (%)	Si (%)	S (%)	Cr (%)	σ_y (MPa)	σ_r (MPa)
GRIS 1	3.53	.42	2.15	.029		185	185
GRIS 2	3.46	.86	1.93	.028	.93	215	215
NODULAR 1	3.48	.31	2.43	.016		272	490
NODULAR 2	3.51	.43	2.22	.021		278	352

Las estructuras de los materiales ensayados son las siguientes:

Fundición Gris: Presenta una distribución de grafito de tipo laminar A de tamaño 2-3 sobre una matriz constituída por ferrita y perlita (Figuras 2a y 2b)

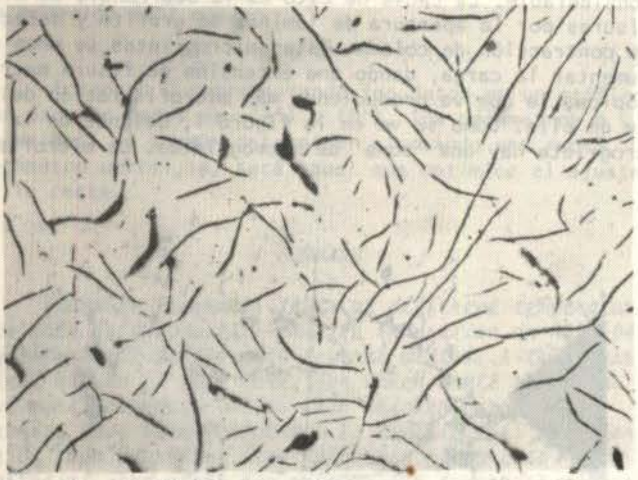


Figura 2a. Fundición Gris. 100 aumentos. Sin ataque.

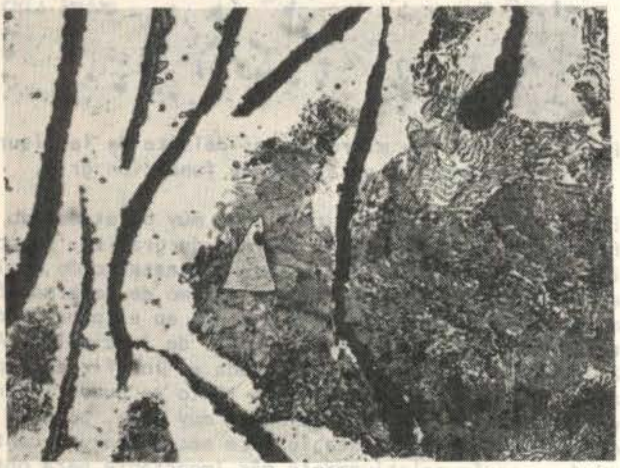


Figura 2b. Fundición Gris. 500 aumentos. Ataque: Nital 2%.

Fundición Gris 2: Presenta una distribución de grafito de tipo laminar A de tamaño 3-4 sobre una matriz totalmente perlítica (Figuras 2c y 2d).

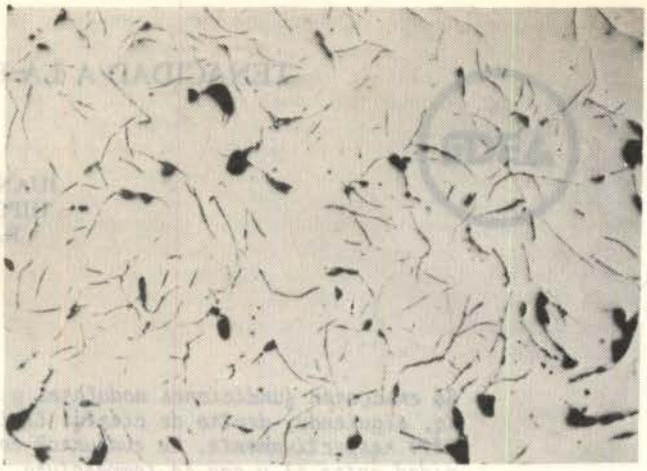


Figura 2c. Fundición Gris 2. Sin ataque. 100 aumentos.



Figura 2d. Fundición Gris 2. Ataque Nital 2%. 500 aumentos.

Fundición Nodular 1: Presenta nódulos 'bull eye' de tamaño 5-6 en una matriz perlítica (Figuras 2e y 2f)

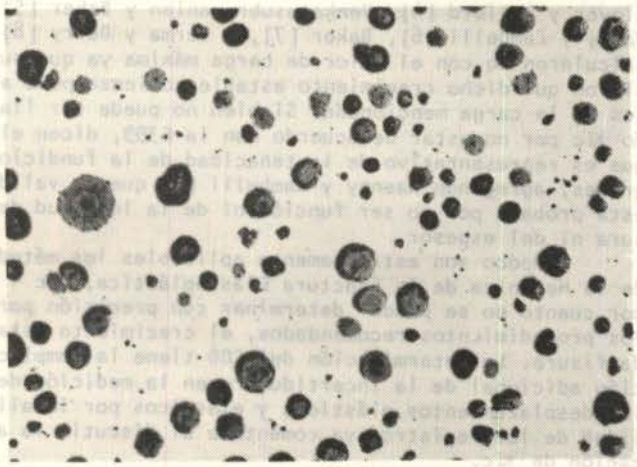


Figura 2e. Fundición Nodular 1. Sin ataque. 100 aumentos

Fundición Nodular 2: Contiene algunas formaciones grafíticas de morfología vermicular (figura 2g). La observación a mayor aumento y con ataque con nital al 2% resuelve la matriz que presenta una estructura del tipo 'bull eye'.

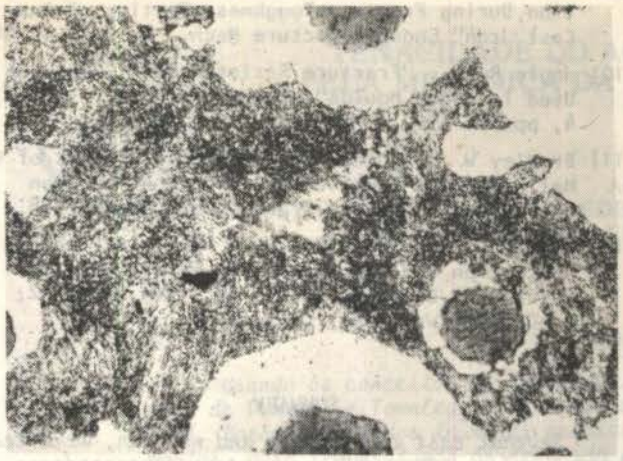


Figura 2f. Fundición Nodular 1. Ataque Nital 2%. 500 aumentos.

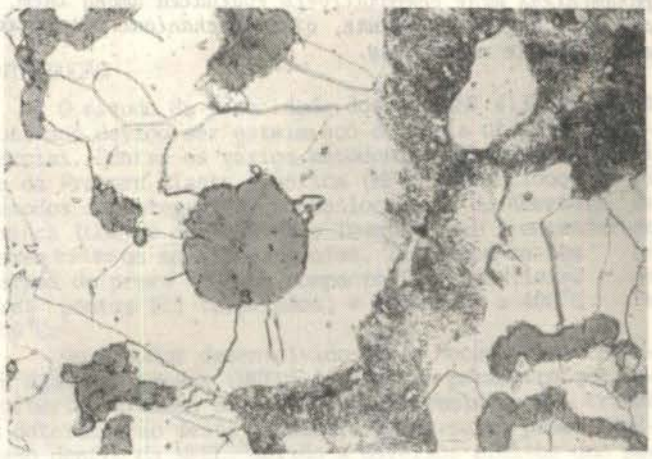


Figura 2g. Fundición Nodular 2.

Para cada muestra se colaron una o dos probetas en forma de Y de las que se obtuvieron, una vez cortadas, dos probetas de tracción y siete de flexión en tres puntos SENB por cada Y. Las probetas SENB, con medidas aproximadas 13*26*150mm, se entallaron lateralmente para los ensayos fractomecánicos.

Se realizaron dos ensayos de tracción por lo menos de cada muestra, obteniéndose la tensión de rotura para las grises, y el límite .2% y la tensión de rotura para las nodulares.

Todas las probetas de fundición nodular fueron prefisuradas con cargas inferiores a las admitidas por las normas.

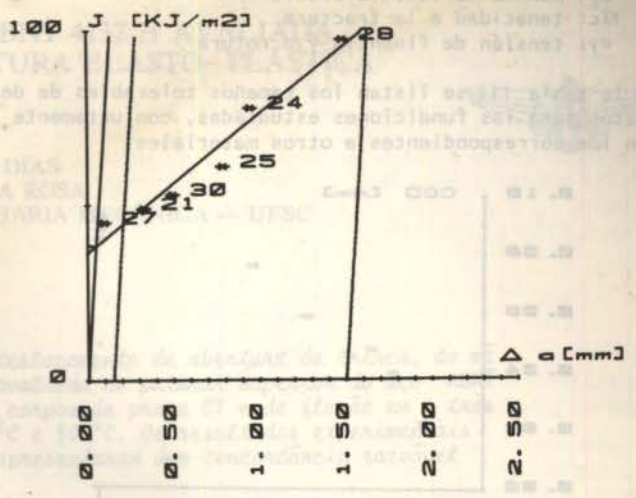
Todas las probetas se ensayaron en una máquina AMSLER de 300 kN, obteniéndose los registros Carga versus Apertura de la boca de la fisura para COD y Kq; y Carga versus Desplazamiento del punto de aplicación de la carga, para Jic.

RESULTADOS

La tabla I muestra los resultados de tracción de las diferentes muestras. En la tabla II están los resultados de los ensayos de tenacidad, indicándose los diferentes parámentros calculados: Jic, COD, Kq; así como la temperatura a que fueron ensayados. La figura 3 muestra un diagrama J vs. a de la fundición nodular 1.

TABLA II

FUNDICION	TEMP [ºK]	COD c [mm]	COD m [mm]	Jic [KJ/m2]	Kic [MPa√m]
GRIS 1	295		.078		33.1
GRIS 2	295		.021		24.3
NODULAR 1	295	.07	.088	34.7	44.5
NODULAR 2	295	.034	.065	13.8	27.8


100
J [KJ/m2]
28
24
25
30
21
27
Δ a [mm]
0
0
0

con:

a_c: máximo defecto tolerable
Kic: tenacidad a la fractura
σ_y: tensión de fluencia y/o rotura

En la tabla III se listan los tamaños tolerables de defectos para las fundiciones estudiadas, conjuntamente con los correspondientes a otros materiales.

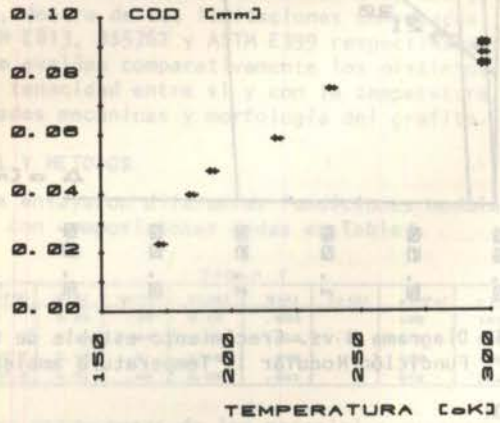


FIGURA 2

Figura 5. COD de carga máxima o crítico vs. Temperatura. Fundición Nodular1.

TABLA III

MATERIAL	K [MPa√m]	σ_y [MPa]	a_o [mm]
NODULAR 1	79.1	272	26.9
NODULAR 2	44.2	270	8.5
GRIS 1	14.8+	105	6.3
GRIS 2	20.8+	215	3.0
AISI 1020	216	277	193.0
AISI 1045	60	530	4.1
ALDUR	345	550	125.2
A12024T351	37	380	3.0
Ti 6AI 4V	123	875	6.3

+ VALORES DE Kq

AGRADECIMIENTOS

Al Lic. S. A. Allende por el asesoramiento metalográfico y al Sr. E. F. Lozzia por la colaboración en la etapa experimental del trabajo.

BIBLIOGRAFIA

[1] ASTM E813-81,"Standard Test for Jic, a Measure of Fracture Toughness" ASTM , Annual Book of Standards

[2] BS 5762:1979, "Methods for Crack Opening Displacement (COD) Testing". British Standards Institution.

[3] ASTM E399-81, "Standard Test Method for Plane Strain Fracture Toughness of Metallic Materials", ASTM, Annual Book of Standards.

[4] Glover A. G. & Pollard G., "Deformation and Fracture of Gray Cast Iron Structures". J. Iron Steel Inst., 1971, pp 138-141.

[5] Venkatasubramanian T. V. & Baker T. J.,"Fracture Toughness of Flake Graphite Cast Iron". Met. Tech., 1978, 5, 2, pp 57-61.

[6] Haenny & Zambelli G. "Toughness of Gray Cast Iron Evaluated through The R-curve Concept" AFS Trans. 1981, pp 275-283.

[7] Baker T. J., "The Fracture Resistance of Flake Graphite Cast Iron", 4 Int. J. Mater. Eng. Appl., 1978 1, 1, pp 13-18.

[8] Verma D. K. & Berry J. T., "Modeling the Fracture Behaviour of Pearlitic Gray Irons" AFS Tras., 1981, pp 849,856.

[9] Ostensson B., "Ultrasonic Crack Lenght Determination During Fracture Toughness Testing of Gray Cast Iron" Engng. Fracture Mech., 4, 1972,pp 443.

[10] Ingle R. H., "Fracture Resistance of Cast Iron as Used in Ingot Moulds", 4 Met. Technol., 1980, 7, 4, pp 146-150.

[11] Bradley W. L., "Fracture Toughness Studies of Gray, Malleable and Ductile Cast Iron." 4 American Foundrymen's Society Trans., 1982, pp837-848.

[12] Jolley G. & Holdworth S. R., "Ductile Fracture Initiation and Propagation in Ferritic S. G. Spheroidal Graphite Cast Iron" IFC4, 1977, 2, pp403-413. Waterloo, Canada.

SUMMARY

Several cast irons, gray and nodular, were tested obtaining Jic, COD and Kq parameters in accordance, with some limitations, the ASTM E813, BS5762 and ASTM E399 standards respectively. The different Toughness paramenters were comparatively evaluated among them, and also with temperature, other mechanical properties and graphite morphology.

TENACIDADE DO AÇO ABNT 4137 H AVALIADA PELA MECÂNICA DA FRATURA ELASTO-PLÁSTICA

ACIRES DIAS
EDISON DA ROSA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA — UFSC

SUMÁRIO

Usando os conceitos do integral J, do deslocamento de abertura da trinca, do método de Dowling e Townley, a tenacidade foi avaliada no patamar superior do aço ABNT 4137. Foram realizados inúmeros ensaios, com corpos de prova CT e de flexão em três pontos, para temperaturas de revenido de 400°C e 500°C. Os resultados experimentais ao serem avaliados pelos diferentes métodos apresentaram uma concordância razoável

INTRODUÇÃO

O estudo da tenacidade do aço ABNT 4137 H, foi motivado devido ser este um aço de ampla utilização comercial. Dentre os vários métodos que abordam a Mecânica da Fratura Elasto Plástica (MFEP), selecionou-se os métodos da integral J, do Deslocamento de Abertura da Trinca (COD) e de Dowling e Townley, por entender-se serem estes os mais abrangentes. Trabalhou-se com os corpos de prova de tipo compacto (CT)e de flexão em três pontos [2] temperados, e revenidos a 400 °C e 500 °C.

Os estudos desenvolvidos pela Mecânica da Fratura Elástica Linear (MFEL) levam a um parâmetro que caracteriza o campo de tensões na extremidade da trinca. A determinação deste parâmetro torna-se um pouco limitado dentro da MFEL, devido a diversos efeitos que podem ser gerados por temperatura, dimensões, tratamento térmico, solda entre outros. Estes efeitos normalmente provocam uma plastificação no extremo da descontinuidade limitando o uso da MFEL. O estudo desta plastificação é o ponto fundamental na Mecânica da Fratura. O objetivo final é poder representar o campo de tensões no extremo da trinca, por um parâmetro caracterizador deste campo , de forma que venha a ser função das dimensões da estrutura, das propriedades do material e do carregamento aplicado.

MÉTODOS DE ANÁLISE DA MFEP

Integral J. Rice [7] definiu a integral J, para um material homogêneo elástico, linear ou não linear, livre de forças internas e sujeito a um campo de deformação bidimensional no plano x,y (para o estado plano de deformações (EPD), estado plano de tensões (EPT) ou anti-plano de deformações), como sendo uma integral de linha ao longo de uma curva em torno da extremidade de um entalhe, sendo representado matematicamente por,

$$J = \int \left(w\,dy - \vec{T}\,\frac{\partial u}{\partial x}\,ds \right) \qquad (1)$$

onde $\vec{T}$ é o vetor tensão, perpendicular a Γ, tomado para fora da curva, u o vetor deslocamento, ds um elemento de arco ao longo de Γ, w é a função densidade de energia, e Γ a curva que inicia-se na parte inferior do entalhe e segue contornando a trinca no sentido anti-horário até atingir a superfície superior do entalhe.

Se o contorno for feito coincidente com o extremo do entalhe, desde que este não seja agudo, pode-se tornar a integral J dependente somente do campo local de deformações. Se estiver sobre a extremidade do entalhe ($\Gamma=\Gamma_t$), tem-se $\vec{T}=0$, dado que a superfície livre no entalhe não esta carregada. Assim,

$$J = \int_{\Gamma_t} w\,dy \qquad (2)$$

de forma que J representa uma medida da deformação no extremo do entalhe [7]. Por isso, pode-se usar a integral J na Mecânica da Fratura Elástica Não Linear, e ainda como um parâmetro caracterizador da singularidade na raiz da trinca, tal como acontece com o fator de intensidade de tensões na MFEL, K_I.

Para $\Gamma=\Gamma_t$, a integral J se identifica com a taxa de liberação de energia G, para um corpo elástico linear, que num estado plano de tensão (EPT), é representado por,

$$J_I = G_I = \frac{K_I^2}{E} \qquad (3)$$

e para o estado plano de deformações (EPD),

$$J_{IC} = G_{IC} = \frac{K_{IC}^2}{E}(1-\upsilon) \qquad (4)$$

sendo E o módulo de elasticidade e υ o coeficiente de Poisson [1],[5].

Deslocamento de Abertura da Trinca (COD). O COD é um metodo da Mecanica da Fratura, cuja aplicação pode se dar em situações em que a MFEL for superada. Com a presença da zona plástica no extremo da trinca, haverá um movimento de separação das faces, ocorrendo aumento da abertura do fundo do entalhe, sem que haja propagação do seu comprimento. Este movimento é representado por COD ou δ.

O valor do COD é estimado a partir dos testes experimentais, utilizando-se um extensômetro montado no corpo de prova [2],[5]. A leitura do deslocamento das lâminas do extensometro, Vg, se dá continuamente , sendo registrado num gráfico carga-deslocamento. O COD causado pela plastificação sob carga estática é calculado a partir de Vg, usando o modelo de trinca de Dugdale-Barenblat [5].

Método de Dowling e Townley. Dowling e Townley [1],[4] desenvolveram um processo de previsão de falhas de elementos estruturais, contendo ou não defeitos, cuja análise pode ser aplicada sobre um estado de fratura totalmente frágil, dentro da MFEL, ou sobre um estado de falha com uma plastificação generalizada no material. Com base na equação que fornece a tensão de falha da estrutura desenvolvida por Heal, Spink e Worthington, propuseram um trabalho final que resultou

no desenvolvimento de um diagrama de previsão de falhas. Os pontos críticos deste diagrama são definidos na ordenada por uma relação entre o fator de intensidade de tensão e a tenacidade de fratura no EPD, baseados nos princípios do MFEL, e na abcissa pela relação entre a carga aplicada e a carga de colapso, segundo a nálise limite. Para maior facilidade na utilização deste diagrama, Dowling e Townley plotaram na ordenada uma relação entre a carga de falha real L_f e a carga de falha prevista pela MFEL L_K, e na abcissa uma relação entre L_f e a carga de falha prevista pela análise limite L_u[1],[4], tal que,

$$\frac{L_f}{L_k} = \frac{L_f}{L_u}\,\frac{8}{\pi^2}\,\left[\ln\left(\sec\frac{\pi}{2}\,\frac{L_f}{L_u}\right)\right]^{-\frac{1}{2}} \qquad (5)$$

CARACTERÍSTICAS PRINCIPAIS DO AÇO ABNT 4137 H E CONDIÇÕES DE ENSAIO.

Os resultados práticos aqui obtidos tem por objetivo, também auxiliar no dimensionamento e previsão de falha de estruturas, razão pelo qual escolheu-se um aço tipo comercial, ABNT 4137 H, laminado, de larga aplicação em diferentes componentes da indústria mecânica.

Os corpos de prova foram temperados a 850°C, com resfriamento em óleo, sendo que optou-se pelo revenimento à 400°C e 500°C devido ter-se comprovado experimentalmente que nesta faixa de revenimento, o aço apresentava as melhores características de resistência e tenacidade. As características mecânicas foram levantadas sobre corpos de prova de tração simples. Obteve-se experimentalmente através de corpos de prova Charpy,ensaiados a temperaturas que variaram de -80°C até 40°C, a curva de energia no ensaio de impacto. A zona de transição ficou perfeitamente definido entre -20°C e 0°C. A energia no patamar inferior permaneceu praticamente constante, em torno de 34 Joules, até a temperatura de -30°C, enquanto que para o patamar superior ela estabilizou a partir de 10°C, em 98 Joules.

A análise micrográfica do material mostrou que a estrutura do aço ABNT 4137 H, temperado e revenido, é constituido basicamente de martensítica revenido, notando-se uma estrutura tipicamente acicular [5].

Os corpos de prova sofreram entalhamento perpendicular ao sentido de laminação, uns com raio finito no fundo do entalhe e outros com fissuramento por fadiga obtido a patir de um entalhe inicial [2],[3]. O comprimento de fissura e as cargas máximas e mínimas aplicadas para a propagação da trinca por fadiga, seguiram recomendações do ASTM E 399 [2], enquanto a frequência de carregamento esteve em torno de 10 ciclos por segundo. Através do processo de eletro-erosão, obteve-se para os corpos de prova não fadigados, um raio no fundo do entalhe de 0,2 mm.

Os corpos de prova do tipo CT e flexão em três pontos, foram ensaiados na máquina MTS-810, com capacidade para 100kN, a temperatura ambiente de 25°C. A velocidade de deslocamento do êmbolo foi 0,001 mm/seg.

A capacidade de carga da máquina de ensaio MTS-810 limitou as dimensões dos corpos de prova CT e deflexão em três pontos. Estas foram obtidas a partir das características mecânicas do aço estudado e pelo método de Dowling e Townley, obedecendo os seguintes critérios iniciais: uma primeira série com B e W constantes e a/W variáveis, uma segunda série com a/W constantes e B variável e uma terceira série com W constante e B e a/W variáveis [5], sendo B a espessura do espécime, W a altura e a o comprimento da trinca. Algumas limitações na obtenção dos corpos de prova e nos ensaios, alteraram um pouco os lotes de corpos de prova em relação aos critérios iniciais. Nas tabelas 1 e 2 estão as principais dimensões dos corpos de prova CT e de flexão respectivamente.

As medições do deslocamento de abertura da trinca (COD) foram obtidas com auxílio do extensômetro modelo 63203C - 20 MTS, série 312, instalados no espécime conforme recomendações da ASTM E 399 [2]. A história do comportamento do corpo de prova à solicitação, foi assim obtida: no registrador da MTS a curva carga-deslocamento de abertura da trinca (FxVg) e num registrador auxiliar a curva carga deslocamento da célula de carga (FxΔ), como mostra a figura-1, para os espécimes do tipo CT e flexão em três pontos.

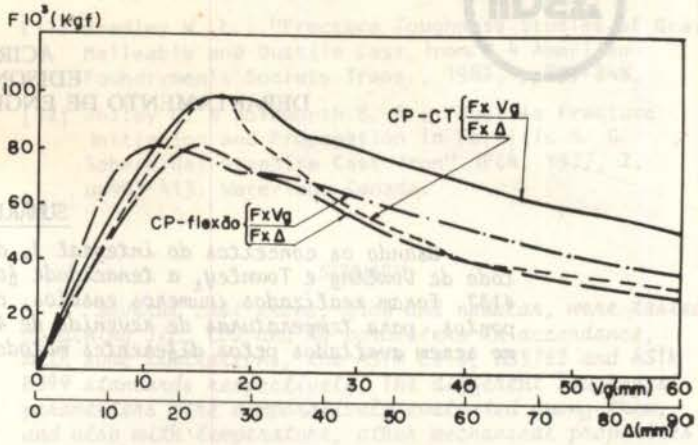


Figura-1. Curvas carga-deslocamento de abertura do extensômetro (FxVg) e carga-deslocamento do ponto de aplicação da carga (FxΔ), para corpo de prova (CP) do tipo CT nº 21, e flexão nº 22, revenidos a 500°C.

Para se obter a história do ensaio de forma mais completa, fez-se simultâneamente aos gráficos, fotografias que registraram o comportamento do espécime à solicitação, e em alguns casos, foi possível fotografar o avanço da zona plástica na frente da trinca [5].

CÁLCULO E ANÁLISE DOS RESULTADOS.

A partir dos critérios de análise fornecidos pelos métodos desenvolvidos, confrontar-se-á os resultados dos ensaios executados sobre os corpos de prova. Como os espécimes do mesmo tipo, apresentaram resultados experimentais próximos entre si, foi considerado a média dos valores obtidos experimentalmente como base para os cálculos.

Não foi possível determinar a carga de fratura, ou seja o instante em que iniciava a propagação da trinca. Isto ocorreu em virtude do pequeno número de corpos de prova disponíveis para o ensaio, impossibilitando a realização da quantidade de ensaios necessários, para a identificação deste instante. Este fato limitou a obtenção de J_c, δ_c bem como K_c.

Integral J. A partir das curvas FxVg e FxΔ obtidas experimentalmente (fig.-1) foi levantado as curvas de F/BxJ para os corpos de prova CT e deflexão, respectivamente figuras 2 e 3. Na determinação da integral J, considerou-se para os espécimes compactos, os deslocamento elásticos Δ_e e plásticos Δ_p separadamente, enquanto para os espécimes de flexão o cálculo foi feito a partir do deslocamento total $\Delta = \Delta_e + \Delta_p$ [5]. Estas curvas fornecem os valores de J para diversos níveis de carregamento. No ponto de carga máxima obtém-se $J_{máx.}$, que relacionado com as equações 3 e 4, nos respectivos estados de fratura, estima-se o fator de intensidade de tensões K_{IJ}, indicados nas tabelas 1 e 2.

Para os corpos de prova revenido a 500°C a carga tende a um ponto máximo muito lentamente, (fig.-1) devido ao deslocamento acentuado, influênciando sobremaneira o valor de $J_{máx.}$ e da tenacidade correspondente. Para os revenidos a 400°C, o aumento de $J_{máx.}$ se dá diretamente proporcional a $F_{máx.}$.

Deslocamento de Abertura da Trinca - COD. Os valores de δ para carga máxima são apresentadas nas tabelas 1 e 2.

Nas curvas do COD x Δ(deslocamento do ponto de aplicação da carga) para corpos de prova de flexão, revenido a 400°C (fig.-4) com a/w=0,5, vê-se que Δ tem de ser aumentado consideràvelmente para um mesmo δ,

quando se varia a espessura dos corpos de prova de 12 mm até 30 mm. Nos espécimes de flexão revenidos a 500°C, considerando-se B=12 mm, w=2.B e variando a/w observa-se que quanto menor for a/w menor deverá ser o deslocamento do ponto de aplicação da carga, para causar o mesmo COD. Este comportamento também ocorre com os espécimes CT, ambos representados na figura 5. Para outro conjunto de corpos de prova de flexão apresentados na figura 6 nota-se que a/w é marcante no comportamento de δxΔ, podendo porém, ser despresíveis as influências de espessura B e altura w, na determinação do COD. [5]

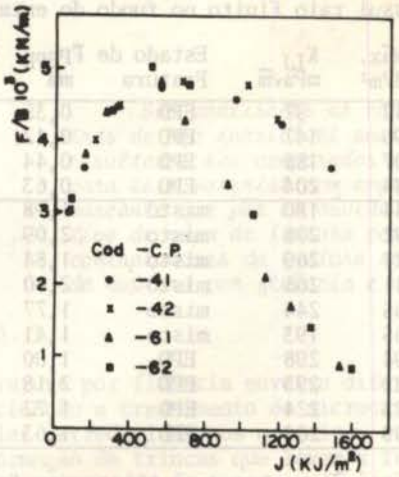


Figura-2. Curva F/B x J para corpos de prova tipo CT, com B=6,1 e a/w=0,5, revenidos a 500°C.

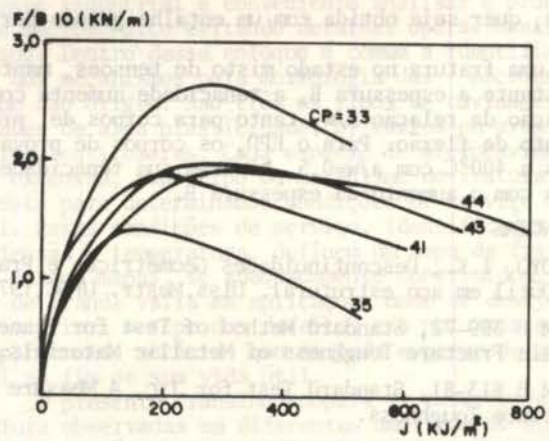


Figura-3. Curva F/B x J para corpos de prova de flexão, w=24 mm, a/w=0,5 e B variável, revenido a 500°C.

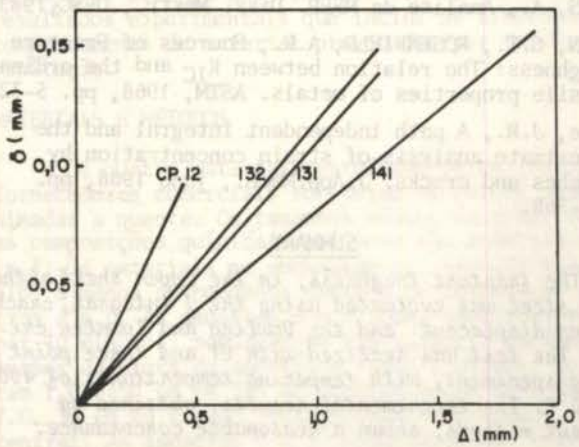


Figura-4. Curvas deslocamento de abertura de trinca(δ) x deslocamento do ponto de aplicação da carga (Δ). CP flexão, revenido 400°C e a/w=0,5.

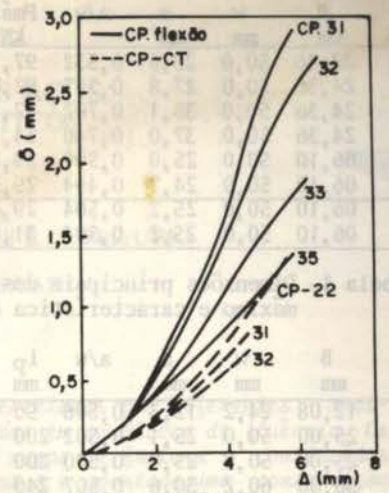


Figura-5. CP flexão, B=12 mm, CP tipo CT, B=24,4 mm ambos com a/w variável, revenido a 500°C.

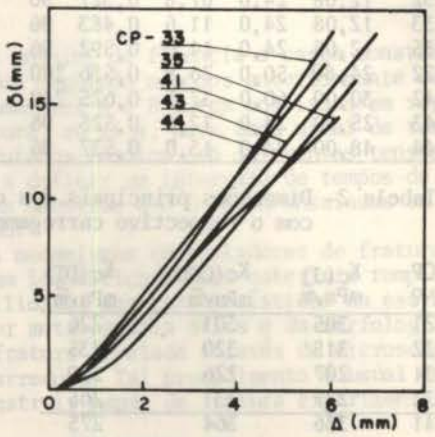


Figura-6. COD x Δ, para CP de flexão com w=24,4 mm, a/w=0,5 e B variável.

Método de Dowling e Townley. O fator de intensidade de tensoes pelo metodo de Dowling e Townley ($K_C(DT)$), foi também obtido para carga máxima. Com ele e mais as características geométricas e de fratura dos corpos de prova identificou-se o estado de fratura, EPD, EPT ou misto. (tab. 1 e 2) [4],[5],[6].

Observou-se que os corpos de prova revenidos a 400°C, tiveram a carga de falha real muito próxima da carga de falha prevista pela MFEL, como o esperado. Para os espécimes revenidos a 500°C, tanto CT quanto de flexão, houve uma variação ora para a MFEL, ora para a carga dd falha prevista pela Análise Limite, com maior predominância desta última.

Nas tabelas 3 e 4 faz-se uma comparação dos valores do fator de intensidade de tensões calculado a partir da carga máxima, entre os métodos da integral J, do COD e Dowling e Townley para os corpos de prova CT e de flexão em três pontos. Os três métodos mantêm boa aproximação dos resultados tanto para o EPD, EPT, como o estado misto, sendo que entre a integral J e o COD, esta aproximação é ainda mais estreita.

CONCLUSÕES

Os limites de validade da ASTM E 399, foram excedidos por todos os corpos de prova, não acontecendo o mesmo em relação a ASTM E 813. Observa-se também, que os valores do fator de intensidade de tensão crítico foram considerados consistentes, constatando que para os corpos de prova de flexão o método de Dowling e Townley apresentou maior coerência, enquanto que para os corpos de prova CT esta ocorreu com a integral J. As cargas de falha calculadas a partir de Dowling e Townley ficaram muito próximas daquelas obtidas nos en-

	Nº CP	B mm	w mm	a mm	a/w	Pmáx. kN	δPmáx. mm	ΔePmáx. mm	ΔpPmáx. mm	Jmáx. KJ/m²	K_{IJ} mPa$\sqrt{m}$	Estado de Fratura	r_{PEPD} mm	r_{PEPT} mm
Rev. a 500°C	21	24,36	50,0	26,6	0,532	97,7	0,39	1,32	1,25	413	305	misto	2,09	5,92
	22	24,36	50,0	27,8	0,557	92,0	0,44	1,48	1,23	440	315	misto	2,26	6,39
	31	24,36	50,0	35,1	0,702	42,7	0,22	1,48	0,34	191	207	misto	2,14	6,07
	32	24,36	50,0	37,0	0,740	34,1	0,23	1,14	0,74	229	227	misto	2,87	8,13
	41	06,10	50,0	25,0	0,500	29,6	0,57	0,93	1,24	552	336	EPT	3,09	8,76
	42	06,10	50,0	24,7	0,494	29,5	0,65	0,95	1,46	670	370	EPT	2,75	7,77
	61	06,10	50,0	25,2	0,504	29,7	0,56	1,10	1,16	546	334	EPT	3,39	9,61
	62	06,10	50,0	25,2	0,504	31,0	0,56	1,05	1,05	513	324	EPT	4,46	12,61

Tabela 1- Dimensões principais dos corpos de prova CT, revenidos a 500°C com resprectivo carregamento máximo e característica de fratura. O CP 61 e 62 possui raio finito no fundo do entalhe.

	Nº CP	B mm	w mm	a mm	a/w	L_p mm	Pmáx. kN	δPmáx. mm	ΔPmáx. mm	Jmáx. KJ/m²	K_{IJ} mPa$\sqrt{m}$	Estado de Fratura	r_{PEPD} mm	r_{PEPT} mm
Rev.a400°C	12	12,08	24,2	12,3	0,508	96	16,38	0,08	0,40	42	97	EPD	0,35	
	131	25,00	50,0	25,1	0,502	200	55,46	0,13	1,18	96	147	EPD	0,42	
	132	25,00	50,0	25,0	0,500	200	56,60	0,14	1,18	107	155	EPD	0,44	
	44	30,00	60,2	30,6	0,507	240	87,31	0,17	1,96	184	204	EPD	0,63	
Rev. a 500°C	111	06,20	12,4	06,4	0,512	48	07,36	0,14	0,59	144	180	misto	1,98	5,61
	41	06,20	24,0	12,5	0,520	96	11,67	0,20	0,97	192	208	misto	2,09	5,92
	31	12,08	24,0	07,2	0,297	96	48,95	0,23	1,19	321	269	misto	1,84	5,21
	32	12,08	24,0	07,8	0,327	96	45,91	0,21	1,18	311	265	misto	2,00	5,66
	33	12,08	24,0	11,6	0,483	96	32,47	0,17	1,06	265	244	misto	1,77	5,01
	35	12,08	24,0	14,6	0,592	96	17,26	0,15	0,97	165	193	misto	1,41	4,00
	22	24,80	50,0	26,8	0,536	200	81,32	0,31	2,25	394	298	EPD	1,80	
	142	30,00	60,0	37,5	0,625	240	82,40	0,34	2,58	382	293	EPD	2,18	
	43	25,00	24,0	12,6	0,525	96	49,24	0,18	1,14	223	224	EPD	1,72	
	44	48,00	24,0	13,0	0,537	96	41,92	0,20	1,57	309	264	EPD	1,63	

Tabela 2- Dimensões principais dos corpos de prova de flexão em três pontos, com trinca por fadiga com o respectivo carregamento máximo e característica de fratura.

	CP Nº	K_c(J) mPa$\sqrt{m}$	K_c(COD) mPa$\sqrt{m}$	K_c(DT) mPa$\sqrt{m}$
EPD + EPT	21	305	301	226
	22	315	320	235
	31	207	226	229
	32	227	231	265
EPT	41	336	364	275
	42	370	389	259
	61	334	361	288
	62	324	361	330

Tabela 3- Resultados comparativos dos valores de Kc para três métodos da MFEP, em corpos de prova CT.

	CP Nº	K_c(J) mPa$\sqrt{m}$	K_c(COD) mPa$\sqrt{m}$	K_c(DT) mPa$\sqrt{m}$
EPD	12	97	141	101
	131	147	179	110
	132	155	186	135
	141	204	205	114
EPD	22	298	272	210
	142	293	285	231
	43	224	208	205
	44	264	219	200
EPD + EPT	111	180	183	220
	41	208	219	226
	31	269	235	212
	32	265	224	221
	33	244	202	208
	35	193	190	186

Tabela 4- Resultados comparativos dos valores de Kc para três métodos da MFEP em corpos de prova de flexão em três pontos.

saios experimentais. A partir destas constatações iniciais, conclui-se que;

- Para aços de utilização comercial, o emprego dos métodos da MFEP, seguindo orientação da ASTM 813, é a maneira mais segura para determinar a tenacidade do material.
- A tenacidade não sofreu praticamente influência, quer seja obtida a partir de CPs com raio finito no fundo do entalhe, quer seja obtida com um entalhe gerado por fadiga.
- Para uma fratura no estado misto de tensões, mantendo constante a espessura B, a tenacidade aumenta com a diminuição da relação a/w, tanto para corpos de prova CT quanto de flexão. Para o EPD, os corpos de prova revenidos a 400°C com a/w=0,5, tiveram sua tenacidade aumentada com o aumento da espessura B.

REFERÊNCIAS

1- ARROYO, I.K., Descontinuidades Geométricas e Fratura Dútil em aço estrutural. Diss.Mestr. UFSC,1979.

2- ASTM E 399-72, Standard Method of Test for Plane Strain Fracture Toughness of Metallic Materials.

3- ASTM E 813-81, Standard Test for J_{IC}, A Measure of Fracture Toughness.

4- DARLASTON, B.J.L., The CEGB two criteria proposal. Developments in pressure vessel technology-1. Editer R.W. Nichols, Apllied Science Publishers Ltd, London, 1979.

5- DIAS, A., Análise da MFEP. Diss. Mestr., UFSC,1983.

6- HAHN, G.T., ROSENFIELD, A.R., Sources of Fracture Toughness: The relation between K_{IC} and the ordinary tensile properties of metals. ASTM, 1968, pp. 5-32.

7- Rice, J.R., A path independent integral and the aproximate analysis of strain concentration by notches and cracks. J.App.Mech., june 1968, pp. 379-368.

SUMMARY

The fracture toughness, in the upper shelf of the 4137 H steel was evoluated using the J integral, crack openning displacent and the Dowling and Townley criteria. The test was realized with CT and three point bending specimens, with tempering temperatures of 400°C and 500°C. The experimental results, obtained by different methods, shown a reasonable concordance.

MAPAS DE FRATURA DOS AÇOS INOXIDÁVEIS AUSTENÍTICOS

TITO LUIZ DA SILVEIRA
FACULDADE DE ENG. SOUZA MARQUES E COPPE/UFRJ
I. LE MAY
UNIVERSITY OF SASKATCHEWAN

SUMÁRIO

São analisadas as características de fratura apresentadas por diferentes amostras de aço inoxidável austenítico tipo AISI 316 rompidas em condições de fluência. Os resultados são comparados com as previsões baseadas em mapas de fratura construídos para esse material com emprego de equações constitutivas e é apontada uma contradição marcante que põe em dúvida a validade desses mapas. Como alternativa, é proposto novo tipo de mapa de fratura por fluência para o material onde os domínios dos mecanismos controladores da fratura são definidos em função da ductilidade observada em ensaios de ruptura por fluência e da temperatura.

INTRODUÇÃO

A fratura por fluência envolve diferentes mecanismos de nucleação e crescimento de microcavidades. Os danos por eles introduzidos nos materiais evoluem, dando origem a formação de trincas que levam a fratura. A natureza dos mecanismos de fratura por fluência tem sido amplamente discutida e revisões sobre o tema são publicadas com certa frequência [1,2]. Do ponto de vista do interesse induatrial é conveniente analisar o problema de modo macroscópico evitando detalhes operacionais controversos. Dentro desse enfoque é comum a identificação geral dos mecanismos pela morfologia das microcavidades a que dão origem. São três os tipos de cavidades: a) cavidades de alta plasticidade, b) vazios em aresta e c) vazios lenticulares. Cada espécie de microcavidade, e por extensão, cada tipo de mecanismo de fratura, se manifesta para determinadas condições de serviço do material. Essas condições de serviço, identificadas no espaço tensão x temperatura, definem um mapa de fratura. O uso desses mapas, se adequadamente construídos, pode ser de grande valia em aplicações onde se deseje conhecer a priori o tipo dos defeitos e a natureza geral do comportamento mecânico que se pode esperar de um material ao fim de sua vida útil.

O presente trabalho compara as características de fratura observadas em diferentes amostras de aço inoxidável austenítico AISI 316 com as indicações de mapas de fratura construídos para essa classe de material com base em equações constitutivas [3]. As contradições verificadas são apontadas e propõe-se uma nova formulação de mapa de fratura por fluência construído a partir de resultados experimentais que inclui as alterações de comportamento do material provocadas por reações de precipitação.

MATERIAIS E MÉTODOS

Os quatro materiais estudados foram obtidos em fornecedores comerciais sob forma de barras redondas laminadas a quente. Os tamanhos médios de grão, T.G., e as composições químicas em % peso são indicados na Tabela 1. Os materiais se enquadram na classificação AISI 316, a menos de pequenos desvios de composição nas amostras A e D. As amostras A e B foram recozidas a 1100°C por 40 minutos, seguindo-se resfriamento em água. Os corpos de prova da amostra A, após tratados, apresentaram T.G. 250 μm em 70% da área da seção reta útil e T.G. 30 μm na fração restante que corresponde a região central. As amostras C e D foram ensaiadas como recebidas. A amostra C apresentou T.G. 45 um em regiões livres de carbonetos e T.G. 23 μm em regiões ricas de carbonetos predominantemente intragranulares. As características dessa amostra indicam uma temperatura baixa no acabamento de laminação.

Os ensaios de fluência a carga constante foram realizados seguindo métodos anteriormente descritos [4, 5]. As amostras A e B foram ensaiadas em regime de isotemperatura, ou seja, para cada nível de temperatura foram executados ensaios sob diferentes tensões iniciais de modo a definir um intervalo de tempos de ruptura adequado. As amostras C e D foram ensaiadas em regime de isotensão.

Os mecanismos controladores de fratura por fluência foram identificados nos materiais rompidos a partir da ductilidade, das características da estrutura observadas por metalografia ótica e da morfologia da superfície de fratura revelada através de microscopia eletrônica de varredura. Tal procedimento é usual quando se deseja construir mapas de fratura experimentais [6].

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Figura 1 apresenta uma curva de referência de Larson-Miller que permite comparar as amostras estudadas levando em conta as tensões iniciais, as temperaturas de ensaio e os tempos de ruptura por fluência. As amostras A, B e D reagem de modo semelhante. A amostra C é muito menos resistente que as demais para temperaturas além de 650°C quando seus tempos de ruptura são inferiores aos da amostra D por fatores que variam entre 10 e 100 vezes. Esse comportamento é atribuído às reações de precipitação que evoluem rapidamente nessa amostra com a formação intensiva de ferrita nos contornos de grão. Tal característica, que não é comum nos aços AISI 316 laminados a quente, resulta do empobrecimento de elementos de liga ocasionado pela formação extensiva de carbonetos durante o acabamento de laminação em temperatura relativamente baixa [4]. Entre os demais materiais é possível observar diferenças significativas na ruptura ainda que consideradas normais. Assim o material A resiste por mais tempo à ruptura por fluência do que o material B. Essa diferença, da ordem de um fator 2, se manifesta na Figura 1 pela posição relativa de material A, que para mesma tensão aplicada apresenta índices de Larson-Miller superiores aos do material B. A justificativa para essas diferenças relativamente pequenas entre as amostras A, B e D, assim como para a grande diferença destas para a amostra C é a mesma. Os aços inoxidáveis austeníticos são ligas de estrutura complexa cujo comportamento mecânico é sugeito à ação de inúmeras variáveis endógenas, muitas vezes de difícil caracterização e que são relacionadas com composição química e história termomecânica.

A ductilidade apurada na ruptura através da redução de área varia em cada material conforme as condições de temperatura e tensão. A Figura 2 apresenta resultados para os materiais A e B ensaiados em regime de isotemperatura e a Figura 3 para os materiais C e D ensaiados em regime de isotensão. O modelo para os qua-

tro materiais é o mesmo, apesar das diferenças antes comentadas quanto a resistência a fluência. A ductilidade cresce com a tensão aplicada e avaria inversamente com o tempo de ruptura. A ductilidade cresce com a temperatura entre 600 e 700°C estabilizando-se até ser atingida uma temperatura que, combinada com a duração do ensaio, permita reações de precipitação em qualidade e extensão capazes de comprometê-la. Os produtos dessas reações têm sido identificados como carbonetos, ferrita, fase sigma, Chin e Laves [7]. A perda de ductilidade associada a precipitação resulta da interferência que as segundas fases exercem sobre o deslizamento de contorno de grão assim como sobre a nucleação e o crescimento seja de vazios em aresta, seja de vazios lenticulares. A cinética da precipitação não é bem conhecida. Ela varia de amostra em amostra influenciada pela história termomecânica [8,9] e pela presença de uma taxa de deformação [10]. Evidências metalográficas permitem caracterizar a ocorrência dessas reações no material B a 800°C e baixas tensões de ensaio, no material D ensaiado a 46.3 MN/m^2 e no material C além de 650°C.

Tabela 1 - Características materiais.

AMOSTRA	A	B	C	D	AISI 316
T.G. em (μm)	30-250	80	23-45	90	--
C	0,07	0,05	0,05	0,04	0,08 máx
Cr	18,3	17,7	16,8	19,0	16-18
Ni	12,5	12,2	11,8	10,9	10-14
Mo	2,55	2,07	2,21	1,70	2-3
Mn	1,72	0,73	1,68	0,85	2,0 máx
Si	0,50	0,40	0,44	0,40	1,0 máx
P	0,026	0,035	0,023	0,04	0,045 máx
S	0,014	0,018	0,012	0,04	0,030 máx

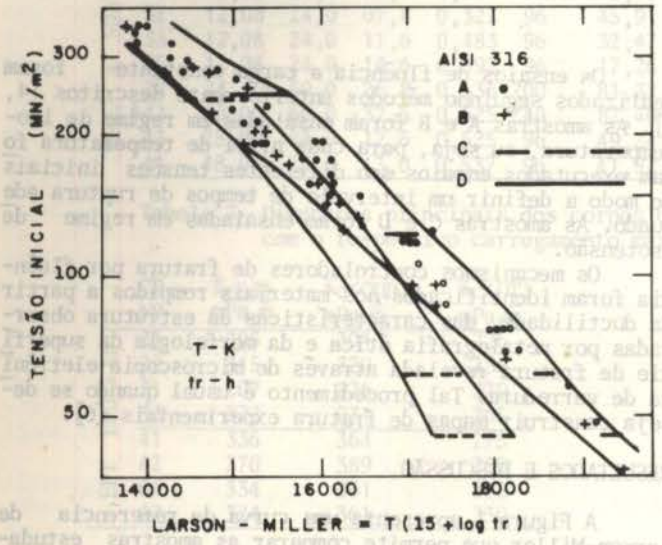


Figura 1 - Curva de referência L.M. para as quatro amostras estudadas.

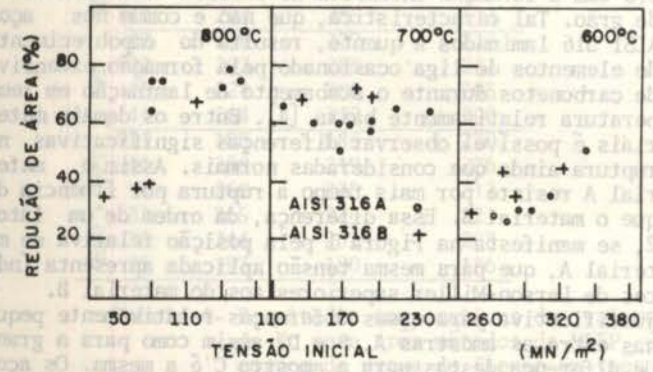


Figura 2 - Variação da ductilidade com a tensão inicial para as amostras A e B rompidas em diferentes níveis de temperatura.

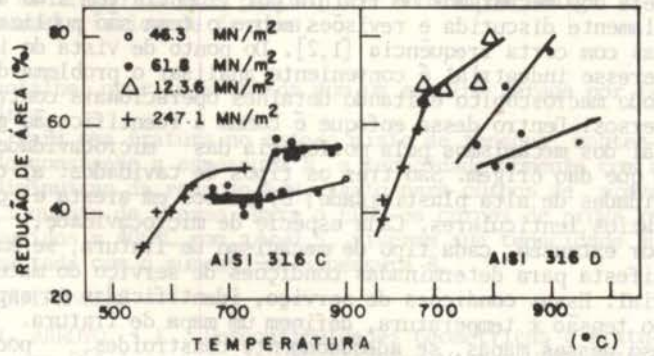


Figura 3 - Variação da ductilidade com a temperatura para as amostras C e D ensaiadas sob diferentes níveis de tensão.

A Figura 4 apresenta aspectos fratográficos e metalográficos típicos observados para os mecanismos de fratura por vazios em aresta, de fratura transgranular de alta plasticidade e para o que se convencionou chamar de fratura associada a precipitação. Quando ocorre a fratura por vazios em aresta, esta pode ser integralmente intergranular, ou pode, como nas Figuras 4(a) e 4(b), apresentar áreas intergranulares lisas que correspondem aos vazios em aresta adjacentes a áreas de propagação transgranular caracterizadas pela presença de microcovas indicativas de um processo de alta plasticidade. A morfologia associada a reações de precipitação varia podendo eventualmente envolver processos de corrosão intergranular que progridem através das segundas fases que recobrem os contornos. As Figuras 4(e) e 4(f) exemplificam o fenômeno.

A Figura 5 apresenta um mapa de fratura construído para o aço AISI 316 com base em equações constitutivas propostas para modelar os mecanismos de fratura por fluência [3]. O campo de domínio de um mecanismo representa as condições de tensão e temperatura para as quais a equação constitutiva do mecanismo indica tempos de ruptura inferiores aos das demais equações. Uma vantagem que esses mapas apresentam sobre os mapas construídos a partir dos resultados experimentais [6] é que permitem considerar a influência do tamanho de grão enquanto que os últimos ficam limitados aos dados disponíveis.

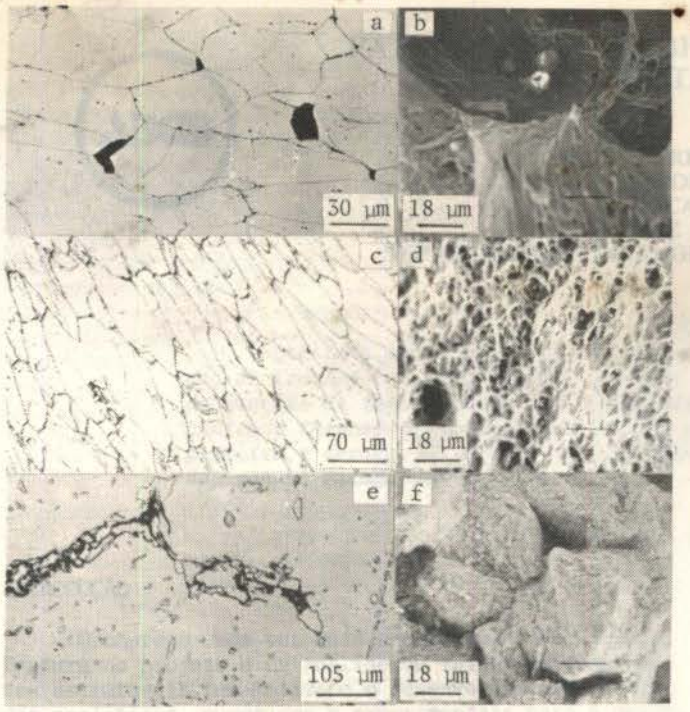


Figura 4 - Características micrográficas e fratográficas típicas para os três mecanismos de fratura observados no experimento: a, b) fratura por vazios em aresta; c, d) fratura transgranular; e, f) fratura associada a precipitação.

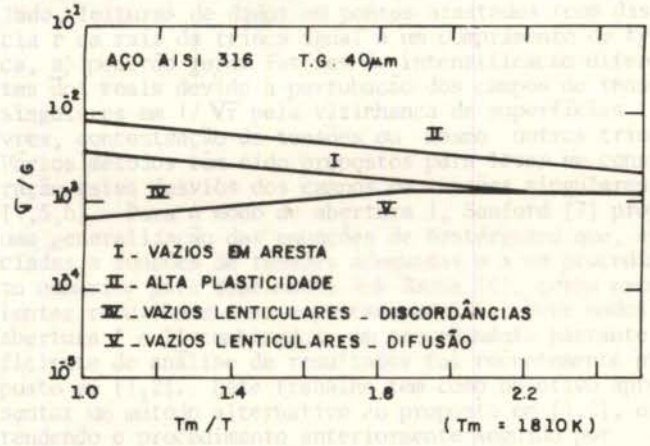


Figura 5 - Mapa de fratura construído para o aço AISI 316 com tamanho de grão 40 μm a partir de equações constitutivas [3].

A comparação entre os presentes resultados experimentais e o mapa da Figura 5 indica que é necessário incluir nesse último os limites de validade dos campos de mecanismos ali considerados que correspondam a ocorrência de fratura associada a precipitação.

A introdução desses limites deve partir de observações diretas já que não se dispõe de equações constitutivas para as diversas reações de precipitação. A ausência desses limites é mais uma omissão do que uma contradição. Observa-se, entretanto, uma contradição importante sobre este mapa, partindo de um ponto onde a fratura ocorra pela formação de vazios em aresta, é impossível chegar a fratura transgranular de alta plasticidade através de um simples aumento de temperatura ou de uma diminuição de tensão combinada com um aumento de temperatura. As Figuras 2, 3 e 4 demonstram que tal fato ocorre. Para que o mapa se ajustasse a realidade física seria preciso que a linha que separa os campos de domínio de fratura transgranular e da fratura por cavidades em aresta tivesse a inclinação invertida. Essa linha indica sobre o mapa o lugar geométrico dos pontos onde o tempo de ruptura produzido pela ação individual dos mecanismos, tal como indicado pelas respectivas equações constitutivas, se igualam. A equação desta linha é obtida igualando as equações constitutivas dos dois mecanismos e explicitando a tensão normalizada σ/G em função do inverso da temperatura normalizada Tm/T. A necessidade da alteração da equação da linha põe em dúvida as equações constitutivas e comprometem o significado físico do mapa.

A Figura 6 propõe um mapa de fratura construído com base nos presentes resultados experimentais seguindo a metodologia proposta por Ashby e Col [6]. Inclui-se entre os mecanismos de fratura por fluência a fratura assistida por precipitação dado que se trata de um processo natural do material que tem características próprias e cuja importância tecnologica não pode ser desprezada. Os campos de domínio dos mecanismos são definidos em função de temperatura e ductilidade na ruptura por fluência representada pela redução de área. O emprego da ductilidade favorece a caracterização do mecanismo de fratura assistida por precipitação já que se trata de uma grandeza sensível a ação do mecanismo. Embora na sua construção sejam consideradas apenas quatro amostras, estas são suficientemente diversificadas, como demonstrado na Figura 1, para conferir alguma generalidade ao mapa. Uma limitação importante do mapa está na curta duração dos ensaios executados nas quatro amostras que não permite caracterizar o mecanismo de fratura por vazios lenticulares. Estima-se que o domínio desse mecanismo seja limitado superiormente pelo mecanismo de fratura por vazios em aresta e à direita pela fratura assistida por precipitação.

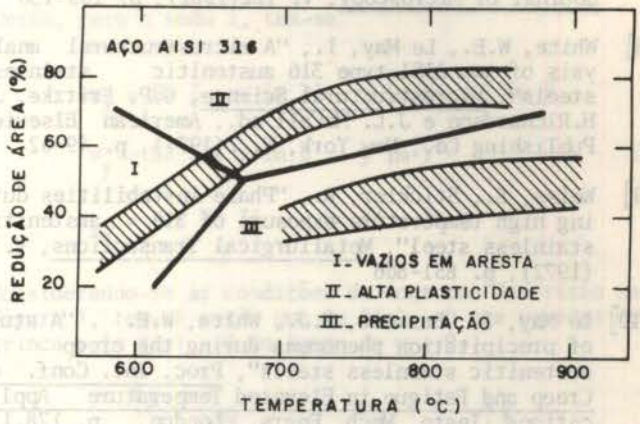


Figura 6 - Mapa de fratura experimental para o aço AISI 316 indicando a variação de ductilidade com a temperatura conforme o mecanismo controlador de processo.

CONCLUSÕES

a) Análise do comportamento de quatro amostras de aço AISI 316 indica a importância de se considerar entre os mecanismos de fratura por fluência a fratura assistida por precipitação.

b) Os mapas de deformação indicados na literatura por esse material, construidos a partir de equações constitutivas [3] não se prestam para descrever o comportamento do material.

c) Os domínios dos mecanismos de fratura por fluência, entre eles incluida a fratura assistida por precipitação, podem ser indicados através de mapas de fratura construidos a partir de resultados experimentais

em função da ductilidade e da temperatura.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho contou com o apoio financeiro de International Development Research Centre/Ottawa - Canada, através do contrato 3-P-84-1007-03.

BIBLIOGRAFIA

[1] Cavities and cracks in creep and fatigue, J.Gittus ed., Applied Science Publishers, London, (1981)

[2] Perspectives in creep fracture, M.F. Ashby e L.M. Brown eds., Pergamon Press; Oxford UK, (1983)

[3] Miller, D.A., Langdon, T.G., "Creep fracture maps for 316 stainless steel", Metallurgical Transactions A, V. 10A, (1979), p. 1635-1641

[4] White, W.E., Le May, I., Bassett, B.J., "Some effects of microstructure on the creep behavior of AISI 316 stainless steel", in "Elevated Temperature of austenitic stainless steels". A.O.Schaefer ed., American Society of Mechanical Engineers, New York, (1974), p. 1-17

[5] Silveira, T.L., Monteiro, S.N., "Ductilidade nos aços inoxidáveis 316 em fluência", Metalurgia ABM, V. 32(1976), p. 433-437

[6] Ashby, M.F., Gandhi, G., Taplin, D.M.R., "Fracture-mechanism maps and their construction for F.C.C. metals and alloys", Acta Metallurgica, V. 27(1979), p. 699-729

[7] Slattery, G.F., O'Riordan, P., Lambert, M.E., Green, S.M., "An integrated electron and optical metallographic procedure for the identification of precipitate phases in type 316 stainless steel", Journal of Microscopy, V. 122(1981), p. 109-130

[8] White, W.E., Le May, I., "A microstructural analysis of two AISI type 316 austenitic stainless steels", Microstructural Science, G.P. Fritzke, J. H.Richardson e J.L. McCall ed., American Elsevier Publishing Co., New York, V. 2(1974), p. 49-62

[9] Weiss, B., Stickler, R., "Phase instabilities during high temperature exposure of 316 austenitic stainless steel", Metallurgical Transactions, V. 3 (1972), p. 851-866

[10] Le May, I., Bassett, B.J., White, W.E. "A study of precipitation phenomena during the creep of austenitic stainless steels", Proc. Int. Conf. on Creep and Fatigue in Elevated Temperature Applications, Instn. Mech. Engrs., London, p. 178.1 - 178.6

SUMMARY

The creep fracture characteristics of different samples of AISI 316 austenitic stainless steel are analysed. The results are compared with maps based on constitutive equations. An important contradiction is pointed out and the physical meaning of the equations and of the map it self turns out doubtful. As an alternative it is proposed for this material a new type of experimentally built creep fracture map where the domains of the controlling mechanisms are stablished as a function of temperature and creep rupture ductility.



FATORES DE INTENSIFICAÇÃO DE TENSÃO PARA TRINCAS EM JUNTAS PLANAS SOLDADAS

TIAGO FERREIRA DA COSTA
COMPANHIA SIDERÚRGICA NACIONAL
JOSÉ RICARDO REBELLO
JOSÉ LUIZ FRANÇA FREIRE
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA — PUC/RJ

SUMÁRIO

Apresenta-se um método fotoelástico para determinação de fatores de intensificação de tensões com base na generalização das equações de Westergaard e na utilização de funções de tensão adequadas. O método proposto é então aplicado a junções soldadas contendo trincas usinadas ou propagadas por fadiga. Os bons resultados encontrados permitem o emprego do método em situações gerais envolvendo modos de abertura combinados para o estado plano.

INTRODUÇÃO

O emprego cada vez mais acentuado da Mecânica da Fratura no projeto e na análise de falhas de componentes estruturais tem motivado o desenvolvimento de métodos analíticos, numéricos e experimentais para a determinação de fatores de intensificação de tensão. Recentemente, métodos fotoelásticos vêm sendo cada vez mais empregados pelas suas vantagens de precisão e possibilidade de aplicação em casos bi e tri-dimensionais envolvendo geometrias e carregamentos complexos. Um dos problemas para a aplicação da fotoelasticidade está na necessidade de se coletar dados em regiões próximas à raiz das trincas. No campo muito próximo à raiz de uma trinca, efeitos devidos a plasticidade local, a deslocamentos acentuados, e a dificuldades experimentais, impossibilitam a análise correta dos dados [1-4]. Por outro lado, leituras de dados em pontos afastados (com distância r da raiz da trinca igual a um comprimento de trinca, a) poderão gerar fatores de intensificação diferentes dos reais devido à pertubação dos campos de tensões singulares em $1/\sqrt{r}$ pela vizinhança de superfícies livres, concentração de tensões ou mesmo outras trincas. Vários métodos têm sido propostos para levar em consideração estes desvios dos campos de tensões singulares [1,5,6]. Para o modo de abertura I, Sanford [7] propôs uma generalização das equações de Westergaard que, associadas a funções de tensões adequadas e a um procedimento numérico para tratamento dos dados [8], gerou excelentes resultados como reportado em [6]. Para modos de abertura I e II combinados, um procedimento bastante eficiente de análise de resultados foi recentemente proposto em [1,2]. Este trabalho tem como objetivo apresentar um método alternativo ao proposto em [1,2], estendendo o procedimento anteriormente seguido por Sanford [7], para problemas planos envolvendo modos de abertura de trinca combinados (I e II). Nas seções seguintes são apresentadas a formulação teórica e comentários sobre sua implementação numérica. O método desenvolvido é então aplicado à determinação de fatores de intensificação de tensão K_I e K_{II} para trincas próximas ao pé de cordões de solda que unem barras planas ortogonais submetidas a carregamentos trativos. Os resultados são comparados a resultados analíticos e numéricos já conhecidos para as geometrias analisadas concluindo-se então sobre a validade de utilização do método e da técnica experimental de introdução de trincas em modelos de junções soldadas com geometrias e carregamentos mais complexos.

EQUAÇÕES DE WESTERGAARD GENERALIZADAS

Para descrever completamente o estado de tensão em um ponto distante de r da ponta de uma trinca submetida ao modo de abertura I, Sanford [6] propôs a generalização das equações de Westergaard [9] a partir da seguinte função de tensão de Airy:

$$F = \mathrm{Re}\,\bar{\bar{Z}} + y\,\mathrm{Im}\,\bar{Z} + y\,\mathrm{Im}\,\bar{Y} \qquad (1)$$

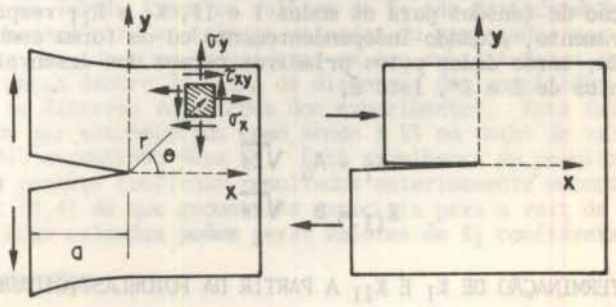
onde adota-se a seguinte convenção no decorrer desta seção:

$$Z = Z(z)\ ,\ Z' = dZ/dz\ ,\ \bar{Z} = d\bar{Z}/dz$$
$$z = x + iy\ ,\ \underline{z} = x - iy \qquad (2)$$

Então, para o modo I, tem-se

$$\sigma_x = \mathrm{Re}\,Z - y\,\mathrm{Im}\,Z' - y\,\mathrm{Im}\,Y' + 2\,\mathrm{Re}\,Y$$
$$\sigma_y = \mathrm{Re}\,Z + y\,\mathrm{Im}\,Z' + y\,\mathrm{Im}\,Y' \qquad (3)$$
$$\tau_{xy} = -y\,\mathrm{Re}\,Z' - y\,\mathrm{Re}\,Y' - \mathrm{Im}\,Y$$

Considerando-se as condições de contorno descritas na Figura 1, tem-se então que Re Z(z) = 0 nas paredes da trinca e Im Y(z) = 0 ao longo de y = 0.



MODO DE ABERTURA I — C.C. { (i) $\sigma_{y-0;\,y-0,\,x<0}$; (ii) $\tau_{xy-0;\,y-0}$

MODO DE ABERTURA II — C.C. { (iii) $\tau_{xy-0;\,y-0,\,x<0}$; (iv) $\sigma_{y=0;\,y-0}$

Figura 1. Modos de abertura I e II para trincas. Notação e condições de contorno.

Sanford apresentou [6] um par de funções Z(z) e Y(z) que satisfazem as condições acima; A_j e α_m sendo constantes reais:

$$Z(z) = \sum_{j=0}^{J} A_j \, z^{j-1/2}$$

$$Y(z) = \sum_{m=0}^{M} \alpha_m \, z^m \qquad (4)$$

Para o modo de abertura II buscou-se a função de tensão de Airy a partir de uma representação geral de forma complexa de uma função bi-harmônica, a saber:

$$F^* = \mathrm{Im}\,[\bar{z}\,\psi^*(z) + \chi^*(z)] \qquad (5)$$

Através de uma combinação e uma substituição de funções [10] demonstra-se que

$$F^* = -y\,\mathrm{Re}\,\bar{Z}^* + \mathrm{Im}\,\bar{\bar{Y}}^* - y\,\mathrm{Re}\,\bar{Y}^* \qquad (6)$$

$\therefore$

$$\begin{aligned} \sigma_x &= 2\,\mathrm{Im}\,Z^* + y\,\mathrm{Re}\,Z^{*\prime} + \mathrm{Im}\,Y^* + y\,\mathrm{Re}\,Y^{*\prime} \\ \sigma_y &= -y\,\mathrm{Re}\,Z^{*\prime} + \mathrm{Im}\,Y^* - y\,\mathrm{Re}\,Y^{*\prime} \\ \tau_{xy} &= \mathrm{Re}\,Z^* - y\,\mathrm{Im}\,Z^{*\prime} - y\,\mathrm{Im}\,Y^{*\prime} \end{aligned} \qquad (7)$$

Deste modo as condições de contorno descritas na Figura 1 se apresentam na mesma forma das condições para o modo I, i.e., $\mathrm{Im}\,Y^*(z) = 0$ para $y = 0$ e $\mathrm{Re}\,Z^*(z)=0$ nas paredes da trinca, o que possibilita definir um par de funções $Z^*(z)$ e $Y^*(z)$ similar a (4), ou seja,

$$Z^*(z) = \sum_{p=0}^{P} B_p \, z^{p-1/2}$$

$$Y^*(z) = \sum_{q=0}^{Q} \beta_q \, z^q \,, \quad B_p \,,\ \beta_q \ \text{c}^{\text{tes}} \ \text{reais} \qquad (8)$$

Este fato traz uma grande simplificação no desenvolvimento teórico e na implementação computacional.

Para um caso geral do estado plano de tensão, envolvendo a combinação dos modos de abertura I e II, as equações para as tensões podem ser conseguidas a partir da superposição de (3) e (7). Os fatores de intensificação de tensões para os modos I e II, K_I e K_{II} respectivamente, atuando independentemente ou de forma combinada, serão dados pelos primeiros termos dos desenvolvimentos de Z e Z*, isto é,

$$\begin{aligned} K_I &= A_o \sqrt{2\pi} \\ K_{II} &= B_o \sqrt{2\pi} \end{aligned} \qquad (9)$$

DETERMINAÇÃO DE K_I E K_{II} A PARTIR DA FOTOELASTICIDADE

Utilizando-se a superposição de (3) e (7) e sabendo-se que a tensão tangencial máxima no plano é obtida através da fotoelasticidade, [11], pode-se escrever a equação (10) abaixo,

$$4(\tau_{max})^2_{plano} = (N.f_\sigma/t)^2 = (\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 \qquad (10)$$

sendo N a ordem de franja no ponto estudado, t, a espessura do modelo e, f_σ, o valor da franja ou a calibração ótica do material do modelo.

Para cada ponto $z = re^{i\theta}$ próximo à raiz da trinca anotam-se as coordenadas r, θ e sua ordem de franja N. A solução da equação (10) fornecerá os valores de A_j, B_p, α_m e β_q. Os valores de K_I e K_{II} são então obtidos da equação (9). O procedimento adotado para a solução de (10) baseia-se num trabalho pioneiro de Sanford e Dally [8] para o modo de abertura I. Sanford e Dally propuseram a adoção do método de Newton-Raphson associado a um processo de ajustamento por mínimos quadrados de uma grande massa de dados experimentais. Em outras palavras, são fornecidos muito mais dados do que o número de incógnitas da equação (10). Este procedimento foi, também, anteriormente implementado em [1]. Para o presente trabalho, desenvolveu-se um programa de computador (FLAW) para calcular K_I, K_{II} e permitir uma avaliação dos resultados obtidos. As decisões sobre o número de parâmetros a serem utilizados nos problemas, isto é, J + M + B + Q, o número de dados a ser coletado, e as dimensões da região de coleta de dados não é trivial e precisa ser cuidadosamente analisada.

A avaliação dos resultados encontrados para K_I e K_{II} por este procedimento numérico de solução de (10) é feita de dois modos. O primeiro se baseia na comparação entre a distribuição de franjas real, que ocorre no contorno da trinca e da qual foram coletados os dados, com a distribuição de franjas plotadas pelo computador utilizando os valores calculados de K_I e K_{II}. O segundo modo se baseia no cálculo do desvio médio percentual das ordens de franjas, Δn. Este desvio é determinado a partir dos desvios relativos entre as ordens de franjas reais e as calculadas pelo modelo teórico a partir dos valores de K_I e K_{II} e demais parâmetros, isto é,

$$\Delta n = \sum^{NO} \left| \frac{N_{real} - N_{calculado}}{N_{real}} \right| \frac{100}{NO} \ (\%) \qquad (11)$$

onde NO é o número de dados fornecidos ao computador. Neste trabalho utilizou-se um número NO de aproximadamente 80 a 150 pontos, coletados aleatoriamente numa região próxima à raiz da trinca. Uma coleta de dados criteriosa permite, no entanto, que bons resultados sejam obtidos com até 40 pontos.

Os dados de entrada para o programa são os triplos (N,r,θ) de cada ponto escolhido. A solução obtida é então ajustada variando-se a combinação de números de parâmetros J,M,P e Q. A escolha da solução final, que vai fornecer o valor mais confiável de K_I e K_{II}, se baseia nos critérios anteriormente descritos de confrontação de configurações geradas e reais e de minimização do valor de Δn. Dependendo do número de parâmetros, K_I e K_{II} variam dentro de uma faixa de aproximadamente 10%. Valores típicos para Δn variam entre 2 e 6%.

APLICAÇÃO DO MÉTODO AO ESTUDO DE TRINCAS PRÓXIMAS A JUNTAS SOLDADAS

Esta seção tem como objetivos exemplificar a aplicação do método anteriormente desenvolvido e mostrar o quanto seus resultados podem se aproximar de soluções teóricas e numéricas já existentes. Para isto foram analisados dois casos. 1) O de uma barra simples com trinca superficial, carregada à tração (Figura 2a); 2) o de duas barras soldadas ortogonalmente com trinca no pé do cordão de solda, submetida à tração (Figura 2b). Para o caso 2, embora a trinca esteja submetida a um carregamento basicamente trativo, pretende-se tratar o problema de forma geral, isto é, incluindo-se a possibilidade de abertura da trinca em modo II, uma vez que hipóteses que assumam simetria em relação ao eixo x serão cada vez mais falsas com a diminuição do comprimento da trinca. A importância ou não do modo de abertura II de um problema poderá então ser avaliada pelo valor determinado para K_{II}. Para o exemplo aqui apresentado pretendeu-se ainda analisar os seguintes pontos:

- variação de K_I e K_{II} quando os experimentos são repetidos (no caso foram realizadas cinco repetições em cada modelo);
- comparação dos resultados obtidos com soluções teórica [12] e numérica [13] (caso da barra simples) e apenas numérica [13] (caso da junção soldada);
- diferença entre os resultados obtidos para K_I e K_{II} quando as trincas são reais (introduzidas por fadiga) ou usinadas.

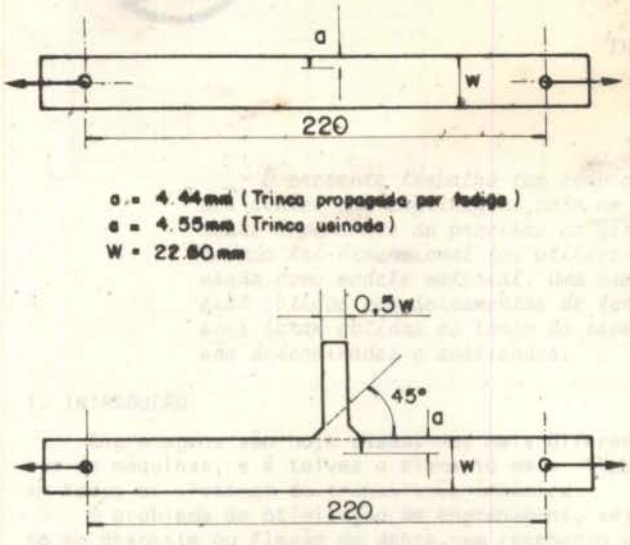


Figura 2. Modelos estudados

Os modelos estudados tem uma relação de a/w = 0.2, são de policarbonato (PSM-1) e foram inicialmente usinados numa fresadora com intensa refrigeração para evitar franjas residuais indesejáveis nas bordas. Em seguida, as trincas foram usinadas com uma fresa tipo disco com 0.5mm de espessura. Uma fresa com dentes especialmente afiados formando um ângulo de 30° foi utilizada para o acabamento da raiz das trincas, tal como recomendado em [1,4].

No modelo com trinca de fadiga, usinou-se um entalhe em sua borda para concentrar tensões. O modelo foi então levado a um "shaker" e solicitado como viga engastada até a ressonância. Permitiu-se assim que a trinca se propagasse por fadiga até um comprimento tal que o entalhe pudesse ser removido da borda por usinagem e a razão a/w = 0.2 fosse obtida permanecendo ao final apenas a trinca de fadiga. Cinco séries de experimentos para as barras simples trincadas foram realizados. Após isto, barras com os detalhes referentes aos cordões de solda foram coladas (com cianoacrilato) ortogonalmente às barras previamente trincadas. Novas séries de cinco experimentos para cada um dos modelos foram realizadas. Os dados fotoelásticos foram coletados num polariscópio de transmissão com aumento de 10 x do campo em análise. Os pontos de coleta de dados localizaram-se no interior de dois círculos, o interno com raio de 1mm, o externo com raio igual a 8mm. Valores de N,r e θ para cada ponto do experimento foram alimentados ao programa FLAW. Os resultados obtidos para K_I estão apresentados na Tabela 1. Os valores de K_{II} para as barras soldadas foram muito baixos, da ordem de 1% dos valores obtidos para K_I. As configurações de franjas real e gerada por computador para um modelo soldado com trinca de fadiga estão apresentadas na Figura 3.

Os resultados da Tabela 1 mostram que os modelos soldados com relação a/w = 0.2 não sofrem influência do modo de abertura II uma vez que os valores de K_{II} encontrados foram muito pequenos. Os resultados também mostram que os valores de K_I para barras simples e soldadas são praticamente idênticos, sua diferença sendo menor que a faixa de variação dos resultados experimentais. Isto foi também comprovado noutro trabalho, [13], que

Tabela 1. Resumo dos Resultados Encontrados

Modelo	K_I^* Mínimo	K_I^* Máximo	K_I^* Médio	K_I^*[12] Analítico	K_I^*[13] Numérico
Barra simples trinca fadiga	1.34	1.47	1.40	1.36	1.37
Barra simples trinca usin.	1.33	1.40	1.37	1.37	1.39
Mod. soldado trinca fadiga	1.32	1.43	1.39	-	1.39
Mod soldado trinca usin.	1.31	1.45	1.37	-	1.40

$K_I^* = K_I/\sigma\sqrt{\pi a}$, σ = tensão nominal

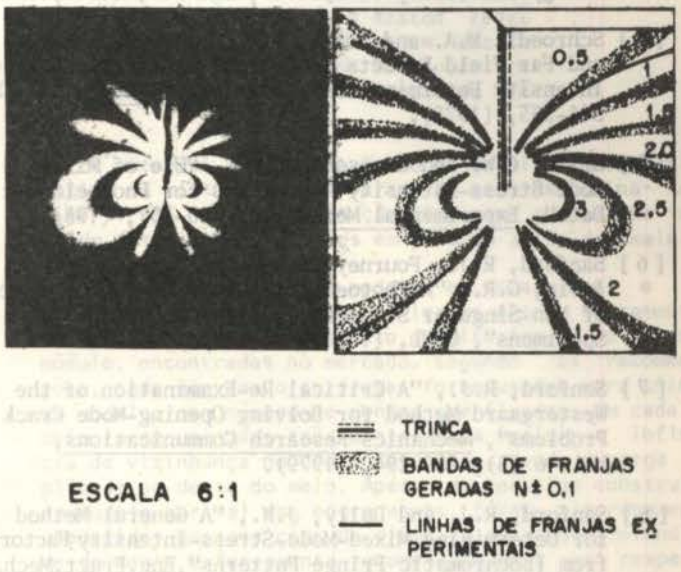


Figura 3. Distribuição de franjas na região vizinha à trinca, propagada por fadiga, próxima ao pé da solda. Esquerda: franjas isocromáticas; Direita: franjas isocromáticas superpostas à resposta gerada pelo computador

se utilizou do método de elementos finitos para determinação de K_I (sem no entanto admitir a possibilidade do modo de abertura II). Em [13], a razão entre os valores de K_I para barras soldadas e barras simples para a relação a/w = 0.2 foi 1.39/1.37 = 1.01. Deve-se observar na Tabela 1 que os valores de K_I são praticamente os mesmos para as trincas usinadas ou propagadas por fadiga, se, de novo, considerar-se que sua diferença se encontra dentro da faixa de dispersão dos resultados para as diversas repetições dos experimentos. Esta faixa pode ser estabelecida como sendo ± 5% em torno do valor médio encontrado para K_I. Esta semelhança de resultados permite confirmar resultados anteriormente encontrados [1,4] de que geometrias especiais para a raiz de trincas usinadas podem gerar valores de K_I confiáveis.

CONCLUSÕES

As seguintes conclusões podem ser feitas:

1) Foi desenvolvido um método fotoelástico para determinação de fatores de intensificação de tensões para o modo combinado de abertura de trincas baseado numa formulação analítica que utiliza equações generalizadas de Westergaard para ambos os modos.
2) Os resultados para os exemplos estudados permitem concluir que trincas usinadas ou propagadas por fadiga em modelos simples ou soldados geram os mesmos resultados, considerando-se uma dispersão em torno da

média de ± 5%.

No momento, modelos simples ou soldados com geometrias a/w variando de 0.05 a 0.8 estão sendo estudados.

REFERÊNCIAS

[1] Arai, H., "Determinação de Fatores de Intensidade de Tensão para Modos de Abertura I e II Combinados através da Fotoelasticidade", Tese de Mestrado, Deptº de Engenharia Mecânica, PUC/RJ, (1983).

[2] Freire, J.L.F. e Arai, H., "Um Novo Método Fotoelástico para Determinação de Fatores de Intensidade de Tensão para Modos Combinados de Abertura de Trinca", VII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, COBEM 83, B-23, pp. 233-243, (1983).

[3] Freire, J.L.F. and Arai,H.,"Use of Photoelasticity in Fracture Mechanics", Fracture Prevention in Energy and Transport Systems, 302-311, (1983).

[4] Schroedl, M.A. and Smith, C.W., "A Study of Near and Far Field Effects in Photoelastic Stress Intensity Determination", Eng. Fract. Mech., 7, 341-355, (1975).

[5] Smith, C.W. and Olaosebikan, O., "Use of Mixed-Mode Stress-Intensity Algorithms for Photoelastic Data", Experimental Mechanics, 300-307, (1984).

[6] Sanford, R.J., Fourney, W.L., Chona, R. and Irwin, G.R., "A Photoelastic Study of the Influence of Non-Singular Stresses in Fracture Test Specimens", ORNL, (1981).

[7] Sanford, R.J., "A Critical Re-Examination of the Westergaard Method for Solving Opening-Mode Crack Problems", Mechanics Research Communications, Vol. 6 (5), 289-294, (1979).

[8] Sanford, R.J. and Dally, J.W., "A General Method for Determining Mixed-Mode-Stress-Intensity Factors from Isochromatic Fringe Patterns",Eng.Fract.Mech., 11, 621-633, (1979).

[9] Westergaard, H.M., "Bearing Pressures and Cracks", J. Applied Mechanics, June, A 49-A 53, (1939).

[10] Costa, T.F., "Representação do Campo de Tensões na Vizinhança de uma Trinca Utilizando Funções Biharmônicas", Tese de Mestrado, Deptº de Engenharia Mecânica, PUC/RJ, (1985).

[11] Dally, J.W. and Riley, W.F., Experimental Stress Analysis, McGraw Hill Kogakusha, 2nd. ed., (1978).

[12] Brown, W.F. and Strawley, J.E., STP 410, ASTM (1966).

[13] Smith, I.J., "Stress Intensity Factors for Toe Defects in Single-Sided Transverse Attachments of Varying Thickness Made with Fully Penetrating Welds", Research Report 183, The Welding Institute, (1982).

SUMMARY

A general photoelastic method for the determination of stress intensity factors K_I and K_{II} is presented, which is based on the generalization of Westergaard stress equations for crack opening modes I and II. The method is applied to models of straight bars with surface cracks and to models with cracks developed in T-welded straight bars, both subjected to tension loads.

INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE DENTES E DAS FERRAMENTAS NO FATOR DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO DAS ENGRENAGENS

H.A. GOMIDE
C.A. ROSA
DEM/UF UBERLÂNDIA

SUMÁRIO

O presente trabalho tem como objetivo mostrar que o fator de concentração no pé dos dentes das engrenagens, para um mesmo módulo, é função do número de dentes e é altamente dependente da precisão da ferramenta usada para usinagem dos dentes. Fotoelasticidade tri-dimensional foi utilizada como técnica experimental, sendo a resina epoxi usada como modelo material. Uma simulação direta foi feita, usando modelos em escala real obtidos com ferramentas de forma encontradas no mercado. Para cada modelo, as tensões foram obtidas ao longo da espessura do dente e os fatores de concentração de tensão determinados e analisados.

1. INTRODUÇÃO

Engrenagens são hoje usadas nos mais diferentes tipos de máquinas, e é talvez o elemento mais importante em todos os sistemas de transmissão mecânica.

O problema de otimização de engrenagens, seja quanto ao desgaste ou flexão do dente, vem recebendo uma atenção especial dos pesquisadores ao longo dos tempos. Lewis [1], um dos primeiros a propor a sua tradicional formulação matemática baseada na teoria de flexão de viga, não considera efeitos importantes, o que levou vários outros pesquisadores a estudarem o problema.

Vários autores [2,3,4,5] realizaram um grande número de pesquisas com o objetivo de determinar os fatores de concentração de tensão no pé dos dentes, não previstos pela equação de Lewis. Entre estes trabalhos, destaca-se o estudo fotoelástico feito por Dolan e Broghamer [4], que desenvolveram uma formulação matemática para determinar o fator de concentração de tensão em função dos parâmetros geométricos do dente. Jacobson [6], usando fotoelasticidade plana, analisa o estado de tensão em engrenagens de dentes retos, enquanto Daniel [7], usando fotoelasticidade tri-dimensional obteve a distribuição das tensões em dentes de engrenagens hipoides. Outro importante estudo usando o método de congelamento das tensões foi feito por Rubayi e Tan [8], que com o auxílio do método de incidência obliqua, determinaram a distribuição das tensões e o fator de concentração de tensões ao longo da espessura dos dentes de cremalheiras. Lingaiah e Ramachandra [9] realizam um interessante estudo de otimização do perfil dos dentes de engrenagens tipo Wildhaber-Novikov, também usando fotoelasticidade. Unizawa [10] e Allison e Hearm [11] realizaram extensos estudos de deflexão de dentes de engrenagens. O trabalho de Wilcox e Coleman [12], entre poucos, apresenta um método analítico de elementos finitos para analisar tensões nos dentes.

A grande maioria dos trabalhos citados nesta revisão, objetivam a determinação das tensões máximas ou de formulações matemáticas para obter fatores de concentração de tensão em dentes de engrenagens, de uma forma generalizada. O presente trabalho, apresenta um estudo da distribuição das tensões e dos fatores de concentração de tensão, usando modelos em escala real obtidos por usinagem com ferramentas de forma encontradas no mercado. Este procedimento, permite, além da determinação dos fatores de concentração em função do número de dentes, fazer uma avaliação da precisão das ferramentas fornecidas pelos diferentes fabricantes.

2. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Os modelos fotoelásticos a serem estudados foram usinados de placas de 220 x 120 mm do material fotoelástico. Estas placas foram obtidas em moldes especiais de vidro plano, previamente coberto com borracha de silicone. O material utilizado foi o material fotoelástico obtido da mistura de 100 partes em peso da resina Araldite CY-205, com a combinação 20 partes em peso do anidrido ftálico e 30 partes em peso do anidrido maleico [13].

Para a usinagem dos modelos em escala real e na geometria desejada, foram utilizadas oito ferramentas de forma, ou seja, um conjunto de oito fresas de mesmo módulo, encontradas no mercado. Segundo as recomendações, cada uma das oito fresas foram usadas para usinar um modelo, com número de dentes pré-fixados. Em cada modelo foram usinados três dentes para incluir a influência de vizinhança no dente carregado, sendo a carga aplicada no dente do meio. Apesar de ter sido construído um modelo parcial das engrenagens, foram rigorosamente obedecidas as condições de diâmetro externo, profundidade do dente e ferramenta recomendada para os respectivos números de dentes. A tabela 1 mostra dados gerais sobre cada modelo, sendo usado fresas com módulo m = 5mm e ângulo de pressão $\phi = 20^{o}$. A figura 1 mostra, esquematicamente a geometria do dente, destacando os principais parâmetros para a determinação das tensões e fator de concentração de tensões, ou seja: raio do filete (r_f), ângulo de pressão (ϕ), posição da carga (h) e largura do dente (t) na posição de máximas tensões. Estes valores, estão também mostrados na tabela 1.

A usinagem dos modelos foi feita em uma fresadora universal, com velocidade de corte de 1500 rpm e avanço da ferramenta de 16mm/mi. O corte das fatias foi feito com serra circular de 100mm de diâmetro e 0,7mm de espessura, rotação de 950 rpm e com avanço de 20mm/mi.

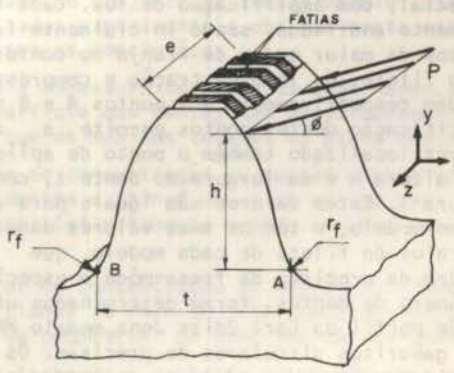


Fig.1 - Modelo esquemático mostrando os parâmetros geométricos, carga aplicada, fatias e sistema referencial.

Uma vez obtidos os modelos, foi feito o congelamento das tensões usando o ciclo térmico para o material escolhido [13]. A carga foi aplicada no dente, ao

Tabela 1 - Dimensões dos dentes dos modelos e valores experimentais obtidos

MODELOS	Nº DENTES	RAIO DO FILETE r_f (mm)	ESPESSURA DA ENGRENAGEM e (mm)	CARGA APLICADA P (KN/m)	POSIÇÃO DA CARGA h (mm)	LARGURA DO DENTE t (mm)	TENSÕES / CONCENTRAÇÃO			
							COMPRESSÃO		TRAÇÃO	
							σ max (MPa)	K_t	σ max (MPa)	K_t
M5-1	12	2.05	14.65	1.339	8.15	7.95	1.344	1.47	1.299	1.42
M5-2	15	2.05	14.90	1.319	8.60	8.60	1.241	1.53	1.208	1.49
M5-3	18	1.95	15.15	1.295	8.30	9.40	1.202	1.60	0.969	1.52
M5-4	24	1.70	14.78	1.327	8.30	9.85	1.203	1.71	0.927	1.57
M5-5	30	1.10	14.80	1.325	8.50	10.20	1.108	1.96	0.993	1.76
M5-6	46	1.60	15.10	1.299	8.45	10.85	0.948	1.75	0.834	1.72
M5-7	100	1.50	14.65	1.186	8.15	11.15	0.740	1.84	0.706	1.76
M5-8	138	1.45	14.60	1.344	8.15	11.75	0.770	1.89	0.728	1.79

longo de sua espessura, através de um sistema de cunha e peso morto. Os modelos foram previamente fixados no sistema de carga e o eixo de simetria do dente posicionado de tal forma a fazer um ângulo de 70° com a posição horizontal de aplicação da carga. A figura 2 mostra o sistema de carga usado. Após o congelamento das tensões, foram cortadas oito fatias axiais de cada modelo (Fig.1), de espessura aproximadamente de 1,0 mm, suficientes para determinar a variação das tensões máximas ao longo da espessura do dente.

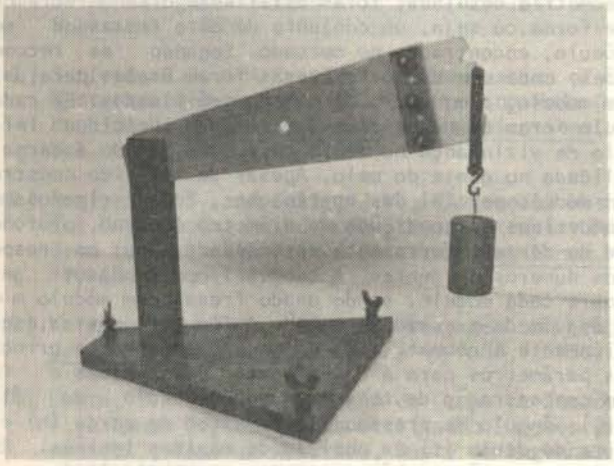


Fig.2 - Sistema de carga usado

3. ANÁLISE E RESULTADOS

As fatias obtidas de cada modelo fotoelástico, oito fatias para cada modelo, foram estudadas em um polariscópio especial, com amplificação de 10x. Cada fatia foi cuidadosamente analisada, sendo inicialmente identificado os pontos de maior ordem de franja no contorno livre do raio do filete, do lado da tração e compressão, que correspondem respectivamente aos pontos A e B na figura 1. A identificação destes pontos permite a determinação, uma vez localizado também o ponto de aplicação da carga, da altura h e da largura do dente t, como mostrado na figura 1. Estes valores são iguais para as fatias de um mesmo modelo, e tem os seus valores dados na tabela 1. Os raios do filete de cada modelo, que por sua vez dependem da precisão da fresa-módulo específica para cada número de dentes, foram determinados usando um projetor de perfil da Carl Zeiss Jena, modelo MP-320, associado a gabaritos circulares de precisão. Os valores médios medidos para cada modelo se encontram também na tabela 1.

As fatias neste estudo são planos principais das tensões, ou seja, plano X-Y mostrado na figura 1. Desta forma, as tensões σ_1 e σ_2 estão no plano das fatias e a tensão σ_3 na direção normal ao plano, direção Z. Quando a incidência da luz é normal ao plano das fatias, σ_1 e σ_2 estão relacionados pela clássica equação da fotoelasticidade [14]:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{K N_Z}{t} \qquad (1)$$

onde:

N_Z - ordem da franja com incidência normal ao plano, direção Z.

K - constante ótica do material fotoelástico

t - espessura da fatia

No contorno livre do raio do filete, a tensão $\sigma_2 = 0$ e a tensão σ_1 assume o valor máximo. Desta forma, uma vez conhecido a espessura da fatia e o valor da constante ótica do material [13], é possível determinar, usando a equação(1), o valor numérico da tensão máxima conhecendo-se a ordem de franja máxima no contorno livre do raio do filete. A ordem da franja foi medida no polariscópio usando o método de compensação de Tardy. Para se obter uma maior precisão, uma vez que medidas diretas da ordem de franja no contorno são difíceis e pouco precisas, foi determinado o valor das isoclínicas nos pontos de maior ordem de franja, pontos A e B, permitindo posicionar uma reta normal ao contorno passando pelos pontos. Desta forma, as medidas das isocromáticas foram feitas sobre esta reta, até uma distância de 10mm do ponto do contorno, sendo que próximo dos pontos A e B foram feitas medidas em pontos distantes de até 0,25mm. A ordem de franja máxima no contorno foram obtidas por extrapolação da curva. A figura 3 mostra a típica distribuição das franjas, obtidas no polariscópio de campo escuro.

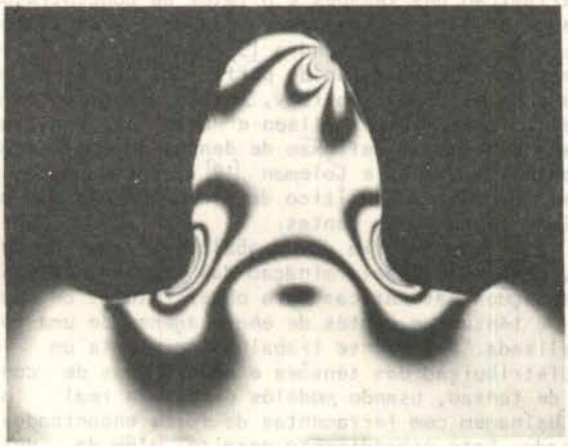


Fig. 3 - Típica distribuição das franjas ou parâmetro das isocromáticas.

Utilizando o procedimento descrito para determinar a ordem de franja no contorno e usando a equação (1), as tensões $\sigma_1 = \sigma_{max}$ foram determinadas para todas as fatias. Os valores obtidos para cada modelo foram plotados em função da espessura, e os resultados para o modelo M5-1 estão mostrados na figura 4. Como po

de ser visto, a tensão σ_{max} passa por um valor máximo no centro da espessura do modelo. Estes valores máximos para o lado da tração e da compressão, estão mostrados na tabela 1 para cada modelo.

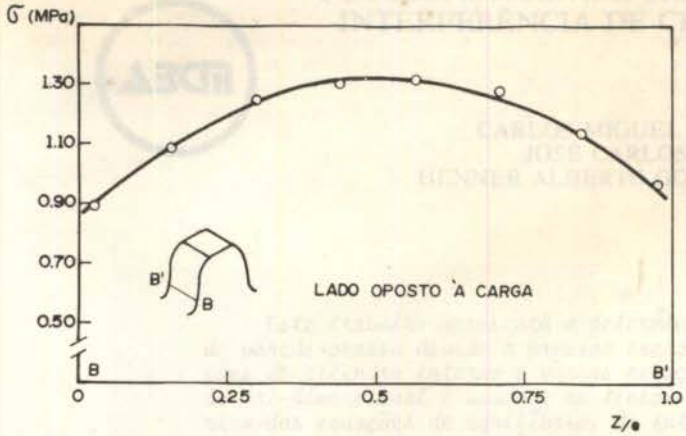


Fig.4 - Variação das tensões máximas ao longo da espessura do dente, para o modelo M5-1

O fator de concentração de tensão experimental no filete foi definido como:

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} \qquad (2)$$

onde σ_{max} é a maior tensão obtida ao longo da espessura e,

$$\sigma_{nom} = \frac{6\,Ph\cos\phi}{t^2} - \frac{P\,\mathrm{sen}\phi}{t} \qquad (3)$$

Tendo em vista as equações (2) e (3) e os máximos valores das tensões nos raios dos filetes, os fatores de concentração de tensões foram determinados e estão mostrados na figura 5.

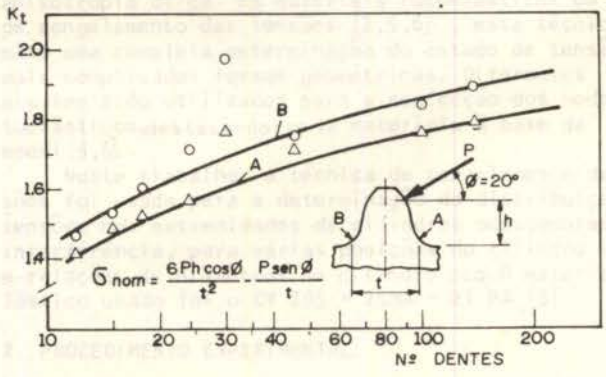


Fig. 5 - Variação do fator de concentração de tensão em função do número de dentes, usando fresa-módulo M5.

4. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Dos resultados obtidos, foi observado que a distribuição das tensões máximas ao longo da espessura do dente varia, assumindo um valor máximo no plano médio da espessura, como mostra a figura 4. Este resultado foi encontrado para todos os modelos. Esta variação é devida a espessura pronunciada do dente, propiciando junto das faces, pontos B e B' na figura 4, um estado plano de tensão (σ_3=0) e na região mediana da espessura (entre B e B') um estado plano de deformação onde $\sigma_3 \neq 0$. Rubayi e Tan [8] determinaram o valor de σ_3, para uma espessura de engrenagem de 25mm e uma geometria particular do dente, como sendo de aproximadamente 30% do valor de σ_1.

Devido ao efeito da componente radial da carga, a grandeza das tensões do lado oposto à carga são maiores que as do lado da carga (tabela 1), apesar de não ter sido observado nenhuma variação significativa na distribuição das tensões ao longo da espessura. Os valores máximos obtidos, foram ambos comparados com a mesma tensão nominal dada pela equação (3) e estão mostrados na figura 5 sob a forma de fatores de concentração de tensão, sendo as tensões máximas experimentais do lado da compressão aproximadamente 6% maior que as do lado da tração. A maioria dos autores [4,6,8] só fazem referência às tensões ou fatores de concentração de tensões do lado da tração, provavelmente devido ao fato da maioria dos materiais usados em engrenagens terem seus limites de resistência maiores à compressão do que a tração.

Examinando a figura 5, a mesma revela que o fator de concentração de tensão cresce quando o número de dentes da engrenagem aumenta, tendendo para um valor constante quando o número de dentes tende para um valor muito grande (> 200) ou para a condição de uma cremalheira. Outra observação feita neste estudo é que, como o raio do filete depende da fresa-módulo usada, o fator de concentração de tensão está diretamente associado a cada fresa-módulo usada. A figura 6 mostra a variação do raio do filete gerado para cada uma das oito fresas usadas neste trabalho. É de se esperar que, se um conjunto de quinze fresas ou mesmo se uma fresa tipo caracol (hobbing) fossem usadas, os raios de curvatura correspondentes aos respectivos números de dentes deveriam estar sobre a curva da figura 6. Assim, qualquer imprecisão ou defeito nas ferramentas, mais precisamente na curvatura que dará origem ao raio do filete para um número de dentes, acarretaria alteração no fator de concentração de tensão. Este fato foi claramente observado para o modelo M5-5, usinado com a fresa módulo 5, número 5. A imprecisão no raio de curvatura da ferramenta que gerou o modelo com 30 dentes, alterou consideravelmente o fator de concentração de tensão, como pode ser visto respectivamente nas figuras 5 e 6.

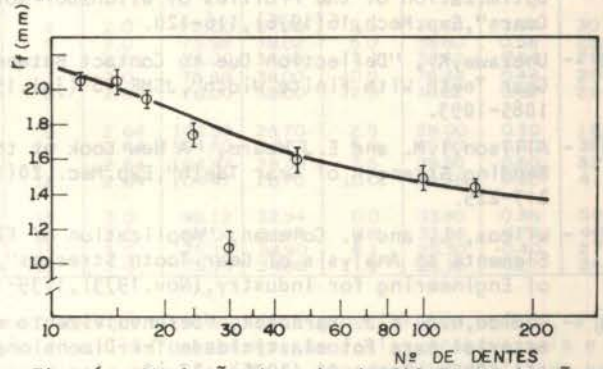


Fig. 6 - Variação do raio do filete em função do número de dentes, para uma fresa módulo M5.

5. CONCLUSÃO

Baseado no conjunto de fresas-módulo usadas e nos resultados experimentais obtidos neste estudo, são as seguintes as conclusões:

1. Devido a espessura do dente da engrenagem, as tensões na superfície dos dentes são aproximadamente 35% menores que as máximas tensões no plano médio.
2. O fator de concentração de tensão cresce com o número de dentes e atinge um valor máximo para número de dentes infinitamente grande ou para uma cremalheira.
3. O fator de concentração de tensão é inversamente proporcional ao raio do filete e é altamente dependente da geometria ou precisão da ferramenta usada.

Este trabalho é parte de um estudo mais completo em desenvolvimento no DEM/UFU, envolvendo ferramentas de outros fabricantes com módulos diferentes, incluindo fresas tipo caracol.

6. AGRADECIMENTOS

Este trabalho teve o suporte financeiro da UFU/DEM e o apoio do CNPq, através da Bolsa de Iniciação Cien

tífica concedida ao estudante Darlei Alves de Andrade, Proc. nº 133609/85.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] - Lewis,Wildfred,"Investigation of the Strength of Gear Teeth", Proceedings Engineers Club Philadelphia,(Oct,1893), 16-23.

[2] - Timoshenko,S. and R.V.Baud, "The Strength of Gear Teeth", Mechanical Engineering,48,(1962), 1105-1109.

[3] - Baud,R.V. and R.E.Peterson, "Load and Stress Cycles in Gear Teeth", Mech.Engineering,51(1929) 653-662.

[4] - Dolan, T.J. and E.L. Broghamer, "Photoelastic Study of the Stress in Gear Tooth Fillets", University of Illinois,Engineering Experiment Station Bulletin, 335,(1942).

[5] - Kelley,B.W. and R. Pedersen, "The Bean Strength of Modern Gear-Tooth Design",SAE Trans,66(1958), 137-157.

[6] - Jacobson,M.A., "Bending Stresses in Spur Gear Teeth: Proposed New Design Factors Based on a Photoelastic Investigation". Proceedings of Institution of Mechanical Engineers,169,587-609.

[7] - Daniel,I.M., "Three Dimensional Analysis of Hypoid Gears", J.of Engineering for Industry (Nov.1971),1275-1279.

[8] - Rubayi, N.A. and H.W. Tam, "Three-Dimensional Photoelastic Study of Stresses in Rack Gears", Exp.Mech, 19(1979), 153-159.

[9] - Lingaiah,K. and K. Ramachandra,"Photoelastic Optimization of the Profiles of Wildhaber-Novikov Gears",Exp.Mech,16(1976),116-120.

[10] - Unezawa,K., "Deflection Due to Contact Between Gear Teeth With Finite Width",JSME 16 (jul.1973), 1085-1093.

[11] - Allison,I.M. and E.J.Hearm, "A New Look at the Bending Strength of Gear Teeth",Exp.Mec.,20(1980) 217-225.

[12] - Wilcox, L. and W. Coleman, "Application of Finite Elements to Analysis of Gear Tooth Stresses", J. of Engineering for Industry,(Nov.1973),1139-1148.

[13] - Gomide,H.A. e J. Cernosek, "Desenvolvimento de um material para Fotoelastjcidade Tri-Dimensional", III COBEM, Paper A1 (1975), 27-42.

[14] - Dally,J.W. and W.F. Riley, "Experimental Stress Analysis", McGraw Hill, 1965.

SUMMARY

The present paper shows that the stress concentration factor in thick gears, for the some geometrical pitch, is a function of the tooth number and also is strongly dependent of the tools used to machined the teeth. A three-dimensional photoelastic analysis using stress freezing and slicing techniques was employed, using epoxi resin as a model material . Full size photoelastic models having various teeth were machined using conventional tools. Maximum values of the tension and compression fillet stresses were obtained and the stress concentration factors plotted as a function of the tooth number.

FOTOELASTICIDADE TRI–DIMENSIONAL APLICADA EM INTERFERÊNCIA DE CILINDROS DE PAREDE GROSSA

CARLOS MIGUEL MONTESTRUQUE, CTA/ITA
JOSÉ CARLOS BALTHAZAR, DEM/UNB
HENNER ALBERTO GOMIDE, DEM/UF — UBERLÂNDIA

SUMÁRIO

Este trabalho apresenta a determinação da distribuição das tensões em cilindros de parede grossa devido a pressão exercida por outro cilindro, usando diferentes posições do cilindro interno e várias relações de diâmetro do cilindro oco. Fotoelasticidade tri-dimensional é usada e as tensões são obtidas usando o método de integração numérica das equações de equilíbrio. Os fatores de concentração de tensão são também determinados em função dos parâmetros do problema.

1. INTRODUÇÃO

A distribuição das tensões em cilindros de paredes grossas submetido a uma pressão interna é conhecida analiticamente pela teoria de Lamé [1] , para cilindro de comprimento infinito e regiões afastadas das extremidades. Nenhuma formulação matemática ou estudo experimental é conhecido até o momento, que permita a determinação da distribuição das tensões nas extremidades do cilindro oco devido a pressão exercida por outro cilindro, montados com interferência.

Vários problemas sem soluções analíticas são hoje resolvidos usando técnicas especiais [2,3,4] .Entre estas técnicas, a fotoelasticidade tri-dimensional ocupa um lugar de destaque. Baseada no método de fixação da anisotropia ótica em materiais fotoelásticos ou método de congelamento das tensões [2,5,6] , esta técnica permite uma completa determinação do estado de tensão nas mais complicadas formas geométricas. Diferentes materiais tem sido utilizados para a confecção dos modelos fotoelásticos,destacando-se os materiais à base de resina epoxi [5,6].

Neste trabalho, a técnica de congelamento das tensões foi usada para a determinação da distribuição das tensões nas extremidades de cilindros ocos,montados com interferência, para várias posições do cilindro interno e relações de diâmetros do cilindro oco.O material fotoelástico usado foi o CY 205 - 25MA - 21 PA [5]

2. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Para a obtenção dos modelos fotoelásticos a serem estudados, foram construídos moldes de tubos de aço de tal maneira que o material removido por usinagem fosse mínima, sem prejuízos do modelo final. Para evitar a aderência do material do modelo (resina-epoxi) nas paredes dos tubos, estas foram cobertas com borracha de silicone [5,7] . O material utilizado para a construção dos modelos foi o material fotoelástico obtido da mistura de 100 partes em peso da resina Araldite CY 205, com a combinação de 21 partes em peso de anidrido ftálico e 25 partes de anidrido maleico [7] . Depois de obtido e calibrado, o material fotoelástico apresentou as seguintes propriedades [7,8] :

- Temperatura Crítica : $T_c = 138^oC$
- Valor da franja : K = 0,44 KN/m
- Módulo de Elasticidade: E = 44,10 MPa(Temp.Crítica)
- Coeficiente de Poison: $\nu = 0,5$ (Temp.Crítica
- Dilatação Térmica: $\alpha = 1,0 \times 10^{-4}\ ^oC^{-1}$

Após fundidos os modelos fotoelásticos, os mesmos foram usinados para obter as dimensões desejadas. Com o objetivo de determinar a influência da geometria do cilindro oco e da posição do cilindro interno na distribuição das tensões,vários modelos foram construídos com dimensões mostrada na Tabela 1. A figura 1

Tabela 1 - Dimensões dos cilindros usados,L= 160mm e ℓ = 180mm, comprimento dos cilindros ocos e internos,respectivamente.

MODELO	D/d	D (mm)	d (mm)	Z_o	d_1 (mm)	Δd (mm)	p (KPa)
1	1.7	54.5	32.06	2.2	32.38	0.32	261
2	1.7	64.63	38.00	7.4	38.62	0.62	232
3	1.7	64.56	38.00	12.5	38.62	0.62	249
4	2.0	76.00	37.96	2.5	38.60	0.64	307
5	2.0	75.98	38.02	5.0	38.60	0.58	256
6	2.0	76.00	37.98	7.1	38.62	0.64	297
7	2.0	75.98	38.00	10.0	38.44	0.44	207
8	2.0	76.00	38.00	12.5	38.62	0.62	294
9	2.64	104.50	28.70	2.5	29.00	0.30	188
10	2.64	104.50	28.70	5.0	29.30	0.60	382
11	2.64	104.47	28.70	7.5	29.30	0.60	327
12	2.64	104.47	28.70	10.0	29.36	0.60	411
13	3.0	99.12	32.94	0.0	33.80	0.86	500
14	3.0	99.00	32.94	4.8	33.68	0.74	441
15	3.0	75.10	24.90	8.1	25.30	0.40	270
16	3.0	75.13	24.86	11.9	25.13	0.27	240

mostra,esquematicamente,a geometria do modelo, a posição do cilindro interno, as fatias transversais e longitudinais e o sistema de coordenadas utilizado para a determinação das tensões.

De posse dos modelos fotoelásticos procedeu-se ao congelamento das tensões [5,7] . Esta operação foi feita aquecendo o cilindro oco a temperatura de 160°C, acima da temperatura crítica do material, que após ter sido mantida durante 8 horas para uma completa uniformização docilindro interno, na temperatura ambiente , foi introduzido até a posição desejada.Nesta temperatura o diâmetro interno do cilindro oco sofre uma dilatação térmica igual à diferença dos diâmetros(d_1-d) , previamente calculada usando o coeficiente de dilatação térmica do material.Um resfriamento lento concluí o congelamento das tensões no modelo [5,7] .

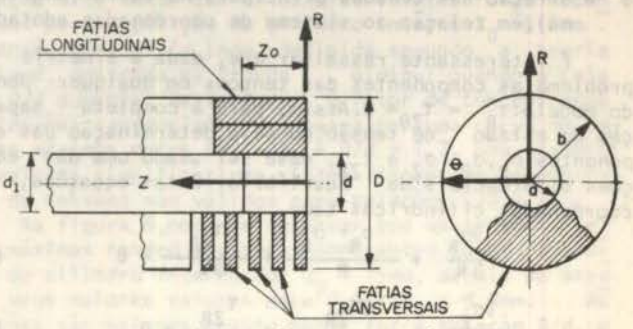


Fig.1-Esquema dos parâmetros geométricos, fatias e sistema referencial

Como o modelo em estudo tem dois planos de simetria ou planos principais, plano longitudinal e plano transversal, foram cortadas uma fatia longitudinal e em média 18 fatias transversais, como mostrado esquematicamente na figura 1, sendo suficientes para uma completa análise da distribuição das tensões.

3. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO-EXPERIMENTAL

Para determinar o completo estado de tensões em um ponto interior de um modelo tri-dimensional, é possível remover um pequeno cubo do meio anisotrópico fixado do material fotoelástico, contendo o ponto de interesse, e analisar o mesmo no polariscópio. Com as informações obtidas pode-se ter seis equações com seis incógnitas, das quais cinco delas são independentes. Desta forma, para a completa separação do estado de tensões no ponto, é necessário usar uma das três equações diferenciais de equilíbrio.

No presente estudo, como o modelo é axi-simétrico, para determinar o completo estado de tensões aplicando as técnicas fotoelásticas, deve-se obter uma fatia longitudinal e várias fatias transversais (Fig.1). Na intersecção destas fatias, mostrado na figura 2, é possível obter da fatia longitudinal, nos vários pontos de interesse, informações para duas equações relacionando a diferença das tensões $\sigma_1 - \sigma_2$ (parâmetro das isocromáticas) e o ângulo ϕ (parâmetro das isoclínicas). Uma outra equação pode ser escrita com informações da fatia transversal, para os pontos correspondentes, relacionando $\sigma_\theta - \sigma_R$ (parâmetro das isocromáticas).

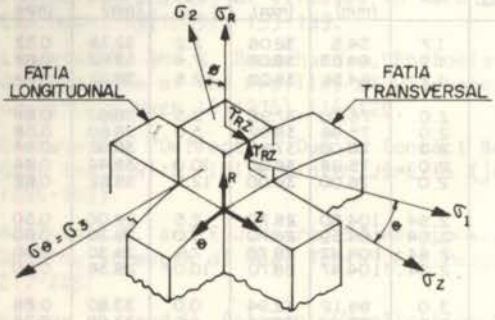


Fig.2-Ponto de intersecção das fatias e sistema de coordenadas

Desta forma, as três equações obtidas usando os parâmetros fotoelásticos e a bem conhecida equação da fotoelasticidade em um ponto, podem ser escritas como:

$$(\sigma_Z - \sigma_R)_{ZR} = \frac{K}{t} N_\theta \cos 2\phi \qquad (1)$$

$$(\sigma_\theta - \sigma_R)_{\theta R} = \frac{K}{t} N_Z \qquad (2)$$

$$\tau_{RZ} = \tau_{max}|_{RZ} \operatorname{sen} 2\phi = -\frac{K}{2t} N_\theta \operatorname{sen} 2\phi \qquad (3)$$

Onde:
K = valor da franja
t = espessura das fatias
N_θ = ordem da franja na fatia longitudinal
N_Z = ordem da franja na fatia transversal
ϕ = direção das tensões principais na fatia longitudinal, em relação ao sistema de coordenadas adotado

É interessante ressaltar que, dada a simetria do problema, as componentes das tensões em qualquer ponto do modelo: $\tau_{R\theta} = \tau_{Z\theta} = 0$. Assim, para a completa separação do estado de tensão, ou seja, determinação das componentes σ_R, σ_θ, σ_Z e τ_{ZR}, deve ser usado uma das equações diferenciais de equilíbrio. Estas equações, em coordenadas cilíndricas são:

$$\frac{\partial \sigma_R}{\partial R} + \frac{\sigma_R - \sigma_\theta}{R} + \frac{\partial \tau_{ZR}}{\partial Z} = 0 \qquad (4)$$

$$\frac{\partial \sigma_Z}{\partial Z} + \frac{\partial \tau_{ZR}}{\partial R} + \frac{\tau_{ZR}}{R} = 0 \qquad (5)$$

3.1 - Integração Radial

Para efeito da integração radial, deve ser usada a equação diferencial de equilíbrio, equação (4). Desta forma, considerando dois planos ou fatias (longitudinais e transversais) que se interceptam ao longo de uma linha radial, é possível determinar todo o estado de tensões em pontos pertencentes a esta linha, a partir dos parâmetros fotoelásticos medidos nas fatias. As figuras 3 e 4 mostram a linha AB onde se efetuará a integração. Nestas figuras estão também mostradas a distribuição de franjas, sistema referencial e o esquema para a integração tanto radial como axial.

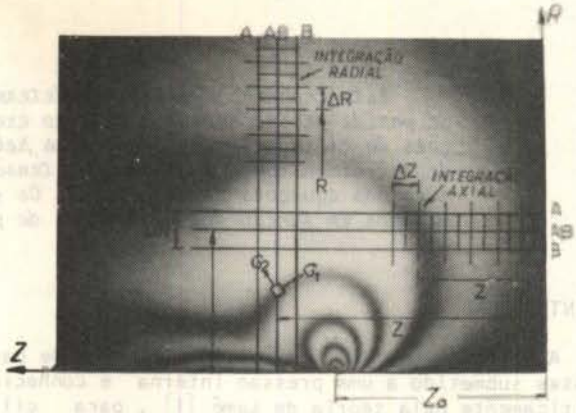


Fig.3 - Típica fatia longitudinal com o sistema referencial e esquema das integrações

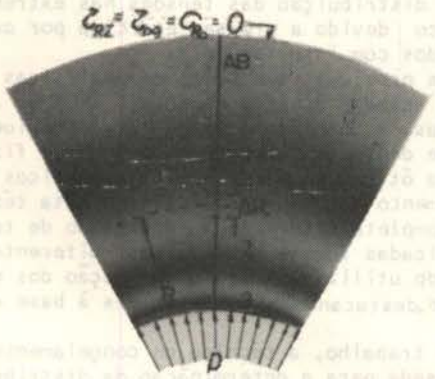


Fig.4- Típica fatia transversal com sistema diferencial e posição da integração axial

Assim, a tensão radial σ_R é obtida por integração numérica da equação (4), que pode ser discretizada e escrita na forma:

$$\sigma_{R1} = \sigma_{RO} - \frac{\Delta \tau_{RZ}}{\Delta Z} \Delta R + \frac{\sigma_\theta - \sigma_R}{R} \Delta R \qquad (6)$$

Esta integração numérica deve ser iniciada no ponto onde se conhece previamente a tensão radial σ_{RO}. Como no contorno, ou seja, no diâmetro externo do cilindro oco, este valor é conhecido ($\sigma_{RO} = 0$), a integração pode ser iniciada partindo do contorno. Este valor inicial σ_{RO} pode também ser determinado através de uma integração axial (Fig.3), como será visto no próximo item, procedimento que será adotado neste trabalho para efetuar a integração radial.

O segundo termo da equação (6) pode ser calculado determinando no plano (fatia) longitudinal o valor de $\Delta\tau_{RZ}$, uma vez que os valores de ΔZ e ΔR são pré-fixados. O método da diferença das tensões cisalhantes consiste em determinar a tensão cisalhante nas linhas A e B, distantes da linha AB de uma distância $\Delta Z/2$ (Fig.3). O desenvolvimento abaixo mostra o procedimento para a determinação de $\Delta \tau_{RZ}|_{AB}$, ou seja:

$$\Delta \tau_{RZ}|_{AB} = \tau_{RZ}|_A - \tau_{RZ}|_B \qquad (7)$$

Substituindo a equação (7) combinada com a (3) e

a equação (2) na equação (6) resulta a expressão geral para o cálculo da tensão σ_R

$$\sigma_{R1} = \sigma_{R0} + \frac{K}{2t} N_\theta \operatorname{sen}2\phi|_A - N_\theta \operatorname{sen}2\phi|_B \frac{\Delta R}{\Delta Z} + \frac{K}{t} N_Z|_{AB} \cdot \frac{\Delta R}{R} \quad (8)$$

onde o índice A e B representam medidas dos parâmetros da isocromática e isoclínica , respectivamente nas linhas A, B e AB (Fig. 3).

Desta forma, o completo estado de tensões fica determinado, ou seja, tensão σ_R pela equação (8), tensão tangencial σ_θ pela equação(2), tensão cisalhante $\tau_{R\theta}$ pela equação (3) e a tensão axial σ_Z pela equação (1) ao longo da linha radial AB.

3.2 - Integração axial

A integração axial é feita usando a equação diferencial de equilíbrio, equação (5). Como no caso anterior, esta integração é feita ao longo de uma linha , neste caso axial (Fig.3). De maneira análoga à anterior,o estado de tensões ao longo da linha axial AB é obtido determinando σ_Z pela equação

$$\sigma_{Z1} = \sigma_{Z0} + \frac{K}{2t} N_\theta \operatorname{sen}2\phi|_A - N_\theta \operatorname{sen}2\phi|_B \frac{\Delta Z}{\Delta R} + \frac{K}{2t} N_\theta \operatorname{sen}2\phi|_{AB} \cdot \frac{\Delta Z}{R} \quad (9)$$

As tensões σ_R ,σ_θ τ_{RZ} foram determinadas pelas equações (1), (2) (3) respectivamente. Como neste caso a determinação das tensões é feita ao longo da linha axial AB, para a determinação das tensões tangenciais ao longo desta linha, várias fatias transversais são necessárias.

É interessante ressaltar que, neste trabalho, foi inicialmente feita uma integração axial ao longo da linha AB a uma distância R (Fig.3), e uma vez determinada as tensões σ_R, procedeu-se a partir desta posição, à integração radial na direção do centro do modelo. Este procedimento foi adotado face à baixa resposta fotoelástica na zona perto do diâmetro externo,acarretando nos resultados finais erros significativos,uma vez que neste método de integração os erros são cumulativos.

4. RESULTADOS EXPERIMENTAIS E DISCUSSÃO

As medidas dos parâmetros fotoelásticos,ordem de franja N (isocromáticas) e direção das tensões principais (isoclínicas), foram feitas em um polariscópio de transmissão da Photoelastic Inc - modelo 050,usando as técnicas convencionais [2,3] . A ordem de franjas medidas foram calculadas para uma espessura padrão t=1,5mm, e por esta razão aparecem nas equações anteriores com um único valor. Em todos os modelos estudados (Tabela 1) foram efetuadas integrações axiais a 3,0mm e 1,5mm, a partir do raio interno, como mostra a figura 3. Usou se como ponto de partida as tensões radiais (σ_R) na linha situada a R = a + 3,0mm para efetuar as integrações radiais. A distribuição calculada na linha situada a R = a + 1,5mm foi feita para comparar os resultados obtidos da integração radial e verificar sua precisão. Para efeito da integração axial, o incremento ΔZ foi de 0,5 e 1,0mm, sendo que os valores menores foram considerados no início da integração,devido à grande variação do parâmetro das isoclínicas. O incremento radial ΔR foi considerado constante e igual a 1,5mm . Para a integração radial usou-se, em todos os modelos, incrementos ΔZ = 1,0mm e ΔR = 0,5mm

Com a finalidade de se ter as tensões em todos os modelos numa forma adimensional, dadas pela razão σ/p, foi calculada a pressão p para cada modelo, uma vez que a diferença dos diâmetros que originou a interferência não foi a mesma. Desta forma, a pressão p pela teoria de Lamé e equação (2) é:

$$p = \frac{b^2 - a^2}{2a^2b^2} \cdot \frac{K}{t} N_Z|_{AB}$$

onde a e b são os raios internos e externos do cilindro oco, respectivamente e $N_Z|_{AB}$ é a ordem de franja na linha AB(fig.4), em qualquer posição R,medida em qualquer fatia transversal longe da extremidade do cilindro onde a teoria de Lamé é válida. Os valores de p, para todos os modelos estudados, estão dados na Tabela 1. Assim, os valores das tensões calculadas com a ajuda de um programa computacional,foram analisados e plotados. A figura 5 mostra os valores das tensões radiais (σ_R/p) para o modelo 1, D/d = 1,7 e Z_0=2,2mm.

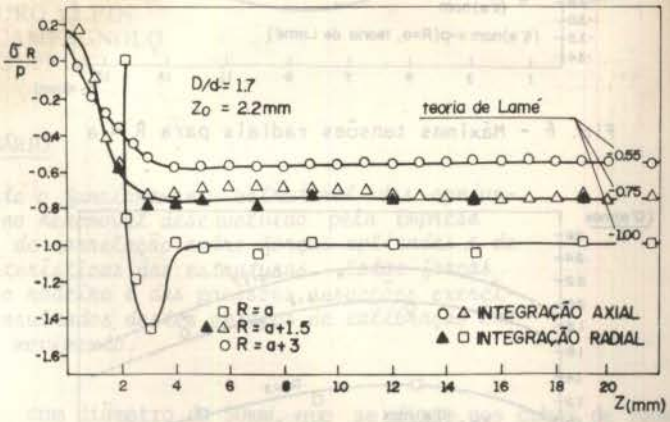


Fig. 5 - Variação das tensões radiais ao longo do eixo axial Z,para três posições de R

Na intersecção da linha de integração radial com a linha de integração axial,situada a R = a+1,5mm, os resultados foram comparados e estão também mostrados na Figura 5. Estes valores diferem em menos de 8% no caso mais crítico, o que indica boa concordância nas integrações. Interessante notar também na figura 5 que, na posição R = a, as tensões assumem seu máximo valor para Z ligeiramente maior do que Z_0 e que a distribuição das tensões longe das extremidades tendem para os valores dados pela teoria de Lamé. Os valores das tensões tangenciais σ_θ/p são positivos e têm uma distribuição similiar aos de σ_R/p. As tensões axiais (σ_Z/p) e cisalhante (τ_{RZ}/p) assumem valores significativos apenas na região próxima à extremidade do cilíndro interno, ou seja, nas imediações da posição Z_0. Estes valores longe das extremidades assumem valores praticamente nulos, o que está de acordo com a teoria de Lamé aplicada ao caso em estudo.

Os valores máximos das tensões, σ_R/p, σ_θ/p, σ_Z/p e $\tau_{R\theta}/p$, obtidos na posição R = a, foram plotados em função das posições Z_0 do cilindro interno, para as diferentes relações de diâmetros D/d estudados. As figuras 6,7,8 e 9 mostram estes resultados.

Na figura 6 pode ser observado que a tensão radial máxima é sempre maior que a tensão radial calculada pela teoria de Lamé, definida como tensão nominal (σ_R)nom. Desta forma, o fator de concentração de tensões radiais (K_R) é sempre maior do que um. Pode ser observado também na figura 6,que a tensão radial ou fator de concentração de tensões radiais, aumenta quando a relação D/d diminui e assume valores máximos para a posição de $7,0 < Z_0 < 9,0$mm. Na figura 7, pode ser observado que as tensões tangenciais máximas também experimentam valores maiores quanto menor for a relação D/d, sendo que os maiores valores foram encontrados para a posição do cilindro interno Z_0 =5,0mm . A tensão nominal (σ_θ)nom.,definida segundo a teoria de Lamé, mostrada na figura 7 , diminui quando a relação D/d aumenta. Desta forma, o fator de concentração de tensões tangenciais, K_θ, passa por uma curva de valores máximos entre D/d =3 e D/d = 1,7, não assumindo valores significativos. Estes fatores de concentração de tensões são válidos para relações $L/D \geq 2,5$.

Na figura 8,pode-se observar que as tensões axiais máximas tendem a valores constantes quando a posição do cilindro interno for $Z_0 > 15$mm, depois de assumir seus maiores valores para $7,0 < Z_0 < 9,0$mm. As tensões são maiores quanto menor for a relação D/d, o mesmo acontecendo com as tensões cisalhantes máximas,

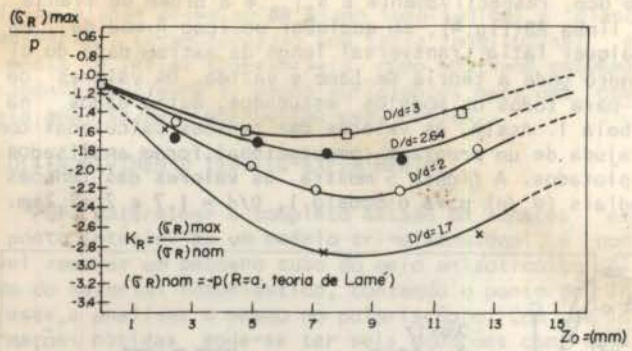


Fig. 6 - Máximas tensões radiais para R = a

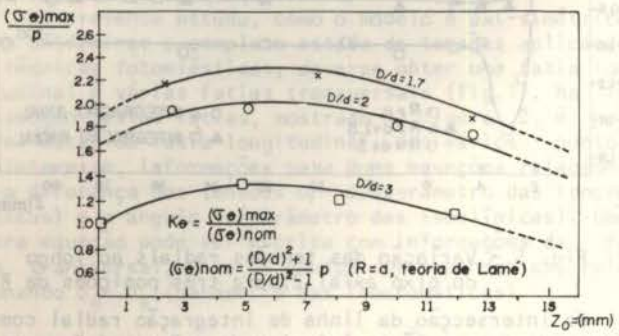


Fig. 7 - Máximas tensões tangenciais para R=a

mostradas na figura 9. Estas últimas também tem os seus maiores valores máximos para $7,0 < Z_0 < 9,0$mm.

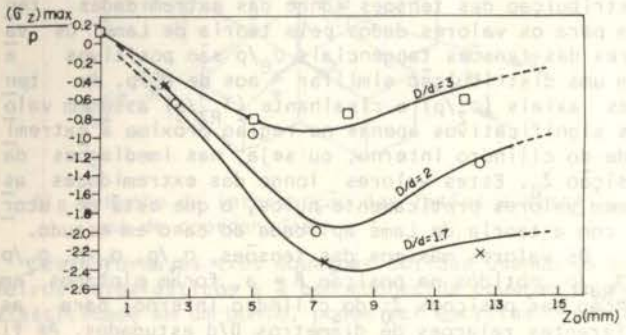


Fig. 8 - Máximas tensões axiais para R = a

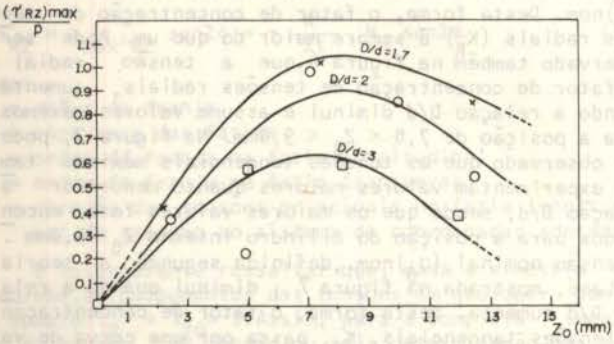


Fig. 9 - Maximas tensões cisalhantes para R=a

5. CONCLUSÃO

Usando o método fotoelástico tri-dimensional foi estudada a concentração de tensão ou tensões máximas, próximas das extremidades de dois cilindros montados com interferência, para várias relações de diâmetro D/d, região em que a teoria de Lamé não é obedecida.

As seguintes conclusões puderam ser tiradas destes estudos:

1 - Os valores das tensões máximas são maiores quanto menor for a relação D/d e estas assumem seus maiores valores para a posição do cilindro interno $5,0 < Z_0 < 9,0$mm.

2 - O fator de concentração de tensões para as tensões radiais assume valores bem maiores que para as tensões tangenciais. O máximo valor encontrado foi $K_R = 2,9$ para uma relação D/d = 1,7 e posição do cilindro interno $Z_0 = 9,0$mm.

3 - O fator de concentração de tensões para as tensões tangenciais passa por uma curva de valores máximos entre D/d = 3 e D/d = 1,7, não apresentando valores apreciáveis.

6. AGRADECIMENTOS

Este trabalho teve o suporte financeiro, direto ou indireto, da OEA, CAPES, CNPq e PUC/RJ.

7. BIBLIOGRAFIA

[1]- Lur'e, A.I., Three-Dimensional Problems of the Theory of Elasticity, John Wiley, 1964.

[2]- Dally, J.W. and W.F. Riley, Experimental Stress Analysis, Mc Graw Hill, 1965.

[3]- Frocht, M.M., Photoelasticity, Vol.I, II, John Wiley, 1965.

[4]- Durelli, A.J. and W.F. Riley, Introduction to Photomechanics, Prentice-Hall, 1965.

[5]- Gomide, H.A. e J. Cernosek, "Desenvolvimento de um material para Fotoelasticidade Tri-Dimensional" COBEM, Paper A1, 27-42, (1975), Rio de Janeiro.

[6]- Leven, M.M. e R.C. Sampson, "Large Epoxi Resin Casting for Three-Dimensional Photelastic Tests" Res. Rept., 60 - 94459-2-R3, Westinghouse Research Laboratories, 1956.

[7]- Montestruque, C.M. "Distribuição de Tensões Próximo das Extremidades de Dois Cilindros Concêntricos Comprimidos", Tese de Mestrado, PUC/RJ, 1972.

[8]- Balthazar, J.C., "Estudo da Concentração de Tensões na Extremidade de Cilindros Ocos Montados com Interferência Usando Fotoelasticidade Tri-Dimensional", Tese de Mestrado, PUC/RJ, 1975.

SUMMARY

The presented work deals with the problem of the state of the stress near the end of the two thickwall cylinders pressed together. The problem was solved for various configurations of the cylinder by the three - dimensional photoelasticity using stress freezing method. The models were manufactured from the epoxi resin prepared by the special procedure and after stress freezing procedure sliced into the radial and meridial slices. The stresses were determined by numerical integration of the equations of the equilibrium of a elastically deformed body, using cylindrical coordinates.

ANÁLISE EXPERIMENTAL DO CONJUNTO MASTRO/ALETA E DO RODEIRO DO AEROMÓVEL COESTER

DARIO LAURO KLEIN
JOÃO LUIZ CAMPAGNOLO
CPGEC/UFRGS

SUMÁRIO

Este trabalho analisa experimentalmente o funcionamento estrutural dos conjuntos mastro/aleta e do rodeiro utilizados no Aeromóvel desenvolvido pela Empresa COESTER. No estudo são determinadas curvas de correlação entre forças aplicadas e deformações específicas lidas em seções características das estruturas. Estas forças provêm das ações do peso do veículo sobre o rodeiro e das pressões e sucções exercidas pelo ar no conjunto mastro/aleta. Os resultados destes ensaios de calibração são utilizados na análise global do veículo em movimento.

INTRODUÇÃO

A propulsão do Aeromóvel Coester é conseguida mediante a aplicação de pressão ou sucção sobre as aletas que ocupam toda a seção interna do duto da aerovia (ver figura 1). Estas aletas são fixadas no veículo através do mastro e do braço do mastro e a pressão ou sucção que atua sobre elas, depende do sentido do fluxo de ar dentro do duto. A injeção do ar no duto é feita com o auxílio de ventiladores.

A instrumentação dos dois conjuntos mastro/aleta e posteriormente do aparelho de engate dos dois veículos, possibilitará a verificação, num ensaio de campo, da parcela da força de sucção ou pressão que age em cada aleta e da força de tração de um veículo sobre o outro através da curva de calibração do aparelho de engate.

A partir do ensaio de calibração do rodeiro pode-se obter os valores das cargas que atuam na interface roda-trilho do truque, a partir dos valores das deformações específicas gravadas durante o ensaio dinâmico do veículo, realizado posteriormente. Estas forças são importantes para o estudo da via do Aeromóvel.

DESCRIÇÃO DAS ESTRUTURAS

O conjunto mastro/aleta é constituído por dois elementos. O mastro que apresenta uma seção transversal retangular 254x19,05 mm² e comprimento total de 1680 mm, sendo construído com chapa de aço SAE 1045. A aleta é constituída por uma chapa de aço com 2 mm de espessura e nervurada, formando uma placa com área de 940x940 mm². A figura 3 apresenta as dimensões mais importantes do conjunto mastro/aleta.

A estrutura do rodeiro é constituída basicamente por três vigas de aço SAE 1020 em seção transversal retangular tubular. Duas delas, com seção transversal ▭ 66x160x6.4mm, contêm as pontas de eixo de aço SAE 8640 com diâmetro de 50mm, que se fixam nos cubos de roda com ϕ470mm. A união entre estas duas vigas é feita transversalmente por intermédio de um outro perfil, com seção ▭ 120x80x5mm, o qual recebe o carregamento vertical do veículo, bem como os efeitos oriundos da aleta. A figura 2 mostra um esquema da estrutura em questão.

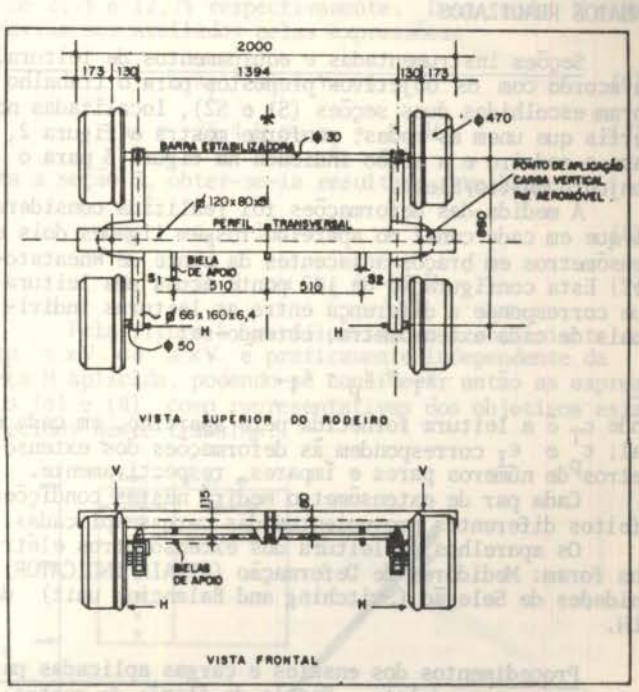


Figura 2. Esquema da estrutura do rodeiro, localização das seções instrumentadas e posições das cargas V e H.

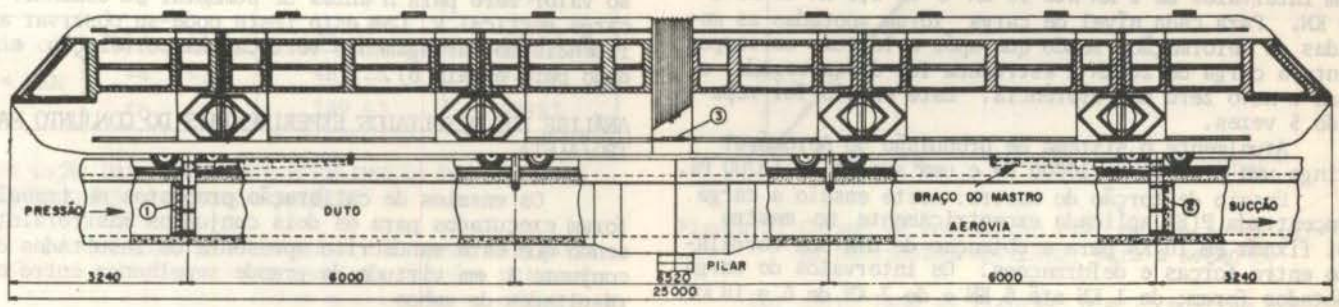


Figura 1. Posições dos conjuntos mastro/aleta ① e ② e do aparelho de engate ③ no veículo.

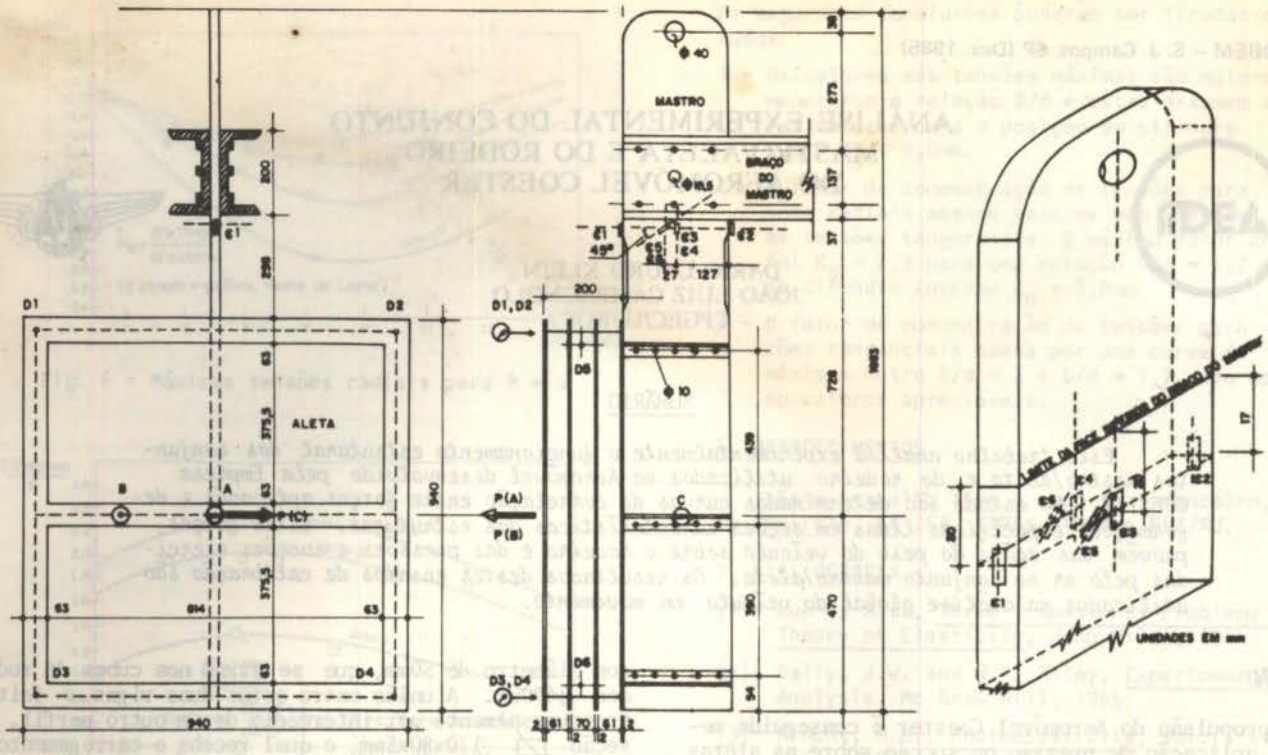


Figura 3. Conjunto Mastro/Aleta (1) - Dimensões em mm, posições dos extensômetros elétricos e tipos de carregamento.

ENSAIOS REALIZADOS

Seções instrumentadas e equipamentos de leitura. De acordo com os objetivos propostos para o trabalho foram escolhidas duas seções (S1 e S2), localizadas nos perfis que unem as rodas, conforme mostra a figura 2, para o rodeiro e a seção indicada na figura 3 para o conjunto mastro/aleta.

A medida das deformações foi realizada considerando que em cada canal do aparelho fossem ligados dois extensômetros em braços adjacentes da ponte de Wheatstone. Esta configuração de 1/2 ponte acusa uma leitura que corresponde a diferença entre as leituras individuais de cada extensômetro, obtendo-se:

$$\varepsilon_T = \varepsilon_p - \varepsilon_I, \qquad (1)$$

onde ε_T é a leitura fornecida pelo aparelho, em cada canal; ε_p e ε_I correspondem às deformações dos extensômetros de números pares e ímpares, respectivamente.

Cada par de extensômetro medirá nestas condições efeitos diferentes provenientes das cargas aplicadas.

Os aparelhos de leitura dos extensômetros elétricos foram: Medidores de Deformação (STRAIN INDICATOR) e Unidades de Seleção (Switching and Balancing unit) da BLH.

Procedimentos dos ensaios e cargas aplicadas para o conjunto mastro/aleta. Ensaio de flexão do mastro: a carga concentrada P(A) de 20 KN, equivalente a pressão ou sucção de 20.000 Pa (2000 kgf/m^2) atuante numa área de 1 m^2 da aleta, foi aplicada de forma progressiva com intervalos de 2 KN até 10 KN e de 2,5 KN de 10 a 20 KN. Para cada nível de carga foram anotadas as medidas de deformação sendo que após a leitura correspondente a carga de 20 KN a estrutura foi descarregada e lido o novo zero de referência. Este ensaio foi repetido 5 vezes.

Atualmente o sistema de propulsão do Aeromóvel atinge uma pressão de 16000 Pa e uma sucção de 13700 Pa.

Ensaio de torção do mastro: neste ensaio a carga concentrada P(B) aplicada excentricamente no mastro foi fixada em 10 KN para a obtenção de uma boa correlação entre forças e deformações. Os intervalos de carga adotados foram: de 1 KN até 6 KN e de 2 KN de 6 a 10 KN.

Ensaio de flexão lateral do mastro: a força concentrada P(C) aplicada no eixo do mastro foi arbitrada e limitada em 1 KN em função da magnitude das deformações obtidas no mastro. Neste ensaio adotou-se o mesmo procedimento do ensaio de flexão considerando as etapas de carregamento de 0,1 KN até 0,6 KN e de 0,2 KN de 0,6 a 1 KN.

Procedimento e cargas para o ensaio do rodeiro.

Ensaio a): Efeito das cargas verticais V: o carregamento vertical V representa as cargas provenientes do peso próprio do Aeromóvel acrescido da carga acidental correspondente aos 150 passageiros com peso médio de 650N/passageiro. O total desta carga aplicada em cada ponto do rodeiro (ver figura 2) atinge 35,25KN, o qual, foi majorada no ensaio para 50 KN. Este carregamento foi aplicado na estrutura do truque com auxílio de cilindros hidráulicos e em etapas progressivas de 5 KN por etapa. O ensaio completo de carregamento e descarregamento foi realizado 4 vezes medindo-se os valores das deformações em cada nível de intensidade.

Ensaio b): Efeito da força horizontal H: a carga horizontal aplicada com cilindros hidráulicos na interface roda-trilho (ver figura 2) foi fixada em 5 KN em função da magnitude das deformações lidas neste ensaio e com o intuito de obter uma boa correlação entre a força e as deformações. O procedimento de aplicação em etapas progressivas de intensidade foi adotado tanto na fase de carregamento como no descarregamento.

Ensaio c): Efeito combinado das cargas V e H: neste ensaio adotou-se o procedimento de que em cada nível de carga vertical fossem aplicadas 5 forças horizontais com intensidade progressiva retornando-se sempre ao valor zero para H antes de aumentar ou diminuir a carga vertical V. Com este teste pode-se observar a influência do carregamento vertical na correlação ε x H, dado pelo ensaio b).

ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS DO CONJUNTO MASTRO/ALETA

Os ensaios de calibração propostos no trabalho foram executados para os dois conjuntos mastro/aleta sendo que este manuscrito apresenta os resultados do conjunto 1 em virtude da grande semelhança entre os resultados de ambos.

Deformações específicas. A figura 4 mostra a evolução das deformações específicas ε_T em função das cargas aplicadas P(A) no centro da aleta originando uma flexão do mastro em torno de seu eixo de inércia máximo. Observa-se uma correlação ε x P perfeitamente linear.

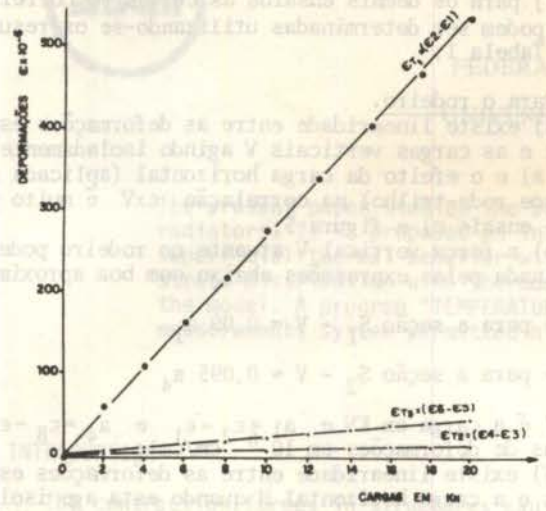


Figura 4. Ensaio a) - Flexão do mastro/aleta 1.

Verifica-se também que o conjunto mastro/aleta apresenta as maiores leituras de deformação, para este estado de carga, correspondente aos extensômetros colocados nas posições 1 e 2 os quais medem as deformações provenientes do momento fletor. Isto está a indicar que os efeitos de flexão lateral e torção do mastro para esta situação de carga são muito pequenos.

Nos ensaios de torção e flexão lateral observa-se também o comportamento linear do conjunto mastro/aleta.

A tabela 1 apresenta os diversos valores dos coeficientes angulares b das equações de correlação entre ε_T e P para os pares de extensômetros. Estas retas teóricas resultam da aplicação de um programa de regressão linear aos pontos experimentais sendo que se verifica, através dos coeficientes de aproximação R^2, uma boa aproximação aos pontos experimentais.

Tabela 1. Valores dos coeficientes angulares das equações de correlação entre deformações específicas ε_T, em 10^{-6} cm/cm e carga P aplicadas em KN - conjunto mastro/aleta 1.

		Equação ε_T = b P	
	$\varepsilon_T = \varepsilon_P - \varepsilon_I$	b	R^2
Ensaio a) P_{max} = 20 KN	$\varepsilon_2 - \varepsilon_1$	26,51	0,99963
	$\varepsilon_4 - \varepsilon_3$	-	-
	$\varepsilon_6 - \varepsilon_5$	2,247	0,9959
Ensaio b) P_{max} = 10 KN	$\varepsilon_2 - \varepsilon_1$	20,78	0,99963
	$\varepsilon_4 - \varepsilon_3$	-	-
	$\varepsilon_6 - \varepsilon_5$	80,18	0,99952
Ensaio c) P_{max} = 1 KN	$\varepsilon_2 - \varepsilon_1$	39,07	0,99753
	$\varepsilon_4 - \varepsilon_3$	407,25	0,99987
	ε_6 ε_3	189,57	0,99957

DETERMINAÇÃO DAS FORÇAS V E H EM FUNÇÃO DAS LEITURAS DAS DEFORMAÇÕES ε_T PARA O RODEIRO

A determinação das forças V e H pode ser feita utilizando-se os dados experimentais obtidos pelos ensaios a) e b) nos quais foram analisados os efeitos de cada carga. Deste modo tomando-se as leituras das deformações ε_T para as seções S_1 e S_2 relacionadas na tabela 2 vem:

Tabela 2. Valores de ε_T, em 10^{-6} cm/cm, para as cargas extremas dos ensaios a) e b)

Canal	Ensaio a) V=50 KN H=0	Ensaio b) V=0 H=5KN
1	$\varepsilon_T = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = 555$	+ 15
2	$\varepsilon_T = \varepsilon_4 - \varepsilon_3 = 18$	-142
3	$\varepsilon_T = \varepsilon_6 - \varepsilon_5 = 368$	+ 40
4	$\varepsilon_T = \varepsilon_8 - \varepsilon_7 = 528$	+ 31
5	$\varepsilon_T = \varepsilon_{10} - \varepsilon_9 = 22$	-140
6	$\varepsilon_T = \varepsilon_{12} - \varepsilon_{11} = 418$	+ 30

$$a_1 = \frac{555}{50} V + \frac{15}{5} H \quad \therefore \quad a_1 = 11,1\ V + 3\ H \qquad (2)$$

e

$$a_2 = \frac{18}{50} V - \frac{142}{5} H \quad \therefore \quad a_2 = 0,36\ V - 28,4\ H \qquad (3)$$

onde a_1 e a_2 são as leituras dos canais 1 e 2 referentes a seção S_1 para o caso da ação simultânea de V e H. Supondo-se agora V = 10 H verifica-se que:

$$a_1 = 11,1\ V + \frac{3}{10} V \qquad (4)$$

$$a_2 = 3,6\ H - 28,4\ H \qquad (5)$$

Assim, se for desprezada a contribuição de H na leitura de a_1 e de V na leitura de a_2 seria cometido um erro de 2,7% e 12,7% respectivamente. Deste modo V e H poderiam ser avaliados pelas expressões:

$$a_1 = 11,1\ V, \quad e \qquad (6)$$

$$a_2 = -28,4\ H \text{ ou } a_2 = -b_2\ H \qquad (7)$$

Para a seção S_2 obter-se-ia resultado semelhante:

$$a_4 = 10,56\ V \qquad (8)$$

$$a_5 = -28\ H \text{ ou } a_5 = -b_5\ H \qquad (9)$$

Pela figura 5 verifica-se que o coeficiente da reta ε xV ou a xV é praticamente independente da força H aplicada, podendo-se considerar então as expressões (6) e (8) como representativas dos objetivos estabelecidos neste trabalho.

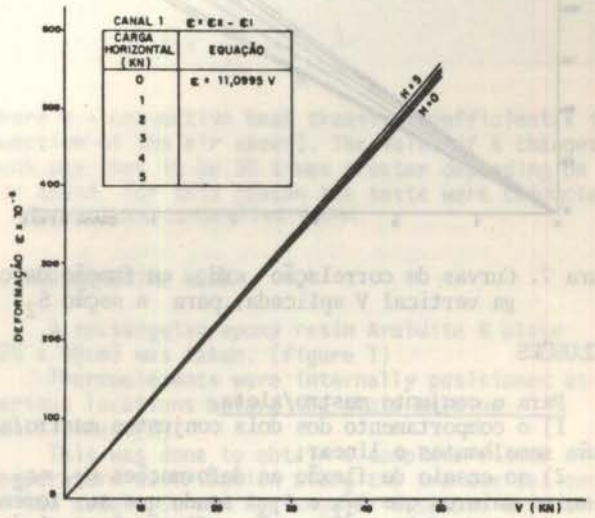


Figura 5. Curvas de correlação εxV, em função da carga horizontal aplicada, para a seção S_1

Por outro lado as figuras 6 e 7 mostram que o coeficiente angular (b) da reta εxH ou axH é significativamente alterado com a presença de V. Com os va-

lores de b retirados das diversas equações apresentadas nas figuras 6 e 7 ajustou-se uma curva do tipo $y = c \cdot e^{dx}$ aos pontos experimentais resultando:

$$b_2 = 27{,}749\ e^{-0{,}00891\ V} \quad (10)$$

e

$$b_5 = 29{,}509\ e^{-0{,}00734\ V} \quad (11)$$

Deste modo a força H pode ser então determinada pelas leituras a_2 ou a_5 através das expressões:

$$a_2 = (-27{,}749\ e^{-0{,}00891\ V})\ H \quad (12)$$

e

$$a_5 = (-29{,}509\ e^{-0{,}00734\ V})\ H \quad (13)$$

Para o uso das expressões (6), (8), (12) e (13) considerar as leituras de a_1, a_2, a_4 e a_5 em 10^{-6} cm/cm e as cargas V e H em KN.

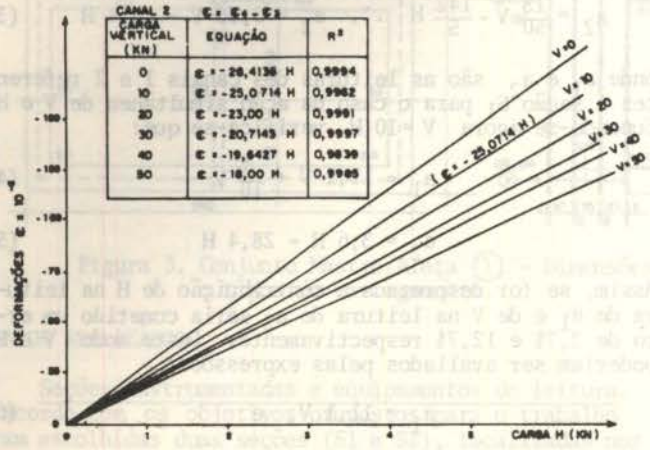


Figura 6. Curvas de correlação εxH, em função da carga V aplicada para a seção S_1.

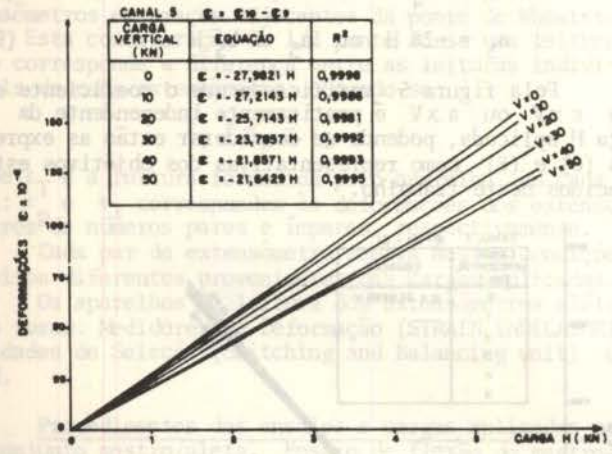


Figura 7. Curvas de correlação εxH, em função da carga vertical V aplicada, para a seção S_2.

CONCLUSÕES

Para o conjunto mastro/aleta.

1) o comportamento dos dois conjuntos mastro/aleta são semelhantes e linear;

2) no ensaio de flexão as deformações $\varepsilon_{T_1} = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$ são muito maiores que ε_{T_2} e ε_{T_3} sendo que se forem desprezados os efeitos de torção e flexão lateral do mastro nesta situação de carga o erro cometido é muito pequeno;

3) as equações de correlação entre ε_T e P podem ser escritas:

- para o mastro 1, $P_1 = \frac{1}{b_1}\varepsilon_{T_1} = 0{,}0377\ \varepsilon_{T_1} \cdot 10^6$ e (14)

- para o mastro 2, $P_2 = \frac{1}{b_2}\varepsilon_{T_1} = 0{,}0384\ \varepsilon_{T_1} \cdot 10^6$ (15)

onde P_1 e P_2 são dados em KN e ε_{T_1} em 10^{-6} cm/cm;

4) para os demais ensaios as curvas de correlação ε_T x P podem ser determinadas utilizando-se os resultados da Tabela 1;

Para o rodeiro.

5) existe linearidade entre as deformações específicas ε e as cargas verticais V agindo isoladamente - ensaio a) e o efeito da carga horizontal (aplicada na interface roda-trilho) na correlação εxV é muito pequeno - ensaio c) e figura 5;

6) a força vertical V atuante no rodeiro pode ser determinada pelas expressões abaixo com boa aproximação:

- para a seção S_1 - $V = 0{,}09\ a_1$ (16)

- para a seção S_2 - $V = 0{,}095\ a_4$ (17)

onde V é a carga em KN e $a_1 = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$ e $a_4 = \varepsilon_8 - \varepsilon_7$ leituras de deformações em 10^{-6} cm/cm);

7) existe linearidade entre as deformações específicas ε e a carga horizontal H quando esta age isoladamente - ensaio b) e o carregamento vertical V modifica o coeficiente angular da reta εxH como se pode observar nas figuras 6 e 7;

8) a força H aplicada na interface roda-trilho pode ser determinada com boa aproximação pelas expressões:

- para a seção S_1 - $H = -a_2/(27{,}749\ e^{-0{,}00891\ V})$ (18)

- para a seção S_2 - $H = -a_5/(29{,}509\ e^{-0{,}00734\ V})$ (19)

onde H é dado em KN e a_2 e a_5 em 10^{-6} cm/cm.

REFERÊNCIAS

[1] Johnson, K.L., "The effect of a tangential contact force upon the rolling mention of an elastic sphere on a plane", Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME, Vol. 80, Dez. 1958, pp. 339-346.

[2] Klein, D.L. e Campagnolo, J.L., "Análise experimental da estrutura do Aeromóvel Coester", FUNDATEC/COESTER/EBTU, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil - UFRGS, Relatório Técnico, 1982.

[3] Klein, D.L. e Campagnolo, J.L., "Ensaio C4-3 - Conjunto mastro/aleta do Aeromóvel", FUNDATEC/COESTER/EBTU, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil - UFRGS, Relatório Técnico, setembro 1984.

[4] Klein, D.L. e Campagnolo, J.L., "Ensaio C4-1 - Rodeiro do Aeromóvel Coester" - FUNDATEC/COESTER/EBTU, Agosto/84, Relatório Técnico.

SUMMARY

This work analize experimentally the structural behavior of the fixed plate system of the Aeromovel developed by "COESTER Pesquisas e Participações Ltda". Correlation curves between applied forces and specific deformations read in characteristic sections of the structure are determined. These forces are due to the vehicle weight acting on the truck and the pressure and suction exerced by the air on the fixed plate system. The results of the calibration tests are used in the global analysis of the vehicle when in movement.

TEMPERATURE DISTRIBUTION ON RESIN EPOXY MODELS SUBMITTED TO INFRA-RED RADIATION

PERRIN SMITH NETO
FEDERAL UNIVERSITY OF UBERLÂNDIA
M. SAUTNER
UNIVERSITY OF STUTTGART — GERMANY

The present paper studies the behavior of a Resin Epoxy Model submitted to infra-red radiators. It is proposed an installation for uniform heating, obtainning the superficial thermal behavior with electrical strain gages, inner temperature and stress distribution with thermoelements internally positioned and overplaced close to the model. A program "TEMPERATUR" was developped for the data aquisition and the measurements system permitted high accuracy results.

1. INTRODUCTION

The contraction forces in structures caused in many cases by a variation in temperature, represents a big risk due to appearance and propagation of cracks. Its importance, many times, is neglected. In bridge structures, for instance, the solar radiation also has a great significance. The Brazilian standards take into account the thermal stresses dues to temperature variations in the range of 10°C to + 40°C. However, the concrete surfaces or asphalt pavement for instance may reach temperatures above 65°C. This way one concludes that is necessary to improve experimental technique to analyse the real behavior of structures. The use of test models and experimental techniques presents some difficulties when mechanical deformations and time and space dependent temperature distribution have to be measured. Common methods used in practice present unaccuracies for example dues to thermal effects on strain gages mainly in the non compensated range, and on cables. It is also important to measure internal temperatures. This paper presents a method to analyse the temperature and strains distribution in epoxy resin models, representing a structure element, submitted to infra-red radiation. The instalation of a controllable system the behavior of different temperature transducers and strain gages were developped to observe the temperature gradient and strains in a rectangular plate. The questions that were presented in the test with heat radiation were: instalation of a controllable heating system; the control system of the oven; the behavior of different temperature transducers and strain gages by radiation and the temperature gradient to be obtained.

2. BASIC CONSIDERATIONS AND MODEL TESTS

An epoxy resin(Araldite B) was chosen as a test model. The Young's modulus is constant and equal to 35000 Kg/cm² until the temperature reaches 80°C; between 80°C and 120°C the Young's modulus decreases significantly and over 120°C this modulus is constant again presenting and aproximate value of 200 Kg/cm²[1]. Thermal radiations were obtained by using eight 40cm long infraredradiators, separated 5cm one from another. The maximum power for each radiator was 650W. These radiators were located 10cm under the inferior surface of the model. The testing model is considered as a 2nd order model, which means that the heat transfer from the ambient to the model is very well known, and it is desirable to determine distribution of temperature on external surfaces and inner temperature and stress distribution. The temperature gradients(the difference between upper and lower face model temperature) is kept constant and

$$\frac{dQ}{dt} = \lambda . dF . \frac{Tu - To}{d} \quad (1)$$

$\frac{dQ}{dt}$ = eletrical power

d = thickness

λ = thermal condutibility (Kcal/m.h.°K)

F = surface

Tu = lower surface temperature of the model

To = upper surface temperature of the model

T_M = room temperature

The heat transfer to the upper surface of the model is obtained by Newtons' laws [2]:

$$dQ = k\ (To - T_M)\ dF \quad (2)$$

From equations (1) and (2) one finds that,

$$k = \frac{Tu - To}{To - T_M} \frac{\lambda}{d} \quad (3)$$

where k = convective heat transfer coefficient(k is a function of the air speed). The value of k changes in such way that it be 30 times greater depending on the air speed. For this reason the tests were conducted in a temperature controlled room.

3. EXPERIMENTAL WORK

A rectangular epoxy resin Araldite B plate (25 x 40cm) was taken. (figure 1)

Thermoelements were internally positioned at various locations before the plate molding fullfillment[5].

This was done to obtain a complete vision of the temperature distribution along the transversal section of the model. Strain Rectangular Rosettes were bonded symmetrically (on upper and lower face) (figure 2).

Temperature sensors were also bonded on the surfaces of the plate to obtain the superficial temperature variation.

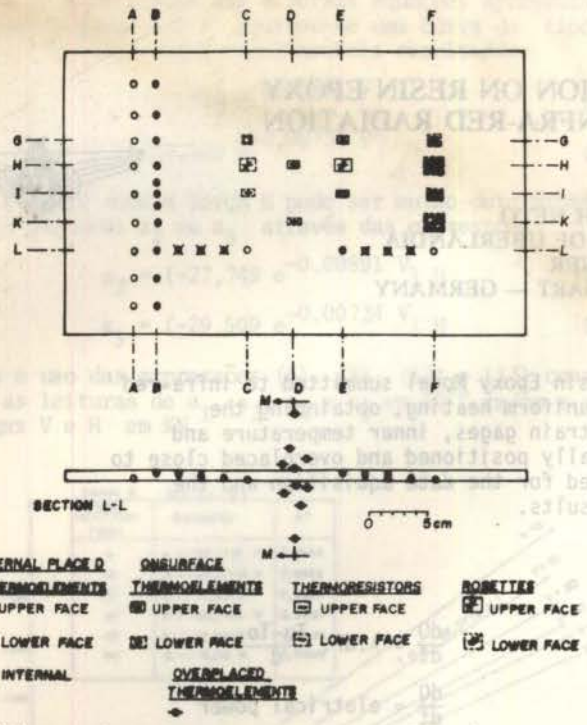


FIG. 1: Lay out of transducers on rectangular plate submitted to infra-red radiation

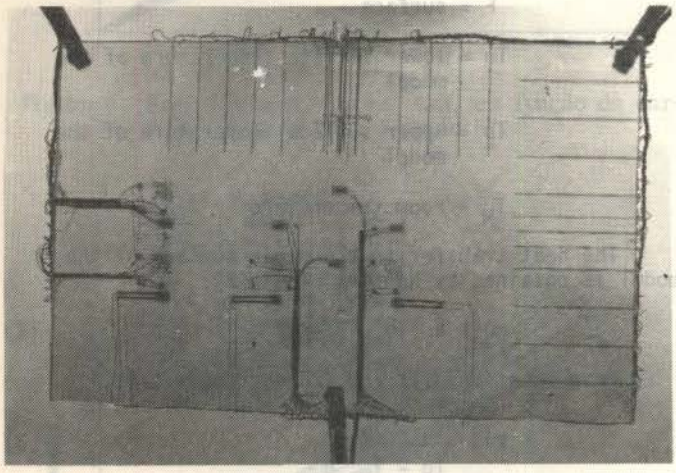


Fig. 2 - Rectangular Plate with transducers

Thermoelements were also overplaced at various distances close to the model(figure 3).

Since the principal interest was to obtain the temperature distribution, the plate was supported on three statically defined points, such that in the case of linear temperature distribution the whole surface of the plate would be free from deformations due to contractions. This way it would be possible to obtain a homogeneous radiation along the whole surface. Eight infra-red double cylinder radiators were used. (figure 4)

These radiators emmited medium waves, have small mass, short heating and cooling time; good mechanical stability and a capacity of 650W per radiator.

The technique of simultaneous measurements of various points was used, beeing necessary a high resolution automatic data aquisition system. (figure 5)

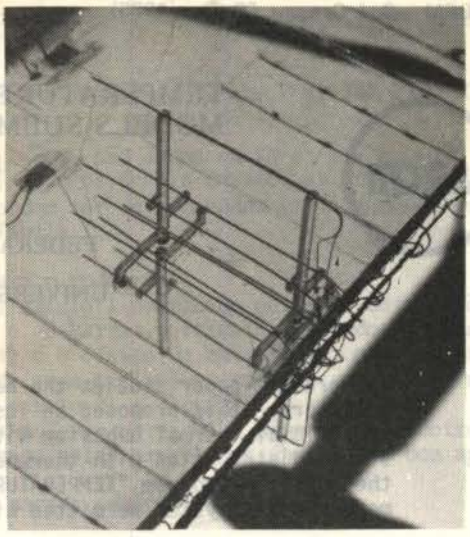


Fig. 3 - Thermoelement overplaced at various distances close to rectangular plate.

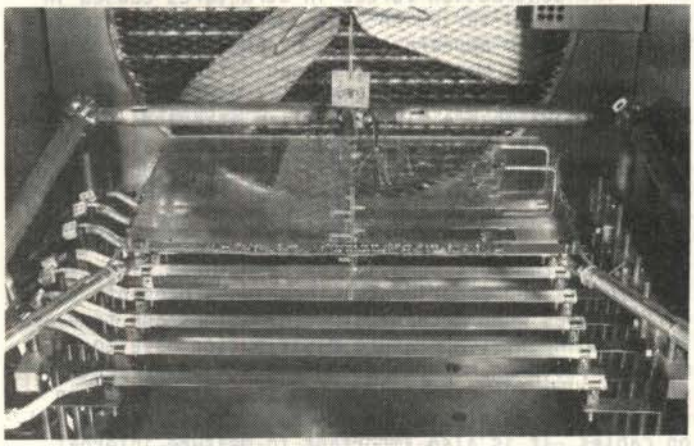


Fig. 4 - Disposition of eight infra-red radiators under the Plate.

A program "TEMPERATUR"[3] was developped for a digital computer. The program permits to collect the model temperatures and to control the room and oven temperatures. The measured values of up to twelve transducers can be measured alltogether. The results can be plotted, to obtain a continous document of the tests.



Fig. 5 - Terminal aquisition system with model positioned in a temp. controlled room.

4. RESULTS

Different types of strain gages were applied on the epoxy resin plate. The results showed the behavior of strain gages due to temperature. (figure 6)

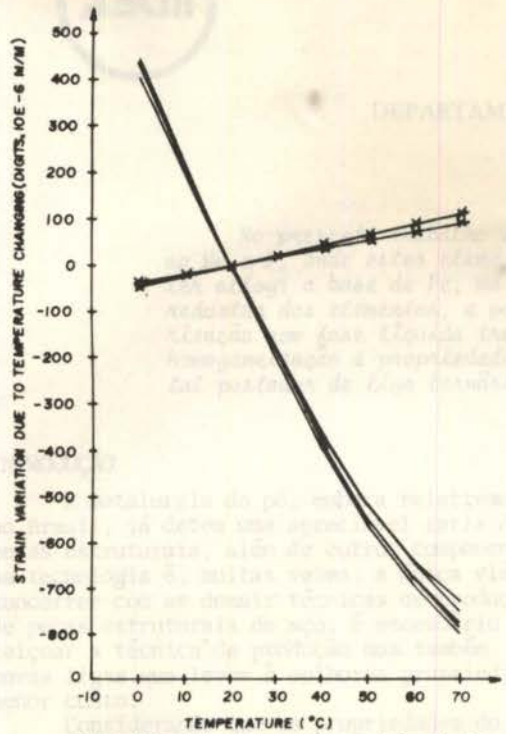


FIG. 6- Strain Variation on Diagonal Rosette Wiregage due to Temperature Changing (x MARKES: STRAIN VARIATION ON CABLES)

Figure 7 shows the distribution of the temperature obtained in two sections perpendicular to the radiators. In this case, the plate was positioned in a temperature controlled room at 20°C and heated gradually at 40°C, 50°C, 60°C and 70°C.

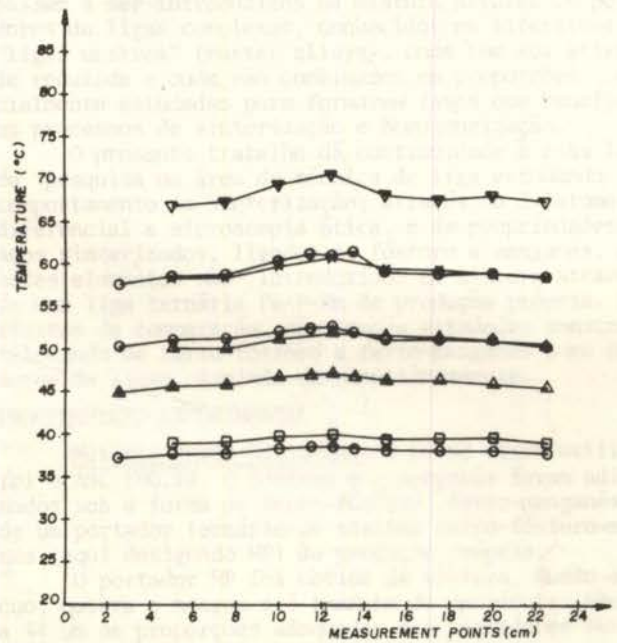


FIG. 7- Temperature Distribution - Sections A/B PLATE ARALDITE B

The distribution of temperature is symetrical. This shows a thermal transfer perpendicular to the plate, and a heat transfered from the plates' lower surface to the boundaries and from there to the room. It can also be seen from figure 7 that the gradient distribution of temperature perpendicular to the radiators is constant.

Figure 8 for example shows the temperature distribution on M section. In these measurement serie, Tu = 70,5°C; To = 59°C, and considering λ = 0,241W/m.K [1] it was possible to obtain k = 11,5W/cm².h. This k value was reproduced during three consecutive series of measurements.

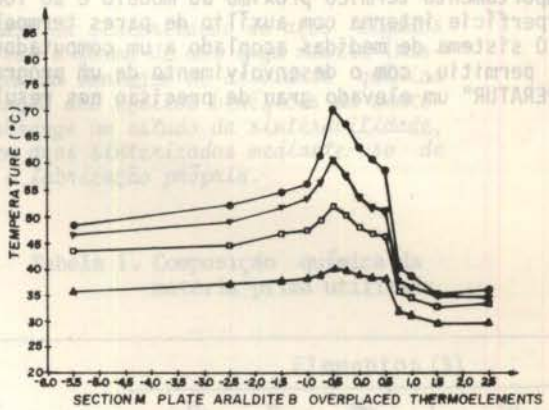


Fig. 8 - Temperature Distribution - Section M - overplaced thermoelements

5. CONCLUSIONS

The used device permits simultaneous temperature and strain measurements. Besides the thermal effect on the behavior of the strain gages and on the model, investigations were made concerning the influences of changes in temperature on the cabling network and on the stability of the measurements equipments. Thermal tests normally spend many hours. The drift point current must be maintained controlled, to obtain stable ambient temperatures. Eletrical strain gages must be connected on cables with three terminal to avoid apparent strains on the measurements. Other model geometries must be tested for different materials. With epoxy resin the thermal behavior can be exactly reproduced and the reproducibility proves to be very good. The calibration was obtainned by a computer-oriented processing of the measuring results obtainned by a calibration test, during which temperature is raised uniformly step by step. This technique finds many applications when it is important to determine thermal strains arising from different temperature variations in testing models.

6. AKNOWLEDMENTS

The experimental investigations were conducted at the University of Stuttgart, Germany, with financial support from CNPq; Brazil. The authors, gratefully acknowledge this support.

7. REFERENCES

[1] - Knappe, W. - Thermische Eigenschaften von Kunststoffen, VDI-Z, 111(1969).

[2] - Franke, H. - Über die Temperaturverteilung in dünnen BetonKonstruktionen insbesondere in zweischichtigen Betonwänden, infolge der Extremalwerte der Lufttemperatur und der Sonneneinstrahlung. VDI - Fortschrittber, 4 Nr.12.

[3] - Sautner, M. - Entwichlung eines Temperatur - Program für Compulog-two - University of Stuttgart, 1979.

[4] - Dove, R.C., Brasier, R.I. and Baker, W.E., - "Selection of gages for Strain Measurement at Interior Points". Experimental Mechanics 2(6), pp. 189-190, June, 1962.

[5] - Müller, R.K. - Handbuch des Modellstatik, Springer, Verlag, Berlin, 1971.

RESUMO

O presente trabalho estuda o comportamento de um modelo em Resina Epoxy submetido à radiações infravermelhas. Foi proposto uma instalação para aquecimento uniforme, obtendo-se o comportamento térmico superficial com auxílio de extensômetros elétricos, bem como o comportamento térmico próximo ao modelo e ao longo da superfície interna com auxílio de pares termoelétricos. O sistema de medidas acoplado a um computador digital permitiu, com o desenvolvimento de um programa "TEMPERATUR" um elevado grau de precisão nos resultados.

DESENVOLVIMENTO DE AÇO SINTERIZADO LIGADO AO Mn E P

ERNANI SALES PALMA
ALOÍSIO NELMO KLEIN
INGEBORG KÜHN ARROYO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA — UFSC

SUMÁRIO

No presente trabalho estuda-se a possibilidade da sinterização de aços ligados ao Mn e P, onde estes elementos são introduzidos sob a forma de uma liga mestre (Master alloy) a base de Fe, Mn e P, que apresenta além da vantagem de atividade química reduzida dos elementos, a possibilidade da utilização dos efeitos benéficos da sinterização com fase líquida transiente. O trabalho abrange um estudo da sinterabilidade, homogeneização e propriedades mecânicas obtidas em aços sinterizados mediante uso de tal portador de liga ternário de desenvolvimento e fabricação própria.

INTRODUÇÃO

A metalurgia do pó, embora relativamente recente no Brasil, já detem uma apreciável fatia do mercado de peças estruturais, além de outros componentes onde essa tecnologia é, muitas vezes, a única viável. Para concorrer com as demais técnicas de produção na área de peças estruturais de aço, é necessário não só aperfeiçoar a técnica de produção mas também desenvolver novas ligas que levem à melhores propriedades com um menor custo.

Considerando que as propriedades do aço sinterizado são, além da influência dos elementos de liga presentes, função de todo o comportamento termodinâmico do compactado durante a sinterização, sendo muitas vezes o fator predominante, tornou-se imperioso o uso de novas técnicas de liga que levam este fato devidamente em consideração |1,2,3|.

Os resultados de pesquisas sistemáticas baseadas neste ponto de vista, levaram a aços sinterizados com propriedades superiores àqueles até então conhecidos |2,3|, e elementos de liga antes considerados inutilizáveis para a metalurgia do pó ferrosa passaram a adquirir elevada importância. Tais elementos (Si, Mn, Cr, V e Al) que devido à sua elevada tendência à oxidação passam a ser introduzidos na mistura através de portadores de ligas complexos, conhecidos na literatura por "ligas mestres" (master alloys), onde tem sua atividade reduzida e onde são combinados em proporções especialmente estudadas para formarem fases que beneficiem os processos de sinterização e homogeneização.

O presente tratalho dá continuidade à essa linha de pesquisa na área de técnica de liga estudando o comportamento na sinterização, através da dilatometria diferencial e microscopia ótica, e as propriedades de aços sinterizados, ligados ao fósforo e manganês, onde estes elementos são introduzidos na mistura através de uma liga ternária Fe-P-Mn de produção própria. Para efeitos de comparação, são também estudadas amostras utilizando-se ferro-fósforo e ferro-manganês como portadores de ligas, isolada ou simultâneamente.

PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Matéria Prima Utilizada. O pó de ferro utilizado foi o ASC 100.29. O fósforo e o manganês foram adicionados sob a forma de ferro-fósforo, ferro-manganês e de um portador ternário do sistema ferro-fósforo-manganes (aqui designado MP) de produção própria.

O portador MP foi obtido da mistura, fusão a vácuo, quebra e moagem até tamanho de partícula inferior a 44 μm de proporções adequadas dos portadores FeP e FeMn.

A tabela I apresenta a composição nominal dos pós metálicos utilizados.

Tabela 1. Composição química da materia prima utilizada

Pós Metálicos	Elementos (%)					
	Fe	P	Mn	C	Si	O
Ferro	99,70	0,01	0,05	0,01	0,02	0,15
Ferro-Fósforo	79,73	19,90	0,05	0,22	0,08	-
Ferro-Manganês	13,59	0,12	84,70	0,11	0,97	0,51
Portador MP	56,53	12,66	30,57	0,18	0,05	-

A mistura dos pós foi feita durante 60 minutos em um misturador em Y.

Para o estudo do comportamento durante a sinterização foram realizados ensaios dilatométricos no Fe e em ligas Fe-FeP, Fe-FeMn, Fe-FeP-FeMn e Fe-MP em proporções tais que os teores de P e Mn mantiveram-se constantes. Utilizou-se corpos de prova de 10mm de diâmetro e 10 a 11mm de comprimento, compactados a uma pressão de 600MPa em uma matriz bipartida de ação simples. A sinterização realizou-se a 1160°C por 2 horas em atmosfera de hidrogênio. A velocidade de aquecimento foi 10°C/min.

Os corpos de prova utilizados para a determinação das propriedades mecânicas foram compactados também a uma pressão de 600MPa, utilizando estearato de zinco na lubrificação das paredes da matriz de dupla ação usada. A subsequente sinterização realizou-se a 1160°C por 2 horas em atmosfera de hidrogênio (mesmas condições anteriores), com velocidade de aquecimento de 5°C/min.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Análise Dilatométrica. A figura 1 mostra a variação dimensional durante o aquecimento e sinterização isotérmica de compactados de Fe (curva 1), Fe-FeMn (curva 2) e Fe-FeP (curva 3).

A curva 1 apresenta o comportamento já bastante conhecido do ferro puro durante a sinterização, com a expansão térmica e variação dimensional durante a transformação $\alpha - \gamma$ normais e um encolhimento suave durante o período isotérmico.

O compactado de Fe-FeMn (1,3%Mn) apresenta maior expansão que o ferro puro durante o aquecimento (curva 2), pois ocorre separação parcial de contatos devido as tensões causadas pelo maior coeficiente de dilatação térmica das partículas do portador de liga. A temperatura de transformação α-γ ligeiramente inferior é consequência da interdifusão já desencadeada entre o ferro e o manganês, pois este elemento é estabilizador da austenita. Durante o período isotérmico o encolhimento

bem mais pronunciado é o resultado da maior ativação , do processo devido ao gradiente de concentração.

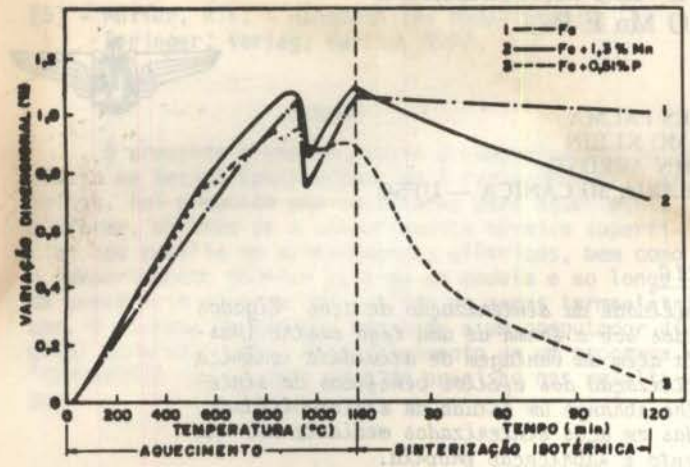


Figura 1. Variação dimensional ($\Delta\ell/\ell o$) durante o aquecimento e sinterização isotérmica.

O compactado de Fe-Fe + 0,5% P (curva 3), quando comparado ao de ferro puro, apresenta maior expansão durante o aquecimento (pelas mesmas razões anteriores) até pouco mais de 500°C, quando então a situação é invertida. O portador FeP é uma liga hipereutética constituída basicamente de Fe-α e Fe_2P. Durante a progressiva difusão de fósforo para as partículas de ferro, o Fe_2P transforma-se em Fe_3P sendo que este apresenta menor volume específico. Além disso, outra razão desta menor expansão e inclusive do "pico de encolhimento" apresentado em torno de 850°C está no fato de que a dissolução de fósforo leva a uma redução no parâmetro de rede do ferro |4|. Devido ao fósforo ser um forte estabilizador da ferrita, a transformação α-γ é bastante inibida. O grande encolhimento apresentado durante o período isotérmico é ainda consequência da fase líquida transiente que surge acima de 1050°C |5| que exibindo ótima molhabilidade, distribui-se através do compactado por ação capilar, penetrando entre as partículas e/ou contornos de grão e com isto acelerando bastante o processo de sinterização pela diminuição da distância de difusão e pela promoção de transporte de material por dissolução e reprecipitação |6|. Após o

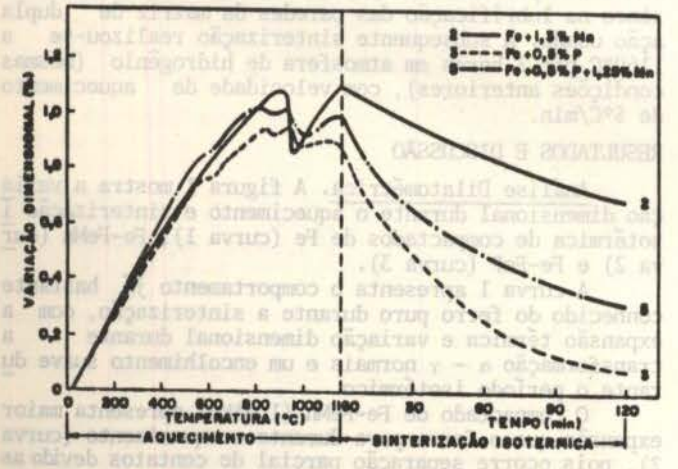


Figura 2. Variação dimensional ($\Delta\ell/\ell o$) durante o aquecimento e sinterização isotérmica.

desaparecimento da fase líquida, a interdifusão continua no estado sólido a partir das regiões ferríticas (ricas em fósforo) para o interior dos grãos austeníticos. Devido ao efeito estabilizante da ferrita onde a difusividade é cerca de cem vezes superior a da austenita, a taxa de transporte de material na presença do fósforo é bem maior que no ferro puro nesta temperatura, aumentando a taxa de encolhimento.

Ao adicionar-se manganês e fósforo simultaneamente ao ferro, sob a forma de Fe-FeP-FeMn (curva 5 da figura 2), os fenômenos discutidos acima ocorrem paralelamente levando a uma variação dimensional intermediária aquela das ligas binárias. O manganês tende a contrabalancear o efeito do fósforo, diminuindo o volume de ferrita presente durante a sinterização, o que ocasiona o menor encolhimento quando em comparação com a curva 3.

A microestrutura do Fe-FeP (figura 3a) mostra uma menor porosidade e tendência ao arredondamento de poros quando comparada a do Fe-FeP-FeMn (figura 3b), confirmando o exposto anteriormente.

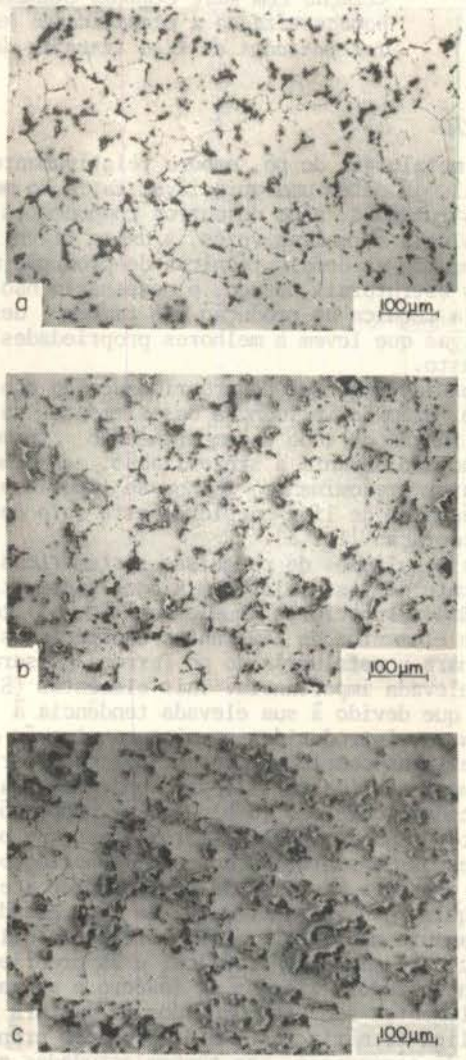


Figura 3. Microestrutura das ligas: (a) Fe+0,5% P, (b) Fe+0,5% P +1,3%Mn; (c) Fe+4% MP

A adição de P e Mn ao ferro através da liga ternária MP, apresenta o comportamento dimensional durante a sinterização visto na figura 4 (curva 4). Os processos de sinterização e homogeneização são favorecidos pelo surgimento de fase líquida transiente. Outra vantagem na utilização do portador ternário está no efeito de "difusão conjunta" |1,2,3|, pois como a difusividade do fósforo no ferro é superior a do manganês há a formação de fase α na frente de difusão (pelo menos no estágio inicial, onde as concentrações nas regiões de contatos são ainda elevadas) o que acelera a difusão do manganês. Além disto, em relação ao uso de por

tadores binários, há a vantagem da eliminação da etapa de interdifusão de Mn e P e consequente formação "in situ" de fases entre estes, pois estas já estão presentes no portador, o que implica numa homogeneização mais rápida dos elementos de liga no ferro.

A figura 3c mostra a microestrutura da liga Fe + 4% MP, que apresenta porosidade intermediária quando comparada as figuras 3a e 3b.

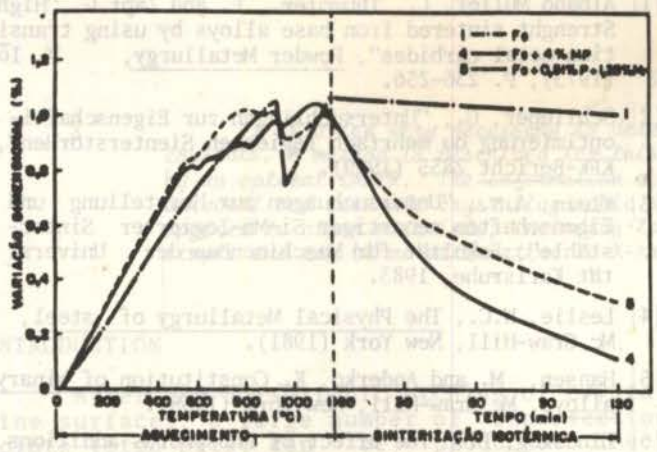
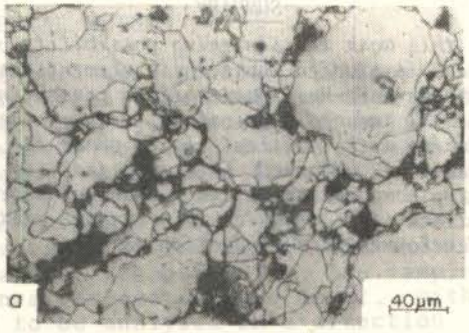


Figura 4. Variação dimensional ($\Delta\ell/\ell o$) durante o aquecimento e sinterização isotérmica

A curva 4 (figura 4) apresenta encolhimentos bastante semelhantes aos da curva 3 (figura 1) durante a fase de aquecimento. Nota-se que a presença de manganês intensifica inclusive o encolhimento próximo a 600°C, devido provavelmente a uma decomposição de Mn_2P em Mn_3P (similar a ocorrida no portador Fe-P) pelo empobrecimento em fósforo do portador ternário, o qual, como já dito, difunde-se a velocidades superiores à do manganês.



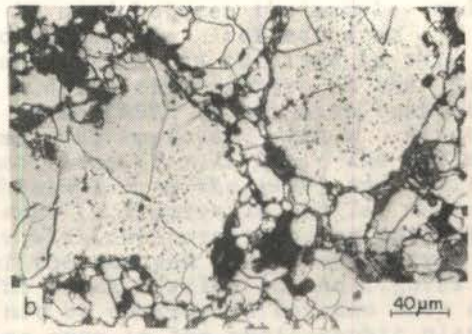


Figura 5. Evolução da microestrutura na região do aquecimento: a) 1min a 620°C; b) 2h a 620°C.

As figuras 5a e 5b apresentam as microestruturas da liga Fe-MP aquecida a 620°C e em seguida resfriada (figura 5a) ou mantida por 2 horas nesta temperatura (figura 5b). Em ambos os casos as partículas individuais apresentam-se completamente nítidas, não havendo praticamente redução de porosidade. Observa-se ainda precipitados preferencialmente junto aos contornos de grão (figuras 7a e 7b à frente), que provavelmente são Fe_3P, Mn_3P ou $(Fe,Mn)_3P$. Logo constata-se que estes "picos de encolhimento" são consequência da formação de novas fases bem como da dissolução do fósforo.

Propriedades Mecânicas. Tanto o fósforo quanto o manganês são elementos que aumentam bastante a resistência mecânica do aço. O manganês, na forma de solução sólida, tem efeito quatro vezes superior ao do níquel [8]. O aumento de resistência conferido pelo fósforo é uma combinação do efeito de solução sólida e precipitação fina e incoerente de Fe_3P [9].

A figura 6 apresenta a variação das propriedades mecânicas da liga Fe-MP em função de diferentes teores do portador. Note-se que a tensão de ruptura aumenta com o teor do portador até 6%, onde o decréscimo é devido a fragilização da liga. Diversos autores afirmam inclusive que a máxima resistência é alcançada para teores de 0,5 a 0,6% de fósforo (em peso).

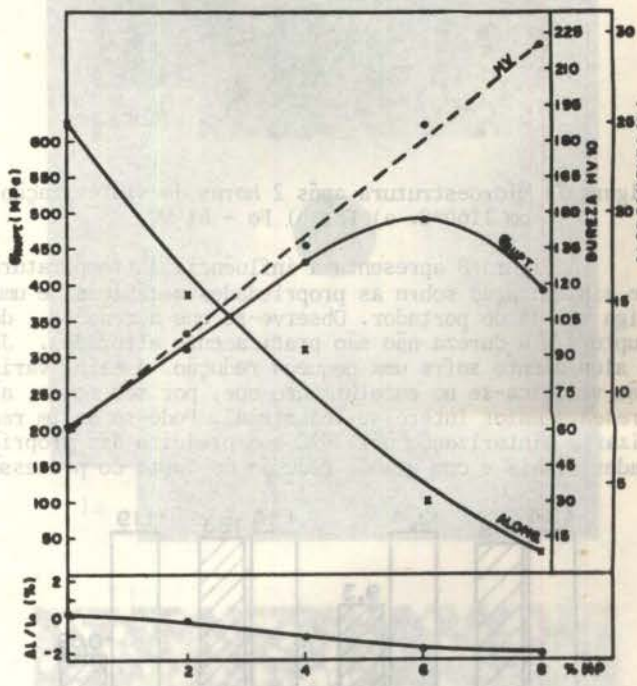


Figura 6. Propriedades mecânicas em função do teor de MP adicionado

O alongamento, conforme esperado, diminui com o aumento do teor de liga, já apresentando valores bastante baixo para 8% do portador. A dureza tem um comportamento crescente, sendo função do teor de liga adicionado.

A figura 6 apresenta ainda o encolhimento total acorrido durante a sinterização, que cresce com o teor de liga.

As propriedades mecânicas obtidas são muito boas quando comparadas aos valores presentes na literatura, particularmente para as composições de 2% do portador devido ao alto alongamento obtido, e 4%MP, pela combinação de resistência à tração e alongamento. Deve-se salientar neste último caso o custo bastante baixo, já que os elementos adicionados totalizam apenas 1,73% em peso.

A figura 7 mostra as microestruturas do ferro puro sinterizado a 1160°C por 2 horas em atmosfera de hidrogênio, e de ferro + 8% MP, sinterizados sob as mesmas condições. Note-se a redução da porosidade (maior encolhimento) e a tendência ao arredondamento dos poros pa

ra as amostras com adição do portador (figura 7b), como consequência das altas taxas de sinterização devido a presença de ferrita na temperatura de sinterização.

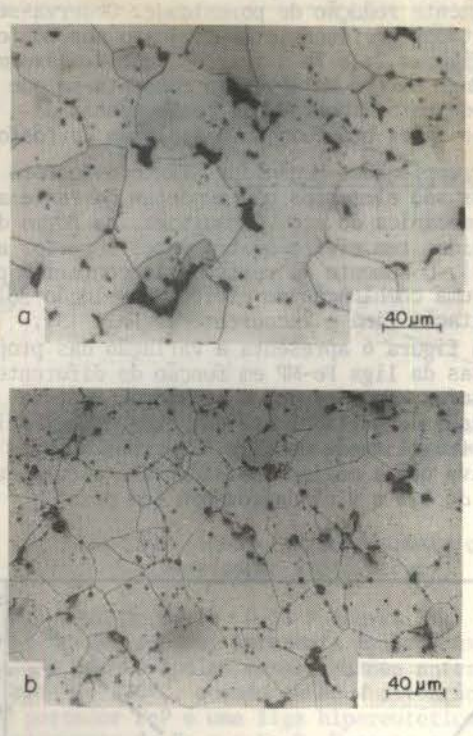


Figura 7. Microestrutura após 2 horas de sinterização em 1160°C. a) Fe; b) Fe + 8% MP.

A figura 8 apresenta a influência da temperatura de sinterização sobre as propriedades mecânicas de uma liga com 4% do portador. Observe-se que a tensão de ruptura e a dureza não são praticamente alteradas. Já o alongamento sofre uma pequena redução. A maior variação verifica-se no encolhimento que, por ser menor, apresenta maior interesse industrial. Pode-se assim realizar a sinterização a 1120°C sem prejuizo das propriedades finais e com grande redução no custo do processo.

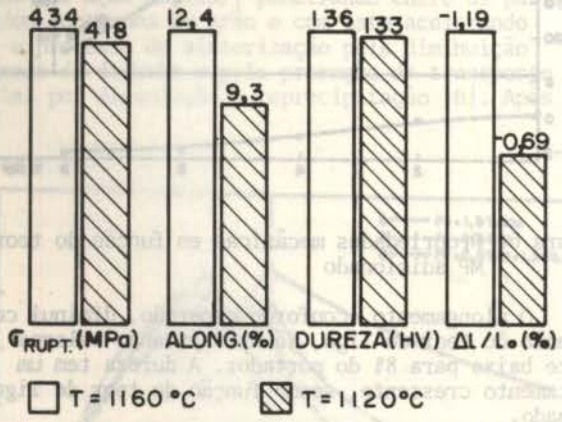


Figura 8. Propriedades mecânicas do Fe + 4% MP em função da temperatura

CONCLUSÕES

Pode-se concluir que a utilização do portador ternário MP, como forma de introdução do fósforo e do manganês ao ferro, leva a um maior transporte de material e consequentemente a uma melhor homogeneização (pela formação de fase líquida e estabilizaçao da ferrita).

As suas propriedades mecânicas são ótimas, conseguindo-se valores que superam aqueles de composição semelhantes ou mesmo, aqueles ligados com maiores teores de elementos de ligas.

A adição do portador até 6% leva a crescentes aumentos de resistência, tendo porém a composição Fe+4MP uma ótima relação resistência-alongamento, ou seja, obtém-se simultaneamente uma boa resistência com alto alongamento e pequeno encolhimento final.

Assim, o uso do portador ternário MP, permite a utilização dos elementos de liga P e Mn na metalurgia do pó ferrosa, conseguindo-se atingir valores de propriedades mecânicas bastante altas a um custo relativamente baixo, sem necessidade de nenhum tratamento térmico posterior.

REFERÊNCIAS

|1| Albano Müller, L., Thümmler F. and Zapf, G., "High Strenght sintered iron base alloys by using transition metal carbides", Powder Metallurgy, V. 16 (1973), P. 236-256.

|2| Schlieper, G., "Untersuchlingen zur Eigenschaftioptimierung ou mehrfach legierten SienterstörHen", KFK-Bericht 2855 (1979).

|3| Klein, A.N., "Untersuchungen zur Herstellung und Eigenschaften neuartiger Si-Mn-legierter Sinterstähle", Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe, 1983.

|4| Leslie, W.C., The Physical Metallurgy of steel, Mc Graw-Hill, New York (1981).

|5| Hansen, M. and Anderko, K., Constitution of binary alloys, Mc Graw-Hill, New York (1958).

|6| Lindskog, P., "The effect of Phosphorus additions on the Tensile, fatigue and impact strenght of sintered steels based on sponge iron powder and high-purity atomized iron Powder", Powder Metallurgy, V. 16, (1973), 32.

|7| Rothery, H., Estrutura das ligas de ferro, Introdução elementar, BIücher, São Paulo (1968).

|8| Zapf, G., Hoffmann G. and Dalal K., "Effect of additional alloying elements on the properties of sintered manganese steels", Powder Metallurgy, V. 18 (1975), 35.

|9| Jandeska, W.F., "Strenght and ductility enhancement of low temperature sintered iron powder structures", MPR (1982).

SUMMARY

In this work the sintering possibility of a Mn-P alloy steel is studied where these elements are introduced throvgh a Fe-Mn-P Masteralloy, presenting the advantages of reduced chemical activity of the elements and sintering with transient liquid phase in which good effects are obtained. This work analises the sinterability, homogenazation and mechanical properties of a sintered steel in which this ternary masteralloy of owu development and production is used.

VIII COBEM – S. J. Campos, SP (Dez. 1985)

ORIENTATION OF SILICON CRYSTALS BY LASER REFLECTOGRAMS

A.W.MÓL
V. BARANAUSKAS
DEPTO. DE ENGENHARIA ELÉTRICA, UNICAMP, SP

SUMMARY

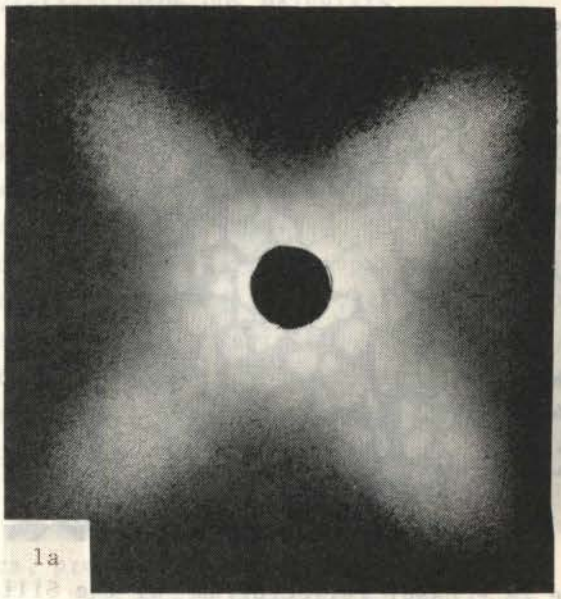
It is often very necessary to determine accurately the orientation of Silicon crystals. A method is described for this measurement using the light patterns generated by an optical LASER. The information obtained from these reflectograms is used for an univocal and accurate crystallographic determination. This technique can also be applied to other materials, including large grain polycrystals. The method is very simple and can be an alternative to X-ray techniques.

INTRODUCTION

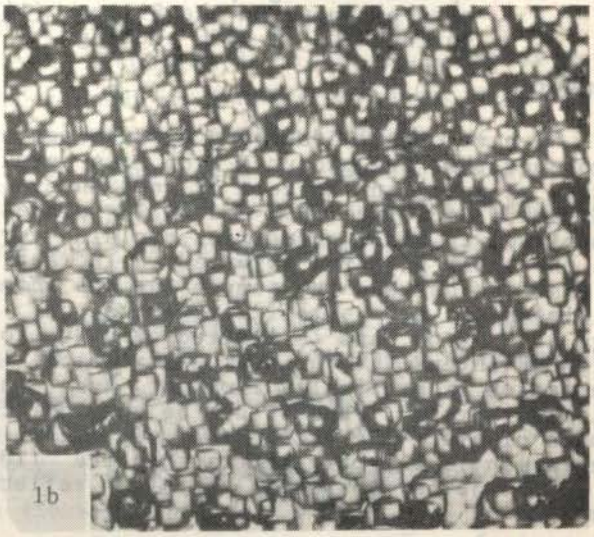
After the anisotropic etching of crystal line surfaces, a large number of imperfection points (etch pits) can be produced. The geometry of these deffects can be used to obtain information of the crystallographic planes and axes, and can be seen easily by an electron or even optical microscope. The reflection of light from these points produce patterns that can be used for accurate orientation [1]. In this work we propose the utilization of the LASER ligth for this measurement. Due to the LASER brigthness and coherence, well defined patterns can be obtained, thereby, increasing the accuracy of the method. Also it is possible to analyse only small areas of the sample, and all the measurements can be done in normal illuminated ambient.

EXPERIMENTAL METHOD

We have used standard Silicon wafers that are normaly employed in the production of semiconductor devices. The polished side of the wafers was lapped with Alumina powder (2000 mesh), and etched in a NaOH solution, at 65°C during 10 min. Large etch pits densities were obtained using solute concentrations of 50% and 5% for the (100) and (111) wafers, respectively. The sample was fixed in a goniometer type mount, with the surface to be analysed in a direction normal to the LASER beam. A screen with a small pinhole is used between the sample and the LASER to obtain the reflectogram . A photographic film can be fixed in this screen to have a definitive picture of the pattern. A small He-Ne LASER (1 mW) with beam diameter of ≈ 1 mm, was employed, with a sligthtly convergent lens (f = 23 cm). The reflectograms obtained from the (100) and (111) planes can be seen in figures 1a and 2a, respectively, together with the corresponding optical micrograph of the damaged surfaces (figures 1b and 2b). The black circles in the figures 1a and 2b are not be considered because they are due the holes open in the photographic plates to let the laser beam pass through.



1a

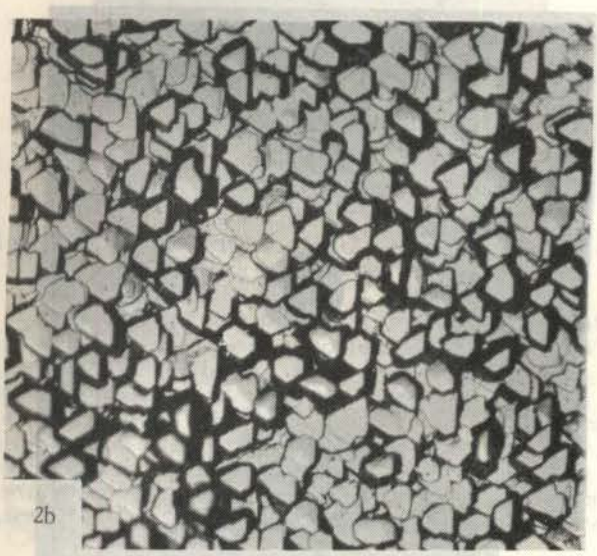


1b

Figure 1a - Laser reflectogram of the Silicon (100) plane.
1b - Optical plane micrograph of the etch pits produced in the Silicon (100) surface due to NaOH etching.



2a



2b

Figure 2a - Laser reflectogram of the Silicon (111) plane.
2b - Optical micrograph of the etch pits produced in the Silicon (111) surface due to NaOH etching.

DISCUSSION

We have clearly observed by an electron microscope that the produced etch pits have a concave geometry in the form of octrahedrals or pyramids, for the (100) and (111) planes, respectively. These geometries explain very well the LASER patterns observed. Increasing the distance between the sample and the screen the dimensions of the reflectogram can be as large as ≃ 30 cm, and is limited only due to the LASER intensity. The accuracy of orientation is pratically limited by the goniometer error. Thus it can be only of few minutes of arc. The accuracy of (111) orientation is slightly better than the (100) due to the better sharpness of this reflecto gram.

CONCLUSION

This method is very attractive because of the simplicity and accuracy of the equipment. It is an axcelent alternative to X-ray techniques if a small area in the sample can be damaged, because it not needs vaccum equipment or high-voltage X-ray sources. This method can also be used for other types of crystals and even to large grain polycrystals.

ACKNOWLEDGMENT

The authors are gratefull to Mr. A. Beck for this dedicate technical expertise during the development of this work and to Mr. G.Thin for his colaboration. One of us (A. W. Mól) wants to acknowledge finnancial assistance received from CNPq.

REFERENCES

[1] Wolf, G.A., Wilbur, J.M., Clark, J.C., Z. Electrochem. 61, 101 (1957).

VARIABILIDADE DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS COMPOSTOS

MARCELO RAMON FERRONI
MARCOS A. DINIZ MACIEL
EMBRAER

A aplicação de critérios de confiabilidade, necessários na construção aeroespacial, associada a variabilidade elevada de propriedades mecânicas, tendências dos materiais compostos, diminuem as vantagens destes materiais sobre os convencionais podendo mesmo inviabilizá-los. Conclui-se pela proposição de um rigoroso sistema de Controle da Qualidade como forma de exploração dos benefícios dos materiais compostos.

1. INTRODUÇÃO

A utilização de Materiais Compostos na construção de componentes estruturais Aeroespaciais oferece significante potencial de aumento na eficiência estrutural quando comparados aos materiais metálicos. A redução do peso estrutural está diretamente associado a resistências e módulos de elasticidade admissíveis empregados no dimensionamento das estruturas. Estas propriedades admissíveis são determinadas em laboratório através de corpos de prova representativos ensaiados mecanicamente sendo os resultados desses ensaios submetidos a tratamento estatístico. Observa-se neste procedimento que os materiais compostos, devido à sua natureza, apresentam dispersão nos resultados significativamente maior do que a observada nos metais. Quando da redução estatística, que emprega critérios de confiabilidade próprios da indústria aeroespacial e aplicáveis a quaisquer materiais, resultam propriedades admissíveis que se afastam notàvelmente das propriedades médias, limitando os benefícios associado ao emprego dos materiais compostos a valores menores que aqueles normalmente divulgados.

Com o objetivo de maximizar as propriedades admissíveis dos materiais compostos e, assim, obter a máxima redução dos pesos estruturais apresenta-se uma filosofia de controle dos parâmetros que afetam diretamente a variabilidade das propriedades mecânicas desses materiais.

2. VARIABILIDADE DOS MATERIAIS

Pelo simples fato de se constituir de pelo menos duas fases, é compreensível que o material composto tenha suas propriedades finais mais variáveis que aqueles de um material homogêneo. Fibras e resinas são obtidos através de processamento em várias etapas, algumas, das quais bastante criticas, e, materias primas também sujeitas a variações. Em decorrência, certos parâmetros acabam por apresentar flutuações, estando apresentados, a seguir, os mais frequentes:

- Propriedades mecânicas das fibras: função do material propriamente dito, diâmetro da fibra, presença de defeitos.
- Tratamento superficial da fibra: função da regularidade da oxidação ou ataque da superfície.
- Tecelagem da fibra: pode afetar as propriedades da fibra (introdução de defeitos) ou o seu tratamento superficial.
- Propriedades da resina: função da qualidade e procedência das materias primas, da constância da formulação e da homogeneidade quando do preparo.
- Qualidade da impregnação: função da não contaminação das fibras por condições ambientais (poeira e umidade) e do não comprometimento da resina por temperatura ambiente variável e da constância da relação volumétrica fibra/resina.
- Processamento: as características físicas e mecânicas finais dos laminados ainda dependem da correta orientação dos materiais, quantidade de obsorvedores, vácuo e pressão

externa aplicados e adequação do ciclo de temperatura (se existentes).

- Usinagem: operações como corte, furação, escareação dependem de procedimentos e ferramentas próprios para que não introduzam danos no laminado curado.

3. PROPRIEDADES BÁSICAS

As propriedade básicas utilizadas no dimensionamento dos componentes em Materiais Compostos compreendem resistência e módulo em tração, resistência e módulo em compressão, resistência e módulo em cizalhamento.

A dispersão nestas propriedades está diretamente ligada aos fatores descritos no item (2), as quais são afetadas de acordo com o apresentado abaixo:

Tração: As propriedades em tração estão predominantemente ligadas às características da fibra e da tecelagem.

Compressão e Cizalhamento: As propriedades em compressão e cizalhamento são dependentes principalmente das características de fibras, tecelagem e matriz.

Cizalhamento interlaminar: A propriedade de cizalhamento interlaminar está diretamente ligada às características da matriz e da adesão fibra/matriz.

4. CRITÉRIO DE CONFIABILIDADE

São normalmente classificados como estruturais aqueles componentes Aeroespaciais cuja falha acarrete degradação de desempenho, de controlabilidade ou de integridade estrutural do veículo. O dimensionamento destes componentes é feito pela utilização de valores de propriedades mecânicas, de confiabilidade previamente estabelecida, denominadas "Valores Admissíveis de Projeto".

A obtenção das propriedade admissíveis se dá através de ensaios mecânicos executados em amostragem representativa (incluindo a influência das variáveis descritas no item 2). Os resultados permitem, por análise estatística, inferir o comportamento global dos materiais de forma a se poder associar valores de resistência mecânica a probabilidade de falha, (Ver figuras 1 e 2).



FIG. 1: FREQUÊNCIA DE OCORRÊNCIA DA FALHA

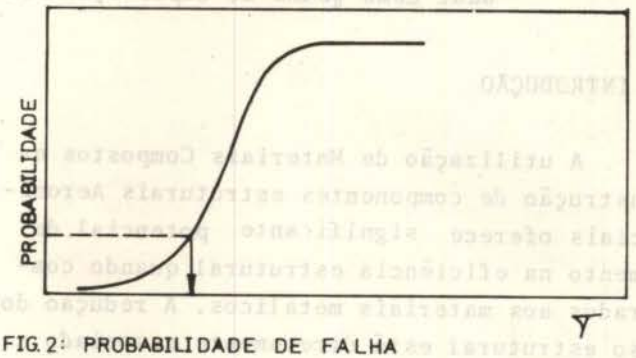


FIG. 2: PROBABILIDADE DE FALHA

São correntes dois critérios de confiabilidade para materiais de uso aeroespacial:

-Base A: refere-se a uma probabilidade de falha de 1% para solicitação mecânica igual ou menor ao admissível base A, com confiança de 95%.

Estas propriedades são utilizadas em componentes sem caminho alternativo de carga, de forma que sua falha é considerada catastrófica.

-Base B: refere-se a uma probabilidade de falha de 10% para solicitação mecânica igual ou menor ao admissível base B, com confiança de 95%.

Estas propriedades são utilizadas em componentes redundantes, cuja falha tem conotação de deterioração e não de colapso da integridade do veículo.

Nota-se, então que dadas as condições préfixadas de confiabilidade, o comportamento probabilístico dos materiais vai influenciar diretamente os Valores Admissíveis, (Ver fig. 3).



FIG. 3: COMPORTAMENTO PROBABILISTICO DOS MATERIAIS

A comparação da performance mecânica dos materiais compostos com os metálicos, dentro deste enfoque, é bem representada pelo exemplo abaixo:

Tabela 1. Performance dos Materiais

Material	Res. média à tração	Base B	Base A
Alumínio 2024 T3 Tamb (Mpa)	452	446	439
Carbono/epoxy bidir. T amb sêco (Mpa)	645	537	467

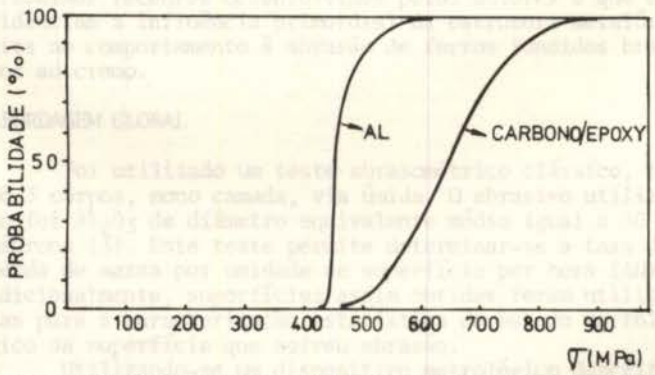


FIG. 4: DISPERSÃO DAS PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS

Surge, desta forma, a evidência de que as vantagens normalmente associadas aos materiais compostos podem ser confirmadas ou não de acordo com a dispersão de propriedades que apresentem.

5. CONTROLE DA QUALIDADE

Visto que a dispersão das propriedades dos materiais compostos é consequência direta das variáveis listadas no item 2, a maximização dos Valores Admissíveis pode ser conseguida pelo controle de cada uma daquelas variáveis dentro de faixas bem estabelecidas.

A aproximação adotada na indústria Aeroespacial se baseia no emprego de material previamente impregnado (prepreg) rigidamente controlado por Especificações que, nos seus itens, define as faixas toleráveis para as variáveis de fibra e matriz. O manuseio e o processamento desses materiais são igualmente governados por normas, de forma a garantir não contaminação, cura adequada e constância na relação volumétrica fibra/resina.

O sistema completo de Garantia de Qualidade de componentes pode ser apreciado no fluxograma abaixo, onde se observa a presença de um último estágio de inspeção não destrutiva após peça concluída, em adição aos controles passo a passo.

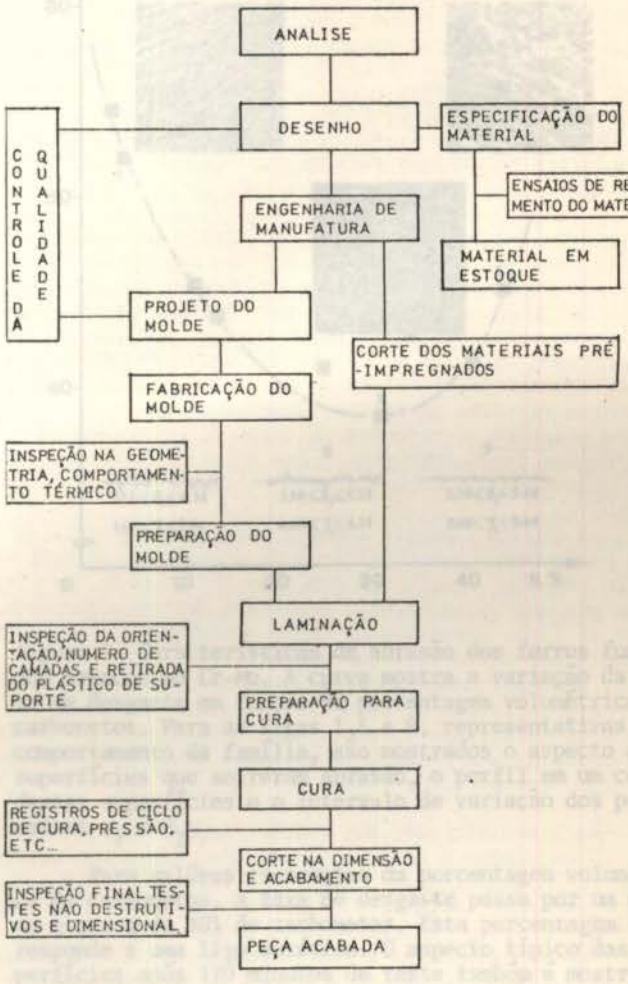


FIG 5: FLUXOGRAMA DO CONTROLE DA QUALIDADE

REFERÊNCIAS

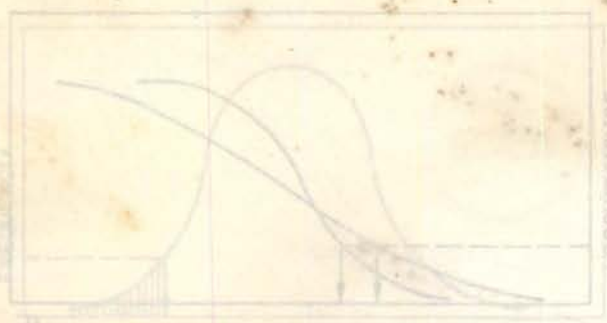
1 MIL-HANDBOOK-17

2 MIL-HANDBOOK-5C

3 Developing Design Allowables for Composite Helicopter Structures
M.J. Rich and D.P. Mass

SUMMARY

The use of Aerospace reliability criteria onto Composite Materials, which tend to show large scatter in its mechanical properties, reduces the advantages claimed to have over metals. A tight Quality Assurance system is proposed as the only way of fully exploiting the potential benefits of composite materials.



ABRASÃO DE FERROS FUNDIDOS BRANCOS AO CROMO

JOSÉ DANIEL BIASOLI DE MELLO, DECIF/UFU
MADELEINE DURAND CHARRE, I.N.P.G., GRENOBLE, FRANÇA
THOMAZ MATHIA - E.C.L. - LYON, FRANÇA

É apresentada uma síntese dos resultados obtidos pelos autores sobre a caracterização do mecanismo de desgaste abrasivo assim como da influência da microestrutura no comportamento à abrasão de ferros fundidos brancos ao cromo. Para a caracterização do processo abrasivo são utilizadas técnicas clássicas de abrasometria. A resistência à abrasão de ligas representativas de suas famílias de ferros fundidos brancos, uma ao Cr.Mo e outra ao Cr. V são determinadas. A influência de parâmetros metalúrgicos tais como a natureza e a porcentagem de carbonetos é analisada . Faz-se ainda uma abordagem original ligando a resistência à abrasão à caracterização estatística do estado morfológico das superfícies. As diferenças de comportamento reológico e a contribuição de cada fase ao processo abrasivo são analisados por esclerometria retilínea.

INTRODUÇÃO

Os ferros fundidos brancos ao cromo são bem conhecidos por sua elevada resistência à abrasão. Esta característica não é uma propriedade intrínseca do material mas sim, do sistema tribológico imposto [1]. Em uma primeira aproximação, para os metais puros e aços recozidos, a resistência à abrasão é diretamente proporcional à dureza do material [2]. Para materiais polifásicos,no entanto, esta relação simples nem sempre é válida e outros fatôres devem ser considerados. Em particular, para uma melhor compreensão do fenômeno é necessário estabelecer-se uma correlação entre os mecanismos de perda de matéria e a estrutura metalurgica destas ligas. Esta correlação pode ser obtida por duas abordagens distintas e complementares: Estudo global, normalmente utilizando-se testes abrasométricos clássicos, e local cuja técnica experimental básica é a esclerometria.

Neste artigo procura-se apresentar uma síntese de trabalhos recentes desenvolvidos pelos autores e que evidenciam a influência primordial da estrutura metalúrgica no comportamento à abrasão de ferros fundidos brancos ao cromo.

ABORDAGEM GLOBAL

Foi utilizado um teste abrasométrico clássico, tipo 3 corpos, mono camada, via úmida. O abrasivo utilizado foi Al_2O_3 de diâmetro equivalente médio igual a 30 microns [3]. Este teste permite determinar-se a taxa de perda de massa por unidade de superfície por hora (ΔU). Adicionalmente, superfícies assim obtidas foram utilizadas para a caracterização estatística do estado morfológico da superfície que sofreu abrasão.

Utilizando-se um dispositivo metrológico descrito anteriormente [3], obtem-se um perfil da superfície que sofreu abrasão. O tratamento numérico deste perfil leva à determinação de parâmetros estatísticos que caracterizam a morfologia da superfície. Estas parâmetros são os coeficientes de Fisher (γ_1) e Pearson (β_2). Trata-se de momentos centrados de ordem três e quatro normalizados pelo desvio padrão. Estes parâmetros definem respectivamente a assimetria e o achatamento da distribuição estatística das ordenadas do perfil da superfície [3]. Para comodidade, defini-se um plano morfológico que tem como coordenadas γ_1 e β_2. Neste plano, um ponto único corresponde ao perfil de um corte da superfície suposta isótropa, e êle é representativo de sua morfologia [4].

Em duas familias de ferros fundidos brancos ao cromo foi estudado anteriormente o efeito do molibdênio [5] e do vanádio [6] na estrutura metalurgica.

Foram estudados dez ferros fundidos brancos ao Cr-Mo cuja faixa de composição é a seguinte:0,9 à 3,9%C ; 6,8 à 32,1% Cr e 3% Mo. O manganes e o silício também aparecem como elementos minoritários [5]. A microestrutura destas ligas é constituida essencialmente de uma matriz austenitica metaestável e de carbonetos duros, oriundos da solidificação, de tipo $M_7 C_3$. Estes carbonetos são os principais responsaveis pelo bom comportamento à abrasão destas ligas [3,7]. A figura 1 mostra a correlação estabelecida entre a procentagem volumétrica de carbonetos (K) e a taxa de desgaste (ΔU).

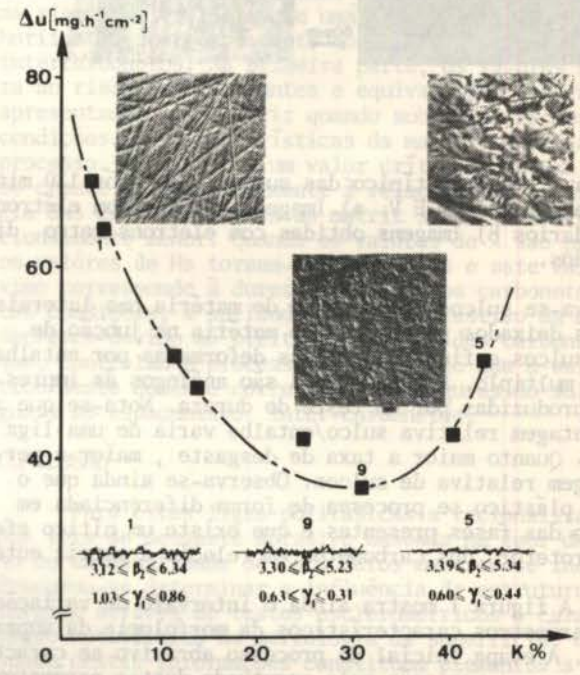


Figura 1. Características de abrasão dos ferros fundidos brancos ao Cr-Mo. A curva mostra a variação da taxa de desgaste em função da porcentagem volumétrica de carbonetos. Para as ligas 1, 5 e 9, representativas do comportamento da família, são mostrados o aspecto das superfícies que sofreram abrasão, o perfil em um corte destas superfícies e o intervalo de variação dos parâmetros γ_1 e β_2.

Para valôres crescentes da porcentagem volumétrica de carbonetos, a taxa de desgaste passa por um mínimo à cerca de 30% de carbonetos. Esta porcentagem corresponde a uma liga eutética. O aspecto típico das superfícies após 120 minutos de teste também é mostrado. A figura 2, reapresenta estas micrografias obtidas por M E V. São tambem mostradas as micrografias obtidas por elétrons retrodifundidos das mesmas regiões. Esta

micrografias mostram a posição das diferentes fases.

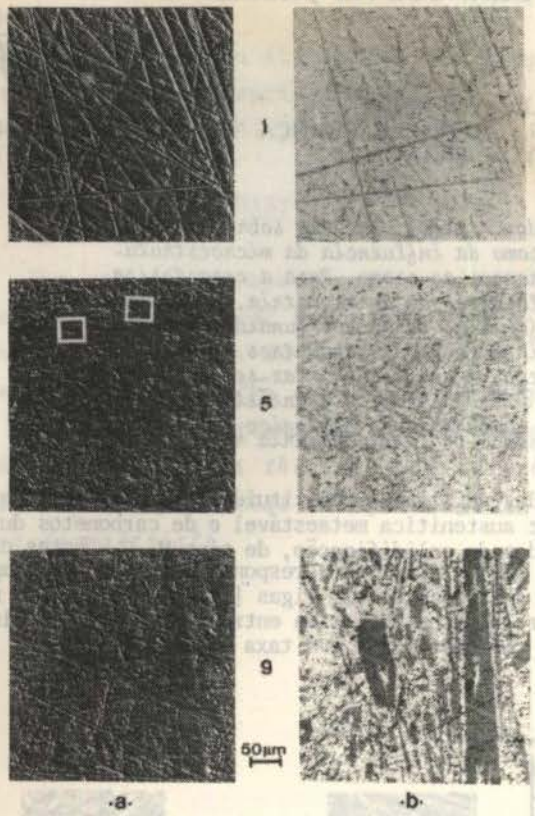


Figura 2. Aspecto típico das superfícies após 120 minutos de abrasão. M E V. a) Imagens obtidas com elétrons secundários b) Imagens obtidas com eletrons retro difundidos.

Observa-se sulcos com acumulo de matéria nas laterais, vazios deixados pela perda de matéria na junção de dois sulcos e finalmente zonas deformadas por entalhamento multiplo. Estes últimos são análogos às impressoes produzidas por um teste de dureza. Nota-se que a porcentagem relativa sulco/entalhe varia de uma liga à outra. Quanto maior a taxa de desgaste , maior a porcentagem relativa de sulcos. Observa-se ainda que o fluxo plástico se processa de forma diferenciada em função das fases presentes e que existe um nítico efeito "protetor" dos carbonetos em relação à matriz eutética.

A figura 1 mostra ainda o intervalo de variação dos parâmetros característicos da morfologia da superfície. A etapa inicial do processo abrasivo se caracteriza por uma variação mais acentuada destes parâmetros. Para as ligas apresentando menor resistência à abrasão, a amplitude desta variação aumenta [7].

Pode-se também correlacionar a extensão do domínio característico de cada liga no plano morfológico com a resistência à abrasão. Quanto maior a resistência à abrasão de uma liga, mais restrito será o seu domínio no plano morfológico, figura 3.

A microestrutura dos ferros fundidos brancos ao Cr - V estudados é constituida de dois tipos de carbonetos de solidificação: V_6C_5 ricos em vanadio e M_7C_3 ricos em cromo. Durante o resfriamento posterior nucleiam e crescem precipitados secundários de tipo V_6C_5. Em consequência, a matriz austenitica se desestabiliza e transforma-se em diversos de seus produtos usuais [6]. Cinco ligas pertencentes à esta família foram estudas, suas composições químicas, estado da matriz e porcentagem de carbonetos são dados pela tabela 1.

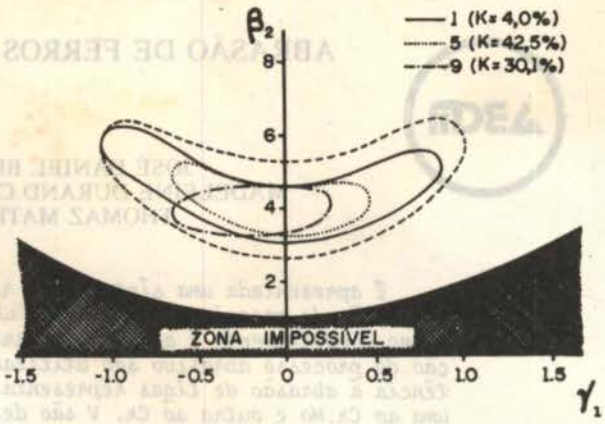


Figura 3. Extenção do domínio característico das ligas 1, 5 e 9 no plano morfológico.

Tabela 1. Características metalurgicas dos ferros fundidos brancos ao Cr - V. γ = austenita; P = perlita; B = bainita; M = martesita. fs = porcentagem superficial de carbonetos.

liga	Composição (%)					Estado da matriz	fs	
	C	Cr	V	Mn	Si		V_6C_5	M_7C_3
VA	2,21	5,99	5,61	1,04	0,72	γ - B - M	5,8	6,3
VB	2,40	8,18	5,91	0,92	0,72	γ - M	5,7	10,9
VC	2,44	10,34	6,12	0,86	0,66	γ - M	4,2	12,1
VD	2,66	8,18	4,94	0,56	0,56	P - M	4,7	11,2
VH	3,21	8,37	4,89	0,59	0,71	P	2,8	22,6

A figura 4 ilustra o efeito das quantidades relativas de carbonetos M_7C_3 e V_6C_5 sobre a taxa de desgaste. A curvas tracejadas que são as projeções a 0% de M_7C_3 e V_6C_5 fornecem uma indicação da contribuição respectica de cada tipo de carboneto. Fica evidente que a contribuição dos carbonetos V_6C_5 é a mais importante. Assim, para aumentar-se a resistência a abrasão torna-se necessário aumentar-se a quantidade de carbonetos V_6C_5 ou pelo ao menos aumentar-se a quantidade global de carbonetos mantendo-se constante a quantidade de V_6C_5. Para a porcentagem de vanádio empregado, estas condições correspondem às ligas apresentando uma pequena quantidade de cromo e carbono [6].

A liga VA apresenta a maior resistência à abrasão, ao passo que a menor resistência à abrasão é apresentada pela liba VB. As caracteristivas metalurgicas destas 2 ligas são aproximadamente equivalentes, (tabela 1), exceto no que diz respeito à quantidade de carbonetos M_7C_3 que é maior para a liga VB. Lógicamente, um resultado oposto ao aparelho deveria ser esperado. De Mello e co-autores [8] mostraram que a diferença essencial destas ligas diz respeito a morfologia dos carbonetos V_6C_5: eles são maiores e mais regularmente distribuidos para a liga VA. Estes autores determinaram o tamanho médio dos carbonetos V_6C_5 (d) e a largura dos sulcos (L) produzidos pela abrasão e puderam concluir [8] que quanto maior a relação L/d menor sera a resistência à abrasão de uma liga pertencente à esta família.

ABORDAGEM LOCAL

O estudo global do processo abrasivo destas ligas polifásicas evidência que é necessário considerar-se a distribuição espacial das fases presentes. Procurou-se realizar uma tentativa neste sentido considerando-se o processo abrasivo em uma escala local. Sulcos elementares foram produzidos em condições bem controladas utilizando-se ensaios esclerométricos à baixa velocidade [9-10]. Adicionalmente, esta técnica permite a determinação de parâmetros esclerométricos importantes tais como energia específica e dureza ao risco que são

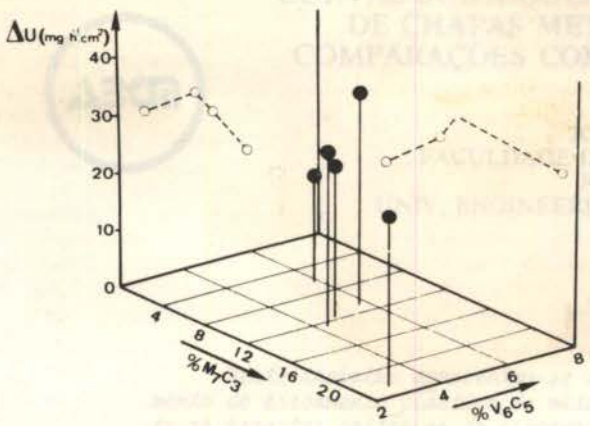


Figura 4. Taxa de desgaste dos ferros fundidos brancos ao Cr - V estudados em função da quantidade superficial de carbonetos.

indicadores indiretos do comportamento à abrasão [3].

A figura 5,[9] mostra a variação destes parâmetros em função da largura do sulco para a liga VA solidificada unidirecionalmente. Neste caso, em virtude do pequeno tamanho das fases os parâmetros esclerométricos praticamente independem das fases consideradas.

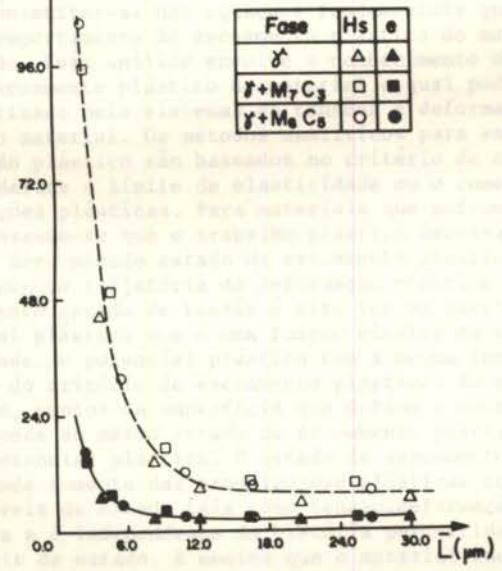


Figura 5. Dureza ao risco e energia específica em função da largura do sulco. Liga VA. Hs;.....e.

É importante ressaltar-se que para larguras médias do sulco inferior à 5 microns, que corresponde ao valor médio encontrado em configuração três corpos o melhor desempenho é apresentado pelo eutético γ-V_6C_5. Nestas condições, as larguras dos sulcos são inferiores ao tamanho médio dos carbonetos V_6C_5, e sua elevada dureza controla o processo [9].

Para evidenciar uma eventual correlação entre a distribuição espacial das fases e a resistência a abrasão de ferros fundidos ao Cr.Mo parâmetros supostos representativos desta distribuição foram determinados.

Um corpo de prova obtido por solidificação unidirecional (liga 9) foi riscado no sentido transversal. Varias regiões, comportando carbonetos M_7C_3 com um espaçamento compreendido entre 2 e 127 microns foram examinadas. Para um espaçamento inter carbonetos (λ) da foi medido a largura do sulco correspondente (L). partir destes dados foram calculadas a relação L/λ e dureza ao risco correspondentes. A figura 6[10] most o efeito da relação L/λ sobre a dureza ao risco

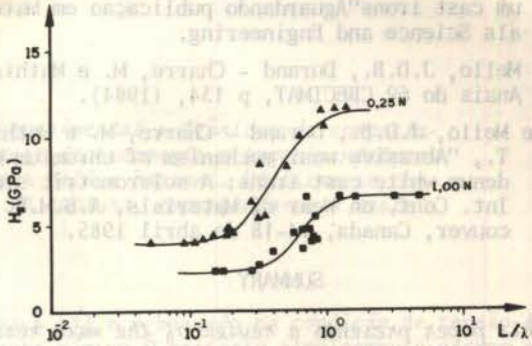


Figura 6. Dureza ao risco em função do espaçamento i tercabonetos.

As curvas apresentam 3 partes: uma primeira pa te horizontal correspondente aos maiores espaçamento intercarbonetos; uma segunda parte transitória de fo ma sigmoidal e finalmente uma terceira parte, também horizontal, correspondente aos pequenos espeçamentos intercarbonetos. Na primeira parte, os valôres da du za ao risco são constantes e equivalentes aos valôre apresentados pela matriz quando submetida às mesmas condições. As características da matriz controlam processo. A partir de um valor crítico a dureza ao r co cresce proporcionalmente à relação L/λ. A influên cia das características da matriz sendo também propo cionalmente menor. Quando os valôres de λ são pequen os valôres de Hs tornam-se constantes e este valor m ximo corresponde à dureza ao risco dos carbonetos. N tas condições, a aptidude ao fluxo plastivo da matri decresce devido ao efeito "protetor" dos carbonetos, que, controlam o processo. Ressalta-se que o valor c tico deste domínio corresponde à larguras do sulco guais ao espaçamento inter-carbonetos.

CONCLUSÃO

Para estas ligas polifásicas a racionalização das leis de desgaste abrasivo baseada na teor de car no ou na quantidade de carbonetos mostrou-se inefica Procurou-se determinar a influência da estrutura met lúrgica através de testes esclerométricos e caracter zação estatística da morfologia da superfície. O con junto destas informações constituem elementos a sere considerados na otimização da composição química de gas resistentes à abrasão.

REFERENCIAS

[1]- Zum Gahr, K.H., Metallurgical Aspect of Wear., Deutsche Gesellshalt für Metallkunde. F.V. Bad. Pyrmont, pp 77 - 104, (1979).

[2]- Khruschov,M.M., Wear, vol 28, (1974),p.69-88.

[3]- De Mello, J.D.B., Tese doutor em Metalurgia, In titut National Polytechnique de Grenoble, ou bro (1983).

[4]- Fayolle - Callens, C., Tése doutor engenheiro, E le Centrale de Lyon, França, (1983).

[5]- De Mello, J.D.B., Durand - Charre, M e Hammar - Thibault,S, Met Trans A, vol. 13A, (1983), p 1793 - 1801.

[6]- De Mello, J.D.B. e Durand - Charre, M. Materials Science and Engineering, vol. 67,(1984),pp 109-117.

[7]- De Mello, J.D.B. Durand-Charre, M e Mathia, T., "Abrasion mechanism of white cast irons. Part I: Influence of Metallurgical structure of molybdenum white cast iron. "Aguardando publicação em Materials Science and Engineering.

[8]- De Mello, J.D.B., Durand-Charre, M e Mathia,T. "Abrasion mechanism of white cast irons. Part II: Influence of metallurgical structure of vanadium cast irons"Aguardando publicação em Materials Science and Engineering.

[9]- De Mello, J.D.B., Durand - Charre, M. e Mathia,T., Anais do 6º CBECIMAT, p 134, (1984).

[10]- De Mello, J.D.B., Durand - Charre, M. e Mathia, T., "Abrasive wear mechanism of chromium-molydenum white cast irons: A sclerometric study", Int. Conf. on Wear of Materials, A.S.M.E., Vancouver, Canada, 14-18 de abril 1985.

SUMMARY

This paper presents a review of the main results obtainned by the authors concerning the characterization of chromium white cast irons abrasive wear mechanism. The abrasion tests are carried out in a three body device and the results are related to the microstructure. The effect of metallurgical parameters such as the nature and the amount of carbides is analysed. Another global approach correlating the abrasion resistance to the morphological state of the abraded surface is proposed. The variation of rheological behaviour and the contribution of each phase to the abrasive process is analysed by low speed scratch experiments.

CURVAS SUBSEQÜENTES DE ESCOAMENTO PLÁSTICO DE CHAPAS METÁLICAS. LOCUS TEÓRICOS E COMPARAÇÕES COM RESULTADOS EXPERIMENTAIS.

JOSÉ DIVO BRESSAN
FACULDADE DE ENGENHARIA DE JOINVILLE
JOHN A. WILLIANS
UNIV. ENGINEERING DEPARTMENT, CAMBRIDGE/UK

SUMÁRIO

Neste trabalho apresentam-se investigações experimental e teóricas do comportamento do escoamento plástico de metais. Investigam-se teoricamente e experimentalmente os recentes critérios de escoamento propostos por Hill e Bassani. Utilizam-se chapas de latão e aço que são deformadas até próximo da ruptura, empregando-se o teste de expansão por pressão hidráulica.

INTRODUÇÃO

O desenvolvimento dos processos modernos de conformação de metais está fundamentado tanto no desenvolvimento de novos processos e tecnicas como no tratamento teórico e métodos de análise de operações de processos convencionais de conformação de metais. Esses desenvolvimentos proporcionaram tanto uma melhor compreensão do comportamento plástico do material como da mecânica dos vários processos empregados. Esse conhecimento pode ser explorado para melhorar os processos existentes ou para desenvolver novos processos. Entretanto, foi somente feito progresso limitado na compreensão da conformabilidade de chapas metálicas em contraste com o enorme desenvolvimento empírico na produção de chapas metálicas e novos processos de conformação. Afim de se analisar a conformabilidade qualitativamente e/ou quantitativamente é importante concentrar-se nas equações fundamentais que governam o comportamento do escoamento plástico do material deformado. Essa análise envolve o conhecimento do estado de escoamento plástico do material o qual pode ser caracterizado pelo sistemas de tensões e deformações agindo no material. Os métodos analíticos para estimar esse estado plástico são baseados no critério de escoamento que define o limite de elasticidade ou o começo das deformações plásticas. Para materiais que sofrem encruamento, assume-se que o trabalho plástico necessário para atingir determinado estado de escoamento plástico é independente da trajetória da deformação plástica. O correspondente estado de tensão é dito ter um particular potencial plástico que é uma função escalar da tensão. Na verdade, o potencial plástico tem a mesma função de tensões do critério de escoamento plástico. Em outras palavras, pontos na superfície que define o escoamento corresponde ao mesmo estado de escoamento plástico ou o mesmo potencial plástico. O estado de escoamento plástico depende somente das propriedades plásticas correntes e variáveis de estado tais como tensão,deformação e temperatura e é independente da história percorrida pelas variáveis de estado. A medida que o material encrua com a deformação, o locus (curva que define o lugar geométrico) no espaço de tensões definindo ambos o potencial plástico e o critério de escoamento expande para um nível subsequente. Em geral, assume-se que a expanção do locus de escoamento é uniforme, i.e. que o encruamento é isotrópico. Isso permite que o estado de escoamento plástico de um material seja avaliado por uma tensão equivalente baseada no critério de escoamento. Portanto o critério de escoamento é muito importante no modelamento do comportamento do escoamento plástico do material.

CRITÉRIOS DE ESCOAMENTO

Um dos primeiros critérios de escoamento é devido a Tresca [1] e é baseado na condição de tensão de cisalhamento máximo.O critério simplesmente assume que o escoamento plástico inicia quando a tensão máxima de cisalhamento atinge um valor crítico τ_y. Embora esse critério origina-se de um enfoque macroscópico das deformações plásticas, tem suporte nos mecanismos de deformação dos grãos que são na sua maior parte devido ao cisalhamento. Portanto, o escoamento ocorre quando, assumindo $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$,

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = \tau_y$$

$$\text{ou} \quad \tau_{max} = \tau_y$$

onde σ_1 e σ_3 são as tensões principais.

Um outro clássico e geralmente preferido critério é devido a Von Mises. Esse critério satisfaz vários requerimentos básicos para uma função de escoamento e tem a forma mais simples que pode ser facilmente manuseada quando as direções principais não são conhecidas a priori. Desde que o escoamento deve ser insensível à orientação dos eixos de referência de tensões e é conhecido da prática que a pressão hidrostática tem influência desprezível no escoamento de materiais policristalinos, o critério é obtido tomando-se o invariante de segunda ordem do tensor desviador de tensões como constante i.e.

$$2Y^2 = (\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2 = F(\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3)$$

$$= \text{invariante de segunda ordem, } I_2$$

Onde Y é a tensão de escoamento em tração simples. Essa função de escoamento F é equivalente a assumir que o escoamento inicia quando a energia de deformação elástica de distorção atingiu um valor crítico característico do material. F também é conhecida como a condição quadrática de escoamento. Uma outra interpretação de F é que o início de escoamento pode ser devido ao atingimento de um valor crítico da tensão de cisalhamento no plano do octaedro,

$$9\tau_{oct}^2 = (\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2 = 2Y^2 \ .$$

Em geral, o comportamento do escoamento plástico

dos materiais é anisotrópico,i.e. as propriedades de escoamento plástico variam com as direções. Os enfoques apresentados acima para o escoamento é restritivo e novos conceitos foram desenvolvidos afim de considerar a anisotropia plástica. Dois tipos distintos de anisotropia pode ser definido na conformação de chapas metálicas: anisotropia normal e anisotropia planar. A primeira descreve a variação das propriedades plásticas no plano da chapa em relação a sua espessura; por exemplo, a tensão de escoamento no plano da chapa pode ser diferente daquela na direção da espessura ,enquanto que variações no plano são desprezíveis. A segunda, anisotropia planar, descreve as variações das propriedades plásticas com a direção no plano da chapa. Como consequência da anisotropia a forma do locus de escoamento é substancialmente afetada e ,portanto, a função de escoamento deve conter parâmetros que descrevem a anisotropia.

Do ponto de vista metalúrgico, as fontes principais de anisotropia são tanto anisotropia cristalográfica devido a certas orientações preferidas ou texturas na distribuição dos grãos no material, como anisotropia microestrutural devido a variações no tamanho de grão, forma de grão, inclusões, etc. Era comum considerar a anisotropia indesejável nos materiais, mas recentemente ficou evidente que certas classes de processos de conformação de chapas podem beneficiar-se da anisotropia controlada. Como consequência ,foram feitos esforços para desenvolver texturas cristalográficas desejáveis afim de melhorar as propriedades plásticas e, deste modo aumentar a conformabilidade. Por outro lado, a anisotropia microestrutural parece proporcionar somente uma pequena contribuição às propriedades plásticas.

Vários modelos para descrever e quantificar anisotropia no escoamento de materiais foram desenvolvidos e podem ser classificados em dois grupos: enfoques macroscópico ou contínuo e enfoques cristalográficos ou microestrutural.

Teorias cristalográficas. Essas teorias assumem que toda deformação plástica é devido ao escorregamento resultante do cisalhamento em certas combinações preferenciais de planos e direções cristalográficas no cristal. O comportamento do escoamento plástico dos materiais policristalinos é assumido ser adequadamente modelado por uma média ponderada das propriedades plásticas dos constituintes, dependendo da orientação dos eixos do cristal com relação aos eixos principais de deformação. Em outras palavras, partindo das propriedades plásticas e comportamento do escoamento de cristais simples as propriedades macroscópicas e escoamento plásticos de policristais pode ser obtida calculando-se o valor médio sobre todas as orientações dos cristais de acordo com sua fração em volume no material ou de acordo com a função de distribuição de orientação ou textura do material. Essa função de distribuição de orientação dos cristalitos pode ser determinada a partir de medidas de figuras polares de raios-X ou difração de neutrons. O comportamento do escoamento plástico de cristais simples para todas as direções possíveis do incremento de deformação é obtido a partir de modelos teóricos tais como o de Taylor [2], Bishop e Hill [3] e Sachs [4] que foram inicialmente desenvolvidos para prever o escoamento uniaxial. Ambos os modelos de Taylor e Bishop e Hill assumem que cada cristal simples sofre a mesma mudança de forma do policristal embora cada um utiliza-se de diferentes enfoques para obter o incremento total de deformação. A análise de Taylor baseia-se no sistema de escorregamento que minimisa o trabalho interno de deformação e a de Bishop e Hill que maximisa o trabalho externo. A análise matemática mostrou que são equivalentes. Para ambas teorias assume-se que existe uma tensão crítica de cisalhamento que inicia o escoamento e que é uma propriedade do material e assumida ser a mesma para todos os sistemas de escorregamento. Sobre estes fundamentos, a curva de escoamento e os coeficientes R de anisotropia foram previstos razoavelmente bem para várias texturas cristalográficas [5,6]. Portanto, reconheceu-se que a anisotropia pode ser devido a textura cristalográfica nos materiais policristalinos. Entretanto, em geral, é difícil prever com precisão o comportamento de chapas em conformação usando-se essas teorias cristalográficas devido a ambos a idealisação do comportamento do policristal como também o assumido comportamento idealisado do escoamento plástico de cristais simples. Apesar disto, essas teorias tem a virtude de proporcionar melhores previsões do locus de escoamento para materiais com alto grau de textura em relação a teorias macroscópicas contínuas. Os enfoques macroscópicos são principalmente fenomenológicos na sua natureza e fundamentados na teoria continua da plásticidade, e os enfoques cristalográficos microscópicos estão baseados em conceitos idealisados de um policristal e comportamento idealisado do escoamento plástico de cristal simples.

Teorias contínuas.Em geral, os problemas de conformação de chapas metálicas são resolvidos assumindo-se estado plano de tensões e, portanto, será considerado a seguir o locus de escoamento para estado plano de tensões.

Por analogia ao critério de Von Mises, Hill [7] propos um critério para escoamento anisotrópico,

$$\sigma_1^2 - \frac{2R}{1+R}\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 = Y^2$$

onde R é o coeficiente de anisotropia normal. Entretanto, como discutido em outro trabalho [8] ,essa função de escoamento foi recentemente modificada afim de apresentar uma concordância mais próxima dos resultados experimentais da curva de escoamento de materiais que possuam valores de R menor que a unidade. Essa extensão introduz um novo parâmetro m, além de R, afim de descrever a anisotropia normal e a função de escoamento é agora descrita por,

$$2(1+R)Y^m = (1+2R)\left|\sigma_1-\sigma_2\right|^m + \left|\sigma_1+\sigma_2\right|^m \qquad (1)$$

O subsequente estado plástico para materiais que encruam é determinado substituindo-se Y na eq.(1) pela tensão equivalente $\bar{\sigma}$ que avalia o estado plástico corrente. Os incrementos de deformação associados com o estado de tensões são determinados através da regra de escoamento,

$$\frac{d\varepsilon_1}{(1+2R)\dfrac{\left|\sigma_1-\sigma_2\right|^m}{(\sigma_1-\sigma_2)} + \dfrac{\left|\sigma_1+\sigma_2\right|^m}{(\sigma_1+\sigma_2)}} = \frac{-d\varepsilon_3}{\dfrac{2\left|\sigma_1+\sigma_2\right|^m}{(\sigma_1+\sigma_2)}} =$$

$$= \frac{d\varepsilon_2}{-(1+2)\dfrac{\left|\sigma_1-\sigma_2\right|^m}{(\sigma_1-\sigma_2)} + \dfrac{\left|\sigma_1+\sigma_2\right|^m}{(\sigma_1+\sigma_2)}} = \frac{d\bar{\varepsilon}}{2(1+R)\,\bar{\sigma}^{m-1}} \qquad (2)$$

onde $d\bar{\varepsilon}$ é o incremento equivalente de deformação. Por outro lado, Bassani [9] apresentou uma função de escoamento que é suficientemente flexivel afim de acomodar os detalhes da forma do locus de escoamento. Entretanto, a curva fica definida por quatro parâmetros $(p,q,R,\bar{\sigma})$ em vez de tres no caso de Hill. O potencial plástico $\bar{\sigma}$ no caso de Bassani é dado por,

$$\bar{\sigma}^p\left|1+\frac{p}{q}(1+2R)\right| = \left|\sigma_1+\sigma_2\right|^p + \frac{p}{q}(1+2R)\bar{\sigma}^{p-q}\left|\sigma_1-\sigma_2\right|^q \qquad (3)$$

A regra associada de escoamento plástico é dada por,

$$\frac{d\varepsilon_1}{\frac{|\sigma_1+\sigma_2|^p}{(\sigma_1+\sigma_2)} + (1+2R)\frac{|\sigma_1-\sigma_2|^q}{(\sigma_1-\sigma_2)}\bar{\sigma}^{p-q}} = \frac{-d\varepsilon_3}{\frac{2|\sigma_1+\sigma_2|^p}{(\sigma_1+\sigma_2)}} =$$

$$= \frac{d\varepsilon_2}{\frac{|\sigma_1+\sigma_2|^p}{(\sigma_1+\sigma_2)} - (1+2R)\frac{|\sigma_1-\sigma_2|^q}{(\sigma_1+\sigma_2)}\bar{\sigma}^{p-q}} \qquad (4)$$

onde p e q são parâmetros adicionais que caracterizam a anisotropia normal e devem satisfazer $p \geq 1$ e $q \geq 1$.

COMPARAÇÕES DA CURVA DE ESCOAMENTO SUBSEQUENTE TEÓRICA COM OS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Afim de verificar a validade da teoria contínua da plasticidade apresentada acima, foram feitas comparações usando-se resultados experimentais de chapas de 1mm de espessura de latão e aço baixo carbono cujo coeficiente de anisotropia normal R vale 0,9 e 1,1 respectivamente. As chapas foram deformadas até próximo a ruptura utilizando-se o teste de expansão por pressão hidráulica com matrizes com aberturas circular e elípticas.

As previsões teóricas do subsequente locus de escoamento, eq.(1), de Hill está razoavelmente boa para o caso de latão conforme Fig.1. Nota-se que a trajetória das tensões e consequente trajetória das deformações é uma reta. Portanto o trabalho plástico para se ir de uma curva de escoamento a outra, sobre a reta, é constante o que corresponde a valores constante da deformação equivalente. Observa-se também que a expansão é isotrópica conforme hipótese inicial. Entretanto, se a trajetória das deformações não for linear a expansão não será isotrópica, i.e. as curvas subsequentes não serão paralelas.

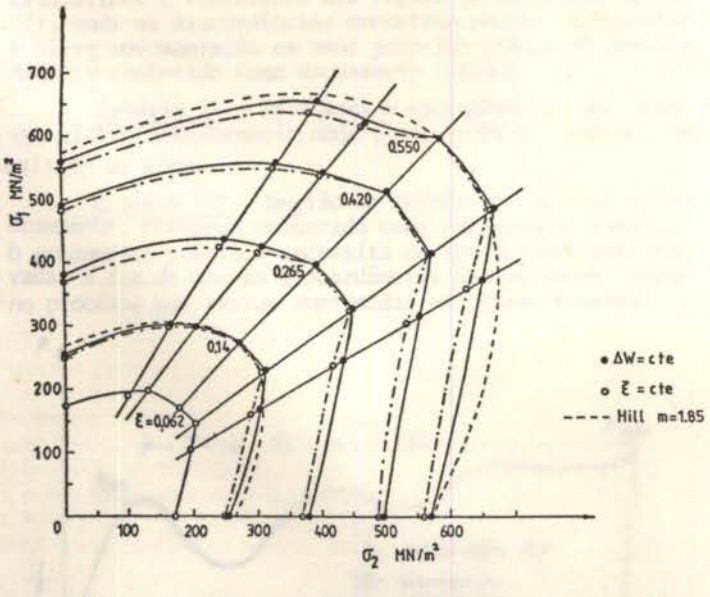


Figura 1. Curvas subsequentes de escoamento plástico ou de mesmo potencial plástico e comparação com a análise de Hill, equação (1). Latão 70/30 .

No caso do aço, a expansão também é isotrópica e para m=1.9 (determinado experimentalmente) a correlação é melhor que com o valor clássico m=2.0, conforme figura 2. Entretanto, a função de escoamento apresentada por Bassani apresenta ainda melhor correlação, mas com a desvantagem de necessitar tres parâmetros para caracterizar a anisotropia normal,i.e. p,q e R. Embora o critério de escoamento de Bassani seja potencialmente mais preciso com um adequado ajuste dos parâmetros p e q conforme se depreende da figura 3, a recente análise de Hill, equação (1), é mais conveniente por sua simplicidade para o caso do aço e latão do presente trabalho. Note-se que para valores de p=q a eq.(3) torna-se eq(

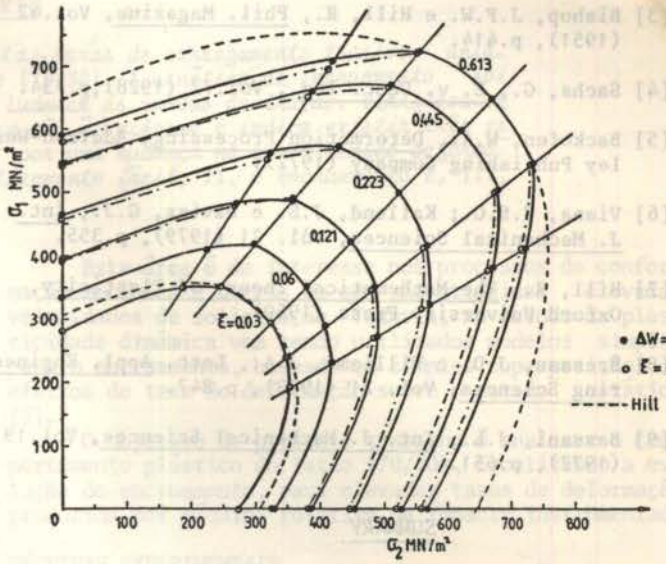


Figura 2. Curvas subsequentes de escoamento plástico ou de mesmo potencial plástico comparação com a análise clássica de Hill, m=2 na eq.(1).Aço baixo carbono

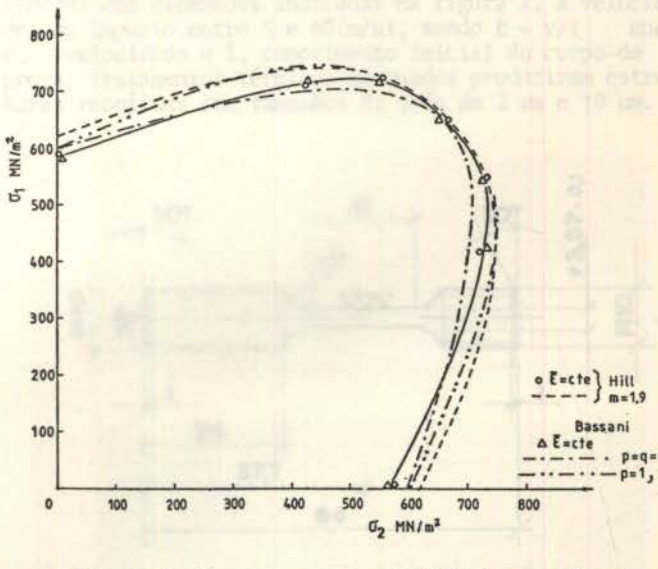


Figura 3. Curvas experimental(linha contínua) e teóricas subsequentes de escoamento plástico. Comparação entre as teorias de Hill (eq.(1)) e Bassani (eq.(3)). Aço baixo carbono.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi financiado pela CAPES, UDESC, e pelo Overseas British Fee Support Scheme. Os autores gostariam de expressar seus agradecimentos a estas Instituições.

REFERÊNCIAS

[1] Tresca, H., Acad. Sciences, Paris, Vol.59 (1864), p. 754.

[2] Taylor, G.I., J. Inst. Metals, Vol.62 (1938), p.307.

[3] Bishop, J.F.W. e Hill, R., Phil. Magazine, Vol.42 (1951), p.414.

[4] Sachs, G., Z. v. Deut. Ing., Vol.72 (1928),p.734.

[5] Backofen, W.A., Deformation Processing, Addison-Wesley Publishing Company (1972).

[6] Viana, C.S.C.; Kallend, J.S. e Davies, G.J., Int. J. Mechanical Sciences, Vol. 21 (1979), p.355.

[7] Hill, R., The Mathematical Theory of Plasticity, Oxford University Press (1950).

[8] Bressan, J.D. e Williams, J.A., Lett. Appl. Engineering Sciences, Vol. 21 (1983), p.847.

[9] Bassani, J.L., Int. J. Mechanical Sciences, Vol.19 (1977), p.651.

SUMMARY

In this work it is presented investigations on experimental and theorectical plastic flow behaviour of metals. The recent yielding criteria proposed by Hill and Bassani are experimentally and theorectically investigated. Sheet metals of brass and steel are stretched close to rupture using the hidraulic bulge test.

PLASTICIDADE SOB RÁPIDO CARREGAMENTO TRACIVO UNIAXIAL

GILBERTO AUGUSTO DE MORAIS
CT/UFRN

SUMÁRIO

Investiga-se a influência de altas taxas de carregamento tracivo uniaxial sobre as propriedades mecânicas do latão (70/30). A cinética de encruamento foi analizada pela aplicação da fenomenologia de Ludwick às curvas de tração. Verificou-se que sob tais condições a plasticidade dinâmica não é uniforme e indica existir três estágios de deformação plástica, representados *por uma mudança na curva tensão deformação. Denominados por I, onde predomina o deslizamento fácil, II, o encruamento e, III, recuperação dinâmica.*

INTRODUÇÃO

As propriedades mecânicas dos metais podem ser mudadas, apreciàvelmente, quando estes são submetidos a aplicação de esforços muito rápidos. Esforços de choque podem ser produzidos por máquinas de impacto sob altas velocidades [1] ou através de ondas de choque obtidas por explosivos [2]. Em considerações de carregamento deste tipo é importante considerar os efeitos devido a propagação de onda de tensão no metal [3]. Ondas compressivas são geradas no metal quando submetido a explosão ou através da barra Hopkinson [4], enquanto que, ondas tracivas podem ser produzidas por máquina de impacto por tração.

A figura 1 apresenta um registro típico do ensaio de tração por impacto registrado no osciloscópio no presente trabalho, em latão (70/30) ensaiado a 300/s. Caracterizando três estágios de deformação plástica, normalmente, identificados em materiais monocristalinos submetidos a tensões cizalhantes e definidos como [6]:

Estágio I - Característico dos materiais monocristalinos e representa uma região de deslizamento fácil, onde as discordâncias encontram poucos obstáculos à livre movimentação em seus próprios planos de deslizamento, é conhecido como escoamento laminar.

Estágio II - Predomina o escruamento, com menores níveis de deformação, onde o deslizamento ocorre em mais de um plano.

Estágio III - Região de decréscimo na taxa de encruamento, processo conhecido como recuperação dinâmica. O escoamento plástico necessita de tensões bastante elevadas a fim de que as discordâncias possam tomar parte no processo que seriam suprimidas em baixas tensões.

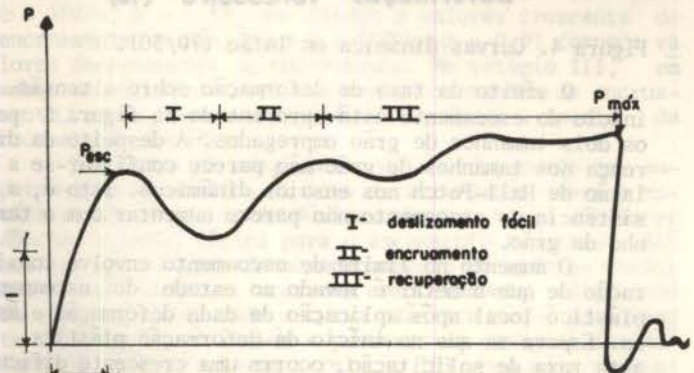


Figura 1. Diagrama de resistência ao choque com percursos de referência.

Esta área é de interesse nos processos de confo mação mecânica e outras em que são atingidas elevad velocidades de solicitação. Todavia, no estudo da pla ticidade dinâmica vem sendo utilizados modelos simpl para o encruamento, baseado em simples superposição efeitos de taxa de deformação sobre o estado estáti [5].

O objetivo do presente trabalho é analisar o co portamento plástico do latão (70/30), focalizando a e lução do encruamento, para elevadas taxas de deformaç produzida por máquina rotativa de impacto instrumenta

TÉCNICAS EXPERIMENTAIS

O arranjo experimental do presente trabalho con tou de uma máquina rotativa de impacto, com velocida variável, montada com dispositivo de tração e provi de sistema de medição piezoelétrico. Desta maneira re lou-se um valor de carga, P = 500(kgf), fazendo l=29(m e um deslocamento δ = 2(mm), para b = 8,5(mm) indicad na figura 1. Durante os ensaios a linha transcrita f fotografada, obtendo-se valores de esforços e desloc mentos nas provas ensaiadas.

Ensaiou-se corpos-de-prova cilíndricos de lat (70/30) com dimensões indicadas na figura 2, a veloci des de impacto entre 5 e 60(m/s), sendo $\dot{\varepsilon} = v/l$ on v, velocidade e l, comprimento inicial do corpo-de prova. Tratamentos térmicos adequados produziram estr turas recozidas com tamanhos de grão de 2 μm e 10 μm.

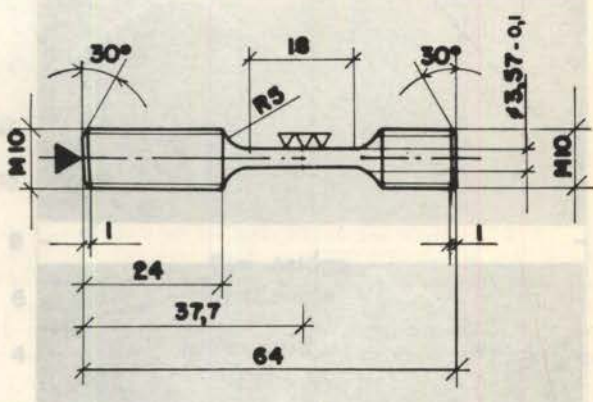


Figura 2. Dimensões padrões do corpo-de-prova para e saio de tração dinâmica (mm).

A análise da cinética da deformação plástica at vés das suas taxas de encruamento, foi feita lançand se mão da fenomenologia representada pela equação Ludwick [6].

$$\sigma = \sigma_o + K\varepsilon^n \qquad (1)$$

onde σ é a tensão; σ_o uma tensão de escoamento; K o coeficiente de resistência; ε a deformação plástica; e n o expoente de encruamento. Esta fenomenologia tem sido aplicada com sucesso neste material, que frequentemente apresenta mais de um estágio de deformação plástica.

O logarítimo da derivada da equação (1) em relação à deformação:

$$\ln(d\sigma/d\varepsilon) = \ln(Kn) + (n-1)\ln\varepsilon \qquad (2)$$

permitiu analisar a variação da taxa de encruamento ($d\sigma/d\varepsilon$) com a deformação, cujo grafico forneceu os valores dos parâmetros K e n, além da formação equivalente ao ponto de transição, representado por uma mudança de inclinação na curva tensão x deformação.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A figura 3 mostra curvas carga x deslocamento, em tração dinâmica para latão (70/30) à velocidades de deformação de 300/s; 500/s; 1500/s, 2000/s para tamanho de grão 10μm; e 1000/s para tamanho de grão 2μm. Os valores de carga máxima e deslocamento máximo foram obtidos tomando-se como base as linhas de referência 1 e b indicados na figura 1. Uma vez determinados aqueles valores pode-se obter a tensão e deformação real nos corpos-de-prova.

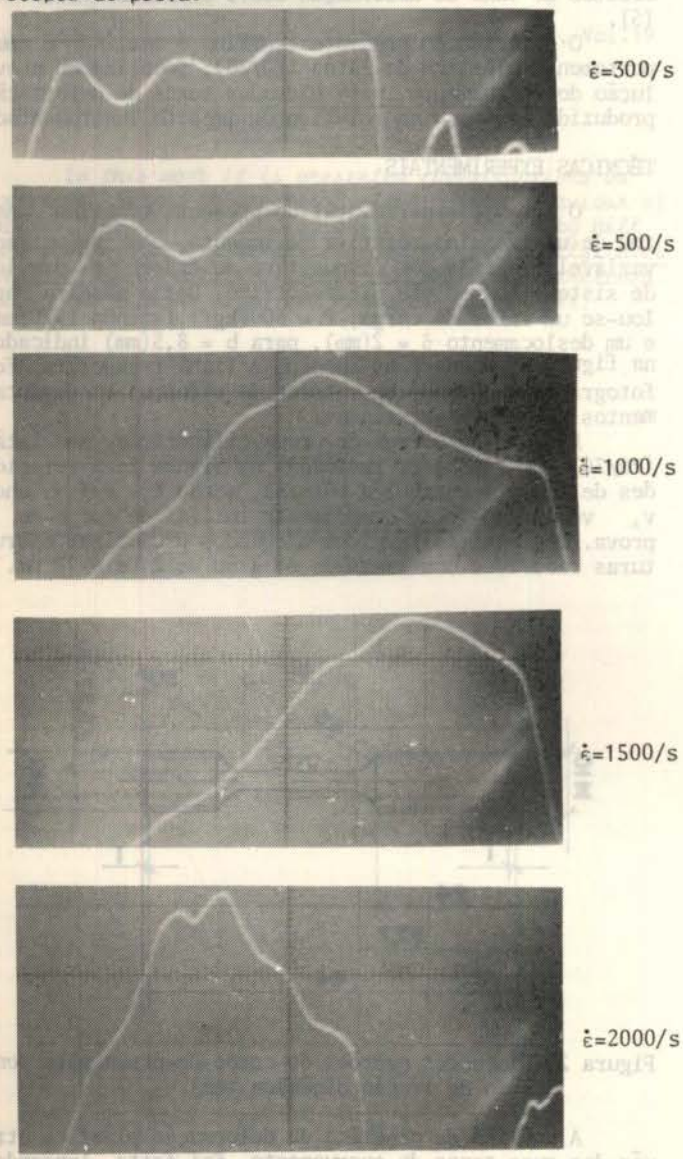


Figura 3. Fotografias de curvas dinâmicas carga x deslocamento em tração para latão (70/30).

A figura 4 apresenta as curvas de tensão verdadeira contra deformação verdadeira para o latão (70/30) ensaiado. Observou-se mudanças no comportamento plástico com a variação da velocidade de deformação. Para taxas de até 500/s, tem-se comportamento similar aos materiais monocristalinos e polímeros, no primeiro estágio de deformação plástica, onde ocorre diminuição da carga com alongamento do corpo-de-prova. Nos polímeros ocorre um realinhamento das lamelas ou moléculas da cadeia na frente de avanço da deformação. Todavia, a medida que se eleva a taxa de deformação o comportamento plástico do metal é mudado até a condição de fragilidade para taxa de 2000/s, figura 3, para tamanho de grão 10μm.

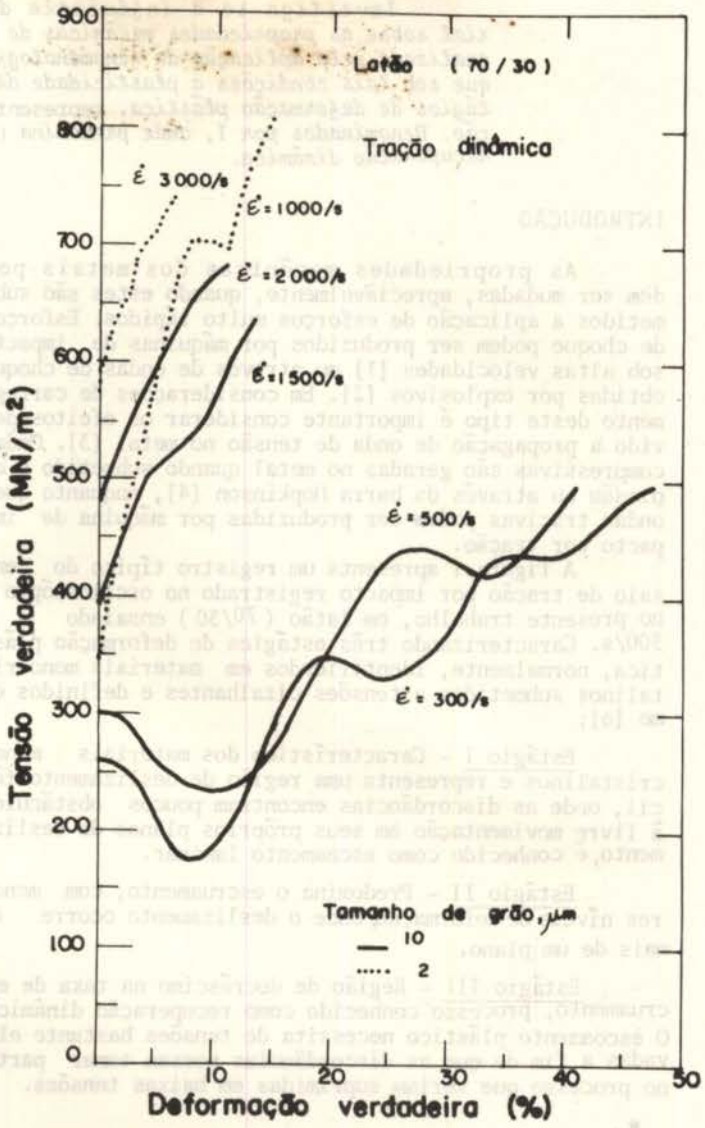


Figura 4. Curvas dinâmica em latão (70/30).

O efeito da taxa de deformação sobre a tensão no início do escoamento está apresentado na figura 5 para os dois tamanhos de grão empregados. A despeito da diferença nos tamanhos de grão não parece confirmar-se a relação de Hall-Petch nos ensaios dinâmicos. Isto é, a resistência ao escoamento não parece aumentar com o tamanho de grão.

O aumento no limite de escoamento envolve consideração de que o metal é levado ao estado de escoamento plástico local após aplicação de dada deformação elástica. Espera-se que no início da deformação plástica, em alta taxa de solicitação, ocorra uma crescente dificuldade para operar os mecanismos responsáveis pelo escoamento.

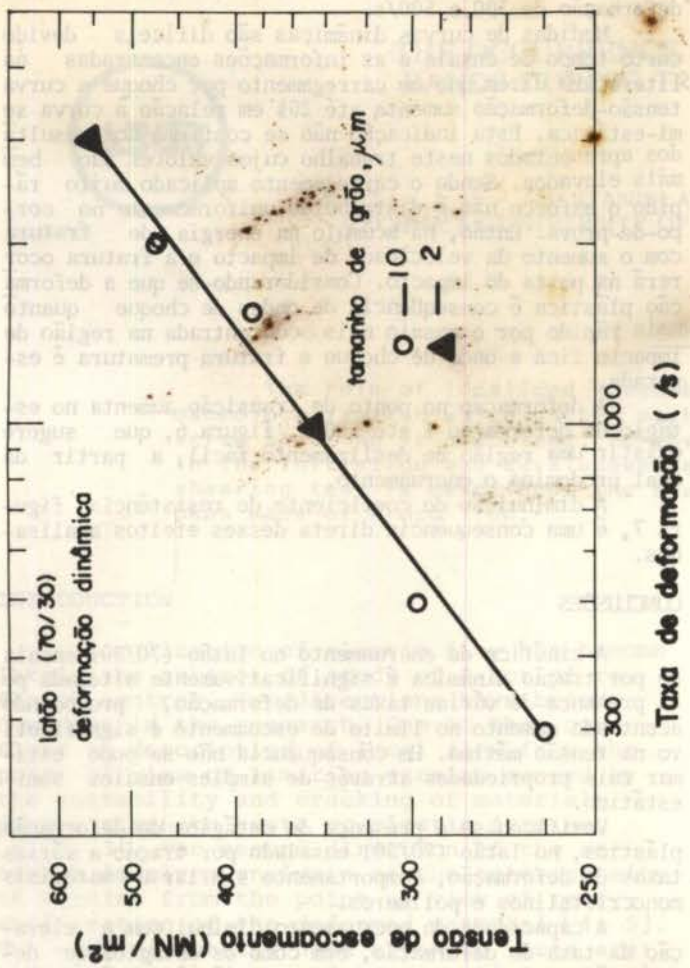


Figura 5. Variação da tensão de escoamento com a taxa de deformação.

A figura 6 mostra avariação da resistência mecânica em função da velocidade de deformação em tração. De uma forma geral, essas propriedades decrescem com a velocidade de deformação. Isto representa a progressiva dificuldade em produzir deformação plástica. Observa-se um aumento na tensão máxima, porém, em níveis menores que a tensão de escoamento.

A figura 7 indica um decréscimo nos parâmetros de encruamento, bem como, desaparecimento dos estágios I e III com a elevação da velocidade de deformação que conduz ruptura instantânea do metal.

No escoamento plástico dos metais deformados semi estaticamente, o encruamento é em geral decrescente. Na presente situação, observa-se dois comportamentos distintos. Para $\dot{\bar{\varepsilon}}$ = 300 e 500/s no estágio I; obteve-se n = |0,04| e |0,12|, respectivamente que conduzem a valores crescentes de $d\bar{\sigma}/d\bar{\varepsilon}$ com $\dot{\bar{\varepsilon}}$. No estágio II para $\dot{\bar{\varepsilon}}$ = 300/s; n = 1,18, que conduz a valores crescente de encruamento, porém, para $\dot{\bar{\varepsilon}}$ = 500/s; n = 0,91 fornece valores decrescentes de encruamento. No estágio III, em ambos casos, observa-se valores decrescentes de encruamento, porém, em menores níveis, conforme a teoria da recuperação dinâmica.

A validez de encruamento dinâmico bazeado em superposição de efeitos de taxa de deformação sobre o estático [5], é motivo de dúvidas. Embora sejam as discordâncias a razão física para o escoamento plástico dos metais, sua inércia de acompanhamento de esforço dinâmico, arrasto viscoso, acarreta comportamento diferente do semi-estático, onde a curva plástica não é grandemente influenciada. Também a presença de estágios de deformação plástica torna a relação [6], bem mais complexa:

$$\bar{\sigma} = E_p \bar{\varepsilon} \qquad (3)$$

aonde $\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}$ invariantes da tensão e deformação e ε_p pode ser caracterizada através de um simples ensaio uniaxial.

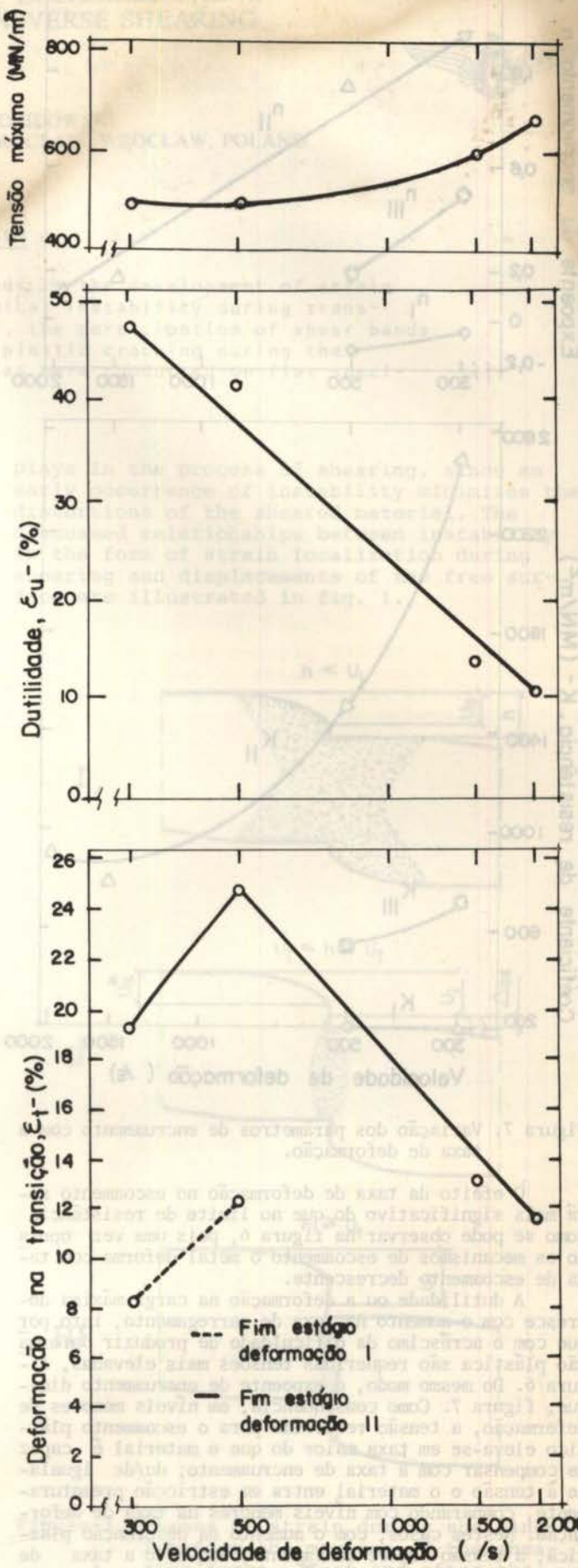


Figura 6. Variação da resistência mecânica com a taxa de deformação.

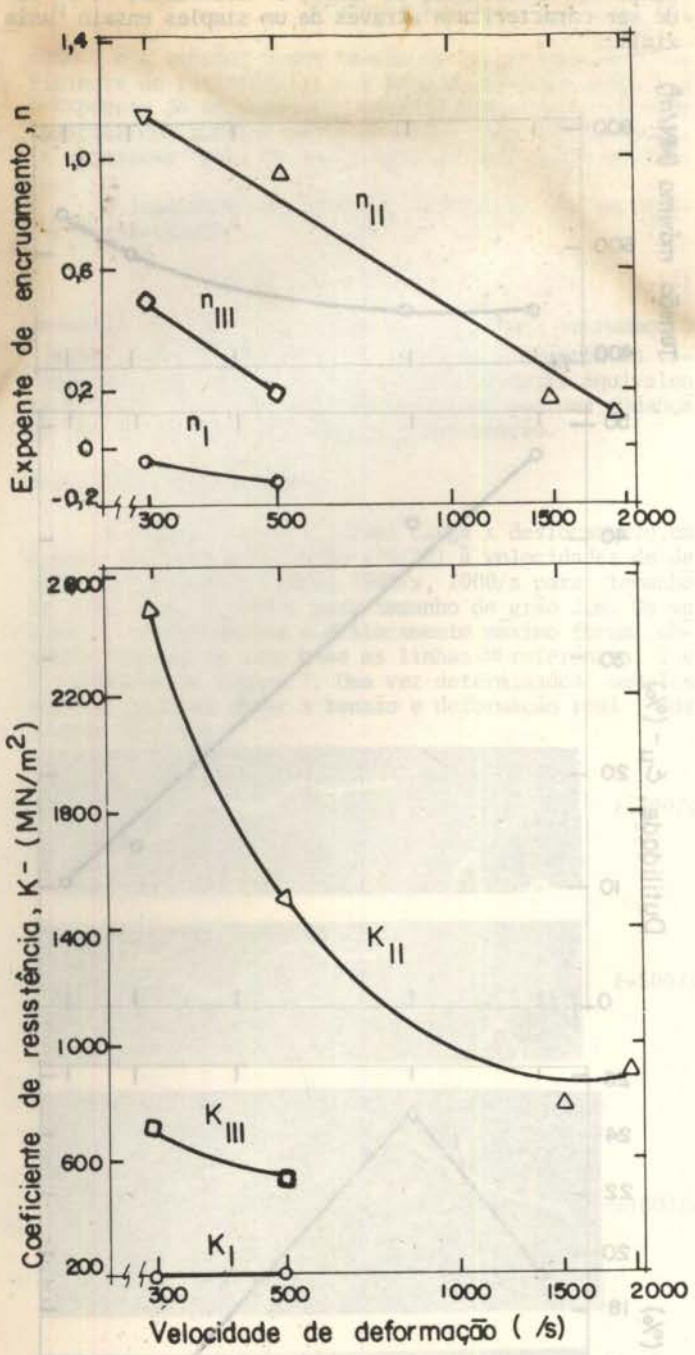


Figura 7. Variação dos parâmetros de encruamento com a taxa de deformação.

O efeito da taxa de deformação no escoamento será mais significativo do que no limite de resistência como se pode observar na figura 6, pois uma vez operados os mecanismos de escoamento o metal deforma com taxa de escoamento decrescente.

A dutilidade ou a deformação na carga máxima decresce com o aumento na taxa de carregamento, isto porque com o acréscimo da dificuldade de produzir deformação plástica são requeridas tensões mais elevadas, figura 6. Do mesmo modo, o expoente de encruamento diminue, figura 7. Como conseqüência, em níveis menores de deformação, a tensão requerida para o escoamento plástico eleva-se em taxa maior do que o material é capaz de compensar com a taxa de encruamento; $d\sigma/d\varepsilon$ iguala-se à tensão e o material entra em estricção prematuramente, comparando com níveis menores na taxa de deformação. Nestes casos, com o aumento da deformação plástica, a tensão cresce lentamente, enquanto a taxa de encruamento decresce, também vagarosamente, e é necessário deformar muito até que o critério de Considère seja atingido. Como é notado na figura 4 para taxa de deformação de 300 e 500/s.

Medidas de curvas dinâmicas são difíceis devido curto tempo de ensaio e as informações encontradas na literatura dizem que em carregamento por choque a curva tensão-deformação aumenta até 20% em relação à curva semi-estática. Esta indicação não se confirma nos resultados apresentados neste trabalho cujos valores são bem mais elevados. Sendo o carregamento aplicado muito rápido o esforço não é distribuido uniformemente no corpo-de-prova. Então, há acúmulo na energia de fratura com o aumento da velocidade de impacto e a fratura ocorrerá na parte do impacto. Considerando-se que a deformação plástica é conseqüência de ondas de choque quanto mais rápido por o ensaio mais concentrada na região de impacto fica a onda de choque e fratura prematura é esperada.

A deformação no ponto de transição aumenta no estágio de deformação I até 500/s, figura 6, que sugere existir uma região de deslizamento fácil, a partir da qual predomina o encruamento.

A diminuição do coeficiente de resistência, figura 7, é uma consequência direta desses efeitos analisados.

CONCLUSÕES

A cinética de encruamento no latão (70/30) ensaiado por tração dinâmica é significativamente alterada pela presença de várias taxas de deformação, provocando acentuado aumento no limite de escoamento e significativo na tensão máxima. Em conseqüência não se pode estimar tais propriedades através de simples ensaios semi-estático.

Verificou-se a presença de estágios de deformação plástica, no latão (70/30) ensaiado por tração a várias taxas de deformação, comportamento similar aos materiais monocristalinos e polímeros.

A capacidade do encruamento diminui com a elevação da taxa de deformação, bem como os estágios de deformação, cuja presença torna a relação $\bar{\sigma} = E_p \bar{\varepsilon}$ bem mais complexa do que aquelas preconizadas nos modelos de escoamento [6].

REFERÊNCIAS

[1] Duwez, P.E. and Clark, D.S., "Proc. ASTM", V. 47 (1947), p. 502-532.

[2] Rinehart, J.S. and Pearson, J., "Behavior of Metals under Impulsive Loads", American Society for Metals, Metals Park, Ohio (1954)

[3] Holsky, H. Stress Waves in Solids, Oxford University Press, New York (1953)

[4] Hopkinson, B., "Phil. Trans. Roy. Soc.",A213(1914), p. 437.

[5] Sokolovsky, V.V., "Prikl. Mat. Mekh", V.12 (1948), p. 261.

[6] Dieter, G.E., Machanical Metallurgy, McGraw Kogakusha, Ltd., Japan (1961).

SUMMARY

The mechanical properties associeted to the brass (70/30) during uniaxial trassive under very rapid rates of loading has been studied. It is found that under this condition the dynamic plasticity is not uniform, but presents three differents stages of plastic deformation, analized by Ludwick expression This stages are represented by change in the tension x deformation curve and are designated by I, region of easy glide II, work hardening effect and III, dynamic-recuperation.

THE OCCURRENCE OF LOCALIZED SHEAR BANDS DURING TRANSVERSE SHEARING

STANISŁAW DZIDOWSKI
TECHNICAL UNIVERSITY OF WROCLAW, WROCLAW, POLAND

SUMMARY

The role of localized shear bands in the development of strain macrolocalization which causes mechanical instability during transverse shearing is discussed. Moreover, the participation of shear bands in the initiation and development of plastic cracking during the shearing test is described. The studies were conducted on flat specimens made of Armco iron.

INTRODUCTION

Localization of plastic flow has become lately the subject of study of a lot of research centres. Two directions have become dominant in the research. One of them consists in description of local flow from the point of view of limiting strains caused by the instability and cracking of materials during strength tests or plastic forming [1, 2, 3]. The second direction of the research involves analysis of the heterogeneity of strains from the point of view of recrystallization of the deformed material [4, 5]. The most frequently used strength tests are: tensile, knock;down and torsion tests on poly- and monocrystalline specimens. Strain localization in the processes of plastic working has been most widely analysed in rolling and sheet forming [6, 7].

Localized shearing features more and more often in all the above approaches. In many cases, this shearing is also analysed from the point of view of needless strains which, since they do not result in intended changes of shape, should be eliminated.

In the case of technological shearing, localized shear has been treated absolutely marginally. The lack of extensive studies in this area is the reason that material- and energy;saving technologies of metal shearing by means of plastic working methods are not as widespread as they should be. This is also due to the relatively low precision of plastic shearing. A more thorough description of technological shearing could be useful in strength problems of sheared joints, such as riveted joints used in aviation.

STATE OF THE PROBLEM

The presented problem is a continuation of the description of studies carried out by the author of the present paper. The studies are devoted to technological shearing. In the previous papers [8, 9], a criterium of instability was proposed for the process of shearing and a relationship between displacements U_s of the free surface and the strain hardening ability of a material was determined. In paper [10], moreover, the behaviour of material during shearing in conditions of reduced strain hardening ability was described.

Generally speaking, the above papers document the positive role which instability plays in the process of shearing, since an early occurrence of instability minimizes the distortions of the sheared material. The discussed relationships between instability in the form of strain localization during shearing and displacements of the free surface are illustrated in fig. 1.

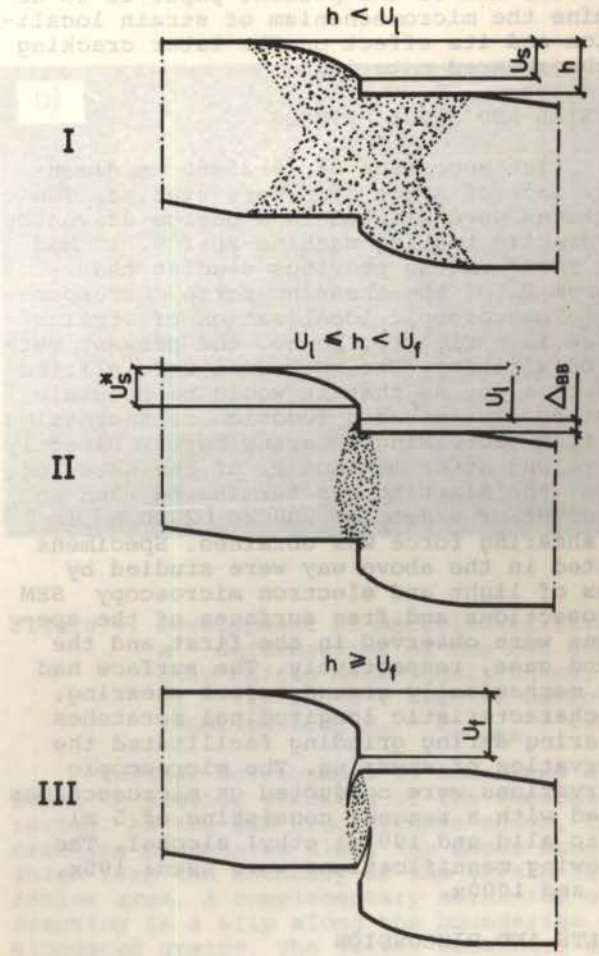


Figure 1. Phases of strain during shearing: I-before the maximum of the shearing force, II-at and after the maximum of the shearing force, III-cracking, h - displacement of

material in the plane of shearing, U_l-limiting displacement due to strain localization, U_s-displacement of the free surface, U_s^*-maximum displacement of the free surface, U_f-limiting displacement due to cracking, Δ_{BB}-increment of the burnished strip width for $\Delta h = U_f - U_l$

An occurrence of strain localization in phase II of shearing (fig. 1) excludes any increment of free surface displacements U_s. In this approach, strain hardening ability becomes the main criterium for the estimatior and modification of properties of materials which are to be sheared and this can be written as:

$$U_s^*/d = C + b\,n \qquad (1)$$

where: U_s^* - maximum permanent displacement of the free surface,
d - diameter of the sheared bar,
n - exponent of strain hardening,
C,b - constants.

In the case of the wide range of materials studied in papers [8, 9], relationship (1) between strain hardening exponent n and relative displacements U_s^*/d of the free surface assumes the following form:

$$U_s^*/d = -0.912 + 31.833\,n \quad (\%)\ [8] \qquad (2)$$

The aim of the present paper is to determine the micromechanism of strain localization and its effect on the later cracking of the sheared material.

MATERIAL AND STUDY METHODS

Flat specimens of 16x25x80 mm dimensions made of Armco iron were studied. The specimens were slitted in a device driven by a hydraulic testing machine ZD-100. It had been found in the previous studies that maximum P_c of the shearing force corresponded to macroscopic localization of strains (phase II - fig. 1). Hence, the present method of slitting. The specimens were slitted in such a way so that it would be possible to study strains as a function of increasing and then decreasing shearing force. Directly before and after maximum P_c of the shearing force, the slitting was terminated when an increment or a drop of 200 kG (2000 N) in the shearing force was obtained. Specimens slitted in the above way were studied by means of light and electron microscopy SEM Microsections and free surfaces of the specimens were observed in the first and the second case, respectively. The surface had been mechanically ground before shearing. The characteristic longitudinal scratches appearing during grinding facilitated the observation of shearing. The microscopic observations were conducted on microsections etched with a reagent consisting of 5 ml nitric alid and 100 ml ethyl alcohol. The following magnifications were used: 100x, 500x and 1000x.

RESULTS AND DISCUSSION

Microscopic observations. The microscopic observations (fig. 2) confirmed merely the macroscopic picture of the localization zone shown in fig. 1 - phase II. Clear differences in the structure inside and outside the localization zone are visible in fig. 2.

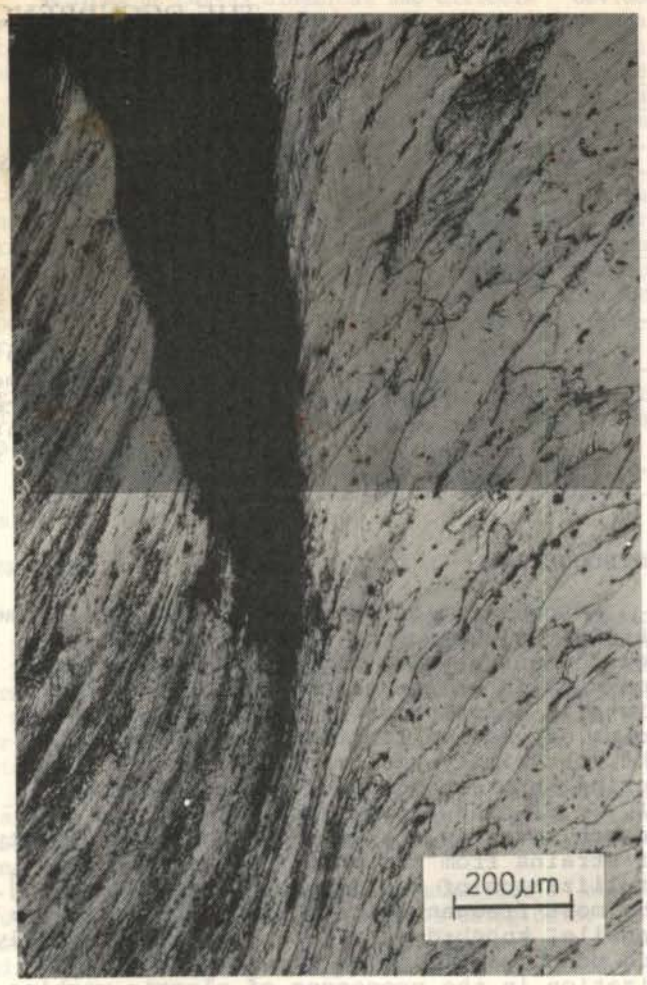


Figure 2. Microphotograph from the border areas of the strain localization zone. Original magnification 100x

Inside the strain localization zone, the elements of the structure are clearly elongated and inclined relative to the direction of shearing. The direction of shearing is parallel to the vertical edges of the photograph. It can be seen, moreover, that cracking propagates near the boundary of this zone. Greater magnifications did not reveal any other significant details.

SEM observations. The electron microscopy observations (fig. 3) revealed shear bands (fig. 3b and c). The bands are visible against the background of askew lying traces of grinding. The traces had been originally parallel to the longitudinal axis of the specimen and, therefore, perpendicular to the direction of shearing. The askew grooves in fig. 3a have a similar arrongement as the elements of the structure shown in fig. 2. The shear bands are nearly parallel to the direction of shearing.

The shear bands appear already before the occurrence of shearing force maximum P_c. The length of the first bands is small. They occur mainly near the penetrations of cutting tools into the sheared material. As the shearing force increases, more and more bands appear. The bands advance deep into the sheared material. The way in which shear bands develop is additionally illustrated in macro scale in fig. 4.

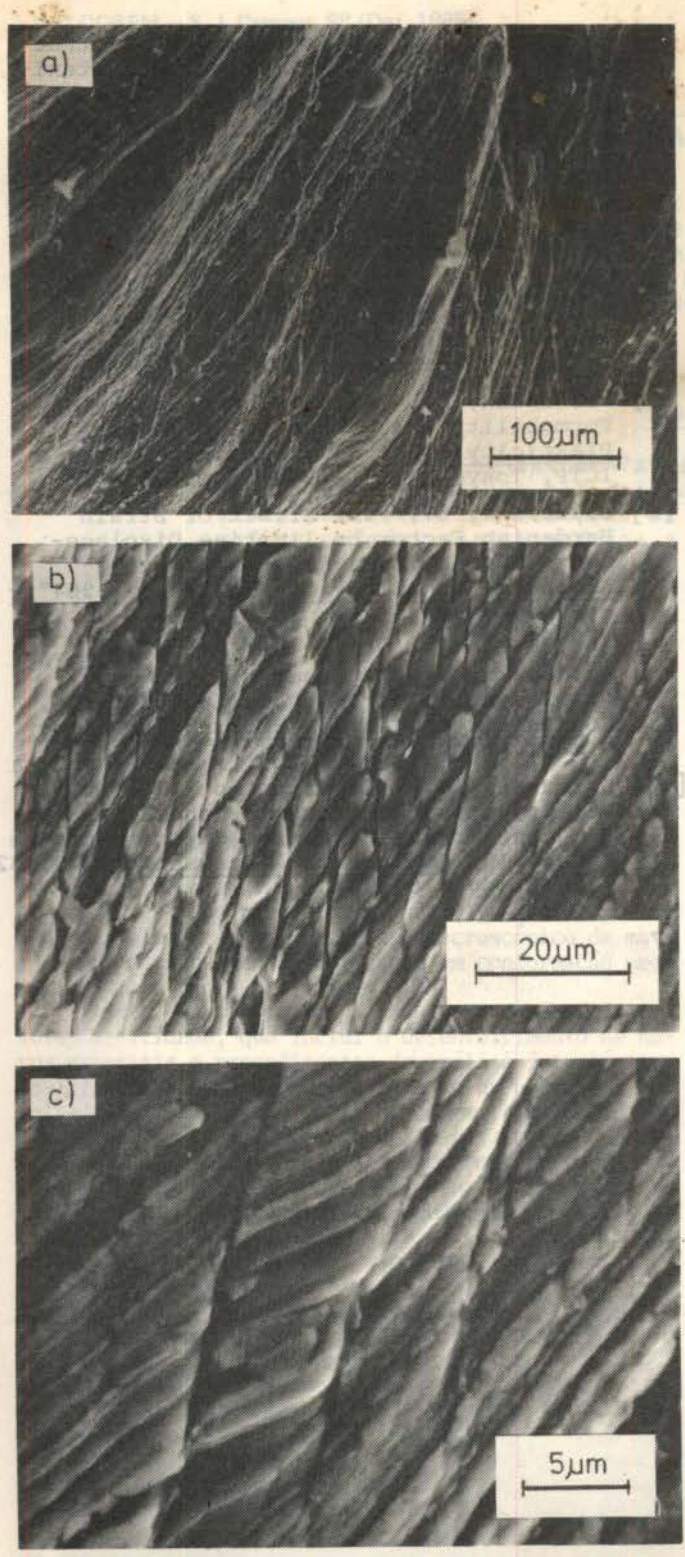


Figure 3. Electronograph from the border areas of the strain localization zone: a - general view; b and c - vertical shear bands against the background of askew scratches

The specimen shown in fig. 4 was initially slitted with the force of 100 kN. The maximum of the shearing force was 120 kN and the material became malleable at the force of about 60 kN. The slitted in the above way specimen was ground and a net was plotted on it. The grinding removed the traces of extensive distortions characteristic for the first phase of shearing (fig. 1). Fig. 4a shows deformations of the net after further slitting of the specimen to the force value of 110 kN and fig. 4b to the maximum force value of 120 kN. It follows from fig. 4 that macrolocalization of strains appears suddenly (fig. 4b), since still at the force smaller than maximum only by 100 kN (fig. 4a), a mild and extensive increment of strains is visible. It means that the maximum of shearing force corresponds to avalanche development and meeting of two approaching each other families of shear bands. The term "families" stands for groups of bands which develop from under opposite cutting edges.

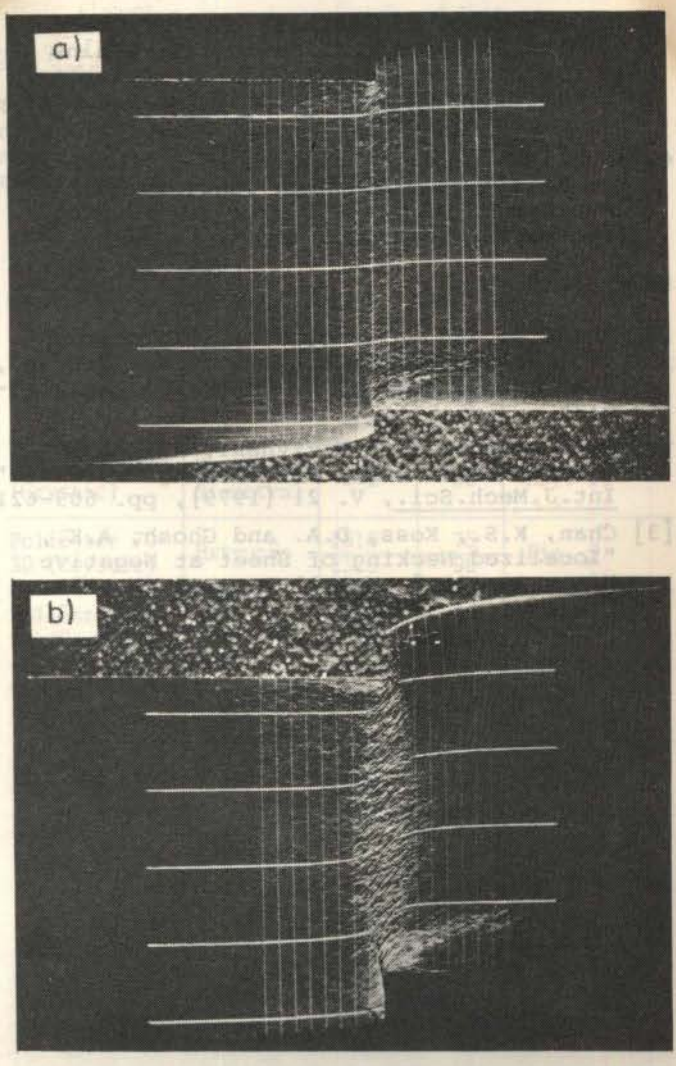


Figure 4. Development of macrolocalization a - deformations of the net directly before macrolocalization, P_c = 110 kN, b - view of macrolocalization, $P_c = P_{c\ max}$ = 120 kN

Further development of localized strain leads to plastic cracking of the sheared material. As the SEM studies have shown, this cracking propagates along the shear bands which form the boundary of the strain localization area. A complementary mechanism of the cracking is a slip along the boundaries of elongated grains. The latter mechanism dominates in the final phase of cracking and causes the shearing of a bridge between the two primary trajectories of cracking. The slip along the boundaries of grains in facilitated by discontinuities of material due to different density of shear bands in adjacent grains. It has not been found that the forma-

tion of microvoids precedes the formation of shear bands, although, such a mechanism is suggested by some works devoted to the problems of plastic cracking.

CONCLUSIONS

1. The fundamental mechanism of strain localization in the process of shearing consists in localized shear bands.
2. Shear bands begin to form already before the maximum of the shearing force is reached.
3. The avalanche development of shear bands results in macrolocalization of strains in the zone of shearing and in mechanical instability in the form of the maximum of the shearing force.
4. Localization of strains in shear bands is the main mechanism which controls the development of plastic cracking during transverse shearing.

REFERENCES

[1] Anad, L. and Spitzig, W.A., "Initiation of Localized Shear Bands in Plane Strain", J.Mech.Phys.Solids, V. 28 (1980), pp. 113--128

[2] Marciniak, Z. and Kuczyński, K., "The Forming Limit Curve for Bending Processes" Int.J.Mech.Sci., V. 21 (1979), pp. 609-621

[3] Chan, K.S., Koss, D.A. and Ghosh, A.K., "Localized Necking of Sheet at Negative Minor Strains", Metall.Trans.A, V. 15A (1984), pp. 323-329

[4] Blicharski, M. and Gorczyca, S., "Structural Inhomogeneity of Deformed Austenitic Stainless Steel", Metal Science, July (1978), pp. 303-312

[5] Korbel, A., Bochniak, W., Blaz, L. and Embury, J.D., "Instability of Plastic Flow and Dynamic Recrystallization in Cu Single Crystals", Metal Science, V. 18 (1984), pp. 216-222

[6] Dillamore, I.L., Roberts, J.G. and Bush, A.C., "Occurrence of Shear Bands in Heavily Rolled Cubic Metals", Metal Science, February (1979), pp. 73-77

[7] Marciniak, Z., "Assessment of Material Formability", Advanced Technology of Plasticity 1984" - Proceedings of 1st ICTP, Tokyo, V. I (1984), pp. 685-694

[8] Dzidowski, S., "The Effect of Strain Hardening Factor on Limiting Displacements during Transverse Shearing", Advanced Technology of Plasticity 1984" - - Proceedings of 1st ICTP, Tokyo, V. I (1984), pp. 617-622

[9] Dzidowski, S., "A Study of Limiting Displacements during Shearing of Bars", Journal of Mechanical Working Technology (1985) - to be published

[10] Dzidowski, S., "Localization of Plastic Strain during Shearing in Conditions of Reducted Strain Hardening Capacity of the Material", Engineering Transactions, V. 32 (1984), pp. 267-274

ANÁLISE DE PROBLEMAS DE CONFORMAÇÃO MECÂNICA VIA FOTOPLASTICIDADE

CARLOS AUGUSTO CARPANZANO BARCELLOS
ROSSELLA DO REGO BARROS
JOSÉ LUIZ DE FRANÇA FREIRE
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA — PUC/RJ

SUMÁRIO

Este trabalho apresenta resultados comparando distribuições de deformações plásticas obtidas por fotoplasticidade em modelos de resinas poliéster com medições de deformações determinadas a partir de malhas coladas nestes modelos e em espécimes de chumbo permanentemente deformados.

INTRODUÇÃO

A procura de métodos analíticos, numéricos ou experimentais para determinação de deformações plásticas excessivas em problemas de conformação mecânica tem sido grande nos últimos anos. A Fotoplasticidade tem-se apresentado como um método experimental bastante promissor por ser relativamente simples de ser utilizada em problemas bi ou tri-dimensionais envolvendo grandes deformações [1-8]. Porém, uma desvantagem deste método está na necessidade da utilização de polímeros para simular o comportamento macroscópico de materiais tradicionalmente empregados em conformação mecânica, como o aço e o alumínio.

Assim, dentro de uma linha geral de pesquisa em fotoplasticidade, que inclui o desenvolvimento de novos materiais e procedimentos de análise fotoplástica [8-11], este trabalho procura relatar os primeiros resultados experimentais sobre as comparações entre as respostas, em termos de valores de deformações plásticas, de materiais diferentes quando empregados em problemas idênticos. Em outras palavras, procura-se avaliar o erro que se comete ao estender-se um resultado obtido por fotoplasticidade a um modelo constituído de material metálico. Dois problemas foram escolhidos para esta avaliação inicial: compressão diametral de discos e extrusão de espécimes planos. Enquanto o primeiro problema depende pouco do atrito entre material e ferramenta, o segundo tem sua resposta bastante influenciada e, devido a isto, foram analisados apenas pontos distantes das superfícies de contato entre os materiais dos modelos e as matrizes, localizados no seu eixo de simetria. Dois materiais foram empregados nestes problemas: resinas poliéster, adequadas para a fotoplasticidade, e ligas de chumbo-antimônio. As deformações plásticas foram medidas através do método de malhas ("grid") para ambos os materiais e, também pela fotoplasticidade, no caso das resinas poliéster.

ANÁLISE EXPERIMENTAL

Algumas informações sobre os testes e dados sobre os materiais empregados neste trabalho são fornecidos na Tabela 1. Para os espécimes de resina poliéster foram fundidas placas de diferentes misturas (rígida-flexível) com dimensões nominais de 240x240x 10 mm. Os espécimes de chumbo foram retirados de uma placa fundida com dimensões nominais de 250x250x10mm. A usinagem de todos os espécimes foi feita em uma copiadora de perfis de alta rotação utilizando-se gabaritos de alumínio. Na Tabela 1, os índices usados para as resinas indicam as quantidades relativas, em peso, de resinas rígida e flexível respectivamente.

Tabela 1. Análise Experimental

Material	Teste	$\dot{\varepsilon}$ (m/ms)	Temp. (°C)	Resultados
Poliéster 100 (Crystic)	Compressão diametral	341	85	Ref. 13
Poliéster 70-30 (Crystic)	Extrusão	1010 2525	75 90	Fig. 9
Poliéster 50-50 (Crystic)	Extrusão	1010 2525	75 85	Fig. 9
Chumbo 90%Pb-10%Sb	Compressão diametral	3410 341	22	Fig. 4 e 5
Chumbo 90%Pb-10%Sb	Extrusão	505 2525	22	Fig. 9
Poliéster 70-30 (Crystic)	Compressão diametral	341	75	Fig. 4 e 5

Dimensões nominais dos discos para a compressão diametral e detalhes do punção, matriz e espécimes para extrusão plana são apresentadas nas Figuras 1 e 2. Duas razões de extrusão foram usadas: 1.66 e 1.21. A matriz foi rigidamente fechada com o objetivo de se obter um estado plano de deformação. Os ensaios foram realizados num equipamento INSTRON 1125. Para o controle automático de temperatura, foi acoplada à máquina de ensaios um forno que permitia manter temperaturas de 30 a 130°C com precisão de 0.5°C. As placas de compressão para os testes dos discos foram comprimidas (10 ton) com lixas nº80 entre elas, a fim de se obter bases com uma rugosidade uniformemente distribuída. Os testes foram realizados com velocidades da transversina da máquina de ensaios variando de 0.5 até 5.0 mm / min.

As malhas empregadas foram do tipo Letratone LT 83, com dimensão nominal interna de 1.3x1.3 mm e foram coladas às superfícies dos espécimes com cianoacrilato tal que as deformações plásticas pudessem ser calculadas pela medição das malhas deformadas após o descarregamento dos espécimes. Estas medições foram feitas em um microscópio de medição com um projetor de perfis da marca CARL ZEISS, com precisão de leitura de 0.005 mm em medidas lineares e de 1 minuto para as medidas angulares. Nos ensaios de compressão diametral das resinas, foi acoplado ao equipamento de testes um polariscópio de transmissão com o objetivo de se acompanhar a configuração de franjas durante o carregamento.

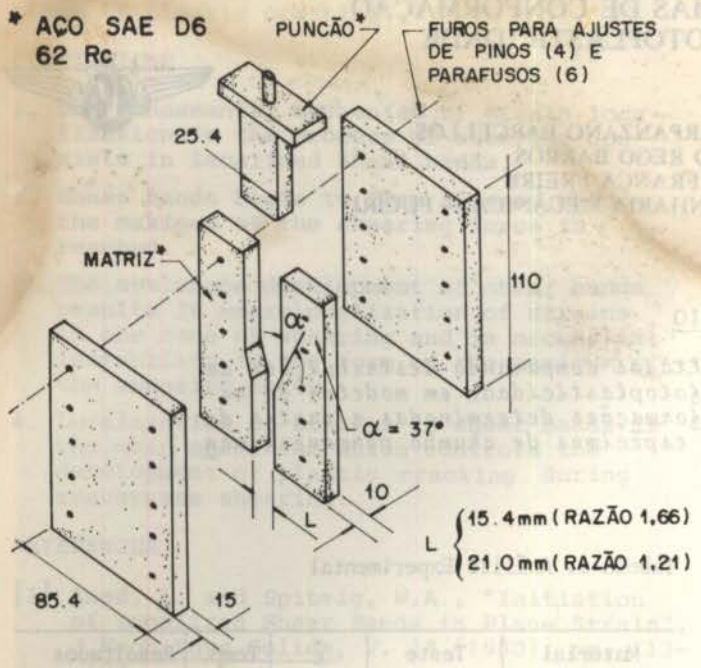


Figura 1. Detalhe da matriz e do punção

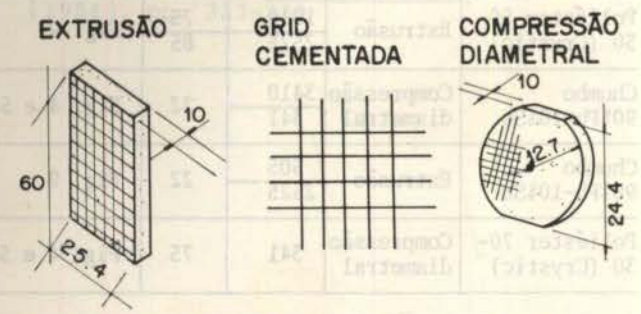


Figura 2. Dimensões nominais dos espécimes e da malha

No método da malha, as deformações ε_x, ε_y e γ_{xy} foram determinadas a partir de medições realizadas antes e após os modelos serem deformados utilizando as equações (1)-(3) definidas abaixo e a notação mostrada na Figura 3.

$$e_x + 1 = \left((1+\frac{du}{dx})^2 + (\frac{dv}{dx})^2 \right)^{1/2} \quad (1)$$

$$e_y + 1 = \left((1+\frac{dv}{dy})^2 + (\frac{du}{dy})^2 \right)^{1/2} \quad (2)$$

$$\gamma_{xy} = \text{arc sen} \left\{ \frac{\frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} + \frac{du}{dy}\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}\frac{dv}{dy}}{(1+e_x)\,(1+e_y)} \right\} \quad (3)$$

Para a comparação com os resultados fotoplásticos, necessita-se das deformações principais ε_1 e ε_2. Brill desenvolveu em seu trabalho [12] equações que fornecem ε_1 e ε_2 em função de ε_x, ε_y e γ_{xy}. Nestas equações foram feitas modificações para que se obtivessem resultados considerando deformações verdadeiras, isto é, $\varepsilon_i = \ln(1+e_i)$. As equações para ε_1 e ε_2 são, então, dadas por:

$$\varepsilon^2_{1,2} = \frac{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x^2 - \varepsilon_y^2}{2}\right)^2 + \frac{\varepsilon_x^2 \varepsilon_y^2 \, tg^2\gamma_{xy}}{1 + tg^2\gamma_{xy}}} \quad (4)$$

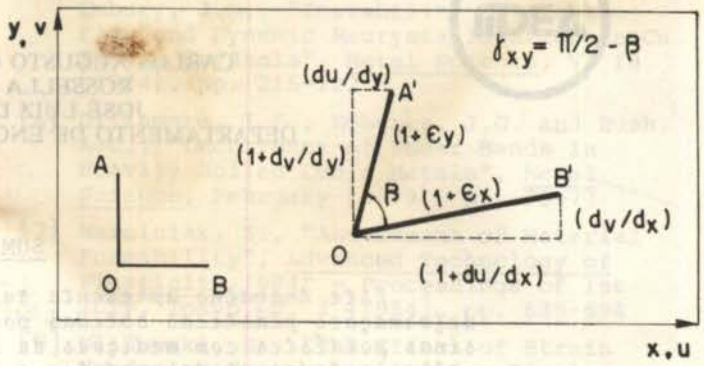


Figura 3. Malha inicial e deformada

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O método de malhas fornece as deformações ε_1 e ε_2 mas somente suas diferenças, isto é, $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$, foram usadas para as comparações. Dispersões nos resultados das malhas podem ser atribuídos a erros de medição (espessura do traço da malha, erro na medição inicial e final da malha) e ao comportamento do material devido à anisotropia granular, ao tamanho do grão e às heterogeneidades superficiais e sub-superficiais dos espécimes de chumbo.

As Figuras 4 e 5 apresentam resultados para distribuições de $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ ao longo dos diâmetros horizontais e vetricais dos discos de resina poliéster 70-30 e de chumbo comprimidos para uma deformação total após o descarregamento, de 11%. Os resultados da fotoplasticidade foram determinados pela expressão

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{N}{t} f_\varepsilon \quad (5)$$

onde N é a ordem de franja, t é a espessura do espécime ou a fatia a ser analizada e, f_ε, é o valor de franja plástico. Sendo o número de franjas muito alto para ser lido através dos espécimes com espessura de 10 mm foram retiradas fatias de 2 mm de espessura e analisadas num polariscópio de transmissão PHOTOLASTIC 51 com amplificação de 10 vezes. Uma ilustração das configurações de franjas obtidas pode ser vista na Figura 6a. O valor de franja plástica, f_ε, para cada mistura foi determinada por uma calibração prévia do material, através da compressão diametral de discos [13].

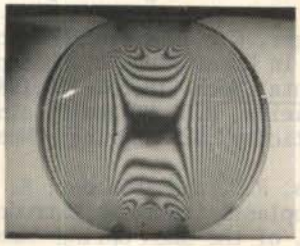
Nas Figuras 4 e 5 são também plotados resultados para as resinas poliéster Laminac e para um disco de alumínio [11], os quais concordaram bem com os presentes resultados. Esta boa concordância entre resultados obtidos para as distribuições de deformações estimularam uma extensão da investigação para outro problema. Assim, procurou-se utilizar resinas poliéster e chumbo num problema envolvendo extrusão plana.



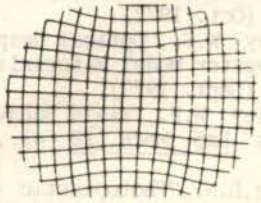
Figura 4. Distribuição de $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ ao longo do diâmetro horizontal dos discos comprimidos



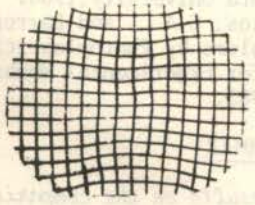
Figura 5. Distribuição de $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ ao longo do diâmetro vertical dos discos comprimidos



(a) configuração de franjas para resina poliéster durante o carregamento



(b) malha deformada em espécime de resina poliéster



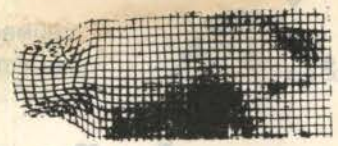
(c) malha deformada em espécime de chumbo

Figura 6. Configuração de franjas e deformação de malha de compressão de discos

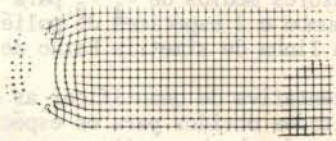
A Figura 7 apresenta a forma final de um espécime de chumbo e um de resina poliéster fraturado, ambos extrudados segundo a razão de 1.66. Espécimes de resina poliéster das diferentes misturas testadas fraturaram quando submetidos a esta razão de extrusão devido às grandes deformações trativas que devem suportar quando passam através da "garganta" da matriz.

Espécimes de poliéster 70-30 e chumbo foram extrudados em uma segunda matriz com razão de extrusão de 1.21 (Figura 8).

Os valores de franja f_σ para os espécimes de resina extrudados com esta razão foram determinados através das relações médias entre as deformações medidas em diversos pontos e as ordens de franja para estes pontos obtidos num polariscópio. A razão para se utilizar este procedimento simples de calibração foi o excelente ajuste dos resultados entre as deformações obtidas pelo método de malha e os resultados fotoplásticos determinados para os testes dos discos. Conclusões de outros trabalhos também confirmam este resultado [1,2,7,13].



(a) chumbo

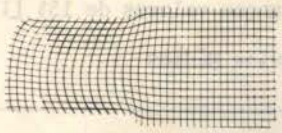


(b) poliéster 100

Figura 7. Forma final de espécimes extrudados com razão 1.66



(a) chumbo



(b) poliéster 70-30

Figura 8. Forma final de espécimes extrudados com razão 1.21

Na Figura 9 são apresentados os valores médios de $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ ao longo da linha de simetria de espécimes de diferentes misturas de resina poliéster e de chumbo. Para que não houvesse recuperação dos espécimes de resina, estes foram resfriados dentro da matriz, e somente retirados após haverem alcançado a temperatura ambiente. Diferentemente do que ocorre com os materiais metálicos, que apresentam uma recuperação elástica após seu descarregamento, as resinas poliéster não só apresentam esta parcela de recuperação elástica como restituem a deformação plástica se mantidas durante um longo tempo à temperatura de trabalho sem sofrerem carregamento [1]. Assim, para se impedir o fenômeno de recuperação após os testes, seu resfriamento deve ser rápido ou feito de modo que os espécimes ainda mantenham a forma final após o último grau de deformação. O bom ajustamento dos resultados pode ser visto na Figura 9. Outros resultados podem ser encontrados em [13] inclusive considerando outros materiais, como o policarbonato PSM-1.



Figura 9. Valores médios de $\varepsilon_1-\varepsilon_2$ para 4 espécimes de chumbo e 2 espécimes de poliéster ao longo da linha de simetria. Razão de extruzão 1.21.

Numa tentativa de quantificar as diferenças entre os resultados obtidos para os espécimes de mistura poliéster e os de chumbo, utilizou-se a média dos desvios entre valores determinados de $\varepsilon_1-\varepsilon_2$ para os pontos análogos de cada espécime. Basicamente, estas médias foram calculadas por

$$D_{m_{1,2}} = \frac{1}{NP} \sum_{1}^{NP} \frac{|(\varepsilon_1-\varepsilon_2)_{1i}-(\varepsilon_1-\varepsilon_2)_{2i}|}{(\varepsilon_1-\varepsilon_2)_{1i}} \qquad (6)$$

onde, NP é o número de pontos, $(\varepsilon_1-\varepsilon_2)_{ij}$ é o dado da deformação plástica para o espécime i (ou média dos espécimes) e j é o ponto considerado.

No cálculo de D_m não foram consideradas as diferenças de deformação inferiores a 10% porque o cálculo de dispersão para deformações inferiores a este limite podem levar a desvios superiores a 1000%. Observando a Tabela 2 pode-se afirmar que resinas poliéster predizem o comportamento do chumbo com um desvio médio de 11%. Este desvio pode ser considerado bom quando comparado com o determinado para espécimes similares de chumbo, que alcançou valores de 15% [13].

Tabela 2. Desvios Médios

Descrição dos dados considerados	$D_{m_{1,2}}$ (%)
Pontos horizontais e verticais da média dos espécimes de poliéster e chumbo de ensaios de compressão diametral	11
Dados de extrusão de espécimes de diferentes misturas de poliéster e espécimes de chumbo	17
Dados de pontos dos diâmetros horizontais e verticais dos discos e pontos da extrusão com razão de 1.21 das misturas de poliéster e chumbo	13

CONCLUSÃO

Os bons resultados encontrados na comparação entre as distribuições de deformações plásticas obtidas pelos métodos da malha e fotoplástico, para os espécimes de poliéster, confirmam as conclusões de trabalhos anteriores no que se refere à possibilidade de utilização de fotoplasticidade na análise de deformações plásticas em espécimes da própria resina poliéster conformados mecanicamente. A boa concordância entre os resultados fotoplásticos para as resinas e os obtidos para os espécimes de chumbo encorajam a utilização da fotoplasticidade na modelagem de problemas de conformação de metais não só qualitativa como quantitativamente. Deve-se ressaltar ainda a possibilidade de se utilizar a fotoplasticidade em outros problemas tri-dimensionais onde outra técnica experimental ou numérica seja muito difícil ou impossível de ser aplicada.

REFERÊNCIAS

[1] Freire, J.L.F.; Lage, J.D. and Vieira, R.D., "Use of Photoplasticity to Predict Large Strains in Forming Problems", Proc. V Int. Congress on Exp. Mech., 8-16, SESA, Montreal, 1984.

[2] Freire, J.L.F.; Lage, J.D. and Vieira, R.D., "Loaded and Unloaded Optical Response of Polyester Model Materials", Experimental Mechanics, 450-457 (Dec. 1983)

[3] Freire, J.L.F., "Application of Three-Dimensional Photoplasticity to Plane Strain and Axisymmetric Compression Problems", IV SESA Int. Congress on Exp. Mech., Boston, 1980.

[4] Freire, J.L.F., Gomide, H.A. and Riley, W.F., "Photoplasticity Study of Uniaxially Compressed Cylinders" V Brazilian Congress of Mech. Engineering, 241-251, 1979.

[5] Gomide, H.A. and Burger, C.P., "Three-Dimensional Strain Distributions in Upset Rings by Photoplastic Simulation", Experimental Mech., 10, 361-370, 1981.

[6] Freire, J.L.F. and Vieira, R.D., "Plane-Strain Upset of Bars by Photoplasticity", SESA Spring Meeting, Dearborn, 1981.

[7] Freire, J.L.F.; Vieira, R.D. and Abinader, F. "Application of Photoplasticity to an Extruded Polyester Specimen", Proc. of the SESA Spring Meeting, 1983, pp. 93-97.

[8] Morris, D.H. and Riley, W.F., "A Photomechanics Material for Elastoplastic Stress Analysis", Exp. Mech., 12 (10), 448-453 (Oct. 1972).

[9] Zachary, L.W. and Riley, W.F., "Optical Response and Yield Behavior of Polyester Model Materials", Exp. Mech., 17 (9), 321-326 (Sept. 1977).

[10] Freire, J.L.F. and Riley, W.F., "Yield Behavior of Photoplastic Materials", Exp. Mech., 20 (4), 118-125 (April 1980).

[11] Burger, C.P. and Koenig, L.N., "Photoplastic Modeling of Strains in the Hot Forming of Aluminum", SESA Spring Meeting, 1976.

[12] Brill, W.A., "Basic Studies in Photoplasticity", Ph. D. Dissertation, Stanford University, 1966.

[13] Freire, J.L.F., Barcellos, C.A.C. and Barros, R.R. "Modeling Forming Problems by Photoplasticity", Proc. of the Society for Experimental Mechanics Spring Conference, 1985.

SUMMARY

This paper reports results on the comparison of plastic strain distributions determined by photoplasticity in polyester resins and by measurements of deformed grids cemented on the polyester models and lead permanently deformed specimens.